

An asset allocation model for defining optimal property portfolios in terms of risk/return

Marco Locurcio*, Francesco Tajani**,
Debora Anelli***, Paola Amoroso****,
Francesco Paolo Del Giudice*****

key words: asset allocation model, goal programming,
real estate funds, portfolio optimization,
real estate investment strategy

Abstract

The widespread uncertainty that characterizes the current world economic situation has also influenced the real estate market, leading investors towards generally lower risk profiles and more stable returns. However, in the absence of adequate skills, it is difficult to carefully manage the main risks factors which occur during the decision-making process. The aim of the research is to define and implement an asset allocation evaluation model able to support public and private

investors for the identification of the most suitable allocation of limited financial resources for core/core plus real estate investments. The computational logic of goal programming is applied for detecting the optimal composition of property portfolios in terms of risk/return. The proposed model has been implemented to an Italian case study, proving to be a valid support tool in the definition of efficient real estate investment strategies.

1. INTRODUCTION

The current economic situation is characterized by the uncertainty and the negative repercussions on the capital flow that the Covid-19 health emergency has generated, thus aggravating an already unstable and fragile condition caused by the subprime mortgage crisis of 2007 (Tajani et al., 2019; Morano et al., 2020b; Morano and Tajani, 2014). According to the Coldwell Banker Richard Ellis (CBRE, 2021), the total volume of investments has decreased by 38% in 2020 compared to 2019. The second quarter of 2020 has been characterized by a decrease in office rental (59% compared to last

year) and in investments in the retail and hospitality sectors, due to the reduction in consumer spending for the tourist and business travel (JLL, 2020). Taking into account the uncertainty about the future evolution of the global economic and health situation, investors are increasingly looking for long-term and low risk strategies in order to create and preserve value. Therefore, according to the investor's sentiment, the core/core plus strategy is the most attractive whereas the opportunistic and distressed assets appear too risky now (CushMan & Wakefield, 2020; CBRE, 2020a).

In the European context, thanks to the massive

[injection of liquidity envisaged by the current Central Bank policies, the real estate market is considered an attention-grabbing asset (CBRE, 2020b). The advantages provided by the innovation of real estate finance tools, also supported by green and sustainable bonds (Morano et al., 2020a), have also resulted over the years in a supply of increasingly innovative products and services, able to fit the gaps among properties, lack of liquidity, risks and investors profile (Organ et al., 2015). An example is the indirect vehicle – such as real estate investment funds, real estate investment trusts (REIT), hedge funds, etc. – able to overcome the limits of direct real estate investments, which require a high management effort and a low degree of liquidity (Sampagnaro, 2005; Gabrielli, 2007; Ametefe and Devaney, 2018; Pike, 2020). Among them, the transparent tax treatment of REIT allows investors to obtain the same cash flow features that were once only available for the direct commercial real estate ones (Idzorek et al., 2007). For this reason, the focus on direct investment has been reduced, favoring a growing management of real estate capital through properties' funds and REITs, which in 2019 reached 3,180 billion of euros worldwide with an increase of 8.5% (Il Sole 24 Ore, 2020; Assogestioni, 2020).

In Italy, the introduction of REITs, which took place in 2007 with Listed Real Estate Investment Companies (LREICs), has led to an easy access also by retail private investors (Cacciamani et al., 2020; IPI, Investimenti Q1 2020; PWC, 2020) and at the same time it has highlighted the difficulties in the asset allocation decision process for the optimization of property portfolios according to risk and profit profile (Abate and Losa, 2016; Fraticelli and Lucaroni, 2018).

Since the first performance improvement evidence developed by Brinson et al. (1991), the asset allocation has been enhanced all over the countries, according to each macro-economic condition, investors type (ranging from institutional to retail ones), risk and profit profile (Wahyudi et al., 2020). In financial planning his importance has been outlined especially after the failure of the traditional approaches in the subprime crisis of 2007 (Santacruz, 2011), making efficient decision support models mandatory (Beghazi et al., 2016; Liow and Ye, 2018).

2. AIM

This research is part of the framework outlined. The aim is to define and implement a decision support model that can be easily used by public and private investors for the elaboration of optimal and efficient real estate portfolios in the medium-long term period.

Structured by borrowing the computational logic of goal programming, the algorithm of the model translates into mathematical constraints (Kornbluth, 1973) the main property risk factors (position, intended

use, size, yield, volatility, dynamism and stability of the reference market). It allows the identification of real estate portfolios capable of ensuring the minimization of risk and the maximization of returns, based on the available financial budget. Starting from a database consisting of 471 properties characterized by different *i)* location on the Italian national territory, *ii)* building type, *iii)* intended use, *iv)* market value and *v)* initial yield, the proposed model is applied to fifteen property portfolios, considering in each of them that an investor with a low risk profile and interested in core and core plus investment, has an initial financial budget that he intends to allocate in the real estate market.

The practical implications of the proposed model concern the possibility of optimizing the allocation of available resources – public and private – based on the risk/return ratios of the investments considered.

From the public point of view, the current cogency to identify efficient investment strategies for the substantial resources (e.g. recovery funds) assigned to the several European nations affected by the pandemic emergency is evident: the implementation of the developed model will allow *i)* to define the combinations of properties in the national territory capable of minimizing the risk and maximizing the return on investment in the medium-long term, *ii)* to identify the areas that may be most attractive for urban development and redevelopment investments to be carried out through public-private partnership forms, *iii)* to select the areas that, more than others, need urgent strategic fiscal and urban policy actions.

From a private point of view, the model will be able to constitute a fundamental support both for institutional investors (real estate funds, pension funds, asset management companies, banks, etc.) and for non-institutional ones: it will let the former to provide their customers for more attractive returns in the face of limited risks; it will allow the latter to have a tool to check the trends of their investments and to monitor future market dynamics, in order to identify new “hot” target areas on which to allocate available resources or split those invested in properties located in less convenient areas.

The paper is structured as follows. Section 3 (Background) provides an overview on the main features of the asset allocation process and the performance improvement deriving by the real estate asset class in the reference literature. Section 4 (The model) describes the asset allocation model, by specifying the function to be maximized/minimized and the constraints of the algorithm. Section 5 (Case study) concerns the application of the proposed model to fifteen portfolios. Section 6 (Results and discussion) presents the analysis of the obtained results for the investigated case. In Section 7 (Conclusions), finally, the conclusions of the work and the future insights are illustrated.

3. BACKGROUND

At the beginning of the 21st century, real estate sector turned out to be important in the definition of strategic property portfolios; this circumstance led international investors to allocate more resources to this sector. Perceived as the safety net by the market, real estate investment provides several key benefits such as a low correlation with stock and bonds, attractive risk-adjusted returns and inflation hedge, ensuring stable returns over time (Giannotti and Mattarocci, 2006), unlike what happens in the stock and bond market (Staney, 2006).

In the Italian context, the historical, artistic and cultural value that characterizes a large part of the real estate assets represents a peculiarity capable of attracting the interest of national and international investors (Locurcio et al., 2020b). However, the optimal extent of the real estate asset class into a mixed-asset portfolio is affected by several factors: *a*) numerical concentration and typological and geographical diversification; *b*) investment period; *c*) volatility and market dynamism; *d*) investor's risk (Dangl and Weissensteiner, 2017).

Going into the details, the following can be said.

Diversification – factor *a*) – is a topic of relevant importance as this parameter is directly related to the investment risk (Choueifaty et al., 2013; Feng et al., 2019). The higher the level of diversification of the real estate portfolio, the lower the correlation of the portfolio, and therefore the lower the risk that the investor will have to bear (Candelon et al., 2020). It is advisable that assets of the same portfolio are located in international geographic contexts since there is poor correlation from an economic, political or tourist point of view, so as to reduce the probability that local events can negatively affect the entire investment, compromising its performance (Beckers et al., 1996; Glascock and Kelly, 2007; Lizieri and Pain, 2014; Gibilaro and Mattarocci, 2016; Berk, 2017). Regarding typological diversification within real estate asset, McIntosh et al. (2017) find that adding non-traditional property types (self-storage, healthcare, senior living, student housing and manufactured homes) to traditional ones (residential, office, commercial and hotel) would improve risk-adjusted performance, due to the low level of return correlations between different property typologies (Oertel et al., 2019).

As regards to the investment period – factor *b*) – Campbell et al. (2003) underline that return predictability has great impact on the optimal long-term asset allocation for low risk profile investors (Fugazza et al., 2007). Particularly, MacKinnon and Al Zaman (2009) emphasize that the optimal allocation to REITs increases for long investment periods characterized by stable returns.

With reference to the volatility and market dynamism – factor *c*) –, Riley and Chow (1992) outline that the study

on how investors allocate their financial resources provides important insights into individual preference and degrees of risk aversion. By assuming that the investor's behavior follows rationale utility-maximizing processes, numerous studies have analyzed the inference between risk preference and the proportion of total wealth allocated to risky assets. The empiric evidence suggests that the level of relative risk aversion is affected by individual age, education, wealth and income. The market volatility is often considered into the allocation process as the most relevant criterion (Adair and Hurchison, 2005). It is included into the construction of numerous portfolio's performance indicators as the standard deviation (SD) or the variance of the expected returns (Pekár et al., 2016; Braga, 2016). The Sharpe Index (Sharpe, 1994) has become one of the most widely used for calculating the risk-adjusted return of real estate portfolio. Some literary sources (Ang, Chen and Xing, 2005; Strub, 2012) suggest that the risk of underperformance is the main investors' worry (Ayodele and Olaleye, 2015). For these reasons, many researchers try to overcome the weaknesses of the Sharpe Index (Sortino and Van der Meere, 1991), by replacing the SD with the downside risk and using only the negative part of the SD to measure the volatility. Treynor (1965) calculates the investment performance of the risk-adjusted portfolio by considering the relevant market risk of the fund considered: the higher the index, the higher the excess yields generated. Eling and Schumacher (2007) analyze thirteen different performance measures for a set of hedge fund returns data and found that all of these performance metrics generate similar rankings, highlighting the absence of a best measurement method, as each one appears adequate according to the specific characteristics of the case study.

The careful evaluation of the listed factors allows to achieve portfolio performance, adapted to the investor's risk/return profile – factor *d*). For this reason, with the statement of the modern portfolio theory of Markovitz and Roy (1952), for which the expected return is maximized for a given level of risk, the optimization principle of the financial portfolio based on the efficient frontier of Markowitz (1952) has been extended to the field of real estate investments (Detemple, 2014), through the application, both in the academic and professional sectors, of models and tools capable of providing support to the decision-making process concerning the creation of optimal real estate portfolios.

The introduction of mathematical programming techniques such as Goal Programming (GP) in the management of complex decision-making processes with multiple subjects involved – as the case of urban and territorial planning – has had a rapid spread (Morano and Tajani, 2018). Allocation techniques based on goal programming approach was first used by Lai (1991) to sort out portfolio selection problems involving

significant degree of skewness. Subsequently, many researchers have been adopted a multi-objective method for portfolio selection (Davies et al., 2016); Aksarayli and Pala (2018) propose a polynomial goal programming which is based on a mean-variance-skewness-kurtosis-entropy model; Cremers et al. (2005) emphasize the mean-variance optimization and the full-scale optimization by concluding that the portfolio selection process should consider many asset mixes as necessary in order to identify the weights that generate the maximum expected utility; Perez-Gladish et al. (2007) integrate the ELECTRE I multi-criteria technique with the GP to a mutual fund portfolio selection problem; Abdelaziz et al. (2009), Ballesteros et al. (2009) Alinezhad et al. (2011) integrate GP models with fuzzy logic for the determination of optimal investment portfolios. Several other GP variants have been applied to portfolio management over the years such as the integer GP (Harrington and Fisher 1980) or the mixed-integer GP model (Aouni et al. 2014) and its variants such as the mixed-integer stochastic GP in Stoyan and Kwon (2011), the min-max GP variant (Deng et al. 2005) and the nonlinear GP model (Li and Xu 2007).

4. THE MODEL

The model proposed in this research borrows the logic of goal programming (GP) for the resolution of an optimization problem in the allocation of available financial resources, aimed at the best composition of a properties' portfolio. Specifically, the optimization model is defined on the basis of the risk/return profile of an investor interested in building a core/core plus real estate portfolio, characterized by rather high and stable yields but contained risks.

The specification of the structure of an ordinary GP model for the definition of the asset allocation model developed in this work provides that:

- the limited available resources constitute the manageable budget for the generic investor;
- the alternatives adopted correspond to the sample of properties considered;
- the goal to be pursued represents, for the specific investor identified, the target risk-return profile;
- the constraints translate into mathematical terms the investor's conveniences based on the selected risk factors.

The development of the optimization model requires the specification, for each property eligible for the composition of the optimal portfolio, of three factors for which the maximization/minimization functions that define the objective and the constraints of the algorithm are introduced: *i*) the yield, defined in terms of the relationship between rent and market value; *ii*) the reference market, analyzed with respect to the riskiness of returns, trends, dynamism and market stability.

The mathematical expressions that define the three factors mentioned and the related objective functions and constraint equations are explained in the Table 1, 2, 3 and 4. Particularly:

- Table 1 summarizes and describes the basic parameters used for the construction of the model, and the units of measurement and source are highlighted;
- Table 2 shows the equations deriving from the parameters of Table 1;
- Table 3 lists the basic conditions for building the model, on the basis of the equations of Table 2;

Table 1 - Asset allocation model parameters

ID	Param.	Description	Unit of measure	Source
p_1	p	Market value with reference to the unitary commercial surface	€/m ²	Database
p_2	r	Passing rent of the property with reference to the unitary commercial surface	$\frac{€}{m^2 \cdot year}$	Database
p_3	v	Annual average market value for the area with reference to the unitary commercial surface	€/m ²	OMI
p_4	l	Rent for the area with reference to the unitary commercial surface	$\frac{€}{m^2 \cdot year}$	OMI
p_5	t	Generic semester of analysis	year semester	NA
p_6	s	Number of semesters considered f	(-)	OMI
p_7	NTN	Number of transactions for the specific intended use in the considered municipality	(-)	OMI
p_8	R	Resident population in the municipality	(inhabitants)	ISTAT
p_9	m	Number of considered properties	(-)	Database
p_{10}	k	Number of properties included in the portfolio	(-)	Model
p_{11}	k^*	Number of target units	(-)	Investitor
p_{12}	P_i	Market value of the i -th property	€	Database
p_{13}	B	Budget available to the investor	€	Investitor

Table 2 - Preliminary equations for the construction of the asset allocation model

ID	Equation	Description	Ref.
e_1	$\Delta p = \frac{p}{v} - 1$	Deviation of market value of property compared to the reference municipal trade area	p_1 and p_4
e_2	$\Delta r = \frac{r}{l} - 1$	Deviation of rent of property compared to the reference municipal trade area	p_2 and p_4
e_3	$CR = \frac{l}{v}$	Going in cap rate	p_3 and p_4
e_4	$IY = \frac{r}{p}$	Initial yield	p_1 and p_2
e_5	$Y(t) = \frac{v(t) + l(t-1)}{v(t-1)} - 1$	Total return of the considered area	p_3, p_4 and p_5
e_6	$w_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^k P_i}$	Weight of the i -th property within the portfolio	p_{12}
e_7	$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ with $-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$ and $i, j = 1, \dots, k$	Correlation index of bivariate sample ($Y_i(t); Y_j(t)$) of time series of $Y(t)$ relative to REMO areas i and j	c_2

• Table 4 summarizes the goals and constraints of the asset allocation model, derived from the extension to the portfolio of the conditions introduced in Table 3. The aforementioned factors (yield and reference market) that identify the main aspects that may affect the profitability of the portfolio are briefly examined below.

4.1 Yield of the individual property

Taking into account that the implementation of the developed model is carried out with reference to the Italian context, the analysis of the yield of each property (initial yield) is carried out by using the quotations of the municipal trade areas defined by the Real Estate Market Observatory (REMO) of the Revenue Agency¹.

In terms of yield, the ideal condition for the generic investor is to purchase a property at a price lower than (or at most equal to) the average market value in the municipal trade area of location and with a higher passing rent (or at least equal to) compared to the average market rent: this condition, in fact, corresponds to a higher rental profitability than in the ordinary situations of the area, and a higher capital gain is more likely at the time of disposal of the invested capital (sale). Therefore, the yield of the single property eligible for the composition of the optimal portfolio is determined by comparing the respective market value and the existing rent (passing rent) with the average ones of the municipal trade area, represented by the quotations detected by the REMO for the market area and the intended use under analysis, through the incremental ratio (ΔIY) between initial yield (IY) and the going in cap rate (CR). The investor's goal is to maximize the yield as represented in the condition in Table 3, starting from equations e_1, e_2, e_3 and e_4 and in Table 2.

¹ A municipal trade area represents a geographical segmentation of the market, resulting from the Presidential Decree no.138/1998 and the Regulation issued by the Economy and Finance Ministry. It is an area of the urban environment that identifies a local real estate market segment which is characterized by exogenous factors (accessibility, presence of services, building characteristics, green areas, pedestrian zones, etc.) that equally contribute to the formation of real estate prices.

Table 3 - Preliminary conditions of the single property for the development of the asset allocation model

ID	Condition	Description	Meaning	Reference
c_1	$\Delta IY = \frac{\Delta r + 1}{\Delta p + 1} - 1 = MAX$	Incremental ratio between IY and CR	Maximizing the yield	e_1, e_2, e_3 and e_4
c_2	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{s-1} \sum_{t=1}^s [Y(t) - \bar{Y}]^2} = MIN$	Standard deviation of the time series of $Y(t)$	Maximizing the yield	p_6 and e_5
c_3	$\bar{Y} = MAX$	Annual average total return for the considered area	Market's trend	p_6 and e_5
c_4	$T = \frac{NTN}{R} \cdot 10.000 = MAX$	Transactions for inhabitant	Market dynamism	p_7 and p_8
c_5	$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{s/2-1} \sum_{t=1}^{s/2} [T(t) - \bar{T}]^2} = MIN$	Standard deviation of the time series $T(t)$	Market stability	p_6 and c_4
c_6	$ k - k^* = MIN$	Difference between the number of target and selected units	Risk concentration	p_{10} and p_{11}

4.2 Reference market of the single property

As regards the reference market of the single property, this is analyzed from four different points of view: the riskiness of the returns, the trend, the dynamism and stability of the market.

The minimization of investor risk results in the need to identify rather dynamic markets with a low volatility of market values and rents. For this reason, on the basis of the REMO quotations, the total return of the area in which the property is located, per year, has been defined (equation e_5 in Table 2); the hypothesis made is that the generic investor purchases the property in year $t - 1$, at a price equal to the average market value of the market area $v(t - 1)$, he receives the area's average market rent for one year $l(t - 1)$ and then he sell it after a year at the price $v(t)$: this makes it possible to assume the real estate investment as a generic investing activity without considering a series of costs borne by the owner (e.g. notary fees, agency fees, ordinary maintenance costs, tenant improvements, capex, interest expense on any financing, etc.) or all limitations related to the illiquidity and the time which is required for an adequate market negotiation. The described approximation does not affect the accuracy of the model, taking into account that *i*) these costs poorly affect the market value or the rent *ii*) the main purpose of determining this variable is the comparative analysis within the real estate market. Therefore, considering that a stable market is characterized by a limited dispersion of total return, the investor is interested in a minimization of the standard deviation of the time series of $Y(t)$ (condition c_2 in Table 3).

Furthermore, in order to avoid the limit that two properties could be equal if they have both $\sigma = 0$ (so with $Y(t) = cost$), one with $Y(t) > 0$ and the other with $Y(t) < 0$, the \bar{Y} is considered as proxy variable of the market's trend, as the investor is interested in capitalizing in municipal trade area that is characterized by a maximum average yield.

The dynamism of the reference market can be analyzed with the number of transactions (NTN_i) for the specific intended use of the i -th property and in the city in which it is located. Taking into account that the number of transactions are strongly affected by the number of inhabitants of the specific considered city, this value, processed by the REMO of the Revenue Agency each year, is normalized based on the resident population R_i (annually published by ISTAT - National Institute of Statistics), since a higher number of transactions is expected in the most densely populated cities. Following this normalization, the dynamism of the reference market is expressed by the condition 5 in Table 3.

4.3 Extension to the optimal portfolio

Until now, only the single property has been

considered into the model setting, but given that the goal is to create a portfolio consisting of several properties, the above described formulas are extended: called m the number of properties that will potentially be contained in the portfolio, i.e. the sample presented to the investor, and k the number of properties that will actually be included in the portfolio ($1 \leq k \leq m$), risk minimization is obviously helped by investment diversification that can be achieved by increasing the number of real estate units. This assumption clashes with the need to contain property and facility costs and therefore it can be advantageous to search for a specific number of target units (k^*) suggested by the investor according to the size of the investment, as indicated in the condition c_6 in Table 3.

In order to take into account the importance of each property within the portfolio, the weight of the previous conditions (c_1, c_2, c_3, c_4 and c_5 in Tab. 3) with respect of each real estate units is introduced (equation e_6 in Tab. 2).

4.4 Algorithm of the asset allocation model

The previous conditions (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 and c_6 in Tab. 3) represent the starting point for determining goals and constraints of the asset allocation model. As regards the constraints, it is possible to distinguish the hard constraints from the soft constraints, according to their relevance to fulfill the intended objective. The hard constraints are only represented by the optimization of the budget available to the investor and the non-negativity of the variables, representing the minimum requirement for the real estate investment. First of all it must be ensured that the sum of the market values relating to the individual properties is at most equal to the budget (B) available to the investor (constraint v_1 in Tab. 4). This constraint is difficult to perform, as the sum of the market values of the individual properties does not always perfectly correspond to the investor's budget. It must be emphasized that this budget cannot be exceeded as the amount for investments is approved by collegial bodies (such as, for example, boards of directors of the pension funds), according to specific investment objectives, therefore an increase in the budget requires an overall re-discussion of the investment plan.

As regard the soft constraints, the comparative analysis of the risks associated with individual properties should be considered. Reference is made to the Bravais-Pearson correlation index (1913) (equation e_7 in Table 2). The ideal situation for the investor is verified in the case of absence of correlation, so the variables are not related to each other.

Each i -th property of the starting sample consisting of m units is mathematically represented by the binary variable x which assumes a value equal to "1" if the property is considered within the portfolio, vice versa it

Table 4 - Algorithm of the optimization model

Type	ID	Mathematical expression	Description	Reference
Variable	x_i	$x_i = \{0; 1\}$	Binary variable	NA
Goal	g	$\sum_i \Delta IY_i \cdot w_i \cdot x_i = MAX$	Maximization of the variation in the initial yield of the i -th property with respect to the municipal trade area market	c_1 and e_6
Hard Constraints	v_1	$B - \sum_i P_i \cdot x_i \geq 0$	Budget optimization	p_{12} and p_{13}
	v_2	$v_i \in I_0^+ = \{z \in \mathbb{R} \exists' 0 \leq z \leq \varepsilon\}$	Non-negativity of the solutions	
Soft Constraints	v_3	$ k - k^* \geq 0$	Optimization of the number of properties in the portfolio	c_6
	v_4	$\left \sum_i \sigma_i \cdot w_i \cdot x_i - MIN\{\sigma_i\} \right \geq 0$	Preference for stable-yielding real estate markets	c_2 and e_6
	v_5	$\left \sum_i \bar{Y}_i \cdot w_i \cdot x_i - MAX\{\bar{Y}_i\} \right \geq 0$	Maximization of the average yield	c_3 and e_6
	v_6	$\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot w_i \cdot w_j \cdot x_i \cdot x_j \geq 0$	Preference of properties belonging to poorly correlated real estate markets	e_6 and e_7
	v_7	$\left \sum_i \sigma_{T,i} \cdot w_i \cdot x_i - MIN\{\sigma_{T,i}\} \right \geq 0$	Preference of low volatile real estate markets	c_5 and e_6
	v_8	$\left \sum_i \bar{T}_i \cdot w_i \cdot x_i - MAX\{\bar{T}_i\} \right \geq 0$	Preference of dynamic real estate markets	c_4 and e_6

assumes a value equal to “0” if the property is not part of the portfolio. The structure of the optimization algorithm is reported in the Table 4. In the model, the objective function is the maximization of the initial yield (IY). The other optimization functions – minimization of the number of selected properties (v_3 in Tab. 4), minimization of the risk (v_4 in Tab. 4), maximization of the average yield (v_5 in Tab. 4), minimization of the correlation between the properties that are included in the optimal portfolio (v_6 in Tab. 4), minimization of transaction volatility (v_7 in Tab. 4) and maximization of market dynamism (v_8 in Tab. 4) – are involved into the model as soft constraints, i.e. a possible violation is tolerable for them. The hard constraints, as stated above, are only represented by the optimization of the budget (v_1 in Tab. 4) and the non-negativity of the variables (v_2 in Tab. 4).

5. CASE STUDY

The model is applied to a case study: an Italian generic investor with a low propensity to risk and interested in investments into core/core plus properties, has a budget (B) of 100 million euros available. The reference database consists of properties located throughout the Italian territory and with several intended uses. The total market value is equal to 20 billions of euro. The two regions in which the largest number of properties are concentrated are Lombardy (about 7,200 millions of euro and 1,000 properties) and Lazio (about 6,400 millions of euro and

900 properties). These two regions cover about 70% of the starting database, confirming the market trends. By analyzing the market value (Fig. 1), the intended uses are divided into office (46.2%), followed by residential (18.4%) and commercial (17.2%); for logistic, mixed use, industrial, hospitality, building area and hotel destinations, percentages varying between 1.5% and 4.4% are recorded, finally a residual share, equal to 2.5%, is allocated to minority functions. Vacant properties and with intended uses not registered by the REMO of the Revenue Agency have been removed, as they cannot be compared with the REMO data available. The database obtained is thus composed of 471 properties, for a total value of 6,4 billion euros and a total rent of 460 million euros, which corresponds to an average initial yield of 7.3% and an average unit value of 3,200 €/m². The database was then proposed to fifteen

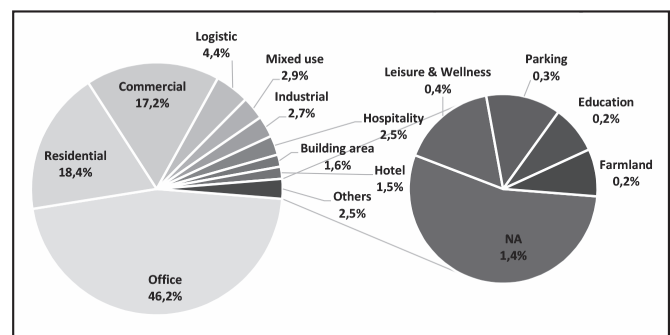


Figure 1 - Analysis by intended use of the distribution of the starting database compared to the market value.

different profiles of investors (pension funds, asset management companies, real estate investment companies), by choosing, without budget constraint and by considering indications of the manager of the structuring/fund management area, the properties considered eligible for the composition of the optimal portfolio (Tab. 5), thus identifying a subset of the starting database. Specifically, investors from n. 1 to no. 9 have identified 50 properties, whereas investors from no. 10 to no. 15 have selected a number of properties ranging from 30 (min) to 107 (max). The total value of the starting portfolios varies from 150 million of euros (min) to 1.8 billion euros (max), whereas the properties selected have a market value (MV) ranging from 50 thousand euros to over 220 million of euros and a unitary MV varying from 180 €/m² to almost 90,000 €/m². In terms of profitability, these portfolios have a variable initial yield from 6.2% (portfolio no. 4) to 9.6% (portfolio no. 9).

For the purpose of applying the optimization model, it is first necessary to define the portfolio's number of target units. In this case, taking into account that the average market value (MV_{mean}) of the properties in the database is 5 million of euros, the number of target properties k^* is obtained from the ratio between the budget (B) available and the MV_{mean} and it is equal to 20.

6. RESULTS

Il modello proposto è implementato nell'ipotesi in cui il budget da investire sia uguale per tutti i quindici

investitori considerati, al fine di definire la composizione del portafoglio ottimale in grado di massimizzare l'IY e rispettare i vincoli definiti nell'algoritmo di Tabella 4. I risultati ottenuti sono sintetizzati in Tabella 6.

I risultati ottenuti vanno a questo punto esaminati sotto due punti di vista al fine di fornire all'investitore una visione ampia delle soluzioni individuate dal modello. A tal fine sono effettuate due tipologie di analisi: la prima "qualitativa", ossia che tiene conto del livello di diversificazione; la seconda "quantitativa", ovvero che esamina le prestazioni dei risultati dell'algoritmo con riferimento ai vincoli e all'obiettivo. In Figura 2 è rappresentata l'analisi di breakdown per destinazione d'uso e per numero di immobili dei portafogli ottimali ottenuti dall'applicazione dell'asset allocation model per supportare la discussione alle analisi di seguito effettuate.

6.1 Qualitative analysis

A significant geographical and typological differentiation of portfolios leads to greater reduction of the related risks (Giannotti and Mattarocci, 2008; Morri e Parri, 2017). By analyzing the distribution of the geographical location and intended uses with respect to the various optimal portfolios obtained by the model, it is possible to determine the level of diversification that characterizes each result. The line of Figure 2 indicates the number of properties in the

Table 5 - Main features of the fifteen starting portfolios

Investitor	N	Tot MV (€)	Average MV (€)	Min MV (€)	Max MV (€)	Unit average MV (€/m ²)	Unit min MV (€/m ²)	Unit max MV (€/m ²)	IY
1	50	526,715,500	10,534,310	107,000	112,190,000	2,097	177	20,113	7.1%
2	50	267,533,700	5,350,674	160,000	38,750,000	1,730	250	20,113	7.5%
3	50	408,401,900	8,168,038	175,000	56,878,000	1,347	258	13,849	7.0%
4	50	841,323,000	16,826,460	338,000	129,750,000	1,330	286	10,292	6.2%
5	50	1,556,501,000	31,130,020	48,000	223,201,000	1,283	643	88,648	7.6%
6	50	501,370,000	10,027,400	48,000	73,501,000	1,261	288	16,439	6.7%
7	50	578,346,000	11,566,920	196,000	76,470,000	1,241	546	10,234	7.3%
8	50	464,325,000	9,286,500	112,000	136,700,000	1,255	433	14,119	8.1%
9	30	151,874,100	5,062,470	235,000	26,624,000	1,262	473	2,146	9.6%
10	79	746,347,900	9,447,442	175,000	74,900,000	1,273	286	13,849	6.4%
11	48	1,746,689,000	36,389,354	320,000	223,201,000	1,289	643	88,648	6.2%
12	81	992,581,000	12,254,086	48,000	76,470,000	1,305	288	56,292	8.8%
13	81	1,779,532,000	21,969,531	196,000	136,700,000	1,308	546	10,234	7.2%
14	75	392,169,100	5,228,921	112,000	44,720,000	1,295	433	14,119	8.6%
15	107	610,725,200	5,707,712	112,000	39,715,000	1,285	258	14,119	7.9%

selected portfolios, which varies from a minimum of 3 (portfolio no. 13) to a maximum of 15 (portfolio no. 15), an average of 17 and a mode of 14 (portfolios no. 1,6 and 12); portfolio no. 8 is consistent with the number of target units (k^*).

By analyzing the distribution of the intended uses with respect to the market value in the various portfolios (Fig. 2), thirteen are mainly made up of office properties and only two portfolios (no. 4 and no. 13) see the prevalence of commercial activities. In all the portfolios

there is at least one property with offices and in fourteen portfolios there are commercial activities. Buildings used as garages, for productive and for residential intended uses are respectively included in portfolios nos. 4, 5 and 6. Compared to the overall market value of the portfolios, offices have a percentage ranging from 35% to 100% and an average of 71%, whereas shops have percentages ranging from 4% to 61% and an average of 23%. The buildings with productive use and residential ones are present with an

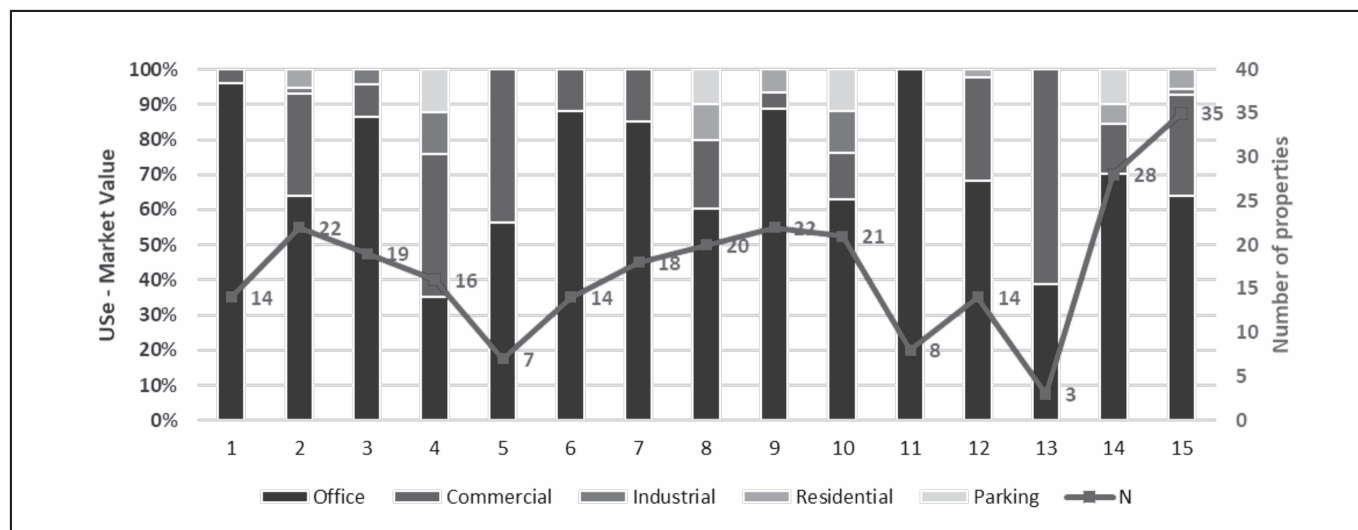


Figure 2 - Breakdown by intended use and number of properties of the optimal portfolios obtained by the application of the model

Table 6 - Summary of the results obtained by the application of the model to the fifteen portfolios

Portafolio	K	Tot MV (€)	Average MV (€)	Min MV (€)	Max MV (€)	Unit average MV (€/m ²)	Unit min MV (€/m ²)	Unit max MV (€/m ²)	IY
1	14	99,756,000	7,125,429	445,000	23,075,000	1,333	646	2,317	7.2%
2	22	100,012,700	4,546,032	171,000	19,720,000	1,212	250	2,925	9.2%
3	19	100,237,000	5,275,632	230,000	26,446,000	1,590	363	2,797	7.2%
4	16	98,892,000	6,180,750	390,000	16,400,000	1,970	286	6,056	7.4%
5	7	100,490,000	14,355,714	48,000	44,000,000	14,005	852	88,247	6.3%
6	14	98,873,000	7,062,357	384,000	21,877,000	1,551	288	4,926	7.3%
7	18	98,126,000	5,451,444	285,000	33,654,000	2,781	759	10,234	6.5%
8	20	99,929,000	4,996,450	185,000	22,510,000	2,051	433	14,119	8.0%
9	22	100,164,100	4,552,914	235,000	26,624,000	1,174	473	2,146	9.4%
10	21	100,092,000	4,766,286	195,000	26,446,000	1,413	513	4,296	7.5%
11	8	99,072,000	12,384,000	2,660,000	32,400,000	1,817	852	3,154	9.2%
12	14	99,405,000	7,100,357	302,000	25,110,000	1,759	813	3,346	7.2%
13	3	64,870,000	21,623,333	2,155,000	39,715,000	2,937	1,185	4,407	5.8%
14	28	99,876,000	3,567,000	112,000	14,801,000	1,877	501	14,119	9.2%
15	35	119,245,000	3,407,000	234,000	16,350,000	1,894	298	13,191	8.7%

average of 6% and a variable range from 2% to 12% for the productive and from 2% to 10% for the residential. Garages have a percentage ranging from 10% to 12% and an average of 11%. Within a single portfolio there are at most four different intended uses, among these portfolios the most performing is the no. 4, since it is characterized by a fairly equal distribution of the overall value among the various functions, whereas the others favor the directional one. The portfolio in which the risk of intended use is maximum is the no. 11, because it consists of a single function.

By examining the geographical distribution of the portfolios obtained (Fig. 2), it is possible to conduct the analysis of the geographical risk (see the bars of Fig. 3). It should be noted that most of the portfolios identified are constituted by properties located mainly in the North-West (portfolios nos. 2, 3, 5, 6, 9, 11, 14 and 15) and in the Center (portfolios nos. 1, 4, 7, 8, 10, 12 and 13). Only five portfolios (nos. 2, 6, 10, 14 and 15) have properties in all territorial areas of the country (North-West, North-East, Center, South and Islands). The geographically best performing portfolio, that is the one composed of properties distributed in numerical terms equally in the territorial areas considered, is the no. 6, whereas the worst is the no. 11 consisting of a single building located in the North-West.

Table 7 shows the results of the qualitative analysis: it is evident that there is no better portfolio for all the types of risk considered, but it is possible to identify the worst portfolio, namely the no. 11, as it consists of buildings for office use located in the same macro geographical area (North-West).

6.2 Quantitative analysis

It should be noted that almost all portfolios comply with the hard constraint linked to the budget (v_1), with the exception of portfolios nos. 13 and 15, and the initial yield varies from a minimum of 5.8% (portfolio no. 13) to a maximum of 9.4% (portfolio no. 9). Table 8 shows, by goal, hard and soft constraints, the worst and the best portfolios: from a first analysis it is observed that the portfolio no. 13 is the worst compared to the goal (g), the hard constraint related to budget optimization (v_1) and for two soft constraints representative of the concentration risk (v_3) and the dynamism of the reference market (v_8); on the other hand, this portfolio is composed by properties belonging to poorly correlated and not very dynamic real estate markets with consequent optimization of the v_6 and v_7 . The low level of correlation of portfolio no. 13 is reached thanks to the small number of selected properties (only 3 buildings) and their location in three different regions (Friuli-Venezia Giulia, Tuscany and Lazio).

The symmetrical behavior of the v_7 and v_8 constraints should be also highlighted, indicating that the low dynamic real estate markets, i.e. those characterized by

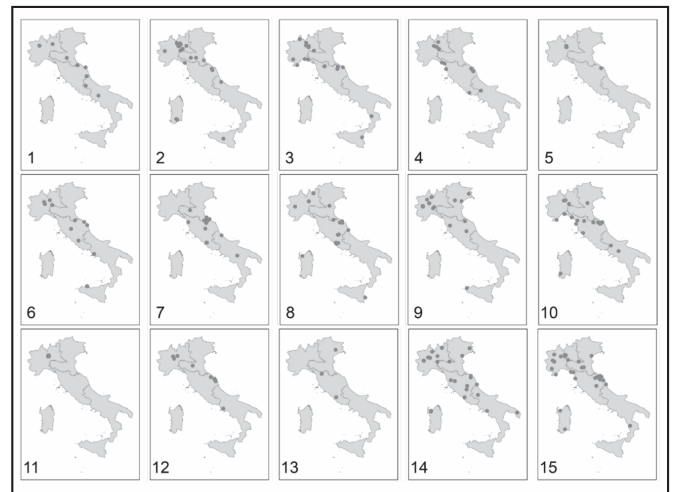


Figure 3 - Geographic distribution of the optimal portfolios obtained by the application of the developed model.

Table 7 - Qualitative performance of the optimal portfolios

Type of risk	Description	Worst portfolio	Best portfolio
Numerical concentration	Number of properties	13	15
Geography	Diversification of the location in the Italian regions	11	6
Typology	Intended use diversification	11	4

Table 8 - Quantitative performance of the optimal portfolios

Type	ID	Worst portfolio	Best portfolio
Goal	g	13	2
Hard Constraints	v_1	13, 15	All except nos.13 & 15
	v_2	Similar performance	
Soft Constraints	v_3	13	15
	v_4	11	7
	v_5	1	11
	v_6	1	13
	v_7	8	13
	v_8	13	8

a low number of transactions, are also not very volatile, i.e. with a good stability in the number of transactions. In order to investigate this empirical evidence, a correlation analysis between all the constraints has

Table 9 - Correlation analysis among the results of the different variables for the optimal portfolios

	<i>g</i>	<i>v</i> ₁	<i>v</i> ₃	<i>v</i> ₄	<i>v</i> ₅	<i>v</i> ₆	<i>v</i> ₇	<i>v</i> ₈
<i>g</i>	1.00	0.65	0.78	0.15	0.15	-0.01	0.34	0.38
<i>v</i> ₁		1.00	0.71	0.33	0.40	0.53	0.17	0.28
<i>v</i> ₃			1.00	-0.01	-0.01	-0.05	0.42	0.48
<i>v</i> ₄				1.00	0.85	0.44	0.02	0.08
<i>v</i> ₅					1.00	0.33	-0.08	0.06
<i>v</i> ₆						1.00	-0.33	-0.33
<i>v</i> ₇							1.00	0.96
<i>v</i> ₈								1.00

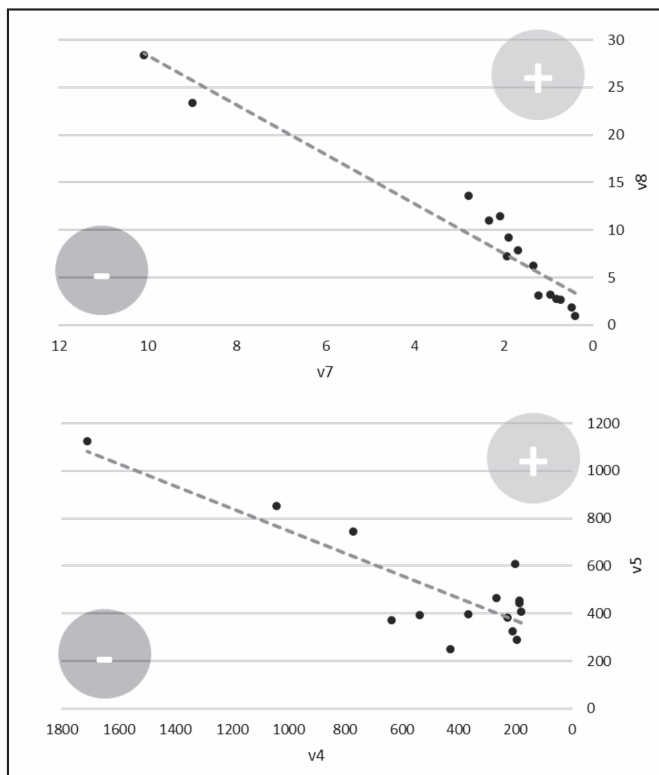


Figure 4 - Representation of the optimal portfolios in the constraint plan v_7/v_8 e v_4/v_5 .

been carried out, except for the no. 2 as it does not represent factors characterizing the algorithm. From the correlation analysis (Tab. 9) the high positive correlation between v_7 and v_8 has been found; furthermore, a good positive correlation has been outlined between: g and v_1 ; g and v_3 ; v_1 and v_3 ; v_4 and v_5 .

The correlation between g , v_1 and v_3 could indicate that

in the most numerous portfolios there is a maximization of the initial yield with respect to the reference market, determining a departure from the pre-established budget; the good correlation between v_4 and v_5 , similarly to that found for v_7 and v_8 , suggests that markets with more stable returns are characterized by a lower average return.

Figure 4 shows the optimal portfolios in the plans v_7/v_8 and v_4/v_5 . The area with the "+" symbol represents the best solutions, the area with the "-" symbol reports the worst solutions. It should be noted how the portfolios are arranged along the diagonal of the plane, that is schematized by the intercept of the series: this representation is a sign that the asset allocation model actually considers the constraints in a similar way, seeking an optimal intermediate solution.

This observation allows to better understand the construction of the model: the different objectives of constraints and goals are in contrast to each other, so maximizing one constraint involves minimizing the other, according to a series of mutual connections.

7. CONCLUSIONS

The widespread uncertainty that characterizes the current world economic situation has also influenced the real estate market, leading investors towards generally lower risk profiles and more stable returns. In the European context, the policies of Central Banks have meant that real estate allocation has become one of the main targets for institutional investors, preserving its stability (Suárez, 2009). However, the optimal allocation of financial resources remains an extremely delicate phase in the real estate investment process. The factors that influence the process are many and often a wide-ranging analysis of the aspects that characterize each investment is required (Kim et al., 2006).

In this research a decision support model has been developed, capable of supporting a generic institutional investor in the process of optimally allocating the budget available for the elaboration of core/core plus real estate investment portfolios. Borrowing the logic of goal programming, the proposed model has been implemented to an Italian case study, concerning fifteen real estate portfolios, in order to identify the optimal composition of properties on the basis of specific budget and established market (e.g. volatility, correlation, dynamism) and profit (e.g. initial yield and stable returns) constraints, maximizing the achievable yield within the allowed budget. By analyzing the parameters of each portfolio generated by the model, it has been possible to classify each of them on the basis of performance with respect to the goal of the model and the individual constraints considered. Furthermore, the qualitative and quantitative critical analysis of the optimized portfolios

returned by the model made it possible to *i*) identify the portfolio with the worst performance, considering the possible risk deriving from a low level of number, geographical and typological diversification, *ii*) examine the level of correlation among the constraints and the goal of the model in order to identify the characteristics of the reference market that favor the maximization of the investor's initial yield and allow lower average yields that are stable over time.

Future insights of the research may concern the solution of the main limitations of the proposed model as the absence of a performance indicator that establishes how far the selected portfolio deviates from the considered constraints and the typology of current lease. However, the first limit could be solved by

inserting a multi-criteria derivation indicator which, once the importance of each constraint has been established, indicates the level of deviation from the theoretical good, whereas the second limit could be exceeded – at least partially – through the inclusion of the indicator of the weighted average duration of the unexpired lease in the constraints of the model. Further evolution may concern the elaboration of a support model based on a geographic information system (Locurcio et al., 2020a), capable of taking into account the “positional” effects deriving from the different location of each property, introducing a synthetic parameter capable of representing the weight of geographical diversification within the portfolio.

* **Marco Locurcio**, Department of Civil, Environmental, Land, Building Engineering and Chemistry, Polytechnic University of Bari
e-mail: marco.locurcio@poliba.it (corresponding author)

** **Francesco Tajani**, Department of Architecture and Design, “Sapienza” University of Rome
e-mail: francesco.tajani@uniroma1.it

*** **Debora Anelli**, Department of Civil, Environmental, Land, Building Engineering and Chemistry, Polytechnic University of Bari
e-mail: debora.aneli@poliba.it

**** **Paola Amoruso**, Department of Economics and Management, LUM University
e-mail: amoruso@lum.it

***** **Francesco Paolo Del Giudice**, Department of Architecture and Design, “Sapienza” University of Rome
e-mail: francesco.delgiudice@libero.it

Author Contributions

The paper is to be attributed in equal parts to the authors.

Bibliography

ABATE G., LOSA G., *Real Estate in Italy: Markets, Investment Vehicles and Performance*, Taylor & Francis, 2016.

ABDELAZIZ F.B., EL FAYEDH R., RAO A., *A discrete stochastic goal program for portfolio selection: the case of United Arab Emirates Equity Market*, INFOR, Vol. 47, 2009, pp. 5–13.

ADAIR A., HUTCHISON N., *The reporting of risk in real estate appraisal property risk scoring*, Journal of Property Investment & Finance, 2005.

AKSARAYLI M., PALA O., *A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments*, Expert Systems with Applications, Vol. 94, 2018, pp. 185–192.

ALINEZHAD A., ZOHREH BANDIAN M., KIAN M., EKHTIARI M., ESFANDIARI N., *Extension of Portfolio Selection Problem with Fuzzy Goal Programming: A Fuzzy Allocated Portfolio Approach*, Journal Of Optimization in Industrial Engineering, 9, 2011, pp. 69–76.

AMETEFE F.K., DEVANEY S., STEVENSON S.A., *Optimal composi-*

tion of hybrid/ blended real estate portfolios, Journal of Property Investment and Finance, Vol. 37, No. 1, 2018.

AOUNI B., COLAPINTO C., LA TORRE D., *Financial portfolio management through the goal programming model: current state-of-the-art*, Eur J Oper Res, Vol. 234, No. 2, 2014, pp. 536–545.

ASSOGESTIONI, *Mappa trimestrale del Risparmio Gestito. 4° Trimestre 2019* (scaricabile dal sito internet <https://www.assogestioni.it/articolo/mappa-trimestrale-del-risparmio-gestito-4deg-trim-2019> consultato on line il 3 settembre 2021).

AYODELE T.O., OLALEYE A., *Risk Adjusted Performance of Public Real Estate and other Assets in the Nigerian Investment Market: A Downside Risk Perspective*, Real Estate Finance, Spring; 31(4), 2015, pp. 170–177.

BALLESTERO E., PEREZ-GLADISH B., ARENAS-PARRA M., BILBAO-TEROL A.: *Selecting portfolios given multiple Eurostox-based uncertainty scenarios: a stochastic goal programming approach from fuzzy betas*, INFOR Vol. 47, 2009, pp. 59–70.

- BECKERS S., CONNOR G., CURDS R., *National versus global influences on equity returns*, Financial Analysts Journal, Vol. 52, No. 2, 1996, pp. 31–39.
- BEGIAZI K., ASTERIOU D., PILBEAM K., *A multivariate analysis of United States and global real estate investment trusts*, International Economics and Economic Policy, Vol. 13, No. 3, 2016, pp. 467–482.
- BERK C., *An Empirical Evaluation of the Property Type Diversification Strategy for Real Estate Investment Trusts*, International Journal of Social Science and Economic Research, Vol. 2, No. 7, 2017, pp. 3903–3915.
- BRAGA M.D., *Methods and Tools for Portfolio Selection*. In Asset Management and Institutional Investors, Springer, Cham, 2016, pp. 173–201.
- BRINSON G.P., SINGER B.D., BEEBOWER G.L., *Determinants of portfolio performance II: An update*. Financial Analysts Journal, 47(3), 1991, pp. 40–48.
- CACCIAMANI C., CALIOLO M., DE SANTIS P.P., DELLA MARRA F., SANFELICI S., *Real Estate Asset Management Companies' Economics of Scale: Is It a Dream or Reality? The Italian Case*. Complexity, 2020
- CAMPBELL J.Y., CHAN Y.L., VICEIRA L.M., *A multivariate model of strategic asset allocation*, Journal of Financial Economics Vol. 67, 2003, pp. 41–80.
- CANDELON B., FUERST F., HASSE J.B., *Diversification Potential in Real estate portfolios*, Working Paper Series No. 2020-5, University of Cambridge, Real Estate Research Centre, 2020.
- CBRE, *EMEA Real Estate Market Outlook, 2021* (scaricabile dal sito internet <https://www.cbre.it/en/research-and-reports/2021-EMEA-Real-Estate-Market-Outlook> consultato on line il 3 settembre 2021).
- CBRE, *Real Estate Capital Flows: Global Check Q2, 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.cbre.com/research-and-reports> consultato on line il 3 settembre 2021).
- CBRE, *US Midyear Outlook August 2020, 2020b* (scaricabile dal sito internet <https://www.cbre.com/research-and-reports> consultato on line il 3 settembre 2021).
- CHOUEIFATY Y., FROIDURE T., REYNIER J., *Properties of the most diversified portfolio*. Journal of Investment Strategies, Vol. 2, No. 2, 2013, pp. 49–70.
- Cushman & Wakefield, *Italian Real Estate Overview, H1 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.cushmanwakefield.com/it-it/italy/insights/italian-real-estate-overview> consultato on line il 3 settembre 2021).
- DANGL T. & WEISSENSTEINER A., *Long-term asset allocation under time-varying investment opportunities: Optimal portfolios with parameter and model uncertainty*. SSRN Scholarly Paper ID, 2883768, 2017.
- DAVIES R.J., KAT H.M., LU S., *Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach*. In Derivatives and hedge funds. Palgrave Macmillan, London, 2016, pp. 45–71.
- DENG X.T., LI Z.F., WANG S.Y., *A minimax portfolio selection strategy with equilibrium*. Eur J Oper Res 166: 2005, pp. 278–292
- DETEMPLE J., *Portfolio selection: a review*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 161, no. 1, 2014, pp. 1–21.
- ELING M., SCHUHMACHER F., *Does the choice of performance measure influence the evaluation of hedge funds?*, Journal of Banking & Finance, Vol. 31, 2007, pp. 2632–2647.
- FENG Z., PATTANAPANCHAI M., PRICE S.M., SIRMANS C.F., *Geographic diversification in real estate investment trusts*, Real Estate Economics, 2019, pp. 1–20.
- FRATICELLI R., LUCARONI L., *Investment and financing instruments for the Italian Real Estate Sector*, IV edition, Assoimmobiliare, libreriauniversitaria.it edizioni, 2018.
- FUGAZZA C., GUIDOLIN M., NICODANO G., *Investing for the long-run in European real estate*, The Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 34, No. 1, 2007, pp. 35–80.
- GABRIELLI L., *Italian property funds: opportunities for investors*, Journal of Real Estate Literature, 2007, pp. 399–427.
- GIANNOTTI C., MATTAROCCHI G., *La costruzione di un portafoglio immobiliare e i criteri di diversificazione*, in Giannotti C. (ed), *La gestione del fondo immobiliare: rischio, diversificazione e pianificazione*, EGEA, Milan 2006.
- GIANNOTTI C., MATTAROCCHI G., *Risk diversification in a real estate portfolio: evidence from the Italian market*, Journal of European Real Estate Research, 2008.
- GIBILARO L., MATTAROCCHI G., *Are Home-biased REITs Worthwhile?*, Journal of Real Estate Portfolio Management, Vol. 22, No. 1, 2016, pp. 19–30.
- GLASCOCK J.L., KELLY L.J., *Wealth effects of REIT property type focus changes: evidence from property type transactions and joint ventures*, Journal of Property Research, Vol. 29, No. 3, 2007, pp. 369–384.
- HARRINGTON T., FISHER W., *Portfolio modeling in multiple criteria situations under uncertainty: comment*, Winter: Decis Sci Vol. 11, No. 1, 1980, pp. 171–177.
- IDZOREK T.M., BARAD M., MEIER S.L., *Global commercial real estate*, The Journal of Portfolio Management, Vol. 33, No. 5, 2007, pp.37–52.
- Il sole 24 ore, *I fondi immobiliari e REITS battono il Covid-19, 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.ilssole24ore.com/art/i-fondi-immobiliari-e-reits-battono-covid-19-AD4Ag7c> consulta on line il 3 settembre 2021).
- IPI, *Report Investimenti, Q1 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.ipi-spa.com/centro-studi/report-investimenti-q1-2020-1> consultato on line il 3 settembre 2021).
- JLL, *Global Real Estate Perspective August 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.us.jll.com/en/trends-and-insights/research/global/gmp> consultato on line il 3 settembre 2021).

- Kim Hin D.H., Seow Eng Ong, Tien Foo Sing, *Asset allocation: International real estate investment strategy under a workable analytic hierarchy process (AHP)*, Journal of Property Investment & Finance, Vol. 24, No. 4, 2006, pp. 324–342
- Kornbluth J., *A survey of goal programming*. Omega, Vol. 1, No. 2, 1973, pp. 193–205.
- LAI T.Y., *Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach*, Review of Quantitative Finance and Accounting, 1: 1991, pp. 293–305.
- LI J., XU J., *A class of possibilistic portfolio selection model with interval coefficients and its application*, Fuzzy Optimization and Decision Making, Vol. 6, No. 2, 2007, pp. 123–137.
- LIZIERI C., PAIN K., *International office investment in global cities: the production of financial space and systemic risk*, Regional Studies, Vol. 48, No. 3, 2014, pp. 439–455.
- LOCURCIO M., MORANO P., TAJANI F. DI LIDDO F., *An innovative GIS-based territorial information tool for the evaluation of corporate properties: An application to the Italian context*, Sustainability (Switzerland), 12(14), 2020a.
- LOCURCIO M., TAJANI F., MORANO P., ANELLI D., *A Multi-criteria Decision Analysis for the Assessment of the Real Estate Credit Risks*, In Appraisal and Valuation, Springer, Cham, 2020b, pp. 327–337.
- MACKINNON G.H., AL ZAMAN A., *Real estate for the long term: the effect of return predictability on long horizon allocations*, Real Estate Economics, Vol. 37, No. 1, 2009, pp. 117–153.
- MARKOWITZ H., *Portfolio selection*, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, 1952, pp. 77–91.
- MCINTOSH W., FITZGERALD M., KIRK, J., *Non-traditional property types: part of a diversified real estate portfolio?*, The Journal of Portfolio Management, Vol. 43, No. 6, 2017, pp. 62–72.
- MORANO P., GUARINI M.R., TAJANI F., ANELLI D., *Sustainable redevelopment: The cost-revenue analysis to support the urban planning decisions*, Lecture Notes in Computer Science, 12251, 2020a, pp. 968 – 980.
- MORANO P., TAJANI F., ANELLI D., *A decisions support model for investment through the social impact bonds. The case of the city of Bari (Italy)*, Valori e Valutazioni, Vol. 24, 2020b, pp.163–179.
- MORANO P., TAJANI F., *Least median of squares regression and minimum volume ellipsoid estimator for outliers detection in housing appraisal*, International Journal of Business Intelligence and Data Mining, 9(2), 2014, pp. 91 – 111.
- MORANO P., TAJANI F., *Saving soil and financial feasibility. A model to support public-private partnerships in the regeneration of abandoned areas*, Land Use Policy, 73, 2018, pp. 40–48.
- MORRI G., PARRI E., *US REITs capital structure determinants and financial economic crisis effects*, Journal of Property Investment & Finance, 2017.
- OERTEL C., GÜTLE T., KLISA B., BIENERT S., *US real estate as target assets for European investors*, Journal of Property Investment & Finance, 2019.
- ORGAN S., SQUIRES G., HUTCHISON N., ADAIR A., MCGREAL, S., *Innovative finance for real estate development in pan-European regeneration*, Presented at 22nd Annual European Real Estate Society Conference, ERES, 2015.
- PEKÁR J., I KOVÁ Z., BREZINA I., *Portfolio performance measurement using differential evolution*, Central European Journal of Operations Research, Vol. 24, No. 2, 2016, pp. 421–433.
- PEREZ-GLADISH B., JONES D.F., TAMIZ M., BILBAO TEROL A., *An interactive three stage model for mutual fund portfolio selection*, Omega-Int. J. Manag. Sci. 35, 2007, pp. 75–88.
- PIKE J., *The future of sustainable real estate investments in a post-COVID-19 world*, Journal of European Real Estate Research, 2020.
- PWC, *Emerging Trends in Real Estate Europe, 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.pwc.com/gx/en/industries/financial-services/asset-management/merging-trends-real-estate/europe-2020.html> consultato on line il 3 settembre 2021).
- RILEY JR W. B., CHOW K. V., *Asset allocation and individual risk aversion*, Financial Analysts Journal, Vol. 48, No. 6, 1992, pp. 32–37.
- ROY A.D., *Safety first and the holding of assets*, Econometrica: Journal of the Econometric Society, Vol. 20, No. 3, 1952, pp. 431–449.
- SAMPAGNARO G., *Asset management: tecniche e stile di gestione del portafoglio*. F. Angeli, 2005.
- SANTACRUZ L., *Strategic asset allocation and portfolio performance*, Journal of Management Research, Vol. 1, No. 2, 2011.
- SHARPE W.F., *The Sharpe ratio*, J Portf Manag, Vol. 21, 1994, pp. 49–58.
- SORTINO F., VAN DER MEER R., *Downside risk*. Journal of Portfolio Management, Vol. 17, No. 4, 1991, pp. 27–31.
- STANYER P., *Guide to investment strategy*, The Economist in association with Profile Books LTD, London, 3th edition, 2006.
- STOYAN S.J., KWON R.H., *A stochastic-goal mixed-integer programming approach for integrated stock and bond portfolio optimization*, J Comput Indus Eng., Vol. 61, No. 4, 2011, pp. 1285–1295.
- STRUB I.S., *Downside Risk Management in Emerging Markets*. The Cambridge Strategy Northfield Research Conference, San Diego, CA, 2012.
- SUÁREZ J.L., *Indirect investment in real estate: Listed companies and funds*. In European Real Estate Markets, Palgrave Macmillan, London, 2009, pp. 113–151.
- SUL Y., *Exploring optimal mixed-asset portfolio allocation: hedge funds and private equity vs. real assets*, Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2017.
- TAJANI F., MORANO P., SAEZ-PEREZ M.P., DI LIDDO F., LOCURCIO

M. *Multivariate dynamic analysis and forecasting models of future property bubbles: Empirical applications to the housing markets of Spanish metropolitan cities*, Sustainability (Switzerland) 11(13),3575, 2019.

TREYNOR J.L., *How to rate management of investment*

unds. Harv Bus Rev 43: 1965, pp. 63–75.

WAHYUDI S., HASANUDIN H., PANGESTUTIA, I., *Asset allocation and strategies on investment portfolio performance: A study on the implementation of employee pension fund in Indonesia*. Accounting, Vol. 6, No. 5, 2020, pp. 839–850.

Un modello valutativo di asset allocation per la definizione di portafogli immobiliari “ottimali” in termini di rischio/rendimento

Marco Locurcio*, Francesco Tajani**,
Debora Anelli***, Paola Amoroso****,
Francesco Paolo Del Giudice*****

parole chiave: asset allocation model, goal programming,
real estate funds, portfolio optimization,
real estate investment strategy

Abstract

L'instabile congiuntura economica ha determinato un atteggiamento prudente degli investitori immobiliari pubblici e privati, indirizzandoli verso strategie di allocazione delle risorse caratterizzate da rischi contenuti e da rendimenti costanti. Nonostante ciò, i fattori di rischio che possono influenzare la performance di un portafoglio immobiliare sono molteplici e spesso difficilmente gestibili senza le competenze adeguate. L'obiettivo della presente ricerca riguarda la definizione e la sperimentazione di un asset allocation model che, attraverso la logica e gli algoritmi del Goal Programming,

possa supportare il generico investitore – dotato di budget finanziario prestabilito e interessato ad investimenti di tipo core e core-plus – nel complesso processo decisionale finalizzato alla costruzione di portafogli immobiliari “ottimali” in termini di rischio/rendimento. I risultati ottenuti dall'applicazione a un ipotetico caso studio inerente a immobili ubicati nel contesto territoriale italiano, evidenziano le potenzialità del modello proposto, quale valido strumento di supporto alle decisioni nella definizione di strategie d'investimento immobiliare efficienti.

1. INTRODUZIONE

Il clima di incertezza e l'instabilità derivante dalla congiuntura economica corrente hanno avuto ricadute negative sul flusso di capitali investiti nel settore immobiliare, aggravando così un assetto già fragile derivante dalla crisi economica del 2008 (Tajani et al., 2019; Morano et al., 2020b; Morano e Tajani, 2014). Secondo le stime effettuate dalla Coldwell Banker Richard Ellis (CBRE, 2021), il volume totale degli investimenti ha subito un calo del 38% nel 2020 rispetto al 2019. Il secondo trimestre del 2020 è stato carat-

terizzato da un decremento della locazione degli uffici (59% rispetto all'anno precedente) e da una contrazione degli investimenti retail e del settore turistico, a causa della riduzione di spesa dei consumatori e della diminuzione dei viaggi turistici e per lavoro (JLL, 2020). Tenuto conto dell'aleatorietà generata dalla evoluzione della situazione economica e sanitaria globale, sono aumentati gli investitori in cerca di strategie d'investimento dai rendimenti stabili sul lungo periodo, finalizzate a creare e a preservare il valore del capitale. Per tale motivo le strategie core e core-plus – ovvero indirizzate a immobili a reddito –

risultano le più attrattive in questo momento, mentre le *opportunistic*, *value added* e i *distressed asset* – ovvero le operazioni di sviluppo e/o di riqualificazione immobiliare – appaiono troppo rischiose (Cushman & Wakefield, 2020; CBRE, 2020a).

Nel contesto europeo, grazie alle politiche incentivanti perseguite dalla BCE, il mercato immobiliare ha preservato la sua attrattività (CBRE, 2020b); l'innovazione nel campo della finanza immobiliare, sostenuta anche dai *green* e *sustainable bond* (Morano et al., 2020a), ha determinato l'ampliamento degli strumenti utilizzabili dagli investitori per ridurre il divario tra il mercato immobiliare, l'esigenza di liquidità e il profilo di rischio degli investitori (Organ et al., 2015). Un esempio è costituito dagli investimenti immobiliari "indiretti" – es. fondi immobiliari, fondi speculativi, *real estate investment trusts* (REIT), etc. – in grado di superare i limiti degli investimenti "diretti" quali una scarsa efficienza gestionale e la difficoltà a disinvestire il capitale in breve tempo (Sampagnaro, 2005; Gabrielli, 2007; Ametefe and Devaney, 2018; Pike, 2020). In particolare, grazie alle agevolazioni fiscali previste, i REIT garantiscono rendimenti simili a quelli ottenibili attraverso l'investimento immobiliare diretto (Idzorek et al., 2007): per tale motivo, l'attenzione per l'investimento immobiliare diretto si è ridotta, a vantaggio di una crescente gestione dei fondi immobiliari e dei REIT, che nel 2019 ha raggiunto nel mondo i 3.180 miliardi di euro, con un aumento dell'8,5% rispetto all'anno precedente (Il Sole 24 Ore, 2020; Assogestioni, 2020).

In Italia l'introduzione dei REIT, avvenuta nel 2007 con le Società di Investimento Immobiliare Quotate, ha aumentato la facilità di accesso da parte dei piccoli investitori privati (Cacciamani et al., 2020; IPI, Investimenti Q1 2020; PWC, 2020) e, allo stesso tempo, ha messo in luce le difficoltà inerenti il processo decisionale di allocazione delle risorse finanziarie in un portafoglio di immobili ottimale sotto il profilo rischio/rendimento (Abate and Losa, 2016; Fraticelli and Lucaroni, 2018).

Sin dai primi cenni di miglioramento delle performance dei portafogli immobiliari evidenziate da Brinson et al. (1991), il processo di asset allocation si è diffuso a livello globale, evolvendosi in linea con le specifiche condizioni microeconomiche, con le tipologie di investitori e con il profilo di rischio e di rendimento considerato (Wahyudi et al., 2020). Nella pianificazione finanziaria la sua importanza è emersa soprattutto dopo il fallimento dei tradizionali approcci di asset allocation nella crisi dei mutui *sub-prime* del 2008 (Santacruz, 2011), rendendo necessari modelli efficienti di supporto decisionale (Beghazi et al., 2016; Liow e Ye, 2018).

2. OBIETTIVI DEL LAVORO

Il presente lavoro si inserisce nel quadro delineato. L'obiettivo della ricerca è di delineare e sperimentare un *asset allocation model* che, costruito sulla base di un set di vincoli rappresentativi delle esigenze degli investitori,

possa essere utilizzato da operatori pubblici e/o privati per la costruzione di portafogli immobiliari ottimali ed efficienti nel medio-lungo periodo.

L'algoritmo del modello, strutturato mutuando la logica computazionale del Goal Programming (GP), traduce in vincoli matematici i principali fattori (Kornbluth, 1973) di rischio immobiliare (posizione, destinazione d'uso, dimensione, rendimento, volatilità, dinamicità e stabilità del mercato di riferimento) e, in ragione del budget finanziario disponibile, consente l'identificazione di portafogli di immobili in grado di assicurare la minimizzazione del rischio e la massimizzazione del rendimento atteso. A partire da un database composto da 471 immobili diversi per *i*) ubicazione sul territorio nazionale italiano, *ii*) tipologia edilizia, *iii*) destinazioni d'uso, *iv*) valore di mercato e *v*) rendimento iniziale (*initial yield*), il modello che si propone è applicato per l'individuazione di quindici portafogli immobiliari sotto l'ipotesi che un ipotetico investitore, caratterizzato da un profilo *low risk* ed interessato ad immobili di tipo *core* e *core-plus*, disponga di un prestabilito budget finanziario di partenza, da investire nel mercato immobiliare.

Le implicazioni pratiche del modello proposto concernono la possibilità di ottimizzare l'allocazione delle risorse disponibili – pubbliche e private – in ragione dei rapporti rischio/rendimento degli investimenti considerati.

Dal punto di vista pubblico, è palese l'attuale esigenza di individuare strategie di investimento efficienti per le consistenti risorse (e.g. Recovery Funds) in corso di assegnazione alle nazioni europee colpite dalla pandemia in corso. L'implementazione del modello che si intende mettere a punto consentirà *i*) di definire le combinazioni di immobili presenti sul territorio nazionale in grado di minimizzare il rischio e massimizzare il rendimento dell'investimento nel medio-lungo periodo, *ii*) di identificare le aree che possono risultare maggiormente attrattive per gli investimenti di valorizzazione e riqualificazione urbana da condurre in partenariato pubblico-privato, *iii*) di individuare le aree che necessitano di urgenti azioni strategiche di politica fiscale ed urbana.

Dal punto di vista privato, il modello potrà costituire un importante supporto sia per gli investitori istituzionali (fondi immobiliari, fondi pensione, società di gestione del risparmio, banche, ecc.) sia per gli investitori non istituzionali, ossia gli investitori professionali privati: ai primi consentirà di garantire ai propri clienti rendimenti maggiormente attrattivi a fronte di rischi contenuti; ai secondi permetterà di disporre di uno strumento di controllo degli andamenti degli investimenti implementati e di monitoraggio delle dinamiche di mercato attese, al fine di identificare nuove aree "calde" verso cui destinare possibili risorse o reindirizzare quelle già investite su immobili ubicati in zone meno convenienti.

Il paper è strutturato come segue. Nella Sezione 3 (Background) è fornita una panoramica sui principali fattori di rischio e sugli strumenti in grado di "mitigarli" con riferi-

mento alla creazione di portafoglio immobiliari. Nella Sezione 4 (Il modello) è descritto l’impianto metodologico del modello che si propone e sono esplicitati i vincoli, le variabili e la funzione obiettivo. Nella Sezione 5 (Applicazione del modello) il modello in questione è applicato ad un ipotetico caso studio, concernente quindici portafogli immobiliari relativi al contesto italiano. Nella Sezione 6 (Risultati) sono analizzati e discussi gli esiti del modello nel caso studio considerato. Nella Sezione 7 (Conclusioni) infine sono evidenziate le potenzialità e i limiti della metodologia elaborata nel presente lavoro e sono delineati gli sviluppi futuri della ricerca.

3. BACKGROUND

L’importanza che il settore immobiliare riveste nell’ambito della costruzione ottimale di portafogli d’investimento è emersa nei primi anni del XXI secolo, quando le forti riduzioni di valore delle azioni e delle obbligazioni portarono gli investitori istituzionali ad allocare maggiori risorse finanziarie nel patrimonio immobiliare. Inteso da sempre quale “bene rifugio”, l’investimento immobiliare assicura una maggiore protezione dall’inflazione, grazie allo scarso livello di correlazione con le dinamiche che influiscono sull’andamento del valore delle azioni e delle obbligazioni e, di conseguenza, consente rendimenti più stabili nel tempo (Giannotti e Mattarocci, 2006), a differenza di quanto avviene nel mercato azionario e obbligazionario (Stanyer, 2006).

Nel contesto italiano, il valore storico, artistico e culturale che connota gran parte del patrimonio immobiliare rappresenta una peculiarità in grado di attirare l’interesse di investitori nazionali ed internazionali (Locurcio et al., 2020b). Tuttavia, il processo di identificazione e selezione in un portafoglio immobiliare del set di immobili ottimale per il profilo di rischio e rendimento di uno specifico investitore dipende da una moltitudine di fattori, tra cui i principali sono: a) la concentrazione numerica e la diversificazione tipologica e geografica degli immobili; b) il periodo dell’investimento scelto dall’investitore; c) la volatilità e dinamicità del mercato; d) la propensione al rischio dell’investitore (Dangl e Weissensteiner, 2017).

Entrando nel merito, si può dire quanto segue.

La diversificazione – fattore a) –, in tutte le sue accezioni, riveste un ruolo fondamentale, in quanto questo parametro è direttamente connesso al rischio dell’investimento (Chouiefaty et al., 2013; Feng et al., 2019). Maggiore è il livello di diversificazione del portafoglio immobiliare, minore sarà la correlazione esistente tra gli immobili che lo compongono, e dunque minore sarà il rischio che l’investitore dovrà sostenere (Candelon et al., 2020). Nel portafoglio è preferibile avere immobili collocati in contesti geografici internazionali che siano al tempo stesso scarsamente connessi tra loro dal punto di vista economico, politico o turistico, così da ridurre la probabilità che eventi di carattere locale possano incidere negativamente sull’intero investimento, compromettendone la performance

(Beckers et al., 1996; Glascock e Kelly, 2007; Lizieri e Pain, 2014; Gibilaro e Mattarocci, 2016; Berk, 2017). McIntosh et al. (2017) evidenziano come la diversificazione tipologica degli immobili contribuisca ad elevare il rendimento atteso. Includere nel portafoglio sia immobili con destinazione d’uso “tradizionali” (es. residenziale, uffici, commerciale e alberghiero) che immobili con usi maggiormente specifici (es. ospedali, istituti di cura, residenze socio-assistenziali, *student housing*, *senior living*, ecc.) migliora la performance dei rendimenti attesi dall’investitore, grazie al basso livello di correlazione tra le differenti tipologie di destinazioni (Oertel et al., 2019).

Circa la durata ottimale dell’investimento – fattore b) –, Campbell et al. (2003) evidenziano la maggiore convenienza per i soggetti che hanno una bassa propensione al rischio a preferire investimenti di lungo periodo (Fugazza et al., 2007). In particolare, MacKinnon e Al Zaman (2009) mostrano che l’allocazione ottimale dei REIT aumenta per periodi di investimento lunghi caratterizzati da rendimenti stabili.

Con riferimento alla volatilità e alla dinamicità del mercato – fattore c) –, Riley e Chow (1992) sottolineano che lo studio del carattere degli investitori fornisce importanti intuizioni sulle preferenze individuali e sui gradi di avversione al rischio. Partendo dal presupposto che il comportamento dell’investitore segua processi razionali di massimizzazione dell’utilità, numerosi studi hanno analizzato l’inferenza tra l’avversione al rischio e l’aliquota di ricchezza totale destinata alle attività rischiose. L’evidenza empirica suggerisce che il livello individuale di avversione al rischio è influenzato dall’età, dall’istruzione, dalla ricchezza e dal reddito dell’individuo. La volatilità del mercato è spesso considerata il criterio più rilevante nel processo di costruzione di un portafoglio ottimale (Adair e Hurchison, 2005): di tale aspetto si è tenuto conto nella costruzione di numerosi indicatori finalizzati a valutare la performance totale di un portafoglio come la deviazione standard o la varianza dei rendimenti attesi (Pekár et al., 2016; Braga, 2016). Lo Sharpe Index (Sharpe, 1994) è diventato uno degli strumenti più utilizzati per calcolare il rendimento corretto per il rischio del portafoglio immobiliare. Alcuni Autori (Ang, Chen, Xing, 2005; Strub, 2012) mettono in risalto che la verifica che il rischio rimanga al di sotto della soglia minima attesa è la principale causa di preoccupazione degli investitori (Ayodele e Olaleye, 2015). Per questi motivi, molti studi sono stati effettuati per superare le debolezze dello Sharpe Index (Sortino e Van der Meere, 1991), sostituendo la deviazione standard con il rischio di ribasso e utilizzando solo la parte negativa della deviazione standard per misurare la volatilità. Treynor (1965) calcola la performance di investimento di un portafoglio considerando il rischio di mercato rilevante del fondo immobiliare studiato: maggiore è l’indice, maggiori sono i rendimenti in eccesso generati. Eling e Schumacher (2007) analizzano tredici diverse modalità di misurazione della performance per una serie di dati sui rendimenti degli *hedge fund*, dimostrando la somiglianza tra i risultati ottenuti da ciascuna metrica ed evidenziando

l'assenza di una modalità di misurazione migliore in assoluto, in quanto ciascuna modalità appare adeguata a seconda delle specifiche caratteristiche del caso di studio.

L'attenta valutazione dei fattori elencati consente di raggiungere determinati livelli di performance del portafoglio immobiliare, adeguati al profilo di rischio/rendimento dell'investitore – fattore d). Per tale motivo, con la nascita della moderna teoria del portafoglio di Markovitz e Roy (1952), per la quale il rendimento atteso è massimo per un dato livello di rischio, il principio di ottimizzazione del portafoglio finanziario basato sulla frontiera efficiente (Markovitz, 1952) si è diffuso anche nel campo degli investimenti immobiliari (Detemple, 2014), attraverso l'applicazione, sia in campo accademico che professionale, di modelli e strumenti in grado di fornire un supporto al processo decisionale inerente la creazione di portafogli immobiliari ottimali.

L'introduzione delle tecniche di programmazione matematica come il Goal Programming (GP) nell'ambito della gestione dei processi decisionali complessi con molteplici soggetti coinvolti – è il caso della pianificazione urbana e territoriale – ha avuto una rapida diffusione (Morano and Tajani, 2018). Le tecniche per la creazione di un portafoglio d'investimento basate sui principi computazionali del GP sono state utilizzate per la prima volta da Lai (1991) per affrontare i problemi di selezione del portafoglio in cui ciascuno degli obiettivi considerati ha una certa priorità d'attuazione. In seguito molti Autori (Davies et al., 2016) hanno adottato un metodo multi-obiettivo per la selezione del portafoglio: Aksarayli e Pala (2018) propongono un approccio polinomiale di GP che si basa su un modello entropico della curtosi asimmetrica della varianza media; Cremers et al. (2005) evidenziano come il processo di selezione di un portafoglio d'investimento dovrebbe considerare differenti scenari sulla base della diversa composizione degli asset considerati, al fine di identificare i pesi che generano la massima utilità attesa; Perez-Gladish et al. (2007) integrano la tecnica multi-criteri ELECTRE I con il GP in un problema di selezione del portafoglio di fondi comuni di investimento; Abdelaziz et al. (2009), Ballester et al. (2009) e Alinezhad et al. (2011) propongono modelli che integrano la GP con la logica *fuzzy* per l'individuazione del portafoglio ottimale d'investimento. Altre varianti di GP sono state applicate alla gestione del portafoglio nel corso degli anni, come il GP intero (Harrington e Fisher, 1980), il modello GP intero misto (Aouni et al., 2014) o le sue varianti come il GP stocastico misto intero (Stoyan e Kwon, 2011), la variante GP min-max (Deng et al., 2005) e il modello GP non lineare (Li e Xu 2007).

4. IL MODELLO

Il modello che si propone con la presente ricerca mutua le logiche del GP per la risoluzione di un problema di ottimizzazione inerente l'allocazione di un prestabilito budget finanziario da parte di un investitore interessato a creare un portafoglio immobiliare. Nello specifico, il mo-

Tabella 1 - Parametri dell'asset allocation model

ID	Param.	Descrizione	Unità di misura	Fonte
p_1	p	Valore unitario di mercato dell'immobile rispetto alla superficie commerciale	€/m ²	Database
p_2	r	Canone unitario in essere dell'immobile rispetto alla superficie commerciale	€/m ² · year	Database
p_3	v	Valore unitario di mercato medio di zona rispetto alla superficie commerciale	€/m ²	OMI
p_4	l	Canone unitario di mercato medio di zona rispetto alla superficie commerciale	€/m ² · year	OMI
p_5	t	Generico semestre di analisi	anno semestre	ND
p_6	s	Numero di semestri complessivi considerati	(-)	OMI
p_7	NTN	Numero di transazioni normalizzate comunali per la specifica destinazione	(-)	OMI
p_8	R	Popolazione residente nel comune	(abitanti)	ISTAT
p_9	m	Numero di immobili considerati	(-)	Database
p_{10}	k	Numero di immobili in portafoglio	(-)	Modello
p_{11}	k^*	Numero di immobili target	(-)	Investitore
p_{12}	P_i	Valore di mercato dello i -esimo immobile	€	Database
p_{13}	B	Budget a disposizione dell'investitore	€	Investitore

dello è definito sulla base del profilo rischio/rendimento di un ipotetico investitore interessato alla costruzione di un portafoglio di immobili di tipo *core/core-plus*, caratterizzati da rendimenti stabili e da rischi contenuti.

A tal fine, il generico modello di GP può essere scomposto nelle sue componenti principali che, con riferimento al problema in esame, sono:

- le risorse disponibili in quantità limitata, vale a dire il budget finanziario a disposizione dell'investitore;
- le possibili alternative, corrispondenti agli immobili del database considerato;
- l'obiettivo da perseguire, inteso come il profilo di ri-

Tabella 2 - Equazioni propedeutiche alla costruzione dell'asset allocation model

ID	Equazione	Descrizione	Rif.
e ₁	$\Delta p = \frac{p}{v} - 1$	Scostamento di valore dell'immobile rispetto alla zona	p ₁ e p ₃
e ₂	$\Delta r = \frac{r}{l} - 1$	Scostamento di canone dell'immobile rispetto alla zona	p ₂ e p ₄
e ₃	$CR = \frac{l}{v}$	Going in cap rate	p ₃ e p ₄
e ₄	$IY = \frac{r}{p}$	Initial yield	p ₁ e p ₂
e ₅	$Y(t) = \frac{v(t) + l(t-1)}{v(t-1)} - 1$	Rendimento totale lordo annuo di zona	p ₃ , p ₄ e p ₅
e ₆	$w_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^k P_i}$	Importanza del singolo immobile all'interno del portafoglio	p ₁₂
e ₇	$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ con $-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$ e $i, j = 1, \dots, k$	Indice di correlazione del campione bivariato (Y _i (t); Y _j (t)) delle serie storiche dei rendimenti relativi alle zone OMI i e j	c ₂

schio/rendimento fissato dall'investitore e formalizzato con la funzione obiettivo;

- i vincoli del modello, ossia la traduzione in termini matematici delle specifiche condizioni poste dall'investitore e dal sistema di riferimento, tali da minimizzare il rischio e da massimizzare il rendimento atteso.

Va precisato che l'esplicitazione dei vincoli e delle variabili della funzione obiettivo passa per l'analisi preliminare di ciascun immobile considerato e del relativo mercato di riferimento, e successivamente per l'estensione dell'analisi

al portafoglio ottimale, evidenziando le connessioni esistenti tra i diversi immobili, per giungere infine alla formalizzazione dell'algoritmo dell'asset allocation model. Per ogni immobile del database si è tenuto conto del i) rendimento, definito sulla base delle relazioni tra il canone in essere e il valore di mercato dell'immobile, e del ii) mercato di riferimento, analizzato rispetto alla rischiosità dei rendimenti, al trend, alla dinamicità e alla stabilità di mercato.

Le espressioni matematiche che definiscono i fattori di rendimento e di rischio menzionati e le corrispondenti equazioni di vincolo e di obiettivo sono sintetizzate nelle Tabelle 1, 2 3 e 4 che seguono. In particolare:

- nella Tabella 1 sono sintetizzati e descritti i parametri di base utilizzati per la costruzione del modello, e ne sono evidenziate le unità di misura e la fonte;
- nella Tabella 2 sono rappresentate le equazioni che derivano dai parametri di Tabella 1;
- nella Tabella 3 sono elencate le condizioni di base per la costruzione del modello, costruite a partire dalle equazioni di Tabella 2;
- nella Tabella 4 sono sintetizzati i goal e i vincoli dell'asset allocation model, ricavati dall'estensione al portafoglio delle condizioni introdotte in Tabella 3.

I fattori su menzionati (rendimento e mercato di riferimento) che individuano i principali aspetti che possono influire sulla redditività del portafoglio, sono di seguito brevemente esaminati.

4.1 Rendimento del singolo immobile

Circa il rendimento del singolo immobile, dal momento che l'implementazione del modello che si propone è effettuata con riferimento al contesto italiano, l'analisi può

Tabella 3 - Condizioni del singolo immobile propedeutiche alla costruzione dell'asset allocation model

ID	Condizione	Descrizione	Significato	Riferimento
c ₁	$\Delta IY = \frac{\Delta r + 1}{\Delta p + 1} - 1 = MAX$	Rapporto incrementale di IY rispetto al CR	Massimizzazione del rendimento	e ₁ , e ₂ , e ₃ e e ₄
c ₂	$\sigma = \sqrt{\frac{1}{s-1} \sum_{t=1}^s [Y(t) - \bar{Y}]^2} = MIN$	Deviazione standard della serie storica di Y(t)	Minimizzazione del rischio	p ₆ e e ₅
c ₃	$\bar{Y} = MAX$	Rendimento lordo annuo medio di zona	Trend di mercato	p ₆ e e ₅
c ₄	$T = \frac{NTN}{R} \cdot 10.000 = MAX$	Transazioni per abitante	Dinamicità del mercato	p ₇ e p ₈
c ₅	$\sigma_T = \sqrt{\frac{1}{s/2-1} \sum_{t=1}^{s/2} [T(t) - \bar{T}]^2} = MIN$	Deviazione standard della serie storica di T(t)	Stabilità del mercato	p ₆ e c ₄
c ₆	$ k - k^* = MIN$	Differenza fra numero di immobili target e selezionati	Concentrazione del rischio	p ₁₀ e p ₁₁

essere condotta a partire delle quotazioni dei valori di mercato elaborate semestralmente dall'Osservatore del Mercato Immobiliare (OMI) dell'Agenzia dell'Entrate per la microzona¹ di mercato in cui ricade il generico (*i*-esimo) immobile.

La condizione migliore per l'investitore, in termini di rendimento, consiste nell'acquistare un immobile ad un prezzo minore – o, al più, uguale – al valore di mercato medio della rispettiva zona OMI e con un canone in essere superiore – o, al più, uguale – al canone medio di mercato, per ottenere un *capital gain* più cospicuo in caso di vendita del bene. Ne consegue che la determinazione del rendimento del singolo immobile può avvenire confrontando il rispettivo valore di mercato e il canone in essere con quelli medi della zona OMI di appartenenza per la specifica destinazione d'uso, mediante il rapporto incrementale (ΔY) di *initial yield* (*IY*) rispetto al *going in cap rate* (*CR*). L'investitore sarà interessato a massimizzare il rendimento come rappresentato dalla condizione c_1 in Tabella 3 derivante dalle equazioni e_1, e_2, e_3 ed e_4 in Tabella 2.

4.2 Mercato di riferimento del singolo immobile

Passando al mercato di riferimento del singolo immobile, questo è analizzato da quattro differenti punti di vista: la rischiosità dei rendimenti, il trend, la dinamicità e la stabilità di mercato.

La minimizzazione della rischiosità dei rendimenti si traduce nella necessità di individuare mercati con una bassa volatilità dei valori di mercato e dei canoni di locazione. Per tale ragione, sulla base delle quotazioni dei valori e dei canoni dell'OMI si è definita la serie storica dei rendimenti lordi annui (equazione e_5 in Tab. 2) dell'immobile ipotizzando che l'investitore acquisti nell'anno $t - 1$ l'immobile a un prezzo pari al valore di mercato medio di zona $v(t - 1)$, ne percepisca per un anno il canone di mercato medio di zona $l(t - 1)$ e lo venda dopo un anno al prezzo $v(t)$. In questo ragionamento non sono stati considerati una serie di costi a carico del proprietario (oneri notarili, *agency fee*, costi di manutenzione ordinaria, tenant improvements, *capex*, interessi passivi su eventuale finanziamento, ecc.) come pure tutte le limitazioni legate all'illiquidità tipica degli investimenti immobiliari. L'approssimazione così introdotta non altera la validità del modello, tenuto conto che: *i*) tali costi incidono in misura perlopiù percentuale ridotta rispetto al valore di mercato o al canone di locazione; *ii*) il fine principale della valutazione è il confronto dei rendimenti fra le specifiche mi-

crozone nelle quali sono ubicati gli immobili. Dal momento che un mercato stabile è normalmente connotato da una dispersione contenuta dei rendimenti annui lordi, l'investitore sarà interessato alla minimizzazione della deviazione standard della serie storica dei rendimenti (condizione c_2 in Tab. 3).

La deviazione standard considerata nella condizione c_2 annulla l'effetto dei segni di $Y(t)$, quindi non considera se i rendimenti sono positivi ($Y(t) > 0$) o negativi ($Y(t) < 0$) ma solo se sono più o meno costanti ($Y(t) = cost$). Per tale ragione si è scelto di considerare \bar{Y} come variabile *proxy* del trend di mercato mediante la condizione c_3 in Tabella 3, in quanto l'investitore sarà interessato alle microzone OMI caratterizzate contemporaneamente da rendimenti costanti e da un rendimento medio massimo.

La dinamicità del mercato di riferimento è descritta attraverso il rapporto tra il numero di transazioni normalizzate, fornite annualmente per ciascun comune e per ciascuna destinazione d'uso dall'OMI, e la popolazione residente nel comune al 31 dicembre dello stesso anno, fornita annualmente dall'ISTAT (condizione c_4 in Tab. 3). La stabilità di mercato è descritta attraverso la deviazione standard della corrispondente serie storica (condizione c_5 in Tab. 3).

4.3 Estensione al portafoglio ottimale

Le relazioni algebriche finora introdotte hanno avuto ad oggetto il singolo immobile in relazione al mercato di riferimento. Nondimeno l'investitore è interessato a creare un portafoglio contenente immobili differenti, sicché i ragionamenti illustrati vanno estesi al portafoglio: infatti l'investitore ha come obiettivo quello di creare un portafoglio di k^* immobili al fine di limitare i costi di *property* e di *facility*, attraverso il raggiungimento di adeguate economie di scala, garantendo al tempo stesso un certo livello di diversificazione geografica e tipologica per minimizzare il rischio. In tal modo il modello restituirà un numero (k) di immobili selezionati all'interno del portafoglio che si dovrebbe discostare il meno possibile dal target dell'investitore (k^*), come è indicato nella condizione c_6 in Tabella 3.

Com'è logico, al fine di tener conto del differente contributo che ciascun immobile può fornire alla costituzione del portafoglio ottimale, le precedenti condizioni (c_1, c_2, c_3, c_4 e c_5 in Tab. 3) vanno pesate in funzione del valore del singolo immobile rispetto al budget a disposizione (equazione e_6 in Tab. 2).

4.4 Algoritmo dell'asset allocation model

Le precedenti condizioni (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 e c_6 in Tab. 3) rappresentano il punto di partenza da cui derivare goal e vincoli dell'asset allocation model. Per quanto attiene ai vincoli, è possibile classificarli a seconda della loro rilevanza ad assolvere l'obiettivo preposto, distinguendo i vincoli *hard* dai vincoli *soft*. I primi, che attengono alle risorse fi-

¹ Ai sensi del D.P.R. n. 138/1998, una microzona di mercato può essere definita come un'area dell'ambito urbano che identifica un segmento del mercato immobiliare caratterizzato da fattori estrinseci (accessibilità, presenza di servizi, caratteristiche degli edifici, aree verdi, zone pedonali, ecc.) che contribuiscono in maniera omogenea alla formazione dei valori degli immobili.

Tabella 4 - Algoritmo dell'asset allocation model

Tipo	ID	Espressione	Significato	Riferimento
Variabile	x_i	$x_i = \{0; 1\}$	Variabile binaria	ND
Goal	g	$\sum_i \Delta IY_i \cdot w_i \cdot x_i = MAX$	Massimizzazione della variazione di <i>initial yield</i> dell'immobile <i>i</i> -esimo rispetto alla microzona OMI	c_1 e e_6
Vincoli Hard	v_1	$B - \sum_i P_i \cdot x_i \geq 0$	Ottimizzazione del budget	p_{12} e p_{13}
	v_2	$v_i \in I_0^+ = \{z \in \mathbb{R} \exists' 0 \leq z \leq \varepsilon\}$	Non negatività delle soluzioni	
Vincoli Soft	v_3	$ k - k^* \geq 0$	Ottimizzazione del numero di immobili in portafoglio	c_6
	v_4	$\left \sum_i \sigma_i \cdot w_i \cdot x_i - MIN\{\sigma_i\} \right \geq 0$	Preferenza di mercati immobiliari dai rendimenti stabili	c_2 e e_6
	v_5	$\left \sum_i \bar{Y}_i \cdot w_i \cdot x_i - MAX\{\bar{Y}_i\} \right \geq 0$	Massimizzazione del rendimento medio	c_3 e e_6
	v_6	$\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot w_i \cdot w_j \cdot x_i \cdot x_j \geq 0$	Preferenza di immobili afferenti a mercati immobiliari scarsamente correlati	e_6 e e_7
	v_7	$\left \sum_i \sigma_{T,i} \cdot w_i \cdot x_i - MIN\{\sigma_{T,i}\} \right \geq 0$	Preferenza di mercati immobiliari poco volatili	c_5 e e_6
	v_8	$\left \sum_i \bar{T}_i \cdot w_i \cdot x_i - MAX\{\bar{T}_i\} \right \geq 0$	Preferenza di mercati immobiliari dinamici	c_4 e e_6

nanziarie disponibili dell'investitore e alla non negatività delle soluzioni, rappresentano la condizione minima e necessaria a cui l'investimento immobiliare dovrà rispondere. In primo luogo, deve essere assicurata la condizione che la somma dei valori di mercato relativi ai singoli immobili sia al più uguale al budget (B) a disposizione dell'investitore (vincolo v_1 in Tab. 4). Questo vincolo è raramente soddisfatto, in quanto la somma dei valori di mercato dei singoli immobili non sempre corrisponde perfettamente al budget a disposizione dell'investitore. È da sottolineare che tale budget non può essere superato, in quanto l'importo per gli investimenti è deliberato da organi collegiali (quali ad esempio Consigli di Amministrazione delle Casse di previdenza), in funzione di precisi obiettivi di investimento, con la conseguenza che un aumento del budget necessiterebbe di una riddiscussione complessiva del piano degli investimenti.

Per quanto concerne i vincoli *soft*, invece, particolare attenzione va data all'analisi comparata dei rischi associati ai singoli immobili. Questa verifica può essere fatta impiegando l'indice di correlazione di Bravais-Pearson delle serie storiche dei rendimenti (equazione e_7 in Tab. 2). La situazione ideale è rappresentata dall'assenza di correlazione dei rendimenti dei singoli immobili e dalla conseguente minimizzazione del relativo rischio.

Ciascun *i*-esimo immobile del campione di partenza costituito da m individui afferenti al database è matematicamente rappresentato dalla variabile binaria x che assume valore pari a “1” se l'immobile fa parte del portafoglio ottimale, e valore pari a “0” se l'immobile non è selezionato all'interno del portafoglio ottimale. La struttura dell'algo-

ritmo proposto è riportata in Tabella 4. Nell'algoritmo, la funzione obiettivo è costituita dalla massimizzazione dell'*IY*. Le altre funzioni di ottimizzazione – minimizzazione del numero di immobili selezionati (vincolo v_3 in Tab. 4), minimizzazione del rischio (vincolo v_4 in Tab. 4), massimizzazione del rendimento medio (vincolo v_5 in Tab. 4), minimizzazione della correlazione tra gli immobili che compongono il portafoglio ottimale (vincolo v_6 in Tabella 4), minimizzazione della volatilità delle transazioni (vincolo v_7 in Tab. 4) e massimizzazione della dinamicità del mercato (vincolo v_8 in Tab. 4) – partecipano al modello come vincoli *soft*, ovvero come vincoli per i quali è tollerabile una violazione. Gli unici vincoli *hard* (come si è detto) sono rappresentati da quello che concerne l'ottimizzazione del budget (vincolo in Tab. 4) ed il vincolo di non negatività delle variabili (vincolo v_2 in Tab. 4).

5. CASO STUDIO

Il modello descritto è applicato all'ipotetico caso studio in cui un generico investitore con una bassa propensione al rischio, interessato a investire in immobili di tipo *core/core plus*, ha a disposizione un budget di 100 milioni di euro. Gli immobili proposti per la creazione del portafoglio ottimale si trovano sul territorio italiano e fanno riferimento ad un database con diverse destinazioni d'uso e con un valore di mercato complessivo che ammonta approssimativamente a 20 miliardi di euro. La Lombardia e il Lazio coprono circa il 70% del database preso a riferimento, rappresentando le regioni dove si concentra il maggior numero di immobili con un valore complessivo

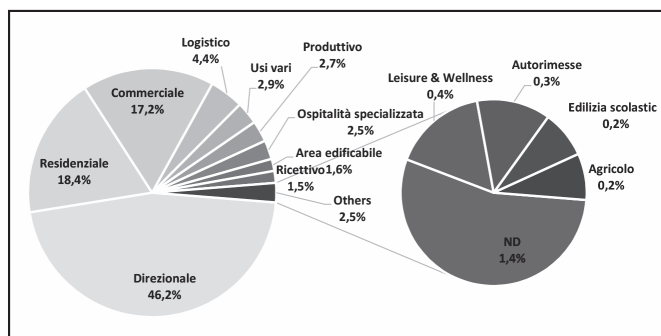


Figura 1 - Analisi per destinazione d'uso della composizione del database.

rispettivamente di 7.200 milioni di euro su 1.000 immobili e 6.400 milioni di euro su 900 immobili. In Figura 1 è rappresentata l'articolazione delle varie destinazioni d'uso in funzione del valore di mercato: prevalgono gli uffici con il 46,2%, seguiti dal residenziale (18,4%) e dal commerciale (17,2%); per le destinazioni inerenti la logistica, le funzioni miste, l'industriale, la sanità, le aree edificabili e gli hotel si registrano percentuali variabili fra l'1,5% ed il 4,4%; una quota residuale, infine, pari al 2,5% è destinata a funzioni minoritarie.

Ai fini del presente lavoro, gli immobili sfitti e quelli caratterizzati da destinazioni d'uso non censite dall'OMI dell'Agenzia delle Entrate sono stati rimossi dal database in quanto non confrontabili con le informazioni fornite dall'OMI. Il database ottenuto risulta così composto da 471 immobili, per un valore totale di 6,4 miliardi di euro ed un canone totale di 460 milioni di euro, a cui corri-

sponde un medio *IY* del 7,3% ed un valore unitario medio di 3.200 €/m². Ai fini della simulazione si ipotizza che il database così costituito sia stato sottoposto a quindici differenti profili di investitori (Casse di previdenza, Società di gestione del risparmio, Società di investimenti immobiliari), ciascuno dei quali ha selezionato, a prescindere dal vincolo di budget e sulla base delle indicazioni del responsabile dell'area *structuring* o del responsabile dell'area *fund management*, gli immobili ritenuti ammissibili per la composizione del portafoglio ottimale (Tab. 5), individuando dunque un sotto insieme del database di partenza. L'ipotesi è costruita sulla seguente differenziazione: gli investitori da 1 a 9 individuano 50 immobili, mentre gli investitori da 10 a 15 selezionano un numero di immobili variabile da un minimo di 30 ad un massimo di 107. Il valore complessivo dei portafogli di partenza varia perciò da un minimo di 150 milioni di euro ad un massimo di 1,8 miliardi di euro, mentre gli immobili individuati hanno un valore di mercato (*MV*) variabile da circa 50 mila euro a oltre 220 milioni di euro e un *MV* unitario variabile da circa 180 €/m² a quasi 90.000 €/m². In termini di redditività, i portafogli di partenza hanno un *IY* oscillante tra il 6,2% (investitore n. 4) e il 9,6% (investitore n. 9).

Una volta definito il numero di immobili target (*k**) pari a 20, considerando il valore di mercato medio (*MV_{medio}*) degli immobili del database (pari a circa 5 milioni di euro) e il budget (*B*) a disposizione dell'investitore (pari a 100 milioni di euro), è possibile procedere all'applicazione del modello proposto ai quindici portafogli per confrontarne i risultati ottenuti.

Tabella 5 - Principali caratteristiche dei quindici portafogli di partenza

Investitore	N	MV tot (€)	MV medio (€)	MV min (€)	MV max (€)	MV unit med (€/m ²)	MV unit min (€/m ²)	MV unit max (€/m ²)	IY
1	50	526.715.500	10.534.310	107.000	112.190.000	2.097	177	20.113	7,1%
2	50	267.533.700	5.350.674	160.000	38.750.000	1.730	250	20.113	7,5%
3	50	408.401.900	8.168.038	175.000	56.878.000	1.347	258	13.849	7,0%
4	50	841.323.000	16.826.460	338.000	129.750.000	1.330	286	10.292	6,2%
5	50	1.556.501.000	31.130.020	48.000	223.201.000	1.283	643	88.648	7,6%
6	50	501.370.000	10.027.400	48.000	73.501.000	1.261	288	16.439	6,7%
7	50	578.346.000	11.566.920	196.000	76.470.000	1.241	546	10.234	7,3%
8	50	464.325.000	9.286.500	112.000	136.700.000	1.255	433	14.119	8,1%
9	30	151.874.100	5.062.470	235.000	26.624.000	1.262	473	2.146	9,6%
10	79	746.347.900	9.447.442	175.000	74.900.000	1.273	286	13.849	6,4%
11	48	1.746.689.000	36.389.354	320.000	223.201.000	1.289	643	88.648	6,2%
12	81	992.581.000	12.254.086	48.000	76.470.000	1.305	288	56.292	8,8%
13	81	1.779.532.000	21.969.531	196.000	136.700.000	1.308	546	10.234	7,2%
14	75	392.169.100	5.228.921	112.000	44.720.000	1.295	433	14.119	8,6%
15	107	610.725.200	5.707.712	112.000	39.715.000	1.285	258	14.119	7,9%

6. RISULTATI

Il modello proposto è implementato nell'ipotesi in cui il budget da investire sia uguale per tutti i quindici investitori considerati, al fine di definire la composizione del portafoglio ottimale in grado di massimizzare l'IY e rispettare i vincoli definiti nell'algoritmo di Tabella 4. I risultati ottenuti sono sintetizzati in Tabella 6.

I risultati ottenuti vanno a questo punto esaminati sotto due punti di vista al fine di fornire all'investitore una vi-

sione ampia delle soluzioni individuate dal modello. A tal fine sono effettuate due tipologie di analisi: la prima “qualitativa”, ossia che tiene conto del livello di diversificazione; la seconda “quantitativa”, ovvero che esamina le prestazioni dei risultati dell'algoritmo con riferimento ai vincoli e all'obiettivo. In Figura 2 è rappresentata l'analisi di *breakdown* per destinazione d'uso e per numero di immobili dei portafogli ottimali ottenuti dall'applicazione dell'*asset allocation model* per supportare la discussione alle analisi di seguito effettuate.

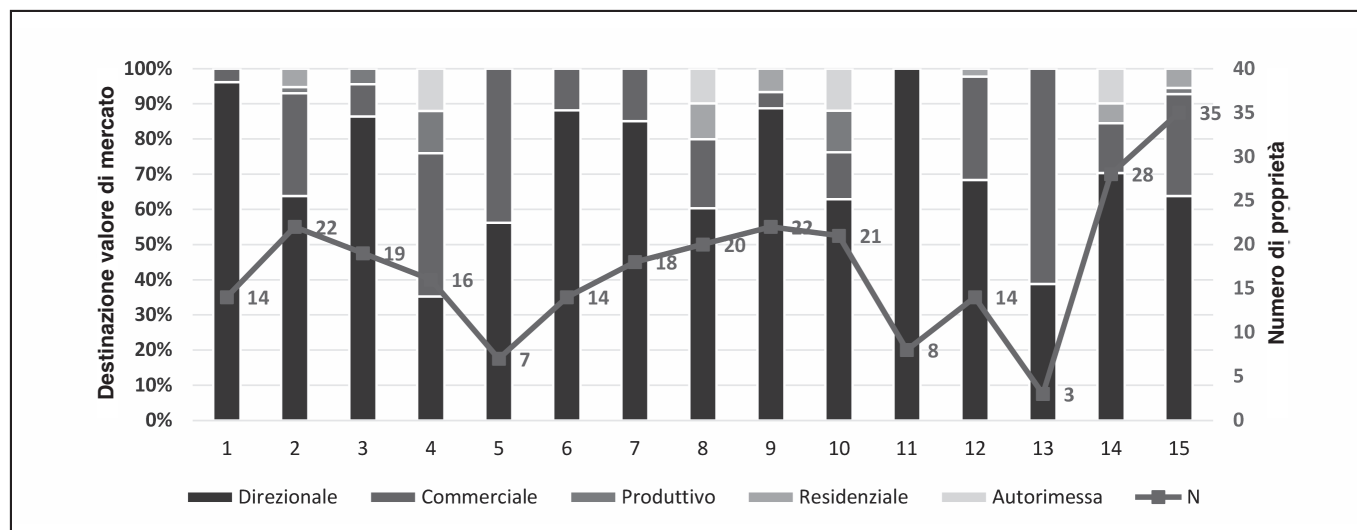


Figura 2 - Breakdown per destinazione d'uso e numero di immobili dei portafogli ottimali ottenuti dall'applicazione dell'*asset allocation model*.

Tabella 6 - Sintesi dei risultati ottenuti a seguito dell'applicazione del modello ai quindici portafogli considerati

Portafoglio	k	MV tot (€)	MV medio (€)	MV min (€)	MV max (€)	MV unit med (€/m ²)	MV unit min (€/m ²)	MV unit max (€/m ²)	IY
1	14	99.756.000	7.125.429	445.000	23.075.000	1.333	646	2.317	7,2%
2	22	100.012.700	4.546.032	171.000	19.720.000	1.212	250	2.925	9,2%
3	19	100.237.000	5.275.632	230.000	26.446.000	1.590	363	2.797	7,2%
4	16	98.892.000	6.180.750	390.000	16.400.000	1.970	286	6.056	7,4%
5	7	100.490.000	14.355.714	48.000	44.000.000	14.005	852	88.247	6,3%
6	14	98.873.000	7.062.357	384.000	21.877.000	1.551	288	4.926	7,3%
7	18	98.126.000	5.451.444	285.000	33.654.000	2.781	759	10.234	6,5%
8	20	99.929.000	4.996.450	185.000	22.510.000	2.051	433	14.119	8,0%
9	22	100.164.100	4.552.914	235.000	26.624.000	1.174	473	2.146	9,4%
10	21	100.092.000	4.766.286	195.000	26.446.000	1.413	513	4.296	7,5%
11	8	99.072.000	12.384.000	2.660.000	32.400.000	1.817	852	3.154	9,2%
12	14	99.405.000	7.100.357	302.000	25.110.000	1.759	813	3.346	7,2%
13	3	64.870.000	21.623.333	2.155.000	39.715.000	2.937	1.185	4.407	5,8%
14	28	99.876.000	3.567.000	112.000	14.801.000	1.877	501	14.119	9,2%
15	35	119.245.000	3.407.000	234.000	16.350.000	1.894	298	13.191	8,7%

6.1 Analisi qualitativa

La diversificazione geografica e tipologica, quindi relativa alle destinazioni d'uso, di un portafoglio immobiliare riduce il rischio dell'investimento assunto dall'investitore (Giannotti e Mattarocci, 2008; Morri e Parri, 2017). È dunque necessario analizzare in primis il livello di concentrazione geografico-tipologica afferente a ciascun portafoglio ottimale restituito dal modello per comprenderne il grado di diversificazione, in termini di numerosità, che caratterizza ciascun risultato. La linea della Figura 2 rappresenta il numero di immobili nei differenti portafogli, quantità che varia da un minimo di tre (portafoglio n. 13) ad un massimo di trentacinque (portafoglio n. 15), con una media di diciassette ed una moda di quattordici (portafogli n. 1, 6 e 12). Il portafoglio n. 13 presenta dunque il più basso grado di diversificazione, mentre il n. 15 il più elevato e il n. 8 ha un grado tale da essere in linea con il numero di immobili target (k^*).

La distribuzione delle destinazioni d'uso rispetto al valore di mercato nei diversi portafogli (Fig. 2) appare piuttosto sbilanciata. L'80% dei portafogli, infatti, è composto principalmente da uffici e solo in due portafogli (il n. 4 e il n. 13) prevalgono gli immobili commerciali. In tutti i portafogli è presente almeno un immobile che ospita uffici e in quattordici portafogli sono presenti immobili con attività commerciali. Gli edifici adibiti ad autorimessa, ad uso produttivo e ad abitazioni sono presenti rispettivamente in quattro, cinque e sei portafogli. Rispetto al valore di mercato complessivo dei portafogli, gli uffici incidono con una percentuale variabile dal 35% al 100% con una media del 71%, mentre i negozi hanno percentuali che vanno dal 4% al 61% ed una media del 23%. Gli immobili con destinazione produttiva e quelli residenziali sono presenti con una media del 6% e un range variabile dal 2% al 12% per il produttivo e dal 2% al 10% per il residenziale. Le autorimesse sono presenti con una percentuale che va dal 10% al 12% e con una media dell'11%. All'interno di un singolo portafoglio sono presenti al più 4 differenti destinazioni d'uso: fra questi portafogli il più performante è il numero 4, caratterizzato da una distribuzione del valore complessivo ragionevolmente equa fra le varie funzioni mentre gli altri risultano prediligere il direzionale. Il portafoglio nel quale è massimo il rischio di destinazione d'uso è il numero 11 in quanto costituito da un'unica funzione.

Dal punto di vista della diversificazione geografica (Fig. 3), la maggior parte dei portafogli individuati risulta composto da immobili ubicati prevalentemente a Nord-Ovest (portafogli nn. 2, 3, 5, 6, 9, 11, 14 e 15) e nel Centro (portafogli nn. 1, 4, 7, 8, 10, 12 e 13). Cinque portafogli (nn. 2, 6, 10, 14 e 15) hanno immobili equamente distribuiti nel Paese (Nord-Ovest, Nord-Est, Centro, Sud e Isole). In merito, il portafoglio più performante è il n.6, mentre il peggiore è in n.11 composto da un solo edificio ubicato nel Nord-Ovest.

In Tabella 7 si riportano i risultati dell'analisi qualitativa: ebbene non esiste un portafoglio migliore per tutte le ti-

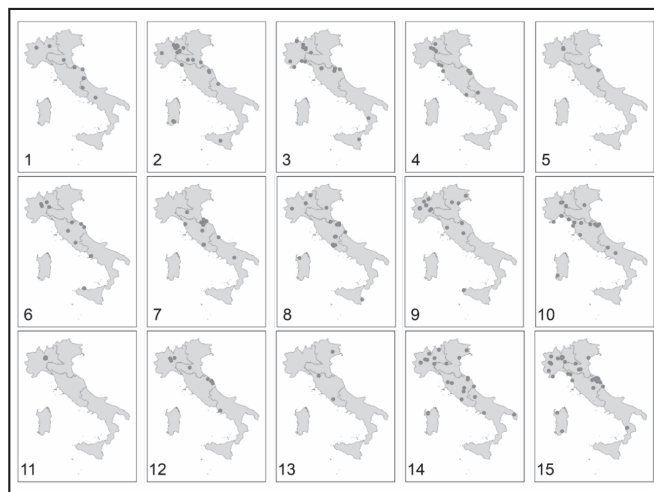


Figura 3 - Distribuzione geografica dei portafogli ottimali ottenuti mediante l'applicazione del modello.

Tabella 7 - Performance "qualitativa" dei portafogli ottimali

Rischio	Significato	Portafoglio peggiore	Portafoglio migliore
Concentrazione numerica	Numerosità di immobili complessivi	13	15
Geografica	Diversificazione ubicazionale per area territoriale	11	6
Tipologica	Diversificazione per destinazione d'uso	11	4

Tabella 8 - Performance "quantitativa" dei portafogli ottimali

Tipo	ID	Portafoglio migliore	Portafoglio peggiore
Goal	g	13	2
Vincoli Hard	v_1	13, 15	Tutti tranne 13 e 15
	v_2	Performance analoghe	
Vincoli Soft	v_3	13	15
	v_4	11	7
	v_5	1	11
	v_6	1	13
	v_7	8	13
	v_8	13	8

pologie di diversificazione considerate. È però possibile individuare un portafoglio peggiore, ossia il n.11, in quanto presenta pochi immobili a sola destinazione direzionale tutti ubicati a Nord-Ovest del Paese.

Tabella 9 - Analisi di correlazione tra i risultati delle differenti variabili per i quindici portafogli ottimali

	g	v_1	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
g	1,00	0,65	0,78	0,15	0,15	-0,01	0,34	0,38
v_1		1,00	0,71	0,33	0,40	0,53	0,17	0,28
v_3			1,00	-0,01	-0,01	-0,05	0,42	0,48
v_4				1,00	0,85	0,44	0,02	0,08
v_5					1,00	0,33	-0,08	0,06
v_6						1,00	-0,33	-0,33
v_7							1,00	0,96
v_8								1,00

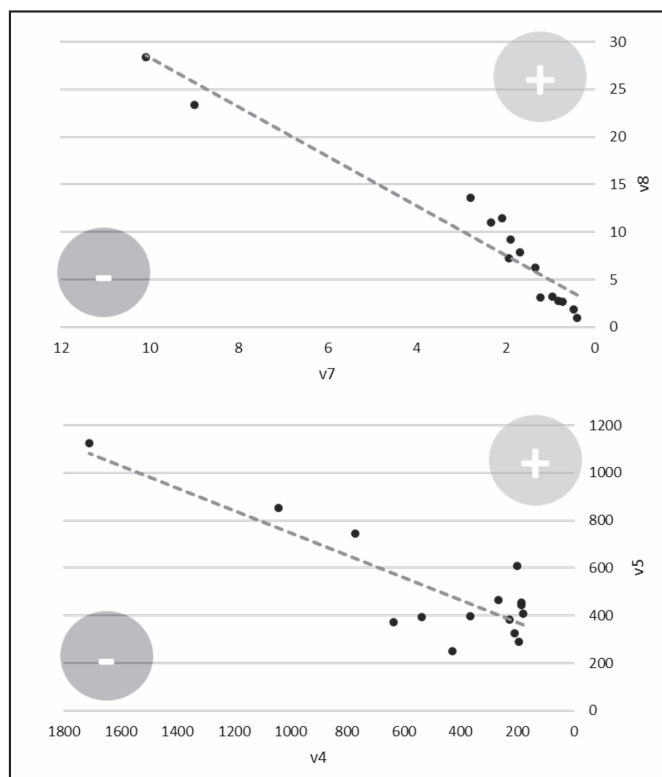


Figura 4 - Rappresentazione dei portafogli ottimali nel piano dei vincoli v_7/v_8 e v_4/v_5 .

6.2 Analisi quantitativa

Quasi tutti i portafogli rispettano il vincolo hard legato al budget (vincolo v_1), ad eccezione dei portafogli nn. 13 e 15. L'Y varia da un minimo del 5,8% (portafoglio n. 13) ad un massimo del 9,4% (portafoglio n. 9). In Tabella 8 si riporta per goal, vincoli *hard* e vincoli *soft*, il portafoglio peggiore e quello migliore: da una prima analisi si osserva

che il portafoglio n. 13 è il peggiore rispetto al goal (g), al vincolo *hard* relativo all'ottimizzazione del budget (vincolo v_1) e per due vincoli *soft* rappresentativi del rischio concentrazione (vincolo v_3) e della dinamicità del mercato di riferimento (vincolo v_8). D'altro canto, tale portafoglio è quello composto da immobili afferenti a mercati immobiliari scarsamente correlati e poco dinamici con conseguente ottimizzazione dei vincoli v_6 e v_7 . La scarsa correlazione del portafoglio n. 13 è raggiunta grazie al basso numero di immobili selezionati (3 soli edifici) e grazie alla loro ubicazione in tre differenti regioni (Friuli-Venezia Giulia, Toscana e Lazio

Il comportamento simmetrico dei vincoli v_7 e v_8 , indica che i mercati immobiliari poco dinamici, ovvero con un basso numero di transazioni, sono altresì poco volatili, dunque caratterizzati da una buona stabilità del numero di transazioni. Al fine di approfondire tale evidenza empirica, si è ritenuto opportuno effettuare un'analisi di correlazione fra tutti i vincoli, ad eccezione del vincolo v_2 , in quanto le performance di tale vincolo sono simili per tutti i portafogli e il vincolo, inoltre, ha la funzione di evitare la negatività degli altri vincoli. Dall'analisi di correlazione (Tab. 9) si riscontra l'elevata correlazione positiva tra i vincoli v_7 e v_8 . Si rileva altresì una buona correlazione positiva tra g e v_1 , tra g e v_3 , e tra i vincoli v_1 e v_3 e v_4 e v_5 .

La correlazione tra g , v_1 , e v_3 potrebbe significare che nei portafogli più numerosi si ha una massimizzazione dei *initial yield* rispetto al mercato di riferimento, determinando di contro un allontanamento dal budget prestabilito; la buona correlazione tra i vincoli v_4 e v_5 , analogamente a quanto riscontrato per i vincoli v_7 e v_8 , suggerisce che i mercati con i rendimenti più stabili sono caratterizzati da un rendimento medio più basso.

In Figura 4 sono rappresentati i portafogli ottimali nei piani v_7/v_8 e v_4/v_5 . Nella zona con il simbolo "+" è rappresentata l'area delle soluzioni migliori. Nella zona con il simbolo "-" l'area delle soluzioni peggiori. Si nota come i portafogli siano disposti lungo la diagonale del piano, diagonale schematizzata dall'intercetta delle serie: tale rappresentazione è il segno che l'*asset allocation model* considera in modo analogo i vincoli, ricercando una soluzione ottimale intermedia.

Questa osservazione permette di comprendere meglio la logica con cui opera il modello: i differenti obiettivi di vincoli e goal sono in evidente contrasto fra loro, con la conseguenza che la massimizzazione di un vincolo comporta la minimizzazione dell'altro, secondo una serie di processi di reciproche compensazioni.

7. CONCLUSIONI

Il clima di incertezza che contraddistingue l'attuale congiuntura economica ha influenzato il mercato degli investimenti immobiliari, conducendo gli operatori verso profili di rischio generalmente più contenuti e rendimenti più stabili. Nel contempo, le politiche messe in atto dalla BCE hanno fatto sì che il settore immobiliare sia rimasto uno

[

dei principali target d'investimento, preservandone in parte la stabilità (Suárez, 2009). Tuttavia, l'individuazione dell'allocazione ottimale delle risorse finanziarie a disposizione è una fase delicata, da cui dipendono le performance del portafoglio immobiliare finale, a causa della molteplicità dei fattori che intervengono (Kim et al., 2006). Nella presente ricerca è stato sviluppato un *asset allocation model*, in grado di supportare un generico investitore nell'allocazione di un budget finanziario limitato, in immobili del tipo *core/core plus*. Mutuando le logiche computazionali ed i principi del GP, il modello è stato implementato ad un ipotetico caso studio italiano, concernente quindici portafogli immobiliari, al fine di individuare le migliori combinazioni dei compendi del dataset di partenza sulla base di specifici vincoli di budget, di mercato (e.g. volatilità, correlazione, dinamicità) e di profitto (e.g. *initial yield* e stabilità dei rendimenti). L'analisi dei risultati ottenuti ha consentito di mettere in luce i vantaggi ed i limiti di ciascun portafoglio ottimale restituito dal modello proposto, in maniera da esplicitare all'investitore i rischi associati sulla base del grado di diversificazione geografica e tipologica, della concentrazione numerica e del rispetto dei vincoli del modello. Nello specifico, l'analisi ha consentito di *i*) individuare il portafoglio con la peggiore performance, e dunque il maggior rischio, dal punto di vista del livello di concentrazione numerica, diversificazione geografica e tipolo-

gica, *ii*) esaminare l'adempimento dei vincoli e della funzione obiettivo da parte di ciascun portafoglio, identificando le situazioni in cui il rischio di mancato rispetto del goal o del budget a disposizione possa inficiare in maniera significativa l'investimento.

Futuri sviluppi della ricerca potranno riguardare approfondimenti sui principali limiti del modello proposto, come l'assenza di un indicatore di performance che quantifichi lo scostamento del portafoglio selezionato dai vincoli considerati e la tipologia di contratto di locazione in essere. Il primo limite potrebbe essere risolto inserendo nel modello un indicatore di derivazione multicriteriale che, stabilita l'importanza di ciascun vincolo, indichi il livello di scostamento rispetto all'ottimo teorico. Il secondo limite potrebbe essere superato, almeno in parte, attraverso l'inclusione dell'indicatore della durata media ponderata del contratto di locazione in essere tra i vincoli del modello. Inoltre, un'ulteriore evoluzione sarà rappresentata dall'implementazione dello stesso modello in ambiente GIS (Locurcio et al., 2020a), al fine di fornire uno strumento di supporto integrato con sistemi informativi geografici in grado di tener conto delle relazioni che lo stesso immobile ha con il contesto circostante (caratteristiche estrinseche) mediante l'introduzione di un indicatore sintetico che misuri il peso (in termini di importanza) della ubicazione di ciascun compendio all'interno del portafoglio immobiliare.

* **Marco Locurcio**, Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, del Territorio, Edile e di Chimica, Politecnico di Bari
e-mail: marco.locurcio@poliba.it (corresponding author)

** **Francesco Tajani**, Dipartimento di Architettura e Progetto, Università Sapienza
e-mail: francesco.tajani@uniroma1.it

*** **Debora Anelli**, Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, del Territorio, Edile e di Chimica, Politecnico di Bari
e-mail: debora.anelli@poliba.it

**** **Paola Amoruso**, Dipartimento di Management, Finanza e Tecnologia, Università LUM
e-mail: amoruso@lum.it

***** **Francesco Paolo Del Giudice**, Dipartimento di Architettura e Progetto, Università Sapienza
e-mail: francesco.delgiudice@libero.it

Contributo degli autori

Il lavoro va attribuito in parti uguali agli autori.

Bibliografia

ABATE G., LOSA G., *Real Estate in Italy: Markets, Investment Vehicles and Performance*, Taylor & Francis, 2016.

ABDELAZIZ F.B., EL FAYEDH R., RAO A., *A discrete stochastic goal program for portfolio selection: the case of United Arab Emirates Equity Market*, INFOR, Vol. 47, 2009, pp. 5–13.

ADAIR A., HUTCHISON N., *The reporting of risk in real estate*

appraisal property risk scoring, Journal of Property Investment & Finance, 2005.

AKSARAYLI M., PALA O., *A polynomial goal programming model for portfolio optimization based on entropy and higher moments*, Expert Systems with Applications, Vol. 94, 2018, pp. 185-192.

ALINEZHAD A., ZOHREHBANDIAN M., KIAN M., EKHTIARI M., ESFANDIARI N., *Extension of Portfolio Selection Problem*

with Fuzzy Goal Programming: A Fuzzy Allocated Portfolio Approach, *Journal Of Optimization in Industrial Engineering*, 9, 2011, pp. 69-76.

AMETEFÉ F.K., DEVANEY S., STEVENSON S.A., *Optimal composition of hybrid/ blended real estate portfolios*, *Journal of Property Investment and Finance*, Vol. 37, No. 1, 2018.

AOUNI B., COLAPINTO C., LA TORRE D., *Financial portfolio management through the goal programming model: current state-of-the-art*, *Eur J Oper Res*, Vol. 234, No. 2, 2014, pp. 536–545.

ASSOGESTIONI, *Mappa trimestrale del Risparmio Gestito. 4° Trimestre 2019* (scaricabile dal sito internet <https://www.assogestioni.it/articolo/mappa-trimestrale-del-risparmio-gestito-4deg-trim-2019> consultato on line il 3 settembre 2021).

AYODELE T.O., OLALEYE A., *Risk Adjusted Performance of Public Real Estate and other Assets in the Nigerian Investment Market: A Downside Risk Perspective*, *Real Estate Finance*, Spring; 31(4), 2015, pp. 170–177.

BALLESTERO E., PEREZ-GLADISH B., ARENAS-PARRA M., BILBAO-TEROL A.: *Selecting portfolios given multiple Eurostoxx-based uncertainty scenarios: a stochastic goal programming approach from fuzzy betas*, *INFOR* Vol. 47, 2009, pp. 59–70.

BECKERS S., CONNOR G., CURDS R., *National versus global influences on equity returns*, *Financial Analysts Journal*, Vol. 52, No. 2, 1996, pp. 31–39.

BEGIAZI K., ASTERIOU D., PILBEAM K., *A multivariate analysis of United States and global real estate investment trusts*, *International Economics and Economic Policy*, Vol. 13, No. 3, 2016, pp. 467–482.

BERK C., *An Empirical Evaluation of the Property Type Diversification Strategy for Real Estate Investment Trusts*, *International Journal of Social Science and Economic Research*, Vol. 2, No. 7, 2017, pp. 3903–3915.

BRAGA M.D., *Methods and Tools for Portfolio Selection*. In *Asset Management and Institutional Investors*, Springer, Cham, 2016, pp. 173–201.

BRINSON G.P., SINGER B.D., BEEBOWER G.L., *Determinants of portfolio performance II: An update*. *Financial Analysts Journal*, 47(3), 1991, pp. 40–48.

CACCIAMANI C., CALIOLO M., DE SANTIS P.P., DELLA MARRA F., SANFELICI, S., *Real Estate Asset Management Companies' Economies of Scale: Is It a Dream or Reality? The Italian Case*. Complexity, 2020

CAMPBELL J.Y., CHAN Y.L., VICEIRA L.M., *A multivariate model of strategic asset allocation*, *Journal of Financial Economics* Vol. 67, 2003, pp. 41–80.

CANDELON B., FUERST F., HASSE J.B., *Diversification Potential in Real estate portfolios*, Working Paper Series No. 2020-5, University of Cambridge, Real Estate Research Centre, 2020.

CBRE, *EMEA Real Estate Market Outlook, 2021* (scaricabile dal sito internet <https://www.cbre.it/en/research-and-reports/2021-EMEA-Real-Estate-Market-Outlook> consul-

tato on line il 3 settembre 2021).

CBRE, *Real Estate Capital Flows: Global Check Q2, 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.cbre.com/research-and-reports> consultato on line il 3 settembre 2021).

CBRE, *US Midyear Outlook August 2020, 2020b* (scaricabile dal sito internet <https://www.cbre.com/research-and-reports> consultato on line il 3 settembre 2021).

CHOUEIFATY Y., FROIDURE T., REYNIER J., *Properties of the most diversified portfolio*. *Journal of Investment Strategies*, Vol. 2, No. 2, 2013, pp. 49–70.

Cushman & Wakefield, *Italian Real Estate Overview, H1 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.cushmanwakefield.com/it-it/italy/insights/italian-real-estate-overview> consultato on line il 3 settembre 2021).

DANGL T. & WEISSENSTEINER A., *Long-term asset allocation under time-varying investment opportunities: Optimal portfolios with parameter and model uncertainty*. SSRN Scholarly Paper ID, 2883768, 2017.

DAVIES R.J., KAT H.M., LU S., *Fund of hedge funds portfolio selection: A multiple-objective approach*. In *Derivatives and hedge funds*. Palgrave Macmillan, London, 2016, pp. 45–71.

DENG X.T., LI Z.F., WANG S.Y., *A minimax portfolio selection strategy with equilibrium*. *Eur J Oper Res* 166: 2005, pp. 278–292

DETEMPLE J., *Portfolio selection: a review*, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 161, no.1, 2014, pp. 1–21.

ELING M., SCHUHMACHER F., *Does the choice of performance measure influence the evaluation of hedge funds?*, *Journal of Banking & Finance*, Vol. 31, 2007, pp. 2632–2647.

FENG Z., PATTANAPANCHAI M., PRICE S.M., SIRMANS C.F., *Geographic diversification in real estate investment trusts*, *Real Estate Economics*, 2019, pp. 1–20.

FRATICELLI R., LUCARONI L., *Investment and financing instruments for the Italian Real Estate Sector*, IV edition, Assoimmobiliare, libreriauniversitaria.it edizioni, 2018.

FUGAZZA C., GUIDOLIN M., NICODANO G., *Investing for the long-run in European real estate*, *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 34, No. 1, 2007, pp. 35–80.

GABRIELLI L., *Italian property funds: opportunities for investors*, *Journal of Real Estate Literature*, 2007, pp. 399–427.

GIANNOTTI C., MATTAROCCHI G., *La costruzione di un portafoglio immobiliare e i criteri di diversificazione*, in Giannotti C. (ed), *La gestione del fondo immobiliare: rischio, diversificazione e pianificazione*, EGEA, Milan 2006.

GIANNOTTI C., MATTAROCCHI G., *Risk diversification in a real estate portfolio: evidence from the Italian market*, *Journal of European Real Estate Research*, 2008.

GIBILARO L., MATTAROCCHI G., *Are Home-biased REITs Worthwhile?*, *Journal of Real Estate Portfolio Management*,

Vol. 22, No. 1, 2016, pp. 19–30.

GLASCOCK J.L., KELLY L.J., *Wealth effects of REIT property type focus changes: evidence from property type transactions and joint ventures*, Journal of Property Research, Vol. 29, No. 3, 2007, pp. 369–384.

HARRINGTON T., FISHER W., *Portfolio modeling in multiple criteria situations under uncertainty: comment*, Winter: Decis Sci Vol. 11, No. 1, 1980, pp. 171–177.

IDZOREK T.M., BARAD M., MEIER S.L., *Global commercial real estate*, The Journal of Portfolio Management, Vol. 33, No. 5, 2007, pp.37–52.

Il sole 24 ore, *I fondi immobiliari e REITS battono il Covid-19*, 2020 (scaricabile dal sito internet <https://www.ilsole24ore.com/art/i-fondi-immobiliari-e-reits-battono-covid-19-AD4Ag7c> consulta on line il 3 settembre 2021).

IPI, *Report Investimenti, Q1 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.ipi-spa.com/centro-studi/report-investimenti-q1-2020-1> consultato on line il 3 settembre 2021).

JLL, *Global Real Estate Perspective August 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.us.jll.com/en/trends-and-insights/research/global/gmp> consultato on line il 3 settembre 2021).

Kim Hin D.H., Seow Eng Ong, Tien Foo Sing, *Asset allocation: International real estate investment strategy under a workable analytic hierarchy process (AHP)*, Journal of Property Investment & Finance, Vol. 24, No. 4, 2006, pp. 324–342

Kornbluth J., *A survey of goal programming*. Omega, Vol. 1, No. 2, 1973, pp. 193–205.

LAI T.Y., *Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach*, Review of Quantitative Finance and Accounting, 1: 1991, pp. 293–305.

LI J., XU J., *A class of possibilistic portfolio selection model with interval coefficients and its application*, Fuzzy Optimization and Decision Making, Vol. 6, No. 2, 2007, pp. 123–137.

LIZIERI C., PAIN K., *International office investment in global cities: the production of financial space and systemic risk*, Regional Studies, Vol. 48, No. 3, 2014, pp. 439–455.

LOCURCIO M., MORANO P., TAJANI F. DI LIDDO F., *An innovative GIS-based territorial information tool for the evaluation of corporate properties: An application to the Italian context*, Sustainability (Switzerland), 12(14), 2020a.

LOCURCIO M., TAJANI F., MORANO P., ANELLI D., *A Multi-criteria Decision Analysis for the Assessment of the Real Estate Credit Risks*, In Appraisal and Valuation, Springer, Cham, 2020b, pp. 327–337.

MACKINNON G.H., AL ZAMAN A., *Real estate for the long term: the effect of return predictability on long horizon allocations*, Real Estate Economics, Vol. 37, No. 1, 2009, pp. 117–153.

MARKOWITZ H., *Portfolio selection*, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, 1952, pp. 77–91.

MCINTOSH W., FITZGERALD M., KIRK, J., *Non-traditional property types: part of a diversified real estate portfolio?*, The Journal of Portfolio Management, Vol. 43, No. 6, 2017, pp. 62–72.

MORANO P., GUARINI M.R., TAJANI F., ANELLI D., *Sustainable redevelopment: The cost-revenue analysis to support the urban planning decisions*, Lecture Notes in Computer Science, 12251, 2020a, pp. 968 – 980.

MORANO P., TAJANI F., ANELLI D., *A decisions support model for investment through the social impact bonds. The case of the city of Bari (Italy)*, Valori e Valutazioni, Vol. 24, 2020b, pp.163–179.

MORANO P., TAJANI F., *Least median of squares regression and minimum volume ellipsoid estimator for outliers detection in housing appraisal*, International Journal of Business Intelligence and Data Mining, 9(2), 2014, pp. 91 – 111.

MORANO P., TAJANI F., *Saving soil and financial feasibility. A model to support public-private partnerships in the regeneration of abandoned areas*, Land Use Policy, 73, 2018, pp. 40–48.

MORRI G., PARRI E., *US REITs capital structure determinants and financial economic crisis effects*, Journal of Property Investment & Finance, 2017.

OERTEL C., GÜTLE T., KLISA B., BIENERT S., *US real estate as target assets for European investors*, Journal of Property Investment & Finance, 2019.

ORGAN S., SQUIRES G., HUTCHISON N., ADAIR A., MCGREAL, S., *Innovative finance for real estate development in pan-European regeneration*, Presented at 22nd Annual European Real Estate Society Conference, ERES, 2015.

PEKÁR J., I KOVÁ Z., BREZINA I., *Portfolio performance measurement using differential evolution*, Central European Journal of Operations Research, Vol. 24, No. 2, 2016, pp. 421–433.

PEREZ-GLADISH B., JONES D.F., TAMIZ M., BILBAO TEROL A., *An interactive three stage model for mutual fund portfolio selection*, Omega-Int. J. Manag. Sci. 35, 2007, pp. 75–88.

PIKE J., *The future of sustainable real estate investments in a post-COVID-19 world*, Journal of European Real Estate Research, 2020.

PWC, *Emerging Trends in Real Estate Europe, 2020* (scaricabile dal sito internet <https://www.pwc.com/gx/en/industries/financial-services/asset-management/merging-trends-real-estate/europe-2020.html> consultato on line il 3 settembre 2021).

RILEY JR W. B., CHOW K. V., *Asset allocation and individual risk aversion*, Financial Analysts Journal, Vol. 48, No. 6, 1992, pp. 32–37.

ROY A.D., *Safety first and the holding of assets*, Econometrica: Journal of the Econometric Society, Vol. 20, No. 3, 1952, pp. 431–449.

SAMPAGNARO G., *Asset management: tecniche e stile di gestione del portafoglio*. F. Angeli, 2005.

SANTACRUZ L., *Strategic asset allocation and portfolio performance*, Journal of Management Research, Vol. 1, No. 2, 2011.

SHARPE W.F., *The Sharpe ratio*, J Portf Manag, Vol. 21, 1994, pp. 49–58.

SORTINO F., VAN DER MEER R., *Downside risk*. Journal of Portfolio Management, Vol. 17, No. 4, 1991, pp. 27–31.

STANYER P., *Guide to investment strategy*, The Economist in association with Profile Books LTD, London, 3th edition, 2006.

STOYAN S.J., KWON R.H., *A stochastic-goal mixed-integer programming approach for integrated stock and bond portfolio optimization*, J Comput Indus Eng., Vol. 61, No. 4, 2011, pp. 1285–1295.

STRUB I.S., *Downside Risk Management in Emerging Markets*. The Cambridge Strategy Northfield Research Conference, San Diego, CA, 2012.

SUÁREZ J.L., *Indirect investment in real estate: Listed companies and funds*. In European Real Estate Markets, Palgrave Macmillan, London, 2009, pp. 113–151.

SUL Y., *Exploring optimal mixed-asset portfolio allocation: hedge funds and private equity vs. real assets*, Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 2017.

TAJANI F., MORANO P., SAEZ-PEREZ M.P., DI LIDDO F., LOCURCIO M. *Multivariate dynamic analysis and forecasting models of future property bubbles: Empirical applications to the housing markets of Spanish metropolitan cities*, Sustainability (Switzerland) 11(13),3575, 2019.

TREYNOR J.L., *How to rate management of investment funds*. Harv Bus Rev 43: 1965, pp. 63–75.

WAHYUDI S., HASANUDIN H., PANGESTUTIA, I., *Asset allocation and strategies on investment portfolio performance: A study on the implementation of employee pension fund in Indonesia*. Accounting, Vol. 6, No. 5, 2020, pp. 839–850.

