# DESTRUTTURAZIONE NEI TERRENI COESIVI NATURALI: ASPETTI COSTITUTIVI E NUMERICI

Angelo Amorosi\* e Daniela Boldini\*\*

\* Dip. di Ingegneria Civile ed Ambientale, Politecnico di Bari \*\* Dip. di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università di Roma "La Sapienza" e-mail: a.amorosi@poliba.it daniela.boldini@uniroma1.it

#### Sommario

In questa nota viene descritto un modello costitutivo in grado di simulare il processo di destrutturazione che si verifica nei terreni coesivi naturali soffici sottoposti a carichi di tipo statico. Viene inoltre descritta la strategia di implementazione del modello costitutivo in un codice di calcolo agli elementi finiti basata sul metodo di Eulero Generalizzato di tipo implicito. Le principali caratteristiche del modello costitutivo sono evidenziate attraverso una serie di esempi numerici realizzati su un singolo elemento finito 3D.

# Introduzione

Il comportamento meccanico dei terreni coesivi naturali è caratterizzato da componenti di rigidezza e resistenza tipicamente maggiori di quelle che si osservano sui corrispondenti campioni di materiale ricostituito. Questa caratteristica viene attribuita alle modifiche microstrutturali legate a deboli processi di litificazione, quali la tixotropia e la cementazione, intervenuti durante la storia geologia del deposito. Nelle fasi successive allo snervamento i processi di degradazione della struttura determinano un contributo negativo all'incrudimento del materiale, che si sovrappone a quello tipico del terreno ricostituito. Gli effetti della struttura sul comportamento di argille soffici possono essere significativi in numerosi problemi di ingegneria geotecnica, rendendo poco accurate le valutazioni quantitative ottenibili con approcci tradizionali. In tal senso, l'uso di codici di calcolo agli elementi finiti può consentire di prevedere più realisticamente il comportamento di opere interagenti con terreni strutturati, qualora si tenga opportunamente conto del comportamento meccanico di questi ultimi. L'adozione di un modello costitutivo capace di riprodurre il maggior numero di aspetti fondamentali del comportamento meccanico delle argille naturali deve, in questo contesto, essere affiancata da uno schema di integrazione numerica del modello in grado di garantire sufficienti condizioni di stabilità e accuratezza della soluzione. Nella gran parte dei casi non è facile soddisfare simultaneamente questi due requisiti; ciò rende necessaria l'idividuazione di una soluzione di compromesso tra queste due contrastanti esigenze. Nel seguito vengono descritti gli elementi essenziali di un modello costitutivo formulato nell'ambito della plasticità incrudente a singolo potenziale le cui caratteristiche fondamentali consistono nella possibilità di tenere conto della dipendenza della rigidezza dallo stato tensionale, secondo una formulazione iperelastica, e nella capacità di descrivere la destrutturazione dei terreni coesivi strutturati mediante una legge di incrudimento di tipo isotropo. Lo schema di integrazione utilizzato è quello di Eulero Generalizzato implicito (es.: Simo e Hughes, 1997), che consente di ottenere soluzioni incondizionatamente stabili e caratterizzate da accuratezza del primo ordine (Ortiz e Popov, 1985). Esso permette inoltre di esprimere in forma chiusa la matrice di rigidezza algoritmica, garantendo una rapidità di convergenza di tipo quadratico della soluzione numerica globale.

### Formulazione matematica del modello costitutivo

Il comportamento reversibile del materiale è descritto mediante la seguente espressione della funzione di energia libera (Borja et al., 1997):

$$\Psi(\varepsilon_{v}^{e},\varepsilon_{s}^{e}) = p_{0}\,\widetilde{k}\,\exp\!\left(\frac{\varepsilon_{v}^{e}-\varepsilon_{v_{0}}^{e}}{\widetilde{k}}\right) + \frac{3}{2}\!\left[\mu_{0}+\alpha\,p_{0}\,\exp\!\left(\frac{\varepsilon_{v}^{e}-\varepsilon_{v_{0}}^{e}}{\widetilde{k}}\right)\right]\!(\varepsilon_{s}^{e})^{2},\qquad(1)$$

dove  $\varepsilon_v^e$  e  $\varepsilon_s^e$  sono gli invarianti di deformazione elastica corrispondenti agli invarianti di tensione p e q,  $\varepsilon_{vo}^e$  è la deformazione volumetrica elastica corrispondente alla pressione media  $p_0$ ,  $\tilde{k}$  è l'indice di compressibilità elastica e  $\mu_0$  e  $\alpha$  sono i parametri che controllano la rigidezza a taglio. Il dominio elastico è definito mediante la funzione di plasticizzazione di Cam-Clay modificato (MCC) f e la legge di flusso è di tipo associato. La legge di incrudimento è una versione modificata della legge proposta originalmente da Kavvadas e Amorosi (2000):

$$\dot{p}_{c} = p_{c} \left[ \frac{1}{\widetilde{\lambda} - \widetilde{\kappa}} \dot{\varepsilon}_{v}^{p} - \xi_{v} \exp(-\eta_{v} \varepsilon_{v}^{d}) \dot{\varepsilon}_{v}^{d} - \xi_{s} \exp(-\eta_{s} \varepsilon_{s}^{p}) \dot{\varepsilon}_{s}^{p} \right] = \dot{\gamma} h$$
(2)

Il primo termine di questa legge è quello adottato in MCC con riferimento alla curva di compressibilità in un piano bilogaritmico. Gli altri due termini dell'equazione (2), caratterizzati dai parametri  $\xi_{\nu}, \eta_{\nu}, \xi_{s}, \eta_{s}$ , descrivono gli effetti della destrutturazione indotta dall'accumulo di deformazioni plastiche volumetriche  $\varepsilon_{\nu}^{p}$  e deviatoriche  $\varepsilon_{s}^{p}$ , dove con  $\varepsilon_{\nu}^{d}$  si intende una variabile, sempre crescente, pari all'integrale del valore assoluto della deformazione plastica volumetrica.

# Schema di integrazione numerica implicita

L'algoritmo di integrazione adottato per l'implementazione del modello costitutivo nel codice di calcolo agli elementi finiti ABAQUS viene descritto facendo riferimento ad un generico incremento di tempo  $\Delta t$  nell'intervallo  $[t_n, t_{n+1}]$  per il quale risulta assegnato l'incremento di deformazione totale  $\Delta \varepsilon_{n+1}$ . Lo scopo dell'algoritmo di integrazione consiste nell'aggiornamento delle variabili di stato dai valori noti al tempo  $t_n$  ( $\varepsilon_n^e, p_{c,n}$ ) ai valori corrispondenti al tempo  $t_{n+1}$  ( $\varepsilon_{n+1}^e, p_{c,n+1}$ ). Esso si compone di due parti.

Inizialmente viene calcolato lo stato cosiddetto *trial*, in cui il flusso plastico viene trascurato sull'incremento di tempo assegnato:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e,trial} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n}^{e} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{p,trial} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n}^{p}, \quad \boldsymbol{p}_{c,n+1}^{trial} = \boldsymbol{p}_{c,n}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{e}}. \quad (3a,b,c)$$

Se  $f_{n+1}^{trial}(\sigma_{n+1}^{trial}, p_{c,n+1}^{trial}) \le 0$  il processo è dichiarato elastico e i valori calcolati corrispondono ai valori finali, risultando quindi  $\Delta \gamma_{n+1} = 0$ . Se, invece,  $f_{n+1}^{trial}(\sigma_{n+1}^{trial}, p_{c,n+1}^{trial}) > 0$ , lo stato tensionale *trial* si trova fuori dalla superficie di plasticizzazione e risulta necessaria una fase di correzione plastica che lo riporti su di essa (*Closest Point Projection*), che è realizzata numericamente attraverso una procedura iterativa tipo Netwon. Data l'ipotesi di isotropia, le equazioni non lineari del sistema da risolvere possono essere espresse nello spazio delle deformazioni elastiche principali, riducendo il numero delle equazioni e delle incognite da 8 a 5 (es.: Tamagnini et al., 2002):

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{e} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{e,trial} - \Delta \gamma_{n+1} \frac{\partial f_{n+1}}{\partial \hat{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}}, \ p_{c,n+1} = p_{c,n+1}^{trial} + \Delta \gamma_{n+1} h_{n+1}, \ \hat{f}_{n+1} \coloneqq \hat{f}_{n+1} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}, p_{c,n+1}) = 0$$

$$(4a,b,c)$$

# Esempi numerici

Il modello costitutivo descritto è stato utilizzato per simulare delle prove di laboratorio standard su un singolo elemento finito tridimensionale, adottando i seguenti valori per i parametri del materiale: M=1,  $\mu_0$ =25000 kPa,  $\alpha$ =0,  $\tilde{\lambda}$ =0.11 e  $\tilde{k}$ =0.02. La Figura 1a,b, mostra i risultati di una serie di prove di compressione isotropa in cui sono stati fatti variare i parametri di destrutturazione volumetrica  $\xi_v$  (fra 5 e 30) e  $\xi_v/\eta_v$  (fra 0.33 e 2). La linea tratteggiata si riferisce ad una simulazione numerica in cui i parametri di destrutturazione sono stati tutti azzerati. Si osserva come, per un valore costante del rapporto  $\xi_v/\eta_v$ , il parametro  $\xi_v$  governa la velocità del processo di destrutturazione, mentre, per un valore costante di quest'ultimo, il rapporto  $\xi_v/\eta_v$  controlla la posizione della curva di compressione alla fine del processo di destrutturazione, ovvero la cosiddetta sensitività del materiale (Cotecchia, 1996).



Figura 1. Analisi parametriche volte a valutare l'influenza dei parametri di destrutturazione volumetrici (a)  $\xi_v e$  (b)  $\xi_v / \eta_v$ .



Figura 2. Analisi parametriche volte a valutare l'influenza dei parametri di destrutturazione deviatorici (a)  $\xi_s$  e (b)  $\xi_s/\eta_{s}$ .

Nella Figura 2a,b sono riportati i risultati di prove di compressione triassiale in condizioni non drenate su un elemento di volume normalconsolidato per il quale sono stati fatti variare i parametri di destrutturazione deviatorici  $\xi_s$  (fra 5 e 30) e  $\xi_s/\eta_s$  (fra 0.17 ed 1), mantenendo uguali a zero i parametri di destrutturazione volumetrica. Analogamente a prima, la linea tratteggiata si riferisce al caso in cui il processo di destrutturazione non è stato considerato. Per un valore costante del rapporto  $\xi_s/\eta_s$ , il parametro  $\xi_s$  governa la velocità di destrutturazione, mentre per un valore costante di quest'ultimo, il valore finale dell'invariante q è controllato dal valore del rapporto  $\xi_s/\eta_s$ .

### Bibliografia

- Borja, R.I., C. Tamagnini e A. Amorosi (1997), "Coupling plasticity and energy-conserving elasticity model for clays", J. Geotech. Geoenv. Engrg., 123(10), 948-957.
- Cotecchia, F. (1996), *The effects of structure on the properties of an Italian Pleistocene clay*, PhD thesis, University of London.
- Kavvadas, M. e A. Amorosi (2000), "A constitutive model for structured soils", *Géotechnique*, **50**(3), 263-273.
- Ortiz, M. e E.P. Popov (1985), "Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations", *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, **21**(9), 1561-1576.
- Simo, J.C. e T.J.R. Hughes (1997), Computation Inelasticity, Oxford, Elsevier.
- Tamagnini, C., R. Castellanza e R. Nova (2002), "A Generalized Backward Euler algorithm for the numerical integration of an isotropic hardening elastoplastic model for mechanical and chemical degradation of bonded geomaterials", *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26, 963-1004.