



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Dottorato di Ricerca in Energia e Ambiente

– XXXIII Ciclo –

TESI DI DOTTORATO

**CONVEZIONE NATURALE ALL'INTERNO DI
CAVITA' CONFINATE IN ACQUA E IN
NANOFLUIDI A BASE ACQUOSA**

Relatore: Prof. Massimo Corcione

Tutor: Prof. Alessandro Quintino

Autore: Vincenzo Andrea Spina

Anno accademico 2020-2021

Indice

1. Inquadramento del lavoro	...4
2. Modellizzazione del comportamento dei fluidi	...11
2.1 Formulazione matematica del comportamento termofluidodinamico dei nanofluidi	...11
2.2 Coefficienti di diffusione	...14
2.2.1 Diffusione Browniana	...14
2.2.2 Diffusione per termoforesi	...14
2.3 Proprietà termofisiche del nanofluido	...16
2.3.1 Conducibilità termica	...18
2.3.2 Viscosità dinamica	...24
2.3.3 Densità	...28
2.3.4 Calore specifico a pressione costante	...28
2.4 Formulazione matematica del comportamento termofluidodinamico dei fluidi tradizionali	...29
3. Studio dello scambio termico in convezione naturale per nanofluidi in cavità confinate per diverse condizioni al contorno	...31
3.1 Definizione della geometria e delle condizioni al contorno	...31
3.2 Procedura di calcolo numerico	...32
4. Risultati e discussione dello studio del comportamento in cavità confinate riempite di nanofluidi per diverse condizioni al contorno	...41
5. Studio dello scambio termico in convezione naturale per acqua in cavità confinate per diverse condizioni al contorno	...49
5.1 Definizione della geometria e delle condizioni al contorno	...49
5.2 Procedura di calcolo numerico	...50
6. Risultati e discussione dello studio del comportamento in cavità confinate riempite di acqua per diverse condizioni al contorno	...59
6.1 Correlazioni per lo scambio termico	...68
7. Conclusioni	...75
Nomenclatura	...77
Riferimenti bibliografici	...80

1. Inquadramento del lavoro

La convezione svolge un ruolo fondamentale in numerose applicazioni della scienza e dell'ingegneria, con diversi risvolti di rilievo nel settore dell'energetica, come testimoniato dall'elevato numero di studi, a carattere sia teorico che sperimentale, condotti su tale argomento. Ad esempio, la realizzazione di sistemi di raffreddamento ad alta efficienza è una delle problematiche più comuni dell'ingegneria industriale, e rappresenta una vera e propria sfida a cui le aziende ad elevato contenuto tecnologico sono continuamente chiamate a rispondere per garantire il corretto e duraturo funzionamento dei propri prodotti, molti dei quali necessitano di essere sempre più compatti seppur venga loro richiesto di fornire prestazioni sempre più elevate.

A questo proposito, a prescindere dal fatto che il raffreddamento avvenga per tramite di convezione forzata o di convezione naturale – a volte preferita alla precedente da diversi progettisti per ragioni di carattere energetico e, soprattutto, per esigenze di affidabilità –, nonché dal fatto che si adottino specifiche soluzioni costruttive, un ulteriore contributo al miglioramento dell'efficienza di scambio termico può derivare dall'utilizzo di "nanofluidi", ossia di sospensioni liquide di nanoparticelle metalliche (soprattutto ossidi metallici) con dimensioni medie dell'ordine della decina di nanometri, in luogo dei fluidi di più comune impiego nell'ambito del controllo termico e, più in generale, della vettorizzazione energetica (quali acqua, glicole etilenico, oli minerali, etc.). La ragione risiede nel fatto che la loro conducibilità termica, pur con concentrazioni piuttosto basse di fase solida in sospensione, è notoriamente più elevata di quella del corrispondente liquido di base e il fenomeno si amplifica al crescere della temperatura. Invero, il problema della bassa conducibilità termica, che certamente costituisce il principale limite di applicazione della convezione naturale, è fortemente sentito anche in tutte le applicazioni di convezione

forzata in cui, a fronte delle dimensioni ridotte dei dispositivi dei quali sia richiesto il contenimento delle temperature di funzionamento, si impieghino mini-scambiatori di calore con dimensioni trasversali dei condotti entro cui avviene il deflusso tipicamente dell'ordine del millimetro o anche meno. In effetti, sin dai tempi della loro introduzione, avvenuta ufficialmente nei primi anni '90 presso l'Energy Technology Division dell'Argonne National Laboratory (IL, USA), i nanofluidi hanno attratto l'interesse di un gran numero di ricercatori, i quali, oltre che alla fenomenologia di base, hanno dedicato grande attenzione alla quantificazione dell'incremento della potenza termica scambiata per convezione. Nello specifico, è doveroso porre in evidenza che la maggior parte degli studi condotti su tale argomento riguarda essenzialmente la convezione forzata entro tubazioni e condotti di dimensioni "macroscopiche", i cui risultati mostrano che, a parità del numero di Reynolds trasversale, i nanofluidi offrono prestazioni termiche migliori dei corrispondenti liquidi di base e che tali prestazioni aumentano all'aumentare della concentrazione di fase solida dispersa nella fase liquida, tanto nel caso di moto laminare quanto nel caso di moto turbolento, pur con incrementi più o meno significativi del fattore d'attrito e, quindi, della spesa energetica di pompaggio.

Le ricerche relative a situazioni di convezione naturale, di genesi più recente, sono assai meno numerose, ma soprattutto che esse giungono a risultati che, allo stato delle attuali conoscenze sui nanofluidi, non chiariscono se l'aggiunta di nanoparticelle al liquido puro di base comporti un effettivo miglioramento delle prestazioni di scambio termico.

Infatti, tutti i lavori sperimentali eseguiti sulla convezione naturale in spazi confinati facilmente reperibili in letteratura – quali, in particolare, quelli eseguiti da (Putra, Roetzel, & Das, 2003), (Wen & Ding, 2005), (Nnanna, 2007), (Chang, Mills, &

Hernandez, 2008), (Ho, Liu, Chang, & Lin, 2010), (Y. Hu, 2014a), (S. Z. Heris, 2014) e (Y. Hu Y. H., 2014b) – giungono alla comune conclusione che le prestazioni di scambio termico dei nanofluidi sono essenzialmente peggiori di quelle del corrispondente liquido di base, individuando solo in alcuni casi qualche miglioramento per basse concentrazioni di fase solida in sospensione, e comunque di modesta entità – è questo il caso degli studi condotti da Putra et al. (2003) e Nnanna (2007).

Viceversa, i diversi lavori numerici disponibili nella letteratura specializzata giungono a conclusioni spesso diverse tra loro, per quanto la tendenza generale sia quella di considerare favorevole l'impiego dei nanofluidi, nonostante ciò sia in evidente contraddizione con i dati sperimentali.

Tali risultati possono innanzitutto essere ascritti all'adozione di modelli delle proprietà fisiche dei nanofluidi non completamente aderenti alla realtà, quale è ad esempio il caso delle equazioni di (Maxwell, 1954) e (Hamilton & Crosser, 1962) per la conducibilità termica e delle equazioni di (Einstein, A., 1906), (Einstein, A., 1911) e (Brinkman, 1952) per la viscosità dinamica, di frequente utilizzate. A tale proposito, infatti, è opportuno considerare che le prestazioni termiche dei nanofluidi in convezione naturale sono la diretta conseguenza dei due effetti contrapposti che derivano dall'incremento della concentrazione della fase solida dispersa nel liquido di base. Infatti, se da un lato ha luogo un aumento della conducibilità termica, che, evidentemente, tende a migliorare le prestazioni energetiche del sistema, dall'altro lato si verifica un incremento più o meno marcato della viscosità, che, a parità di forzante termica alla base del fenomeno convettivo naturale, tende a contenere l'intensità del moto del fluido e, quindi, l'entità dello scambio termico. Peraltro, giova sottolineare che, al crescere della frazione volumetrica delle nanoparticelle in sospensione, la conducibilità termica tende ad aumentare con un gradiente decrescente – si vedano,

ad esempio, i lavori di (Masuda, Ebata, Teramae, & Hishinuma, 1993), (Lee, Choi, Li, & Eastman, 1999) e (Das, Putra, & Roetzel, 2003) – , mentre la viscosità dinamica tende ad aumentare con un gradiente crescente – si vedano, ad esempio, i lavori di (Wang, Xu, & Choi, 1999), (Das, Putra, Thiesen, & Roetzel, 2003), (Prasher, Song, Wang, & Phelan, 2006) e (Chevalier, Tillement, & Ayela, 2007), solo per citarne alcuni. Ciò equivale ad affermare che, per piccole concentrazioni di fase solida dispersa, l'effetto positivo derivante dall'aumento della conducibilità termica tende a prevalere sull'effetto negativo conseguente all'aumento della viscosità dinamica; viceversa, la situazione opposta si verifica per più elevate concentrazioni di nanoparticelle in sospensione. E' lecito pertanto attendersi un massimo delle prestazioni termiche dei nanofluidi in corrispondenza di un valore *ottimale* della concentrazione di fase solida dispersa che sarà funzione della geometria del sistema, delle condizioni operative, del tipo di liquido di base e di particelle in sospensione, in termini di natura del materiale, forma e dimensioni medie. Invero, un risultato di questo genere, per quanto in modo non estremamente chiaro, traspare dai dati a suo tempo presentati da (Nnanna, 2007), ma, probabilmente a causa delle notevoli incertezze sperimentali e del numero esiguo di dati disponibili, l'autore non ritenne opportuno dare risalto a tale fenomeno.

Da questa panoramica emerge la cruciale importanza del definire in maniera appropriata la conducibilità termica e la viscosità dinamica delle nanoparticelle in sospensione. In effetti, le equazioni, originariamente sviluppate per compositi e miscele con inclusioni di micro-dimensioni e milli-dimensioni, tendono a sottostimare la conduttività termica e la viscosità dinamica del nanofluido, principalmente perché rappresentano solo l'effetto di concentrazione. Nell'ultimo decennio sono stati introdotti numerosi nuovi modelli teorici ed empirici, eppure la maggior parte di essi

fallisce più o meno marcatamente nel predire i valori efficaci delle proprietà termomeccaniche del nanofluido.

Ciò ha motivato, nello specifico, la convalida di una coppia di equazioni empiriche facili da applicare per predire l'efficacia delle proprietà termiche e meccaniche dei nanofluidi e che hanno permesso di ottenere un buon livello di accordo con un numero sufficientemente elevato di dati sperimentali prontamente disponibili nella letteratura aperta. L'affidabilità di queste correlazioni, sviluppate in seno al gruppo di ricerca di cui ho fatto parte durante il mio percorso di dottorato, è stata testata da analisi comparative con relazioni di altri autori e dati sperimentali diversi da quelli utilizzati per generarli, mostrando nuovamente un grado soddisfacente di accordo, che sarà oggetto della prima parte del lavoro. Un'altra causa di discrepanza può essere ricercata nel fatto che la maggior parte dei lavori numerici si fonda sull'approccio omogeneo monofase, in base al quale i nanofluidi sono trattati alla stregua di fluidi puri con proprietà termofisiche "equivalenti", nell'ipotesi che le nanoparticelle in sospensione, oltre ad essere in equilibrio termico locale con il liquido di base, non siano soggette a moto relativo rispetto al liquido stesso.

Si noti che il peggioramento delle prestazioni di scambio termico tipico dei nanofluidi all'interno di cavità lateralmente riscaldate e con pareti orizzontali adiabatiche, può essere sostanzialmente ascritto agli effetti dei moti relativi che di fatto esistono tra le nanoparticelle ed il liquido di base, i quali possono essere sostanzialmente attribuiti alla diffusione browniana e alla termoforesi, come discusso a lungo da (Corcione, Cianfrini, & Quintino, 2016). Pertanto, simulazioni numeriche più affidabili possono essere eseguite ricorrendo all'approccio eterogeneo bifase.

In tale approccio, il comportamento della fase liquida è descritto mediante il tradizionale approccio Euleriano, mentre quello della fase solida può essere descritto

mediante l'approccio Euleriano o l'approccio Lagrangiano, per quanto quest'ultimo appaia di difficile applicazione, dato l'usuale elevatissimo numero di nanoparticelle in sospensione. Peraltro, nell'ambito della formulazione Euleriana–Euleriana, poiché nel caso dei nanofluidi l'interesse è rivolto alla valutazione del comportamento della miscela nel suo insieme piuttosto che a quello di ciascuna fase, può utilmente essere adottato il modello di trasporto doppio-diffusivo "a quattro equazioni" proposto da (Buongiorno, 2006), purché, evidentemente, si riesca ad eseguire una corretta quantificazione degli effetti del moto relativo esistente tra fase solida e fase liquida.

Infatti, mentre è semplice valutare il valore del coefficiente di diffusione Browniana ricorrendo all'equazione proposta da (Einstein, 1905), non lo è altrettanto la valutazione del coefficiente di diffusione per termoforesi, usualmente calcolato mediante la relazione di (Mc Nab & Meisen, 1973), che, ricavata sperimentalmente per particelle non metalliche "isolate", può comportare notevoli sottostime degli effetti termoforetici – come ad esempio fatto osservare da (Giddings, Shinudu, & Semenov, 1995) – ; effetti ai quali, tra l'altro, può proprio essere imputata la responsabilità del minore scambio termico per convezione naturale registrato sperimentalmente all'interno di cavità con due pareti verticali contrapposte mantenute a temperature differenti e le restanti pareti adiabatiche.

Esempi di studi basati su queste relazioni sono quelli eseguiti da (Choi, Kim, Lee, & Hahn, 2014), (Esfandiary, Mehmandoust, Karimipour, & Pakravan, 2016), e (Khalili, Saboonchi, & Saghafian, 2017).

In questo contesto generale, viene eseguita una serie di studi numerici dimostrativi sulla convezione naturale dei nanofluidi in cavità quadrate con diverse condizioni al contorno imposte alle pareti, utilizzando un modello doppio-diffusivo bifase e l'ipotesi che la diffusione Browniana e termoforetica siano gli unici meccanismi mediante i

quali la fase solida può sviluppare una velocità relativa significativa rispetto alla fase liquida. Il modello sviluppato include tre correlazioni empiriche per il calcolo della conduttività termica equivalente, della viscosità dinamica equivalente e del coefficiente di diffusione termoforetica, basate su un numero elevato di dati sperimentali disponibili in letteratura e attinti da fonti diverse, e convalidate utilizzando le relazioni di altri autori e dati sperimentali diversi da quelli impiegati per generarli (Corcione, M., 2011), (Corcione, M.; Cianfrini, M.; Quintino, A., 2015).

Se il campo di applicazione dei nanofluidi rappresenta una nuova sfida per la ricerca scientifica, l'approfondimento dell'indagine fenomenologica nel caso di impiego di fluidi tradizionali – aria, acqua, olii – può essere di altrettanto rilievo.

L'impiego di fluidi tradizionali quali refrigeranti trova applicazione in tutte le situazioni in cui si voglia perseguire una riduzione dei costi e che non necessitino di efficienze particolarmente elevate in tema di smaltimento di calore. Al fine di non trascurare questo intero settore applicativo, dal team di ricerca è stato sviluppato, progressivamente affinato e validato un codice di calcolo alle differenze finite nella formulazione ai volumi di controllo basato sull'algorithmo SIMPLE-C di accoppiamento pressione-velocità e sullo schema QUICK di interpolazione dei termini convettivi.

Detto codice è stato impiegato con successo per svolgere numerose simulazioni numeriche volte all'investigazione in dettaglio del fenomeno della convezione naturale dell'acqua all'interno di cavità quadrate, per diverse condizioni al contorno e caratteristiche geometriche del sistema.

Lo sviluppo e l'impiego di questi due codici di calcolo ha permesso, come si vedrà più avanti, di studiare con grande accuratezza un numero rilevante di situazioni pervenendo alla chiarificazione di aspetti fin qui spesso dibattuti dalla comunità scientifica e alla individuazione di condizioni di trade-off ottimali di design per

apparecchiature tecniche tanto nel caso di impiego di nanofluidi quanto nel caso di impiego di fluidi tradizionali.

2. Modellizzazione del comportamento dei fluidi

2.1 Formulazione matematica del comportamento termofluidodinamico dei nanofluidi

In riferimento a quanto già detto, lo studio del comportamento termofluidodinamico dei nanofluidi è eseguito mediante il ricorso ad un modello di trasporto doppio-diffusivo "a quattro equazioni" in grado di portare in debito conto gli effetti dei moti relativi che si verificano tra le nanoparticelle in sospensione ed il liquido di base.

Considerando come ipotesi:

- Flusso incompressibile e moto laminare
- Dissipazione viscosa e lavoro delle pressioni trascurabili
- Nanoparticelle e liquido di base in condizioni di equilibrio termico locale
- Moto relativo esistente tra fase solida sospesa e fase liquida di base sostanzialmente ascrivibile alla diffusione per termoforesi ed alla diffusione Browniana
- Proprietà termofisiche della miscela dipendenti localmente dalla temperatura, oltre che dalla concentrazione di nanoparticelle in sospensione,
- Scambio termico per irraggiamento anch'esso trascurabile,

le equazioni di conservazione della massa (sia per il nanofluido che per le nanoparticelle), della quantità di moto e dell'energia, descrittive del comportamento termofluidodinamico della sospensione, possono essere scritte nella forma:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_n \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{V}\mathbf{V}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho_n \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho_n c_n T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{V} c_n T) = \nabla \cdot (\mathbf{k}_n \nabla T) \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho_n m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{V} m) = -\nabla \cdot \mathbf{J}_p \quad (4)$$

in cui t è il tempo, \mathbf{V} è il vettore velocità, $\boldsymbol{\tau}$ è il tensore degli sforzi, \mathbf{g} è il vettore accelerazione di gravità, \mathbf{J}_p è il flusso di massa delle nanoparticelle, T è la temperatura, m è la concentrazione in massa delle nanoparticelle in sospensione, ρ_n è la densità del nanofluido, c_n è il calore specifico a pressione costante del nanofluido e \mathbf{k}_n è la conducibilità termica del nanofluido. Nell'ipotesi che il nanofluido abbia un comportamento Newtoniano – come dimostrato, ad esempio, da (Das, Putra, Thiesen, & Roetzel, 2003), (Prasher, Song, Wang, & Phelan, 2006), (He, et al., 2007), (Chen, Ding, He, & Tan, 2007), (Chevalier, Tillement, & Ayela, 2007) e (Cabaleiro, Pastorizia-Gallego, Pinero, & Lugo, 2013) – il tensore degli sforzi assume la forma

$$\boldsymbol{\tau} = -\left(p + \frac{2}{3} \mu_n \nabla \cdot \mathbf{V}\right) \mathbf{I} + \mu_n [\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^t] \quad (5)$$

in cui p è la pressione, μ_n è la viscosità dinamica del nanofluido e \mathbf{I} è il tensore unitario, mentre $(\nabla \mathbf{V})^t$ è la trasposta di $\nabla \mathbf{V}$. Il flusso di massa delle nanoparticelle, \mathbf{J}_p è dato dalla somma dei termini diffusivi Browniano e termoforetico, che, nell'ipotesi di miscela con bassa concentrazione di fase solida sospesa, è pari a

$$\mathbf{J}_p = -\rho_n \left(D_B \nabla m + D_T \frac{\nabla T}{T} \right) \quad (6)$$

in cui D_B and D_T sono i coefficienti di diffusione Browniana e termoforetica.

Si noti che tra la concentrazione in massa di nanoparticelle in sospensione nel liquido di base, m , e la corrispondente frazione volumetrica, φ , di più largo impiego in letteratura, sussiste la seguente relazione

$$\rho_s \varphi = \rho_m, \quad (7)$$

in cui ρ_s è la densità della fase solida sospesa.

Per ciò che riguarda le condizioni al contorno sulle superfici solide di confinamento del dominio di integrazione, oltre alle usuali condizioni di Dirichlet o Neumann per la temperatura e di non slittamento per la velocità, occorre imporre che il flusso di massa delle nanoparticelle sia pari a zero ($\mathbf{J}_p = 0$).

2.2 Coefficienti di diffusione

2.2.1. Diffusione Browniana

Il coefficiente di diffusione Browniana, D_B , è dato dall'equazione di Einstein-Stoke (1905)

$$D_B = \frac{k_b T}{3\pi\mu_f d_p} \quad (8)$$

in cui $k_b = 1.38066 \times 10^{-23}$ J/K è la costante di Boltzmann, μ_f è la viscosità dinamica del fluido di base e d_p è il diametro delle nanoparticelle in sospensione.

2.2.2. Diffusione per termoforesi

Il coefficiente di diffusione per termoforesi, D_T , è posto nella forma

$$D_T = \beta \frac{\mu_f}{\rho_f} m, \quad (9)$$

in cui ρ_s è la densità del fluido di base e β è il cosiddetto parametro di termoforesi, che,

per nanofluidi a base acquosa contenenti particelle di ossidi metallici, può essere calcolato mediante la seguente correlazione proposta da (Corcione, M.; Cianfrini, M.; Quintino, A., 2015) sulla base di 15 serie di misure sperimentali condotte da 3 gruppi di ricerca indipendenti

$$\beta = \left[(1.5 \times 10^4) (k_s/k_f)^{-3} + 0.9 \right] \cdot \left[-16(\varphi_{av})^{2.35} + 0.0195 \right] \quad (10)$$

Nella precedente equazione, k_s e k_f sono le conducibilità termiche delle nanoparticelle e del fluido di base, rispettivamente, i cui valori devono essere calcolati alla temperatura media del nanofluido, T_{av} , mentre φ_{av} è la frazione volumetrica media delle nanoparticelle in sospensione.

Nei limiti di validità dell'equazione (10), si può osservare che β diminuisce all'aumentare di φ_{av} e del rapporto k_s/k_f , mentre risulta indipendente da d_p .

Gli andamenti del parametro β in funzione di φ_{av} ricavati dall'equazione (10) sono riportati in Fig. 1 per diversi valori del rapporto k_s/k_f .

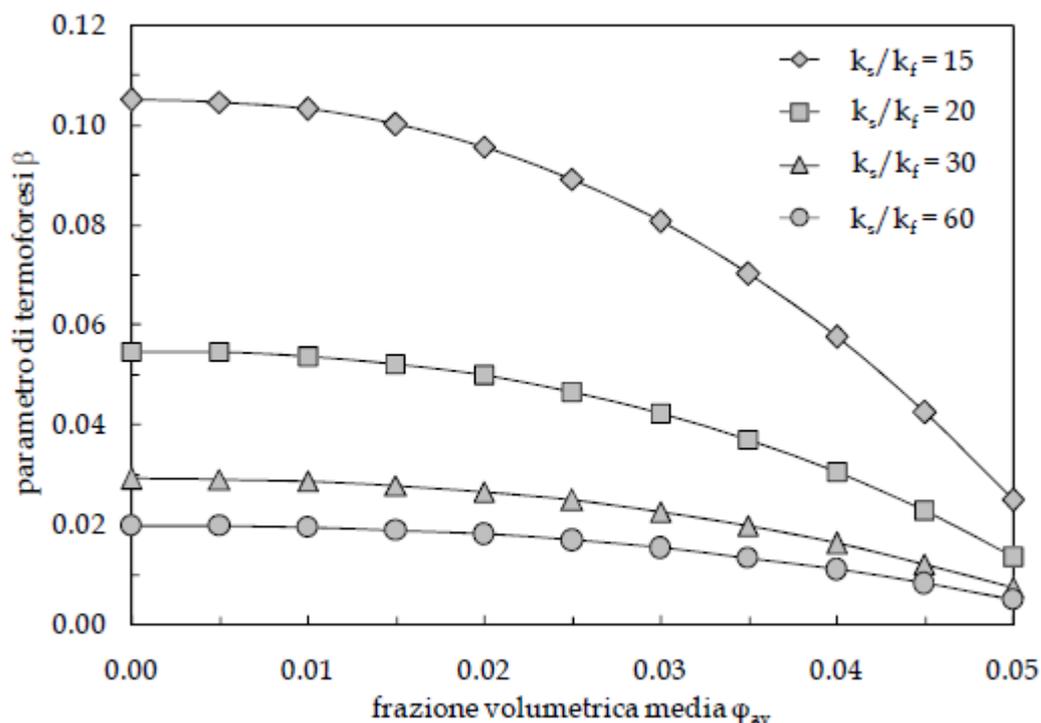


Fig. 1. Andamenti di β in funzione di ϕ_{av} per diversi valori di k_s/k_f .

2.3 Proprietà termofisiche del nanofluido

I nanofluidi sono un nuovo tipo di fluidi per il trasferimento del calore ottenuti da una sospensione di particelle di dimensioni nanometriche in un liquido di base. Il termine nanofluido è stato coniato nel 1995 da (Choi, Zhang, Yu, Lockwood, & Grulke, 2001), il quale ha mostrato come una dispersione uniforme di basse concentrazioni di nanoparticelle in un liquido come acqua, olio o glicole etilenico, potrebbe migliorare sensibilmente la sua prestazione termica. Da allora, a causa del loro impatto potenziale su diversi settori industriali, i nanofluidi hanno attratto l'interesse di un numero crescente di scienziati, come chiaramente riflesso dal significativo sforzo di ricerca dedicato a questo argomento.

Uno dei principali risultati che emerge da un'analisi approfondita della letteratura disponibile è che nella maggior parte dei casi i modelli originariamente sviluppati per

compositi e miscele con inclusioni di micro-dimensioni e milli-dimensioni, - vale a dire, i modelli sviluppati da (Maxwell, 1954), (Hamilton & Crosser, 1962), e (Davis, 1983) - falliscono drammaticamente nella previsione della conducibilità termica della nanoparticella in sospensione (almeno quando la temperatura del nanofluido è uno o qualche decina di gradi in più rispetto alla temperatura dell'ambiente circostante), probabilmente perché tali modelli tradizionali includono solo l'effetto della concentrazione delle nanoparticelle. Questo ha motivato lo sviluppo di un elevato numero di nuovi modelli teorici per la valutazione della conducibilità termica efficace dei nanofluidi, i quali tengono conto degli effetti dei fenomeni che si verificano all'interfaccia solido/liquido e/o della convezione di micro-miscelazione causata dal movimento Browniano delle nanoparticelle. E', per esempio, il caso dei modelli proposti da (Xue, 2003), (Kumar, et al., 2004), (Koo & Kleinstreuer, 2004), (Jang & Choi, 2004), (Xie, Fuji, & Zhang, 2005), (Patel, et al., 2005), (Ren, Xie, & Cai, 2005), (Prasher, Bhattacharya & Phelan, 2005), (Leong, Yang, & Murshed, 2006), (Prakash & Giannelis, 2007) e (Murshed, Leong, & Yang, 2009).

Tuttavia, si rilevano grandi discrepanze tra l'uno e l'altro modello, rappresentando chiaramente una restrizione alla loro applicabilità.

Inoltre, la maggior parte di questi modelli include costanti empiriche di proporzionalità i cui valori sono spesso determinati sulla base di un numero limitato di dati sperimentali. Del resto, il miglioramento della conducibilità termica non è l'unico effetto degno di nota proveniente dalla sospensione di nanoparticelle in un fluido di base: si verifica infatti una crescita contemporanea della viscosità dinamica, che potrebbe essere una grave limitazione, sia in termini di un aumento esagerato delle perdite di carico nelle applicazioni di convezione forzata, o in termini di una drastica riduzione del movimento del fluido in situazioni di convezione naturale. Di

conseguenza, la possibilità di calcolare la viscosità dinamica efficace di una sospensione di nanoparticelle sembra essere cruciale per stabilire se il suo utilizzo è effettivamente vantaggioso rispetto al liquido puro di base. Nonostante questo, lasciando da parte le teorie sviluppate tempo fa per le dispersioni colloidali tradizionali di (Brinkman, 1952) di cui le previsioni tipicamente sottostimano la viscosità dinamica di sospensioni di nanoparticelle, solo pochi modelli sono stati recentemente proposti per descrivere il comportamento dei nanofluidi, come quelli sviluppati da (Masoumi, Sohrabi, & Behzadmehr, 2009). In aggiunta, poiché questi modelli contengono dei fattori di correzione empirici basati su un numero estremamente piccolo di dati sperimentali, la loro regione di validità è in qualche modo limitata.

Proprio questo quadro generale, come già espresso nel precedente paragrafo, ha motivato la definizione di una coppia di equazioni empiriche di facile applicazione atte a predire l'efficacia delle proprietà termo-meccaniche dei nanofluidi.

2.3.1. Conducibilità termica

L'inadeguatezza delle tradizionali teorie del campo nel predire l'efficacia della conducibilità termica dei nanofluidi con un'approssimazione sufficientemente buona, ha motivato lo sviluppo di diversi nuovi modelli.

Un primo gruppo di modelli assegna un ruolo chiave all'effetto del nanolayer interfacciale, la cui esistenza è stata suggerita da (Choi et al., 2014) usando l'osservazione della stratificazione molecolare in un liquido all'interfaccia solido/liquido, vedi per es. (Xue, 2003), (Xie, Fujii, & Zhang, 2005) e (Leong, Yang, & Murshed, 2006). Un secondo gruppo di modelli comprende due diversi contributi: uno statico e uno dinamico. Il primo contributo dipende dalla composizione del nanofluido, mentre il secondo tiene conto dell'effetto della convezione di micro-galleggiamento provocata dal moto browniano delle nanoparticelle, che si presume

essere un meccanismo decisivo di trasferimento di energia – vedi per es. (Kumar, et al., 2004), (Koo & Kleinstreuer, 2004), (Jang & Choi, 2004), (Patel, et al., 2005), (Ren, Xie, & Cai, 2005), (Prasher et al., 2006), (Xuan, Li, & Hu, 2003), (Xue, 2003), (Prakash & Giannelis, 2007), (Murshed, Leong, & Yang, 2009). Si noti che i modelli discussi dai succitati autori considerano anche il ruolo della resistenza interfacciale, il cui effetto di discontinuità della temperatura potrebbe degradare significativamente la prestazione di trasferimento di calore del nanofluido; al contrario, gli effetti combinati della diffusione Browniana, il movimento e il nanolayer interfacciale sono presi in considerazione nei modelli proposti da (Ren, Xie, & Cai, 2005) e (Prakash & Giannelis, 2007), così come da (Murshed, Leong, & Yang, 2009) i cui contributi aggiuntivi considerano anche la chimica delle superfici delle nanoparticelle e il potenziale di interazione. Infine, altri modelli prendono in considerazione l'aggregazione di nanoparticelle che causa la percolazione locale, vedi per es. Wang et al., Prasher et al. e Evans et al., e attribuiscono gli effetti della micro-convezione dovuta al movimento browniano delle nanoparticelle all'aggregazione che si verifica tra singole nanoparticelle e/o cluster di nanoparticelle. Vedere per esempio Xuan et al. e Prasher et al.

Authors	Nanofluid	Nanoparticle size	Volume fraction	Temperature
Pak et al.	TiO ₂ + H ₂ O	27 nm	0 - 4.3%	300 K
Masuda et al.	TiO ₂ + H ₂ O	27 nm	0 - 4.3%	305 □ 340 K
Lee et al.	CuO + H ₂ O	23.6 nm	0 - 3.4%	294 K
Lee et al.	CuO + EG	23.6 nm	0 - 4.0%	294 K
Lee et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	38.4 nm	0 - 4.3%	294 K
Lee et al.	Al ₂ O ₃ + EG	38.4 nm	0 - 5.0%	294 K
Eastman et al.	Cu + EG	10 nm	0 - 0.6%	294 K
Das et al.	CuO + H ₂ O	28.6 nm	0 - 4.0%	294 □ 324 K
Das et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	38.4 nm	0 - 4.0%	294 □ 324 K
Chon et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	47 nm	0 - 1.0%	294 □ 344 K
Chon et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	150 nm	0 - 1.0%	294 □ 344 K
Murshed et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	80 nm	0 - 1.0%	294 □ 334 K
Murshed et al.	Al ₂ O ₃ + EG	80 nm	0 - 5.0%	294 □ 334 K
Mintsa et al.	CuO + H ₂ O	29 nm	0 - 10.0%	294 □ 313 K

Fig. 2. Dati sperimentali per derivare l'eq. (11) della conducibilità termica.

Per il calcolo della conducibilità termica del nanofluido, k_n , si è scelto di utilizzare la seguente correlazione sviluppata da Corcione (2011) sulla base di 14 serie di misure sperimentali condotte da 8 gruppi di ricerca indipendenti

$$\frac{k_n}{k_f} = 1 + 4.4 \text{Re}_p^{0.4} \text{Pr}_f^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left(\frac{k_s}{k_f} \right)^{0.03} \varphi^{0.66} \quad (11)$$

in cui Re_p è il numero di Reynolds delle nanoparticelle, Pr_f è in numero di Prandtl del fluido di base, T_{fr} è la temperatura di solidificazione del liquido di base e φ è la frazione volumetrica delle nanoparticelle in sospensione.

Il numero di Reynolds delle nanoparticelle è definito come

$$Re_p = \frac{\rho_f u_p d_p}{\mu_f} \quad (12)$$

in cui u_p è la velocità del moto Browniano delle nanoparticelle in sospensione, pari al rapporto tra il diametro d_p delle nanoparticelle ed il tempo t_D necessario a coprire tale distanza, il quale, in base a quanto specificato da (Kebinski et al., 2002), è pari a

$$t_D = \frac{d_p^2}{6D_B} \quad (13)$$

Dove D_B è il coefficiente di diffusione Browniana definito nell'equazione (8). Pertanto, il numero di Reynolds delle nanoparticelle può essere così calcolato

$$Re_p = \frac{2\rho_f k_b T}{\pi\mu_f^2 d_p} \quad (14)$$

Nei limiti di validità dell'equazione (11), si può osservare che il rapporto k_n / k_f aumenta all'aumentare di ϕ e T ed al diminuire di d_p , mentre dipende poco dal tipo di combinazione solido-liquido.

Gli andamenti del rapporto k_n / k_f in funzione di ϕ ricavati dall'equazione (11) sono riportati in Fig. 3 per $Al_2O_3 + H_2O$ per diversi valori di d_p e T .

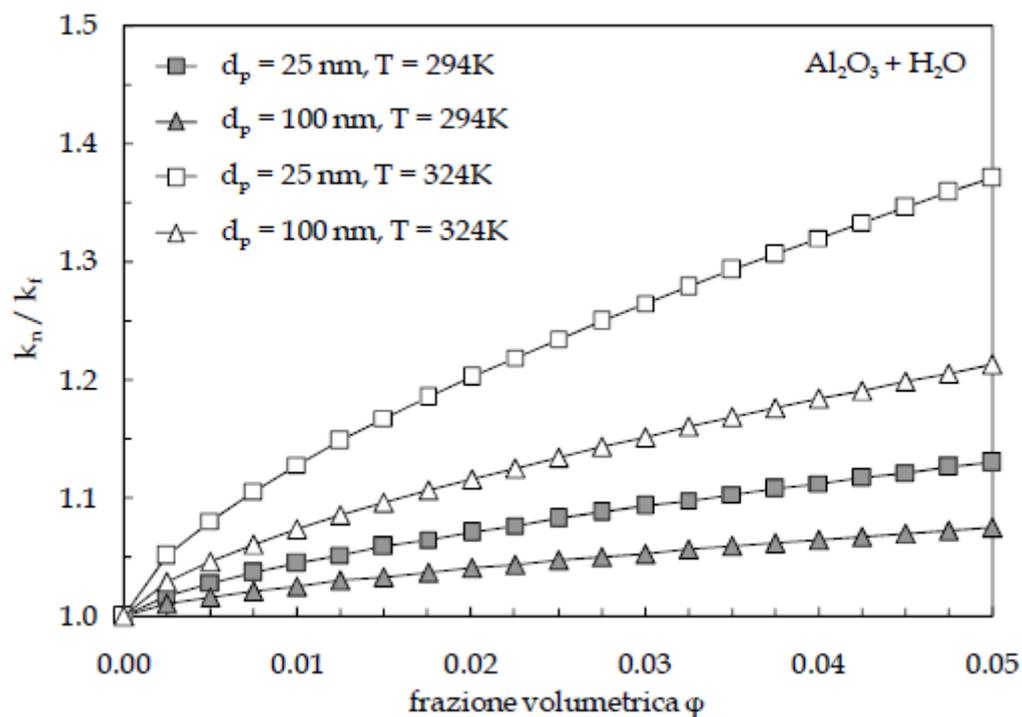


Fig. 3. Andamenti di k_n/k_f in funzione di ϕ per diversi valori di d_p e T .

Si può chiaramente osservare che il rapporto k_n/k_f aumenta all'aumentare di ϕ e T ed al diminuire di d_p , mentre dipende poco dal tipo di combinazione solido-liquido. Le distribuzioni di k_n/k_f in funzione di ϕ dimostrano che il grado di fallimento del modello applicato ai nanofluidi aumenta all'aumentare della temperatura e al diminuire della dimensione delle nanoparticelle, oltre al fatto che l'eq. (11) interpola piuttosto bene un'ampia varietà di dati di letteratura da diverse fonti. La sua affidabilità è testata da un'analisi comparativa con tre diverse relazioni di altri autori e tredici set di dati sperimentali diversi da quelli utilizzati nella generazione della stessa. I risultati di tale confronto sono mostrati in Fig. 4 e Fig. 5 e mostrano un soddisfacente grado di accordo.

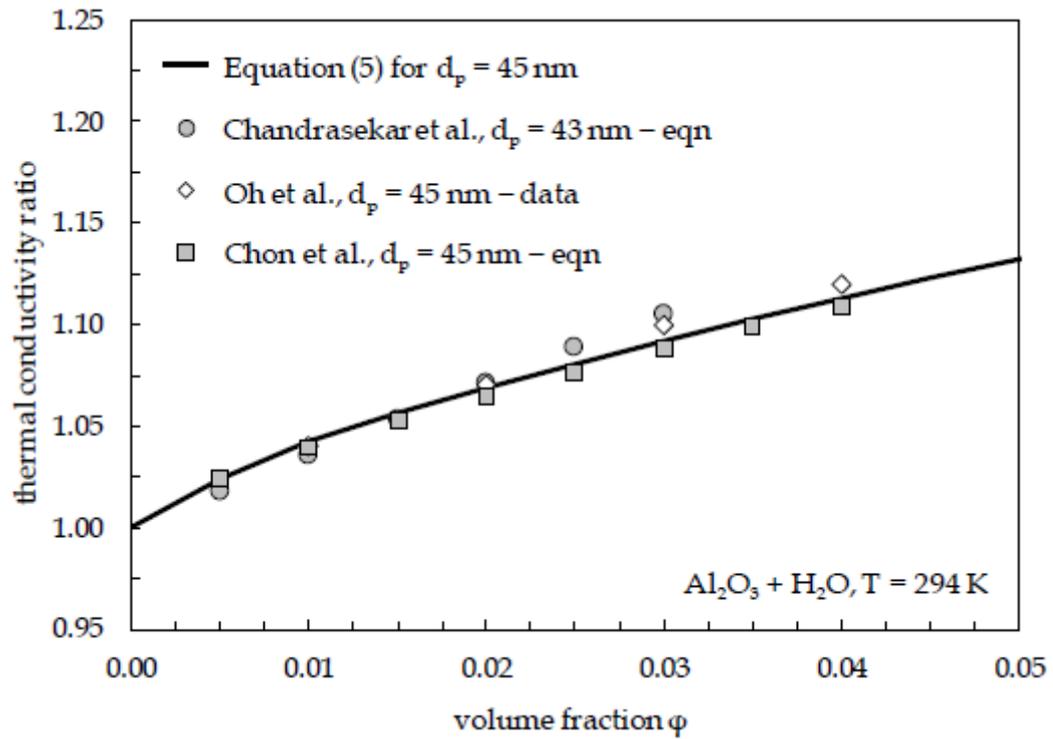


Fig. 4. Confronto tra le previsioni dell'eq. (11) per Al_2O_3 ($d_p=45$ nm) + H_2O a $T=294$ K e alcuni dati/correlazioni presenti in letteratura.

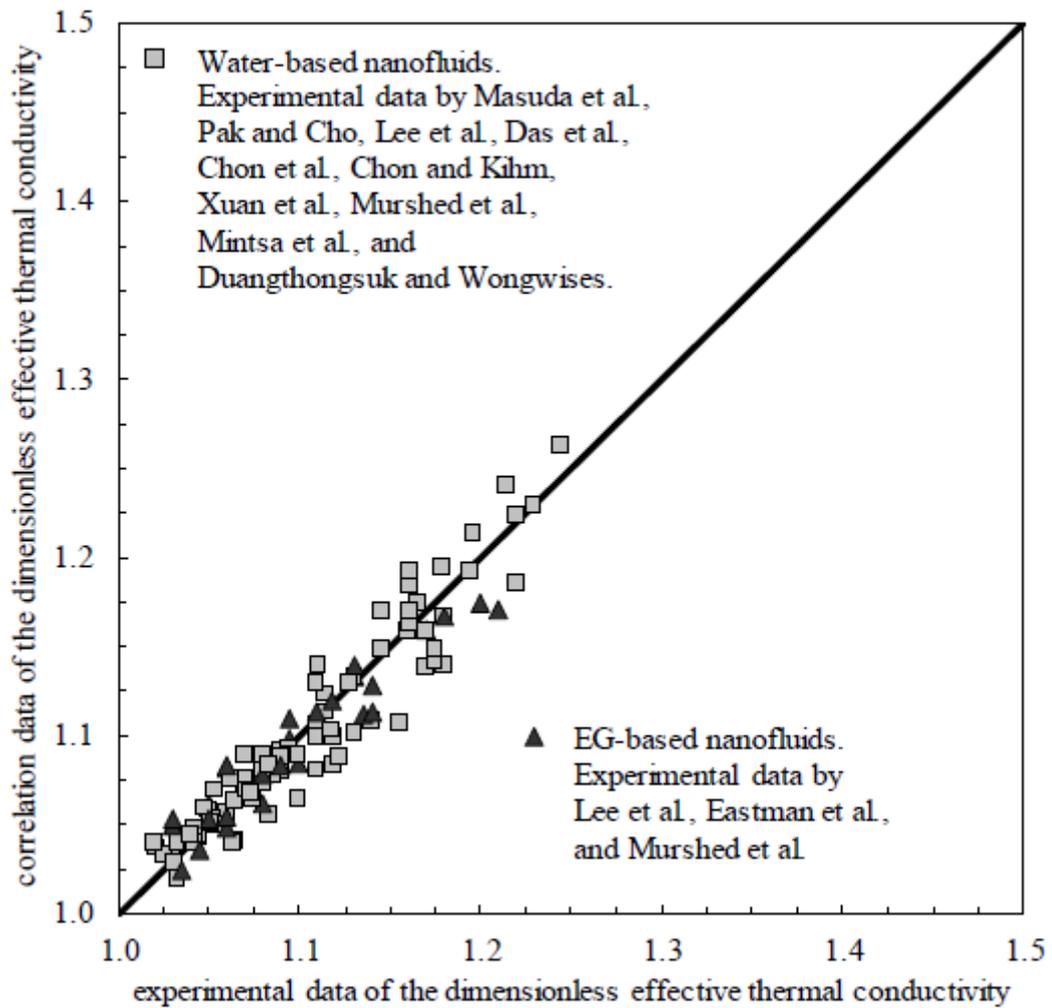


Fig. 5. Confronto tra le previsioni dell'eq. (11) per Al_2O_3 ($d_p=45$ nm) + H_2O a $T=294$ K e alcuni dati/correlazioni presenti in letteratura.

2.3.2. Viscosità dinamica

Sebbene le teorie tradizionali trattino in modo significativo la viscosità dinamica efficace dei nanofluidi, solo pochi modelli sono stati recentemente proposti per descriverne il comportamento. Questo è ad esempio il caso dei modelli sviluppati da Koo et al. e Masoumi et al., che spiegano gli effetti del moto browniano delle nanoparticelle sospese e il modello proposto da Ganguly e Chakraborty su cui si basa la cinetica dei fenomeni di agglomerazione – deagglomerazione dovuta all'interazione

interparticella. Tuttavia, poiché questi modelli contengono fattori di correzione empirici basati su numeri estremamente ridotti di dati sperimentali, le loro regioni di validità risultano limitate.

La viscosità dinamica del nanofluido, μ_n , è stata calcolata mediante la seguente correlazione sviluppata da Corcione (2011) sulla base di 14 serie di misure sperimentali eseguite da 10 gruppi di ricerca indipendenti

$$\frac{\mu_n}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.87(d_p / d_f)^{-0.3} \phi^{1.03}} \quad (15)$$

Nella precedente equazione (15), d_f è il diametro equivalente della molecola del fluido di base calcolata alla temperatura di riferimento $T_0 = 293 \text{ K}$ in base alla relazione $M = \rho_{f0} V_m N$, ove M , ρ_{f0} and V_m sono la massa molare, la densità alla temperatura di riferimento T_0 ed il volume molecolare del fluido di base, mentre $N = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ è il numero di Avogadro.

Esprimendo V_m come $(4/3)\pi(d_f/2)^3$, si ottiene

$$d_f = 0.1 \left[\frac{6M}{N\pi\rho_{f0}} \right]^{1/3} \quad (16)$$

Authors	Nanofluid type	Nanoparticle size	Volume fraction	Temperature
Pak et al.	TiO ₂ + H ₂ O	27 nm	0 - 4.3%	300 K
Chen et al.	TiO ₂ + EG	25 nm	0 - 1.8%	293 - 333 K
Chevalier et al.	SiO ₂ + ethanol	35 nm	0 - 5.0%	294 K
Chevalier et al.	SiO ₂ + ethanol	94 nm	0 - 7.0%	294 K
Chevalier et al.	SiO ₂ + ethanol	190 nm	0 - 5.5%	294 K
Das et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	38 nm	0 - 4.0%	293 - 333 K
Prasher et al.	Al ₂ O ₃ + PG	27 nm	0 - 3.0%	303 - 333 K
Prasher et al.	Al ₂ O ₃ + PG	40 nm	0 - 3.0%	303 - 333 K
Prasher et al.	Al ₂ O ₃ + PG	50 nm	0 - 3.0%	303 - 333 K
He et al.	TiO ₂ + H ₂ O	95 nm	0 - 1.2%	295 K
Masuda et al.	TiO ₂ + H ₂ O	27 nm	0 - 4.3%	305 - 340 K
Wang et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	28 nm	0 - 6.0%	294 K
Lee et al.	Al ₂ O ₃ + H ₂ O	30 nm	0 - 0.3%	294 - 312 K
Garg et al.	Cu + EG	200 nm	0 - 2.0%	294 K

Tab. 1 Dati sperimentali per derivare l'eq. (15) della viscosità dinamica.

Nei limiti di validità dell'equazione (15), mostrati in Tab. 1, si può osservare come il rapporto μ_n / μ_f aumenta all'aumentare di ϕ ed al diminuire di d_p , mentre è indipendente dalla temperatura e dal tipo di combinazione solido-liquido.

Gli andamenti del rapporto μ_n / μ_f in funzione di ϕ ricavati dall'equazione (15) sono riportati in Fig. 6 per nanofluidi a base acquosa per diversi valori di d_p . La Fig. 7 mostra invece il confronto tra nanofluidi a base acquosa contenenti nanoparticelle con $d_p = 33$ nm e alcune tra le principali equazioni presenti in letteratura.

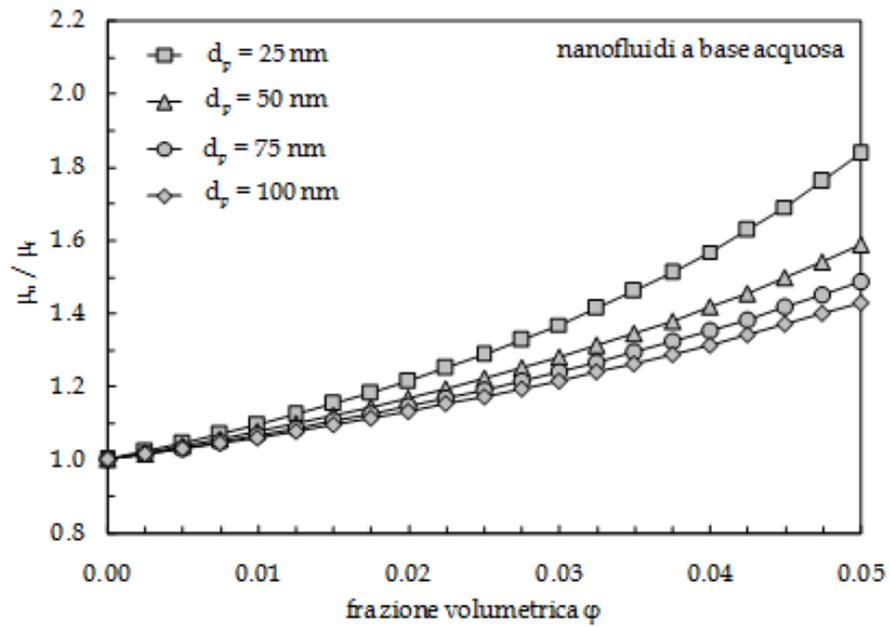


Fig. 6. Andamenti di μ_n / μ_f in funzione di ϕ per diversi valori di d_p .

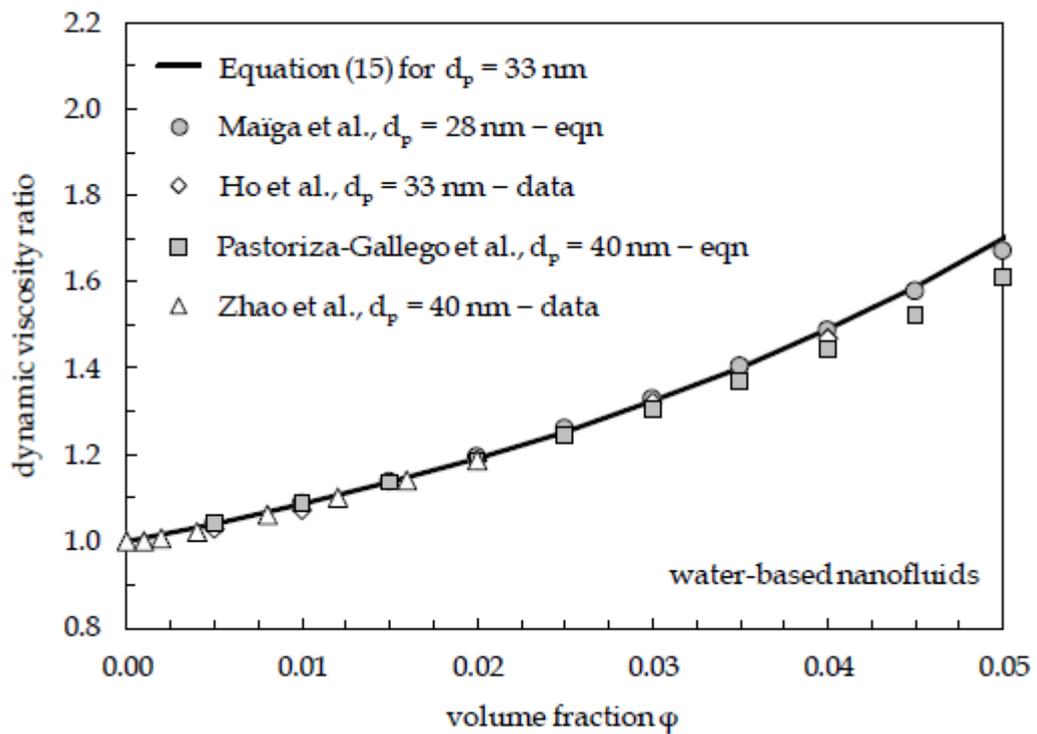


Fig. 7. Confronto tra le previsioni dell'eq. (15) per Al_2O_3 ($d_p = 33 \text{ nm}$) + H_2O e $\phi = 0.01-0.05$ e alcune correlazioni disponibili in letteratura

2.3.3. Densità

La densità del nanofluido, ρ_n , può essere calcolata mediante la tradizionale regola della miscela

$$\rho_n = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (17)$$

la cui validità è stata dimostrata sperimentalmente per la prima volta da Pak e Cho (1998).

2.3.4. Calore specifico a pressione costante

Il calore specifico a pressione costante del nanofluido, c_n , può essere calcolato mediante la tradizionale regola della miscela, a partire dalla capacità termica a pressione costante per unità di volume, $(\varphi c)_n$

$$(\varphi c)_n = (1-\varphi)(\rho c)_f + \varphi(\rho c)_s \quad (18)$$

in cui $(\rho c)_f$ e $(\rho c)_s$ sono le capacità termica a pressione costante per unità di volume del fluido di base e delle nanoparticelle in sospensione. Ne deriva

$$c_n = \frac{(1-\varphi)(\rho c)_f + \varphi(\rho c)_s}{(1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s}, \quad (19)$$

la cui validità è stata dimostrata sperimentalmente per la prima volta da Zhou e Ni (2008).

Le distribuzioni del rapporto di densità di massa, del rapporto tra i calori specifici a pressione costante, c_n / c_f e del rapporto tra i coefficienti di espansione termica, β_n / β_f , sono tracciate in funzione della frazione di volume di nanoparticelle per es. $Al_2O_3 + H_2O$ a $T = 309$ K, e sono mostrate in figura 8, dove sono rappresentate anche le distribuzioni del rapporto tra le capacità di calore a pressione costante per unità di volume e il rapporto tra i derivati della densità di massa.

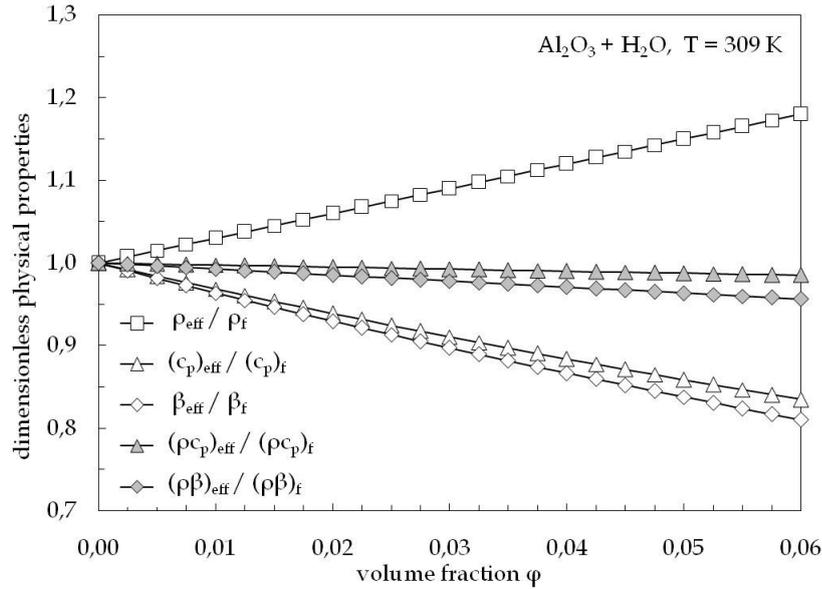


Fig. 8 Distribuzioni tra i rapporti delle altre proprietà in funzione di ϕ per Al₂O₃ + H₂O e T = 309 K

2.4 Formulazione matematica del comportamento termofluidodinamico dei fluidi tradizionali

Il flusso generato da elementi a diversa temperatura all'interno della cavità è considerato essere bidimensionale, laminare e incompressibile, con proprietà fisiche costanti. Gli effetti della variazione di viscosità sul trasferimento della quantità di moto sono presi in considerazione per mezzo della nota approssimazione di Boussinesq. La dissipazione per attrito viscoso e il lavoro di pressione, così come lo scambio termico per irraggiamento, sono ritenuti trascurabili.

Per tener conto di queste ipotesi nell'equazione di continuità, della quantità di moto e dell'energia, si è giunti al seguente set di equazioni rappresentanti il sistema, espresse in forma adimensionale

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla P + \nabla^2 \mathbf{V} - \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \mathbf{T} \frac{\mathbf{g}}{g} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \tau} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{T} = \frac{1}{\text{Pr}} \nabla^2 \mathbf{T} \quad (22)$$

dove τ è il tempo adimensionale normalizzato per L^2/ν , \mathbf{V} è il vettore velocità adimensionale normalizzato per ν/L , T è l'eccesso adimensionale di temperatura rispetto alla temperatura uniforme dei lati della cavità normalizzato per la differenza di temperatura ($T_h - T_c$), P è la somma adimensionale delle pressioni termodinamiche e idrostatiche normalizzata per $\rho \nu^2/L^2$, \mathbf{g} è il vettore gravità, g è l'accelerazione di gravità, $\text{Pr} = \nu/\alpha$ è il numero di Prandtl, e Ra è il numero di Rayleigh definito come

$$\text{Ra} = \frac{g\beta(t_h - t_c)L^3}{\alpha\nu} \quad (23)$$

in cui ν è la viscosità cinematica, α è la diffusività termica, e β è il coefficiente di dilatazione termica volumetrica.

3 Studio dello scambio termico in cavità confinate per nanofluidi per diverse condizioni al contorno

3.1 Definizione della geometria e delle condizioni al contorno

Viene eseguito lo studio numerico della convezione naturale di una piastra verticale riscaldata sospesa all'interno di una cavità a sezione quadrata contenente un nanofluido a base acquosa con particelle in sospensione a base di ossido di metallo e che presenta le facce laterali raffreddate e le facce orizzontali – superiore e inferiore – o perfettamente adiabatiche o anch'esse raffreddate per mezzo di un modello bifasico basato su un approccio doppio diffusivo per la valutazione degli effetti della termoforesi e della diffusione Browniana. Lo studio è altresì eseguito usando la frazione volumetrica media di fase solida in sospensione, il diametro medio delle particelle, la differenza di temperatura imposta tra le superfici della piastra e le facce della cavità, la lunghezza della piastra e la sua distanza dal fondo della cavità come variabili del sistema. Lo scopo principale della ricerca è quello di delineare le caratteristiche di base proprie dei flussi di calore e materia, di analizzare in che modo e in che misura le performance del sistema dipendano dalla presenza delle nanoparticelle solide disperse nel liquido di base e di determinare come la posizione della piastra all'interno della cavità influenzi le caratteristiche dei moti convettivi.

Una rappresentazione schematica della geometria e delle condizioni al contorno del problema è mostrata in Fig. 9

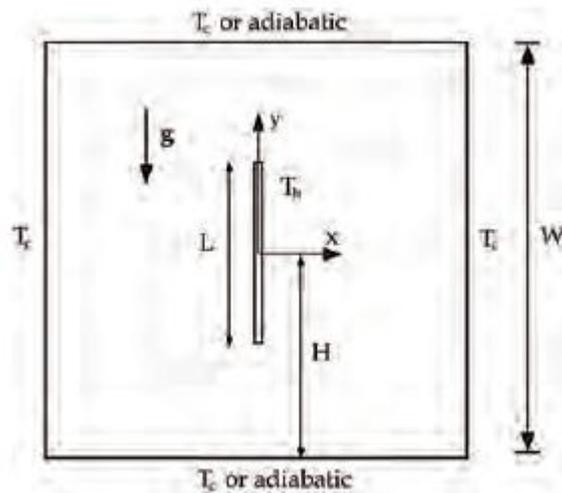


Fig. 9. Schematizzazione della geometria e delle condizioni al contorno.

3.2 Procedura di calcolo numerico

Il sistema di equazioni (1) – (4), tenendo conto delle condizioni al contorno ed iniziali prima accennate, è risolto per mezzo di un codice di calcolo alle differenze finite nella formulazione ai volumi di controllo basato sull'algoritmo SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent) di accoppiamento pressione-velocità proposto da (Van Doormaal & Raithby, 1984) – a partire dall'algoritmo SIMPLE di (Patankar & Spalding, 1972) – e sullo schema QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics) di interpolazione dei termini convettivi proposto da (Leonard, 1979), sviluppato in proprio e validato dai componenti del gruppo di ricerca sui nanofluidi attivo presso il dipartimento DIAEE di Sapienza Università di Roma.

Il dominio di calcolo è discretizzato utilizzando una griglia non uniforme, con un maggiore infittimento del passo in prossimità delle superfici di confinamento; viceversa, la discretizzazione temporale è assunta uniforme. In particolare, assegnati i valori iniziali delle variabili dipendenti in tutti i punti del dominio di integrazione, ad

ogni passo temporale il sistema di equazioni discretizzate in forma algebrica è risolto iterativamente "riga per riga" mediante l'applicazione dell'algoritmo di Thomas ed un adeguato sotto-rilassamento dei valori delle variabili dipendenti fino al raggiungimento della convergenza dei campi di temperatura, velocità e concentrazione, ossia fino a quando in ogni punto del dominio di integrazione le variazioni relative di T , V e m non risultino inferiori a 10^{-7} . La procedura di calcolo si arresta al raggiungimento del regime stazionario, ossia quando la differenza relativa tra i flussi termici in ingresso ed uscita dalla cavità risulti inferiore a 10^{-6} e, inoltre, in ogni punto del dominio di integrazione le variazioni relative delle derivate temporali di T , V e m risultino inferiori a 10^{-8} .

All'interno di ciascun passo temporale, la soluzione numerica spaziale dei campi di temperatura, velocità e concentrazione viene considerata convergente quando il valore massimo assoluto della sorgente di massa, nonché i relativi cambiamenti delle variabili dipendenti su qualsiasi nodo di rete tra due iterazioni consecutive, sono più piccole dei valori prestabiliti di 10^{-6} e 10^{-7} , rispettivamente. Col passare del tempo, il comportamento dinamico del sistema è seguito dal tracciamento delle traiettorie dello spazio delle fasi delle variabili dipendenti T , U , V e m , in corrispondenza di alcuni nodi di griglia assegnati, cioè, il tracciamento delle distribuzioni delle derivate temporali locali di queste variabili in funzione delle variabili stesse con il tempo come parametro, per visualizzare la tendenza del sistema a raggiungere uno stato stazionario o una soluzione temporizzata. Inoltre, le distribuzioni dei flussi termici in entrata e in uscita nel tempo, con la loro relativa differenza, sono continuamente monitorati per valutare il raggiungimento di una soluzione asintotica.

Ad ogni passo temporale, dopo che la convergenza spaziale sia soddisfacentemente raggiunta, i flussi di calore sulle due facce della piastra, $Q_{p+}(t)$ e $Q_{p-}(t)$, sono calcolati

usando le seguenti espressioni:

$$Q_h^+(t) = \int_{-L/2}^{+L/2} -(k_n)_h \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0^+} dy \quad (24)$$

$$Q_h^-(t) = \int_{-L/2}^{+L/2} -(k_n)_h \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0^-} dy \quad (25)$$

dove gli apici "+" e "-" sono riferiti alla faccia destra e alla faccia sinistra della piastra, rispettivamente.

Per la configurazione AA, i flussi termici per le due superfici della piastra $Q_r(t)$ e $Q_l(t)$ sono forniti da

$$Q_r(t) = \int_{-W/2}^{+W/2} -(k_n)_c \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=W/2} dy \quad (26)$$

$$Q_l(t) = \int_{-W/2}^{+W/2} -(k_n)_c \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=-W/2} dy \quad (27)$$

mentre per la configurazione CC, il flusso termico sulle superfici orizzontali superiore e inferiore della cavità, $Q_t(t)$ e $Q_b(t)$, sono definiti da

$$Q_t(t) = \int_{-W/2}^{+W/2} -(k_n)_c \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=W/2} dx \quad (28)$$

$$Q_b(t) = \int_{-W/2}^{+W/2} -(k_n)_c \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=-W/2} dx \quad (29)$$

ove $(k_n)_h$ e $(k_n)_c$ sono i valori della conducibilità termica del nanofluido calcolati alle temperature T_h e T_c delle due pareti, mentre i gradienti di temperatura alle pareti sono calcolati utilizzando un profilo di temperatura del secondo ordine. I flussi termici al tempo t , $Q_{in}(t)$ e $Q_{out}(t)$, vengono calcolati per mezzo delle equazioni

$$Q_{in}(t) = Q_p^+(t) + Q_p^-(t) \quad (30)$$

$$Q_{out}(t) = Q_r(t) + Q_l(t) \quad (31)$$

$$Q_{out}(t) = Q_r(t) + Q_l(t) + Q_t(t) + Q_b(t) \quad (32)$$

L'integrazione temporale viene interrotta una volta raggiunta una soluzione asintotica, stazionaria o periodica. Una volta raggiunta la stazionarietà, i flussi termici entranti e uscenti, Q_{in} e Q_{out} , coincidono con gli ultimi valori calcolati per $Q_{in}(t)$ e $Q_{out}(t)$

$$Q_{in} = Q_{in}(t)|_{t \rightarrow \infty} \quad (33)$$

$$Q_{out} = Q_{out}(t)|_{t \rightarrow \infty} \quad (34)$$

Al contrario, quando si raggiunge una soluzione periodica, Q_{in} e Q_{out} sono definiti come

$$Q_{in} = \frac{1}{\Omega} \int_0^{\Omega} Q_{in}(t) dt \quad (35)$$

$$Q_{out} = \frac{1}{\Omega} \int_0^{\Omega} Q_{out}(t) dt \quad (36)$$

Dove Ω è il periodo di oscillazione calcolato dalla soluzione algoritmo.

D'altra parte, sia per flussi stazionari che periodici la seguente relazione vale:

$$Q_{in} = -Q_{out} = Q \quad (37)$$

Prima di iniziare l'indagine numerica sistematica oggetto del presente lavoro di tesi, è stato condotto uno studio di indipendenza dei risultati dalla discretizzazione spaziale

e temporale adottata, per diverse combinazioni dei sette parametri indipendenti di controllo m_{av} , d_p , T_c , T_h e W , L e H . In particolare, la temperatura media del nanofluido, $T_{av} = (T_h + T_c)/2$, e la differenza di temperatura tra due pareti verticali contrapposte, ΔT , sono state usate come variabili indipendenti in luogo di T_c e T_h . Inoltre, una volta assegnata la larghezza della cavità W , il rapporto tra la lunghezza della piastra e la larghezza della cavità, $\delta = L/W$, e il rapporto tra la distanza del centro della piastra dal fondo della cavità e la larghezza della cavità, $\gamma = H/W$, sono stati usati come variabili indipendenti in luogo di L e H , rispettivamente. Ancora, la frazione volumetrica media delle nanoparticelle in sospensione, φ_{av} , è stata usata come variabile indipendente in luogo di m_{av} , grazie alla seguente relazione tra di esse esistente

$$\varphi_{av} = \left[\left(\frac{1}{m_{av}} - 1 \right) \frac{\rho_s}{\rho_f} + 1 \right]^{-1} \quad (38)$$

in cui i valori delle densità ρ_s and ρ_f sono calcolati alla temperatura media T_{av} .

In dettaglio, le discretizzazioni spatio-temporali utilizzate per i calcoli sono state scelte in modo tale che ulteriori infittimenti del passo non producessero apprezzabili modifiche né dello scambio termico attraverso la cavità, né dei campi di temperatura, velocità e frazione volumetrica. Specificatamente, la variazione percentuale per il flusso termico, Q_{in} , per il massimo valore della componente verticale del vettore velocità nel piano orizzontale, V_{max} , e per la massima e minima frazione volumetrica di nanoparticelle sul piano orizzontale mediano della cavità, φ_{max} e φ_{min} , deve essere minore dell'1%, valore stabilito a priori. Numeri tipici di punti nodali utilizzati per le simulazioni numeriche condotte sono compresi tra 100×100 e 200×200 , mentre valori tipici del passo temporale sono compresi tra 10^{-3} s e 10^{-2} s.

Sono presentati nelle tabelle 2 – 4 i risultati della griglia e le analisi della sensibilità temporale condotte utilizzando $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$, assumendo per Al_2O_3 le stesse proprietà fisiche specificate da (Ögüt, 2009).

γ	φ_{av}	d_p (nm)	Mesh size	Q_{in} (W)	%	φ_{max}	%	φ_{min}	%	V_{max} ($\times 10^3$) (m/s)	%
0.35	0.02	25	80 \times 80	233.65	–	0.02701	–	0.01550	–	4.434	–
			100 \times 100	238.81	2.21	0.02755	1.98	0.01519	–1.98	4.521	1.96
			120 \times 120	242.71	1.63	0.02795	1.45	0.01497	–1.45	4.590	1.53
			140 \times 140	244.60	0.78	0.02819	0.87	0.01484	–0.87	4.633	0.94
0.65	0.02	25	100 \times 100	205.39	–	0.02688	–	0.01582	–	2.268	–
			120 \times 120	209.97	2.23	0.02741	1.98	0.01551	–1.98	2.317	2.13
			140 \times 140	213.60	1.73	0.02781	1.45	0.01528	–1.45	2.358	1.78
			160 \times 160	215.42	0.85	0.02805	0.87	0.01515	–0.87	2.381	0.98
0.65	0.04	25	120 \times 120	225.60	–	0.04826	–	0.03517	–	2.172	–
			140 \times 140	229.86	1.89	0.04921	1.98	0.03448	–1.98	2.208	1.68
			160 \times 160	232.90	1.32	0.04993	1.45	0.03398	–1.45	2.235	1.23
			180 \times 180	234.20	0.56	0.05036	0.87	0.03368	–0.87	2.245	0.44
0.65	0.04	75	140 \times 140	219.15	–	0.05858	–	0.02486	–	1.781	–
			160 \times 160	223.45	1.96	0.05974	1.98	0.02427	–2.37	1.818	2.12
			180 \times 180	226.87	1.53	0.06060	1.45	0.02397	–1.23	1.849	1.68
			200 \times 200	229.00	0.94	0.06113	0.87	0.02388	–0.39	1.863	0.76

Tab. 2. Analisi di sensitività della griglia per $T_{av} = 315$ K, $\Delta T = 10$ K, $\delta = 0.4$, $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$ s

T_{av} (K)	δ	Mesh size	Q_{in} (W)	%	φ_{max}	%	φ_{min}	%	V_{max} ($\times 10^3$) (m/s)	%
300	0.4	100 \times 100	172.38	–	0.03155	–	0.01302	–	2.723	–
		120 \times 120	176.61	2.45	0.03218	1.98	0.01276	–1.98	2.772	1.79
		140 \times 140	179.89	1.86	0.03265	1.45	0.01258	–1.45	2.803	1.12
		160 \times 160	181.62	0.96	0.03293	0.87	0.01247	–0.87	2.812	0.32
300	0.6	80 \times 80	227.83	–	0.02385	–	0.01747	–	3.903	–
		100 \times 100	232.14	1.89	0.02432	1.98	0.01713	–1.98	3.999	2.45
		120 \times 120	235.25	1.34	0.02468	1.45	0.01688	–1.45	4.073	1.86
		140 \times 140	236.12	0.37	0.02489	0.87	0.01673	–0.87	4.112	0.96
315	0.6	120 \times 120	277.05	–	0.02380	–	0.01411	–	4.541	–
		140 \times 140	282.92	2.12	0.02450	2.95	0.01369	–2.95	4.637	2.13
		160 \times 160	287.67	1.68	0.02496	1.86	0.01344	–1.86	4.703	1.42
		180 \times 180	289.86	0.76	0.02519	0.94	0.01331	–0.94	4.731	0.59

Tab. 3. Analisi di sensitività della griglia per $\varphi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $\gamma = 0.5$, $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$ s

Table III. Time-step sensitivity analysis for $T_{av} = 315$ K, $\Delta T = 10$ K, $\varphi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\delta = 0.4$, $\gamma = 0.35$ (configuration AA).

Mesh size	Δt (s)	Q_{hot} (W)	%	φ_{max}	%	φ_{min}	%	V_{max} ($\times 10^3$) (m/s)	%
140 \times 140	5×10^{-2}	238.01	–	0.02679	–	0.01587	–	4.487	–
	1×10^{-2}	241.72	1.56	0.02739	2.21	0.01552	–2.21	4.564	1.73
	5×10^{-3}	244.28	1.06	0.02783	1.63	0.01527	–1.63	4.618	1.18
	1×10^{-3}	244.60	0.13	0.02819	1.28	0.01484	–2.81	4.633	0.32

Tab. 4. Analisi di sensitività della griglia per $T_{av} = 315$ K, $\Delta T = 10$ K, $\varphi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\delta = 0.4$, $\gamma = 0.35$

Infine, con lo scopo di validare il codice numerico utilizzati per il presente studio, sono stati effettuati quattro test.

Nel primo test, le soluzioni stazionarie ottenute per una cavità quadrata piena d'aria riscaldata in modo differenziale ai lati, assumendo $m_{av} = 0$ e proprietà fisiche costanti, sono stati confrontati con le soluzioni di riferimento di (de Vahl Davis, 1983).

Nel secondo test, i valori medi di Nusselt, calcolati numericamente in regime stazionario per cavità quadrate verticali, utilizzando un numero di Prandtl $Pr = 7$ (corrispondente all'acqua a $T_{av} = 293$ K) e un numero di Rayleigh $Ra = 10^3 - 5 \times 10^7$ (calcolato usando una T fissa = 20 K), assumendo nuovamente $m_{av} = 0$, sono stati confrontati con i dati della Correlazione di Berkovsky-Polevikov basata su dati sperimentali e numerici di convezione naturale laminare in cavità rettangolari, (aspect-ratio vicino all'unità), verticali riscaldate e raffreddate lateralmente - vedi ad es. (Bejan, 2004) e (Incropera, Dewitt, Bergman, & Lavine, 2007).

Nel terzo test, le soluzioni stazionarie, al termine dello stato transitorio, calcolate per la convezione naturale laminare doppia diffusiva che si verifica in una cavità quadrata riempita con liquidi bifase, aventi proprietà fisiche costanti, soggette a un gradiente di temperatura orizzontale e a un gradiente di concentrazione, sono state confrontate con i risultati numerici di (Béghein, Haghigat, & Allard, 1992), (Gobin & Bennacer, 1996), e (R. Bennacer and D. Gobin, 1996). Nel quarto test, il codice computazionale

è stato impiegato per riprodurre numericamente sei serie di esperimenti eseguiti su cavità rettangolari riscaldate lateralmente con temperature differenti: Putra et al., usando $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$ con $\varphi_{av} = 0,01$ e $0,04$; Chang et al., utilizzando $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$ with $\varphi_{av} = 0,0131$ e $0,0272$; Hu et al., usando $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$ with $\varphi_{av} = 0,0025$ e $0,0077$. E' stato ottenuto un buon grado di accordo tra i nostri risultati numerici e i dati della letteratura in qualsiasi test di validazione effettuato, come si può vedere in figura 10, rappresentativa del quarto test, in cui le soluzioni numeriche ottenute rappresentano il rapporto tra i valori medi di Nusselt del nanofluido e del fluido puro di base, $\text{Nu}_n / \text{Nu}_f$, in funzione del numero di Rayleigh del nanofluido, Ra_n .

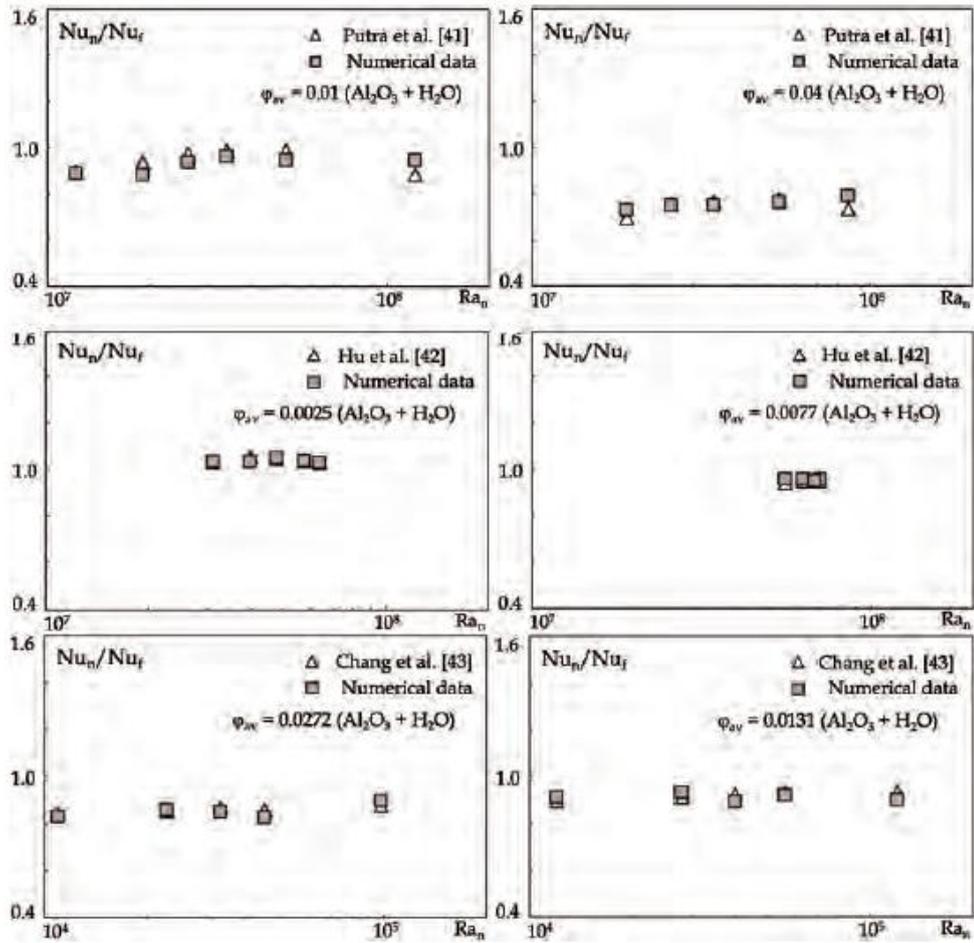


Fig. 10. Confronto tra i valori numerici ottenuti per Nu_n / Nu_f e i corrispondenti dati sperimentali di Putra et al., Hu et al. e Chang et al. per $Al_2O_3 + H_2O$ in cavità verticali diversamente riscaldate.

4. Risultati e discussione dello studio del comportamento in cavità confinate riempite di nanofluidi per diverse condizioni al contorno

Le simulazioni numeriche sono state eseguite usando $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O}$, per diversi valori di:

- Frazione volumetrica media della fase solida, ϕ_{av} , nell'intervallo tra 0 e 0,04
- Diametro medio delle nanoparticelle, d_p , nell'intervallo tra 25 nm e 75 nm
- Differenza di temperatura imposta tra la piastra e le pareti della cavità, ΔT , nell'intervallo tra 5 K e 20 K
- Temperatura media del nanofluido, T_{av} , nell'intervallo tra 300 K e 330 K
- Lunghezza adimensionale della piastra, δ , nell'intervallo tra 0.2 e 0.6
- Distanza adimensionale del centro della piastra e il fondo della cavità, γ , nell'intervallo tra 0.3 e 0.7.

La larghezza della cavità, W , è stata fissata a 0.05 m per tutte le simulazioni. Con questi valori, il numero di Rayleigh del nanofluido, basato sulla lunghezza della piastra, si attesta su valori compresi nell'intervallo $10^5 < Ra_n < 5 \times 10^7$, nel quale le proprietà del composto sono calcolate alla temperatura media e alla frazione volumetrica media.

Alcuni risultati locali per la configurazione AA sono mostrati in Figura 11, nella quale i profili delle linee di flusso, delle isoterme e delle isoconcentrazione sono riportati per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ and $\gamma = 0.5$.

Alcuni risultati locali sono mostrati in Fig. 30, in cui la distribuzione temporale asintotica delle linee di circolazione, delle isoterme e delle isoconcentrazione sono mostrate per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$, $\gamma = 0.5$.

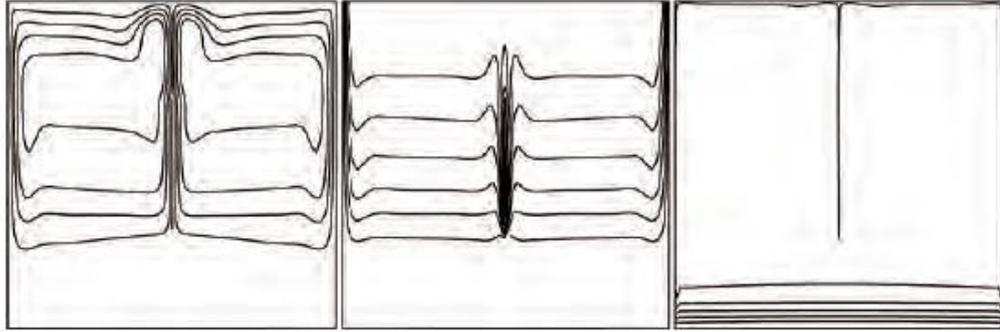


Fig. 11. Distribuzione temporale asintotica delle linee di circolazione, delle isoterme e delle isoconcentrazione per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$, $\gamma = 0.5$.

Come atteso, si generano due celle di circolazione controrotanti, con fluido caldo ascendente lungo le due facce della piastra e fluido freddo discendente lungo le pareti laterali raffreddate della cavità come risultato della combinazione degli effetti del gradiente imposto di temperatura e del conseguente gradiente di concentrazione legato alla migrazione delle particelle dalla regione più calda a quella più fredda. La corrispondente distribuzione di temperatura è caratterizzata da due strati limite lungo entrambe le facce della piastra, due strati limite adiacenti alle pareti verticali della cavità, da due regioni di fluido stratificato che si generano tra la piastra e ciascuna parete laterale e da una regione di stratificazione di fluido freddo e completamente stagnante che si genera sul fondo della cavità.

Ciò che si ritiene importante notare è il ruolo positivo giocato dallo scorrimento tra la fase solida e quella liquida nella determinazione dello scambio termico del

nanofluido. Il comportamento del liquido termovettore è infatti principalmente influenzato dai due effetti opposti di incremento sia della conducibilità termica sia della viscosità dinamica prodotti dalla dispersione delle nanoparticelle all'interno della fase liquida: il primo effetto, che tende ad incrementare lo scambio termico, prevale alle frazioni volumetriche inferiori, mentre il secondo effetto, che tende a ridurre le performance del sistema, prevale alle frazioni volumetriche superiori. In aggiunta a quanto detto, l'effetto bifase genera il già citato gradiente di concentrazione, che si traduce in un favorevole effetto solutale. La situazione è tale per cui, di regola, quest'ulteriore rimescolamento tende a compensare il crescente attrito dovuto all'incremento di viscosità. Inoltre, la formazione di una zona ad alta concentrazione di nanofluido stagnante sul fondo della cavità non influenza apprezzabilmente il campo convettivo e quindi sia il campo di velocità sia quello di temperatura differiscono assai poco da quelli del liquido di base, implicando che l'effetto benefico della maggiore conducibilità termica giochi un ruolo predominante nel determinare le performance di scambio termico del nanofluido. Dunque, sulla base dell'Eq (11), un evidente incremento dello scambio termico è atteso alle temperature medie più elevate, come mostrato in Figura 12, dove sono riportate diverse distribuzioni del rapporto tra il flusso termico del nanofluido e del liquido di base, Q_n/Q_f , in funzione di ϕ_{av} e per differenti valori di T_{av} .

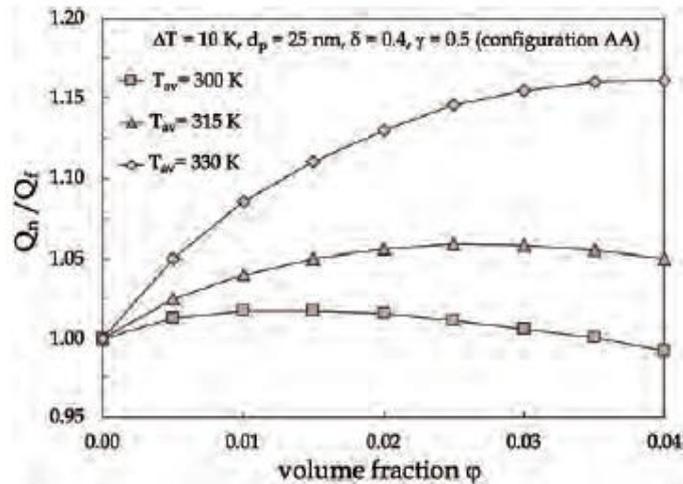


Fig. 12. Distribuzioni del rapporto tra il flusso termico del nanofluido e del liquido di base, Q_n/Q_f , in funzione di ϕ_{av} e per differenti valori di T_{av} .

Si evince che la quantità di calore scambiata dal nanofluido può essere significativamente più alta di quella scambiata dal solo liquido di base, come avviene per $T_{av} = 330$ K e $\phi_{av} = 0.04$, dove l'incremento è prossimo al 16%. Al contrario, alle temperature più basse, per esempio 300 K, il ridotto aumento della conduttività termica da luogo a una diversa situazione: la dispersione di una via via crescente quantità di particelle solide all'interno del liquido di base genera un debole incremento del rapporto Q_n/Q_f fino ad un certo valore, grazie all'effetto dell'aumento della conduttività termica. Il valore di ϕ_{av} per cui si registra detto picco di Q_n/Q_f può essere definito come la concentrazione di nanoparticelle ottimale per massimizzare lo scambio termico, ϕ_{opt} . All'aumentare di ϕ_{av} oltre il valore ottimale, il rapporto Q_n/Q_f diminuisce, come diretta conseguenza del fatto che aumenta il negativo effetto della crescita della viscosità dinamica. Quando questo fenomeno arriva a prevalere sull'incremento di conduttività termica, il rapporto Q_n/Q_f scende sotto il valore unitario e pertanto lo scambio termico garantito dal nanofluido diventa meno efficace di quello del liquido di base, rendendone pertanto sconveniente l'utilizzo. E'

utile infine sottolineare che la concentrazione ottimale di nanoparticelle diminuisce al diminuire della temperatura media.

Gli effetti di d_p , ΔT , δ e γ sullo scambio termico sono riportati nelle figure 13-16, nelle quali per ogni variabile indipendente, diverse distribuzioni del rapporto Q_n/Q_f sono riportate in funzione di ϕ_{av} usando la stessa variabile come parametro.

Tralasciando il fatto che tutte queste variabili hanno comunque un effetto minore della temperatura media sulle prestazioni del nanofluido, le simulazioni suggeriscono che Q_n/Q_f diminuisce all'incrementare di d_p e aumenta al diminuire di ΔT . D'altra parte si può notare che il rapporto Q_n/Q_f per $\delta = 0.4$ è inferiore rispetto ai casi in cui $\delta = 0.2$ o $\delta = 0.6$ e che lo stesso rapporto per $\gamma = 0.5$ è minore rispetto ai casi in cui $\gamma = 0.35$ o $\gamma = 0.65$. Ciò spiega l'esistenza di un punto di inversione sia per δ che per γ .

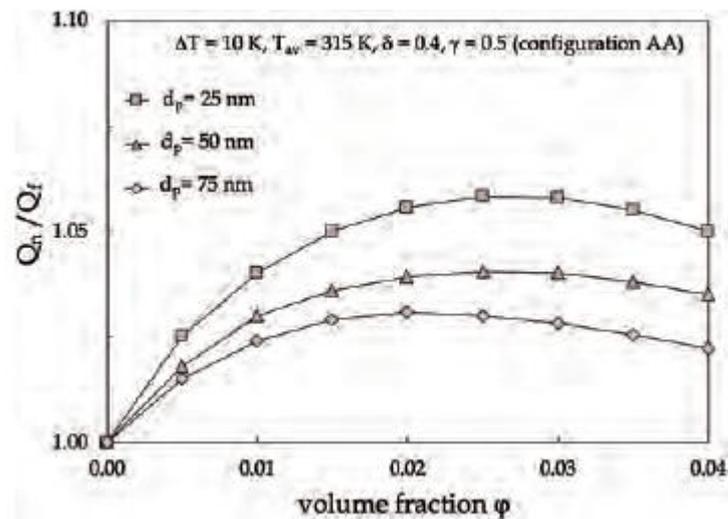


Fig. 13. Distribuzione di Q_n/Q_f rispetto a ϕ_{av} , per $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ e γ , per diversi d_p .

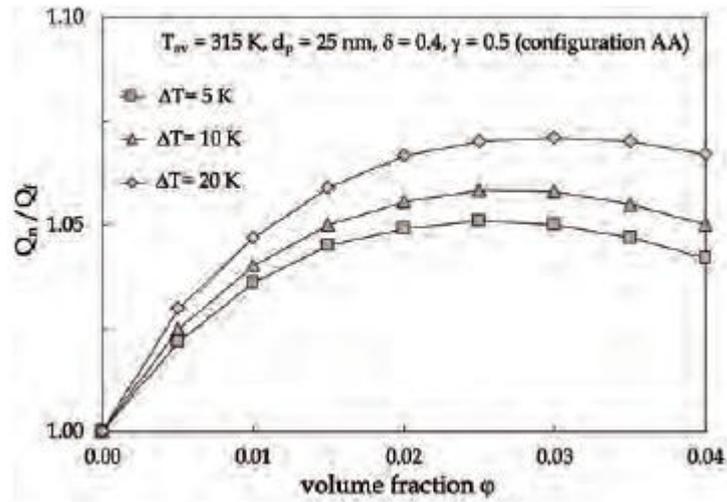


Fig. 14. Distribuzione di Q_n/Q_f rispetto a ϕ_{av} , per $d_p = 25$ nm, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ e $\gamma = 0.5$, per diversi ΔT .

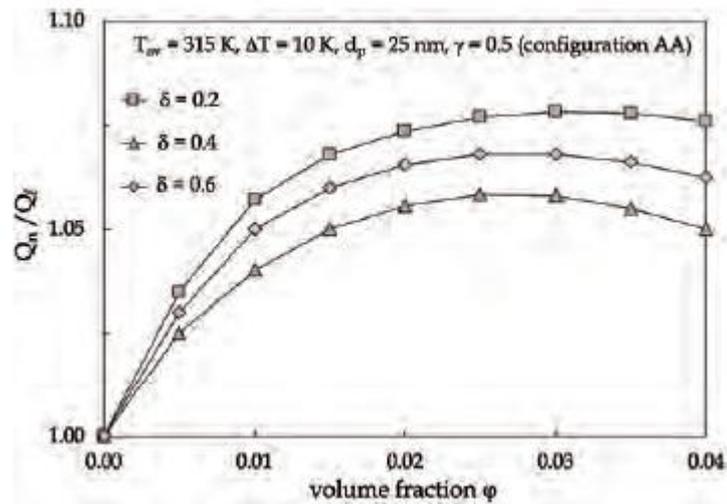


Fig. 15. Distribuzione di Q_n/Q_f rispetto a ϕ_{av} , per $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, e $\gamma = 0.5$, per diversi δ .

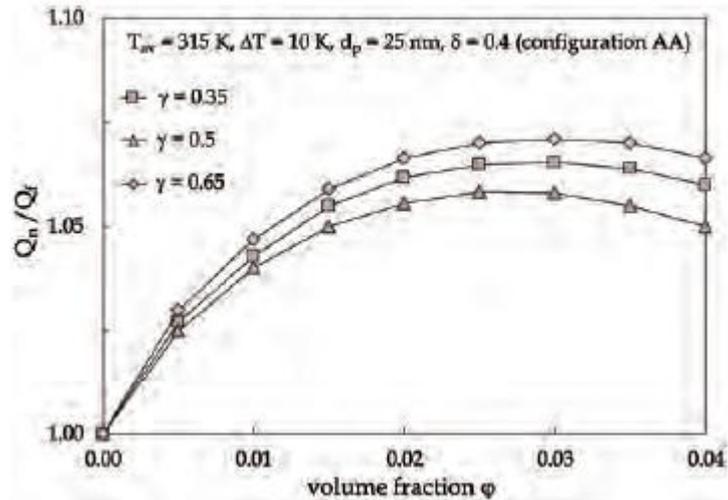


Fig. 16. Distribuzione di Q_n/Q_f rispetto a ϕ_{av} , per $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$, per diversi γ .

Infine, per la configurazione CC, in Figura 17 sono mostrati i tipici risultati di un regime stazionario. La figura riporta i profili delle linee di flusso, delle isoterme e delle isoconcentrazione sono riportati per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ and $\gamma = 0.35$. Si evince che le caratteristiche del campo convettivo sono le stesse di quelle appena discusse per la configurazione AA, sebbene il pennacchio caldo che si innalza dal bordo superiore della piastra sia molto più pronunciato. Un'altra peculiarità di questa configurazione che vale la pena di evidenziare è che, quando la piastra è a ridotta distanza dalla parete superiore della cavità, vale a dire $0.4 < \gamma < 0.7$, si susseguono espansioni e compressioni delle celle di flusso le quali generano un'oscillazione del pennacchio caldo e un conseguente andamento periodico del flusso termico, come mostrato in Figura 18, che mostra la distribuzione nel tempo del flusso termico asintotico sulle pareti della cavità, $Q_{out}(t)$ per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ and $\gamma = 0.35, 0.5$ e 0.65 .

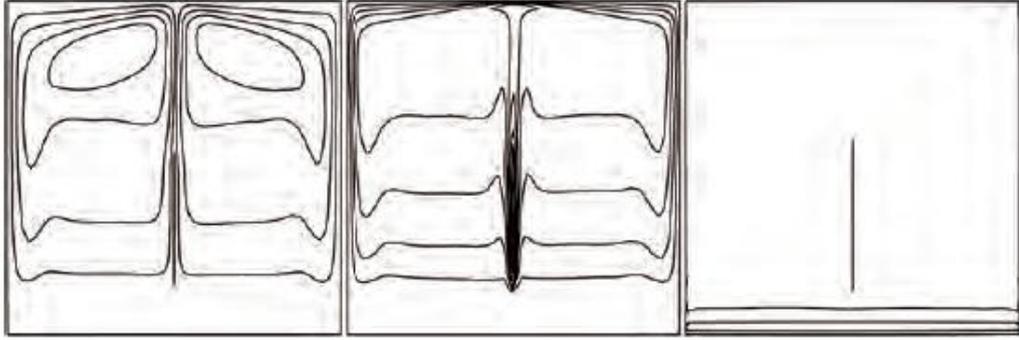


Fig. 17. Distribuzione temporale stazionaria per le linee di circolazione, le isoterme e le isoconcentrazione per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ e $\gamma = 0.35$ (configurazione CC).

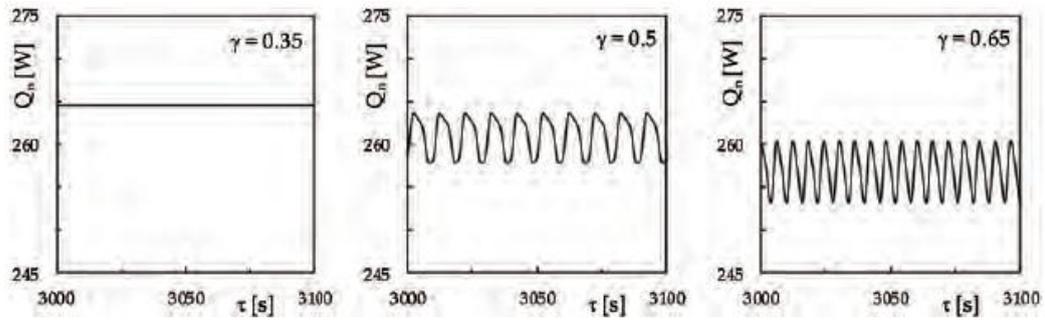


Fig. 18. Distribuzione temporale asintotica per Q_n per $\phi_{av} = 0.02$, $d_p = 25$ nm, $\Delta T = 10$ K, $T_{av} = 315$ K, $\delta = 0.4$ e $\gamma = 0.35, 0.5$ e 0.65 (configurazione CC).

5. Studio dello scambio termico in convezione naturale per acqua in cavità confinate per diverse condizioni al contorno

5.1 Definizione della geometria e delle condizioni al contorno

Nel contesto generale definito nel primo capitolo di questo lavoro, a causa della scarsità di materiale in letteratura per l'intero spettro dei liquidi, compresi quelli refrigeranti e dielettrici, e per posizioni non simmetriche dell'elemento caldo (piastra) all'interno della cavità, è stata svolta un'approfondita ricerca numerica sulla convezione naturale da piastre orizzontali riscaldate identicamente sopra e sotto, poste all'interno di una cavità raffreddata ai lati e piena di acqua.

Per lo studio si è considerata una cavità quadrata di larghezza W , contenente una sottile piastra orizzontale di lunghezza L . La piastra, centrata sul piano mediano della cavità e posizionata ad una distanza H dal fondo della stessa, è riscaldata su entrambe le facce alla medesima e uniforme temperatura t_h . Le pareti laterali della cavità sono raffreddate e mantenute a una temperatura uniforme t_c . Infine, la parete superiore e inferiore della cavità è assunta essere adiabatica, come riportate nello sketch di Fig.

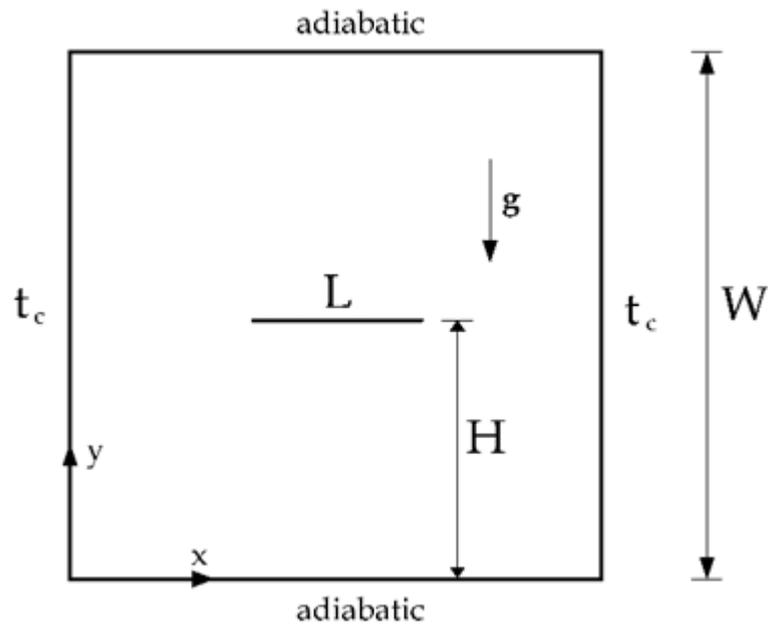


Fig. 19. Schematizzazione della geometria e delle condizioni al contorno.

Lo studio è stato condotto utilizzando come parametri il numero di Rayleigh basato sulla lunghezza della piastra, il numero di Prandtl, la larghezza della cavità normalizzata per la lunghezza della piastra e la distanza della piastra dalla parete inferiore della cavità normalizzata per la larghezza della cavità. Lo scopo principale dell'indagine è stato quello di indagare le caratteristiche di base del campo termico e di velocità all'interno della cavità, di analizzare come le singole variabili indipendenti influenzino le prestazioni del sistema in tema di scambio termico, di determinare in che misura il confinamento influenzi la performance di ciascuna faccia della piastra e delle due facce insieme oltre che in che misura il simultaneo riscaldamento di entrambe le facce influenzi la prestazione dell'altra e di sviluppare un accurato set di equazioni per quantificare lo scambio termico in ognuna delle configurazioni studiate.

5.2 Procedura di calcolo numerico

Il sistema delle equazioni (20) – (22), tenendo conto delle condizioni al contorno e

iniziali prima definite, è risolto per mezzo di un codice di calcolo alle differenze finite nella formulazione ai volumi di controllo. L'accoppiamento pressione-velocità è gestito usando l'algoritmo SIMPLE-C proposto da (Van Doormaal e Raithby, 1984), derivante dall'algoritmo SIMPLE sviluppato da (Patankar e Spalding, 1972) e sullo schema QUICK di interpolazione dei termini convettivi proposto da (Leonard, 1979), mentre una regressione del secondo ordine è applicata per l'integrazione nel tempo.

Il dominio di calcolo è discretizzato utilizzando una griglia non uniforme, con un maggiore infittimento in prossimità delle superfici di confinamento e un diradamento nelle zone interne della cavità dove, per esperienza, si possono a priori prevedere minori gradienti delle grandezze oggetto di indagine. Viceversa, la discretizzazione temporale è assunta uniforme.

Occorre far notare che lo studio del comportamento convettivo della piastra in campo aperto è stato condotto usando un dominio computazionale i cui confini sono stati imposti a una distanza dall'elemento caldo tale che è lecito assumere che il moto del fluido che entra ed esce dal dominio avvenga in direzione normale a essi. In detta situazione, si è imposto per il fluido entrante la temperatura di fluido indisturbato mentre un gradiente di temperatura nullo sulla normale di ciascun confine è stato imposto per il fluido che esce dal dominio, la cui temperatura non può essere nota a priori, come discusso in dettaglio da (Patankar, 1980).

Partendo dal campo iniziale delle variabili dipendenti assegnate, ad ogni passo temporale il sistema delle equazioni discretizzate in forma algebrica è risolto iterativamente per mezzo di una applicazione "riga per riga" dell'algoritmo di

Thomas e un adeguato sotto-rilassamento dei valori delle variabili dipendenti fino al raggiungimento della convergenza dei campi di temperatura, velocità e concentrazione è tenuto in considerazione. All'interno di ciascun passo temporale, la soluzione numerica spaziale dei suddetti campi viene considerata convergente quando il valore massimo assoluto della sorgente di massa, nonché le relative variazioni delle variabili dipendenti su qualsiasi nodo di rete tra due iterazioni consecutive, sono più piccoli dei valori prestabiliti di 10^{-6} e 10^{-7} , rispettivamente. Con il passare del tempo, il comportamento dinamico del sistema è seguito dal rilevamento della distribuzione temporale del calore entrante e uscente, nonché della loro differenza, e tracciando la traiettoria dello spazio delle fasi per le variabili dipendenti in corrispondenza di alcuni nodi di griglia assegnati, ossia il tracciamento delle distribuzioni delle derivate temporali locali di queste variabili in funzione delle variabili stesse con il tempo a parametro al fine di visualizzare la tendenza del sistema a raggiungere uno stato stazionario o una soluzione temporizzata.

Ad ogni passo temporale, dopo che la convergenza spaziale sia stata soddisfacentemente raggiunta, la coppia di valori del numero di Nusselt medio al tempo τ , $[\text{Nu}(\tau)]_U$ per la faccia rivolta verso l'alto della piastra e $[\text{Nu}(\tau)]_D$ per quella rivolta verso il basso, sono calcolati come

$$[\text{Nu}(\tau)]_U = - \int_{0.5 \times (S-1)}^{0.5 \times (S+1)} \frac{\partial T(\tau)}{\partial Y} \Big|_{Y=E_U} dX \quad (39)$$

$$[\text{Nu}(\tau)]_D = - \int_{0.5 \times (S-1)}^{0.5 \times (S+1)} \frac{\partial T(\tau)}{\partial Y} \Big|_{Y=E_D} dX \quad (40)$$

dove X e Y sono le coordinate cartesiane orizzontali e verticali adimensionali normalizzate per L, E_U e E_D fanno riferimento faccia superiore e inferiore riscaldata della piastra. I gradienti di temperatura al tempo t per ciascuna superficie sono valutati per mezzo di un profilo di temperatura del secondo ordine che comprende il nodo-parete e due nodi adiacenti nel fluido, mentre gli integrali sono risolti numericamente per mezzo della regola trapezoidale.

L'integrazione temporale è arrestata una volta che viene raggiunta una soluzione stazionaria, per la quale il valore del numero di Nusselt medio, denominato da Nu_U e Nu_D , coincide con gli ultimi valori calcolati. Il valore del numero di Nusselt medio dell'intera piastra, identificato come Nu, è calcolato come media aritmetica dei numeri di Nusselt medi di entrambe le facce della piastra per mezzo di

$$Nu = \frac{Nu_U + Nu_D}{2} \quad (41)$$

Molteplici test numerici per diverse combinazioni dei quattro parametri principali Ra, Pr, S, E sono stati svolti circa la dipendenza dei risultati dal passo spaziale della mesh e dal passo temporale di integrazione. Tali test hanno permesso di assumere la griglia di discretizzazione e il passo temporale in maniera tale che, ulteriori affinamenti non avrebbero prodotto tangibili variazioni sia del calcolo del flusso termico sia della definizione del campo termofluidodinamico, con scarti percentuali minori del prestabilito valore limite dell'1%.

Il tipico numero di punti nodali usati per le simulazioni spazia nel range tra 200 x 200 e 240 x 240. Il valore dei passi temporali adimensionali di integrazione invece si attesta tra 10^{-4} e 5×10^{-3} . Alcuni risultati di questi studi di sensitività sono riportati nelle tabelle 5 e 6

Ra	S	E	Pr	Mesh size	Nu	δ %
10^4	2	0.5	7	140 x 140	3.391	-
				180 x 180	3.239	-4.693
				200 x 200	3.229	-0.310
				240 x 240	3.227	-0.060
10^4	5	0.5	7	140 x 140	3.834	-
				180 x 180	3.746	-2.349
				200 x 200	3.732	-0.375
				240 x 240	3.729	-0.080
10^6	5	0.5	7	140 x 140	10.843	-
				180 x 180	10.545	-2.826
				200 x 200	10.421	-1.190
				240 x 240	10.412	-0.086
10^6	5	0.5	0.7	140 x 140	9.032	-
				180 x 180	8.786	-2.800
				200 x 200	8.768	-0.205
				240 x 240	8.761	-0.080

Tab. 5 Analisi sensitività griglia per $\Delta t = 10^{-4}$.

Ra	S	E	Pr	Mesh size	$\Delta \tau$	Nu	δ %
10^6	5	0.5	7	200 x 200	1×10^{-3}	10.848	-
					5×10^{-4}	10.632	-2.032
					1×10^{-4}	10.421	-2.025
					5×10^{-5}	10.41	-0.106

Tab. 6 Analisi di sensitività per la discretizzazione temporale per $Ra = 10^5$, $S = 5$, $E = 0.5$ e $Pr = 7$.

Infine, con lo scopo di validare il codice numerico usato nel presente studio, sono stati svolti tre distinti test. Nel primo, è stato confrontato il Nusselt medio per diversi numeri di Rayleigh di una piastra orizzontale in campo aperto in aria, riscaldata sia su un solo lato sia su entrambi, con le seguenti correlazioni proposte da (Wei et al., 2003), come mostrato nelle Figure 20 e 21:

$$\text{Nu} = 0.823\text{Ra}^{0.201} \quad (42)$$

per il numero di Nusselt medio di una piastra orizzontale riscaldata solo sulla superficie superiore, nel range

$$10^5 \leq \text{Ra} \leq 10^7;$$

$$\text{Nu} = 0.681\text{Ra}^{0.200} \quad (43)$$

per il numero di Nusselt medio di una piastra orizzontale riscaldata solo sulla superficie inferiore, nel range

$$10^5 \leq \text{Ra} \leq 10^8;$$

$$\text{Nu} = 0.353\text{Ra}^{0.227} \quad (44)$$

per il numero di Nusselt medio della superficie superiore di una piastra orizzontale riscaldata su entrambi i lati, nel range $10^5 \leq \text{Ra} \leq 10^7$;

$$\text{Nu} = 0.751\text{Ra}^{0.194} \quad (45)$$

per il numero di Nusselt medio della superficie inferiore di una piastra orizzontale riscaldata su entrambi i lati, nel range $10^5 \leq \text{Ra} \leq 10^7$.

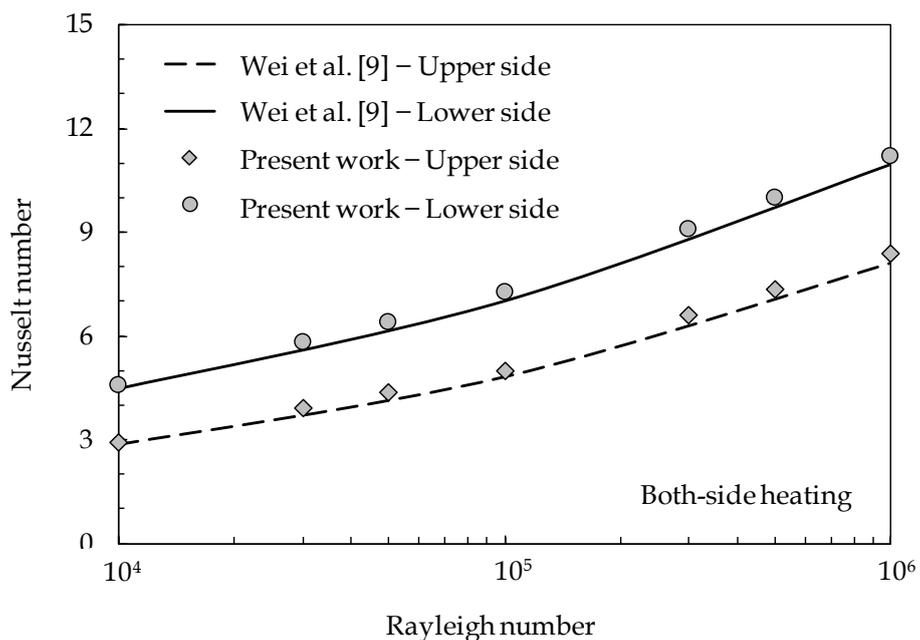


Fig. 20. Confronto tra i risultati del presente lavoro e quelli proposti da Wei et al. per una piastra riscaldata su entrambe le facce.

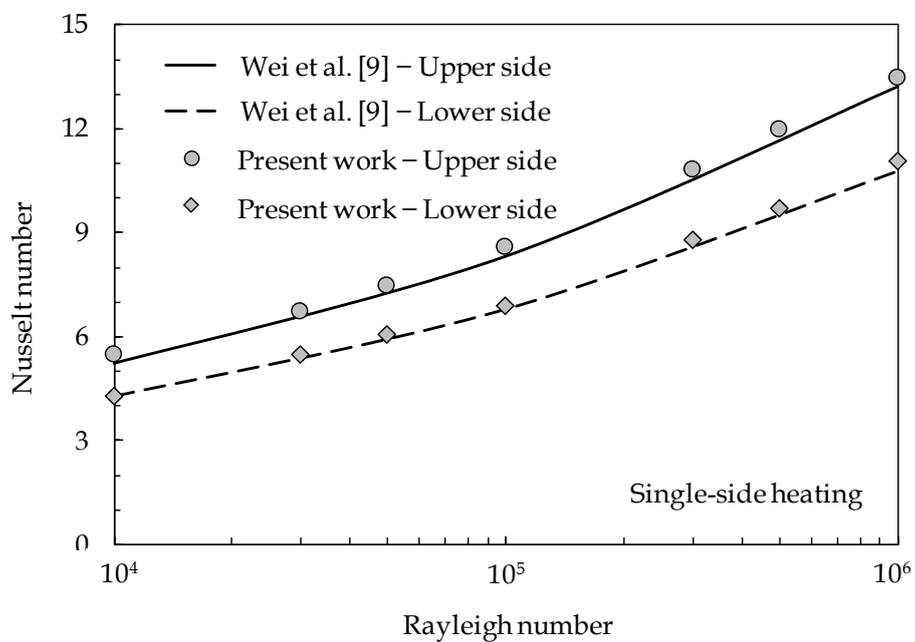


Fig. 21. Confronto tra i risultati del presente lavoro e quelli proposti da Wei et al. per una piastra riscaldata su un'unica faccia

Le massime differenze percentuali assolute tra il presente set di risultati numerici e i valori ottenuti dalle sopracitate equazioni sono: (a) 3.7% per Eq. (42); (b) 4.8% per Eq. (43); (c) 2.7% per Eq. (44); e (d) 3% per Eq. (45).

Nel secondo test, il numero di Nusselt medio di una piastra orizzontale riscaldata solo sulla superficie superiore in campo aperto in acqua è stato confrontato con le seguenti correlazioni sviluppate da (Ishiguro et al., 1978), come mostrato in Fig.

22

$$\text{Nu} = 0.200\text{Ra}^{1/3} \quad (46)$$

nel range $3 \times 10^5 < \text{Ra} < 10^{10}$, ottenendo un errore percentuale massimo del 5.4%.

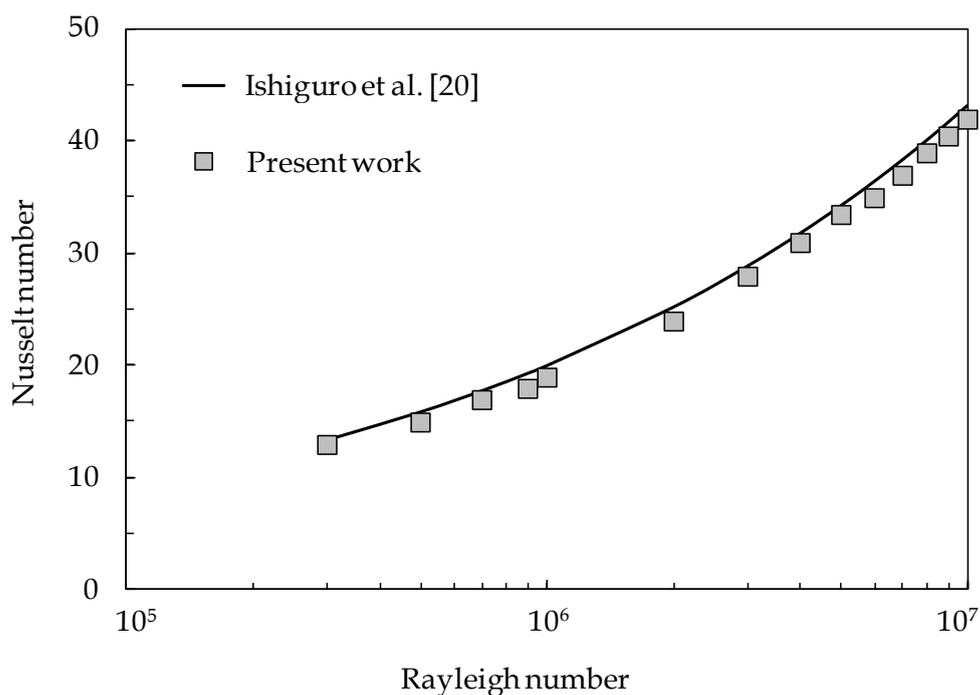


Fig. 22. Confronto tra i risultati del presente lavoro e la correlazione proposta da Ishiguro et al. per una piastra riscaldata solo sulla faccia superiore

Nel terzo test, il numero di Nusselt medio per diversi numeri di Rayleigh di una piastra orizzontale riscaldata su entrambe le facce e posta al centro di una cavità riempita di acqua e raffreddata ai lati è stato comparato con le soluzioni numeriche ottenute da (Saravan e Sivaraj, 2013), ottenendo un massimo errore percentuale di 0.5%. Evidenza di ciò si può riscontrare in Fig. 23.

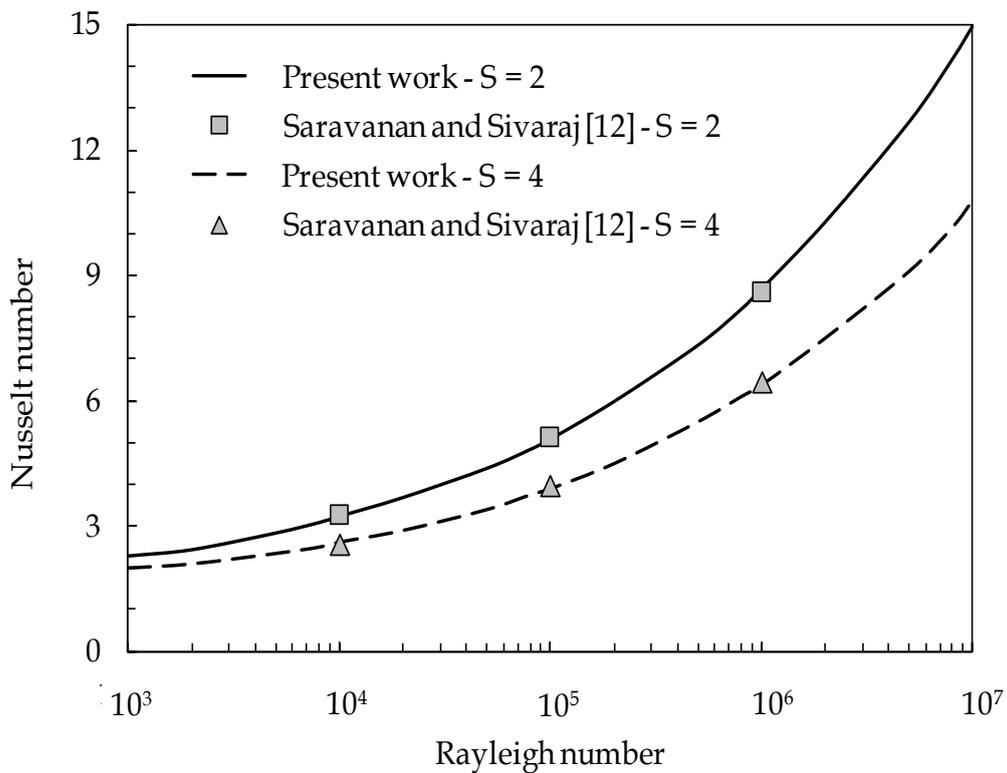


Fig. 23. Confronto tra i risultati del presente lavoro e i risultati numerici di Saravanan e Sivaraj per la convezione naturale in una cavità raffreddata su entrambi i lati da una piastra orizzontale e riscaldata su entrambe le facce.

Dai risultati dei test eseguiti emerge un soddisfacente livello di accordo tra i risultati numerici ottenuti e i dati in letteratura.

6. Risultati e discussione dello studio del comportamento in cavità confinate riempite di acqua per diverse condizioni al contorno

I test numerici sono stati eseguiti per diversi set di valori di (a) il numero di Rayleigh, Ra , nel range compreso tra 10^3 e 10^7 , (b) la larghezza adimensionalizzata della cavità, S , nel range tra 2 e 10, (c) la distanza adimensionalizzata della piastra dal fondo della cavità, E , nel range tra 0.2 e 0.8, e (d) il numero di Prandtl, tra 0.7 e 700.

Una selezione di tipici campi locali sotto forma di linee di distribuzione temporale asintotica delle linee di circolazione e isoterme è mostrata nelle figure 24 - 27 per le seguenti combinazioni: (a) $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $E = 0.5$, e $S = 2, 5$ e 10 ; (b) $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $S = 5$ e $E = 0.2, 0.5$ e 0.8 ; (c) $Pr = 7$, $S = 5$, $E = 0.5$, e $Ra = 10^4, 10^5$ e 10^6 ; e (d) $Ra = 10^5$, $E = 0.5$, $S = 5$ e $Pr = 0.7, 7$ e 700 . Le isoterme sono riportate seguendo un passo costante di valori della temperatura adimensionale T nel range tra 0 e 1. Le linee di circolazione corrispondono a equispaziati valori assoluti della funzione di flusso adimensionale normalizzata $\psi / |\psi|_{\max}$ nel range tra 0 e 1, essendo la funzione di flusso ψ definita per mezzo di $U = \partial\psi/\partial Y$ e $V = -\partial\psi/\partial X$, dove U e V sono le componenti adimensionali orizzontali e verticali della velocità.

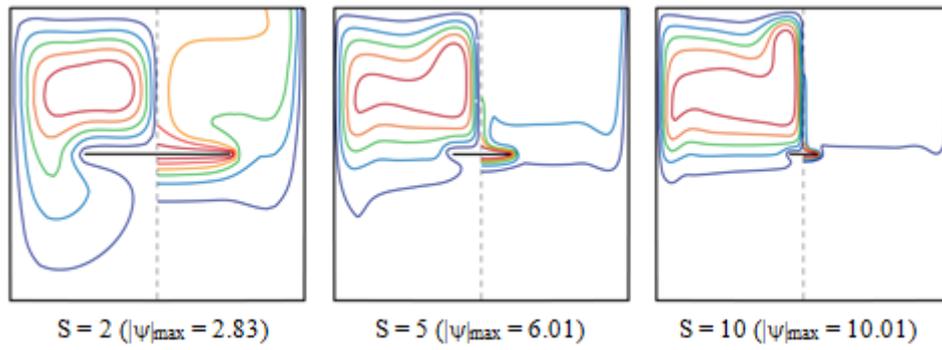


Fig. 24. Linee di distribuzione asintotica temporale e isoterme per la configurazione con simultaneo riscaldamento - $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $E = 0.5$, e $S = 2$, 5 e 10.

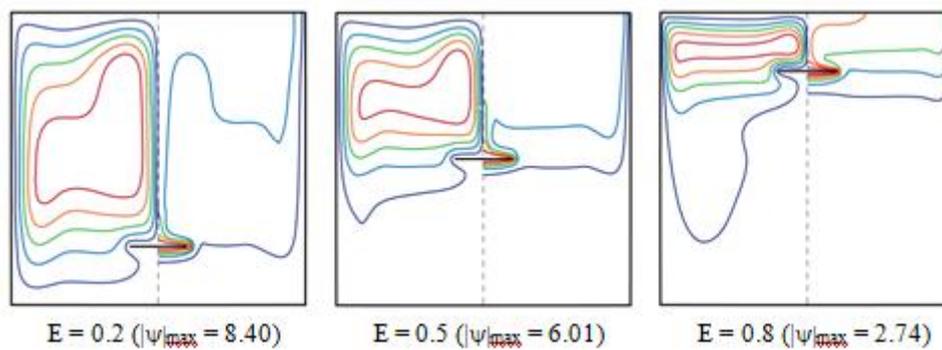


Fig. 25. Linee di distribuzione asintotica temporale e isoterme per la configurazione con simultaneo riscaldamento - $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $S = 5$, e $E = 0.2$, 0.5 e 0.8.

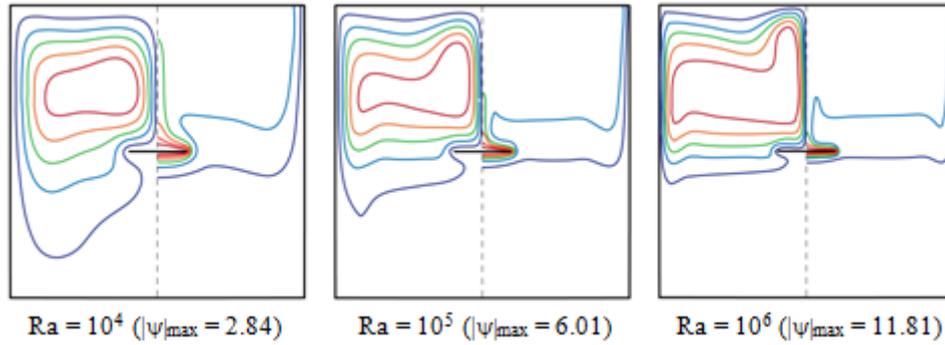


Fig. 26. Linee di distribuzione asintotica temporale e isoterme per la configurazione con simultaneo riscaldamento -, $Pr = 7$, $S = 5$, $E = 0.5$ e $Ra = 10^4$, 10^5 e 10^6

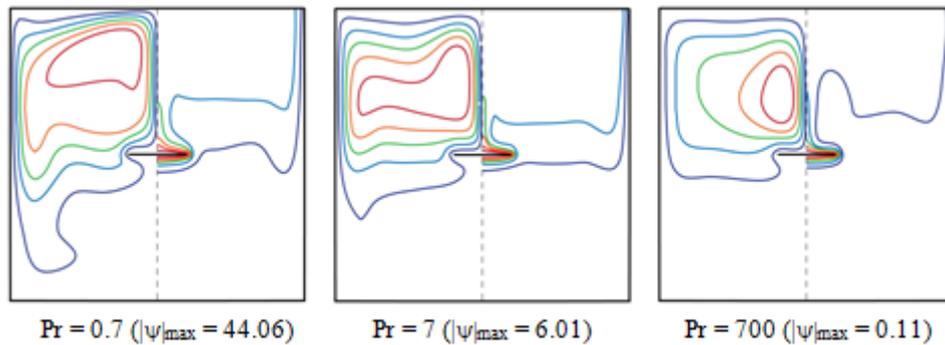


Fig. 27. Linee di distribuzione asintotica temporale e isoterme per la configurazione con simultaneo riscaldamento - $Ra = 10^5$, $E = 0.5$, $S = 5$ e $Pr = 0.7$, 7 e 700 .

Inoltre, al fine di analizzare in che misura i campi di temperatura e di velocità risentono del riscaldamento simultaneo di entrambe le facce della piastra, rispetto al caso in cui solo una faccia sia calda e l'altra sia adiabatica, si è riportato il grafico di Fig. 28 per $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $E = 0.5$ e $S = 5$. Nello specifico, si sono considerate le tre seguenti configurazioni: (a) una piastra con entrambe le facce riscaldata alla stessa, uniforme, temperatura; (b) una piastra con la sola faccia superiore riscaldata a temperatura uniforme e la faccia inferiore isolata

termicamente; e (c) una piastra con la sola faccia inferiore riscaldata a temperatura uniforme e la faccia superiore isolata termicamente.

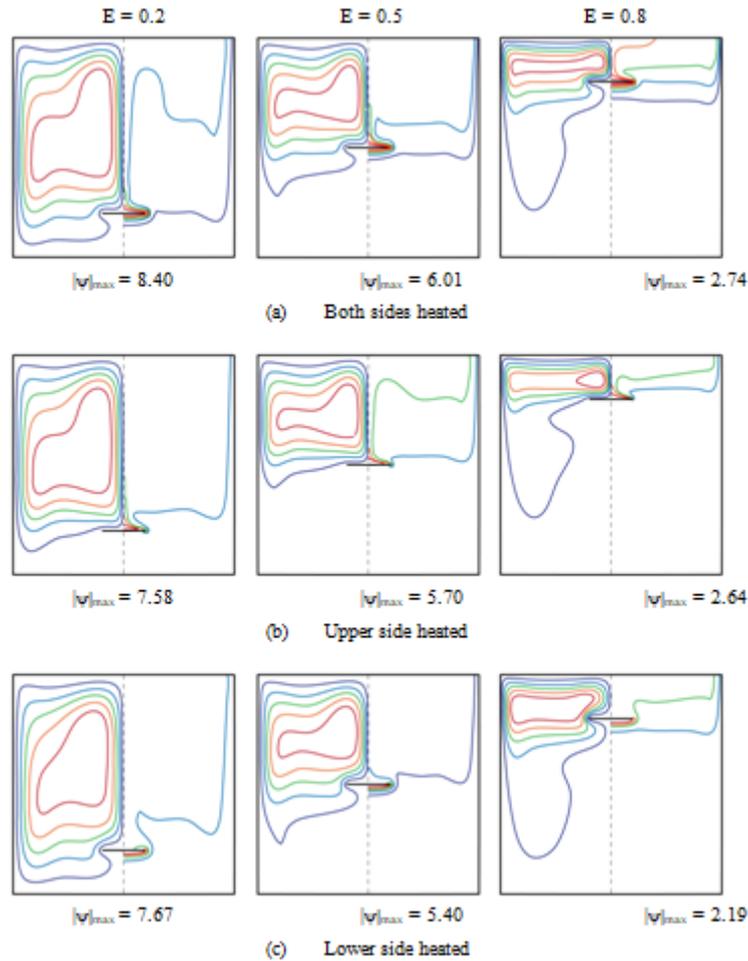


Fig. 28. Linee di distribuzione asintotica temporale e isoterme per la configurazione con riscaldamento simultaneo e con solo una faccia riscaldata (superiore o inferiore) - $Ra = 10^5$, $S = 5$ e $Pr = 7$

Dall'analisi dei risultati numerici emerge che il campo delle velocità consiste principalmente di due celle controrotanti traenti origine dall'ascesa del pennacchio caldo sopra la piastra e dalla discesa di due flussi di fluido freddo lungo le facce laterali fredde della cavità. Più nel dettaglio, al crescere della dimensione della

cavità e/o della distanza della piastra dalla sommità della cavità, lo spazio potenzialmente disponibile al pennacchio caldo per accelerare aumenta comportando un incremento dell'intensità del flusso termico e, conseguentemente, una contrazione del pennacchio stesso e un assottigliamento degli strati limite lungo la piastra e le pareti della cavità. In virtù di ciò si ha, in ultimo, un incremento dello scambio termico. Stessi risultati si ottengono al crescere del numero di Rayleigh e del numero di Prandtl, come conseguenza dell'incremento della velocità di rimescolamento del fluido o della viscosità, rispettivamente, così come al passaggio dal riscaldamento della sola superficie inferiore della piastra a quella superiore o a entrambe, grazie alla sostanziale aumento della spinta di galleggiamento.

Una panoramica completa dell'influenza dei quattro parametri di controllo Ra , S , E e Pr sulla performance generale del sistema è riportata: (a) in Fig. 29, le distribuzioni temporali del numero di Nusselt in funzione del numero di Rayleigh sono tracciate per $Pr = 7$, $E = 0.5$ e $2 < S < 10$; (b) in Fig. 30, le distribuzioni temporali del numero di Nusselt in funzione del numero di Rayleigh sono tracciate per $Pr = 7$, $S = 5$ e $0.2 < E < 0.8$; e (c) in Fig. 31, le distribuzioni temporali del numero di Nusselt in funzione del numero di Rayleigh sono tracciate per $S = 5$, $E = 0.5$ e $0.7 < Pr < 700$.

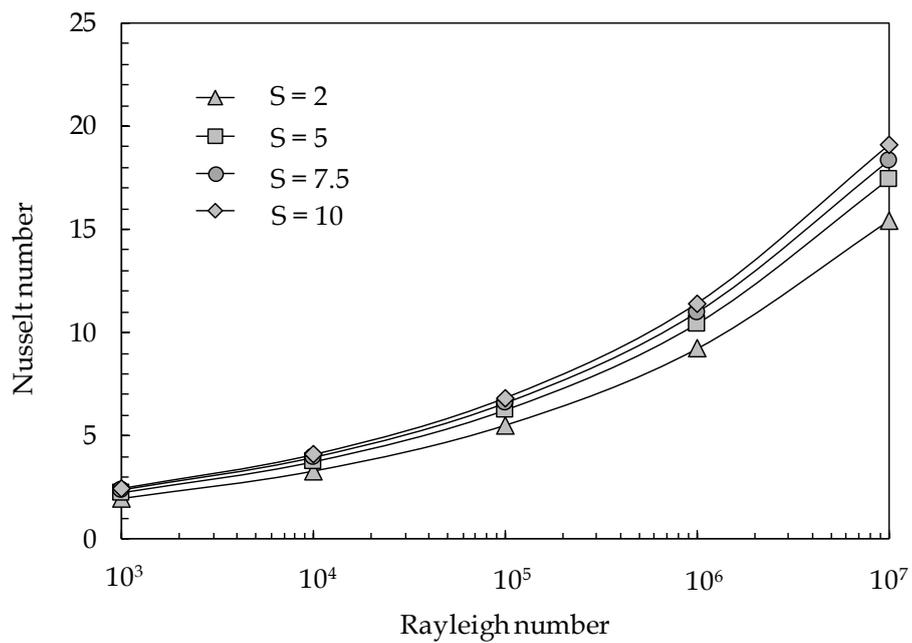


Fig. 29. Distribuzione del Numero di Nusselt in funzione del numero di Rayleigh, al variare di S per $Pr = 7$ e $E = 0$.

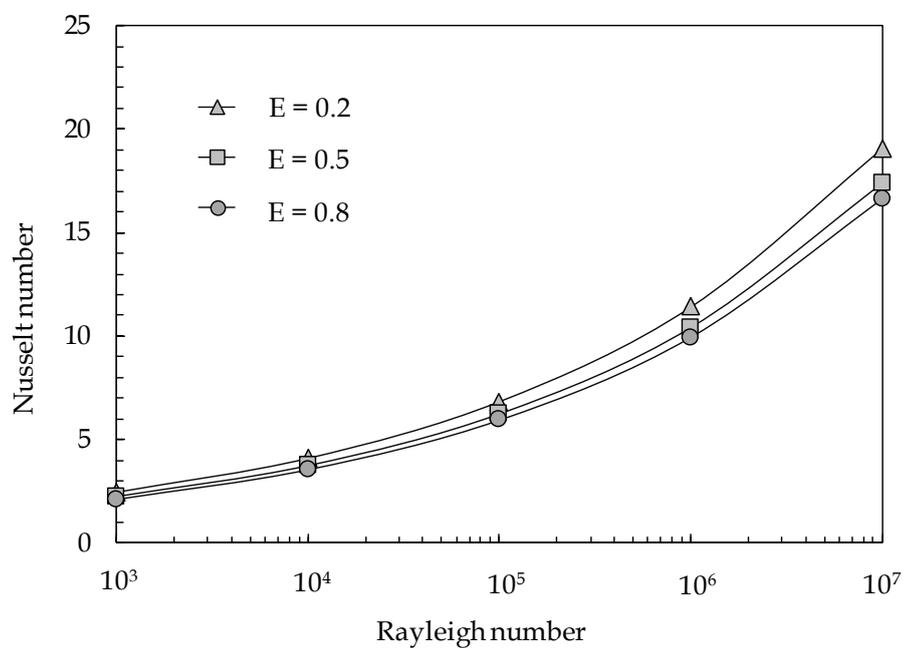


Fig. 30. Distribuzione del Numero di Nusselt in funzione del numero di Rayleigh, al variare di E per $Pr = 7$ e $S = 5$.

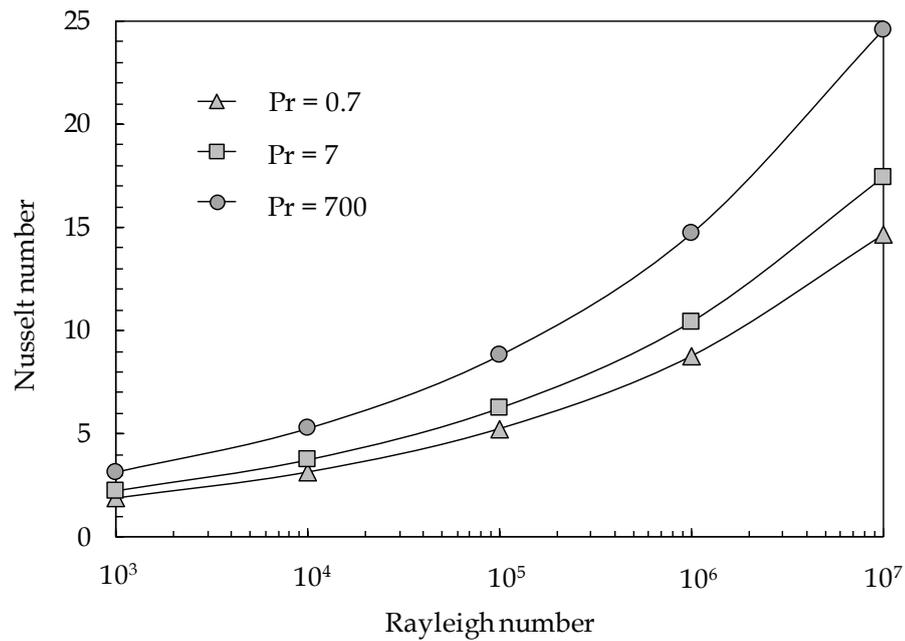


Fig. 31. Distribuzione del Numero di Nusselt in funzione del numero di Rayleigh, al variare di Pr per $S = 5$ e $E = 0.5$.

In accordo con quanto sopra detto, è bene evidenziare che la quantità di calore scambiata su entrambe le facce della piastra aumenta all'aumentare della dimensione della cavità e/o del numero di Rayleigh e/o del numero di Prandtl oltre che al diminuire della distanza tra la piastra e la superficie inferiore della cavità. Nello specifico, l'aumento del numero di Nusselt con il numero di Rayleigh e la diminuzione con E presentano un andamento crescente mentre la crescita di Nu con il numero di Prandtl e con S hanno un andamento decrescente.

Un'altro aspetto interessante da investigare è in che misura lo scambio termico di ciascuna faccia della piastra è influenzato dal simultaneo riscaldamento dell'altra. A tal fine, sia per la faccia superiore che per l'inferiore, un esempio delle distribuzioni del rapporto tra i numeri di Nusselt medi nel caso di riscaldamento simultaneo e nel caso di retro adiabatico, Nu/Nu_0 , al variare di E è riportato in Fig.

32 per $Pr = 7$, $S = 5$ e $Ra = 10^5$.

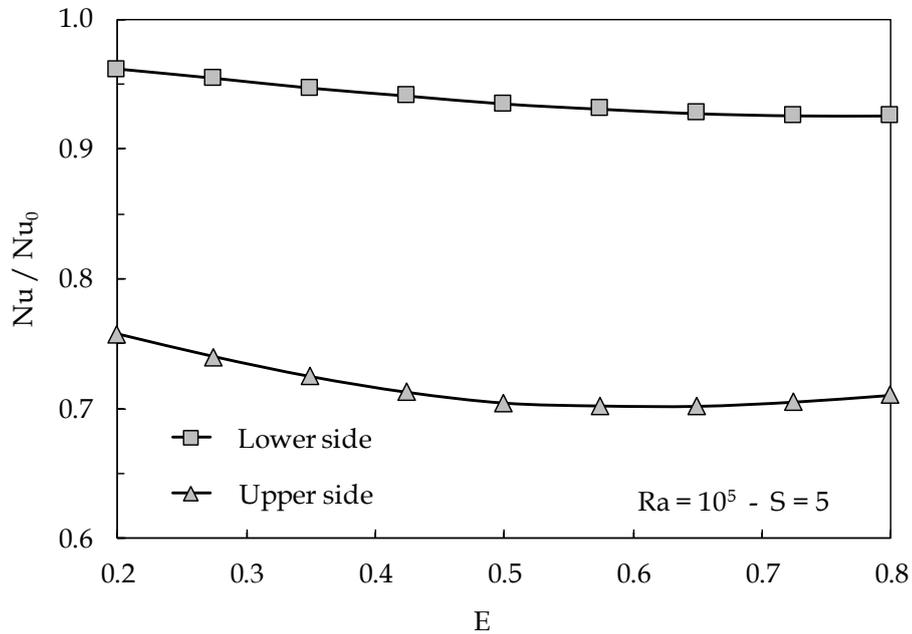


Fig. 32. Distribuzione di Nu/Nu_0 in funzione di E per $Ra = 10^5$, $S = 5$ e $Pr = 7$.

Si nota che il peso del riscaldamento della faccia superiore sul calore scambiato da quella inferiore è molto limitato. Ciò può essere ascritto al fatto che il moto del fluido nella regione sottostante la piastra è dovuto principalmente al contributo della faccia inferiore, almeno fin tanto che la dimensione della cavità e/o il numero di Rayleigh non sono troppo piccoli, per via dei non trascurabili effetti della presenza delle pareti laterali fredde sul moto stesso. Al contrario, l'influenza dell'accensione della faccia inferiore sul calore scambiato da quella superiore risulta essere evidente e ne comporta una più o meno marcata riduzione. Difatti, a causa dell'accensione della faccia inferiore, l'intera piastra risulta immersa in un flusso caldo il cui ultimo effetto è quello di ridurre la differenza di temperatura tra la superficie superiore della piastra e il fluido circostante riducendo pertanto il

flusso termico locale. Fa eccezione la regione di stagnazione da cui il pennacchio si genera. Infatti, a causa del contributo viscoso del rinvigorito moto del fluido, il pennacchio tende a rimpicciolirsi e ad accelerare, con conseguente aumento del flusso termico locale. Detto fenomeno è tuttavia ampiamente compensato dal peggioramento dello scambio termico che si manifesta in altre regioni della cavità. Per meglio fissare quanto appena detto, una sequenza di ingrandimenti delle distribuzioni temporali delle linee di circolazione e delle isoterme in prossimità della piastra è riportata in Fig. 33 per $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $S = 5$ e $E = 0.5$ per le seguenti condizioni al contorno: (a) entrambe le facce della piastra riscaldate; (b) faccia superiore riscaldata e faccia inferiore adiabatica; (c) faccia superiore adiabatica e faccia inferiore riscaldata.

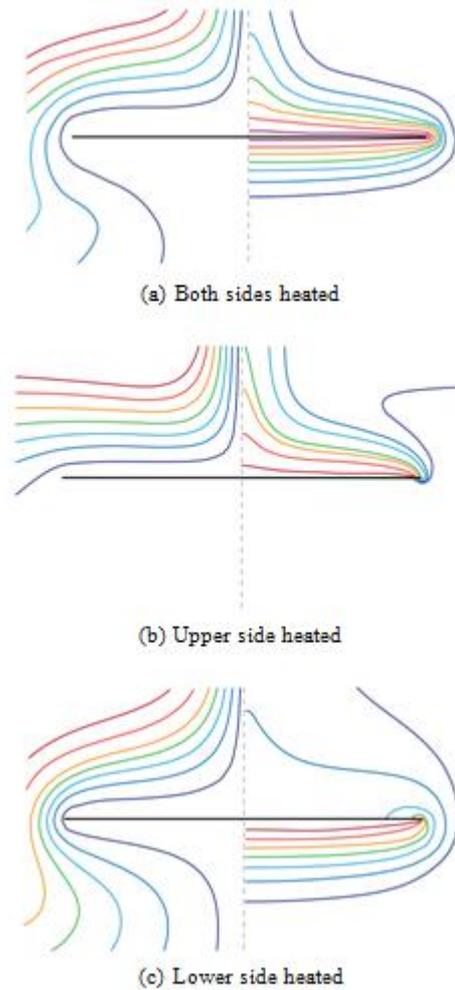


Fig. 33. Ingrandimento delle linee di distribuzione asintotica temporale e delle isoterme in prossimità della piastra per differenti configurazioni di riscaldamento, per $Ra = 10^5$, $Pr = 7$, $S = 5$ e $E = 0.5$.

6.1 Correlazioni per lo scambio termico

I risultati numerici ottenuti per il numero di Nusselt medio $(Nu)_U$ della faccia superiore della piastra, per il numero di Nusselt medio $(Nu)_D$ della faccia inferiore della piastra, per il numero di Nusselt medio Nu dell'intera piastra, quando entrambe le facce sono riscaldate alla stessa uniforme temperatura, sono stati inseriti in una funzione del numero di Rayleigh, Ra , del numero di Prandtl, Pr ,

della larghezza adimensionale della cavità, S , e della distanza adimensionale della piastra dal fondo della cavità, E .

Mediante l'analisi della regressione, per il caso generale di riscaldamento simultaneo di entrambe le facce si è ottenuto il seguente trio di correlazioni per i tre numeri di Nusselt medi

$$Nu_U = 0.256 Ra_D^{0.231} E^{-0.14} S^{0.113} Pr^{0.13} \quad (47)$$

$$Nu_D = 0.374 Ra_D^{0.211} E^{-0.1} S^{0.14} Pr^{0.043} \quad (48)$$

$$Nu = 0.312 Ra_D^{0.223} E^{-0.1} S^{0.145} Pr^{0.076} \quad (49)$$

Il campo di validità delle Equazioni (47)-(49) è definito dalle seguenti condizioni: $10^3 \leq Ra \leq 10^7$, $0.7 \leq Pr \leq 700$, $2 \leq S \leq 10$, e $0.2 \leq E \leq 0.8$. Le deviazioni standard sono: (a) 4.3% per l'Eq. (47) riportata in Fig. 34; (b) 3.5% per l'Eq. (48) riportata in Fig. 35; e (c) 3.7% per l'Eq. (49) riportata in Fig. 36.

Ulteriori due correlazioni sono state definite per il caso più particolare di una piastra riscaldata su un solo lato.

La correlazione in grado di fornire il numero di Nusselt Nu_{U0} della sola faccia superiore nel caso in cui l'inferiore sia mantenuta adiabatica è

$$Nu_{U0} = 0.326 Ra_D^{0.211} E^{-0.058} S^{0.039} Pr^{0.067} \quad (50)$$

La correlazione in grado di fornire il numero di Nusselt Nu_{D0} della sola faccia inferiore nel caso in cui la superiore sia mantenuta adiabatica è

$$Nu_{D0} = 0.242 Ra_D^{0.209} E^{-0.07} S^{0.07} Pr^{0.045} \quad (51)$$

Il campo di validità delle Equazioni (50) – (51) è lo stesso delle Equazioni (47) – (49), mentre le loro deviazioni standard sono 3.6% e 4.8%, rispettivamente, come mostrato nelle figure 37 e 38.

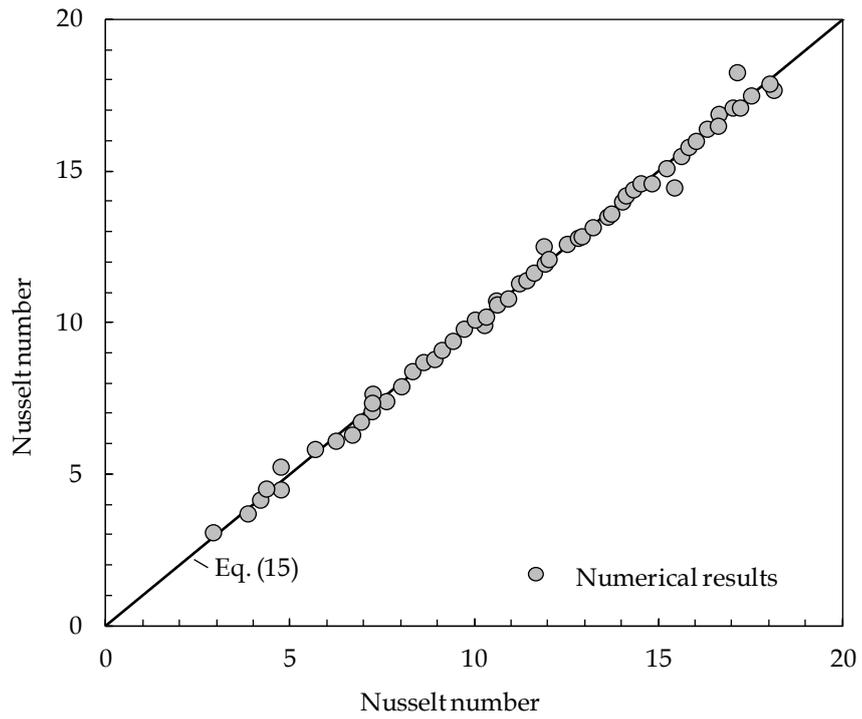


Fig. 34. Confronto tra l'equazione (47) e i risultati numerici ottenuti per il numero di Nusselt medio della faccia superiore di una piastra orizzontale quando entrambe le facce sono riscaldate.

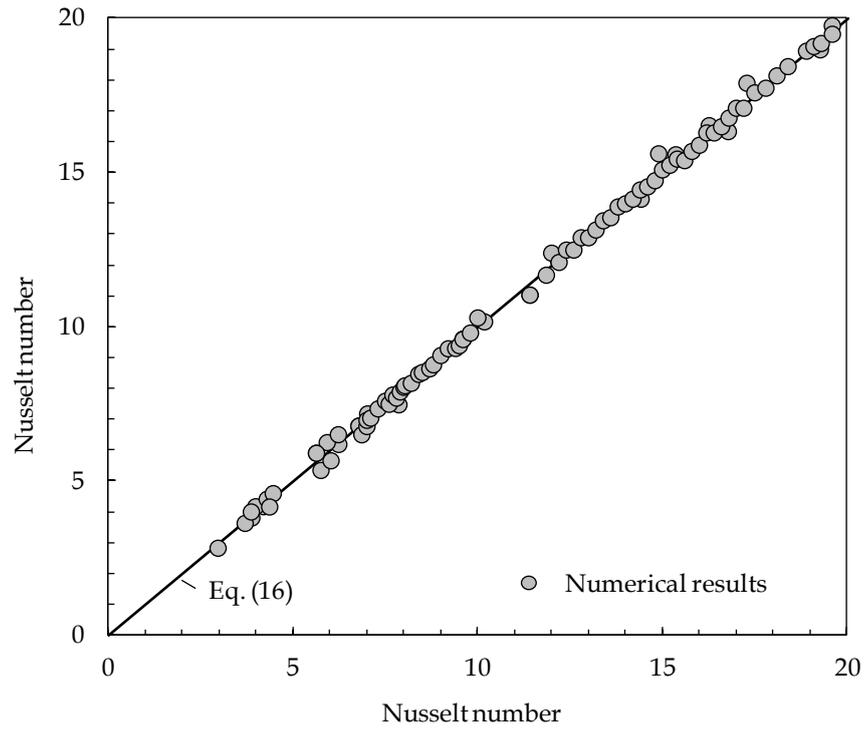


Fig. 35. Confronto tra l'equazione (48) e i risultati numerici ottenuti per il numero di Nusselt medio della faccia inferiore di una piastra orizzontale quando entrambe le facce sono riscaldate

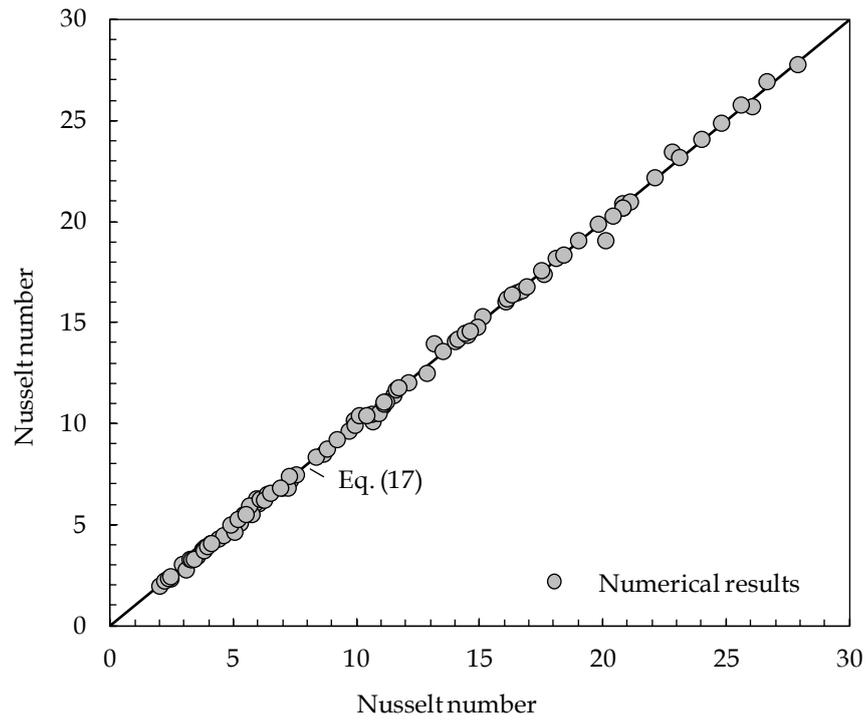


Fig. 36. Confronto tra l'equazione (49) e i risultati numerici ottenuti per il numero di Nusselt medio dell'intera piastra orizzontale

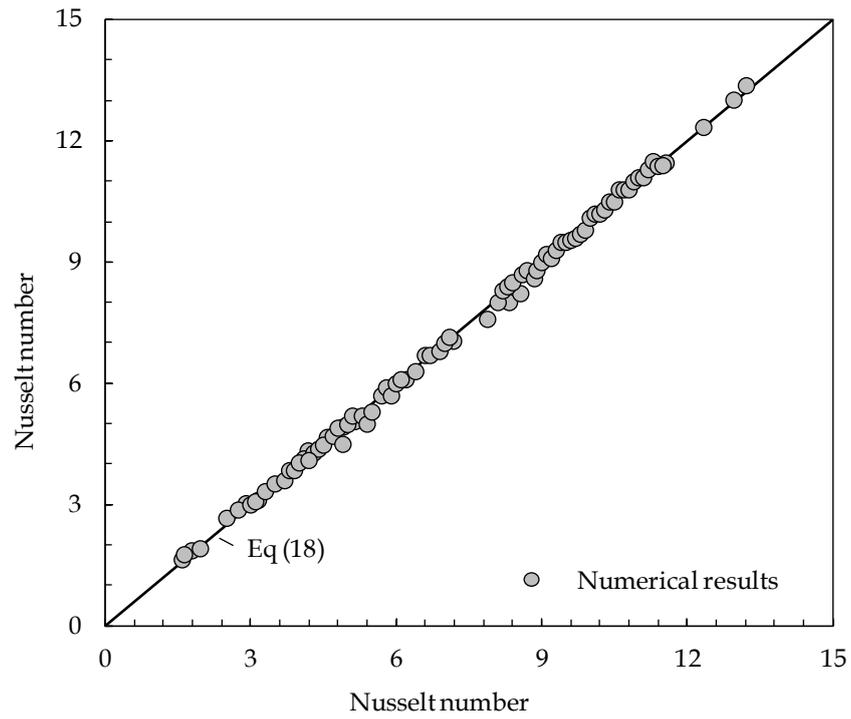


Fig. 37. Confronto tra l'equazione (50) e i risultati numerici ottenuti per il numero di Nusselt medio di una piastra orizzontale con la sola faccia superiore riscaldata

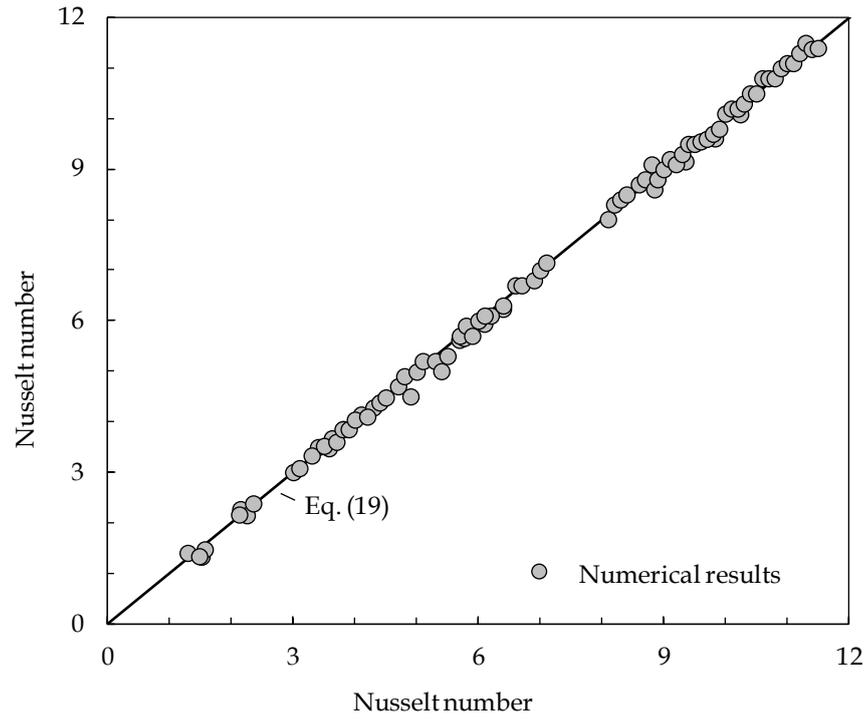


Fig. 38. Confronto tra l'equazione (51) e i risultati numerici ottenuti per il numero di Nusselt medio della faccia superiore di una piastra orizzontale riscaldata solo sotto

7. Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi è stato condotto uno studio numerico riguardante la convezione naturale all'interno di cavità confinate in fluidi puri e in nanofluidi a base acquosa, per diversi valori delle dimensioni geometriche della cavità, per diversi posizionamenti dell'elemento caldo rispetto alle pareti della cavità e per diverse condizioni al contorno.

In particolare si è fatto ricorso ad un codice di calcolo alle differenze finite nella formulazione ai volumi di controllo basato sull'algoritmo SIMPLE-C di accoppiamento pressione-velocità e sullo schema QUICK di interpolazione dei termini convettivi, sviluppato in proprio e validato dai componenti del gruppo di ricerca attivo presso il dipartimento DIAEE di Sapienza Università di Roma.

I principali risultati ottenuti dall'indagine sui nanofluidi a base acquosa possono essere sintetizzati come segue.

1a. La migrazione della fase solida dalle regioni più calde e a quelle fredde risulta in una favorevole spinta convettiva solutale che tende a compensare l'incremento di attrito dovuto all'aumentare della viscosità legato alla dispersione delle nanoparticelle all'interno del fluido di base.

2a. L'incremento della conducibilità termica a seguito della dispersione delle nanoparticelle all'interno del fluido di base gioca un ruolo predominante nel definire il guadagno in calore scambiato conseguentemente all'impiego dei nanofluidi, per lo meno ai valori più elevati del range di temperatura investigato.

3a. Alle alte temperature, le prestazioni del nanofluido aumentano al crescere della frazione in volume della fase solida sospesa, mentre alle basse temperature presentano un massimo per una data concentrazione ottimale di particelle.

4a. Il guadagno in prestazioni del nanofluido rispetto al fluido di base cresce significativamente all'aumentare della temperatura media del sistema e solo moderatamente all'aumentare della differenza di temperatura e/o al diminuire della dimensione caratteristica delle particelle.

5a. Il guadagno in prestazioni del nanofluido rispetto al fluido di base presenta un minimo per una determinata lunghezza della piastra e per una determinata

distanza della stessa dal fondo della cavità.

6a. Se le pareti orizzontali della cavità sono raffreddate anziché mantenute adiabatiche, può generarsi una periodicità nel flusso termico come conseguenza degli opposti e concorrenti effetti delle spinte termiche e solutali, in funzione anche della posizione della piastra.

I principali risultati ottenuti dall'indagine sui fluidi puri, principalmente acqua, posso essere sintetizzati come segue.

1b. Il numero di Nusselt medio aumenta al crescere della larghezza adimensionale della cavità e/o del numero di Rayleigh e/o del numero di Prandtl, con un andamento crescente quando il numero di Rayleigh è elevato e decrescente quando il numero di Prandtl e/o la larghezza adimensionale della cavità sono elevate. Al contrario, il numero di Nusselt medio diminuisce sempre più al ridursi delle dimensioni della cavità confinante.

2b. Il riscaldamento della faccia superiore della piastra risulta avere un modesto impatto sul calore scambiato dalla superficie inferiore della stessa.

3b. Il flusso termico scambiato dalla faccia superiore della piastra risulta essere significativamente influenzato dall'accensione della superficie inferiore della stessa. In particolare, detto flusso diminuisce.

4b. Un set di sei correlazioni adimensionali di aiuto in applicazioni di progettazione ingegneristica per la quantificazione dello scambio termico da piastre all'interno di cavità è proposto, per tutte le configurazioni investigate nell'ambito di questo lavoro.

Nomenclatura

c calore specifico a pressione costante

D diametro

D_B coefficiente di diffusione Browniana

D_E coefficiente di diffusione di Einstein

D_T coefficiente di diffusione termoforetica

d_f diametro equivalente della molecola del fluido di base

d_p diametro equivalente della nanoparticella

E valore adimensionalizzato di H rispetto alla dimensione della cavità

G portata massica

g vettore gravità

h coefficiente di convezione

J_p flusso diffusivo di massa delle nanoparticelle

k conducibilità termica

k_b costante di Boltzmann = $1.38066 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$

M peso molecolare del fluido base

m frazione in massa della nanoparticella

N numero di Avogadro = $6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Nu numero di Nusselt

p pressione

Pr numero di Prandtl

Q calore

q flusso termico

Ra numero di Rayleigh

Re_p numero di Reynolds delle nanoparticelle

S lunghezza adimensionale della cavità

T temperatura

t tempo

u_b velocità browniana della nanoparticella

V vettore di velocità

V_{av} velocità media del fluido

W larghezza della cavità

x coordinata cartesiana orizzontale

y coordinata cartesiana verticale

Y funzione di flusso

Greek symbols

β coefficiente di espansione termica

ϕ frazione volumetrica delle nanoparticelle

μ viscosità dinamica

ρ densità di massa

τ tensore degli sforzi

Ω periodo di oscillazione

Subscripts

av valore medio

c parete fredda

f fluido di base

h parete calda

max valore massimo

min valore minimo

n nanofluido

opt valore ottimale

s fase solida

T termico

Bibliografia

- Béghein, C., Haghigat, F., & Allard, F. (1992). Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*, *35*, 833–846.
- Bejan, A. (2004). *Convection Heat Transfer*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.,.
- Bennacer, R., & Gobin, D. (1996). Cooperating thermosolutal convection in enclosures - I. Scale analysis and mass transfer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, *39*, 2671–2681.
- Brinkman, H. C. (1952). The viscosity of concentrated suspensions and solutions. *J. Chem. Phys.*, *20*, 571.
- Buongiorno, J. (2006). Convective transport in nanofluids. *J. Heat Transfer -Trans. ASME*, *128*, 240-250.
- Cabaleiro, D., Pastorizia-Gallego, M. J., Pinero, M. M., & Lugo, L. (2013). Characterization and measurements of thermal conductivity density and rheological properties of zinc oxide nanoparticles dispersed in (ethane-1,2-diol+water) mixture. *J. Chem. Thermodynamics*, *58*, 405-415.
- Chang, B. H., Mills, A. F., & Hernandez, E. (2008). Natural convection of microparticle suspensions in thin enclosures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, *51*, 1332-1341.
- Chen, H., Ding, Y., He, Y., & Tan, C. (2007). Rheological behaviour of ethylene glycol based titania nanofluids. *Chem. Phys. Lett.*, *444*, 333-337.
- Chevalier, J., Tillement, O., & Ayela, F. (2007). Rheological properties of nanofluids flowing through microchannels. *Appl. Phys. Lett.*, *91*(233103).
- Choi, S. K., Kim, S. O., Lee, T. H., & Hahn, D. (2014). Computation of the natural convection of nanofluid in a square cavity with homogeneous and nonhomogeneous models. *Num. Heat Transfer A*, *65*, 287–301.

- Choi, S. U., Zhang, Z. G., Yu, W., Lockwood, F. E., & Grulke, E. A. (2001). Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspensions. *Appl. Phys. Lett.*, *79*, 2252-2254.
- Corcione, M. (2011). Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids. *Energy Convers. Manag.*, *52*, 789–793.
- Corcione, M., Cianfrini, M., & Quintino, A. (2016). Temperature effects on the enhanced or deteriorated buoyancy-driven heat transfer in differentially heated enclosures filled with nanofluids. *Num. Heat Transfer A*, *70*, 223-241.
- Corcione, M.; Cianfrini, M.; Quintino, A. (2015). Enhanced natural convection heat transfer of nanofluids in enclosures with two adjacent walls heated and the two opposite walls cooled. *Int. J. Heat Mass Transfer*, *88*, 902– 913.
- Das, S. K., Putra, N., & Roetzel, W. (2003). Pool boiling characteristics of nanofluids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, *46*, 851-852.
- Das, S. K., Putra, N., Thiesen, P., & Roetzel, W. (2003). Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids. *J. Heat Transfer*, *125*, 567-574.
- Davis, G. d. (1983). Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, *3*, 249–264.
- de Vahl Davis, G. (1983). Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Meth. Fluids*, *3*, 249–264.
- Einstein, A. (1905). Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen (in German). *Ann. Phys.*, *17*, 549-560.
- Einstein, A. (1906). Zur Theorie der Brownschen Bewegung. *324*, 371-381.

- Einstein, A. (1911). Elementare Betrachtungen über die thermische Molekularbewegung in festen Körpern. *Ann. Phys.*, 340, 679-694.
- Esfandiary, M., Mehmandoust, B., Karimipour, A., & Pakravan, H. A. (2016). Natural convection of Al₂O₃-water nanofluid in an inclined enclosure with the effects of slip velocity mechanisms: Brownian motion and thermophoresis phenomenon. *Int. J. Thermal Sciences*, 105, 137-158.
- Giddings, J. C., Shinudu, P. M., & Semenov, S. (1995). Thermophoresis of Metal Particles in a Liquid. *Journal of Colloid and Interface Science*, 176(2), 454-458.
- Gobin, D., & Bennacer, R. (1996). Cooperating thermosolutal convection in enclosures-II. Heat transfer and flow structure. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39, 2683-2697.
- Hamilton, R. L., & Crosser, O. K. (1962). Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems. *I&EC Fundamentals*, 1(3), 187-191.
- He, Y., Jin, Y., Chen, H., Ding, Y., Cang, D., & Lu, H. (2007). Heat transfer and flow behaviour of aqueous suspensions of TiO₂ nanoparticles (nanofluids) flowing upward through a vertical pipe. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 50, 2272-2281.
- Heris, S. Z., Pour, M. B., Mahian, O., & Wongwis, S. (2014). A comparative experimental study on the natural convection heat transfer of different metal oxide nanoparticles suspended in turbine oil inside an inclined cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 73, 231-238.
- Ho, C. J., Liu, W. K., Chang, Y. S., & Lin, C. C. (2010). Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study. *International Journal of Thermal Science*, 49, 1345-1353.

- Hu, Y., He, Y., Qi, C., Jiang, B., & Schlager, H. I. (2014b). Experimental and numerical study of natural convection in a square enclosure filled with nanofluid," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 78, pp. 380–392, 2014. 78, 380-392.
- Hu, Y., He, Y., Wang, S., Wang, Q., & Schlager, H. I. (2014a). Experimental and numerical investigation on natural convection heat transfer of TiO₂-water nanofluids in a square enclosure. *J. Heat Transfer-Trans. ASME*, 136.
- Incropera, F. P., Dewitt, D. P., Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2007). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Ishiguro, R., Nagase, H., Nakanishi, S., Abe, T. (1978). Heat transfer and flow instability of natural convection over upward-facing horizontal surfaces. *Proceedings Sixth Int. Heat Transf. Conf.*, 2, 229-234.
- Jang, S. P., & Choi, S. U. (2004). Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids. *Appl. Phys. Lett.*, 84, 4316-4318.
- Keblinski, P., Phillpot, S. R., Choi, S. U., & Eastman, J. A. (2002). Mechanisms of heat flow in suspensions of nano-sized particles (nanofluids). *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45, 855–863.
- Khalili, E., Saboonchi, A., & Saghafian, M. (2017). Natural convection of Al₂O₃ nanofluid between two horizontal cylinders inside a circular enclosure.
- Koo, J., & Kleinstreuer, C. (2004). A new thermal conductivity model for nanofluids. *J. Nanopart. Res.*, 6, 577-588.
- Kumar, D. H., Patel, H. E., Kumar, V. R., Sundararajan, T., Pradeep, T., & Das, S. K. (2004). Model for heat conduction in nanofluids. *Phys. Rev. Lett.*, 93(144301).
- Lee, S., Choi, S. U., Li, S., & Eastman, J. A. (1999). Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles. *J. Heat Transfer*, 121, 280-289.

- Leonard, B. P. (1979). A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Comp.Meth. in Appl.Mech. Engng.*, 19, 59– 78.
- Leong, K. C., Yang, C., & Murshed, S. M. (2006). A model for the thermal conductivity of nanofluids - the effect of interfacial layer. *J. Nanopart. Res.*, 8, 245-254.
- Masoumi, N., Sohrabi, N., & Behzadmehr, A. (2009). A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 42(055501).
- Masuda, H.; Ebata, A.; Teramae, K.; Hishinuma, N. (1993). Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (dispersion of γ -Al₂O₃, SiO₂, and TiO₂ ultra-fine particles), *NetsuBussei* 4 (1993). *NetsuBussei*, 4, 227-233.
- Maxwell, J. C. (1954). *A Treatise on Electricity and Magnetism*. New York: Dover Publications Inc.
- Mc Nab, G. S., & Meisen, A. (1973). Thermophoresis in liquids. *J. Colloid Interface Sci*, 44, 339-346.
- Murshed, S. M., Leong, K. C., & Yang, C. (2009). A combined model for the effective thermal conductivity of nanofluids. *Appl. Thermal Eng.*, 29, 2477- 2483.
- Nnanna, A. G. (2007). Experimental model of temperature-driven nanofluid. *J. Heat Transfer*, 129, 697–704.
- Öğüt, E. B. (2009). Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source. *Int. J. Thermal Sci.*, 48, 2063–2073.
- Pak, B. C., & Cho, Y. I. (1998). Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Exp. Heat Transfer*, 11, 151-170.

- Patankar, S. V., & Spalding, D. B. (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, *15*, 1787–1797.
- Patankar, S. V., (1980). Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publ. Co, Washington DC.
- Patel, H. E., Sundararajan, T., Pradeep, T., Dasgupta, A., Dasgupta, N., & Das, S. K. (2005). A micro-convection model for the thermal conductivity of nanofluids. *J. Phys.*, *65*, 863-869.
- Prakash, M., & Giannelis, E. P. (2007). Mechanism of heat transport in nanofluids. *J. Computer Aided Mater. Des.*, *14*, 109-117.
- Prasher, R., Song, D., Wang, J., & Phelan, P. (2006). Measurements of nanofluid viscosity and its implications for thermal applications. *Appl. Phys. Lett.*, *89*(133108), vol. 89, paper 133108, 2006.
- Prasher, R.; Bhattacharya, P.; Phelan, P. E. (2005). Thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluids). *Phys. Rev. Lett.*, *94*(025901).
- Putra, N.; Roetzel, W.; Das, S. K. (2003). Natural convection of nano-fluids. *Heat and Mass Transfer*, *39*, 775-784.
- Ren, Y., Xie, H., & Cai, A. (2005). Effective thermal conductivity of nanofluids containing spherical nanoparticles. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, *38*, 3958-3961.
- S. Saravanan, C. Sivaraj, (2013). Coupled Thermal Radiation and Natural Convection Heat Transfer in a Cavity with a Heated Plate Inside. *Int. J. Heat Fluid Flow*, *40*, 54-64.
- Van Doormaal, J. P., & Raithby, G. D. (1984). Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Num. Heat Transfer*, *11*, 147–163.
- Wang, X., Xu, X., & Choi, S. U. (1999). Thermal conductivity of nanoparticle-

- fluid mixture. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 13, 474-480.
- J. J. Wei, B. Yu, Y. Kawaguchi (2003). Simultaneous Natural-Convection Heat Transfer Above and Below an Isothermal Thin Plate", *Num. Heat Transf.: Part A: Applications*, 44, 39-58.
- Wen, D., & Ding, Y. (2005). Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer application. *International Journal Heat Fluid Flow*, 26, 855-864.
- Williams, W., Buongiorno, J., & Hu, L. W. (2008). Experimental investigation of turbulent convective heat transfer and pressure loss of alumina/water and zirconia/water nanoparticle colloids, nanofluids in horizontal tubes. *J. Heat Transfer*, 130, 1-7.
- Xie, H., Fujii, M., & Zhang, X. (2005). Effect of interfacial nanolayer on the effective thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, 2926-2932.
- Xuan, Y., Li, Q., & Hu, W. (2003). Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids. *AIChE J*, 49, 1038-1043.
- Xue, Q. -Z. (2003). Model for effective thermal conductivity of nanofluids. *Phys. Lett. A*, 307, 313-317.