

SCUOLA DI DOTTORATO IN INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA  
DOTTORATO IN INGEGNERIA STRUTTURALE E GEOTECNICA

**Modellazione parametrica e comportamento  
meccanico di superfici adattive in architettura:  
analisi e sperimentazione**

**Maurizio Giodice**

XXIX Ciclo - a.a. 2016/2017

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA  
STRUTTURALE E GEOTECNICA



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA



Tesi di Dottorato di ricerca in Ingegneria delle Strutture  
Modellazione parametrica e comportamento meccanico di superfici adattive in  
architettura: analisi e sperimentazione.

Arch. Maurizio Giodice ([maurizio.giodice@uniroma1.it](mailto:maurizio.giodice@uniroma1.it))

Roma, 27 settembre 2017

Documento di 177 pagine, con 122 figure e 3 tabelle.

Keywords: architettura cinetica, progettazione parametrica, strutture corrugate,  
piega, pattern origami, movimentazione, prototipazione.

Tesi presentata in adempimento parziale dei requisiti richiesti per il conferi-  
mento del titolo di dottore di ricerca in Ingegneria delle Strutture.

© Sapienza Università di Roma

Via Eudossiana, 18

00184 Roma, Italy

---



# Sommario

**I**n ambito strutturale appare crescente la necessità di esaminare la risposta di forme libere sempre più complesse, capaci cioè di rappresentare al meglio l'evoluzione dell'architettura contemporanea e dare un senso al crescente interesse per le *superfici adattive*, sistemi in grado di mutare la propria conformazione in relazione a determinati impulsi-esigenze.

Il genere umano ha sempre ambito a fare evolvere in un meccanismo dinamico, emulazione del "*vivere*", la staticità propria dei corpi inanimati, essenza del prodotto artificiale. La molteplicità dei prodotti artificiali oggi ideati, dalla piccola scala del design alla grande scala dell'architettura, resta infatti prevalentemente statica. Sarebbe invece auspicabile far evolvere rapidamente la progettazione verso prodotti sensibili a determinati stimoli, che ne modellino la conformazione spaziale.

Obiettivo primario della ricerca è l'indagine dei principi teorici alla base delle variazioni di geometria, mirando alla definizione di modelli meccanici adatti ad interpretare e predire i cambiamenti di configurazione in gioco. Ciò al fine di descriverne sia la cinematica finita che gli aspetti statici ad essa associati. E' emersa, pertanto, la necessità di non limitarsi al solo studio teorico di questi principi, ma di procedere parallelamente con la sperimentazione fisica per poter verificare su modelli in scala il reale il comportamento strutturale e poi valutare la fattibilità tecnologica delle soluzioni proposte.



# Ringraziamenti

**R**ingraziare le persone a cui si vuol bene appare cosa semplice, ma trovare le parole giuste che riescano a descrivere la reale entità del loro peso è tutt'altro che agevole.

Un giorno, una persona a me cara mi disse: "va' e fatti onore!". Mio padre è un po' come me, o meglio, sono io ad assomigliare a lui: poche parole, ma efficaci, che hanno il loro peso, non indifferente. Era il giorno in cui, insieme a mia madre, mi accompagnava a prendere il treno, quello della partenza che mi avrebbe portato in una città da me ancora inesplorata: l'ultimo dell'adolescenza e il primo dell'età matura. Sono passati dieci anni da quel momento e sono finalmente arrivato alla fine del percorso che mi ero prefissato. Tante cose son cambiate, ma una è rimasta intatta: il sostegno della mia famiglia, che mi ha supportato fin oltre le possibilità, senza farmi mai mancare nulla. Ed sono proprio loro, mia madre, mio padre, i miei fratelli con le loro nuove famiglie, che sento di ringraziare prima di tutto: loro rappresentano il vero carburante di quel treno, che continua a viaggiare e che non si fermerà certo adesso!

Tengo a ringraziare Matteo, Filipa, Silvia e tutti coloro che mi hanno accompagnato in questi anni e che hanno contribuito attivamente alla conclusione di questo lavoro. In particolar modo ringrazio Giulia, il cui sostegno si è rivelato fondamentale nel periodo forse più difficile del mio percorso.

Infine, ma non ultimo come importanza, concludo con il professor Romeo, maestro di vita prima che docente, grazie per avermi insegnato a puntare in alto con rigore ed intraprendenza e a non perdere mai di vista i propri obiettivi.

A tutti voi dedico il mio lavoro.



# Definizioni

<b>DEFINIZIONE</b>	<b>SIGNIFICATO</b>
<b>GDL</b>	Gradi di libertà: numero di variabili indipendenti di un sistema strutturale
<b>ANGOLO DIEDRO</b>	Porzione di spazio compresa fra due semipiani non paralleli aventi per origine la stessa retta
<b>MOLLA ROTAZIONALE</b>	Elemento elastico che si impedisce la parziale rotazione di un'asta attorno ad un nodo di estremità
<b>CERNIERA CILINDRICA</b>	Sistema di vincolo spaziale in cui viene permessa la sola rotazione attorno all'asse della cerniera
<b>PIEGA / CRESTA</b>	Punto di discontinuità geometrica di una superficie costituito da una linea di piegatura
<b>PIEGA DI MONTE</b>	Piega rettilinea convessa, in cui lo spigolo è posizionato nella parte esterna della superficie
<b>PIEGA DI VALLE</b>	Piega rettilinea concava, in cui lo spigolo è posizionato nella parte interna della superficie
<b>CORRUGAZIONE</b>	Andamento non continuo di una superficie il cui profilo è costituito da una serie di pieghe
<b>PATTERN</b>	Modello geometrico costituito dalla ripetizione geometrica seriale di un'unità di base
<b>TASSELLAZIONE</b>	Suddivisione di una superficie attraverso figure geometriche ripetute con regolarità
<b>CINEMATICA</b>	Branca della meccanica che studia i fenomeni e le caratteristiche relativi al moto imposto dei corpi
<b>PROTOTIPAZIONE</b>	Insieme di tecniche produttive mirate alla realizzazione fisica rapida di prototipi a partire da modelli tridimensionali digitali



# Indice

<b>Sommario</b>	<b>5</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>7</b>
<b>Definizioni</b>	<b>9</b>
<b>I INDAGINE</b>	<b>15</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>17</b>
1.1 Inquadramento . . . . .	18
1.2 Obiettivi e Innovazione della Ricerca . . . . .	19
1.3 Impianto Metodologico . . . . .	20
1.3.1 Approccio . . . . .	21
1.3.2 Genesi . . . . .	21
1.3.3 Analisi . . . . .	22
1.3.4 Sperimentazione . . . . .	22
<b>2 Il Contesto</b>	<b>23</b>
2.1 L'Architettura Cinetica e Interattiva . . . . .	24
2.1.1 Classificazione . . . . .	26
2.1.2 Esempi in Architettura . . . . .	28
2.2 Le Strutture Corrugate . . . . .	31
2.2.1 Applicazioni in Architettura . . . . .	32
<b>3 Gli Origami</b>	<b>37</b>
3.1 I Principi degli Origami . . . . .	38
3.1.1 Lo Stato dell'Arte . . . . .	40
3.2 Applicazioni degli Origami . . . . .	43
3.2.1 In Ingegneria: le Deployable Structures . . . . .	46
3.2.2 In Ingegneria: i Metamateriali . . . . .	47
3.3 La Piegatura . . . . .	48
3.3.1 La Corrugazione Semplice . . . . .	49
3.3.2 La Piegatura Inversa . . . . .	54
3.3.3 Rigid-Foldability e Flat-Foldability . . . . .	59

---

3.3.4	Le Superfici Corrugate Spesse . . . . .	60
3.4	Caratteristiche e Classificazioni . . . . .	64
3.4.1	Tipologie di Origami . . . . .	65
3.4.2	Gli Action-Origami . . . . .	65
3.5	Tassellazioni Origami . . . . .	67
3.5.1	I Pattern Origami . . . . .	68
3.5.2	La Scelta dei Pattern . . . . .	79
3.6	Miura-Ori Pattern . . . . .	79
3.6.1	La Cellula Base . . . . .	81
3.6.2	La Generalizzazione . . . . .	83
3.6.2.1	Superfici Cilindriche . . . . .	83
3.6.2.2	Free-from . . . . .	85
3.7	Ron Resch Pattern . . . . .	86
3.7.1	La Cellula Base . . . . .	87
<b>II</b>	<b>ANALISI</b>	<b>89</b>
<b>4</b>	<b>La Morfogenesi</b>	<b>91</b>
4.1	La Progettazione Parametrica . . . . .	92
4.1.1	I Pionieri . . . . .	94
4.1.2	Un Nuovo Indirizzo di Ricerca . . . . .	95
4.2	Gli Strumenti . . . . .	96
4.2.1	Software Parametrici . . . . .	97
4.2.2	Altri Strumenti . . . . .	99
4.3	Il Processo Parametrico . . . . .	99
4.3.1	Metodi di Modellazione . . . . .	99
4.3.2	Miura-ori . . . . .	101
4.3.3	Miura-ori Generalizzato . . . . .	103
4.3.4	Ron Resch . . . . .	104
4.3.5	Ron Resch Generalizzato . . . . .	106
<b>5</b>	<b>L'Analisi Statica</b>	<b>107</b>
5.1	Premessa . . . . .	108
5.1.1	Strumenti di Analisi . . . . .	108
5.2	Gli Aspetti Meccanici della Piega . . . . .	109
5.2.1	L'effetto della Piega . . . . .	109
5.3	La Discretizzazione . . . . .	111
5.3.1	Il Problema . . . . .	111
5.3.2	La Soluzione . . . . .	112
5.4	Miura-ori Pattern . . . . .	113
5.4.1	Modello a Piastra . . . . .	113
5.4.1.1	Momento d'inerzia e confronto della trave corrugata	120
5.4.1.2	Modello analitico . . . . .	122
5.4.2	Modello a Volta . . . . .	123
5.5	Ron Resch Pattern . . . . .	124

---

---

5.5.1	Modello a Volta . . . . .	124
5.5.2	Modello a Cupola . . . . .	126
5.6	Risultati . . . . .	127
<b>6</b>	<b>L'Analisi Cinematica</b>	<b>131</b>
6.1	Premessa . . . . .	132
6.2	Movimentazione analitica . . . . .	132
6.2.1	Modello planare: cellula base . . . . .	132
6.2.2	Modello curvo: cellula base . . . . .	135
6.3	Movimentazione geometrica . . . . .	136
6.3.1	Confronti nel Piano . . . . .	136
6.3.2	Confronti nello Spazio . . . . .	141
<b>7</b>	<b>La Sperimentazione</b>	<b>143</b>
7.1	Premessa . . . . .	144
7.2	Prototipazione . . . . .	144
7.2.1	Strumenti . . . . .	145
7.2.2	Modelli a Spessore Trascurabile . . . . .	146
7.2.3	Modelli a Spessore Notevole . . . . .	150
7.3	Test Sperimentali . . . . .	154
7.3.1	La Campagna Sperimentale . . . . .	156
7.3.1.1	Carico concentrato . . . . .	158
7.3.1.2	Carico Distribuito . . . . .	159
7.3.2	Risultati . . . . .	160
<b>8</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>163</b>
8.1	Conclusioni . . . . .	164
8.2	Prospettive . . . . .	166
8.2.1	Approfondimenti . . . . .	166
8.2.2	Scenari Futuri . . . . .	167
	<b>Bibliografia</b>	<b>168</b>
	<b>Elenco delle figure</b>	<b>176</b>
	<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>177</b>

---



**Parte I**

**INDAGINE**



# Capitolo 1

## Introduzione

## 1.1 Inquadramento

In ambito strutturale appare crescente la necessità di esaminare la risposta di forme libere sempre più complesse, capaci cioè di rappresentare al meglio l'evoluzione dell'architettura contemporanea e dare un senso al crescente interesse per le superfici adattive, che mutano la propria conformazione in relazione a determinati impulsi-esigenze. *Forma in movimento*: questo sembra essere, infatti, il destino inevitabile dell'architettura e del design.

Il genere umano ha sempre ambito a far evolvere in un meccanismo dinamico, emulazione del "vivere", la staticità propria dei corpi inanimati, essenza del prodotto artificiale. La recente innovazione digitale, prodotta oggi non tanto dalle nuove tecnologie disponibili, quanto finalmente dall'alfabetizzazione informatica divenuta l'anima della progettazione, sta caratterizzando ulteriormente le qualità dei progetti che, oltre ad essere versatili ed efficaci, si stanno qualificando anche come *responsivi*. Con il termine *superfici responsive* o *adattive* ci si riferisce alla possibilità di concepire una forma qualsiasi, in grado di trasformarsi nello spazio, partendo da una configurazione iniziale di equilibrio fino a giungere al risultato finale, effetto della mutazione: una forma generata dall'elaborazione di una serie di informazioni dettate da precise esigenze.

Il concetto di *responsività* o *adattività* si materializza nell'applicazione di un paradigma di base, nocciolo della tecnologia digitale:

input -> elaborazione -> output

Pur consapevoli che oggi siamo in presenza di una diffusa cultura digitale, appare chiaro come la fase di *elaborazione* non è ancora una parte integrale del progetto dinamica e finalizzata alla sua definizione, ma ne è solo una porzione statica. Difatti, la molteplicità di risultati delle esperienze progettuali contemporanee, dalla piccola alla grande scala, resta prevalentemente rigida. Sarebbe invece auspicabile far evolvere rapidamente la progettazione verso prodotti sensibili a determinati stimoli, capaci di modellare la propria struttura.

Il progetto di una forma responsiva, dunque mutante, aspirante ad una complessità di reazioni e quindi di comunicazioni, richiede innanzitutto un'approfondita conoscenza di tutte quelle informazioni che generalizzano la genesi delle forme e ne definiscono continuità e discontinuità topologiche, così che possano dinamicamente cambiare aspetto nello spazio. È proprio in quest'ottica che si inserisce il progetto di ricerca: le *superfici adattive*, affascinanti e audaci quanto complesse nella loro realizzazione, pongono sistematicamente problemi di *ingegnerizzazione*.

L'*ingegnerizzazione* del processo rappresenta la cosiddetta fase di *razionalizzazione* del progetto, finalizzata a rendere fattibile l'operazione in termini prettamente produttivi ed economici. Nella realizzazione dei primi progetti di *superfici responsive* si è dialogato principalmente con il problema dell'*approssimazione* del movimento predeterminato. Progressivamente si è presa coscienza dell'importanza di questo passaggio nel più ampio panorama dell'intero processo realizzativo ricorrendo ad algoritmi matematici per la parametrizzazione degli stessi. Contemporaneamente, l'attenzione della ricerca scientifica si è concentrata sul problema della *progettazione*

delle superfici, che dunque non sono più completamente libere bensì soggette a vincoli di natura statico-meccanica. È dunque emersa la necessità di guidare la progettazione delle forme, nonché quella di dotarsi di opportuni strumenti capaci di gestire la complessità insita nel processo realizzativo. In tale contesto, la sfida che si è voluta raccogliere verte sulla capacità di sfruttare al meglio le odierne potenzialità computazionali: si ritiene necessario sviluppare algoritmi opportuni che, una volta implementati, consentano di esplorare configurazioni geometriche alternative, delle quali si possano valutare simultaneamente le prestazioni meccaniche e gli esiti formali.

## 1.2 Obiettivi e Innovazione della Ricerca

Obiettivo primario della ricerca è l'indagine dei principi teorici che sono alla base delle variazioni di geometria, volendo mirare alla definizione di modelli meccanici adatti ad interpretare e predire i cambiamenti di configurazione in gioco. Ciò al fine di descriverne sia la cinematica finita, che gli aspetti statici ad essa associati. Risulta quindi necessario non limitarsi al solo studio teorico di questi principi, ma procedere parallelamente alla sperimentazione fisica per poterne validare, su modelli in scala, l'efficacia dei modelli ridotti realizzati analiticamente e, infine, valutare la fattibilità di fabbricazione delle soluzioni proposte.

Data la propensione fortemente sperimentale della ricerca, è evidente come l'apporto innovativo del lavoro di ricerca è da individuare nella volontà di far evolvere il tradizionale concetto di *struttura*, dalle abituali soluzioni statiche, ad una più ampia concezione strutturale caratterizzata dall'*adattabilità*, ovvero dalla capacità di rispondere ad input esterni modificando opportunamente la propria configurazione formale.

Ad oggi lo stato dell'arte dell'attività di ricerca nell'ambito delle *strutture adattive* mostra studi incentrati per lo più in due ambiti principali: il primo da carattere prettamente formale, che si sofferma sugli aspetti estetico-stilistici, contraddistinto dalla morfogenesi attraverso modelli digitali; il secondo dall'aspetto matematico, in cui si intende definire analiticamente le geometrie basate su pattern Origami, con il principale scopo di generare dei *metamateriali meccanici*, materiali innovativi dalle alte prestazioni a livello meccanico, grazie alla corrugazione, e dall'elevata duttilità, grazie alla capacità di movimentarsi per adattarsi alle diverse configurazioni spaziali.

Considerati questi due approcci in apparente antitesi, la ricerca intende inserirsi proprio nel mezzo, creando una connessione tra il mondo stilistico, concepito per dar vita ad architetture e dall'aspetto evocativo, e quello analitico, volto alla definizione delle regole matematiche.

Se fino ad ora le strutture responsive sono state indagate per lo più da una prospettiva di piccola scala, lo scopo di questa ricerca è di oltrepassare il muro della media e grande scala, campi ancora del tutto inesplorati, in modo da trasferire il concetto di adattività a sistemi a *scala umana*. L'utilizzo di materiali di ultima generazione ad alte prestazioni, la progettazione accurata dei nodi, la realizzazione delle cerniere intorno a cui attivare la movimentazione locale, sono solo alcuni degli aspetti che riguardano l'*ingegnerizzazione* di soluzioni innovative. Il tutto

viene concepito per dare vita ad un sistema unitario generalizzato, applicabile a qualsiasi situazione.

Come risulta evidente, la fase di sperimentazione fisica rappresenta la porzione più corposa della ricerca, visto che necessita, in fase preliminare, di laboriosi calcoli e di una accurata morfogenesi di modelli fisici che, attraverso l'utilizzo di strumentazioni idonee, potranno essere prototipati per poi essere analizzati grazie ad attuatori fisici e a strumenti di rilevamento meccanici.

### 1.3 Impianto Metodologico

“Per metodo si intende la formulazione di un processo procedurale definito da una successione consapevolmente organizzata di atti originati da un fine e destinati a realizzarlo”

Con questa definizione, Mattia Marzano spiega che per raggiungere un obiettivo è necessario seguire un processo organizzato e consapevole. In quest'ottica, la pianificazione preventiva e la continua rettifica in corso d'opera della metodologia di lavoro si sono rivelate fondamentali per assicurare un corretto flusso di lavoro.

Il metodo seguito durante la ricerca si è rivelato essere un processo procedurale sistematico, in cui il percorso utile al raggiungimento del risultato ottimale non è lineare, ma ciclico, per cui ogni successiva decisione rimette in gioco ciascuno degli aspetti analizzati in precedenza. Pertanto, non si tratta di un semplice processo composto da una sequenza di azioni e reazioni concatenate in serie fra loro, ma, piuttosto, da una sorta di *network* di connessioni interdipendenti, destinate a riesaminare tutti gli aspetti già considerati ogni qual volta si mette in discussione un risultato.

I principali aspetti metodologici considerati possono riassumersi in 4 fasi:

1. La fase di *approccio*, primo contatto con i vari sistemi pieghevoli, studio di tassellazioni con pattern Origami, prove di piegatura con fogli di carta.
2. La fase di *genesì*, modellazione parametrica digitale dei sistemi selezionati, ottimizzazione delle forme secondo precise richieste.
3. La fase di *analisi*, studio del comportamento meccanico in configurazioni statiche tramite analisi FEM e di quello cinematico durante la movimentazione tramite algoritmi parametrici.
4. La fase di *sperimentazione*, test sperimentali su modelli fisici in scala, risultato della trasposizione del modello geometrico-digitale in quello fisico-reale.

Come già precisato, i problemi sorti in ogni fase di lavoro possono richiedere l'investigazione di altri aspetti nelle altre fasi. Per esempio, problemi emersi durante la fase di prototipazione potrebbero costringere alla riesamina delle scelte prese nella fase di genesì, il che produrrebbe notevoli differenze tra la forma ottenuta dalla piegatura della carta e quella generata dagli strumenti digitali e analizzata meccanicamente.

A partire dalla fase di genesì, continuando con quella di analisi numerica per poi finire con la prototipazione, è indispensabile il ricorso all'utilizzo di diversi *software*,

---

ognuno dei quali espleta specifiche funzioni: la modellazione digitale parametrica per la genesi dei modelli, l'analisi fisica del modello e l'implementazione agli elementi finiti per l'analisi meccanica, la fabbricazione digitale per la prototipazione dei modelli in scala. Successivamente, nella fase sperimentale, l'utilizzo in parallelo di software e dispositivi di attuazione (come Arduino) ha permesso di verificare l'applicazione su modelli in scala ridotta delle soluzioni progettuali risultate dalle analisi numeriche effettuate in precedenza.

### 1.3.1 Approccio

A seguito di un'analisi preliminare sulle potenzialità applicative in ambito strutturale di geometrie adattive, è emerso come superfici corrugate derivate da tassellazioni con pattern Origami siano tra le più favorevoli alla movimentazione. Un primo approccio di tipo sperimentale ha permesso di poter "giocare" con le forme piegate attraverso la manipolazione della carta. Essa, infatti, è stata utilizzata per la ricerca della forma ideale: differenti tipologie di pattern sono stati esaminati con l'obiettivo di identificare le geometrie adatte ad applicazioni architettonico-strutturali. Modellando la carta manualmente è possibile ottenere nuove forme, ognuna con differenti proprietà meccaniche. Le pieghe, difatti, oltre a modificare e per certi aspetti limitare l'espressione formale, donano alla carta una maggiore rigidità (resistenza per forma).

Attraverso una precisa piegatura dei fogli, una superficie planare viene plasmata in una scultura tridimensionale, la cui geometria può essere modificata non solo attraverso trasformazioni generate dalla manipolazione degli stessi, ma anche cambiando il pattern di base con cui il foglio è tassellato. Come appare evidente, l'approccio seguito in questa ricerca è volutamente in leggera contraddizione con quello tipico del mondo scientifico, dove la sperimentazione su casi reali prescinde da un'approfondita coscienza teorica e studio dello stato dell'arte. In questa circostanza, infatti, la ricerca teorica è accompagnata dall'identificazione delle possibilità che geometrie piegate posseggono, attraverso la sperimentazione fisica. Un tale approccio si fonda sul concetto secondo cui la percezione intuitiva e la comprensione sperimentale dovrebbero precedere le analisi analitiche, essendo prive di preconcetti restrittivi.

### 1.3.2 Genesi

È in questa fase che vengono affrontati i fondamenti della teoria geometrica necessari al progetto e alla movimentazione delle superfici, accompagnati da un'approfondita indagine sugli algoritmi generativi, utili alla loro implementazione. Dopo la disamina dello stato dell'arte sull'attività di ricerca sugli Origami in ambito matematico, fisico ed ingegneristico, la ricerca prende le mosse dalla generazione parametrica di superfici sviluppabili e non, secondo tassellazioni basate su pattern Origami. L'utilizzo di questa particolare tipologia di discretizzazione è motivato sia da ragioni geometriche, poiché sfruttando le ripetitive piegature degli Origami è possibile creare superfici a singola e a doppia curvatura partendo da una configurazione piana, sia da ragioni costruttive, dato che, grazie alla movimentazione di facce triangolari su cerniere cilindriche, queste strutture

possono assumere diverse configurazioni spaziali mantenendo rigida ogni singola faccia.

Una volta modellate le superfici bidimensionali seguendo tassellazioni con pattern Origami in ambiente NURBS, attraverso software di disegno parametrico di tipo *visual*, vengono generate sia le differenti configurazioni da analizzare staticamente, che i meccanismi cinematici ad esse associate.

### 1.3.3 Analisi

Lo studio del comportamento meccanico delle strutture adattive ha lo scopo di individuarne la peculiarità e prevederne l'evoluzione conseguente alle variazioni di forma. L'obiettivo primario è quello di concepire dei pattern generalizzati ottimizzati dal punto di vista geometrico-strutturale e che siano, dunque, validi sotto l'aspetto meccanico e strutturalmente più efficienti rispetto al modello continuo di riferimento.

Per verificare l'effettiva efficacia di tale metodo è necessario indagare le strutture tassellate attraverso due differenti approcci: il primo, numerico, basato su analisi agli elementi finiti; il secondo, analitico, basato su modelli meccanici ridotti.

La fase di analisi prende spunto dal presupposto secondo cui le superfici tassellate con pattern Origami possono essere sfruttate in ambito strutturale come variante alle classiche superfici corrugate, impiegate perlopiù nella realizzazione di coperture in cemento armato o acciaio. Per verificare la fattibilità di questa proposta è necessario indagare il comportamento strutturale di tali superfici in condizione *bloccata* (sistema in equilibrio) e controllare se il contributo delle pieghe, in termini di efficienza meccanica, sia migliorativo rispetto alle corrugazioni semplici. La condizione bloccata si riferisce alla configurazione per cui la tipologia delle condizioni al contorno e l'assenza di cerniere cilindriche interne alle pieghe, non permettono alcun cinematismo del sistema.

### 1.3.4 Sperimentazione

La ricerca si conclude con la fase sperimentale. Quest'ultima parte consta della validazione sperimentale, su modelli realizzati in scala, dei risultati teorici ottenuti durante l'analisi numerica, per poterne comprendere la fattibilità realizzativa e l'attendibilità. Sono state dunque eseguite prove su modelli fisici in laboratorio ed investigate diverse soluzioni per la realizzazione delle cerniere cilindriche in rappresentanza delle pieghe. In questa sede, si estenderà l'analisi sperimentale a diverse configurazioni spaziali intermedi, identificando le variazioni in ognuno di essi.

Una volta testata la risposta meccanica in condizioni statiche, allo stesso tempo, vengono indagati i meccanismi cinematici a cui sottoporre i modelli, attraverso attuazione esterna in grado di modificarne la configurazione spaziale secondo geometrie prestabilite. Di conseguenza è semplice comprendere l'importanza di procedere parallelamente alla simulazione virtuale con la sperimentazione reale, attraverso la costruzione di modelli fisici in scala. L'obiettivo è quello di realizzare dei modelli completi di sensori ambientali, logiche digitali e dispositivi di attuazione, che si configurino come prototipi di superfici responsive.

---

## **Capitolo 2**

### **Il Contesto**

## 2.1 L'Architettura Cinetica e Interattiva

La ricerca in atto si inserisce in un contesto del tutto attuale, che rispecchia perfettamente l'evoluzione del modo di progettare contemporaneo. L'architettura del giorno d'oggi è vista non più come un classico sistema statico, in cui le forme si incastrano fra loro per produrre degli edifici resi vivi esclusivamente dalle persone che ne usufruiscono, ma, al contrario, come un sistema dinamico che cambia in risposta al suo ambiente e alle necessità dei fruitori, un sistema vivo: in sostanza, è l'architettura stessa a prendere vita!

Gli involucri cambiano forma ed aspetto grazie alle innovazioni e alle tecnologie di ultima generazione. Un semplice sistema di oscuramento non sempre offre il grado di schermatura ideale agli ambienti interni di un edificio: la diversa esposizione dell'edificio, il percorso giornaliero del sole, il susseguirsi delle stagioni, richiederebbero facciate in grado di mutare configurazione ad ogni ora, garantendo un microclima interno ottimale. In questo contesto si inserisce l'architettura cinetica: essa offre nuove tecnologie e nuovi metodi di progettare gli involucri bioclimatici.

Tanti sono i progettisti che si sono cimentati nella creazione di elementi cinetici in architettura, siano essi porzioni che migliorano il comfort termoigrometrico o piuttosto in grado di intervenire sul benessere visivo all'interno degli edifici. Volgendo uno sguardo al futuro sembra che l'architettura cinetica sia un nuovo modo di pensare gli edifici, il cuore della progettazione dei prossimi decenni. Nonostante il binomio architettura-movimento fino a qualche decennio fa apparisse impensabile ed utopico, l'evoluzione della tecnologia, abbinata alla sempre più crescente necessità di soddisfare le esigenze di una popolazione in rapida mutazione, ha permesso a questo approccio progettuale di espandersi oltre i confini del semplice involucro adattivo, fino ad interessare anche la struttura dell'edificio, porzione considerata da sempre nell'accezione strettamente statica. Di fatto, la ricerca effettuata sui modelli adattivi prende vita dalla crescente necessità di ampliare il concetto di responsività allo scheletro dell'edificio, estendendo il concetto di adattività all'applicazione più estrema.

Se volessimo collocare temporalmente la prima forma di architettura cinetica dovremmo tornare indietro sino al Medioevo, quando vi è il primitivo esempio, seppur rudimentale, di sistema cinetico all'interno di una costruzione: il ponte levatoio. Difatti, esso rappresenta il primo sistema ingegneristico mobile, attuato dall'interazione della forza umana e della gravità, che permetteva l'accessibilità al forte in tempo di pace, fungendo da ponte per il superamento del fossato perimetrale, e lo difendeva dagli invasori esterni durante le guerre, diventando invalicabile una volta risollevato.

Con il susseguirsi degli anni e lo sviluppo tecnologico, l'architettura cinetica è piano piano entrata sempre più nella nostra quotidianità. Si pensi a tutti quei meccanismi automatizzati che ogni giorno incontriamo senza farci caso, poiché sono entrati a far parte delle nostre abitudini: gli infissi apribili con sensori di presenza, i brise soeil mobili automatizzati, coperture mobili, facciate interattive, e tanti altri. Si presuppone, che ben presto non ne potremo fare più a meno!

Un'evoluzione tecnologica dell'architettura cinetica è la cosiddetta "*architettura interattiva*". Essa rappresenta una nuova forma del progettare, che conduce ad

un mondo rivoluzionario e audace, in cui i progettisti sono impegnati a concepire ambienti che non solo facilitano l'interazione fra le persone, ma partecipano attivamente ai loro bisogni (figura 2.1). I sistemi capaci di riconfigurarsi in risposta agli stimoli umani saranno in grado di trasformare il nostro modo di vivere indirizzando i bisogni individuali, sociali e ambientali in continua evoluzione, verso opportunità condivisibili. In altre parole, non è più tempo di chiedersi cosa sia l'architettura, ma è tempo di chiedersi cosa sia in grado di fare!



Figura 2.1: Architettura Interattiva

source: M. Fox - Interactive Architecture

L'architettura interattiva è un processo orientato alla progettazione di spazi dinamici capaci di espletare un range diversificato di funzioni. Le complesse interazioni fisiche tra tali funzioni sono rese possibili dalla fusione di contributi multidisciplinari: dall'architettura all'industrial design, dalla programmazione informatica all'ingegneria e fisica computazionale. Attraverso l'integrazione di queste competenze, l'architettura interattiva è in grado di esaminare tutti i possibili scenari di un certo fenomeno fisico, incluse le implicazioni sociologiche e psicologiche, così come il potenziale impatto benefico per l'ambiente, prima di azionare i vari processi dinamici.

Grazie al progresso tecnologico e alla conseguente riduzione dei costi, la fattibilità nella produzione di componenti interattivi è in continuo aumento. Recentemente, il rapido sviluppo delle tecniche di prototipazione, dovuto alla crescente domanda di prodotti derivanti dalla stampa 3D, ha portato ad un aumento vertiginoso dei prodotti in commercio e ad un potenziamento della qualità finale. Anche gli altri campi dell'architettura interattiva, oltre a quello architettonico, hanno assistito ad un incremento della domanda di strumenti tecnologici, il che ha provocato un aumento della richiesta di hardware e software, oggi più potenti, più economici e quindi più accessibili. Un esempio sono gli Hardware open source come Arduino, che possono essere applicati a qualsiasi meccanismo. Pertanto, se fino ad ora la fase di sperimentazione dei progettisti in questo campo era limitata, sia dalle difficoltà tecnologiche che dai costi proibitivi, adesso la situazione si è diametralmente capovolta: la facilità di accesso a queste tecnologie e la propensione all'interazione con altri dispositivi ha permesso di moltiplicare esponenzialmente il numero di simulazioni e di test su prodotti interattivi.

### 2.1.1 Classificazione

Come già anticipato, una delle caratteristiche tipiche dell'architettura cinetica è l'adattività, intesa come capacità di rispondere attivamente ad un contesto in cambiamento. Il *contesto in cambiamento* può essere influenzato sia da fattori umani, bisogni di vario genere dell'uomo relazionati al comfort climatico, funzionale o ad altri aspetti legati all'uso dello spazio a breve e lungo termine, che da fattori ambientali che influiscono sulle performance dell'edificio, come possono essere le condizioni climatiche.

L'architettura adattiva include meccanismi di varia natura e attuazioni a diversa scala, tutti indirizzati all'evoluzione della forma architettonica per giungere a nuove configurazioni attraverso sistemi pre-progettati per rispondere a tali reazioni. In quest'ottica è possibile individuare diverse categorie di Architettura cinetica:

(Tu, 2010)

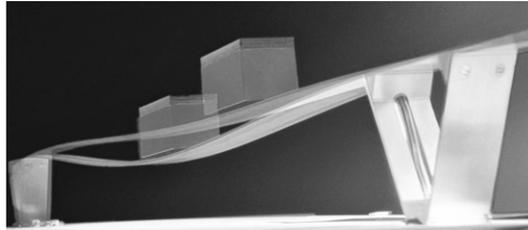
- *Architettura statica controllata cinematicamente*: in cui c'è la possibilità di ottimizzare le performance dell'edificio attraverso piccoli movimenti, con lo scopo di garantire la risposta della struttura al variare delle condizioni di carico dovuti sia ad azioni frequenti come quella del vento, che rari come può essere un terremoto.
- *Strutture auto-edificabili dinamicamente*: in cui attraverso input energetici può adattarsi automaticamente ad una predeterminata forma stabile espansa. Ha la facilità della costruzione ma il limite di essere sfruttata esclusivamente la prima volta.
- *Architettura reversibile*: una sorta di progetto riciclabile in cui è possibile disassemblare la struttura senza arrecare danni ad alcuna sua porzione, il che facilita la trasformabilità nel tempo, fino a quando la vita dell'edificio lo permette.
- *Architettura incrementale*: in cui l'edificio è inteso come un sistema aperto capace di permettere cambiamenti, aggiunte, sottrazioni o sostituzioni di alcune sue parti. Anche questa categoria favorisce la trasformabilità, fino a quando la vita della struttura lo permette.
- *Architettura mobile*: in cui è permesso all'edificio di muoversi attraverso sia l'assemblaggio rapido, in cui l'edificio si muove come se fosse un'unità che può essere facilmente montata e smontata, che con sistemi di piegatura, in cui l'edificio si muove come una unità e può essere compattato per il trasporto e dispiegato per l'uso.
- *Architettura deformabile*: in cui la deformazione è parte integrante del processo di cambiamento che interessa l'intera forma dell'edificio, senza aggiungere o sottrarre delle porzioni.
- *Architettura con componenti mobili*: in cui il movimento è limitato ad alcune porzioni dell'edificio senza intaccare la forma complessiva. Il movimento in questione interessa diverse tipologie di "risposte" ed avviene frequentemente durante la vita dell'edificio, andando ad interessare la piccola, la media o la grande scala.

Tabella 2.1: L'Architettura Cinetica

**Architettura Controllata  
Cinematicamente**

Stuttgarter Trager - Patrick Teuffel

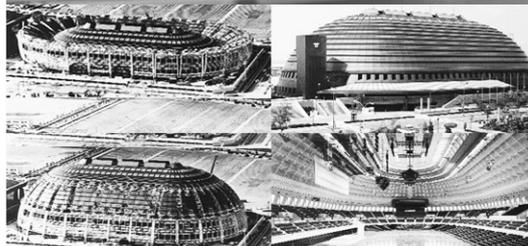
source: dbz.de



**Architettura Auto-Edificante  
Dinamicamente**

World Memorial Hall - M.Kawaguchi

source: Space Grid Structures, J. Chilton



**Architettura Reversibile**

R128 House - Werner Sobek

source: wernersobek.de



**Architettura Incrementale**

Incremental Housing Strategy - F. Balestra

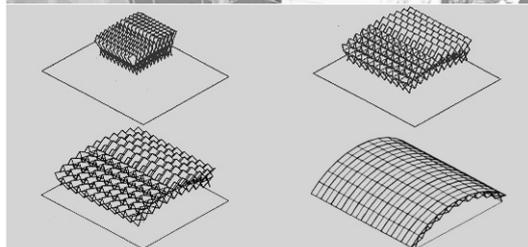
source: dezeen.com



**Architettura Mobile**

Movable Structure - Perez Pinero

source: Space Grid Structures, J. Chilton



**Architettura Deformabile**

Aichinger Haus - Hertl Architekten

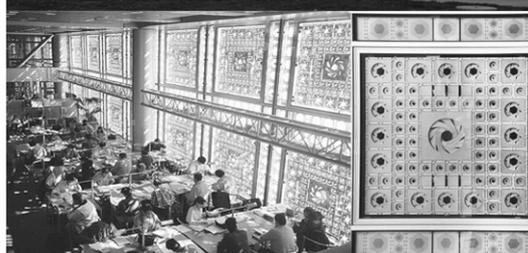
source: hertl-architekten.com



**Architettura con  
Componenti Mobili**

Institut du Monde Arabe - Jean Nouvel

source: jeannouvel.com



## 2.1.2 Esempi in Architettura

Diversi professionisti si sono cimentati nella progettazione di elementi cinetici riguardanti sia l'involucro che porzioni più o meno importanti dell'edificio. Prendono forma così edifici che mutano il proprio aspetto, in relazione a esigenze funzionali ed estetiche, prevedendo apparati meccanici ed elettronici che consentono il movimento di alcune parti dell'edificio senza che ciò, ovviamente, influisca sulla stabilità della sua struttura. Vengono di seguito riportati alcuni esempi realizzati in cui è evidente l'applicazione dei principi propri dell'architettura cinetica.

- Theme pavilion Expo 2012

Il padiglione progettato dallo studio Soma in Korea incarna perfettamente lo spirito dell'Expo di Yeosu: "The living ocean and coast". Posizionato a ridosso della costa sembra essersi plasmato dal mare. La facciata principale, ispirata all'effetto delle onde, è costituita da una serie di lamelle che, attraverso dispositivi cinetici sensibili alle condizioni atmosferiche e termoigrometriche dell'ambiente esterno, hanno la facoltà di aprirsi e chiudersi permettendo la regolazione della luce diretta e un notevole risparmio energetico (figura2.2).



Figura 2.2: Theme Pavilion

source: soma-architecture.com

- Investment Council Headquarters

Sede del Consiglio d'Investimenti, il complesso è costituito da due torri gemelle alte circa 150m. Entrambe le torri hanno la particolarità di essere rivestite da una seconda pelle esterna costituita da pannelli mobili a nido d'ape ancorati alla struttura tramite pistoni idraulici che ne controllano l'apertura e la chiusura. Essendo in un luogo desertico dove le temperature giornaliere sono proibitive e dove l'apporto energetico della luce solare è consistente, grazie a questo sistema è possibile regolare l'ingresso della luce diretta evitando il surriscaldamento interno e garantendo una migliore illuminazione diffusa. La conformazione tridimensionale della pelle e il sistema di apertura è un diretto riferimento al meccanismo degli origami (argomento che verrà analizzato più nello specifico nel cap.3.1) (figura2.3).

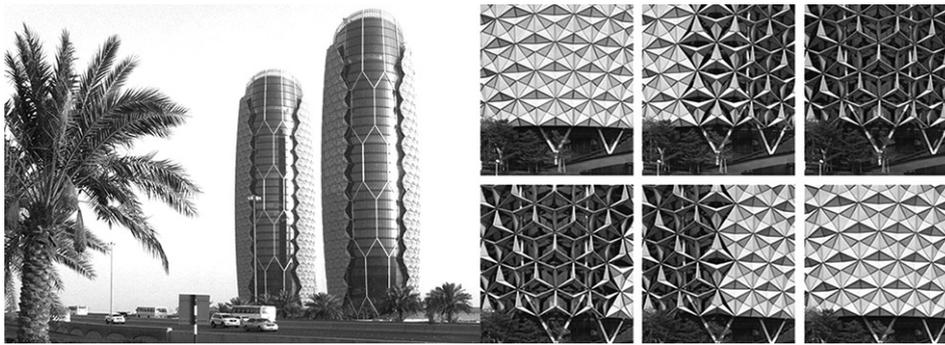


Figura 2.3: Investment Council Headquarters

source: arup.com

- Milwaukee Art Museum

Il Padiglione Quadracci è stato realizzato da S. Calatrava nel 2001 in aggiunta al vecchio museo d'arte della città statunitense. La singolarità dell'edificio è data dall'involucro esterno costituito da nervature metalliche che hanno la possibilità di aprirsi, dando l'idea che la struttura stia per spiccare il volo. La funzione del sistema cinetico di schermare la parte interna del padiglione fa assumere al meccanismo una forte valenza estetica, amplificata dal classico aspetto antropomorfo tipico dell'architettura valenciana (figura2.4).



Figura 2.4: Padiglione Quadracci

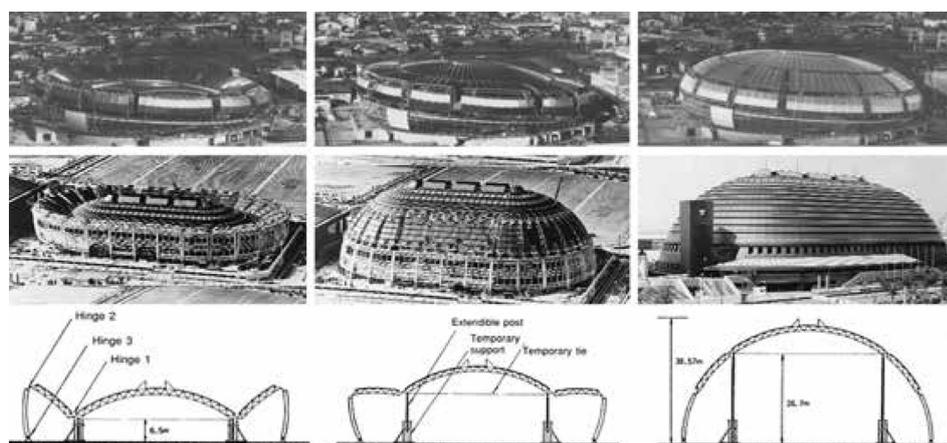
source: calatrava.com

- Pantadome System

È un sistema per la costruzione di coperture curve di grande luce, proposto dall'ingegnere giapponese Mamoru Kawaguchi. Esso prevede la costruzione della copertura di un edificio attraverso il movimento coordinato di tutte le sue parti. Come si evince dalla figura(2.5), rimuovendo alcuni elementi della struttura finale la si rende temporaneamente instabile, nella fase iniziale della costruzione. Intorno alle cerniere così create ruotano le varie porzioni della struttura che attraverso sistemi pneumatici o idraulici, viene sollevata fino al punto di massima espansione,

punto in cui le cerniere vengono fissate aggiungendo gli elementi inizialmente rimossi.

Fra gli esempi più famosi troviamo il World Memorial Hall a Kobe (primo caso in cui fu sperimentato il sistema costruttivo, nel 1984), il Namihaya Sports Hall a Kadoma, il Singapore National Indoor Stadium (progettato insieme all'arch. Kenzo Tange), il Sant Jordi Sports Palace a Barcellona.

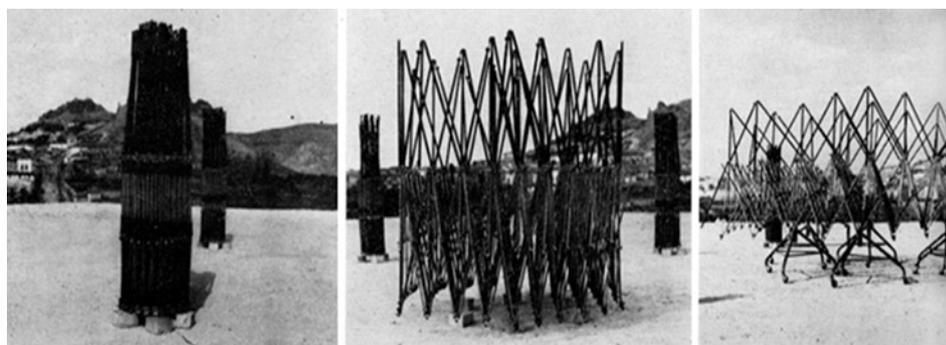


**Figura 2.5: Pantadome System**

source: Michela Turrin - Performance Assessment Strategies

- Mobile Theatres

Importante da segnalare è l'idea progettuale, piuttosto visionaria per l'epoca, di Perez Pinero, il quale propose un meccanismo cinetico per coperture a singolo e doppio spessore, piane e curve, da utilizzare per teatri, padiglioni o sale espositive. Egli creò diversi prototipi di padiglioni, composti da moduli ripiegabili, che potevano essere eretti poco prima delle esposizioni e in maniera temporanea. Essendo ripiegabili erano molto semplici da trasportare, maneggevoli con delle semplici ruote e rese infine stabili, una volta dispiegate, attraverso l'inserimento di elementi addizionali (figura 2.6).



**Figura 2.6: Mobile Theatre system**

source: © Emilio Perez Pinero

- Casting House roof

Questo progetto del gruppo Schlaich Bergermann Partner introduce una copertura trasparente, leggera e mobile che ha la possibilità di coprire la parte esterna di un teatro solo quando è ritenuto necessario. La soluzione prevede una serie di pannelli connessi con cerniere cilindriche che scorrono lungo due binari ondulati distanti fra loro 20m. Questi pannelli sono formati da cuscini trasparenti in ETFE e fatti scorrere sui binari con un motore elettrico posto in corrispondenza del primo pannello (figura2.7).



Figura 2.7: Casting House roof

source: Michela Turrin - Performance Assessment Strategies

## 2.2 Le Strutture Corrugate

Una proprietà che accomuna buona parte delle strutture cinetiche è l'usuale conformazione spaziale corrugata. La presenza di questo connotato comune è intuibile dato il bisogno di adottare una soluzione, sia a livello strutturale che costruttivo, in cui si abbia il comportamento meccanico più efficiente in termini di resistenza, con il minor utilizzo di materiale possibile, aspetto direttamente connesso alla facilità di movimentazione. Tuttavia, la corrugazione non viene sfruttata esclusivamente per *ragioni statiche*, per cui la portanza meccanica è migliorata grazie alla cosiddetta *resistenza per forma*, ma anche per *motivi cinetici*, per cui è possibile ricreare meccanismi di piegatura fra le varie porzioni in cui la struttura è discretizzata attraverso lo sfruttamento delle pieghe.

Per poter definire le motivazioni statiche che conducono all'adozione di soluzioni strutturali corrugate è necessario precisare il principio alla base: la *resistenza per forma*. In particolare, essa si può definire come "l'incremento della capacità portante di un elemento strutturale", ottenibile grazie a due principali procedure, non necessariamente dipendenti fra loro: l'adattamento della sezione in relazione al carico agente distanziando il materiale dal piano neutro oppure l'attribuzione all'intera struttura di una singola o doppia curvatura. Entrambe le operazioni mirano ad un più omogeneo sfruttamento del materiale, mediante un'aumento della rigidità e una più corretta ripartizione degli sforzi lungo l'intero corpo resistente. Questo assunto è alla base delle superfici corrugate, strutture, in sostanza, progettate in maniera tale da accrescere la propria portanza

meccanica senza incrementare il peso complessivo o ricorrere a materiali più performanti.

Se, come detto, a livello statico il requisito più importante delle strutture corrugate è l'aumento della rigidità globale, per quanto concerne l'aspetto cinetico, esse vengono sfruttate per la possibilità di generare cinematismi. Questi meccanismi permettono la movimentazione della struttura attraverso la definizione di assi rotazionali (le pieghe), propri di ogni porzione in cui la superficie è discretizzata e attorno ai quali esse ruotano. A livello tecnologico non si tratta altro che di costruire delle cerniere cilindriche lungo ogni bordo che collega due facce fra loro. Nei capitoli successivi verranno illustrati più nel dettaglio i principi base della piega e le soluzioni tecnologiche adottate per la riproduzione delle cerniere cilindriche.

L'introduzione delle strutture corrugate si concretizzò agli inizi del XX secolo come risultato della ricerca su nuovi sistemi strutturali efficienti e leggeri e sulle possibilità offerte dai materiali moderni, primi fra tutti il cemento armato e il cemento precompresso brevettato da Eugène Freyssinet. Le prime strutture corrugate vennero modellate come volte o cupole (facile da riscontrare nell'aeroporto di Orly) piuttosto che come strutture con comportamento a piastra, per la maggiore familiarità degli ingegneri dell'epoca con questo tipo di strutture. A metà del secolo scorso il notevole sviluppo del progresso tecnologico condusse ad una maggiore padronanza delle problematiche di realizzazione iniziali, come, ad esempio, quella relativa ai nodi rigidi. Il precoce interesse verso le strutture a piastre corrugate era strettamente legato allo sviluppo di compositi rinforzati in calcestruzzo e fibre.

Le prime strutture di questo tipo, costruite in calcestruzzo, presentavano tuttavia una semplice corrugazione monodirezionale costituita da elementi ripetitivi. Solo successivamente si assistette alle sperimentazioni di nuovi tipi di strutture a piastra corrugata connesse alla ricerca condotta su materiali che ne rendessero possibile l'applicazione, come acciaio, legno, materiali compositi e vetro.

Le piastre corrugate trovarono, inizialmente, largo impiego in strutture di grandi luci, come gli edifici industriali, poiché offrivano la soluzione più efficiente ed economica, evitando il ricorso a sostegni intermedi.

### 2.2.1 Applicazioni in Architettura

A livello temporale, uno fra i primi casi di costruzione con adozione del sistema a piastra corrugata è la fabbrica manifatturiera Atwater Kent di Philadelphia (figura 2.8), costruita in cemento armato nel 1923 ad opera di W. Ballinger per l'incalzante necessità di espansione dell'industria di apparecchi elettrici di proprietà del sig. Kent. A causa dell'eccessiva rapidità dell'intervento dovuta a ragioni economiche, le campate vennero state realizzate con una luce esigua e, quindi, con sezioni sovradimensionate rispetto alla reale portanza statica della struttura; soltanto gli esempi successivi condussero ad un migliore sfruttamento delle potenzialità di questo sistema strutturale.

L'introduzione di tecniche di pre-sollecitazione degli elementi di cemento armato consentì la realizzazione di piastre molto sottili, stimolando un sempre più grande interesse da parte degli architetti verso le strutture a piastre corrugate,

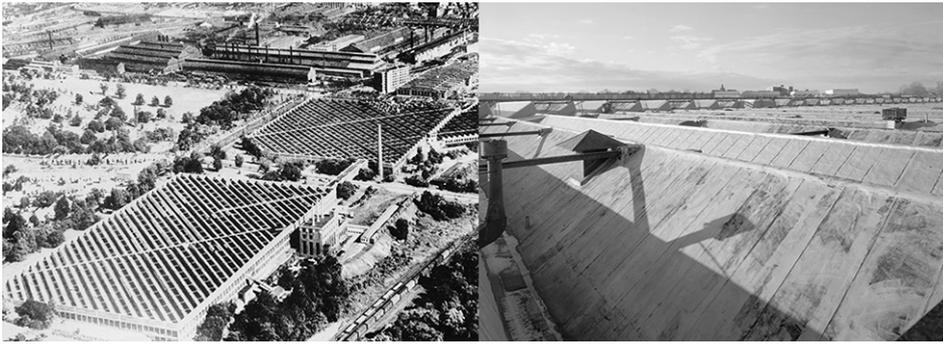


Figura 2.8: Atwater Kent

source: Library of Congress Prints and Photographs, Washington

il cui impiego è evidente all'interno di chiese, sale espositive, impianti sportivi, fabbriche ed edifici in genere che necessitano di grandi luci libere al loro interno.

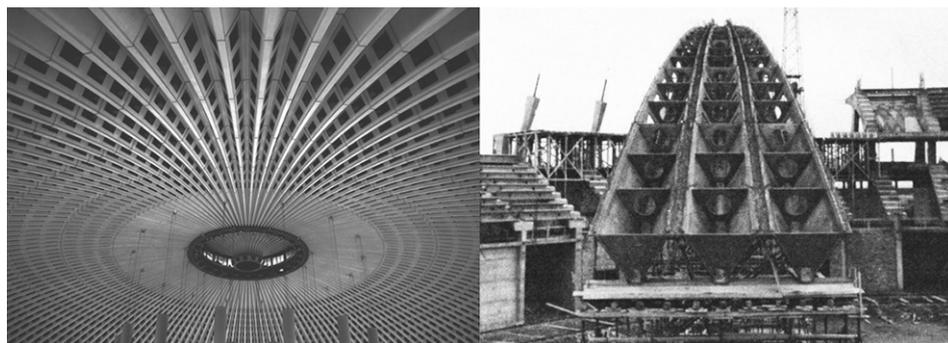
Numerosi sono i progettisti che si sono cimentati nell'utilizzo di soluzioni corrugate per le proprie opere., ma sono pochi coloro che ne hanno fatto il cuore delle proprie opere, portando le strutture corrugate ad un livello di raffinatezza che ancora oggi lascia impressionati. È il caso di Pier Luigi Nervi, Hilario Candela e pochi altri.

L'operato di P.L. Nervi meriterebbe un ampio approfondimento che, purtroppo, in questa sede non è possibile concedere. Nonostante il poco spazio qui consentito risulti molto riduttivo, occorre soffermarsi a ricordare come Nervi, uno fra i più grandi progettisti del Novecento italiano, apportò il maggiore contributo alla diffusione delle strutture corrugate. Come parte integrante della sua ricerca sull'efficienza strutturale e sui materiali innovativi condotta fin dagli anni '30, egli perfezionò il concetto base della corrugazione, sperimentando per la prima volta soluzioni molto semplici a livello formale ma di grande complessità concettuale. La genialità che tutto il mondo gli ha da sempre attribuito sta nel fatto che egli non si limitava a progettare la forma staticamente più efficiente, ma in ogni suo progetto ricercava il miglior compromesso tra efficienza strutturale, esito formale e semplicità costruttiva, che si traduceva in un elevato risparmio economico. In altre parole, Nervi utilizza uno dei primi metodi di ottimizzazione strutturale!

E' possibile trovare alcune delle soluzioni più ardite, progettate durante la sua interminabile carriera di sperimentatore di coperture corrugate, nelle cupole del Palazzo dello Sport di Roma (figura2.9), costruito in occasione delle Olimpiadi di Roma 1960, nel Salone C delle Esposizioni di Torino, nell'Aula Congressi del quartier generale dell'UNESCO a Parigi, nel viadotto di Corso Francia e nell'Aula pontificia entrambi a Roma, e tanti altri progetti distribuiti in tutto il mondo.

Alcuni esempi di strutture a piastra corrugata in cemento armato risalenti alla fine degli anni '50 e ai primi anni '60 si possono riscontrare anche negli Stati Uniti, dove il Marine Stadium a Miami di Candela e l'American Concrete Institute Building a Detroit di Yamasaki presentano dei sistemi corrugati molto avanzati per le conoscenze tecniche e tecnologiche del tempo.

È all'inizio degli anni '60 che iniziarono le sperimentazioni nell'uso di materiali innovativi a scopo strutturale. Vennero così condotte diverse indagini su strutture in legno piegato realizzate in laminato, compensato o strati di tavole incollate



**Figura 2.9: Palazzo dello Sport di Roma**

source: ©Maurizio Giodice - Archivio del CONI

e inchiodate. Tuttavia, l'entusiasmo durò poco anche a causa del pressante incremento dell'utilizzo dell'acciaio, più performante e molto spesso anche più economico del legno. Si assistette ad un rinnovato interesse verso le strutture piegate in legno solo verso la fine degli anni '90, con l'introduzione sul mercato di pannelli in legno lamellare, sistema che permette di coprire luci di grandi dimensioni con un gradevole effetto estetico.

Un progetto in cui è molto evidente l'adozione di una struttura corrugata in legno è la Sala Prove di Thannhausen in Germania (figura2.10), ad opera di Regina Schineis del 2002. Ogni parte dell'edificio ad impianto rettangolare, dalla copertura ai setti laterali portanti, è costituita da pannelli in legno che seguono un andamento ondulato. Strutturalmente si compone di telai modellati a "V", la cui ossatura è realizzata in pannelli di legno lamellare. I rivestimenti, al contrario, si differenziano in pannelli di legno per gli interni e lastre di rame naturale per l'esterno. L'adozione di un sistema corrugato, più che da ragioni strutturali (visto che non parliamo di grandi luci) è motivata principalmente da considerazioni acustiche, infatti l'andamento corrugato migliora la riflessione del suono poiché impedisce la diffusione di echi ripetitivi.



**Figura 2.10: Rehearsal room of Tannhausen**

source: hiendlschneis.com

In ambito strutturale, l'utilizzo di materiali metallici, come acciaio e ferro, in forma corrugata fecero l'ingresso nel mondo delle costruzioni a partire dal 1820, sotto forma di lamiere per coperture con una leggera corrugazione. Le vere e proprie strutture in lamiera piegata di acciaio apparvero negli Stati Uniti solo

intorno agli anni '60, e rapidamente, finirono col coprire una grossa fetta delle strutture corrugate costruite negli anni successivi. Strutture in lamiera piegata in acciaio sono generalmente costituite da singole lastre sottili che lavorano come elementi a membrana, portando sia le forze di taglio che quelle assiali, quando le campate sono di dimensioni contenute. Per luci maggiori, le strutture a piastra, di solito, sono costituite da una serie di travi reticolari inclinate, composte da elementi diagonali resistenti a taglio; le strutture sono, infine, ricoperte da lastre di acciaio che assorbono solo sforzi normali.

(Wu, 2010)

Due esempi recentemente realizzati con questa tecnica sono il terminal del porto di Yokohama del 1994 in Giappone (figura 2.11) e il museo di Riverside a Glasgow in Scozia (figura 2.12). Il primo, progettato dallo studio FOA Architects, ha la famosa conformazione corrugata della copertura che rievoca un pattern origami, il Diagonal pattern (oggetto di un approfondimento nel cap. 3.5). Il secondo progetto, di Zaha Hadid, è un museo dei trasporti posto a ridosso del mare, voluto dall'amministrazione centrale come parte integrante di un processo di recupero delle città postindustriali. La pianta dall'andamento sinuoso e dinamico, viene ripresa in sezione dal profilo altamente ondulatorio, dove il concetto di movimento è ancora più accentuato.

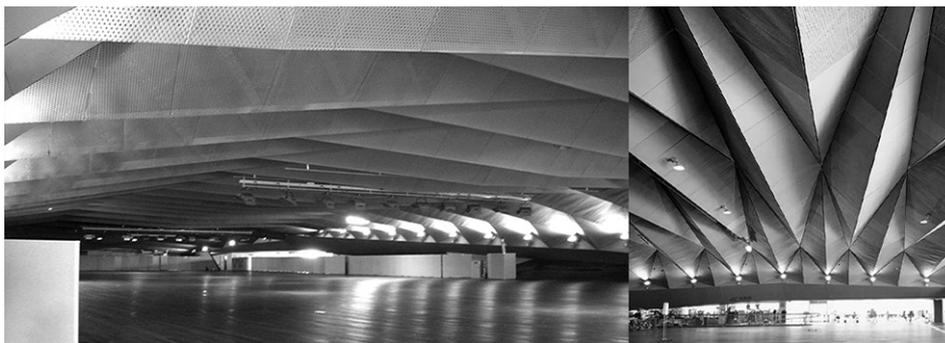


Figura 2.11: Yokohama International Port Terminal

source: farshidmoussavi.com



Figura 2.12: Riverside Museum of Glasgow

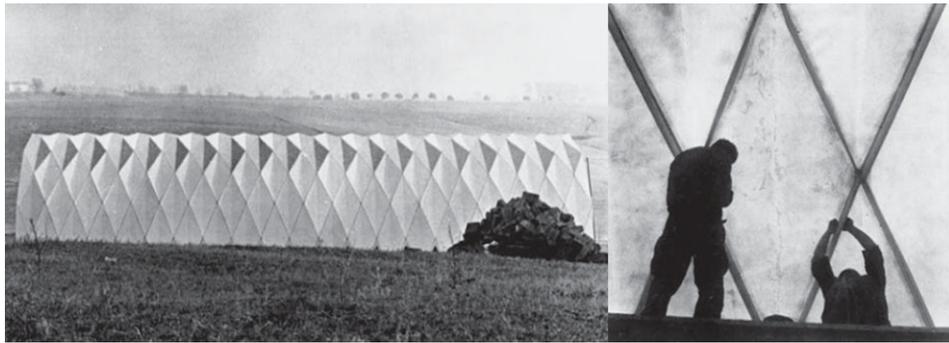
source: dezeen.com

Come già anticipato, le sperimentazioni condotte nel corso degli anni '60 su strutture a piastra corrugata, persero di interesse negli anni successivi. La causa

principale di tale tendenza è riscontrabile nelle possibilità offerte dalle saldature elettriche, che resero i sistemi reticolari maggiormente interessanti ed efficienti agli occhi dei progettisti. Solo recentemente, grazie alla produzione assistita e all'introduzione di nuovi materiali performanti, le strutture corrugate hanno riacquisito l'ormai perduta attrazione e sono nuovamente oggetto di studio e di analisi da parte di progettisti e ricercatori.

(Be, 2008)

La scoperta di nuovi materiali compositi, come la plastica rinforzata, innescò, all'inizio degli anni '70, la ricerca di nuove geometrie, che andavano oltre quelle classiche e ripetitive fino ad allora utilizzate. Progettisti come Renzo Piano, Z.S. Makowski e Peter Huybers adottarono soluzioni a piastre corrugate in polimeri fibrorinforzati (FRP), utili soprattutto per la regolazione dell'ingresso di luce naturale all'interno degli edifici. Le loro sperimentazioni si concentrarono principalmente su strutture anti-prismatiche, ottenute da superfici piane. Un esempio è il progetto di Renzo Piano a Pomezia del 1966 (figura 2.13), in cui, per ricoprire l'impianto di estrazione di zolfo, adottò una copertura modulare mobile, capace di essere trasportata all'interno del sito e costituita da falde multiple con conformazione diamantata, tassellato come un famoso pattern origami, il Diamond pattern (oggetto anch'esso di approfondimento nel cap.03).



**Figura 2.13: Impianto estrazione dello zolfo**

source: G. Donin - Renzo Piano, *Pezzo per pezzo*

## Capitolo 3

# Gli Origami

### 3.1 I Principi degli Origami

La corrugazione, intesa come atto del piegare, viene sfruttata, come è stato già mostrato, sia in ambito strutturale per incrementare l'efficienza meccanica, e in ambito cinematico, per permettere l'attivazione la movimentazione. In questa ricerca non s'intende soffermarsi solo su uno di questi due aspetti, ma, al contrario, di verificare e valutare l'efficacia dell'applicazione combinata dei principi di resistenza per forma e movimentazione. Pertanto, è necessario individuare la geometria più adatta all'impiego combinato e dall'indagine effettuata è emerso che il sistema più idoneo a questo utilizzo è la famiglia dei *sistemi Origami*.

Con il termine *Origami* (dal giapponese *ori=piegare* e *kami=carta*) ci si riferisce ad un'antica arte giapponese che, attraverso la piegatura della carta, è in grado di ottenere forme spaziali diversificate senza ricorrere a tecniche di stiramento, taglio o incollaggio (figura 3.1). Sorprendente è la scoperta che i principi geometrici alla base degli Origami non sono state inventate totalmente dall'uomo, ma provengono da forme presenti in natura: determinate foglie sottili, le ali degli insetti e altre strutture fini in cui lo spessore da solo non è in grado di raggiungere la rigidità necessaria e si ricorre alla piega per incrementare la resistenza complessiva senza aumentare il peso.

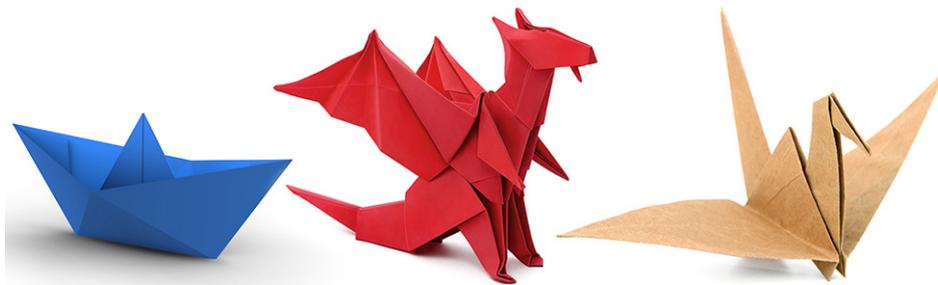


Figura 3.1: Origami in carta

source: shutterstock.com

Le prime forme di Origami si riferivano alla riproduzione di forme e oggetti presenti nella vita quotidiana. La tecnica Origami, tuttavia, mirava non tanto ad ottenere una replica realistica delle figure, quanto più a ricercare i caratteri distintivi di una figura, delineando l'essenza stessa del motivo attraverso il minor impiego di risorse possibile.

Uno dei più antichi libri conosciuti sugli Origami, il "*Senbazuru orikata*" (Piegatura delle mille gru) (figura 3.2), risale al 1797, sebbene la tecnica veniva praticata già da molto tempo prima. Difatti, si pensa che l'arte degli Origami abbia avuto origine nel VI secolo, periodo nel quale i monaci buddisti introdussero la carta in Giappone, in quanto le prime forme di Origami ritrovate risalgono a quell'epoca. In Europa si hanno testimonianze delle prime forme di Origami solo nel XV secolo, quando ancora non è chiaro del tutto se sia stata introdotta nelle corti europee dai commercianti provenienti dalla via della seta oppure dai Mori giunti dall'Africa Settentrionale.

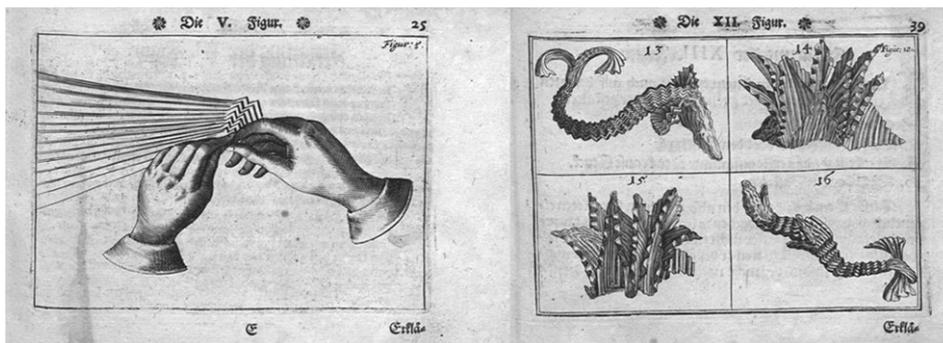


Figura 3.2: Piegatura di un tovagliolo

source: Harsdorffer - 1957

Tuttavia, è solo alla fine degli anni '50 che l'arte degli Origami divenne popolare in tutto il mondo. Grazie alle esibizioni di New York e Amsterdam dell'artista giapponese Aikira Yoshiwazawa, iniziò a crescere l'attenzione di matematici, ingegneri e architetti per le tecniche di piegatura, aprendo definitivamente la strada a nuove sperimentazioni, che trovarono applicazioni in svariati ambiti differenti, come le vele solari per satelliti, le lattine di alluminio e gli airbag. Questo fiorente interesse per gli Origami, da parte di discipline differenti, fece divenire tale tecnica sempre più popolare ed evoluta, al punto di essere replicare minuziosamente i più disparati soggetti naturali. Gli studiosi furono, così, in grado di applicare i principi matematici ai modelli Origami reali, stabilendo le giuste relazioni tra i pattern e la geometria tridimensionale, risultato del piegamento.

Uno dei vantaggi nell'utilizzo delle tassellazioni Origami risiede nel fatto che il modello tridimensionale è completamente definito a partire dal corrispondente pattern bidimensionale piano, per i particolari vincoli geometrici presenti. Di recente, gran parte dei progressi compiuti nel campo degli Origami, sono stati elaborati nei campi della fisica e della biomimetica. Attualmente, presso l'Università di Tokyo, Taketoshi Nojima conduce ricerche sui modelli di piegatura presenti in natura, in particolare, sul processo di crescita delle piante; Jean Jacques Dupa, ricercatore presso il Commissariat à l'Energie Atomique in Francia è fra i fondatori dell'area BiOrigami.

(Tr, 2014)

La possibilità che l'Origami offre di creare strutture complesse deriva dalla capacità di piegare fogli sottili lungo determinate direzioni, una conseguenza naturale del rapporto tra lo spessore e le dimensioni piane del foglio. Questo permette ai modelli di Origami di poter essere scalati senza intaccare la movimentazione: lo stesso pattern può essere utilizzato a livello architettonico come a scala nanometrica.

Le attuali applicazioni di sistemi Origami nell'ambito dell'ingegneria strutturale su grande scala possono essere classificate in tre aree d'impiego: strutture dispiegabili, strutture che vengono sfruttate per la capacità di movimentazione, come accade per vele solari o rifugi di emergenza, forme piegate, strutture che grazie alla resistenza per forma migliorano la propria portanza meccanica, sistemi di protezione, strutture utilizzate per l'assorbimento degli urti, ad esempio nel caso dei guard-rail (i pattern Origami inducono numerose modalità di instabilità locale) o di materiale per imballaggio.

(Cr, 2006)

### 3.1.1 Lo Stato dell'Arte

L'esperienza ormai acquisita a livello matematico sugli Origami, unitamente alla volontà di creare prodotti tecnologici che sfruttano la movimentazione in strutture removibili, ha portato ad un dilagante interesse sull'argomento.

(Sc, 2011) Presso l'Università di Cambridge, Mark Schenk e Simon D. Guest hanno concentrato la propria ricerca sulle strutture piegate. Nella tesi di dottorato del 2011, Schenk introduce un nuovo tipo di struttura a guscio: la *struttura a guscio ripiegata*, considerata a livello globale un guscio sottile corrugato tassellato secondo un determinato pattern, su mesoscala è composta dalla ripetizione della cellula base e su scala locale è costituita da gusci sottili i cui bordi sono connessi da pieghe rigide. Nonostante a livello teorico si possa considerare un continuo a tutti gli effetti, risulta particolarmente interessante il comportamento della singola unità, su scala intermedia, data la sua capacità di manifestare trasformazioni a livello globale, come ad esempio la curvatura gaussiana generale. Infatti, è stato dimostrato che è possibile descrivere il comportamento meccanico globale di una struttura Origami a partire dalle deformazioni delle singole unità. Pertanto, si è giunti a stabilire che, in assenza di deformazioni delle singole facce, il comportamento meccanico dominante dell'intera struttura dipende esclusivamente dalla geometria base impiegata, piuttosto che dal materiale adottato per la sua realizzazione, non risultando in alcun modo sensibile alle imperfezioni del pattern di piegatura (figura 3.3).

(Sc, 2010) Durante la sua ricerca Schenk ha valutato, inoltre, differenti metodi di fabbricazione, giungendo alla definizione della tecnica più adatta per la realizzazione di questo tipo di strutture realizzate in acciaio: la piegatura a pressione con gas a freddo o *cold gas-pressure folding*.

Possibili ambiti di ricerca futuri, secondo lo stesso Schenk, potrebbero riguardare la combinazione dell'analisi cinematica con i modelli reali, prendendo in considerazione l'ipotesi di grandi deformazioni fuori piano delle pieghe, includendo, inoltre, l'analisi a fatica. Un'ulteriore applicazione ritenuta interessante da indagare, tra le altre, riguarda le qualità di assorbimento dell'urto nelle strutture Origami per sistemi di protezione da impatto.

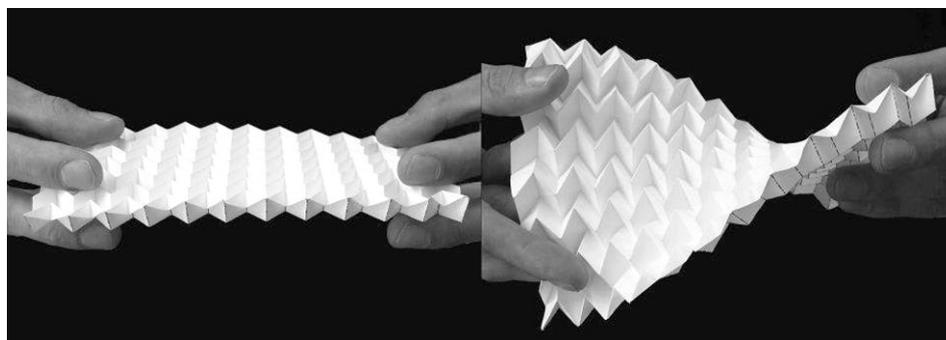


Figura 3.3: Esperimenti su pattern Origami

source: Schenk - 2011

Presso l'Università di Tokyo, sotto la direzione di Tomohiro Tachi, è stata condotta una ricerca su strutture Origami dispiegabili e rigide, composte di lastre

sia rigide che flessibili. La ricerca è incentrata, principalmente, sulla modellazione di forme tridimensionali a partire da pattern piani e la composizione di unità elementari mediante le quali realizzare differenti pattern. Tachi sviluppa cilindri e dischi pieghevoli, piani e rigidi attraverso l'introduzione di mesh quadrilatere piane sviluppabili bidirezionalmente, capaci, cioè, di essere piegate nel piano in due possibili direzioni per ottenere forme tridimensionali.

Lo studio di Tachi non si è limitato alla modellazione, ma si è esteso allo sviluppo di software per la generazione e gestione di pattern Origami. *Origamizer*, ad esempio, è un software che sfrutta un metodo di progettazione computerizzato per ottenere un modello pieghevole tridimensionale a partire da un elemento piano (figura 3.4). *FreeFormOrigami* applica una metodologia inversa: è in grado di generare un pattern bidimensionale partendo da una figura 3D importata. In un'intervista rilasciata alla rivista Approach Magazine nel 2013, Tachi spiega che i metodi computerizzati odierni permettono di produrre modelli free-form in modo razionalmente meno restrittivo, il che ha condotto ad un maggior interesse di architetti e ingegneri verso gli Origami. Egli ritiene che un prossimo passo potrebbe essere quello di applicare i principi e le teorie degli Origami all'architettura, per creare strutture dispiegabili funzionali in grado di modificare e migliorare la vivibilità e la qualità degli spazi. Questo potrebbe essere possibile attraverso l'introduzione di metodi di progettazione computerizzati.

(www.tsg.ne.jp/  
TT/software)

Tachi si è anche interessato al comportamento di Origami non sottili, analizzando la problematica dello spessore delle lastre in strutture movibili. Nel suo articolo sugli Origami spessi, presenta un nuovo metodo per consentire la realizzazione di strutture Origami pieghevoli e rigide, costituite da pannelli spessi ma il cui comportamento può ancora essere assimilato a quello delle superfici teoriche prive di spessore. Il metodo è applicabile a strutture su vasta scala e consiste nel posizionare delle cerniere cilindriche al centro dello spessore dei pannelli, per poi rifilare le parti intersecanti dei pannelli posti a contatto.

(Ta, 2009)

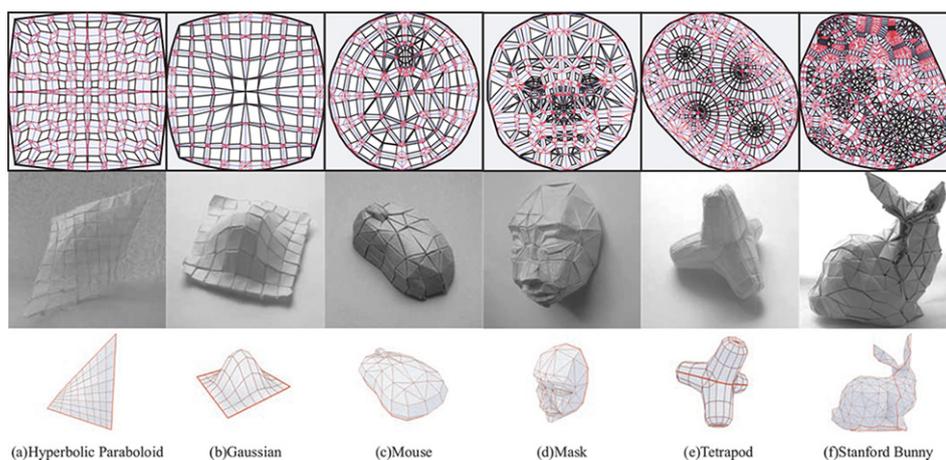


Figura 3.4: Origami realizzati con Origamizer

source: Tachi - 2009

Presso l'Ecole Polytechnique Fédérale di Losanna, Hans Ulrich Buri e Yves Weinand conducono ricerche sulle strutture a piastra pieghevoli, in particolare quelle realizzate in legno lamellare incrociato (comunemente chiamato multistrato).

(Bu, 2010) Nella loro ricerca hanno sviluppato un processo di form-finding, basato su pattern Origami, che genera superfici doppiamente corrugate a partire da due linee poligonali: il profilo trasversale e quello corrugato. Questo consente una rapida rappresentazione di strutture complesse piegate e non, sviluppabili nel piano e nello spazio, con la possibilità di generare una molteplicità di forme. Tale approccio combina sperimentazioni intuitive e analisi razionali per fornire un metodo di progettazione in grado di creare modelli a piastra corrugata mediante software 3D ( figura(3.5)).



Figura 3.5: Prove di carico su struttura origami

source: Buri - Origami folding 2010

(We, 2009) La ricerca su tali strutture si è estesa allo studio delle proprietà meccaniche e delle connessioni delle varie unità mediante sperimentazioni su vasta scala. Buri e Weinand affermano che è crescente l'interesse verso l'implementazione del metodo di progettazione del profilo corrugato e del profilo trasversale attraverso software parametrici. Ciò consentirebbe di accelerare il processo di modellazione e permetterebbe di combinare la fase progettuale con quella di calcolo attraverso l'ausilio di un software di ottimizzazione.

Un ulteriore campo da indagare risulta essere quello di strutture con doppia curvatura non realizzabili con geometrie a singolo pattern, ma che potrebbero essere generate utilizzando pattern diversi, sfruttando le caratteristiche migliori di ciascuno. Diversi sono gli ambiti che, tuttavia, richiedono un maggiore approfondimento, quali ad esempio la definizione rigorosa del comportamento meccanico di strutture Origami, la regolamentazione di una procedura di calcolo, l'approfondimento delle tipologie di connessione interna, la definizione di condizioni di vincolo mutevoli in accordo con la movimentazione della struttura Origami. Infine, per poter applicare simili strutture agli edifici, è necessario sviluppare un sistema di integrazione di isolamento termico, di rivestimento esterno e, considerando applicazioni in copertura, di smaltimento delle acque piovane, in relazione a ciascun progetto specifico.

Presso il dipartimento di Meccanica Applicata dell'Università di Göteborg, in Svezia, importante è stato il contributo dato dalla tesi di Laurea magistrale

degli studenti Camilla Samuelsson e Bjorn Vestlund, i quali hanno indagato un metodo di progettazione parametrica per strutture piegate con pattern Origami. In particolare, lo scopo della ricerca è quello di comprendere meglio il comportamento meccanico associato a differenti pattern per poi progettare e sperimentare soluzioni per la realizzazione di strutture piegate, ottimizzate per migliorarne la risposta strutturale.

I modelli Origami sono generati digitalmente attraverso strumenti di modellazione parametrica, confrontando procedimenti geometrici con procedimenti di simulazione fisica. È emerso che questi ultimi sono più adatti a questa causa data la facilità con cui è possibile raggiungere configurazioni intermedie, anche con pattern complessi, molto simili alla realtà. Inoltre, il metodo individuato è stato applicato a modelli rigidi di varia scala, su cui sono state sperimentate diverse soluzioni per le connessioni e le modalità di assemblaggio. Infine, gli autori mostrano come sia possibile integrare ed implementare l'ottimizzazione strutturale in un più grande processo progettuale per strutture piegate.

(Sa, 2015)

Per quanto riguarda l'approccio analitico alle geometrie Origami, numerose sono le ricerche che propongono dei metodi di risoluzione. Vengono qui riportati alcuni dei metodi fino ad oggi presentati (figura 3.1).

Tabella 3.1: Metodi analitici di rappresentazione degli Origami

TABELLA MODELLI MECCANICI DI ORIGAMI			
TITOLO	AUTORI	MODELLO MECCANICO	COMMENTO
Origami folding: a structural engineering approach	Mark Schenk Simon D. Guest 2010	<b>Folded Textured Sheets - modello reticolare formato da barre e nodi</b> Miura-Ori - Egg-Box	Si studia come la variazione del rapporto tra le rigidità delle facce e delle barre influisce sul comportamento della struttura
Lattice mechanics of origami tessellations	Arthur A. Evans Jesse L. Silverberg Christian D. Santangelo 2015	<b>Teoria dei reticoli</b> Miura-Ori	Si parte col considerare una sfera sul singolo vertice. Il prodotto matriciale tra le coppie dei vertici e le pieghe dovrà essere nullo. Gli autovettori forniranno gli angoli che descrivono i moti rigidi della struttura
Geometric mechanics of periodic pleated origami	Z.Y. Wei, Z.V. Guo, L.Dudte, H.Y. Liang, L. Mahadevan 2013	<b>Facce rigide e cerniere cilindriche sulle pieghe. Analisi basata sulle rigidità</b> Miura-Ori	La discretizzazione del modello avviene tramite elementi triangolari rigidi i cui bordi sono trattati come molle lineari con una cerniera cilindrica. La deformazione piana bidimensionale è studiata con la teoria monodimensionale
Origami based mechanical metamaterials	Cheng Lv Deepak. Krishnaraju Goran Konjevod Hongyu Yu 2014	<b>Metodo agli elementi finiti non-locali</b> Miura-Ori - Ron Resch	il modello è composto da facce rigide i cui punti di unione sono rappresentate dalle pieghe, che nel modello vengono simulate da cerniere cilindriche elastiche
Geometry of Miura-folded metamaterials	Mark Schenk Simon D. Guest 2013	<b>Modello reticolare a nodi sferici e barre</b> Miura-Ori singolo e a layer sovrapposti	Il modello è formato da nodi sferici privi di attrito e barre, considerate indeformabili fuori dal piano, a rappresentare le pieghe
Using origami design principles to fold reprogrammable mechanical metamaterials	Arthur A. Evans Jesse L. Silverberg Christian D. Santangelo Lauren McLeod Ryan C. Hayward Thomas Hull, Itai Cohen 2014	<b>Modello flessibile soggetto a PTD</b> Miura-Ori	Il modello è formato da facce deformabili e vertici a cui è applicata una forza normale, che produce un difetto localizzato PTD
Origami structures with a critical transition to bistability arising from hidden degrees of freedom	Arthur A. Evans Jesse L. Silverberg Christian D. Santangelo Ryan C. Hayward Thomas C. Hull Bin Liu, Itai Cohen 2015	<b>Modello flessibile</b> Square-twist	Il modello è formato da elementi flessibili che permettono il movimento altrimenti impedito, in modo da far emergere dei gradi di libertà flessionali, prima nascosti

## 3.2 Applicazioni degli Origami

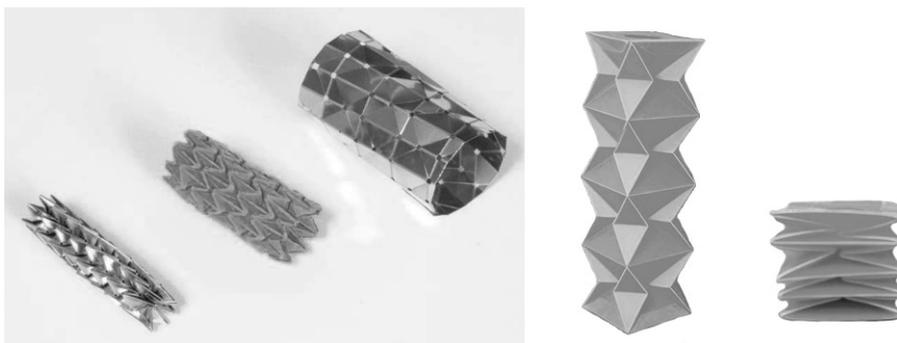
**L**e possibili applicazioni di origami spaziano in campi multidisciplinari, dall'arte alla matematica, attraverso impieghi in architettura, ingegneria e fisica.

E' noto che le prime applicazioni miravano alla realizzazione di oggetti d'arte o di design del tempo: la carta veniva modellata per ricreare figure comuni e di uso quotidiano, da quelle naturali, come animali e piante, a oggetti di uso domestico. Nonostante già agli inizi del XX secolo si sia rinnovato l'interesse verso gli Origami, è soltanto negli ultimi anni che la ricerca in questo ambito ha subito un incremento vertiginoso. Tale fenomeno è associato soprattutto alla scoperta delle reali potenzialità di questi sistemi che si adeguano perfettamente ad applicazioni in ambienti adattivi e del design personalizzato orientato alla fabbricazione. Le potenzialità degli Origami sono da ricercare in diversi livelli: quello statico, associato all'incremento di rigidità tipico delle strutture corrugate e alla leggerezza dei gusci sottili, costruttivo, poiché generati dalla piegatura di un foglio sottile non presentano tagli, stiramenti o assemblaggi, ma anche a livello dinamico, per cui sfruttano i meccanismi cinetici e di piegamento per strutture *deployable* e le proprietà elastoplastiche per l'assorbimento di energia da impatti.

Per queste ragioni, sono numerose le ricerche a livello fisico e matematico al riguardo. Lo scopo è quello di indagare gli aspetti geometrico-fisici che regolano i meccanismi cinetici, apparentemente semplici, ma che in realtà nascondono una serie di complessità legate soprattutto alla modellazione delle pieghe, dalla cui deformazione dipende il movimento dell'intero sistema. In particolare, diversi matematici si sono interessati allo studio di caratteristiche prettamente geometriche, come la piegabilità e le forme geometriche ottenibili. In quest'ottica, Kawasaki è riuscito a definire un'equazione in grado di valutare se un pattern sia flat-foldable o meno (cap.(3.3.3)), altri invece hanno studiato la sviluppabilità di una superficie tridimensionale, indagando come questa non dipenda dalla curvatura gaussiana, ma dalla possibilità di essere riproducibile attraverso una tassellazione bidimensionale, essendo realizzabile tramite processo di piegamento di un singolo foglio.

Altro campo d'interesse matematico riguarda la modellazione origami delle free-form, per le quali, in pratica, si vorrebbe creare un algoritmo capace di definire per qualsiasi forma tridimensionale il corrispondente pattern piano, dal cui piegamento ne risulterebbe una figura quanto più approssimata all'originale. D'altro canto, le potenzialità degli Origami possono essere impiegate anche in un contesto ingegneristico, per lo sviluppo di nuove sistemi strutturali e meccanici. In contrasto con le applicazioni esistenti, i fogli piegati possono essere sfruttati per la loro capacità di essere insieme sia flessibili che rigide. Difatti, la tassellazione Origami permetterebbe ad un foglio di deformarsi con facilità sotto determinate sollecitazioni, ma restare rigida secondo altre. Questa proprietà di anisotropia di deformazione si rivela adatta per applicazioni su *morphing structures*, strutture capaci di cambiare forma per soddisfare nuove richieste, assicurando la continuità della superficie stessa.

A livello ingegneristico sono diverse le aree di applicazione di strutture Origami: nel settore aerospaziale per realizzare gli elementi piegabili delle sonde e per le ali di alcuni aerei, nel campo dell'innovazione tecnologica per la realizzazione di metamateriali e in ambito medico per la progettazione di stent chirurgici da inserire nelle arterie occluse (figura3.6).



**Figura 3.6: Origami stent**

source: You - Origami engineer 2011

Volendo procedere lungo un percorso che dalla ricerca in ambito perlopiù matematico porti ad uno artistico è necessaria una tappa intermedia: l'architettura. Il campo architettonico costituisce, infatti, uno dei settori di sperimentazione su Origami più avanzato. Essi vengono utilizzati sia come fonte d'ispirazione per il concept progettuale, basti pensare alla Origami House di Carlos Ferrater o alla copertura della Stazione Oriente di Lisbona di Calatrava, che per soluzioni tecnologiche, mirate soprattutto al miglioramento dell'efficienza energetica degli edifici. Infatti, sfruttando le caratteristiche cinetiche delle pieghe, è possibile realizzare delle facciate mobili regolabili in base alle condizioni climatiche esterne, come già evidenziato nel cap.02. Già nella prima metà del secolo scorso si completarono i primi esperimenti di applicazione di pieghe Origami. E' possibile trovare numerosi esempi in alcuni progetti utopici degli studenti del Bauhaus, nei progetti avanguardistici di Engel, in opere realizzate da Skidmore Owilngs e Merrill (figura3.7) e altre da Renzo Piano.

(Sc, 2010)



**Figura 3.7: Chiesa dei cadetti, Colorado**

source: SOM - 1956

Il campo in cui gli Origami si mostrano nella loro forma più libera è sicuramente quello dell'arte e del design. Tra sculture, rivestimenti interni, elementi d'arredo, giocattoli e persino capi d'abbigliamento, la creatività di artisti e designer può sbizzarrirsi nell'utilizzo di tassellazioni, libere da schemi geometrici. Ma ancor di più, è nella reciproca influenza tra designer e fisici che si ottengono i risultati migliori, combinando estro creativo e rigorosa necessità di ottimizzazione. In questa maniera si ottengono prodotti funzionalmente utili ed esteticamente gradevoli: è il caso della busta pieghevole in acciaio di You (figura3.8), ottenuta da

(Yo,2010)

pannelli rigidi in acciaio che, piegandosi, può diventare piatta, oppure della lattina di Tachi, ottimizzata attraverso la tassellazione con pattern Diamond Origami che oltre ad aumentarne la rigidità globale fa risparmiare quasi il 30% di materiale.

Da queste premesse si comprende come, anche se non in maniera diretta, l'essenza degli Origami, intesa come procedimento di piegatura controllata da regole matematiche, è presente in molti più oggetti di quello che possiamo immaginare.

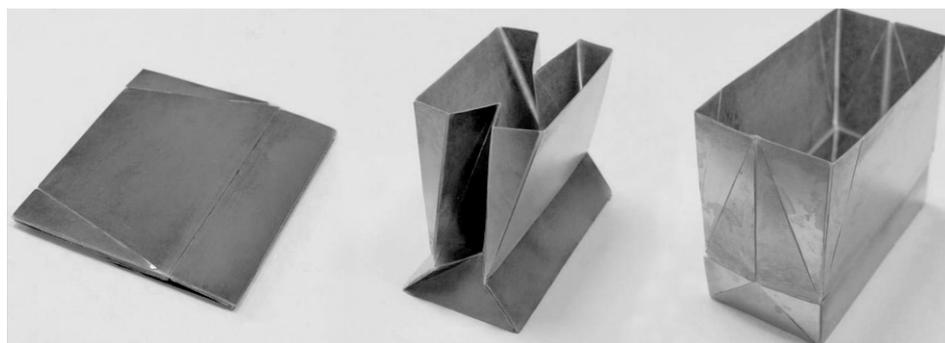


Figura 3.8: Steel-bag

source: You - Origami engineer 2011

### 3.2.1 In Ingegneria: le Deployable Structures

Gli origami hanno, da sempre, ispirato nuove tecnologie in materia di strutture con un elevato coefficiente di piegamento. Le strutture pieghevoli o Deployable Structure sono dei particolari sistemi che fanno della piega il proprio punto di forza. Avendo la necessità di ridurre il proprio volume in fase di trasporto, sfruttano al meglio il processo meccanico degli Origami per riepigarsi durante il trasporto e dispiegarsi quando necessario. E' il caso dei pannelli di rilevamento delle sonde aerospaziali o quelli fotovoltaici per l'approvvigionamento energetico, che necessitano di un'elevata flessibilità per poter essere piegati, riducendo lo spazio occupato in fase di lancio e distendendosi una volta arrivate in orbita. Numerosi sono gli esempi di questo tipo, dalla Inflatable Antenna Experiment del 1966 per la Stazione Internazionale (IAE, 1996) al Conical Telescopic Boom e Telescopi spaziali (figura3.9).



Figura 3.9: Origami booms

source: Guest - 2004

### 3.2.2 In Ingegneria: i Metamateriali

La progettazione basata sugli Origami garantisce l'applicazione di particolari materiali, le cui proprietà meccaniche sono regolabili grazie all'introduzione di pattern pieghevoli a fogli sottili: i *metamateriali*. Sebbene il settore sia in continuo sviluppo, il campo tra Origami e fisica, volto alla costruzione di pattern con qualità prestabilite, non è stato ancora affrontato del tutto. L'interesse per i metamateriali, grazie alle proprietà insolitamente regolabili della propria struttura generate dalla combinazione di singole unità nell'intero sistema, sta rapidamente emergendo nei campi scientifici e nell'innovazione tecnologica.

Resta difficile individuare metamateriali capaci di riconfigurarsi oltre lo stato iniziale, visto che generalmente, una volta fabbricati, risultano difficili da trasformare strutturalmente. A risolvere queste difficoltà entrano in gioco i metamateriali meccanici, particolari materiali artificiali ispirati agli Origami, che offrono una maggiore flessibilità nelle performance, visto che le loro proprietà sono accoppiate a pattern dinamicamente alterabili. Infatti, il campo di ricerca sugli Origami possiede prospettive applicative molto ampie in un settore tecnologico assai avanzato, come quello dei materiali innovativi. In particolare, lo sviluppo di fogli polimerici capaci di auto-piegarsi, le cui qualità meccaniche possono essere calibrate per ottenere una vasta gamma di proprietà, anche dinamicamente variabili, sfruttano la movimentazione degli Origami e rappresenta il punto di partenza per la creazione di nuovi materiali artificiali.

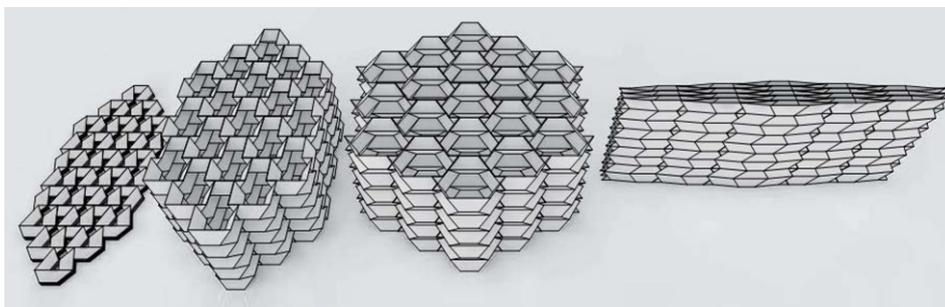


Figura 3.10: Metamateriali meccanici su pattern Origami

source: Schenk - 2004

Sebbene fino a poco tempo fa la comprensione fisica degli Origami restava elusiva a causa della difficoltà nel determinare la globale compatibilità cinematica dei vincoli e non si era in grado di prevedere le proprietà meccaniche dei diversi modelli di piegatura a causa della mancanza degli strumenti teorici in un campo di ricerca di confine fra chimica, fisica e matematica. I gruppi di ricerca della Università del Massachusetts ad Amherst e della Harvard University, capeggiati dal prof. Santangelo, sono riusciti a sviluppare dei sistemi di risoluzione che descrivono alcuni casi basilari della fisica delle curvature e piegature di simili strutture. Alle loro indagini si sono susseguite una serie di altre ricerche volte all'individuazione di quella specifica gamma di meccanismi capaci di far adattare i metamateriali a determinate richieste esterne. Infatti, i metamateriali meccanici, intesi come materiali fatti su misura con specifiche proprietà meccaniche definite dalla propria struttura più che dalle proprietà di ogni componente, stanno subendo

un rapidissimo sviluppo nella scienza dei materiali.

Gli Origami, perciò, si offrono benissimo alla causa e, in particolare, la tipologia degli Origami rigidi si presta perfettamente ad essere utilizzata come sistema di base per i metamateriali, data la differenza con altri pattern Origami, che richiedono la deformazione delle facce o la parziale corrugazione per produrre le varie configurazioni di piega. Gli Origami rigidi idealizzati posseggono uno dei maggiori vantaggi in termini di deformazione, poiché questa è presente esclusivamente nelle pieghe, evitando il coinvolgimento delle facce. Tale peculiarità rende gli Origami rigidi adatti anche per le applicazioni nell'architettura cinetica.

### 3.3 La Piega

**L**a piega, l'effetto del piegare o il punto in cui qualcosa si piega [def. Treccani], ha sempre suscitato interesse in svariati ambiti, da quello architettonico ed artistico a quello strutturale.

(De, 2004)

*"Piegare è dare forza alla materia: l'atto di accartocciare dei fogli di carta mi sembrava l'esempio più convincente per rendere il concetto di piega e di come questo "atto compositivo" consente di creare un nuovo spazio urbano che si eleva dal suolo originario, scava il terreno ed il territorio, facendone emergere creste e pieghe che alludono ad una architettura sotterranea"*

così il filosofo Gilles Deleuze definisce l'interpretazione di quelle opere in cui l'uso costante della piega è strumento espressivo per dar vita alla materia.

(Za, 2010) L'arch. Franco Purini, ancora, descrive l'atto del piegare come *"la prima operazione compositiva capace di dar luogo ad uno spazio"* e sottolinea come la valenza dell'atto compositivo non cambi in presenza di linee curve o di un reticolo ortogonale: *"piegare è piegare sia nel mondo sinuoso delle opere di Bernini sia nell'universo rigoroso di Terragni"*. La piega può essere intesa come dispositivo o strumento di modellazione di una architettura che va dal visuale al pratico, un'operazione ordinaria fatta di una serie di altre sotto-operazioni formali. Si può conquistare la profondità tramite il ribaltamento geometrico, un piano che si capovolge, permettendo il passaggio dal piano allo spazio: ribaltamento della pianta in alzato, la stessa forma che si ribalta su se stessa e da bidimensionale diventa tridimensionale, da pianta diventa facciata.

La piega, essenza di numerose opere artistiche ed architettoniche, viene qui indagata dal punto di vista geometrico-formale e, successivamente nel cap.05, per la sua valenza meccanico-strutturale.

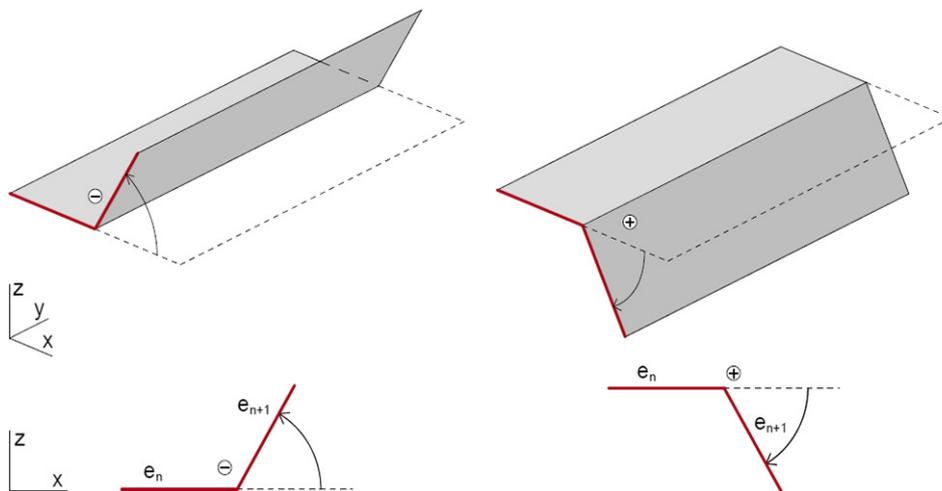


Figura 3.11: La piega semplice

### 3.3.1 La Corrugazione Semplice

Nonostante all'atto pratico appare immediato creare un sistema a semplice corrugazione e i parametri che ne definiscono le caratteristiche geometriche sono limitati, in realtà le condizioni atte a modificarne la forma sono molte e caratterizzano fortemente l'aspetto finale della geometria piegata. Il modo più semplice di piegare un foglio è quello di creare una successione di pieghe parallele, concave e convesse: l'orientamento delle pieghe definisce se una piega è una montagna (convessa) o una valle (concava) (figura3.11).

Fra i tanti metodi a disposizione per descrivere e rappresentare questa tipologia di superfici, Buri propone il sistema delle proiezioni ortogonali (figura3.12). La struttura piegata è inserita all'interno di un sistema di coordinate fra loro ortogonali e proiettata sui tre piani di proiezione così definiti. In questo modo è possibile osservarne le caratteristiche geometriche direttamente nei piani su cui l'oggetto è proiettato, facendo attenzione ad assegnare ai punti proiettati un preciso suffisso che ne identifichi il rispettivo piano. Si parte specificando le convenzioni utili a tutte le future rappresentazioni: si consideri un sistema di assi cartesiani perpendicolari fra loro  $x$ ,  $y$  e  $z$ ; tutte le pieghe convesse, o monti, saranno marcate con l'apice  $+$  (es.  $m^+$ ) e tutte le pieghe concave, o valli, saranno marcate con il segno  $-$  (es.  $m^-$ ).

(Bu, 2010)

Preso in considerazione una generica superficie rettangolare suddivisa da  $n$  creste, fra loro parallele, esistono tre configurazioni: iniziale, intermedia e finale.

- **Sviluppata** - La superficie è completamente piatta e nessuna piega si è attivata. Le pieghe restano una serie di linee parallele che giacciono nello stesso piano. La superficie ha il massimo ingombro nel piano orizzontale e il minimo in quello laterale.
- **Parzialmente piegata** - La superficie è in una configurazione intermedia, le pieghe si sono attivate e gli angoli di piega fra le facce si riducono. Le possibili configurazioni sono infinite al variare dell'angolo fra le facce, che sarà direttamente proporzionale all'estensione dell'impronta dell'area d'ingombro. L'area proiettata lateralmente, al contrario, incrementa.

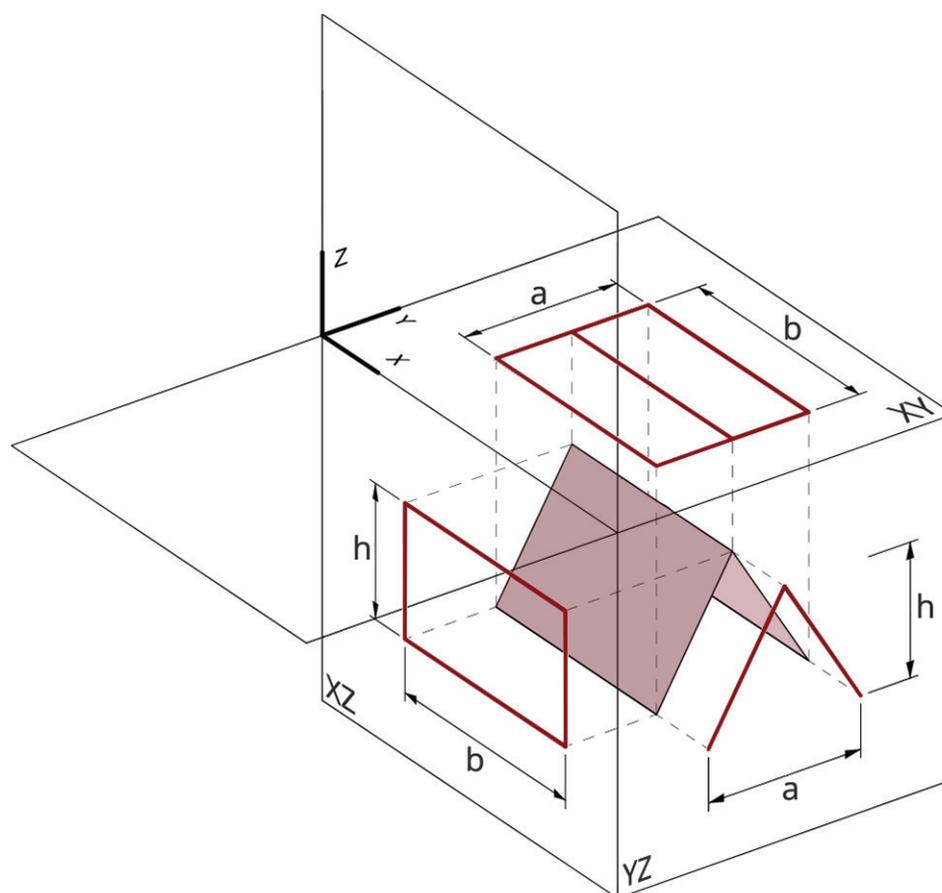


Figura 3.12: La proiezione delle pieghe

source: Buri - 2010

- Piegata - La superficie si è ripiegata completamente su se stessa e tutte le facce tornano ad essere parallele fra loro. Gli angoli di piega sono diventati nulli, l'area d'ingombro sul piano orizzontale si riduce ad una semplice linea, mentre l'area proiettata sul piano laterale ha la sua massima estensione.

La corrugazione semplice a pieghe parallele non è altro che una superficie cilindrica, generata dall'estrusione di un profilo corrugato lungo un vettore. Questa semplice tipologia di superficie piegata è caratterizzata dalle seguenti variabili: l'andamento della linea d'asse, l'orientamento delle pieghe, l'ampiezza della corrugazione, l'angolo d'inclinazione, il periodo e la lunghezza del bordo delle facce (lunghezza del singolo segmento).

- La linea d'asse descrive la conformazione generale della corrugazione, sia essa rettilinea, spezzata o curva. Il modo in cui il profilo oscilla intorno alla linea d'asse influenza l'inclinazione dell'angolo dei lati. Infatti, considerando la linea d'asse rettilinea, i lati saranno uguali e gli angoli costanti. Per i profili spezzati, invece, vi saranno delle variazioni di lunghezza ed inclinazioni dei segmenti in corrispondenza delle discontinuità della linea d'asse. Un discorso a parte va fatto per il profilo curvo, dove, in presenza di linee a singola curvatura si può avere il caso in cui gli angoli inferiori sono diversi da quelli superiori mantenendo i lati uguali o il caso in cui i lati si alternano e gli

angoli sono tutti uguali. Per le curve libere, invece, ogni regola è sovvertita poiché sia i lati che gli angoli sono tutti differenti (figura 3.13).

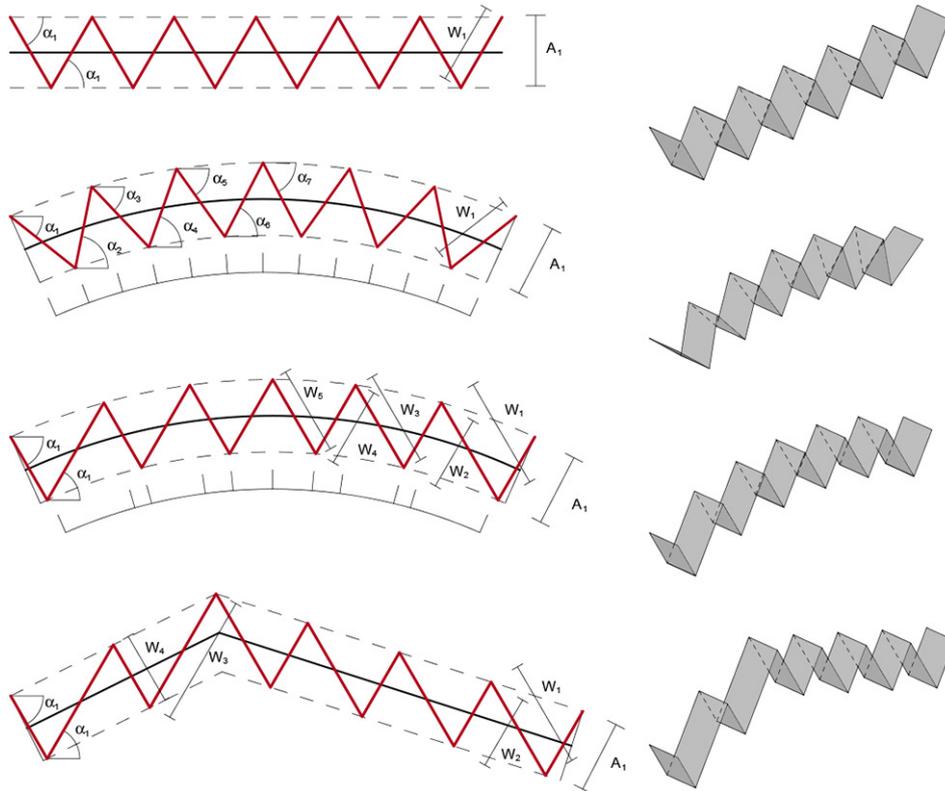


Figura 3.13: Linea d'asse della corrugazione

- L'orientamento riguarda la successione delle pieghe concave e convesse nel profilo corrugato. Comunemente esse si alternano, ma è possibile generare configurazioni non alternate legate a ragioni strutturali ed estetiche. Infatti, mentre le configurazioni con pieghe alternate e a "profilo grecato" hanno notevole valenza strutturale, i profili in cui si susseguono pieghe con lo stesso orientamento (che quindi si avvicinano a profili curvi) perdono la loro portanza meccanica per divenire più interessanti esteticamente (figura 3.14).
- L'ampiezza è un parametro molto importante dal momento che influenza direttamente l'inerzia della sezione e, di conseguenza, la rigidità dell'intera struttura. La variazione dell'ampiezza può essere dovuta a ragioni meccaniche (l'aumento genera un accrescimento della resistenza dovuto all'incremento del momento d'inerzia), a ragioni costruttive (in corrispondenza dei bordi si ha la necessità di aumentare la rigidità della struttura), a ragioni architettoniche (il progetto può richiedere una alterazione dell'ampiezza per ragioni estetiche) (figura 3.15).

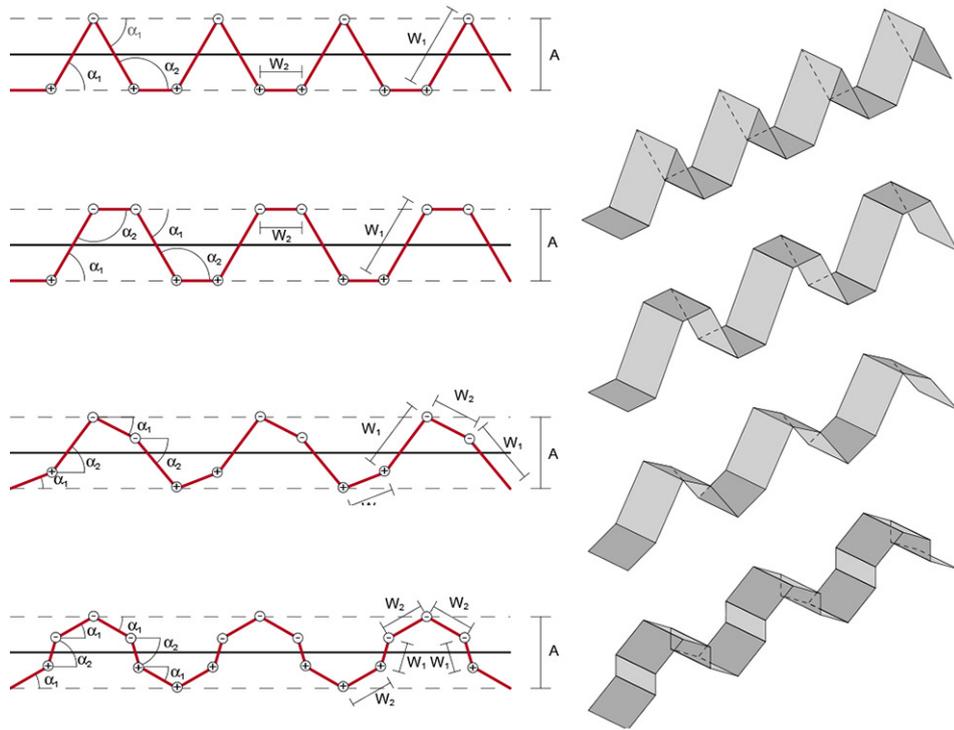


Figura 3.14: Orientamento delle pieghe

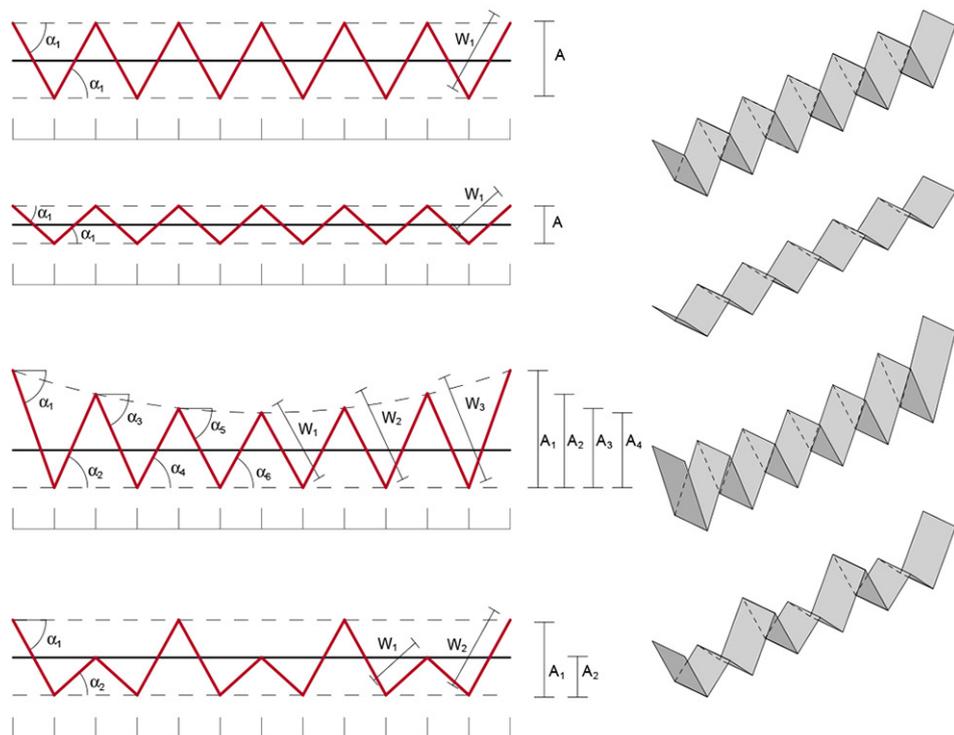


Figura 3.15: Ampiezza della corrugazione

- L'angolo d'inclinazione e la lunghezza degli intervalli sono direttamente correlati fra loro in maniera inversamente proporzionale. Infatti, mantenendo

L'ampiezza costante, quando l'angolo d'inclinazione, che indica l'angolo tra ogni segmento e l'asse orizzontale, diminuisce, l'intervallo, che indica la distanza sull'orizzontale tra due pieghe, aumenta e viceversa. In presenza di una corrugazione non parallela, le caratteristiche della corrugazione di base restano le stesse. L'unica differenza è che si avranno due profili ai bordi con almeno una di queste caratteristiche diversa (figura 3.16).

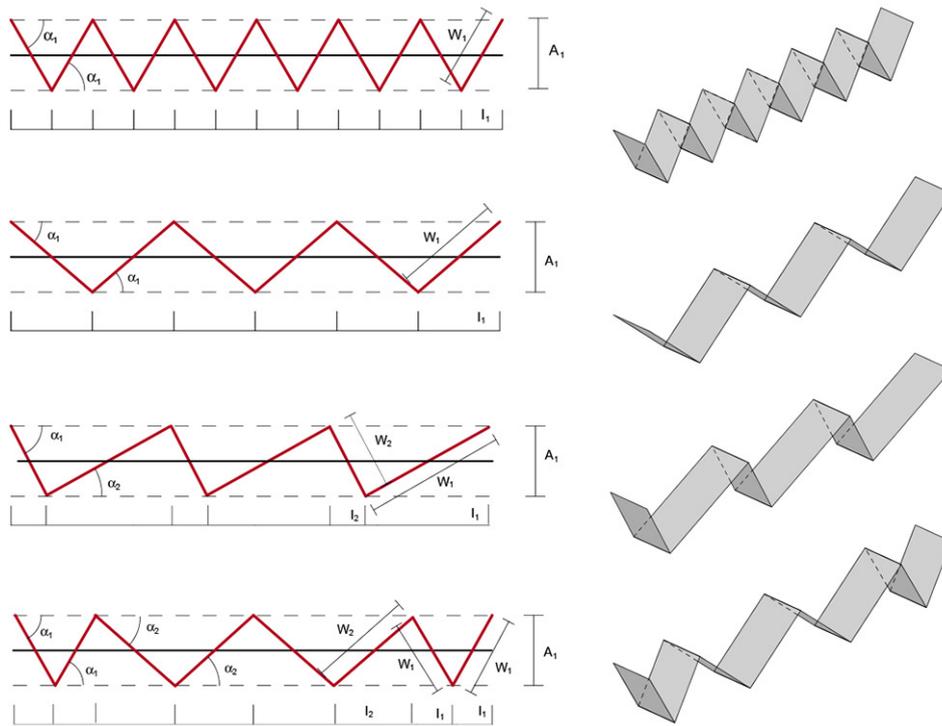


Figura 3.16: Angolo d'inclinazione

Questo discorso non è materia esclusiva del sistema a pieghe parallele, ma riguarda anche ad altri sistemi più complessi, come quello a pieghe inclinate o oblique (figura 3.17). Per comprendere la differenza tra pieghe parallele e pieghe oblique è sufficiente far riferimento ad una superficie suddivisa in una serie di pieghe concave e convesse, considerata nella configurazione parzialmente piegata, facendo in modo che tutte le facce restino rigide. La sezione trasversale alla superficie ne mostrerà il profilo corrugato. Considerando due sezioni trasversali parallele, se il profilo trasversale appare identico parliamo di corrugazione semplice a pieghe parallele, se, altrimenti, i due profili risultano diversi, saremo in presenza di una superficie a semplice corrugazione a pieghe oblique. La differenza sostanziale fra le due sta nel fatto che mentre nel primo caso le creste, che siano di monte o di valle, non si incontreranno mai, nel caso delle pieghe oblique esse si potranno incontrare o nel proprio prolungamento al di fuori della superficie o al massimo in corrispondenza del bordo della stessa.

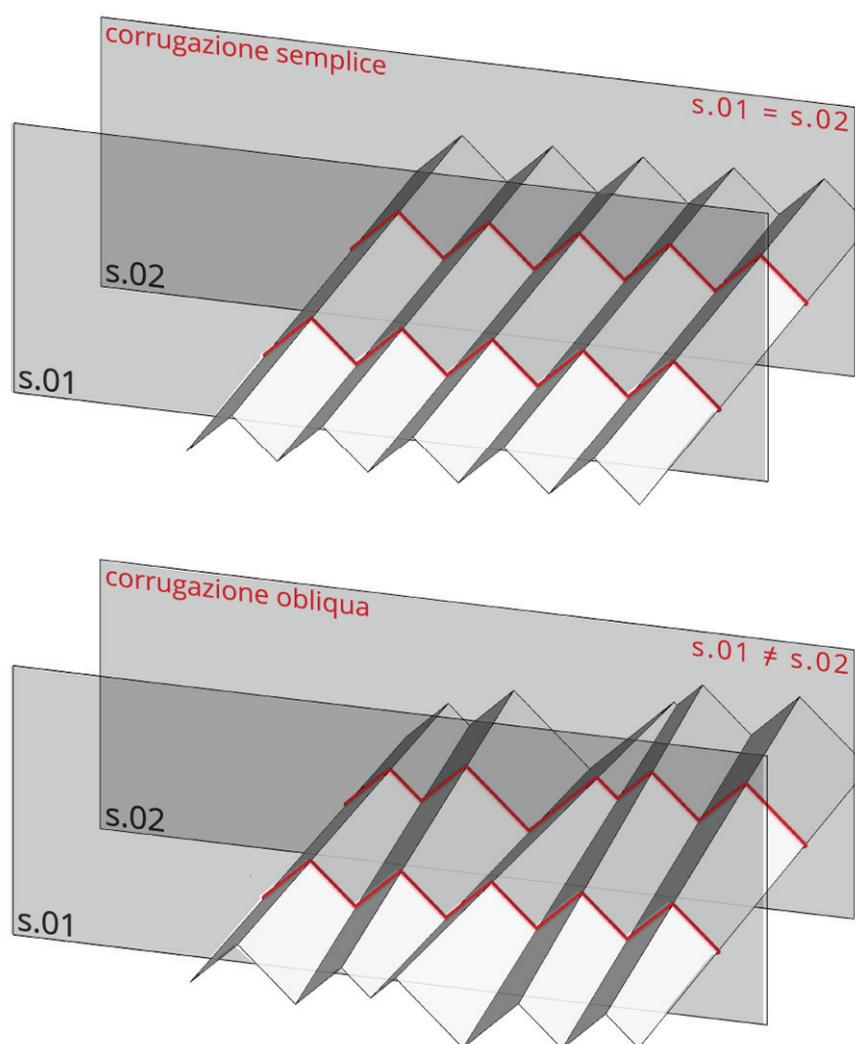


Figura 3.17: Piega obliqua

### 3.3.2 La Piega Inversa

La maggior parte delle geometrie investigate in questa ricerca si basano sul concetto di *piega inversa* o *reverse fold*. Utilizzando questa tecnica le pieghe rettilinee possono cambiare la loro giacitura nello spazio. Dunque, si comprende facilmente come essa rappresenti il più utile strumento di progettazione delle forme con strutture a fogli piegati come gli Origami.

Per poter comprendere meglio le relazioni geometriche che riguardano la piega inversa è necessario fare una precisazione: con la piega inversa spesso si parla di *riflessione*, termine interpretabile: nel senso *matematico* (figura(3.18)) o in quello *fisico* (figura(3.19)). Come termine matematico, la riflessione trasforma un oggetto o un ente matematico nella propria immagine specchiata. L'oggetto riflesso si trova dal lato opposto della superficie specchiante ed è, di conseguenza, una *copia inversa* dell'originale, i cui punti corrispondenti avranno la stessa distanza dal piano o dalla linea di riflessione, nel caso in cui ci troviamo nello spazio o nel piano. Perciò, la riflessione non è altro che una trasformazione inversa congruente. Intesa nel senso fisico invece, la riflessione corrisponde al fenomeno di *rimbalzo* di un

oggetto su una superficie. Al contrario della riflessione matematica, qui l'oggetto non attraversa il piano di riflessione, ma viene appunto riflesso, e l'angolo di incidenza sarà uguale all'angolo di riflessione, in riferimento alla normale della superficie nel punto di contatto.

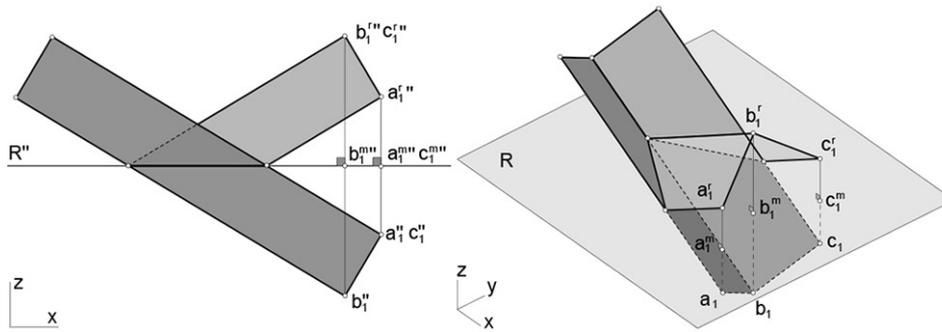


Figura 3.18: Riflessione matematica

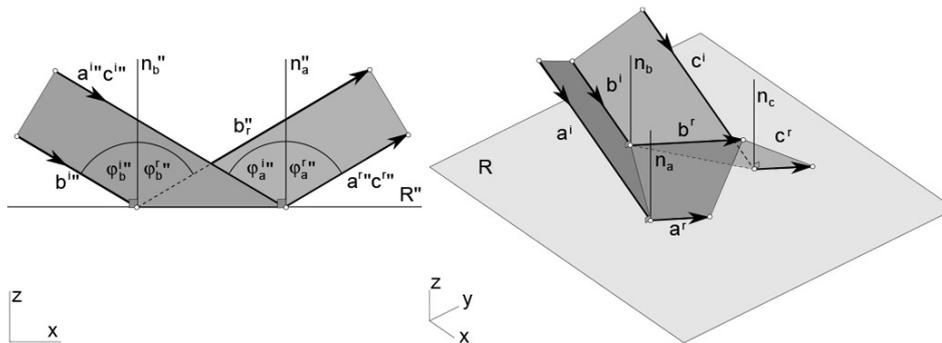


Figura 3.19: Riflessione fisica

La superficie piegata statica può essere descritta dalla riflessione fisica, in quanto i bordi rettilinei rimbalzano sulla superficie definita dalle pieghe laterali, mentre il processo di piegatura può essere rappresentato dalla riflessione matematica, la cresta rettilinea infatti è suddivisa in due parti da una superficie e una di esse viene riflessa, specchiata, intorno al piano di riflessione. La fase di piegatura può essere descritta dalla riflessione fisica solo nel caso di superfici con creste rettilinee.

(Bu, 2010)

La piega inversa può essere indagata facendo riferimento ai due casi principali: nel solo sviluppo planare, come viene spesso usata negli Origami, che permette di comprendere facilmente la natura della piega inversa come risultato di una riflessione su una linea, e nel suo sviluppo spaziale, la piega inversa viene analizzata anche nelle configurazioni intermedie, ovvero quando è il risultato di una riflessione su un piano.

La piega inversa è una delle tecniche alla base dell'arte degli Origami. È utilizzata per modificare la direzione delle pieghe rettilinee. Generalmente, la configurazione finale della piega inversa è completamente piatta, in maniera che il risultato finale sia una figura bidimensionale.

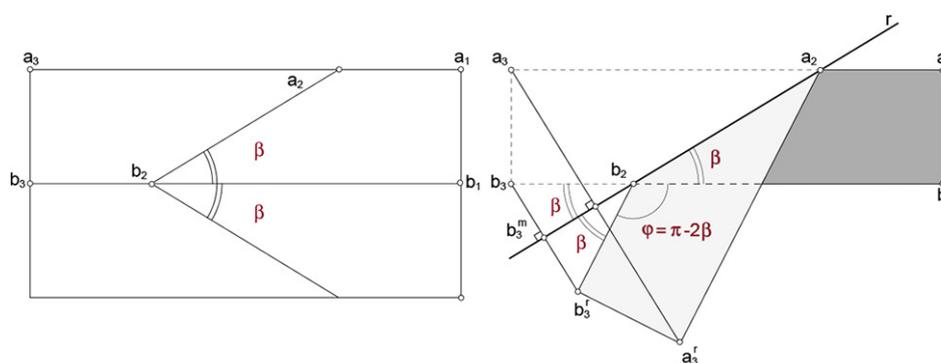


Figura 3.20: Piegata inversa nel piano

Una piega inversa bidimensionale (figura(3.20)) può essere definita come segue: ad una piega rettilinea principale  $m$  vengono aggiunte ulteriori due creste secondarie inclinate  $s_1$  ed  $s_2$ , secondo un angolo  $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$  rispetto ad  $m$  e mai perpendicolari o parallela ad essa. In questa maniera si sono generate quattro facce  $F_1, F_2, F_3$  ed  $F_4$ . Una volta definite tutte le creste, mentre due facce  $F_1$  ed  $F_2$ , al di sotto delle creste  $s_{1,2}$ , iniziano a piegarsi in un senso lungo la cresta  $m^-$ , le restanti facce  $F_3$  ed  $F_4$ , al di sopra delle creste  $s_{1,2}$  si piegano nell'altro senso lungo la cresta  $m^+$ . Si chiamino *angolo della piega laterale*  $\beta$  l'angolo fra le creste  $s_{1,2}$ , e la cresta  $m^-$ , e *angolo di piegatura*  $\varphi$  l'angolo creato fra i due tratti della cresta  $m^{+-}$ .

La rappresentazione del processo di piegatura di una piega inversa planare aiuta a comprendere la natura e la geometria della stessa e può essere espresso seguendo queste semplici operazioni:

1. Si consideri un foglio rettangolare, suddiviso da una piega centrale  $m$  in modo che si creino due porzioni ciascuna  $F_1$  ed  $F_2$ .
2. Lungo la cresta  $m$  viene ripiegata una delle due porzioni sull'altra, secondo un angolo di rotazione  $\varphi$  fino a che le due facce non si sovrappongono.
3. Una volta conclusa la prima fase di piegatura, si induce una nuova piega, in questo caso in direzione opposta alla precedente in modo da generare una nuova cresta  $s$  su entrambe le facce  $F_1$  ed  $F_2$ , che cambiano forma. Si generano così 2 nuove porzioni  $F_3$  ed  $F_4$ .
4. Dispiegato nuovamente il foglio, si avranno 4 creste: le due oblique  $s_{1,2}$ , una monte l'altra valle, e i due tratti, entrambi valle, della cresta  $m$  suddivisi dall'incrocio con le creste  $s_{1,2}$ .
5. Si procede nuovamente al piegamento lungo l'intera cresta  $m$ : questa volta non dovrà avvenire una rotazione completa secondo un angolo  $\varphi$ , ma sarà necessario fermarsi ad una posizione intermedia  $t$ .
6. Dalla posizione  $t$  si fa ruotare la faccia  $F_3$  intorno a  $s_1$  in un senso e la faccia  $F_4$  intorno ad  $s_2$  nel verso opposto fino a che il foglio non torni alla posizione completamente piegata.
7. Una volta dispiegato nuovamente il foglio si noterà come le due pieghe  $s_{1,2}^+$  saranno diventati due monti, mentre la piega longitudinale  $m$  sarà in parte monte,  $m^+$ , ed in parte valle  $m^-$ .

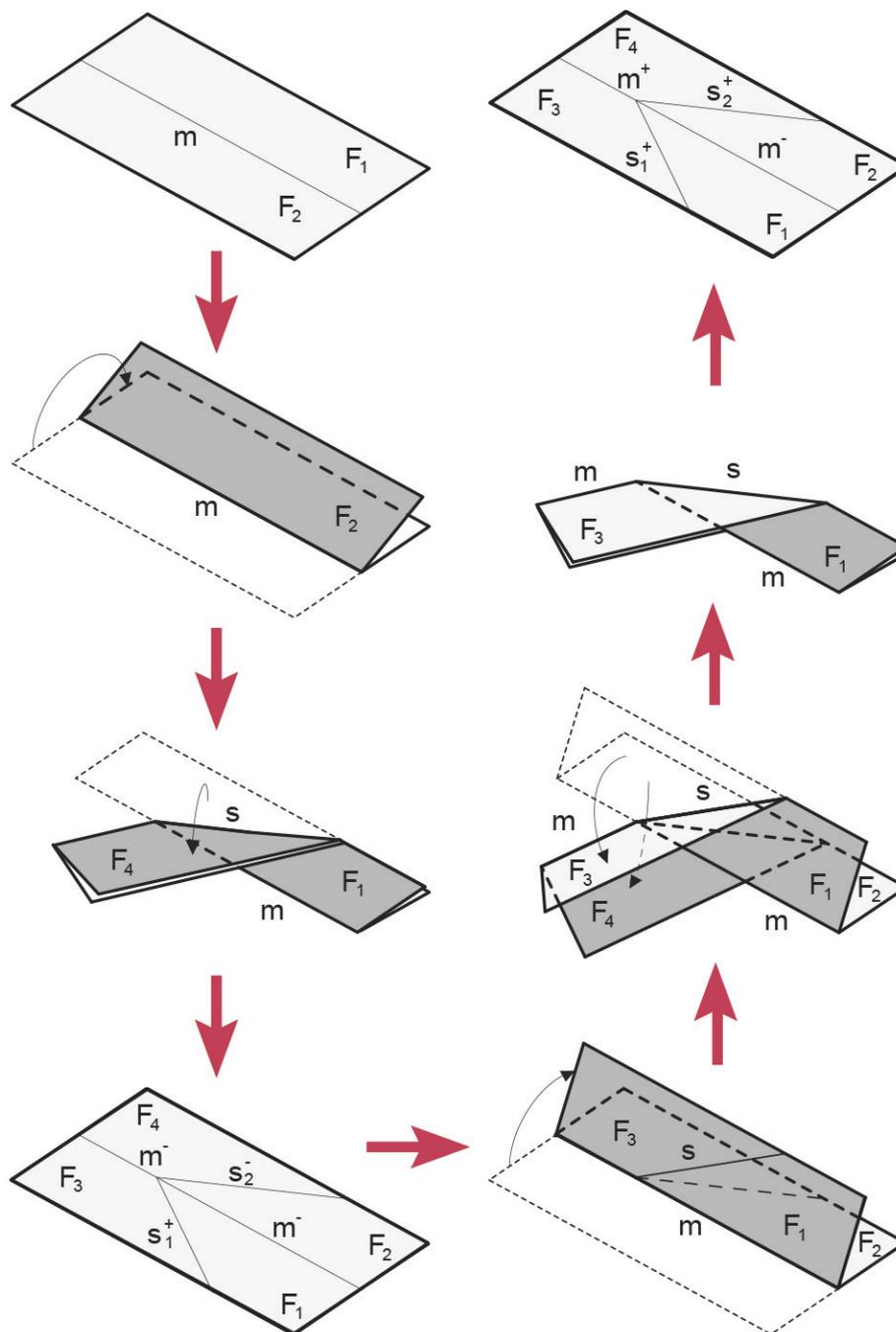


Figura 3.21: Piegia inversa

La posizione finale delle facce  $F_3$  ed  $F_4$  corrisponde all'esatta riflessione, matematica, delle stesse sulla linea  $r$ . La posizione di quest'ultima è dettata dalla geometria delle pieghe laterali  $s_{1,2}$ , dato che, questo segmento giace proprio sulla linea di riflessione  $r$ . Dalla figura (...) si evince come l'angolo risultante tra la cresta laterale  $s_{1/2}$  e la cresta longitudinale  $m^-$  corrispondano a  $\beta$ , mentre quello creato fra le due porzioni in cui la cresta  $m$  è stata suddivisa sia l'angolo  $\varphi$ . I due angoli appena enunciati sono legati dalla relazione  $\varphi = \pi - 2\beta$ , da cui deriva che l'ampiezza dell'angolo di piegatura  $\varphi$  è inversamente proporzionale all'angolo della piega

laterale  $\beta$ : più acuto diventa l'angolo  $\beta$  e più grande sarà l'angolo  $\varphi$ . La condizione di piegatura massima si raggiunge quando l'angolo  $\varphi$  giunge a 0 e, di conseguenza,  $\beta$  avrà il massimo valore  $\pi/2$ , il che corrisponde alla condizione di perpendicolarità tra le creste  $s_{1,2}$  ed  $m^{+,-}$ , facendo sovrapporre interamente tutte le facce.

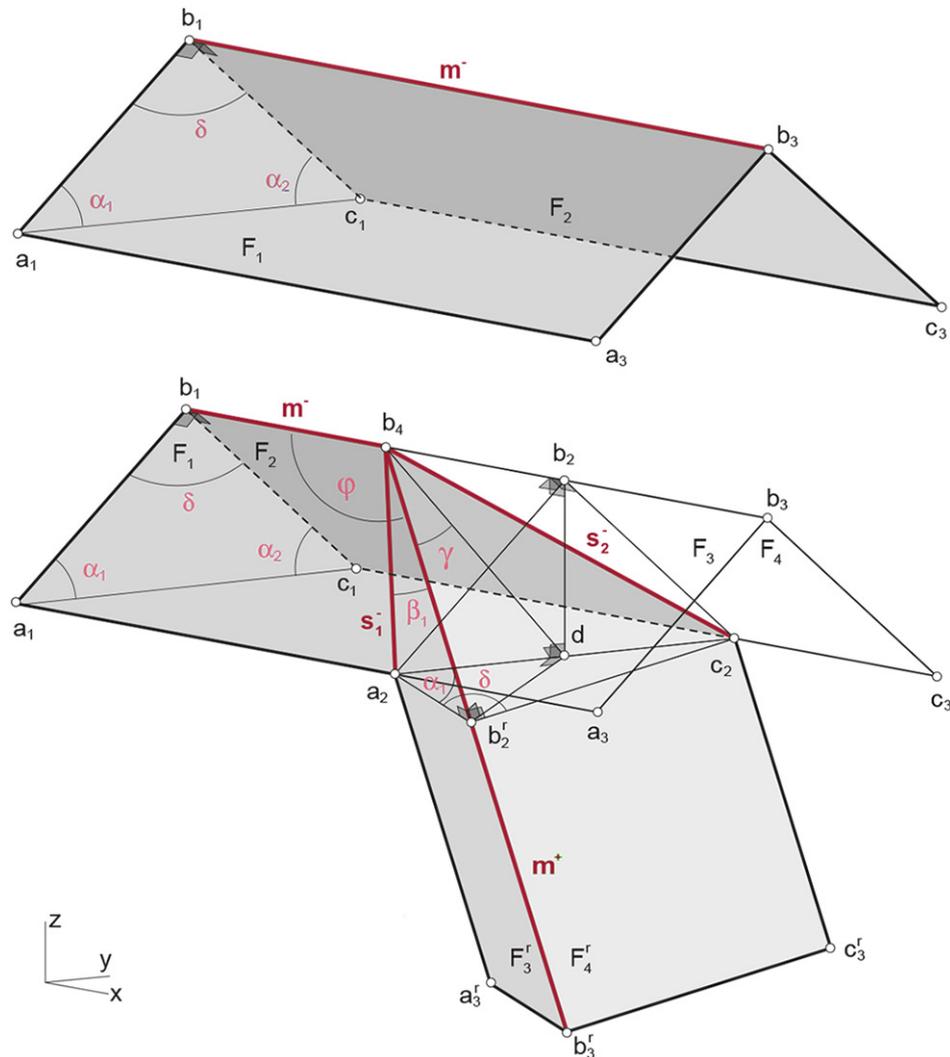


Figura 3.22: Piegatura inversa nello spazio

La configurazione spiegata del foglio mostra la simmetria tra gli angoli e tra le creste laterali, caratteristica tipica della piegatura inversa bidimensionale. Passando dal mondo piano a quello tridimensionale la sostanza non cambia. I sistemi appaiono esattamente identici, a parte la possibilità di poter investigare le configurazioni intermedie durante la fase di piegatura. L'angolo di piegatura  $\varphi$  cambia con la variazione dell'angolo di inclinazione delle facce  $\alpha$ . Se nel piano la piegatura inversa è una riflessione intorno ad una linea, nello spazio sarà una riflessione su un piano.

Nello spazio (figura(3.22)), la piegatura della cresta principale definisce la posizione di un vertice e le creste laterali dividono le facce create. La seconda porzione delle facce viene riflessa su un piano di riflessione  $R$ , definito dal vertice appena creato e dalle due creste laterali. Il piano di riflessione  $R$  è perpendicolare alla bisettrice dell'angolo interno ai segmenti della cresta principale. L'ampiezza

dell'angolo di piega  $\varphi$  è funzione dell'angolo  $\beta$  e l'angolo d'inclinazione delle facce  $\alpha$ : mantenendo  $\alpha$  costante, il valore minore dell'angolo  $\beta$  produce la massima espansione dell'angolo  $\varphi$ .

Secondo Huffman, la piega inversa può essere considerata come un caso particolare del vertice sviluppabile di grado 4 (vertice in cui convergono quattro pieghe). Egli propose un metodo di rappresentazione delle caratteristiche della piega inversa con la geometria dei solidi. Si parte col considerare due facce rettangolari congruenti  $F_1$  ed  $F_2$ , con un lato  $b$  in comune che forma una cresta rettilinea convessa (monte)  $m^+$ , parallela all'asse  $X$ , che, per motivi di semplificazione, considereremo simmetriche rispetto al piano  $xz$  passante per  $m$ . Il grado di apertura della piega è definita dall'angolo diedro  $\delta$  tra le facce  $F_1$  ed  $F_2$ . In corrispondenza del punto di flesso  $b_4$  la cresta principale  $m$ , da essere completamente concava diventa in parte convessa. Le facce originali  $F_1$  ed  $F_2$  vengono così suddivise in due ulteriori facce  $F_3$  ed  $F_4$ . Le due creste convesse laterali, che dividono rispettivamente le facce  $F_1$  ed  $F_2$  da  $F_3$  ed  $F_4$ , collegano i punti  $a_2$  e  $c_2$  con  $b_4$ . Gli angoli così generati tra la cresta  $m$  e le due creste laterali  $s_1$  ed  $s_2$ , saranno i due angoli delle pieghe laterali  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . Essendo in presenza di una struttura simmetrica rispetto al piano  $xz$ , i due angoli  $\beta_1$  e  $\beta_2$  corrisponderanno.

È facilmente dimostrabile la congruenza della configurazione piegata attraverso lo studio dei vari triangoli di costruzione della stessa.

L'angolo  $\varphi$  indica l'ordine di grandezza di piegatura della piega inversa. Esso dipende sia dall'angolo diedro fra le facce  $\delta$  in corrispondenza della cresta principale che dall'angolo della piega laterale  $\beta_{1,2}$ . Per poter essere in grado di considerare la posizione asimmetrica delle due facce, è necessario considerare differentemente l'inclinazione degli angoli  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  di ogni singola faccia al posto dell'angolo diedro della cresta principale  $\delta$ .

(Bu, 2010)

### 3.3.3 Rigid-Foldability e Flat-Foldability

Due sono le principali proprietà geometriche che differenziano i vari pattern Origami: la Rigid-Foldability e la Flat-Foldability.

Un sistema rigid-foldable (figura(3.23)a) consiste in una superficie sviluppabile, lineare a tratti, in grado di realizzare un cinematismo tale che le sue facce e le sue creste possano essere sostituite, rispettivamente, con pannelli rigidi e cerniere. Progettare un meccanismo sviluppabile del genere è di fondamentale importanza nel contesto ingegneristico poiché la rigidezza dei pannelli indebolisce qualsiasi forma di deformazione delle facce, trasformando il cinematismo globale in un meccanismo puramente geometrico, non relazionato con alcuna caratteristica elastica del materiale. Questo si traduce in una facilità di modellazione analitico-geometrica dovuta dalla condizione di movimento rigido imposto.

Un sistema rigido è un meccanismo vincolato, in cui la configurazione è rappresentata dall'angolo di piega  $\vartheta$  di ogni cresta, la quale è vincolata da 3 equazioni per ogni vertice interno. Perciò, il movimento infinitesimale può essere rappresentato da una soluzione spaziale di una matrice Jacobiana  $3M \times N$ , dove  $N$  è il numero delle creste e  $M$  quello dei vertici interni. In questo senso, prendendo come esempio un sistema con vertici di grado 4 e facce quadrilatera, esso sarà sovravincolato poiché  $N$  risulta sempre inferiore a  $3M$ ; il sistema costruisce una

matrice  $3M \times N$  singola con rango  $N - 1$  in ogni condizione, risultato di un moto rigido a un grado di libertà.

La flat-foldability (figura(3.23)b) è la capacità di un sistema pieghevole di raggiungere una configurazione piegata (intermedia o finale) in cui tutte le facce risultano complanari. Un sistema viene definito flat-foldable se possiede questa caratteristica, ovvero se rispetta il teorema di Kawasaki.

Secondo Kawasaki, si parte col considerare un sistema formato da un singolo vertice, risultato dell'intersezione di 4 pieghe, di cui una ha orientamento opposto alle altre. Quest'ultima può corrispondere ad una delle due pieghe che non toccano l'angolo al centro più grande e per questo, una volta piegato, sarà nascosta all'interno del sistema. Assumendo la sviluppabilità del sistema, è noto che la somma di tutti gli angoli interni al vertice dovrà essere uguale all'angolo giro:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 2\pi \quad (3.1)$$

Poiché nella configurazione richiusa le coppie di angoli opposti condividono l'orientamento, la somma di queste paia di angoli dovrà essere uguale:  $\alpha + \gamma = \beta + \delta$ . Da queste due relazioni è facile assumere che la somma dei due angoli opposti dovrà corrispondere all'angolo piatto:

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = \pi \quad (3.2)$$

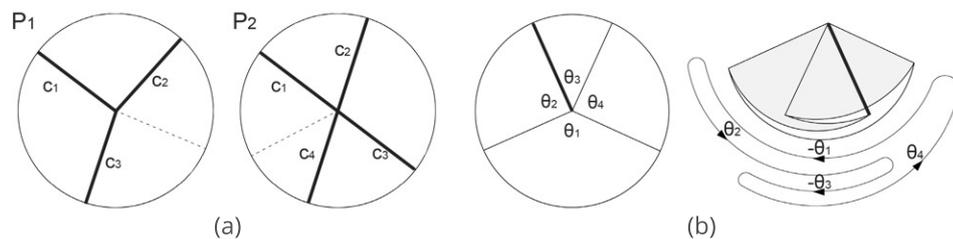


Figura 3.23: a) Rigid-foldability b) Flat-foldability

### 3.3.4 Le Superfici Corrugate Spesse

Tutte le valutazioni prodotte fino ad ora hanno come matrice comune le superfici con spessore nullo o trascurabile. In questo contesto, in cui dalla modellazione virtuale si arriverà alla prototipazione di modelli reali, l'aspetto dello spessore non può essere trascurato, in quanto qualsiasi materiale, dotato di una certa rigidità, possiede uno spessore rilevante.

(Ho, 1988) Esistono diversi metodi che risolvono i problemi legati allo spessore delle superfici. Uno fra i primi ad occuparsi di questo tema è stata Hoberman nel 1988. Egli utilizzò un metodo di piegatura che sfruttava la semplice tecnologia delle cerniere delle porte. Secondo questo criterio, una qualsiasi struttura può passare da una configurazione completamente aperta ad una totalmente chiusa grazie allo sfalsamento della posizione dell'asse di rotazione delle cerniere che, difatti, non giacciono sul medesimo piano, ma vengono posizionate in corrispondenza degli spigoli intorno ai quali ogni pannello deve ruotare. Il metodo *axis-shift*, così chiamato per via del cambio di giacitura, funziona per applicazioni di pieghe poste

in serie e per sistemi semplici a vertici interni. Infatti, questo metodo è facilmente applicabile ad un vertice interno in un sistema simmetrico a 4 creste interconnesse, dove è possibile connettere assi di rotazione sfalsati utilizzando due differenti spessori. Questo produce un meccanismo ad un grado di libertà, rotazionale, che corrisponde al dominio di apertura dell'angolo di piega da completamente piatto a completamente richiuso.

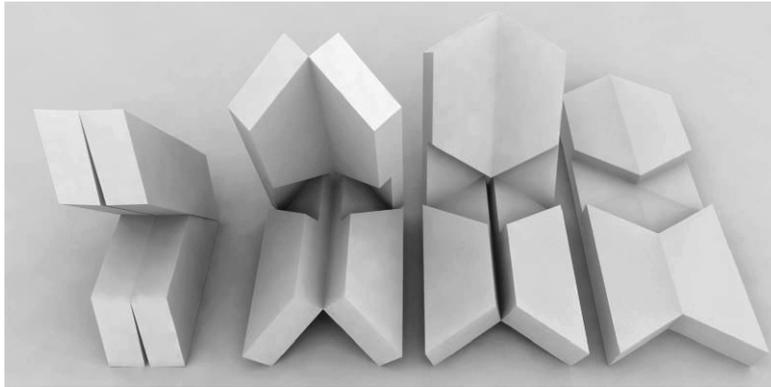


Figura 3.24: Axis-shift

source: Hoberman - 1988

In presenza di meccanismi più complessi, come può essere quello degli Origami rigidi con vertici interni di  $N + 4$  gradi, il metodo *axial-shift* presenta alcuni limiti. Per esempio, lo stato di piegatura di un meccanismo Origami è descritto dall'angolo  $\vartheta$  tra le pieghe che convergono in un vertice interno. Per quest'ultimo, ogni faccia ha 3 gradi di vincolo corrispondenti alle rotazioni intorno al punto d'intersezione. Di conseguenza, le creste devono piegarsi simultaneamente intorno al vertice secondo un moto rigido, ma nel momento in cui si volessero utilizzare delle cerniere sfalsate su creste che alternano monti a valli, questo metodo produrrebbe 6 gradi di vincolo durante la trasformazione, tre rotazionali e tre traslazionali, il che genererebbe un sistema sovravincolato ed ogni movimento continuo risulterebbe impedito.

Importanti limitazioni del metodo *axial-shift* possono comparire in presenza di sistemi asimmetrici, non flat-foldable o che necessitano della sovrapposizione di moduli adiacenti. Infatti nei primi due casi si andrebbe a generare una struttura bistabile dove le connessioni giungerebbero a rottura, a meno che il sistema non sia completamente aperto.

Un metodo alternativo a quello di Hoberman è stato implementato da Traunz e Kunstler. Con questa soluzione viene aggiunto un grado di libertà extra che riguarda la possibilità di scorrimento delle cerniere lungo il proprio asse di rotazione. Il numero di tali cerniere scorrevoli è doppio per compensare il raddoppiato numero di vincoli intorno ad ogni vertice. Essi hanno analizzato una struttura cinematica, con pannelli spessi con vertici a 4 gradi simmetrici che possono essere piegati fino a  $\pi - \delta$ , dove  $\delta$  è relazionata alla grandezza dello scorrimento. Dato che la grandezza dello scorrimento di un bordo è condiviso da

(TK, 2009)

vertici adiacenti, il comportamento globale è determinato per un caso generale, anche se quello delle cerniere strutturali scorrevoli non è stato sufficientemente analizzato. Infatti, questo comportamento globale può essere un problema critico per alcuni pattern, per cui lo scorrimento è accumulato lungo uno dei bordi per produrre separazioni o intersezioni dei volumi. Perciò questo metodo non permette una diretta interpretazione degli Origami generici.

(Ta, 2011) Il "Tapered Method" è un altro criterio di soluzione, in contrapposizione al metodo axial-shift, presentato da T. Tachi, professore presso l'Università di Tokyo. Esso si basa sull'idea di creare sistemi pieghevoli con pannelli spessi che mantengono le cerniere nella stessa direzione e fanno variare la conformazione della parte rigida. Si inizia con il generare lo spessore dei pannelli considerando un offset della retta di giacitura delle cerniere in entrambe le direzioni. Nel momento in cui si cerca di piegare il sistema, i pannelli andranno ad intersecarsi uno sull'altro. Tagliando le porzioni di questi pannelli si verrà a creare un sistema di elementi non più rettangolari, ma con forma rastremata che permetteranno la completa chiusura, e successiva apertura, del modello. Il sistema così creato segue lo stesso movimento del modello con spessore nullo poiché tutte le pieghe sono posizionate nella linea media dei pannelli; l'unica differenza appare nella configurazione completamente chiusa, in quanto la linea d'asse del sistema spesso chiuso corrisponde ad uno stadio intermedio del modello con spessore nullo.

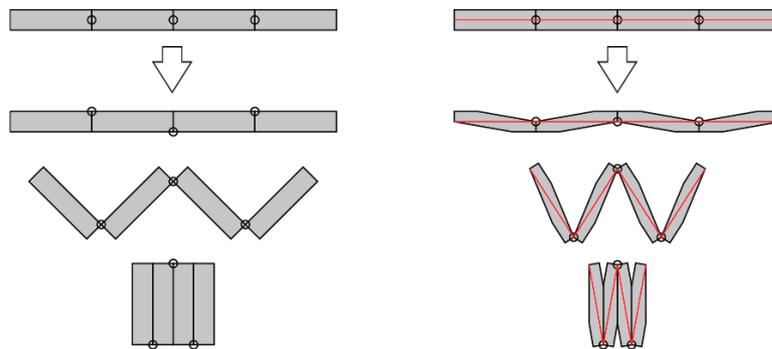


Figura 3.25: Tapered Method

source: Tachi - 2011

(Ch, 2015) Uno fra i più recenti metodi di risoluzione di sistemi pieghevoli con pannelli spessi è stato proposto dal gruppo di Y. Chen, della School of Mechanical Engineering a Tianjin in Cina. Il team di Chen è riuscito a sviluppare una sintesi dei sistemi cinetici esistenti attraverso un modello capace di riprodurre un movimento identico a quello dei sistemi a spessore trascurabile. Per risolvere il problema della collisione dei pannelli durante il piegamento, prevedono il posizionamento delle pieghe sul piano superiore ed inferiore di ognuno, evitando di inserirle all'interno dello spessore stesso, in modo da non far incrociare le pieghe in alcun vertice. Come risultato avremo un sistema cinematico di connessioni sferiche, per un sistema a zero spessore, rimpiazzato da un "circuit" di corpi rigidi connessi da giunti rotazionali, ad una certa distanza fra loro per via dello spessore. La maggior parte dei pattern che verranno usati presenteranno dei vertici di 4, 5 o 6 gradi, ciò significa che in questi sistemi avremo vertici in cui si intersecano da 4 a 6 creste.

Chen inizia con il risolvere le connessioni per questi casi noti per poi generalizzare la soluzione a sistemi con vertici di  $n$  gradi:

- un sistema con pannelli rigidi e vertici a quattro pieghe è alla base di numerosi pattern. Le quattro pieghe suddividono il foglio in altrettante porzioni, con settori angolari  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{34}$ , e  $\alpha_{41}$  la cui somma è pari a  $2\pi$ . Secondo la legge di Kawasaki (3.3.3) per essere flat-foldable, la somma degli angoli opposti deve essere uguale

$$\alpha_{12} + \alpha_{34} = \alpha_{23} + \alpha_{41} = \pi \quad (3.3)$$

Il cinematismo può essere ora descritto modellando il vertice come una connessione sferica con 4 creste e, pertanto, un singolo grado di libertà. La relazione tra gli angoli diedri tra le facce  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ , e  $\varphi_4$  è così descritta:

$$\frac{\tan \frac{\varphi_2}{2}}{\tan \frac{\varphi_1}{2}} = -\frac{\sin \frac{\alpha_{12}-\alpha_{23}}{2}}{\sin \frac{\alpha_{12}+\alpha_{23}}{2}} \quad (3.4)$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 \ ; \ \varphi_2 = \varphi_4 \quad (3.5)$$

- Si consideri adesso la controparte spessa in cui il pannello è suddiviso allo stesso modo in 4 porzioni. Posizionando 3 creste sul lato superiore e una su quello inferiore, si otterranno i valori  $a_{12}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{34}$ , e  $a_{41}$  che rappresentano le distanze tra i vari piani paralleli passanti fra pieghe adiacenti e che corrispondono effettivamente allo spessore dei sottopannelli. Si comprende facilmente come il vertice centrale non sia più una connessione sferica, poiché l'unico collegamento possibile tra pannelli spessi è la connessione *Bennett*, un meccanismo ad un singolo GDL in cui gli assi di rotazione delle cerniere cilindriche non si incontrano e non sono necessariamente parallele. La movimentazione è garantita da una speciale condizione geometrica secondo cui

$$a_{12} = a_{34} \ ; \ a_{23} = a_{41} \quad (3.6)$$

$$\frac{a_{12}}{a_{23}} = \frac{\sin \alpha_{12}}{\sin \alpha_{23}} \quad (3.7)$$

che regola il posizionamento delle linee di piega. La relazione tra gli angoli diedri  $\varphi_i$  resta la stessa del sistema a zero spessore, unica eccezione è la sostituzione degli angoli diedri con quelli del meccanismo di Bennett:  $\varphi_1^{Be}$ ,  $\varphi_2^{Be}$ ,  $\varphi_3^{Be}$ , e  $\varphi_4^{Be}$ . Durante tutto il processo di piegamento, il movimento è identico al caso sferico perfetto.

Un problema simile è stato risolto da Hoberman ma, come già detto, esso presentava diverse limitazioni, tra le quali la necessità di simmetria del pattern, mentre nella soluzione proposta da Chen il valore degli angoli interni al vertice non risulta vincolante. L'unico vincolo del sistema di Chen riguarda la connessione *Bennett*, la quale richiede settori angolari che soddisfino la condizione di flat-foldability. Poiché le connessioni Bennett sono le uniche conosciute come soluzione per le connessioni spaziali di grado 4, è possibile concludere che per i sistemi rigidi con vertice di questo grado la condizione necessaria e sufficiente per avere dei sistemi spessi equivalenti è la flat-foldability.

E' possibile estendere il metodo appena espresso per i sistemi con vertici di grado 4 a sistemi con vertici di  $n$  gradi, che non vengono qui enunciati. Lo sviluppo di questa teoria durante la sperimentazione ha portato all'analisi di un problema non esplicitamente analizzato da Chen, che riguarda la possibilità di porre moduli in serie e quindi della sovrapposizione di pannelli rigidi, la cui soluzione verrà ripresa nel cap.(7.2.3). In particolare, per la prototipazione dei modelli reali, avendo eseguito i test su un pattern Origami con vertici di grado 4, è stato seguito proprio una variante del metodo proposto da Chen.

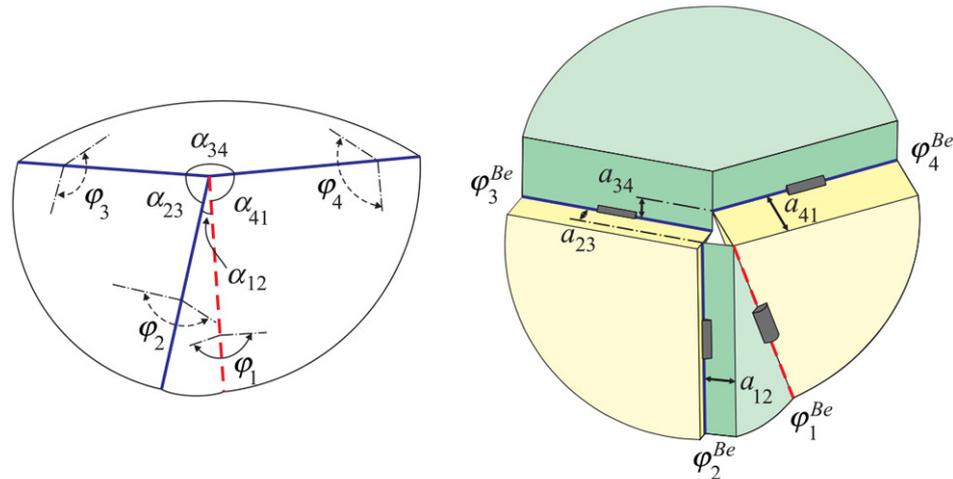


Figura 3.26: Thick origami method

source: Chen - 2015

### 3.4 Caratteristiche e Classificazioni

**G**li Origami, come detto, sono strutture tridimensionali generate da un foglio bidimensionale attraverso un processo di piegatura lungo delle creste, che forniscono un'interessante risorsa per sfruttare la deformabilità e la compattezza di oggetti pieghevoli. Tra le classi di pattern Origami vi è uno di notevole interesse: l'Origami rigido, una particolare tipologia le cui facce restano sempre rigide durante i processi di piegatura e dispiegamento, poiché esse lasciano alle pieghe la facoltà di deformarsi, al contrario di molti altri pattern Origami che necessitano della flessione delle facce per compiere il movimento. Questa possibilità di circoscrivere la deformazione nelle pieghe, senza coinvolgere alcuna deformazione sulle facce rigide, è un grande vantaggio, soprattutto a livello ingegneristico. La grande peculiarità di queste tipologie di pattern sta nella capacità di generare una serie di grandi deformazioni globali sulle superfici, senza che venga alterata la condizione planare e rigida delle singole facce di cui esse si compongono. Questa anisotropia è di grande interesse soprattutto nel campo delle morphing-structure, strutture capaci di cambiare la propria forma per soddisfare precise esigenze.

Come già anticipato, i pattern Origami possono subire grandi spostamenti semplicemente in virtù dell'apertura o della chiusura delle pieghe. Alcuni pattern Origami, oltre a tale caratteristica, esibiscono inusuali comportamenti: proprio durante la movimentazione viene alterata la propria curvatura gaussiana globale

e, contemporaneamente, cambia il segno del coefficiente di Poisson tra la fase di distensione e quella di flessione. Gran parte della complessità dei modelli pieghevoli deriva dalla possibilità di essere associati ad unità base. Le cellule base hanno la caratteristica di contenere tutti i cinematismi possibili che, attraverso la ripetizione in serie, si trasmettono al modello globale amplificandone l'intensità.

Nonostante possano sembrare sistemi artificiali, gli Origami, nelle forme più semplici, sono presenti anche in molti ambienti naturali, come le ali degli insetti, alcune foglie e le viscere di alcuni vertebrati: sono il risultato della formazione di grinze spontanee aderenti a sottili film elastici.

### 3.4.1 Tipologie di Origami

La tecnica moderna dell'Origami utilizza pochi tipi di piegature, ma combinate in un'infinita varietà di modi, capaci di creare modelli estremamente complicati. L'arte tradizionale degli Origami può essere così suddivisa in tre rami topologici principali: *Origami classico*, *Origami modulare* e *tassellazioni Origami*.

L'Origami classico prevede la riproduzione d'immagini comuni in natura, come animali, piante e oggetti, fortemente stilizzate, spesso bidimensionali, ottenute dal ripetuto piegamento di un unico foglio di carta senza l'ausilio di tagli o incollaggi. È la prima forma di Origami storicamente conosciuta.

L'Origami modulare, invece, fa uso di più fogli di carta per generare una struttura più grande e complessa di quella che sarebbe possibile ottenere utilizzando l'Origami classico. Ciascun foglio di carta, infatti, viene piegato in un modulo; in seguito i moduli vengono assemblati attraverso sistemi di incastro "a secco" (senza l'ausilio di colla) in una figura composta, piatta o tridimensionale. L'aderenza tra queste connessioni produce la tensione necessaria a tenere insieme tutti i moduli. I più comuni Origami modulari sono i solidi geometrici, come poliedri e strutture reticolari spaziali.

Le tassellazioni Origami sono anch'esse puramente geometriche: a partire da un unico foglio di carta e rispettando un preciso schema geometrico di piegatura (pattern) si ottiene una forma bi o tridimensionale. Il pattern di base è formato dalla ripetizione periodica di una figura geometrica di base.

In questa tesi vengono indagati gli Origami derivati dalla tassellazione di fogli piani. Più nello specifico, questa ampia categoria di Origami contiene delle sottocategorie che si differenziano in base a diverse caratteristiche. Possiamo trovare differenziazioni di tassellazioni Origami di tipo *flat-foldable* e non, che come anticipato nel capitolo precedente presenta la capacità, una volta piegato completamente, di avere tutte le facce parallele, oppure "rigid-foldable" o non, che come già detto rappresenta la capacità di mantenere, durante la movimentazione, tutte le facce rigide, o anche "periodiche" e non, caratteristica del pattern di base di avere un singolo modulo che viene ripetuto in una o due direzioni (lungo l'asse X e l'asse Y).

### 3.4.2 Gli Action-Origami

Molte applicazioni basate su pattern Origami utilizzano un meccanismo pieghevole, compatto nello stato piegato e sviluppato nello stato dispiegato. Una categoria

particolare di Origami, di interesse soprattutto cinematico, è quella degli action-Origami, sistemi pieghevoli in cui il meccanismo di piegatura è tale da mostrare, nello stadio finale, il movimento subito. Nonostante molti modelli di action-Origami siano stati sviluppati per la produzione industriale, in campo strutturale essi non sono ancora diffusi. Il potenziale degli action-Origami nasce proprio dalla capacità di fornire soluzioni progettuali di meccanismi memorizzati nelle configurazioni piegate.

Elemento essenziale per definire una classificazione degli action-Origami è il meccanismo sferico. Nei sistemi tassellati con pattern Origami i gdl di ogni vertice, punto in cui convergono due o più creste, corrispondono, generalmente, al numero di creste che vi convergono. A livello cinematico, il vertice corrisponde al centro del meccanismo sferico. Di conseguenza, analizzare il movimento applicando i principi del meccanismo sferico aiuta la comprensione del movimento stesso. A questo scopo è stato studiato l'approccio proposto dal team di L.A. Bowen, professore del Dipartimento di Ingegneria Meccanica della Brigham Young University di Provo negli Usa.

(Bo, 2013)

I meccanismi sferici sono la fonte dei movimenti nei modelli Origami. La comprensione di questi meccanismi è cruciale per poter trasferire *l'arte in ingegneria*. Si parte identificando il centro di ogni singolo meccanismo in un vertice. Una volta identificati i centri del meccanismo, è solo necessario definire quali siano le pieghe coinvolte nel movimento e quelle che, invece, ne sono scollegate. Infatti, può accadere che alcune pieghe siano connesse a dei vertici in maniera ripetitiva senza intervenire nel meccanismo di movimentazione ma svolgendo solo una funzione di collegamento per generare la geometria desiderata. Il numero di pieghe che partecipano al movimento attorno ad un meccanismo sferico corrisponde al numero delle connessioni del meccanismo stesso. Nella rappresentazione, ogni connessione-piega è rappresentata da una linea continua e ogni vertice-centro da un punto. La linea tratteggiata indicherà una piega che, semplicemente, connette due vertici.

Per comprendere più chiaramente il meccanismo sferico si consideri un approccio semplificato, che rispecchia realmente il comportamento del generico Origami. Nello specifico, si considerino due metodi, il primo con un sistema formato da fogli circolari posti in serie e il secondo con dei grafici che rappresentino esclusivamente le connessioni fra i vertici, dove ogni elemento superfluo è eliminato.

Dai risultati di quest'analisi viene stilata una classificazione di tipo generale, senza entrare nel merito delle specificità di ogni meccanismo sferico, ma mantenendo esclusivamente il carattere cinematico. Infatti, sono frequenti i casi in cui la flessibilità del modello cambia in base alla lunghezza, al numero e alla tipologia delle connessioni, senza però modificare il tipo di meccanismo cinetico. Anche se i modelli cinetici degli Origami presentano movimenti complessi e diversificati, dal punto di vista del meccanismo sferico, si basano su pochi principi fondamentali. Infatti, eliminando i dettagli superflui, i meccanismi cinetici possono essere ridotti a pochissimi sistemi di connessione dei vertici, che, di conseguenza, riescono a combinarsi in una molteplicità di movimenti.

La prima considerazione necessaria per classificare gli action-Origami è la presenza o meno di un *loop* o *circuito*. Esso è definito da almeno tre meccanismi sferici accoppiati in modo da creare un percorso chiuso, attraverso il centro di

ogni meccanismo. Nel caso in cui questo circuito esistesse, l'action-Origami viene considerato un *network*. Al contrario, quando non è presente, si parla di *open chain*. In base al numero di meccanismi sferici presenti nel modello di action-Origami *open chain*, si differenziano: il *single open-chain*, in cui il meccanismo sferico che produce il movimento è uno solo, il *coupled open chain*, in cui i meccanismi sferici sono due, *n-long linear open chain*, in cui i meccanismi sferici sono in numero maggiore di due e sono posti in serie, *free open chain*, in cui i meccanismi sferici sono posti non in serie lineare. Anche la categoria dei *network* è suddivisa in ulteriori sottocategorie, in funzione al numero di loop presenti: sistemi a *single loop*, quando vi è un solo circuito chiuso senza connessioni con altri, *periodic 1D*, caso in cui il modello contiene diversi loop connessi fra loro lungo una direzione preferenziale e ripetuti in maniera non periodica nell'altra, *periodic 2D*, quando, invece, le connessioni sono periodiche in entrambe le direzioni, *non-periodic*, quando il modello network non appartiene a nessuna delle categorie precedenti.

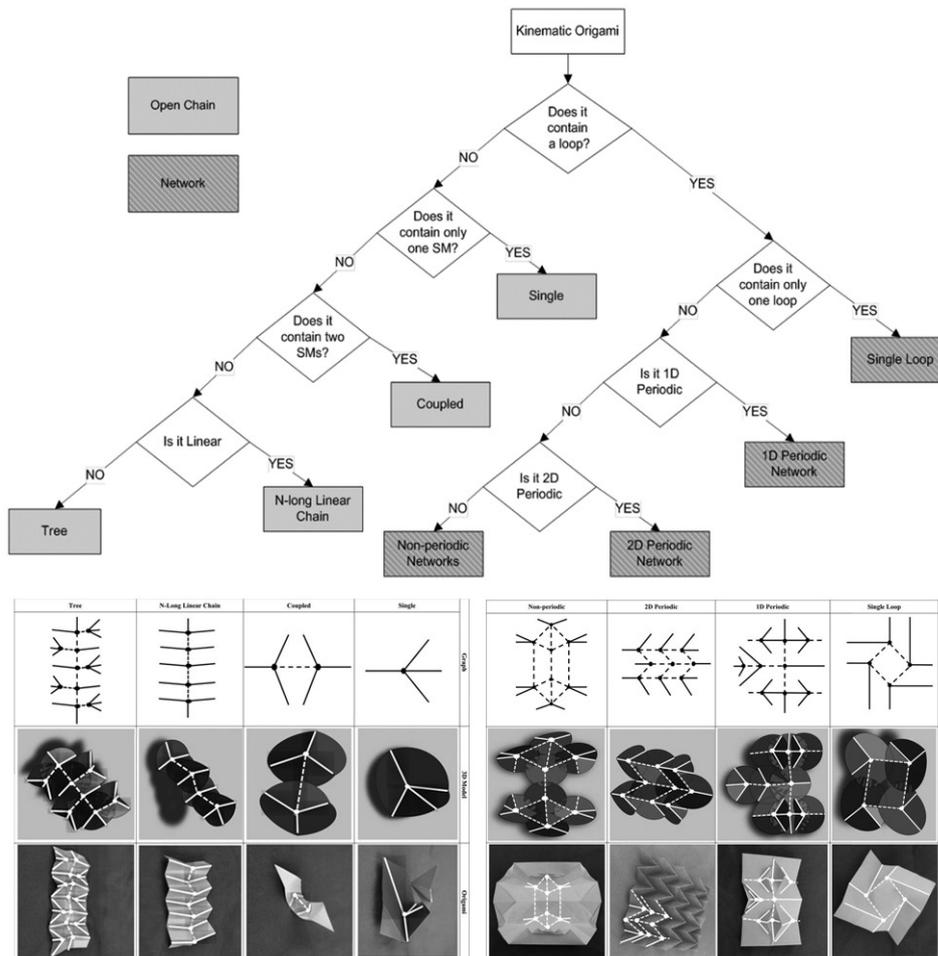


Figura 3.27: Gli Action-Origami

source: Bowen - 2013

### 3.5 Tassellazioni Origami

**P**rima di effettuare una selezione dei pattern Origami cui è associata la migliore risposta strutturale è necessario analizzarne le caratteristiche. In quest'ottica vengono di seguito riportati alcuni tra i più comuni pattern Origami di interesse architettonico-strutturale, dei quali vengono enunciate le principali caratteristiche meccaniche e di piegatura. Per meglio comprendere le specifiche di questi pattern, per ognuno di essi è riportata, con opportuna simbologia, sia la risposta a sollecitazioni di trazione, compressione, flessione e torsione che le caratteristiche di rigid e flat-foldability, così indicate.

L'indagine approfondita è mirata alla scelta dei pattern più adatti alle analisi statiche e cinetiche, parte integrante della ricerca.

### 3.5.1 I Pattern Origami

- SQUARE-TWIST

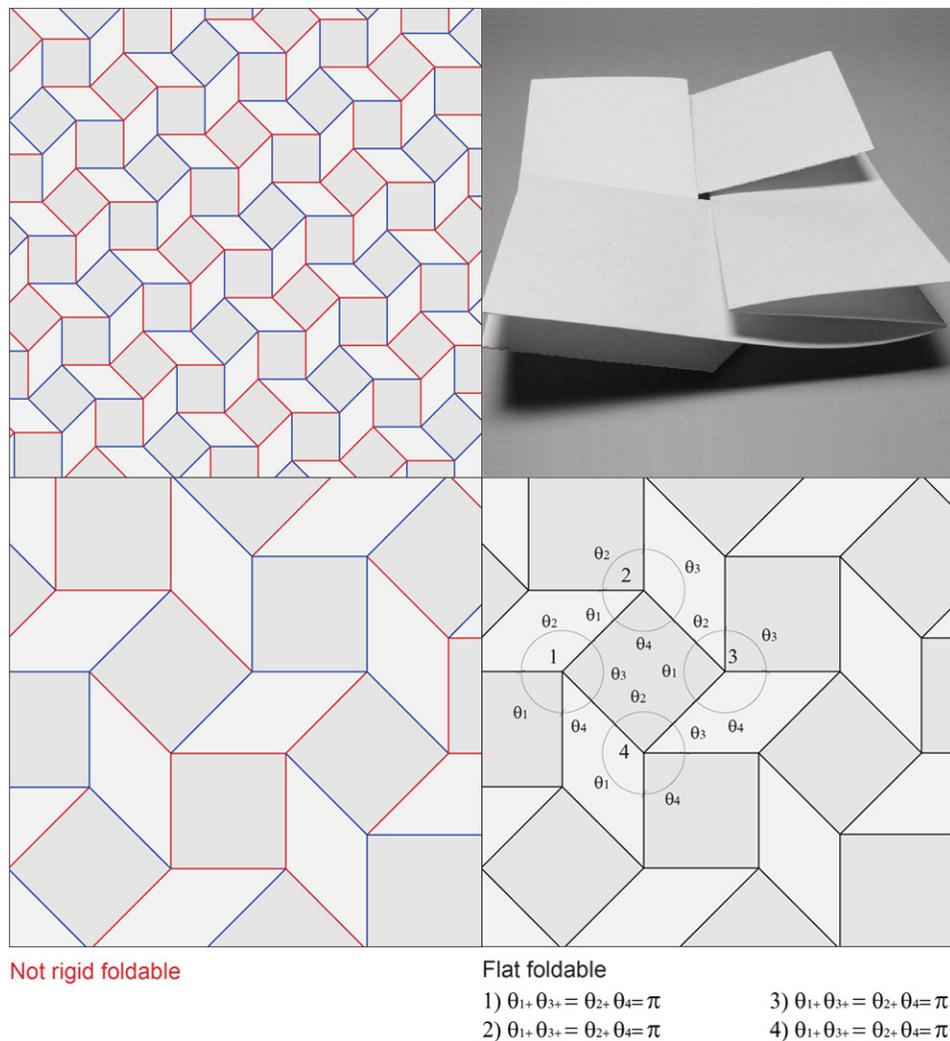


Figura 3.28: Square-twist pattern

Il pattern Origami Square-twist (figura 3.28) è composto da una serie di moduli, costituiti da un quadrato centrale (da cui il nome) connesso con quattro rombi, uno

per ogni lato, ognuno dei quali è connesso con quello adiacente da un ulteriore quadrato e i cui lati interni possono essere sia valli che monti. Questi rombi costruiti sui lati del quadrato centrale, sono definiti da un angolo  $\vartheta$  e una lunghezza  $L$ . Anche se nel pattern di base sono evidenti solo le pieghe, il movimento di piegatura è permesso esclusivamente attraverso la deformazione delle facce, ciò nonostante sia la configurazione iniziale che quella finale siano completamente planari. Tra i numerosi esempi di pattern non piegabili, viene qui investigata la meccanica di una singola cella di Square-twist Origami. Il pattern Square-Twist risulta essere composto dall'alternanza di quadrati e da una serie di rombi, i cui lati interni possono essere sia valli che monti.

L'analisi dei vincoli geometrici dimostra che il pattern è isostatico. Nonostante questo comporti che il pattern non dovrebbe essere piegabile, un'analisi trigonometrica della distanza normalizzata tra un bordo e quello opposto, mostra che lo Square-Twist permette due configurazioni isolate, corrispondenti alla situazione completamente aperta e completamente chiusa. Tali deformazioni rappresentano dei gdl addizionali, essenziali per garantire la piegabilità del pattern; infatti esse permettono alla struttura di raggiungere configurazioni geometriche altrimenti impedito. La combinazione tra la flessione delle facce e l'angolo di riposo delle creste non nullo, plasticamente impostato quando il foglio è completamente piegato, dà luogo alle configurazioni intermedie osservabili.

- FOLDED-EGGBOX e CUT-EGGBOX

Il pattern Origami Eggbox rappresenta quel particolare tipo di tassellazione che, come suggerisce il nome, ricorda la classica scatola in cartone che contiene le uova. Ne esistono di due tipi: il cut-Eggbox, e il folded-Eggbox. La differenza tra di essi risiede nel fatto che, mentre il primo non può definirsi come vero e proprio Origami, dato che deriva dal taglio e dall'incollaggio di fasce piegate e ne ricorda solo il movimento (questa tipologia di Origami prende il nome di Kirigami), il secondo, al contrario, deriva dal solo piegamento della carta con una sovrapposizione totale di alcune facce, in corrispondenza del quale la piega ha sempre un angolo di  $2\pi$ .

La caratteristica più importante del cut-Eggbox (figura3.29) è l'impossibilità di essere completamente sviluppabile. Nonostante parta da un foglio piatto per la propria struttura, che necessita di taglio ed incollaggio di porzioni del foglio, l'unica configurazione di partenza ammessa è quella piegata intermedia. In più, dai test su modelli fisici realizzati, è emerso che oltre ad esservi una discordanza nelle capacità di essere piegato lungo una direzione rispetto all'altra, esso non si comporta in maniera congruente rispetto a deformazioni flessionali nelle due direzioni. Infatti, il pattern Eggbox non è rigido in alcuna direzione di compressione, il che non lo rende adatto ad impieghi in ambito strutturale.

Il foldable-Eggbox (figura3.30), d'altro canto, anche se non prevede dei "tagli e cucii" non permette il completo dispiegamento fino alla configurazione piana aperta, poiché le sovrapposizioni delle facce che in questo pattern sono da intendersi fisse durante la movimentazione. Neanche questa seconda tipologia di Eggbox appare adatta ad usi strutturali: il foldable eggbox risponde in maniera identica alle compressioni e alla tensione nelle due direzioni, anche se non si deforma completamente. Avendo un coefficiente di Poisson positivo, la compressione

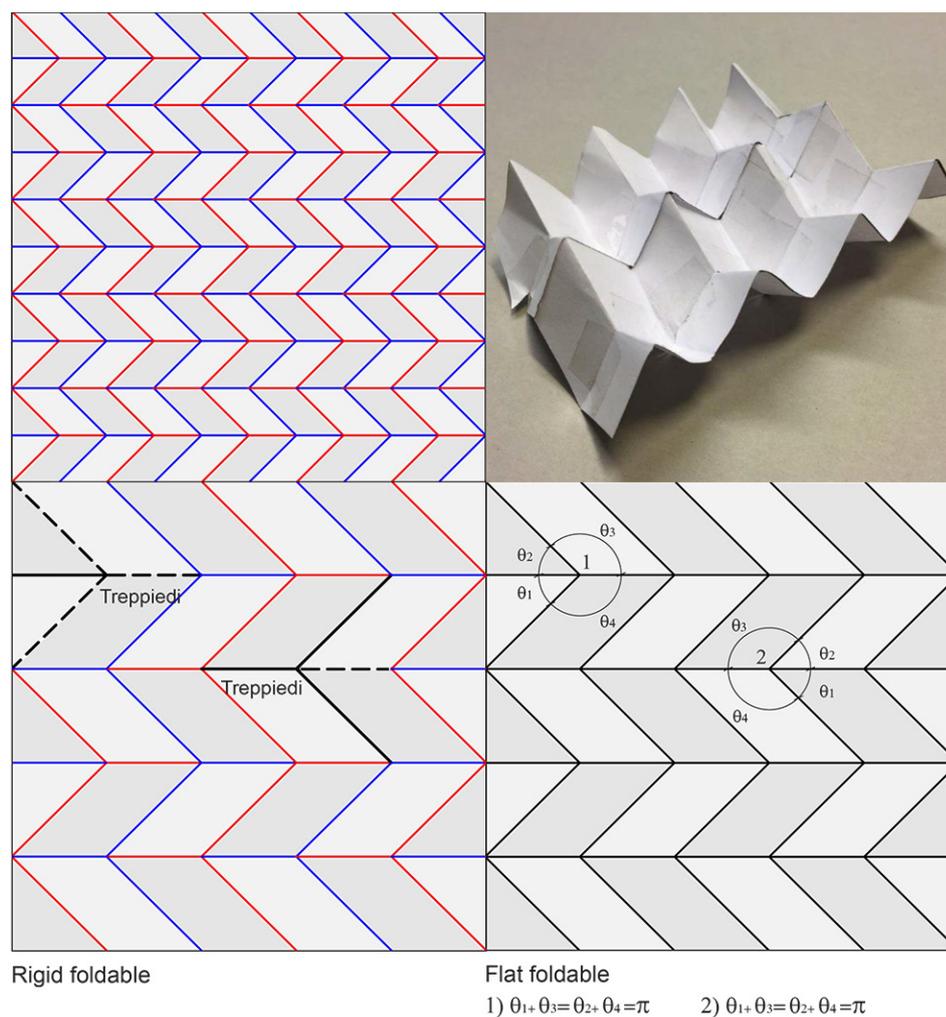


Figura 3.29: Cut-Eggbox pattern

lungo una direzione impone la distensione nell'altra e viceversa. Di conseguenza, impedendo uno dei due movimenti lungo una direzione, sarà impedito anche il movimento reciproco nell'altra. Per quanto riguarda le configurazioni fuori dal piano, imprimendo delle forze in modo da generare dei momenti flettenti e torcenti all'interno del pattern, esso si deformerà in forme spaziali a singola e doppia curvatura, (a curvatura gaussiana positiva). Il vantaggio del folded-Eggbox sta nella possibilità di essere completamente piegato in entrambe le direzioni facilitandone lo stoccaggio.

- MIURA-ORI o HERRINGBONE

Il pattern Origami Miura-ori (figura3.31) si basa sulla piega inversa e consiste in una serie di parallelogrammi posti a "spina di pesce" in modo tale da alternare pieghe di valle a pieghe di monte in entrambe le direzioni. In questo modo, il pattern appare simmetrico rispetto ad una direzione e periodico in entrambe, quindi facilmente divisibile in fasce. Il Miura-ori mostra un comportamento inverso nel piano e fuori dal piano: infatti, mentre in fase di compressione e trazione presenta un coefficiente di Poisson negativo, in fase di flessione e torsione esso diventa positivo.

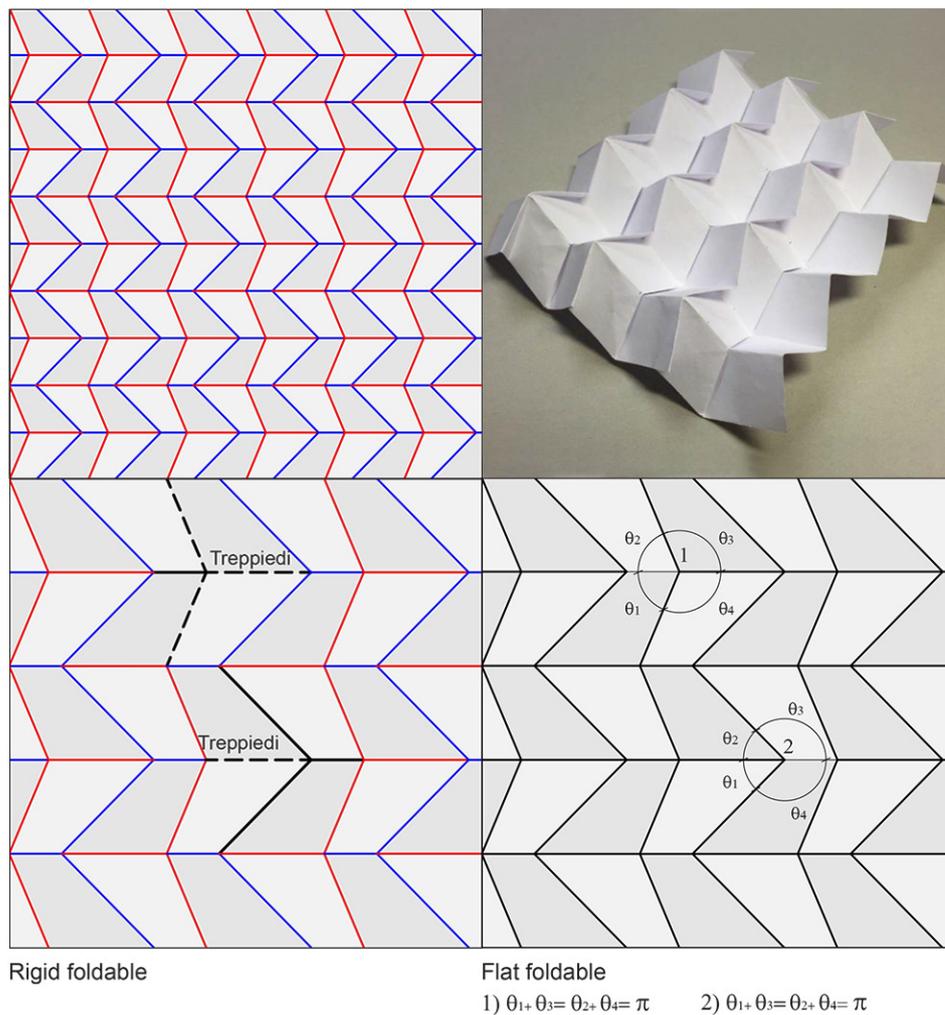


Figura 3.30: Folded-Eggbox pattern

Tale pattern si presta facilmente alla piegatura completa e alla dispiegatura essendo al contempo rigid-foldable e flat-foldable. Durante la fase piana della piegatura, per mantenere le facce rigide è sufficiente adottare la forma a parallelogramma mentre nel caso delle deformazioni fuori dal piano, per evitare che si venga a creare una distorsione delle facce, si inserisce la cosiddetta *piega neutra*, una piega che divide i parallelogrammi in triangoli, indeformabili. Questa soluzione, da un lato migliora il comportamento locale, dall'altro incrementa la flessibilità a livello globale perché genera due gdl aggiuntivi ad ogni vertice.

Data la sua versatilità e semplicità formale, il miura-ori si presta bene per scopi strutturali.

- EQUIDISTANT-WAVE

Il pattern Origami Equidistant-wave (figura3.32) è formato da parallelogrammi e trapezi posti in alternanza. La caratteristica principale di questo pattern è l'unidirezionalità, ovvero esso risponde bene alle sollecitazioni lungo una direzione, quella perpendicolare al verso delle onde, ma non a quelle lungo la direzione perpendicolare. Infatti, risulta rigido se soggetto a sollecitazioni di flessione lungo

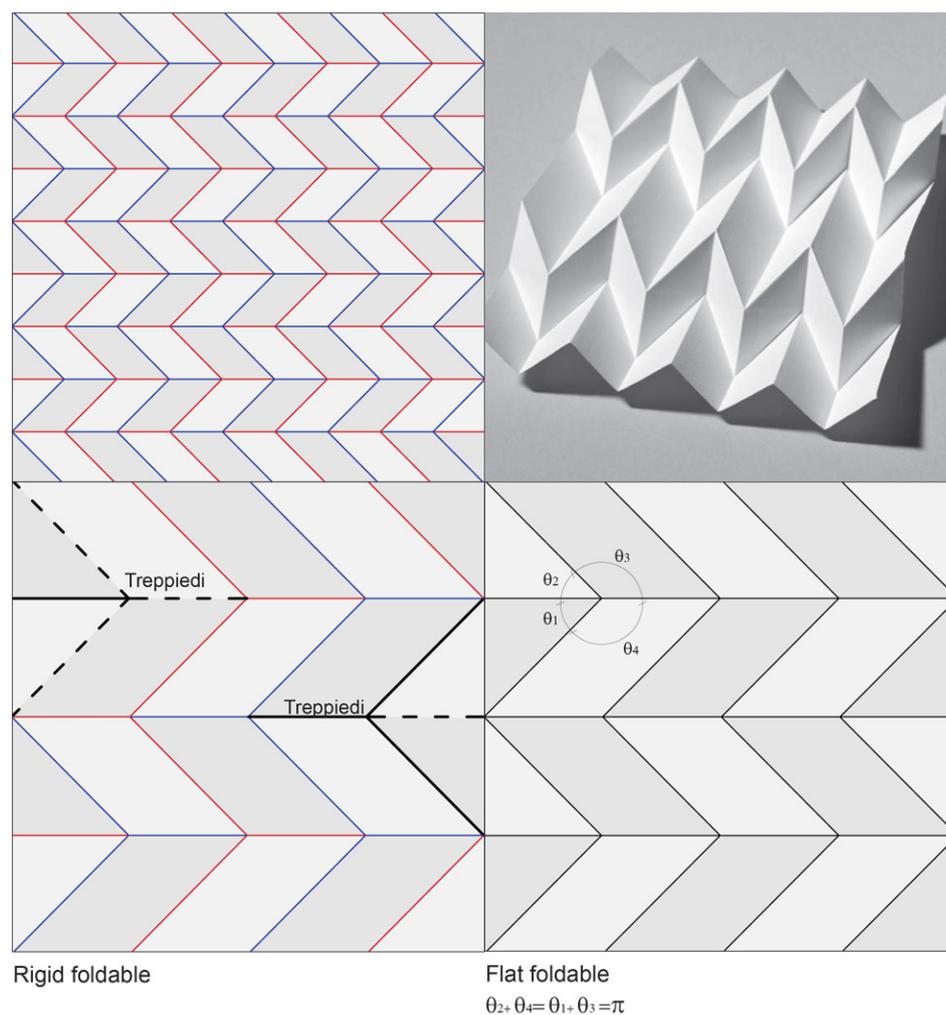


Figura 3.31: Miura-ori pattern

una direzione e completamente flessibile lungo quella normale. Altra caratteristica dell'Origami Equidistant-wave è la presenza di un coefficiente di Poisson negativo nel piano, che si traduce nella trasmissione di sollecitazioni a compressione lungo una direzione e in fenomeni di tensione in quella opposta e viceversa.

Dato il suo comportamento prettamente eterogeneo, non è adatto all'utilizzo strutturale.

- DIAMOND o YOSHIMURA

Il pattern Origami Diamond (figura 3.33), chiamato anche Yoshimura pattern dal nome del suo inventore, si basa sulla piega inversa ed è formato dalle classiche conformazioni a diamante piegate lungo le diagonali. Il Diamond, una volta piegato, forma dei cilindri o, in stadi intermedi, delle volte a botte. Sviluppandosi lungo una direzione preferenziale, è molto rigido lungo la sua perpendicolare e molto flessibile lungo la linea d'asse, direzione lungo la quale appare deformabile anche per sollecitazioni flessionali, al contrario dell'altra direzione lungo la quale resta rigido per tutti i tipi di sollecitazioni. Il vantaggio del Diamond risiede proprio in questa capacità di essere totalmente piegabile lungo una direzione e,

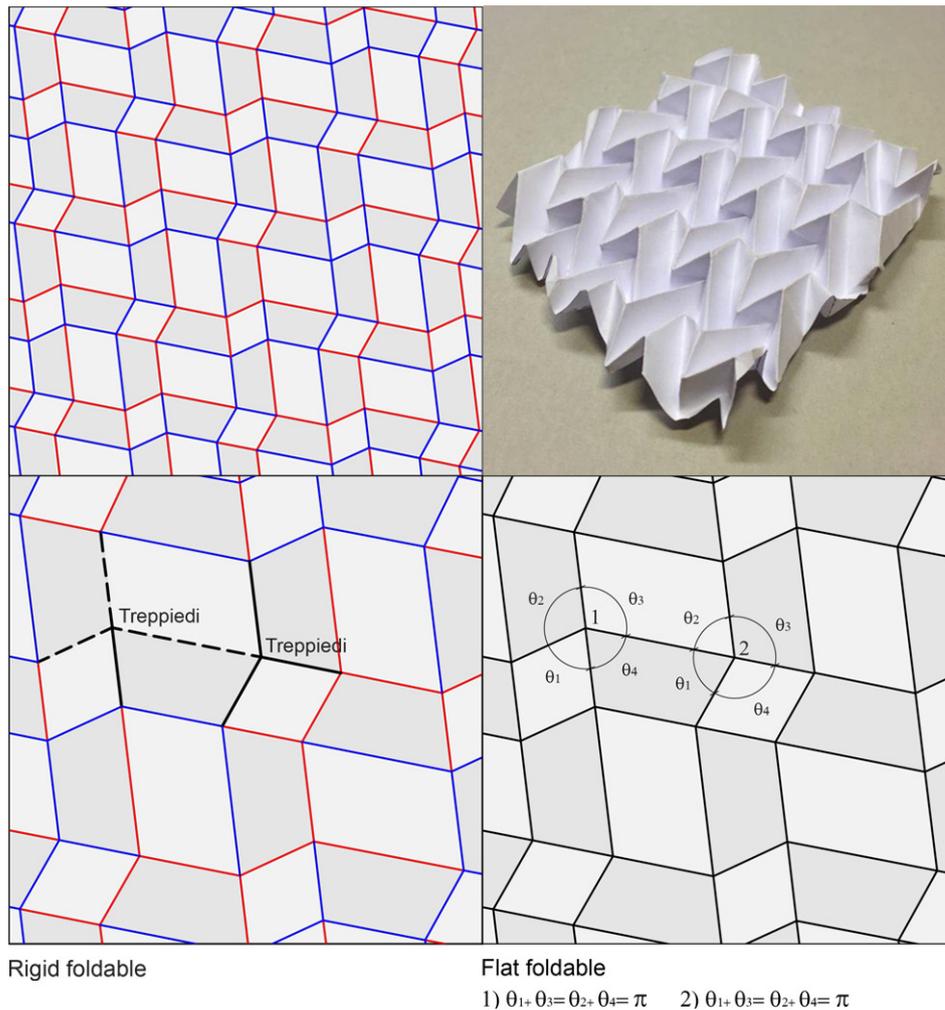


Figura 3.32: Equidistant-wave pattern

invece, rigido in quella normale. Altra importante peculiarità risiede nell'aver un coefficiente di Poisson negativo per sollecitazioni di compressione o trazione.

Nel caso in cui il pattern di partenza sia regolare e doppiamente simmetrico, la forma che avremo dalla piegatura del foglio è un cilindro con direttrice circolare. Vi è, inoltre, la possibilità di generalizzare questo pattern, modificando quello di partenza perché assuma la forma desiderata.

Una variante al Diamond classico è il pattern Diamond-box, un pattern composto dall'incollaggio di fasce singole, simile al folded-Eggbox dal quale si distingue sia per le proporzioni che per la presenza di pieghe rivolte tutte verso lo stesso lato, anziché variare. Questo pattern risulta abbastanza rigido quando lo si comprime o lo si tende lungo la direzione trasversale, mentre è molto flessibile quando lo si sollecita nella direzione perpendicolare, nonostante non sia completamente dispiegabile data la presenza delle "doppie" facce che tengono la struttura insieme. Per quanto riguarda la flessione, il pattern risulta molto flessibile, tranne nel caso in cui tale sollecitazione sia nella direzione trasversale, in cui appare abbastanza rigido come accade per le sollecitazioni nel piano. Se soggetto a sollecitazioni di torsione si trasforma in una sella. Il fatto che il Diamond-box si comporti

in maniera rigida o flessibile in base alla direzione di riferimento è un aspetto interessante, ma la presenza delle doppie facce rende il Diamond-box problematico da convertire in grande scala in una struttura con spessore considerevole.

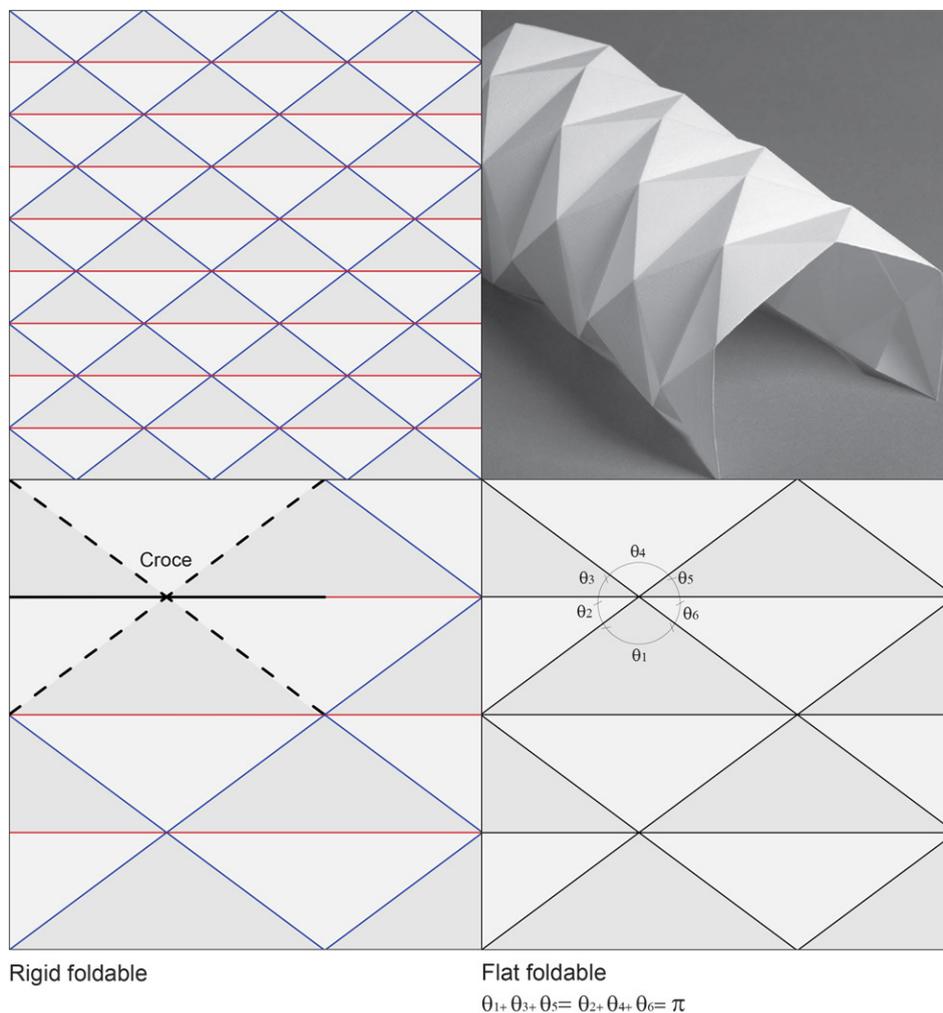


Figura 3.33: Diamond pattern

- DIAGONAL

Il pattern Origami Diagonal (figura 3.34) è molto simile al Diamond. Esso è, difatti, costituito da rettangoli o parallelogrammi piegati lungo la propria diagonale. Non è simmetrico lungo alcuna direzione. Tutte le diagonali hanno lo stesso verso di piegatura, opposto a quello dei lati dei parallelogrammi. La differenza formale con il Diamond risiede proprio nelle diagonali, che in questo caso, non creano un pattern piegato periodico lungo una direzione, ma un'ellisse. Infatti, durante la fase di compressione lungo la linea d'asse, il Diamond subisce anche una naturale torsione intorno ad essa.

La risposta meccanica del Diagonal presenta analogie con il Diamond pattern, infatti ha lo stesso comportamento rigido lungo la direzione trasversale e flessibile in quella longitudinale. Inoltre, anch'esso ha il coefficiente di Poisson negativo per

sollecitazioni di compressione e trazione. Queste proprietà rendono il Diagonal pattern adatto ad usi strutturali, nonostante la sua conformazione geometrica non permette alcun piegamento nel piano.

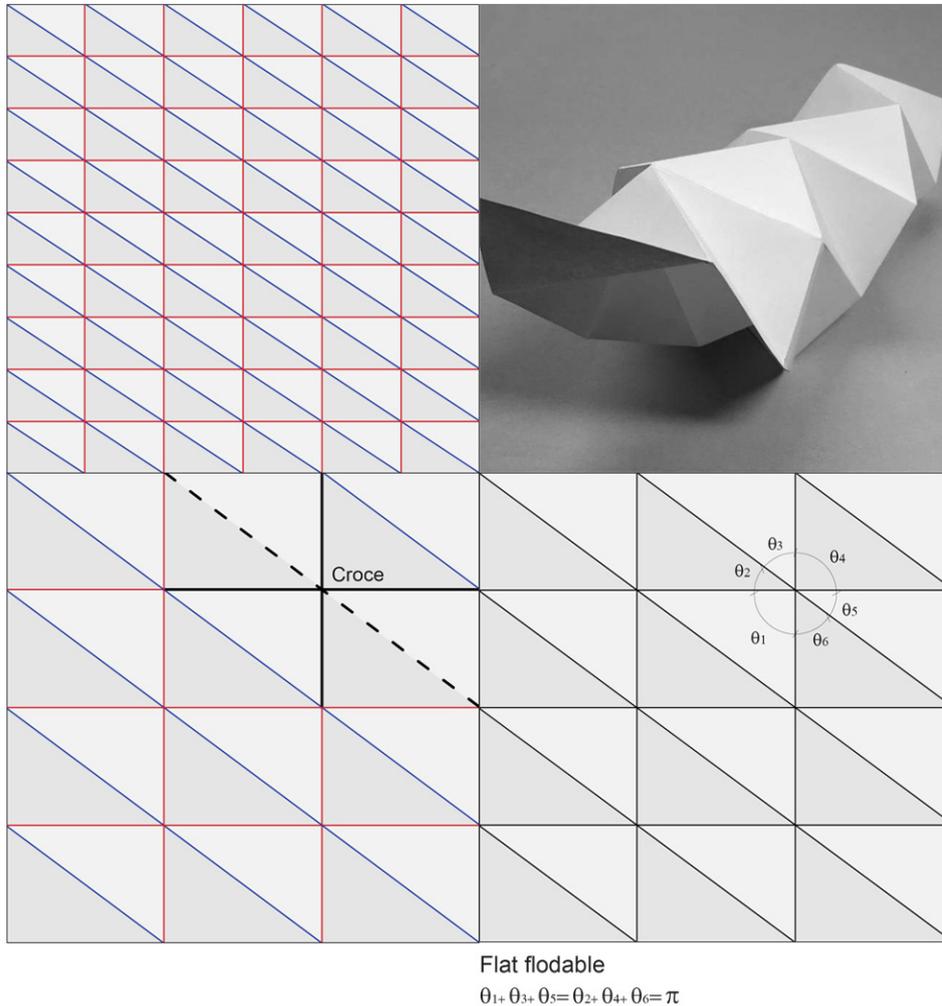


Figura 3.34: Diagonal pattern

- MAGIC-BALL

Il pattern Origami Magic-Ball (figura 3.35) può essere piegato partendo da una configurazione totalmente piana e, grazie alla sua adattabilità, può essere trasformato in molte forme diverse. Questo pattern non è molto rigido, al contrario risulta flessibile in quasi tutte le modalità di deformazione. Altra peculiarità di questo pattern risiede nella capacità di deformarsi esclusivamente fuori dal piano. Non esistono sforzi di compressione-trazione o flessione che producono una deformazione o piegamento che restino planari. Generalmente queste configurazioni fuori dal piano assumono delle forme con curvatura gaussiana negativa. La sua estrema flessibilità, come accade anche per l'Eggbox, non lo rende particolarmente idoneo a scopi strutturali.

Esistono due forme del Magic-ball leggermente differenti dal pattern classico: il fix-Magic-ball e il reverse-Magic-ball.

Il primo parte da un pattern di base simile al Magic-ball classico, ma con piccole differenze di proporzioni utili a bloccarlo nei punti di contatto. Questa variante si rivela più rigida di quella classica, soprattutto a compressione e trazione nel piano (può essere movimentata nel piano) e a torsione, restando però flessibile con sforzi di flessione. Come è ben comprensibile, il fix-Magic-ball si presta maggiormente ad usi strutturali solo nei casi in cui i vincoli sono bloccati nel giusto modo. Può essere anche facilmente suddiviso in strisce a partire da un foglio rettangolare senza uno spreco eccessivo di materiale.

Il reverse-Magic-ball è realizzato all'incirca allo stesso modo del fix per poter essere bloccato nei vertici di contatto. La differenza maggiore risiede nel fatto che ogni seconda riga è piegata nel verso opposto (da qui l'aggettivo "reverse"). Anch'esso appare molto rigido nelle fasi di compressione, trazione e torsione ma non in quella di flessione ed è facilmente divisibile in strisce.

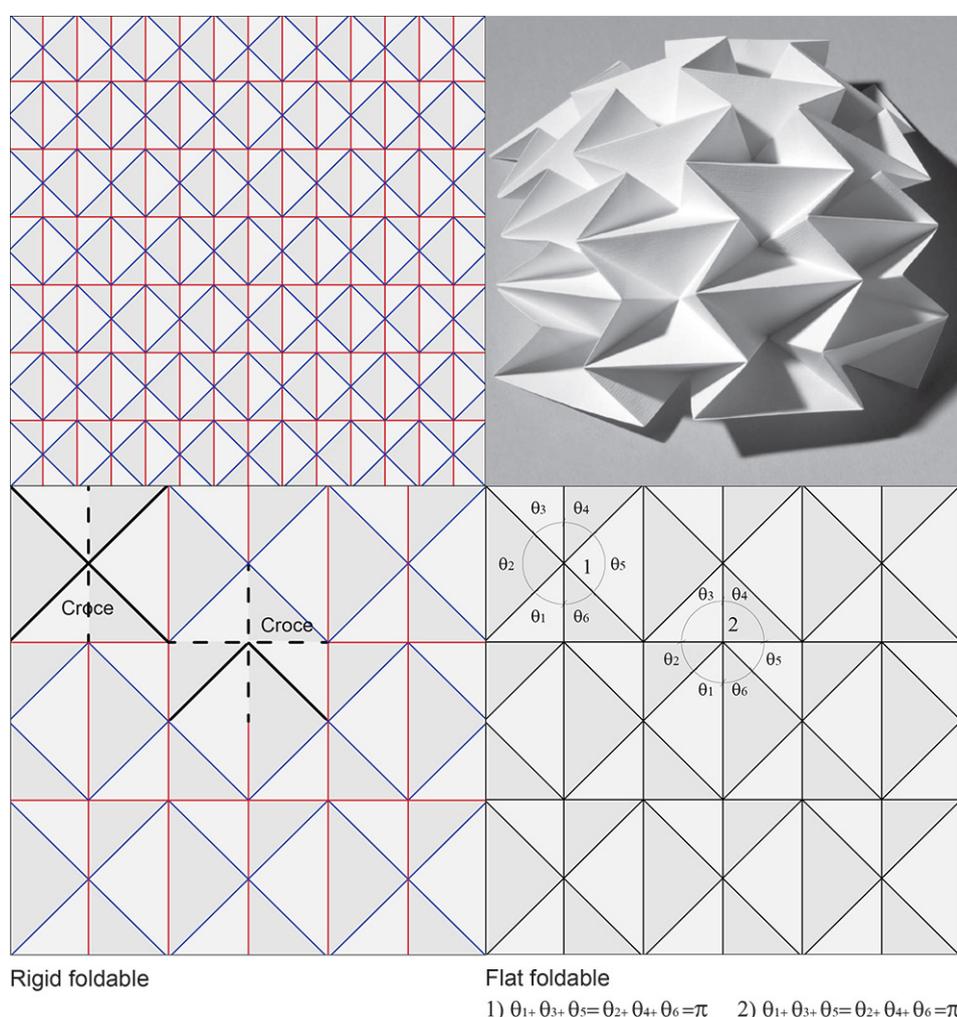


Figura 3.35: Magic-ball pattern

Il pattern Origami Ron Resch prende il nome dal suo inventore, Ronald Dale Resch, artista statunitense, esperto di informatica e geometria applicata, uno fra i pionieri delle moderne tassellazioni Origami.

Questo pattern si suddivide in base alla forma di partenza, sia essa triangolare o quadrata. Una caratteristica comune ad entrambe è l'impossibilità di essere flat-foldable, di conseguenza nella configurazione piegata, le facce non sono tutte parallele fra loro. In aggiunta, oltre a possedere un coefficiente di Poisson positivo nelle configurazioni intermedie per poter mantenere la rigidità delle facce durante il movimento, è necessario ammettere solo un modo di piegatura fuori dal piano, nonostante le configurazioni iniziali e finali risultino piane.

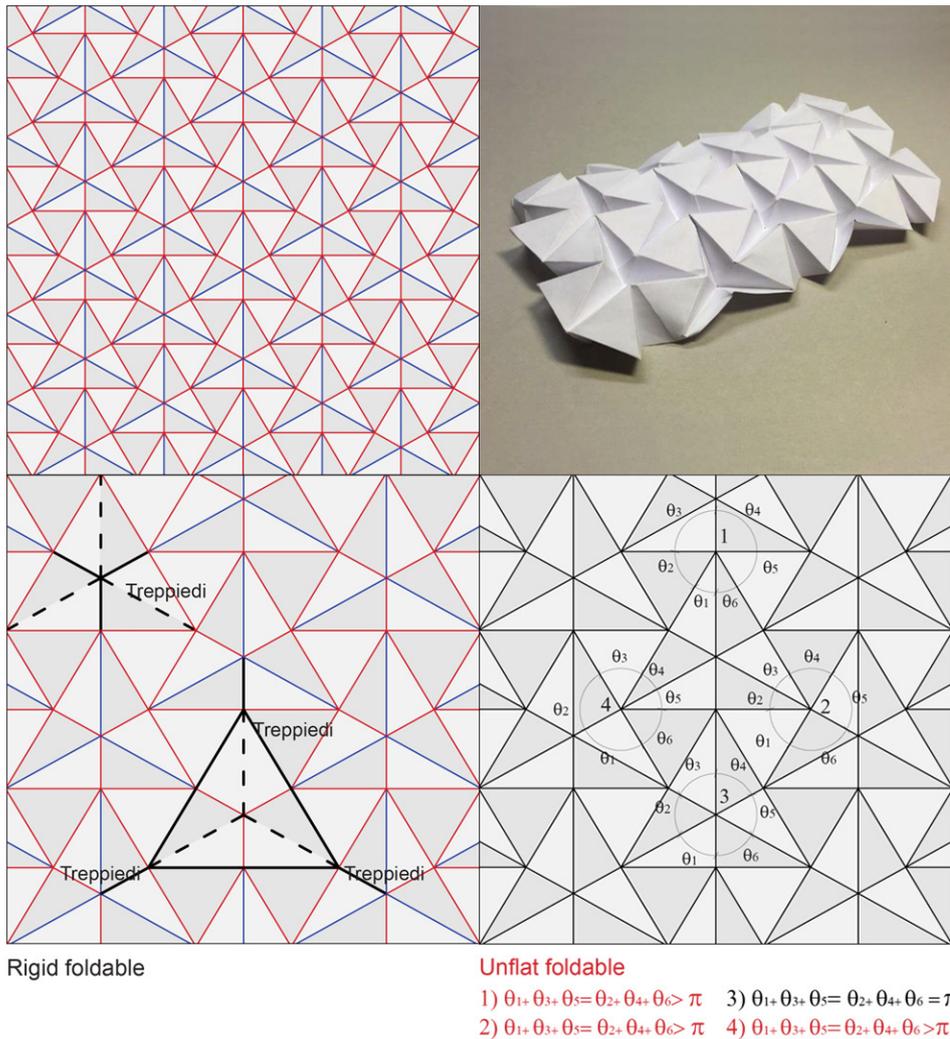


Figura 3.36: Ron Resch - base triangolare

Per quanto riguarda il pattern a base triangolare (figura 3.36), esso ha un comportamento simile nelle due direzioni del piano e risulta flessibile in tutti i tipi di sollecitazioni, nonostante non sia completamente piegabile. Durante la fase di piega esso può assumere forme con curvatura gaussiana positiva o nulla, a seconda delle proporzioni dei lati della geometria di partenza, sia esso quadrato o rettangolare.

Nonostante esso risulti piuttosto flessibile, può essere preso in considerazione per scopi strutturali grazie alla capacità di essere sviluppabile in presenza di superfici a doppia curvatura. Uno degli svantaggi maggiori può essere individuato nell'impossibilità di essere discretizzato in elementi regolari, come i nastri, a causa della periodicità lungo una sola direzione, il che implica anche un elevato dispendio di materiale nel caso in cui si parta da un foglio rettangolare.

Il Ron Resch a base quadrata (figura 3.37) si comporta in maniera molto simile alla versione triangolare. Anch'esso è molto flessibile per tutti i tipi di sollecitazione e risulta meno adatto a scopi strutturali rispetto alla variante triangolare per via della presenza di numerosi spigoli acuti.

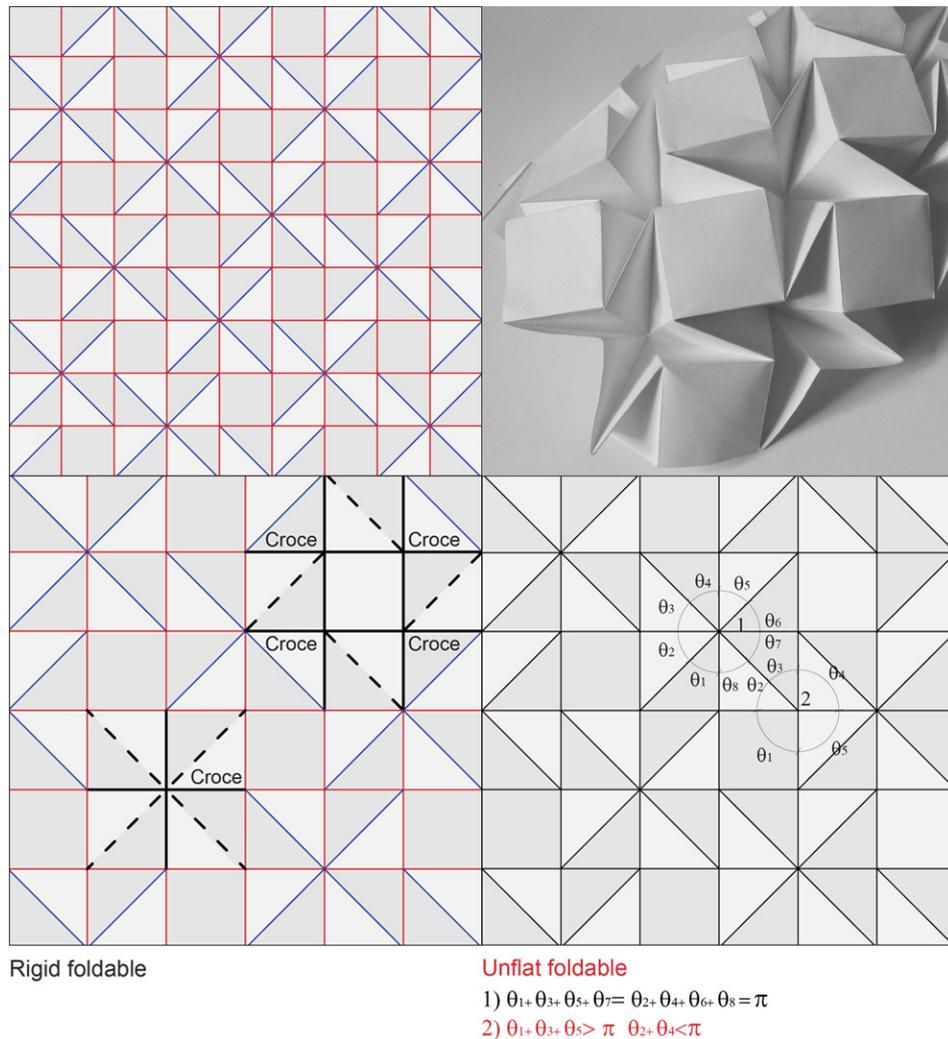


Figura 3.37: Ron Resch - base quadrata

• COMPENDIO

Tabella riassuntiva dei pattern fin qui analizzati e delle loro caratteristiche (in corsivo quelli adatti ad usi strutturali):

Tabella 3.2: Pattern Origami - Geometria

PATTERN	PERIODICITÀ	RIGID-FOLDABLE	FLAT-FOLDABLE
Square-twist	✗	✗	✓
Eggbox	2D	✓	✗
Miura-ori	2D	✓	✓
Equidistant-wave	✗	✓	✗
Diamond	2D	✓	✓
Diagonal	✗	✓	✓
Magic-ball	2D	✓	✓
Ron Resch	1D	✓	✗

### 3.5.2 La Scelta dei Pattern

Dopo aver analizzato i pattern Origami di interesse strutturale, segue la selezione dei pattern che presentino la migliore risposta a livello di performance meccaniche. La scelta si orienta su due pattern appartenenti a categorie differenti di Origami: il Miura-Ori, pattern periodico in due direzioni, rigid-foldable e flat-foldable e il Ron Resch triangolare, pattern periodico in una sola direzione, rigid-foldable ma non flat-foldable.

Le ragioni che spingono a selezionare questi due pattern sono di natura sia geometrica che strutturale. Infatti, se il Miura-ori ha la possibilità di essere piegato sia nel piano che nello spazio, il Ron resch, a causa della propria configurazione, ha la necessità di piegarsi fuori dal piano per assicurare che le facce non subiscano alcuna deformazione. Volendo confrontare i due pattern in termini di movimentazione nello spazio, nelle geometrie classiche, il Miura-Ori può assumere una sola configurazione, a sella, superficie a doppia curvatura gaussiana negativa, mentre il Ron Resch può giungere a diverse configurazioni, la volta a botte e superfici intermedie a doppia curvatura gaussiana positiva.

Le considerazioni appena descritte tengono conto di geometrie regolari, poiché tutti i pattern Origami hanno la possibilità, se modificati localmente, di essere "generalizzabili", ovvero di modificare la propria geometria di partenza per raggiungere una precisa forma predefinita. Esempi di questi casi verranno esposti sia per il Miura-Ori che per il Ron-Resch (cap.4.3.3, cap.4.3.5).

## 3.6 Miura-Ori Pattern

**I**l Miura-Ori è una struttura rigida periodica, formata da un numero variabile di cellule base, ognuna delle quali è composta da 4 parallelogrammi, i cui gdl sono definiti dalla relazione  $N - 3$ , dove  $N$  rappresenta il numero di pieghe che convergono in un vertice.

Geometricamente il Miura-ori si sviluppa secondo un pattern a "spina di pesce" (figura 3.38), che compare dall'unione seriale di creste convesse, o monti, e creste concave, o valli. I vertici sono formati dall'intersezione di 4 pieghe e 4 vertici contigui circondano facce di area uguale, disposti con inversione di simmetria.

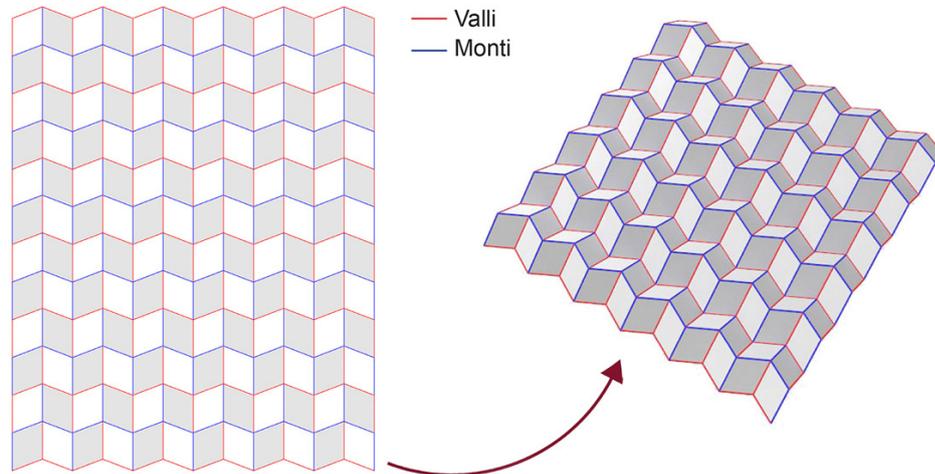


Figura 3.38: Geometria pattern Miura-ori

Più nello specifico, questo pattern definisce un reticolo descritto da enti rigidi: due lunghezze crinali e un angolo planare. Il componente che determina la piegatura del Miura-Ori è l'angolo diedro  $\vartheta$  fra due facce contigue, la cui variazione produce la deformazione cinematica della struttura, che da completamente piatta può giungere alla configurazione completamente richiusa.

L'idoneità del Miura-ori in applicazioni su strutture pieghevoli è da ricercare sia nel suo elevato grado di simmetria, rappresentato dalla sua periodicità, che in altre quattro importanti proprietà geometriche:

- nel piano, presenta un solo grado di libertà isometrico, concentrato nell'angolo diedro di ogni singola piega;
- nel piano, presenta un coefficiente di Poisson negativo, per cui durante la fase di piegatura, le dimensioni complessive del Miura-ori diminuiscono in entrambe le direzioni principali (figura 3.39);
- è una tassellazione rigid-foldable, per cui può essere isometricamente piegato partendo da una configurazione piatta aperta ad una piegata chiusa, mantenendo, in tutto il processo, le proprie facce completamente rigide;
- è una tassellazione flat-foldable, per cui nella configurazione completamente piegata tutte le facce del modello risultano complanari.

In letteratura è ben nota la caratteristica secondo cui questo sistema possiede un coefficiente di Poisson opposto tra la deformazione planare e quella fuori dal piano, indipendentemente dalle proprietà del materiale da cui è costituito. Infatti, per deformazioni planari il coefficiente è negativo, mentre per deformazioni flessionali, durante le quali si configura una situazione a sella (l'unica possibile fuori dal piano), mostra un coefficiente positivo. Si ritiene importante sottolineare che il

coefficiente di Poisson, nelle due situazioni, è opposto nel segno ma uguale nel valore.

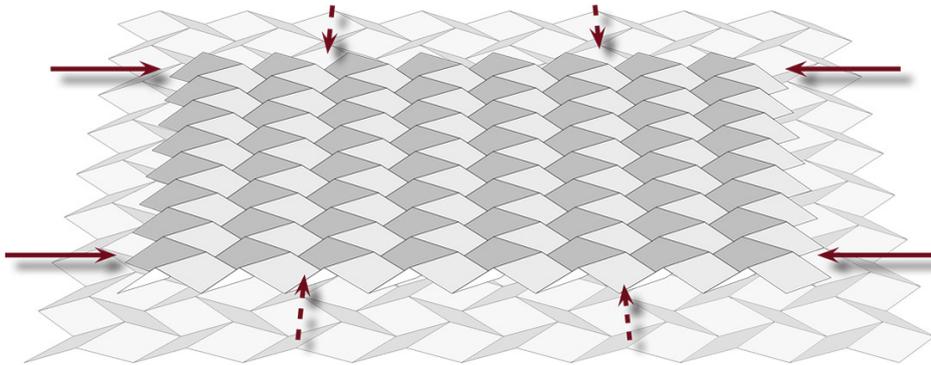


Figura 3.39: Coefficiente di Poisson per il Miura-ori

È stato dimostrato dal team capeggiato dal prof. Cheng Lv dell'Arizona State University di Tempe, che, nonostante nel processo di deformazione nel piano il coefficiente di Poisson sia negativo, in determinate condizioni e secondo un range definito di valori dell'angolo diedro  $\vartheta$ , esso può assumere valori positivi. (Che, 2014)

Dall'analisi del comportamento cinematico del Miura-ori, fra le strutture Origami più comuni, si evince che la movimentazione del pattern è legata esclusivamente alla geometria della singola cellula, caratterizzata dall'angolo di progetto interno alla faccia  $\alpha$ , dall'angolo diedro fra le facce  $\vartheta$  e dal vincolo di deformazione isometrica a tratti. Inoltre, dalle analisi effettuate si riscontra che l'effettiva rigidità flessionale della singola cellula, per le caratteristiche che la definiscono, permette di descrivere la deformazione bidimensionale di un piano in termini monodimensionali, vale a dire secondo le leggi che regolano elementi lineari, come le travi. (Che, 2014)

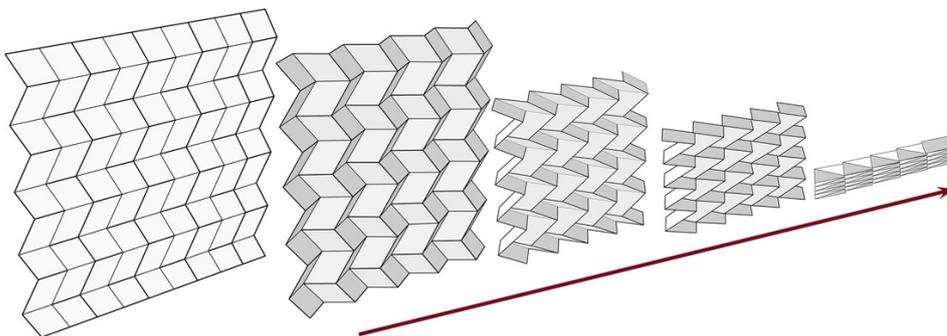


Figura 3.40: Movimentazione pattern Miura-ori

### 3.6.1 La Cellula Base

La cellula base del pattern Miura-ori è formata da 4 parallelogrammi congruenti posti a "spina di pesce" i cui bordi di contatto corrispondono a 3 pieghe di monte e una di valle, com'è mostrato in figura(3.41).

La cellula base può essere parametrizzata in diversi modi. Il metodo qui utilizzato ha come variabili i due lati del singolo parallelogramma, l'angolo acuto interno  $\alpha$  e l'angolo diedro  $\vartheta \in [0, \frac{\pi}{2}]$  tra i piani di giacitura delle facce e il piano  $xy$ ; le relazioni risulteranno:

$$H = a \cdot \sin \vartheta \sin \alpha \quad (3.8)$$

$$W = 2b \cdot \frac{\cos \vartheta \cdot \tan \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \vartheta \cdot \tan^2 \alpha}} \quad (3.9)$$

$$L = 2a \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 \alpha} \quad (3.10)$$

$$L' = b \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 \vartheta \cdot \tan^2 \alpha}} \quad (3.11)$$

$$\tan \varepsilon = \cos \vartheta \cdot \tan \alpha \quad \sin \varphi = \sin \vartheta \cdot \sin \alpha \quad \cos \alpha = \cos \varepsilon \cdot \cos \varphi \quad (3.12)$$

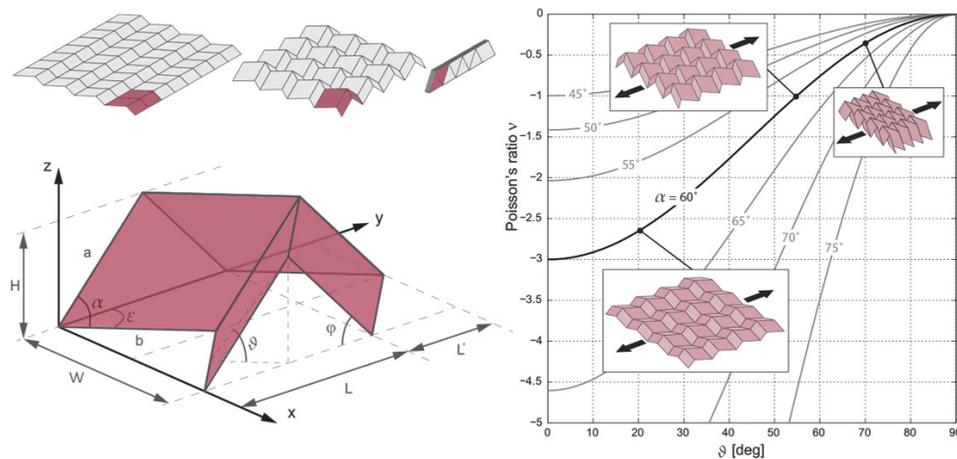


Figura 3.41: Miura-ori - cellula base

source: Schenk, 2013

Adesso, si consideri il Miura-ori come un guscio sottile, formato dall'unione di  $n$  cellule base, in cui la variazione dell'angolo di piega locale va ad alterare il comportamento globale della struttura. Pertanto, la cinematica globale è funzione dipende dalla deformazione delle singole pieghe, le quali sono in grado di produrre dei risultati meccanici inaspettati e affascinanti.

Come già detto più volte, modellato come un Origami a facce quadrangolari rigide, il Miura-ori può muoversi esclusivamente nel piano presentando un coefficiente di Poisson negativo secondo la relazione  $\nu_p = -\tan^2 \varepsilon$ . Al contrario, volendo considerare le deformazioni fuori dal piano, ci si accorge come le uniche configurazioni possibili sono la sella e l'hypar (porzione di sella) in base alle modalità di applicazione delle sollecitazioni e il coefficiente di Poisson diventa positivo ed opposto a quello del caso planare:  $\nu_s = \tan^2 \varepsilon = -\nu_p$ .

(Sch, 2013)

### 3.6.2 La Generalizzazione

Con il verbo *generalizzare* si intende quell'atto di rendere generale un qualcosa che prima, al contrario, era specifico, applicare cioè ad un gruppo ciò che prima apparteneva ad un singolo. In quest'ambito, il processo di generalizzazione applicato ad un pattern Origami riguarda la ridefinizione della geometria di partenza per poter plasmare a piacimento la forma spaziale che si desidera raggiungere, in corrispondenza di un dato valore dell'angolo di piega.

In questi termini, è possibile raggiungere qualsiasi configurazione spaziale solamente modificando i rapporti fra lati ed angoli della geometria di base. Così facendo, viene meno la periodicità del pattern e si inseriscono delle discontinuità che ne condizionano il piegamento. Tali discontinuità possono essere localizzate in precisi punti, ripetute con regolarità oppure totalmente casuali.

Diverse sono le ricerche che hanno interessato la generalizzazione dei pattern Origami. La più interessante è quella condotta da Tachi, riguardo la generalizzazione sia del Miura-ori che del Ron Resch. Nel primo caso egli descrive due differenti metodi geometrici, uno semplificato per le figure cilindriche e uno più articolato per le superfici free-form (figura 3.42).

Il problema generale è così posto:

(Ta, 2016)

*Data una superficie continua  $S$  in  $\mathbb{R}^3$  con bordo omeomorfo, esiste una tassellazione Miura-ori generalizzata che approssima la superficie  $S$  con un errore minimo  $\epsilon$ , che rimanga rigida per tutto il movimento e mantenga la caratteristica di flat-foldability?*

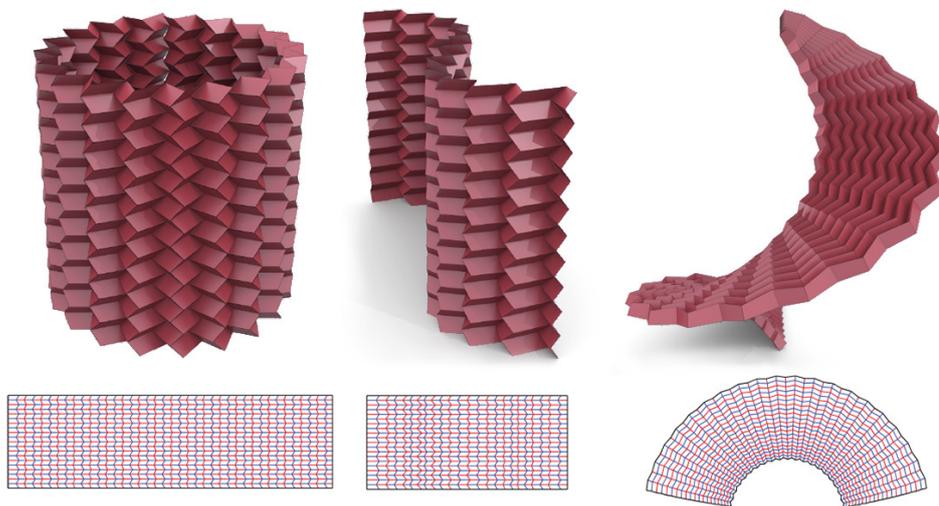


Figura 3.42: Miura-ori generalizzato

source: Tachi, 2016

#### 3.6.2.1 Superfici Cilindriche

Le superfici cilindriche non sono altro che superfici generate dall'estrusione rettilinea secondo le generatrici di un profilo curvo o spezzato, la direttrice.

Mentre il profilo della direttrice è indifferente ai fini della ricerca del pattern corrispondente, è essenziale che l'andamento delle generatrici sia rettilineo e che, di conseguenza, tutte le generatrici siano parallele. Questo metodo dà la possibilità di approssimare una figura cilindrica assicurando la planarità delle facce quadrilatera del Miura. Di conseguenza, si comprende come, attraverso la generalizzazione, si sia in grado di giungere a configurazioni fuori dal piano più libere, non possibili con il classico Miura-ori. Ciò accade senza la necessità di ricorrere alla piega aggiuntiva all'interno delle facce quadrangolari poiché non sono soggette ad alcuna deformazione (figura 3.43).

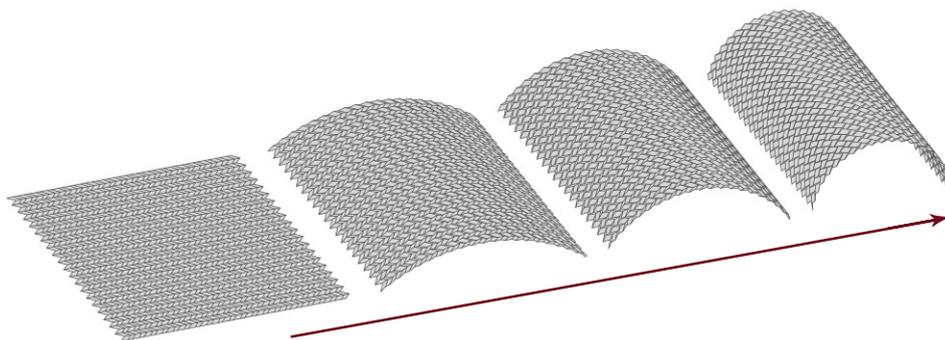


Figura 3.43: Movimentazione pattern Miura-ori curvo

La superficie da approssimare è  $S_{(s,\lambda)} = \gamma_{(s)} + \lambda \vec{z}$  dove  $\gamma_{(s)}$  è la curva direttrice planare e  $\vec{z}$  rappresenta il vettore della generatrice. Si parte con approssimare la curva generica  $\gamma_{(s)}$ , nel piano, con una curva  $\gamma'_{(s)}$ , lineare a tratti, che passi attraverso gli  $n$  nodi  $P_i$  in cui è suddivisa  $\gamma_{(s)}$ . Si continua scegliendo  $n$  punti  $P'_i$  esterni a  $\gamma_{(s)}$  dallo stesso lato rispetto a  $\gamma'_{(s)}$ , così come è mostrato in figura (...). Si collegano con una spezzata i punti  $P_i$  e  $P'_i$  facendo attenzione a mantenere l'alternanza del tipo:  $P_{i-1} \rightarrow P'_{i-1} \rightarrow P_i \rightarrow P'_i \rightarrow P_{i+1} \rightarrow P'_{i+1}$  e così via. Una volta costruita la curva spezzata  $\omega_{(s)}$  è necessario considerarne un offset alternato nella direzione ma costante nella misura  $d$ , tale che l'offset dei tratti  $P_i P'_i$  sia verso l'interno di  $\gamma''_{(s)}$ , mentre quello dei tratti  $P'_i P_{i+1}$  sia verso l'esterno di  $\omega_{(s)}$ . Si viene così a creare una seconda linea spezzata  $\omega'_{(s)}$  i cui punti di intersezione saranno  $P''_i$  e  $P'''_i$ . Per concludere la costruzione planare è necessario collegare i punti delle due curve spezzate  $\omega_{(s)}$  e  $\omega'_{(s)}$  in modo che risulti:  $P_i \rightarrow P''_i$  e  $P \rightarrow P'''_i$  come in figura (...), fino ad ottenere segmenti che corrispondono alle creste di superficie del pattern finale generalizzato.

Ultimata la costruzione planare, per rendere tridimensionale il pattern è sufficiente spostare lungo la direzione definita dal vettore  $\vec{z}$  tutte le linee della spezzata  $\omega'_{(s)}$ , ad una distanza pari a  $\frac{\lambda}{t} \vec{z}$  dove  $t \in \mathbb{N}$ . Infine, sarà sufficiente riproporre lo stesso procedimento nel verso opposto  $-\vec{z}$  e la singola fascia del Miura-ori generalizzato sarà conclusa. Per ultimare il pattern generalizzato è sufficiente ripetere lungo  $\vec{z}$  la fascia appena realizzata  $\frac{t}{2}$  volte.

La libertà nella costruzione di questa tipologia di Miura-ori generalizzato è molto elevata, poiché numerose sono le ipotesi arbitrarie: dalla scelta del numero e della distanza dei punti  $P_i$  su  $\gamma_{(s)}$ , alla posizione dei punti  $P'_i$ , alla distanza dell'offset  $d$ , alla direzione  $\vec{z}$ , fino alla quantità  $t$  delle fasce di Miura-ori.

Com'è facilmente comprensibile, l'errore dell'approssimazione della superficie  $S_{(s,\lambda)}$  risiede principalmente nell'accuratezza della discretizzazione della curva  $\gamma_{(s)}$ , poiché la distanza dei punti  $P_i$  è direttamente proporzionale all'entità dell'errore  $r$ : maggiore sarà la distanza tra questi punti più la curva  $\gamma'_{(s)}$  si discosterà dalla direttrice  $\gamma_{(s)}$ .

Tachi, infine, dimostra come il pattern al contempo rigid-foldable e flat-foldable, sfruttando la simmetria di ogni fascia.

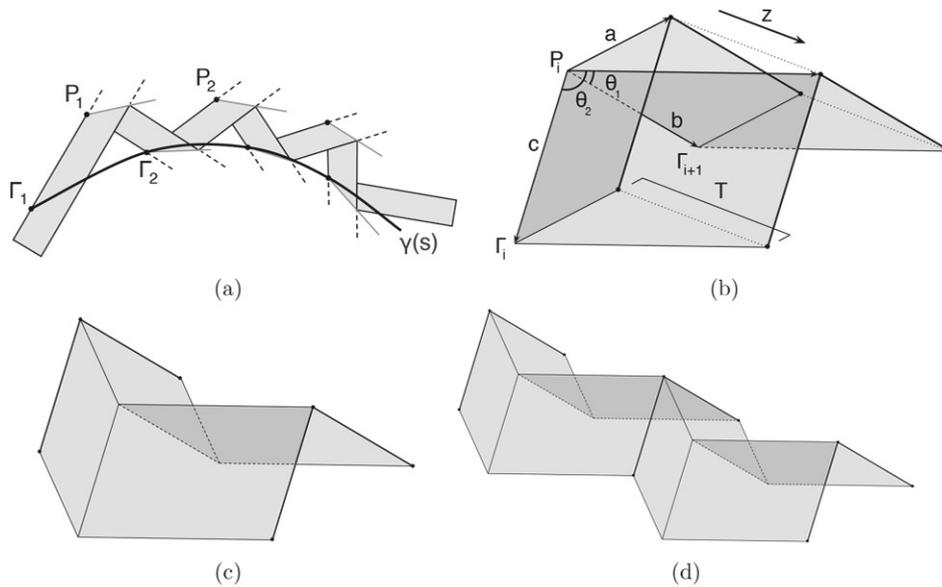


Figura 3.44: Miura-ori generalizzato cilindrico

source: Tachi, 2016

### 3.6.2.2 Free-from

Il secondo metodo di risoluzione riguarda qualsiasi superficie curva, senza alcun vincolo di curvatura o restrizione geometrica. Questo metodo è completamente differente dal precedente, poiché tutte le facce del Miura-ori diventano triangoli, soluzione che evita la deformazione dei parallelogrammi.

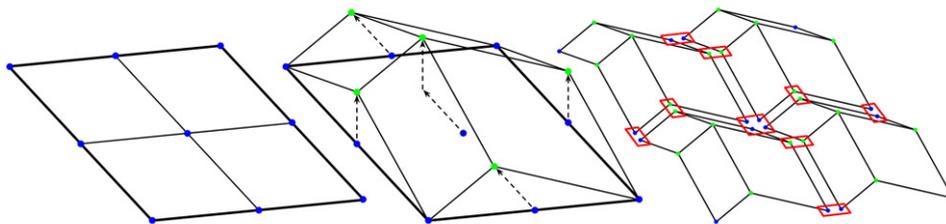


Figura 3.45: Miura-ori generalizzato free-form

source: Tachi, 2016

Tachi propone un algoritmo di ottimizzazione numerico secondo cui una generica superficie  $S$  viene discretizzata seguendo una determinata tassellazione di mesh quadrilatera in modo da soddisfare sia il vincolo di planarità di ogni faccia che quello di sviluppabilità di ogni vertice interno.

Dalla discretizzazione delle due famiglie di curve generate dalla parametrizzazione della generica superficie regolare  $S$ , si ottiene la cosiddetta *base mesh*, maglia poligonale formata da facce quadrilatere ognuna con un proprio sistema di riferimento locale  $xyz$ . Per ognuna di queste facce, si considerino nove punti: i quattro spigoli, il punto medio di ogni lato e il baricentro geometrico. Si procede modificando la posizione di questi punti per comporre la cellula base del Miura-ori in modo che i quattro spigoli,  $A_1, A_2, A_3$  e  $A_4$ , restino fissi nella posizione iniziale (solo gli unici punti di contatto con la superficie  $S$ ), i punti medi di due lati opposti,  $B_1$  e  $B_2$ , si spostino lungo  $\vec{z}$  di una distanza  $d_1$ , i punti medi dei restanti lati,  $C_1$  e  $C_2$ , si spostino lungo  $\vec{y}$  di una distanza  $d_2$  e il baricentro  $G$  si sposti lungo  $\vec{z}$  di una distanza  $d_1$  e lungo  $\vec{y}$  di una distanza  $d_2$ , così da assicurare l'uguaglianza degli angoli  $A_1\hat{C}_1A_2 = B_1\hat{G}B_2 = A_4\hat{C}_2A_3$  e  $A_1\hat{B}_1A_4 = C_1\hat{G}C_2 = A_2\hat{B}_2A_3$ .

La costruzione di ogni cellula base si riferisce al sistema di riferimento locale di ogni faccia, di conseguenza, ad eccezione degli spigoli, che restano fissi, i punti di contatto tra le varie cellule non corrisponderanno. Per rimediare a questo errore locale è necessario ricorrere ad un'approssimazione: per ogni punto di contatto  $B_{1i}, B_{2i}, C_{1i}$  e  $C_{2i}$  tra due cellule, si considera la media tra due punti adiacenti.

Come per il caso della generalizzazione delle superfici cilindriche, anche per le free-form l'entità dell'errore  $r$  è direttamente proporzionale all'accuratezza della discretizzazione: più piccole saranno le singole facce quadrilatere e minore sarà la distanza tra i punti delle cellule e, pertanto, più accurata sarà la forma finale.

### 3.7 Ron Resch Pattern

**I**l Ron Resch è una struttura rigida periodica solo lungo una direzione, formata dalla ripetizione di una cellula base costituita dall'alternanza di triangoli o quadrati interni ed esterni. In particolare, in questa sede verrà analizzata esclusivamente la variante triangolare.

Ronald Dale Resch, artista e matematico, esperto di geometria applicata a scienze informatiche, nonché inventore del particolare pattern che porta il suo nome, durante la sua lunga carriera, oltre a produrre diverse opere d'arte di grande impatto estetico, ha sperimentato numerose soluzioni Origami. In particolare, è stato uno fra i primi ad esplorare le potenzialità delle applicazioni in architettura delle tassellazioni tridimensionali negli anni '60.

Il pattern Ron Resch (figura 3.46) risulta molto flessibile poiché in ogni vertice esterno si incontrano 5 pieghe, mentre in quelli interni ne convergono 6. La grande peculiarità sta proprio nel fatto di poter essere plasmato per poter simulare qualsiasi forma. Questa estrema flessibilità paga a livello meccanico poiché perde in termini di rigidezza globale: la sovrapposizione progressiva dei triangoli interni provoca una condizione di instabilità locale elevata e un problema costruttivo di non facile risoluzione. Tuttavia, se considerassimo il pattern Ron Resch nella sua configurazione completamente chiusa sottoposto a carichi perpendicolari al piano d'appoggio, esso risulterebbe molto rigido e sorprendentemente resistente ad elevati carichi. L'unico problema è limitato alla deformazione locale concentrata nei punti d'appoggio poiché essi non hanno un supporto distribuito.

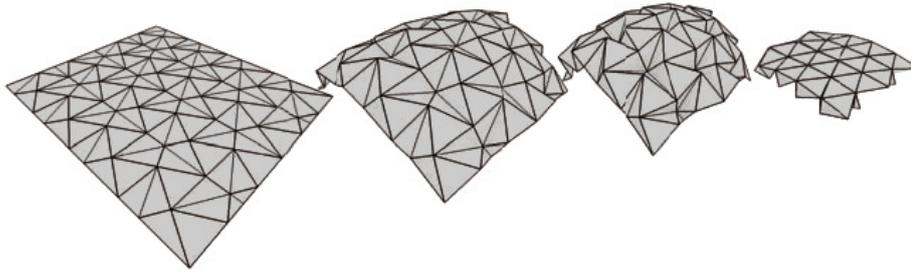


Figura 3.46: Ron Resch pattern

Esperimenti in tal senso sono stati fatti da Cheng, il quale ha indagato la portanza di questo pattern sottoposto a carichi verticali in diverse configurazioni: lo stato cilindrico sottoposto a carichi di compressione lungo il proprio asse, lo stadio di piegatura intermedio a doppia curvatura gaussiana positiva e lo stato finale completamente piegato.

La grande particolarità di questo pattern sta proprio nel meccanismo di piega. Infatti, la configurazione geometrica di base è tale da permettere una movimentazione rigida esclusivamente attraverso un piegamento fuori dal piano. In sostanza, partendo da un foglio piatto, non appena vengono azionati i contributi rotazionali delle cerniere poste all'interno delle pieghe, ciascun triangolo ad ogni step giace su un piano diverso, non parallelo né a quello dei triangoli adiacenti e neppure a quello degli step precedenti.

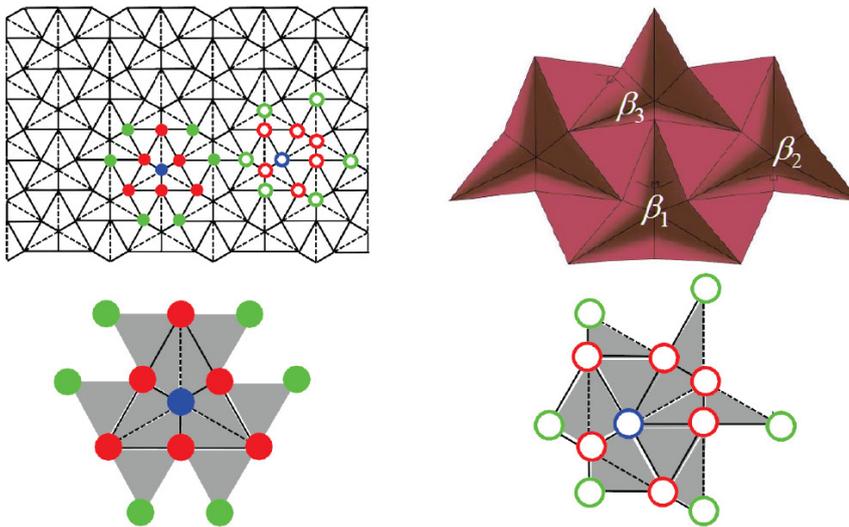


Figura 3.47: Ron Resch - Cellula base

source: Cheng, 2014

### 3.7.1 La Cellula Base

La cellula base del Ron Resch è costituita da sei triangoli equilateri esterni, così chiamati poiché restano nella parte esterna del pattern per tutta la durata della movimentazione, e da altri sei triangoli rettangoli interni, chiamati in questo modo poiché nella configurazione finale si vanno a sovrapporre e a scomparire al di sotto

del pattern. La figura(3.47) mostra la condizione planare della cellula base in cui le linee continue rappresentano le pieghe di monte e quelle tratteggiate le pieghe a valle. Il baricentro della cellula base allo stadio iniziale corrisponde al punto di appoggio della stessa al momento del massimo piegamento.

La configurazione spaziale del Ron Resch è descritta da tre angoli diedri, come mostrato in figura(3.47):  $\beta_1$  corrisponde all'angolo di una piega a monte tra un triangolo esterno ed uno interno,  $\beta_2$  corrisponde all'angolo di una piega a monte tra due facce interne e  $\beta_3$  corrisponde all'angolo di una piega a valle tra due facce interne. Ognuno di questi angoli ha un dominio che varia da 0 a  $\pi$  e, in particolare, nella configurazione iniziale si ha  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \pi$ , mentre nella configurazione finale  $\beta_1 = 0$ ,  $\beta_2 = \frac{2}{3}\pi$  e  $\beta_3 = \frac{\pi}{2}$ .

---

**Parte II**

**ANALISI**



## Capitolo 4

# La Morfogenesi

## 4.1 La Progettazione Parametrica

La crescente complessità progettuale, caratteristica intrinseca dell'architettura contemporanea, negli ultimi anni è stata affiancata dallo sviluppo di sofisticati sistemi digitali di supporto. Infatti, vi è stata un'evoluzione dell'approccio strategico alla progettazione edilizia durante gli ultimi anni del secolo scorso: da un'iniziale condizione in cui gli strumenti di sussidio alla progettazione erano finalizzati essenzialmente alla gestione del *complesso*, si è passati a modelli in grado di interpretare questa complessità.

Il mutuo rapporto tra la teoria architettonica e il mondo digitale ha consentito di estendere rapidamente l'utilizzo del computer, che da semplice strumento produttivo finalizzato alla velocizzazione delle operazioni, si è evoluto in un sistema di controllo maturo, capace di dar vita a nuove sperimentazioni formali.

(Ly, 2009)

*"L'architettura digitale si serve della cibernetica per generare forme che non sono altro che calcolo"*

Dal controllo della *forma* in tempo reale tramite regole matematico-geometriche, semplici o complesse che siano, è possibile generare scenari formali estremamente differenti da quelli classici fondati sull'esperienza materiale consolidata nel tempo. Tuttavia, nonostante questo approccio possa sembrare apparentemente improntato sulla forma, presenta fondamenta che risiedono nelle intime relazioni tra le parti: più il sistema è diviso in parti elementari, maggiore è la sua complessità.



Figura 4.1: Esempi dell'applicazione della progettazione parametrica

Yas Hotel, Pike Loop, Space Pavilion, Plaza de la Encarnacion, Padiglione Britannico

La possibilità di osservare in modo istantaneo e realistico ciò che la mente immagina raggiunge, adesso, nuove prospettive affiancando al software digitale tecnologie che permettono la creazione di prototipi dettagliati e realistici. In quest'ottica, la fase ideativa e quella realizzativa, fino ad ora molto distanti fra loro, sono in grado di interagire, rendendo il processo progettuale parte integrante della sperimentazione, la quale si muove in ambiti prima d'ora impensabili. Questo nuovo approccio progettuale prende il nome di *progettazione parametrica*.

La progettazione parametrica è applicabile a tutti i diversi gradi del progetto: dalla fase creativa e di esplorazione della forma dell'edificio, allo sviluppo di componenti adattive, fino al controllo della fabbricazione digitale dei vari componenti.

Per tutta la durata della fase progettuale, questo strumento semplifica la gestione degli elaborati convenzionali che automaticamente si adattano ai cambiamenti delle configurazioni del progetto.

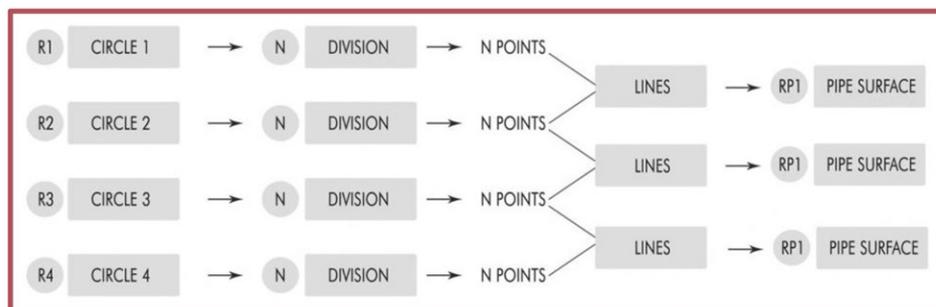


Figura 4.2: Esempio di algoritmo parametrico

In realtà, dovendo gestire l'intero iter progettuale, la parametrizzazione va ad incrementare la complessità del sistema sia in termini di operatività progettuale che di interfaccia, poiché il progettista non si ferma a modellare l'oggetto a cui sta lavorando, ma sviluppa un sistema concettuale in grado di regolare le variazioni. La parametrizzazione risulta, così, avere effetti sia positivi che negativi. Difatti, se da un lato la progettazione parametrica semplifica la traduzione dell'idea concettuale in qualcosa di concreto, facilita la gestione delle forme e delle modalità di fabbricazione delle stesse, riduce le complessità legate a nuove soluzioni alternative in termini di tempo e di risorse, dall'altro, al contrario, richiede sforzi elevati in fase preventiva, poiché fa incrementare la fase computazionale, necessita infatti di risorse specifiche tecnologicamente avanzate, fa aumentare la complessità nel prendere specifiche decisioni e fa accrescere il numero dei fattori in gioco.

E' opportuno precisare che l'utilizzo del computer non è circoscritto esclusivamente alla ricerca formale, bensì è funzionale alla definizione di uno schema interpretativo della complessità e alla possibilità di integrare in un unico modello variabili eterogenee: geometriche, di ottimizzazione strutturale e costruttiva, energetiche, economiche, di gestione delle diverse fasi, ecc... D'altronde, l'ottimizzazione del rapporto forma-struttura, la gestione di complessi meccanismi adattivi e il risparmio energetico sono temi distintivi del linguaggio architettonico contemporaneo, il cui codice generativo è espresso da formulazioni matematiche che, per quanto complesse possano apparire, semplificano l'articolato iter gestionale che si genera. Per esempio, i nuovi strumenti di progettazione parametrica aprono oggi gli orizzonti a molteplici forme d'utilizzo dei materiali tradizionali attraverso un processo di aggiornamento che li rende più aderenti alle istanze della contemporaneità ed economicamente competitivi con i comuni sistemi costruttivi moderni.

Nonostante, apparentemente, possa sembrare che la generazione delle forme affidata all'architettura parametrica e basata su algoritmi comporti un certo svilimento della componente *poetico-creativa* a favore della distaccata di forme digitali, essa non realizza altro che un'estensione della concezione secondo cui i tradizionali presupposti spaziali di matrice razionalista vengono sostituiti dalla libertà d'espressione, libera da vincoli e restrizioni: lo spazio architettonico

cartesiano e la geometria euclidea sono sostituiti da superfici topologiche continue, dinamiche, fluide. Il classico approccio basato sulle distinzioni perde di senso, a vantaggio delle interconnessioni e dell'interazione fra le parti.

#### 4.1.1 I Pionieri

Nonostante la parametrizzazione sia entrata a far parte dell'approccio progettuale solo negli ultimi anni grazie all'enorme sviluppo tecnologico ed informatico, i primi esperimenti in questa direzione sono avvenuti già a metà del secolo scorso. Alcuni fra i maggiori esponenti dell'architettura italiana del '900 si sono cimentati nella ricerca di metodi in grado di parametrizzare i vari processi progettuali e di semplificare la fase costruttiva.

L'eccezionale contributo offerto da queste figure ha valenza sia a livello concettuale, essendo i pionieri di un nuovo modo di pensare ed approcciarsi all'architettura, che a livello pratico, poiché con i limitati strumenti di quel tempo sono stati in grado di compiere calcoli impensabili per l'epoca.

- LUIGI MORETTI

Uno fra i primi a parlare di architettura parametrica fu senz'altro Luigi Moretti (1906-1973), il quale, insieme al matematico Bruno De Finetti, produsse diversi progetti (stadi di calcio, da tennis e per il nuoto) in totale opposizione alle convenzioni topologiche del tempo, ma perseguendo l'idea di generare la forma attraverso rigorose relazioni geometriche tra parametri misurabili, legati soprattutto alla funzione e a coloro che avrebbero dovuto usufruire dell'impianto. In quest'ottica, per Moretti *"i parametri e le loro interrelazioni divengono il codice di un nuovo linguaggio architettonico"*; la struttura, così, perde l'originale e rigoroso significato di mero sostegno statico, ma viene investita da un nuovo significato funzionale.

(Ne, 1960)

Secondo Moretti *"Alla determinazione dei parametri e delle loro relazioni, dovrebbero coadiuvarsi le tecniche e le strumentazioni del pensiero scientifico più attuali, in particolar modo la logica-matematica e soprattutto la ricerca operativa e computazionale, per la possibilità che danno di esprimere in serie cicliche autocorrettive le soluzioni probabili dei valori dei parametri e delle loro relazioni"*. Si comprende come, già al suo tempo, Moretti era consapevole delle potenzialità degli strumenti digitali e delle possibilità che questi strumenti avrebbero potuto dare alla progettazione, ormai non più legata a costrizioni geometrico-formali, ma svincolata ad esprimersi in una libertà controllabile.

- SERGIO MUSMECI

Negli stessi anni, l'ingegnere Sergio Musmeci, altro grande esponente del Novecento italiano, ribaltò l'approccio tradizionale al calcolo strutturale. Per tutta la carriera, egli perseguì con tenacia l'idea della "forma come incognita", che ebbe come massima espressione l'inedita struttura a ponte realizzata sul Basento a Potenza. L'importanza del contributo di Musmeci risiede nel tentativo di reinterpretare il problema strutturale fino ad allora seguito, la cui soluzione era basata sostanzialmente su metodi codificati di dimensionamento e verifica degli elementi predefiniti (piloni, travi, archi). Avendo individuato, per la Scienza delle Costruzioni, la necessità di *"sviluppare una vera e propria teoria delle forme, interamente"*

basata sulle enormi potenzialità di trattamento delle informazioni offerte dai calcolatori elettronici”, Sergio Musmeci compì un’inversione del processo progettuale, ovvero abbandonò la forma preventiva, definita a priori.

L’approccio innovativo del suo pensiero risiede proprio nella ricerca della forma, la quale non è più il punto di partenza, ma diventa il punto di arrivo: “La forma è l’incognita, non le tensioni”.

Musmeci studiò il regime di forze che agiscono sulla struttura e attraverso delle sperimentazioni su film saponati e sulle membrane tese giunse alla forma, risultato della parametrizzazione delle tensioni.

- PIER LUIGI NERVI

Il personaggio che, con molta probabilità, ha contribuito più di altri alla definizione di un approccio innovativo è Pier Luigi Nervi. Già nell’agosto 1943, in un articolo della rivista “Architettura”, egli affermò: *“L’ Architettura subirà un vero bagno purificatore dal quale sarà riportata a quei fondamentali principi di sobrietà, di funzionalismo statico e costruttivo, che ne hanno prodotto in ogni tempo e presso ogni popolo le più elevate ed imperiture realizzazioni. Tutto quanto non è strettamente necessario verrà abolito; quello che è necessario sarà ottenuto con i più economici sistemi costruttivi e con il minimo impiego dei materiali; la bellezza sarà ricercata e raggiunta attraverso l’armonia delle forme e l’equilibrio delle proporzioni e volumi, fattori questi che, per fortuna, non costano, e dipendono solo dalla sensibilità e capacità artistica dei loro ideato”* (Ne, 1943)

Confrontando il metodo di progettare nerviano con quello tipico dei progettisti contemporanei, oltre alle naturali differenze tecnologiche, è possibile individuare dei fili di continuità evolutiva tra le loro opere e quelle di Nervi. Egli infatti è stato in grado di costruire preliminarmente, progetto per progetto, il quadro economico, tecnologico e sociale del cantiere che attualmente costituisce il riferimento delle scelte progettuali più consapevoli. Questa, di conseguenza, è la prova che la lezione di Nervi riguarda essenzialmente il metodo, piuttosto che le rivelazioni formali o strutturali.

Pier Luigi Nervi conosceva le relazioni fra la geometria descrittiva e le equazioni analitiche che governano il flusso delle forze attraverso la struttura e, soprattutto, era in grado di metterle in pratica. Nonostante non fossero regolate da parametri, come accade nel caso dell’architettura parametrica, egli fu in grado di padroneggiarle per dar vita a soluzioni costruttive che ancor oggi è possibile apprezzare.

#### 4.1.2 Un Nuovo Indirizzo di Ricerca

Le intuizioni di Moretti, Musmeci e Nervi mostrano evidenti segni di affinità con un nuovo indirizzo di ricerca che, a partire dagli anni ’60, caratterizza l’intera avanguardia architettonica. Secondo questa corrente di pensiero innovativa, l’immagine non definisce più l’idea di partenza di un’opera, ma viene sostituita dal *processo*, che rifiuta la descrizione della forma finale dell’oggetto architettonico per indagare il sistema complesso delle *relazioni* fra le sue parti.

L’approccio procedurale ha acquisito sempre più importanza negli ultimi anni: basti pensare ai diagrammi di trasformazione di Eisenmann, ai dipinti di Zaha Hadid e ai progetti di Rem Koolhaas. L’affermazione di questo concetto, quindi,

non è legata alla diffusione del computer in ambito progettuale, anzi, la precede. Grazie alle sperimentazioni di Eisenmann, Koohlaas, Hadid (ed altri...) assistiamo al passaggio dal concetto di *tipo* (forma finita) a quello di *diagramma* (sistema di relazioni).

Fino a che la realizzazione dei progetti non esige il supporto del digitale, ogni sperimentazione sulla relazione tra le parti avveniva ricorrendo a strumenti di rappresentazione e di calcolo. E' soltanto con l'accrescimento della complessità progettuale che, a partire da un'ideazione di tipo tradizionale, si rese necessaria l'implementazione di sistemi avanguardistici. L'esempio più noto risale al 1997 a Bilbao, dove l'architetto statunitense Frank Gehry progettò l'avveniristico Museo Guggenheim, progetto con il quale avvenne il cosiddetto *trasferimento tecnologico*, ovvero, la definitiva liberalizzazione della modellazione 3D per la progettazione architettonica.

Nell'ultima decade si sta avvenendo un ulteriore sviluppo tecnologico. Esso riguarda la possibilità di introdursi nella definizione dei software di modellazione, tramite lo scripting, potendo così offrire la possibilità di applicare i principi teorizzati da anni ma, difficilmente implementabili attraverso gli strumenti a disposizione al tempo.

I software parametrici forniscono al progettista, figura che può spaziare dal designer all'urbanista, la libertà di controllare l'insieme dei numerosi dati assegnati, attraverso algoritmi capaci di gestire numerosi parametri contemporaneamente. In particolare, l'utilizzo congiunto di nuove tecniche di simulazione virtuale e di strumenti per il form-finding, ha condotto negli ultimi anni ad un movimento strettamente interconnesso alla ricerca di soluzioni innovative per la progettazione.

Nel calcolo parametrico, ogni caratteristica, dalla posizione, alla geometria, al materiale di ogni elemento architettonico può essere associata o essere in relazione di causa-effetto con qualsiasi altra caratteristica di qualsiasi altro elemento del progetto. Il progettista inventa e formula correlazioni di regole simili a quelle che governano la natura.

## 4.2 Gli Strumenti

**I**ndividuare la metodologia ideale per modellare ed ottimizzare le strutture piegate è parte cruciale di questo studio. La ricerca della forma più adatta alle varie esigenze non è di semplice conseguimento, come accade per le strutture a membrana o a guscio. Infatti, se per queste ultime lo scopo dell'ottimizzazione è quella di ricondurre tutte le sollecitazioni quanto più possibile, a quelle di pura trazione e compressione, riducendo al minimo la flessione, non è possibile fare lo stesso discorso per le strutture pieghevoli. In questo caso, al contrario, il comportamento strutturale non dipende tanto dalla posizione del materiale, quanto più dalle caratteristiche geometriche del pattern di base.

Per le strutture pieghevoli, il termine *ottimizzazione* si riferisce alla modifica della geometria base del pattern. Questo processo di trasformazione può avvenire intervenendo sia sugli angoli interni delle facce  $\alpha_i$ , che sugli angoli di piegatura  $\vartheta_i$ . Ciò che regola la velocità del processo di piegamento, invece, è l'elasticità delle

pieghe. Pertanto, essa può essere ottimizzata variando la rigidità delle cerniere cilindriche con cui le pieghe vengono modellate.

Vengono di seguito indicati gli strumenti, digitali e non, utilizzati nella fase di form-finding e genesi dei diversi pattern, che saranno oggetto di analisi nei prossimi capitoli.

### 4.2.1 Software Parametrici

Sul mercato sono presenti diversi software in grado di gestire modelli parametrici di strutture pieghevoli, alcuni dei quali specializzati nella modellazione di tassellazioni con pattern origami. Uno fra questi è Origamizer, sviluppato da Tomohiro Tachi dell'Università di Tokyo (cap.(3.1.1)), che permette di manipolare i pattern di base, piegarli e gestire la geometria in differenti modalità.

In quest'ambito, tuttavia, per consentire un'accurata interazione fra i vari programmi di genesi, analisi e prototipazione è necessario fare ricorso ad altri strumenti CAD (Computer-Aided Design).

- RHINOCEROS - Robert McNeel & Associates

Rhinoceros, o più comunemente Rhino, è un software di modellazione tridimensionale di tipo NURBS. Rhino contiene una vasta serie di strumenti che danno la possibilità di modellare con precisione e di generare modelli sui quali condurre successive operazioni di renderizzazione, animazione, drafting, analisi strutturale e fabbricazione.

Le NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) sono delle rappresentazioni matematiche di geometria 3D, che possono definire qualsiasi forma, dalla configurazione dei solidi tradizionali alle free-form. Al contrario delle approssimazioni con mesh, la rappresentazione NURBS, avendo una definizione precisa e ben nota, richiede una quantità di informazioni minima; di conseguenza, i tempi di elaborazione e di sviluppo risultano inferiori alla rappresentazione discreta.

Di per sé, Rhino non permette la gestione parametrica delle geometrie, poiché il controllo e la modifica di geometrie complesse implica tempi di elaborazione troppo lunghi. Per ovviare a questo problema, sono stati elaborati diversi strumenti parametrici in aggiunta (plug-in) al software.

- GRASSHOPPER - Robert McNeel & Associates

Grasshopper è un plug-in di Rhinoceros. Rappresenta uno dei più potenti e più diffusi strumenti parametrici per la generazione ed il controllo di geometrie complesse di tipo *visual*. Il concetto *visual* riguarda la modalità con cui avviene la programmazione. Infatti, al contrario dei classici software di programmazione, basati sui diversi linguaggi di scripting, Grasshopper contiene diversi *componenti*, ognuno con le proprie funzioni, che, connessi fra loro, creano un algoritmo in grado di generare il modello parametrico. L'attributo *visual* risiede proprio nel fatto che questi componenti vengono posizionati all'interno di un *canvas* e connessi fra loro compiono lo stesso lavoro dei vari comandi compresi nelle righe degli script di un qualsiasi software di tipo non-visual.

Come diretta conseguenza di questa logica, denominata *associativa*, è possibile creare legami concettuali ed effettivi a diversi livelli di approfondimento progettuale;

in altri termini, la modifica di un parametro a larga scala è in grado di generare una propagazione di variazioni tale da giungere a nuove configurazioni di dettagli a piccola scala. In questo modo, la razionalizzazione della forma, le scomposizioni e lo sviluppo di forme complesse in elementi semplici, cessano di essere operazioni a *posteriori*, per diventare parte integrante del processo di definizione formale.

Il crescente sviluppo di questo strumento in ambito architettonico e ingegneristico è da ricercare nella necessità di allargare l'uso della parametrizzazione anche a coloro che non hanno le competenze informatiche di programmazione, figure professionali, cioè, che necessitano di strumenti "easy-to-use", che aiutano ad implementare l'uso degli strumenti di progettazione computerizzata.

Un modello geometrico parametrico può essere descritto come un modello in cui le relazioni fra i nodi sono descritti logicamente da differenti funzioni, tali che il sistema completo può essere manipolato modificando uno o più parametri. Con un modello del genere il progettista diventa il coordinatore di diversi sistemi logici e algoritmi piuttosto che il gestore delle geometrie. I benefici dei modelli parametrici sono visibili sia in presenza di geometrie complesse da ideare, generare e gestire, che con modelli con formulazioni complesse, con un gran numero di variabili. Perciò, un software parametrico come Grasshopper diventa lo strumento ideale per la genesi di modelli periodici dal complesso meccanismo cinematico, come sono gli Origami.

- KANGAROO - Daniel Piker

Kangaroo è un motore fisico per la simulazione interattiva di movimenti, sviluppato da Robert Cervellione, Giulio Piacentini e Daniel Piker, plug-in di Grasshopper. Grazie all'utilizzo del motore *particle-spring*, Kangaroo è in grado di effettuare simulazioni fisiche del comportamento elastico, mirate alla generazione della , basata su azioni dinamiche diversificate applicate direttamente all'interno dell'ambiente parametrico di Grasshopper. Ogni entità all'interno del modellatore è costituito da *particelle*. Queste *particelle* sono oggetti che hanno massa, posizione e velocità, ma non una estensione spaziale, sono, quindi, oggetti astratti ma con un forte legame con la nostra comprensione del funzionamento delle cose. Questo tipo di rappresentazione parte dalla considerazione che le proprietà macroscopiche dei materiali possono effettivamente essere interpretate come risultato di semplici interazioni tra particelle a livello molecolare.

Nonostante nella realtà gli oggetti abbiano molte più particelle di quelle utilizzate in Kangaroo, ponendo una certa cura nella distribuzione dei punti e delle loro masse, è possibile ottenere una buona approssimazione del comportamento fisico reale dei sistemi.

- GALAPAGOS e OCTOPUS - Robert McNeel & Associates, C. Preisinger

Galapagos e Octopus sono dei componenti di Grasshopper mirati all'ottimizzazione, il primo incluso nel pacchetto offerto del software parametrico, il secondo è sviluppato dal team di Clemens Preisinger. Entrambi vengono chiamati componenti *performing* che sfruttano algoritmi genetici per individuare il risultato migliore a seconda delle performance che si intendono raggiungere.

Galapagos utilizza una sorta di metodo approssimato, ispirato dall'evoluzione biologica, per generare soluzioni ai problemi ottimizzati. Il componente necessita

di due input, il primo chiamato *Genoma*, che raccoglie tutte le variabili, e il secondo chiamato *Fitness*, che individua l'obiettivo da ottimizzare. Octopus, al contrario di Galapagos, permette la ricerca di diversi obiettivi attraverso una singola operazione, producendo un range di soluzioni ottimizzate, all'interno del dominio di ogni singolo obiettivo. Di conseguenza è possibile selezionare la soluzione preferita in base all'obiettivo prescelto, avendo la possibilità di creare una scala di preferenze molto più flessibile, all'interno dello spazio dei risultati ottimizzati rispetto al precedente metodo.

## 4.2.2 Altri Strumenti

Prima di ricorrere agli strumenti digitali di modellazione parametrica si è ritenuto utile lavorare con modelli fisici, in carta. Solo il ricorso alla carta piegata, strumento originale dell'arte Origami, ha reso possibile la comprensione preliminare dei modelli corrugati.

L'utilizzo della carta, soprattutto nella fase preliminare della ricerca della forma, è stato d'aiusilio all'esplorazione dei diversi pattern e alla comprensione delle caratteristiche cinematiche e statiche di ognuno di essi e dei conseguenti possibili utilizzi per applicazioni architettoniche e strutturali.

I primi prototipi rappresentano una buona approssimazione dei modelli digitali successivamente generati, per via del loro spessore. Difatti, presentando uno spessore molto esiguo, il modello in carta può essere approssimato con modelli astratti digitali, dove lo spessore, nelle fasi di genesi parametrica, viene considerato nullo. Come accade per i modelli Origami parametrizzati, la carta permette di piegarsi fino alla completa sovrapposizione delle facce, le cui pieghe arrivano ad un'ampiezza di  $180^\circ$ . In questo modo, la carta può passare dallo stato completamente aperto a quello completamente chiuso (le due condizioni bidimensionali), passando attraverso tutte le diverse configurazioni intermedie (le infinite configurazioni spaziali) e sfruttando esclusivamente la deformazione delle pieghe, senza preoccuparsi della loro posizione, problema che, invece, riguarda i modelli con spessore non trascurabile (cap.150).

Durante la sperimentazione sono stati impiegati fogli con differenti spessori, dato che, nonostante il movimento complessivo dell'origami appaia rigido, in realtà ogni singola faccia tende a deformarsi. Di conseguenza, l'incremento dello spessore della carta produce un aumento della rigidezza delle facce. D'altro canto, però, l'ispessimento della carta si traduce anche in un incremento della rigidezza delle creste (le cerniere cilindriche) che rendono quindi più difficile la piegatura. Nel cap.(7.1) verrà approfondita l'indagine cinematica su altri tipi di materiale con spessori trascurabili e non, realizzati con tecniche di prototipazione rapida.

## 4.3 Il Processo Parametrico

### 4.3.1 Metodi di Modellazione

Vengono di seguito introdotti i metodi parametrici utilizzati durante il processo di genesi dei due pattern selezionati che saranno successivamente poi sottoposti ad

analisi meccaniche.

Nello specifico, due sono i metodi utilizzati:

- METODO GEOMETRICO

Il metodo geometrico consiste nello stabilire delle relazioni geometriche tra le varie parti del modello. Queste relazioni possono avvenire sia attraverso il movimento di nodi, o di linee, che attraverso il moto traslatorio e rotazionale di superfici. Nel primo caso viene descritta la traiettoria che il nodo, o la linea, deve compiere nello spazio attraverso funzioni con una o più variabili; attraverso il movimento di superfici, invece si utilizza un metodo puramente matematico in cui si definiscono rotazione e traslazione delle superfici in relazione al proprio intorno. Nonostante il secondo caso appaia più strettamente legato al movimento reale e quindi più affidabile, esso necessita di algoritmi più complessi e quindi più impegnativi in termini di tempi di elaborazione.

Il vantaggio nell'uso del metodo geometrico sta nell'estrema precisione dell'operazione matematica. Infatti, durante il processo di piegatura nessuna superficie modifica la propria forma: la configurazione sviluppata è congruente con la quella completamente piegata. L'uso di un procedimento strettamente matematico rende questo metodo perfettamente adattabile a pattern periodici non troppo complessi, piegati secondo una o massimo due modalità, mentre risulta piuttosto laborioso con tassellazioni più complesse.

- METODO SIMULATO

Il metodo simulato riguarda la definizione di un processo fisico che genera la forma voluta con una serie di iterazioni. Per poter usufruire di questa modalità di lavoro è necessario utilizzare software di simulazione fisica come Kangaroo, il quale, sfruttando la mutua attrazione fra particelle, simula il comportamento fisico che realmente il pattern di base dovrebbe seguire per poter giungere alla configurazione spaziale desiderata.

Attraverso l'utilizzo di componenti algoritmiche, quali *forces* o *goals*, si definiscono le caratteristiche del pattern durante il movimento attraverso condizioni imposte. In particolare, è possibile simulare il comportamento reale dell'origami utilizzando componenti che regolano la planarità delle facce, la loro rigidità e le modalità di discretizzazione delle superfici NURBS in mesh, gli angoli di piegatura delle cerniere e la rigidità delle molle rotazionali e lineari.

È necessario precisare che le cosiddette *forze in gioco*, si riferiscono a quantità ed entità astratte e non è possibile ricondurle a delle grandezze reali, se non attraverso test empirici, a cui si è evitato di ricorrere per l'estrema approssimazione che ne risulterebbe. Per questo motivo non è possibile ricondurre il movimento che si ha con il motore fisico di Kangaroo a delle corrispondenti forze reali. A questo problema si ovvierà con l'utilizzo di altri metodi di approssimazione analitica e numerica, come precisato nel cap. (5.4).

Alla definizione dei due differenti metodi di genesi parametrica dei pattern origami, segue la loro attribuzione ai pattern prescelti. Date le caratteristiche, a tratti in antitesi, tra i pattern Miura-ori e Ron resch, si è preferita l'adozione del metodo geometrico per il Miura-ori, vista la semplicità e la periodicità della

tassellazione e il metodo simulato per il Ron Resch, data la complessità del pattern sia a livello della geometria di base che della movimentazione fuori dal piano.

### 4.3.2 Miura-ori

Se, fino ad ora, in letteratura il parametro, nonché l'unico gdl presente nel piano, in grado di controllare il movimento della singola cella del Miura-ori è stato l'angolo diedro  $\vartheta$  tra due facce contigue, nel metodo adoperato in questa sede per la modellazione della cellula base, si è voluto utilizzare un differente approccio progettuale: intervenire esclusivamente sulle lunghezze dei lati  $l_1$  e  $l_2$ , e sull'altezza  $H$  senza esplicitamente intervenire sugli angoli di costruzione. Questa scelta è motivata soprattutto da ragioni costruttive: durante la progettazione di strutture a grande scala o di metamateriali su piccola scala, spesso si preferisce intervenire principalmente sulle proprietà geometriche di volume, ovvero le dimensioni finali d'ingombro del pattern nel piano e l'altezza complessiva della corrugazione, più che sull'inclinazione delle aste o delle superfici.

Partendo da questo presupposto, attraverso semplici passaggi trigonometrici, si riesce a controllare la movimentazione della singola cellula variando l'altezza del punto centrale  $A$  e assicurando la conformità delle regole proprie dell'origami, quali la rigid-foldability e la flat-foldability.

Una volta definiti i parametri geometrici della cellula nella configurazione piana ( $l_1$ ,  $l_2$  e  $y$ ), per assicurare la rigidità delle facce durante il movimento, ogni singolo lato dei parallelogrammi, nonché le rispettive diagonali, devono necessariamente mantenersi uniformi per tutto il processo cinematico.

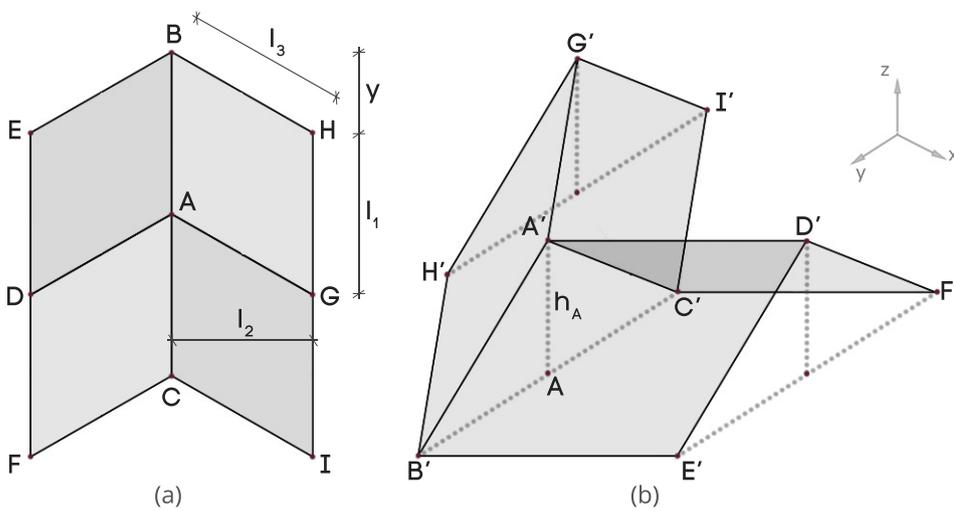


Figura 4.3: Cellula base Miura-ori

La genesi parametrica parte dalla definizione della posizione del punto centrale  $A$  che, per semplicità, si considera all'origine del sistema di riferimento globale  $XYZ$ . Considerando due vettori con origine in  $A$ , posizionati lungo l'asse  $Y$ , opposti nel verso ma uguali nel modulo,  $u_a = (0, l_1, 0)$  e  $-u_a = (0, -l_1, 0)$ , si definiscono le posizioni dei  $B$  e  $C$ . È stato definito il sistema di base a due aste del meccanismo cinematico, secondo cui  $\overline{AB} = \overline{AC}$  (figura 4.3).

Applicando un terzo vettore in  $A$ , questa volta con direzione verticale  $Z$  e lunghezza

$h_a, v_a = (0, 0, h_a)$ , si individua la posizione del punto  $A'$  che rappresenta il punto di colmo della corrugazione. Secondo il principio di rigid-foldability, le creste di bordo, non devono deformarsi durante il movimento. Di conseguenza, per individuare la posizione dei punti  $B$  e  $C$  nella configurazione variata, si fa ricorso alla relazione:

$$u_b = h_a \cdot \tan(\arccos(\frac{h_a}{k})) \Rightarrow B' \quad (4.1)$$

che tiene conto della costante  $k = \overline{AB}$  di modo che  $\overline{A'B'}_{(h_a)} = AB \forall h_a \in [0; h_{max}]$ . Allo stesso modo si definisce il vettore  $u_c = -u_b$  applicato nel punto  $A$  e la relativa posizione del punto  $C'$ .

Il sistema formato da due aste piane e dai punti  $A, B$  e  $C$  viene adesso traslato con un moto rigido secondo il vettore  $u_d = (l_2, y, 0)$ . Vengono così individuate le posizioni dei punti  $D, E$  e  $F$ .

Per poter stabilire la corretta variazione  $D \Rightarrow D', E \Rightarrow E'$  e  $F \Rightarrow F'$  del secondo ordine di corrugazione si segue lo stesso procedimento utilizzato in precedenza, specificando con esattezza la corretta posizione del punto  $D'$ , poiché è necessario, anche in questo caso, assicurare la rigidità del moto. La posizione del punto  $D'$  durante l'intero processo di movimentazione dovrà rispettare tre nuove condizioni di rigidità:

$$h_{(d)} = h_a \forall h_a \in [0; h_{max}]$$

$$\overline{A'D'}_{(h_a)} = AD \forall h_a \in [0; h_{max}]$$

$$\overline{C'D'}_{(h_a)} = CD \forall h_a \in [0; h_{max}]$$

Vengono così individuati i punti  $D', E'$  ed  $F'$ ; allo stesso modo si definiscono i punti  $G, H, I, G', H', I'$  partendo da un vettore  $u_h = (-l_2, y, 0)$  con origine in  $A$ . La cellula base è adesso completa.

L'ultima componente da valutare è il dominio di esistenza della variabile  $h_a$  la quale parte da un valore nullo in corrispondenza della configurazione iniziale e giunge al suo valore massimo in corrispondenza della massima altezza della corrugazione nella configurazione totalmente piegata, quando tutti i punti tornano ad essere complanari. Il valore massimo di  $h_{a,max}$  dipende dalle tre variabili iniziali che definiscono la geometria del pattern ( $l_1, l_2$  e  $y$ ).

Una volta generata la cellula base, poiché il comportamento globale del sistema è una funzione lineare rispetto a quella del singolo modulo, è sufficiente ripetere il modello periodicamente nelle due direzioni del piano per poter completare il pattern dalle dimensioni desiderate:

asse  $X \rightarrow (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n)u \forall n \in \mathbb{Z}$ , dove  $u$  è il versore lungo  $X$  e  $\lambda = \overline{E'H'} = 2x$

asse  $Y \rightarrow (\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n)v \forall n \in \mathbb{Z}$ , dove  $v$  è il versore lungo  $Y$  e  $\rho = \overline{BC'} = 2u_b$

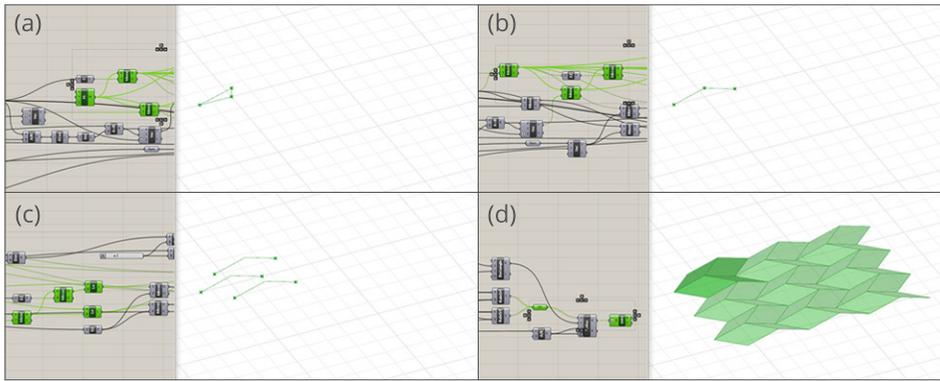


Figura 4.4: Genesi geometrica del Miura-ori planare

Processo parametrico, metodo geometrico: (a) viene identificata la variabile nell'altezza del punto A - (b) definizione delle pieghe di base - (c) pieghe di contorno della cellula base - (d) pattern completo

### 4.3.3 Miura-ori Generalizzato

Il metodo di generalizzazione seguito per la creazione di una volta a botte tassellato con pattern Miura-ori è quello proposto da Tachi per le superfici cilindriche, a cui sono state apportate alcune modifiche. Infatti, la volta a botte è la più classica delle superfici cilindriche, inoltre si mostra anche fra le più semplici poiché presenta una singola curvatura, costante per tutto il profilo ad arco di circonferenza.

(Ta, 2016)

Si parte con la definizione del profilo della superficie finale da approssimare, il che si traduce nella costruzione della curva  $\gamma$ , una semicirconferenza di raggio  $R$  e angolo al centro  $\theta = \pi$ .

La generalizzazione parte dalla discretizzazione della curva  $\gamma$  in  $n$  porzioni.

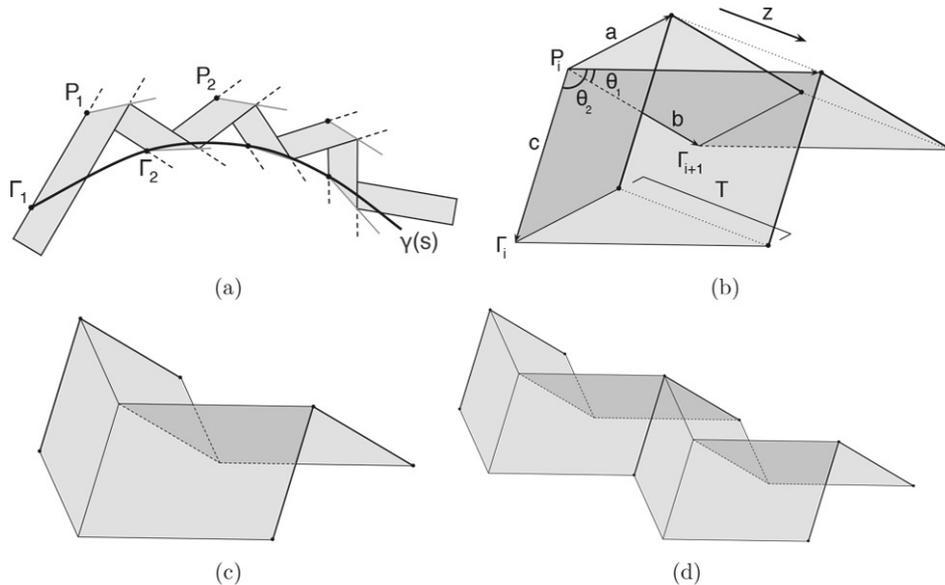


Figura 4.5: Generalizzazione di una superficie cilindrica

Considerando gli  $n + 1$  punti così generati si definiscono le tangenti a  $\gamma$  in ognuno dei punti ad eccezione del punto  $P_{n+1}$ . Su ognuna di queste tangenti si disegnano dei segmenti di lunghezza definita  $l_1$ . Si procede facendo ruotare ognuno di questi

segmenti intorno all'estremo  $i$  di un angolo definito  $\varphi$ . I segmenti così ottenuti corrisponderanno ad una delle pieghe di monte del pattern. Congiungendo l'estremo  $j_i$  dei segmenti con l'estremo  $i_{i+1}$  del segmento successivo, verrà creata la spezzata che definisce il profilo longitudinale interno alla striscia del pattern generalizzato costituito dalla curva spezzata  $\omega$  (figura4.5a).

Si continua creando l'offset di  $\omega$  in maniera tale che i segmenti  $r_i$  vengano copiati in parallelo nel verso esterno alla curva  $\gamma$ , mentre i segmenti  $s_i$  nel verso interno alla curva  $\gamma$ . In questo modo si crea la curva  $\omega'$ , offset incrociato di  $\omega$ . una volta individuato il profilo esterno alla striscia di pattern generalizzato  $\omega'$  è sufficiente traslare con un vettore  $v$  parallelo all'asse  $Y$  globale e un modulo definito  $\lambda$ . collegando gli estremi dei segmenti  $r_i$  ed  $r'_i$  verranno definiti i bordi delle facce quadrangolari della striscia di Miura-ori generalizzato. Compiendo lo stesso processo con un vettore inverso  $-v$  e la striscia sarà completa.

Una volta generata la *fascia madre*, poiché il comportamento globale del sistema è una funzione lineare rispetto a quello del singola fascia, è sufficiente ripeterla periodicamente lungo l'asse  $Y$  per completare il pattern dalle conformazione assegnata (figura4.5b):

asse  $Y \rightarrow (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_n)v \forall \eta \in \mathbb{Z}$ , dove  $v$  è il versore lungo  $Y$  e  $\eta = \overline{P'_i P''_i} = 2v$

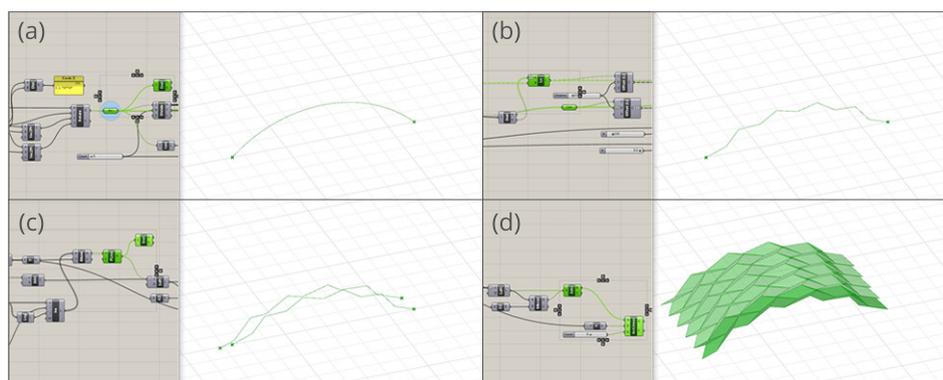


Figura 4.6: Genesi geometrica del Miura-ori generalizzato

Processo parametrico, metodo geometrico: (a) curva di costruzione - (b) spezzata corrispondente alle pieghe di centrali della singola fascia - (c) pieghe di bordo della singola fascia - (d) pattern completo

#### 4.3.4 Ron Resch

Come già anticipato nel cap.(3.7), per la costruzione parametrica del pattern Ron Resch, data la complessità del meccanismo cinematico che ne permette la piegatura, è stato utilizzato il metodo di simulazione fisica. In quest'ottica, la definizione del pattern parte dalla progettazione del disegno di base, di cui vengono definite le dimensioni generali della tassellazione, le caratteristiche geometriche delle varie facce e la posizione delle pieghe corrispondenti.

Una volta definite le dimensioni generali del pattern e descritta la geometria del singolo modulo, costituita da triangoli equilateri di lato  $l_1$  e da triangoli rettangoli

il cui cateto maggiore corrisponde al lato  $l_1$  del triangolo esterno, mentre gli altri due lati,  $l_2$  ed  $l_3$ , saranno in comune con i triangoli interni adiacenti, è necessario differenziare le varie creste, non solo quelle di monte da quelle di valle, ma anche quelle corrispondenti ai lati dei triangoli esterni. La figura(4.7) mostra la differenziazione delle pieghe.

Differenziate le tre categorie di creste, verranno discretizzate tutte le facce con elementi mesh, poiché, nonostante si lavori nell'ambiente di Rhinoceros, il motore fisico non è in grado di gestire entità NURBS. Successivamente vengono assegnate cerniere cilindriche ad ognuna delle creste, in maniera tale che l'asse delle cerniere corrisponda con l'asse di giacitura della piega stessa. E' opportuno attribuire alle cerniere la stessa rigidità, poiché l'ipotesi di partenza stabilisce che il foglio abbia per tutto il suo sviluppo stesso materiale e stesso spessore. Da questa considerazione è stato verificato che sarebbe sufficiente impostare la variazione di uno dei tre angoli che definiscono la piegatura del pattern,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , per permettere la piegatura del pattern generale. Questo perché, assegnando una certa rigidità alle cerniere cilindriche, che per semplicità avrà un valore unitario, il movimento di una piega da solo aziona il piegamento dell'intero modulo nell'unico modo possibile permesso dal resto delle pieghe. In questo modo, le variabili si riducono all'angolo fra le facce interne  $\beta_1$ , in un dominio:  $\beta_1 \in [0; \pi]$ .

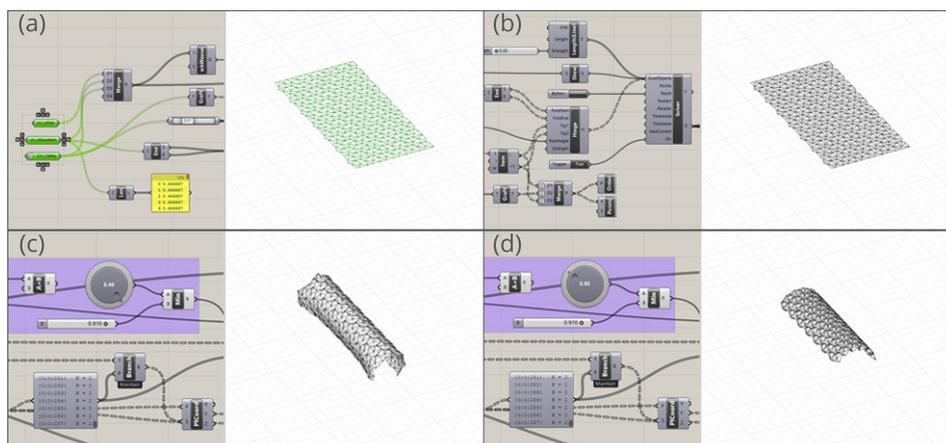


Figura 4.7: Genesi geometrica del Ron Resch classico

Processo parametrico, metodo simulato: (a) identificazione delle pieghe - (b) genesi delle facce in configurazione piana - (c) configurazione intermedia A - (d) configurazione intermedia B

Per completare la definizione di tutte le caratteristiche del modello Origami reale, è necessario assicurare la proprietà di rigid-foldability attraverso un componente che garantisce l'inestensibilità dei bordi di ogni triangolo, il che assicura l'indeformabilità delle facce.

L'ultimo passaggio utile a completare l'algoritmo è quello di assegnare al *solver* la geometria da modificare, il pattern discreto, e gli obiettivi o *goals* da raggiungere, le cerniere cilindriche e l'inestensibilità delle pieghe. Infine, con un *toggle* è possibile azionare il motore di simulazione il cui risultato avrà un'accuratezza direttamente proporzionale al tempo di attesa: più tempo si concede al *solver* per le varie

iterazioni e più il modello finale sarà preciso ed approssimato alla configurazione reale.

#### 4.3.5 Ron Resch Generalizzato

Il processo di generalizzazione del pattern Ron Resch ha condotto alla definizione di un pattern personalizzato per poter giungere, una volta piegato, ad approssimare, con un errore accettabile, una cupola. Con questo metodo è possibile rendere sviluppabile una superficie continua che di per sé non lo è. Infatti la cupola è una superficie non sviluppabile geometricamente, se non prevedendo dei tagli sulla stessa, il che fa perdere le caratteristiche necessarie per la sviluppabilità.

In quest'ottica, secondo il metodo parametrico sviluppato da Daniel Pinker, viene definito parametricamente, seguendo il metodo di simulazione fisica, un pattern in apparenza completamente differente dal Ron Resch, sia perché diminuisce la grandezza delle cellule base avvicinandosi al centro, che perché si perde completamente la periodicità, mentre acquista una doppia simmetria rispetto ai due assi perpendicolari  $X$  e  $Y$ . La figura(4.8) mostra la generalizzazione geometrica del Ron Resch. La generalizzazione non si ferma alla definizione della geometria di base, perché nella fase di piegamento è molto importante che ci sia una variazione dell'angolo di piega, in modo che all'altezza dell'imposta sia quasi completamente piegato, mentre nel punto di colmo esso abbia la massima ampiezza.

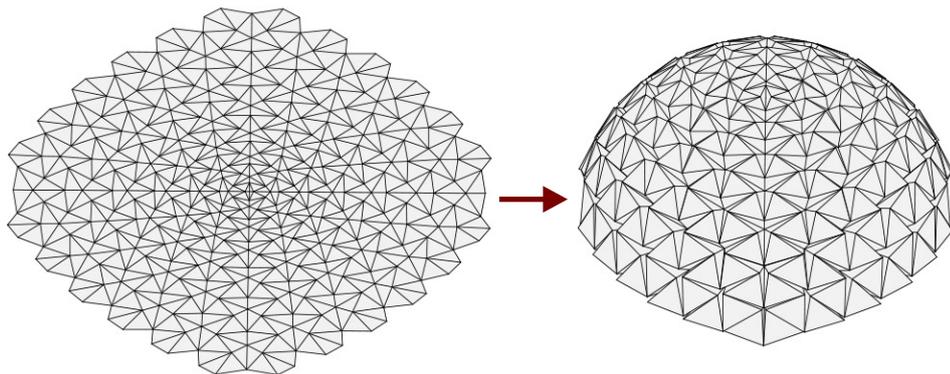


Figura 4.8: Geometria del Ron Resch generalizzato

Processo parametrico, metodo simulato: configurazione iniziale planare, configurazione finale

## **Capitolo 5**

# **L'Analisi Statica**

## 5.1 Premessa

L'analisi statica dei modelli Origami scaturisce dalla volontà di carpire le peculiarità di tali sistemi in ambito strutturale, considerati in configurazioni strettamente statiche, vale a dire, in condizioni per cui viene trascurata qualsiasi componente cinematica. Pertanto, ne risultano strutture corrugate secondo pattern Origami, variante alle classiche geometrie semplici, utilizzabili per molteplici scopi: da sistemi di coperture piani e curvi a pannelli verticali acustici, realizzati in cemento armato, acciaio, legno e altri materiali compositi.

Per verificare la fattibilità di soluzioni corrugate Origami in termini di efficienza strutturale, è necessario effettuare indagini sulla risposta meccanica di tali geometrie, soggette a determinate condizioni di carico, e verificare la qualità strutturale del loro contributo al comportamento globale, in condizione bloccata. La condizione bloccata a cui ci si riferisce riguarda sia le condizioni al contorno, per cui viene annullato ogni possibile spostamento in corrispondenza dei vincoli, che il contributo dato dalle pieghe, considerate degli incastri interni.

L'analisi strutturale è stata eseguita su modelli agli elementi finiti. Nello specifico, sono stati analizzati:

- la piastra, sistema planare soggetto a carichi in direzione perpendicolare al proprio piano medio: confronto fra strutture tassellate secondo un pattern Miura-ori e le corrispondenti strutture a corrugazione semplice ad una via;
- la volta, sistema a singola curvatura sviluppabile, ottenuto dall'estrusione di un profilo a semicirconferenza: confronto fra una struttura tassellata secondo il pattern Miura-ori generalizzato e la corrispondente volta continua;
- la cupola, sistema a doppia curvatura non sviluppabile, costituito dall'intreccio di meridiani e paralleli: confronto fra una struttura tassellata secondo il pattern Miura-ori generalizzato a la corrispondente cupola continua.

In fase preventiva, occorre definire il grado di accuratezza dei modelli agli elementi finiti. Questa fase, detta di discretizzazione, intende individuare la definizione ottimale dei modelli in termini di precisione del risultato e di entità del calcolo. Si analizza il processo di analisi parte dalla discretizzazione dei modelli continui realizzati con modellazione parametrica, che in seguito vengono analizzati con software agli elementi finiti. Parallelamente all'analisi numerica, si procede con la ricerca della definizione di modelli analitici semplificati che approssimino i sistemi reali.

### 5.1.1 Strumenti di Analisi

- KARAMBA - Clemens Preisinger

Karamba, plug-in di Grasshopper per Rhinoceros, è sviluppato dal team di Clemens Preisinger. È un software parametrico di analisi strutturale agli elementi finiti. Rispetto ai classici programmi FEM, presenta importanti vantaggi: facilità d'utilizzo, soprattutto per i non esperti di progettazione parametrica perché molto intuitivo e semplice nell'utilizzo; estrema adattabilità alle esigenze di architetti ed ingegneri nelle fasi iniziali dell'iter progettuale; capacità di essere gestito in

maniera interattiva lavorando in ambiente parametrico di Grasshopper (il che permette di combinare l'analisi strutturale su modelli geometrici parametrizzati con algoritmi di ottimizzazione). In più, Karamba è un software molto più accessibile economicamente rispetto ai suoi diretti concorrenti.

Si può, dunque, comprendere come poter analizzare il modello direttamente all'interno dell'ambiente parametrico risulti pratico ed efficace: è sufficiente trasformare il modello NURBS in un modello discreto mesh, definirne le proprietà strutturali (sezioni, materiale, vincoli e carichi), assemblare il tutto e, per completare l'analisi strutturale, analizzare il modello con un *solver*. La visualizzazione finale appare anch'essa molto intuitiva e personalizzabile.

- SOFiSTIK - Autodesk inc.

Sofistik è un software di analisi strutturale agli elementi finiti, sviluppato dall'Autodesk, nota azienda leader nei campi della progettazione e del disegno digitale. Sofistik è un software formato da diversi pacchetti, ognuno dei quali destinato all'analisi in specifici campi dell'ingegneria. L'innovazione del software risiede soprattutto nella possibilità di creare interazioni con molti programmi di modellazione. Grazie alle estensioni grafiche per Revit, Autocad e Rhinoceros è possibile applicare le proprietà strutturali direttamente all'interno dell'ambiente di modellazione. Questo processo semplifica enormemente la fase di costruzione del modello analitico, poiché evita laboriose esportazioni e incompatibilità, molto comuni fra software di aziende differenti e con estensioni dei file non compatibili. Questa caratteristica rende Sofistik un software molto flessibile e strettamente orientato alla filosofia del BIM, metodologia che prevede la gestione dell'intero progetto in maniera controllata e interattiva.

In particolare, per l'analisi meccanica dei modelli Origami sono stati utilizzati i pacchetti: SSD, Sofistik Structural Desktop, il motore fisico di analisi del programma, capace di effettuare analisi in campo lineare e non lineare, sfruttando dei wizard, o funzioni, preimpostate che ne semplificano l'utilizzo; Sofiloat, software di disegno CAD, molto simile ad Autocad, in cui è possibile creare direttamente elementi strutturali su cui applicare i carichi; l'interfaccia per Rhinoceros, estensione direttamente utilizzabile in ambiente NURBS con cui ogni parte definita come oggetto strutturale viene trasformato in elemento discreto durante l'esportazione diretta in SSD.

## 5.2 Gli Aspetti Meccanici della Piegatura

Nel cap.(3.3), la piegatura è stata analizzata esclusivamente nella sua traduzione formale, come risultato della manipolazione dei profili geometrici. In questa sede ne verrà investigata la controparte meccanica, come risultato del incremento dell'efficienza strutturale grazie al ricorso alla resistenza per forma.

### 5.2.1 L'effetto della Piegatura

Se a livello geometrico la piegatura è il risultato della movimentazione di una superficie piana, in ambito meccanico, la piegatura è, generalmente, associata alla corrugazione dell'elemento strutturale piano per eccellenza, la *piastra*. La piastra è una struttura

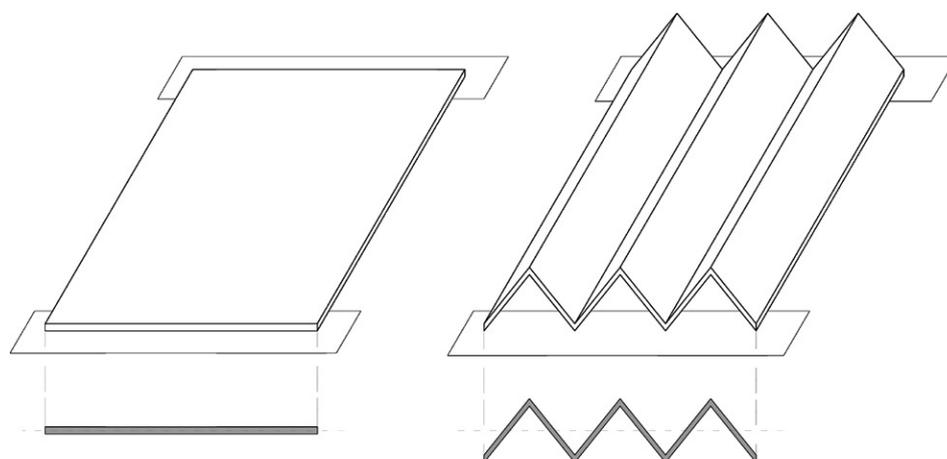


Figura 5.1: La piega strutturale

rigida bidimensionale la cui resistenza può essere migliorata a livello globale, irrigidendo con apposite nervature e a livello locale, allontanando una parte di materiale dal piano neutro delle sezioni della soletta stessa, in cui le tensioni sono nulle.

Un altro metodo per aumentare l'inerzia della sezione della piastra è quella di creare delle pieghe. Infatti, prendendo in considerazione il classico foglio di carta, se non applicassimo una leggera flessione del foglio in direzione longitudinale, esso, per l'esiguo rapporto spessore/peso proprio, si affloscerebbe. Applicando una piega, al contrario, andiamo a posizionare del materiale lontano dal piano neutro, facendo incrementare il braccio di leva delle tensioni di flessione. E' possibile applicare questo concetto anche alle strutture. Difatti, una piega formata da due solette inclinate e collegate sul bordo superiore, in termini inerziali, equivale ad una trave a sezione rettangolare con la medesima altezza e base pari al doppio spessore della singola soletta.

Il ricorso a queste soluzioni è molto comune in architettura. Attraverso il semplice piegamento di piastre piane si generano superfici di gran lunga più resistenti e performanti. Questo avviene perché il comportamento delle solette piegate è il risultato della combinazione di travi in senso longitudinale e altre in senso trasversale. Infatti, se da un lato la singola soletta genera un effetto trave con azione unidimensionale, data la conformazione sviluppata molto più in lunghezza che in spessore, la striscia trasversale, corrugata, si comporta come una trave continua appoggiata sulle pieghe. Quando la soletta piegata poggia su telai rigidi in testata, gli appoggi trasversali costituiti dalle pieghe sono perfettamente rigidi alle estremità della soletta e flessibili in mezzera. La striscia trasversale sviluppa reazioni in corrispondenza delle pieghe che vengono trasmesse ai telai di testata dall'azione longitudinale delle solette, che lavorano come travi a sezione rettangolare alte. In questo modo, il carico viene trasmesso alle pieghe dall'azione trasversale della trave corrugata, che lavora come trave continua incastrata agli estremi di lunghezza unitaria ed altezza pari allo spessore della soletta ed ai telai di testata dall'azione di longitudinale delle solette, che lavorano come trave rettangolare di larghezza pari al doppio della proiezione orizzontale dello spessore della soletta e altezza pari all'ampiezza della corrugazione.

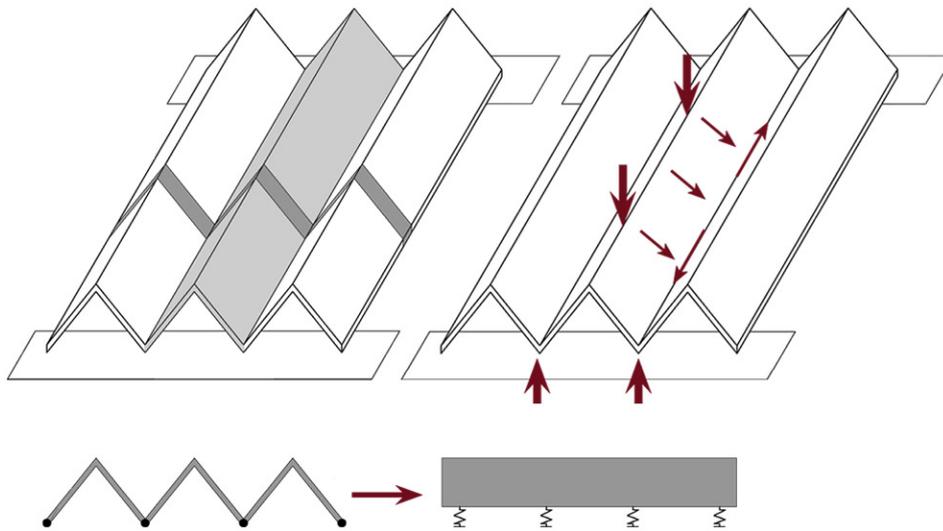


Figura 5.2: Il flusso dei carichi

Il processo di piegamento delle solette, che ne incrementa la rigidezza, può essere applicato anche a strutture non longitudinali. Per coprire superfici di forma quadrata, circolare o comunque non allungata è possibile impiegare solette piegate poligonali o circolari. In questi casi, generalmente, il punto centrale costituisce la parte meno spessa e staticamente si comporta come una capriata o un arco incernierato in chiave, in quanto lo spessore limitato impedisce che si generino tensioni di flessione, e la cui spinta laterale all'imposta è assorbita da una catena perimetrale.

## 5.3 La Discretizzazione

### 5.3.1 Il Problema

In fase preliminare è necessario definire il grado di approssimazione che riguarda la discretizzazione dei modelli generati parametricamente, abitualmente chiamata *meshing*. Questa procedura mira all'implementazione dei modelli per le analisi meccaniche effettuate con software FEM. Il metodo agli elementi finiti (FEM) rappresenta una soluzione alternativa ai problemi strutturali descritti da equazioni differenziali, molto laboriosi da risolvere, con delle approssimazioni che le riducono a semplici problemi algebrici, molto più semplici da determinare.

La caratteristica principale dell'analisi FEM è la discretizzazione di un sistema, generalmente considerato continuo, in un numero finito di elementi. Maggiore è l'infittimento della suddivisione più accurato sarà il livello di approssimazione. Ad una maggiore definizione, tuttavia, si accompagna un calcolo di elaborazione dei dati più oneroso. Per ottenere una discretizzazione ottimale è pertanto necessario individuare il giusto equilibrio fra questi due fattori: tempi di elaborazione e accuratezza della discretizzazione.

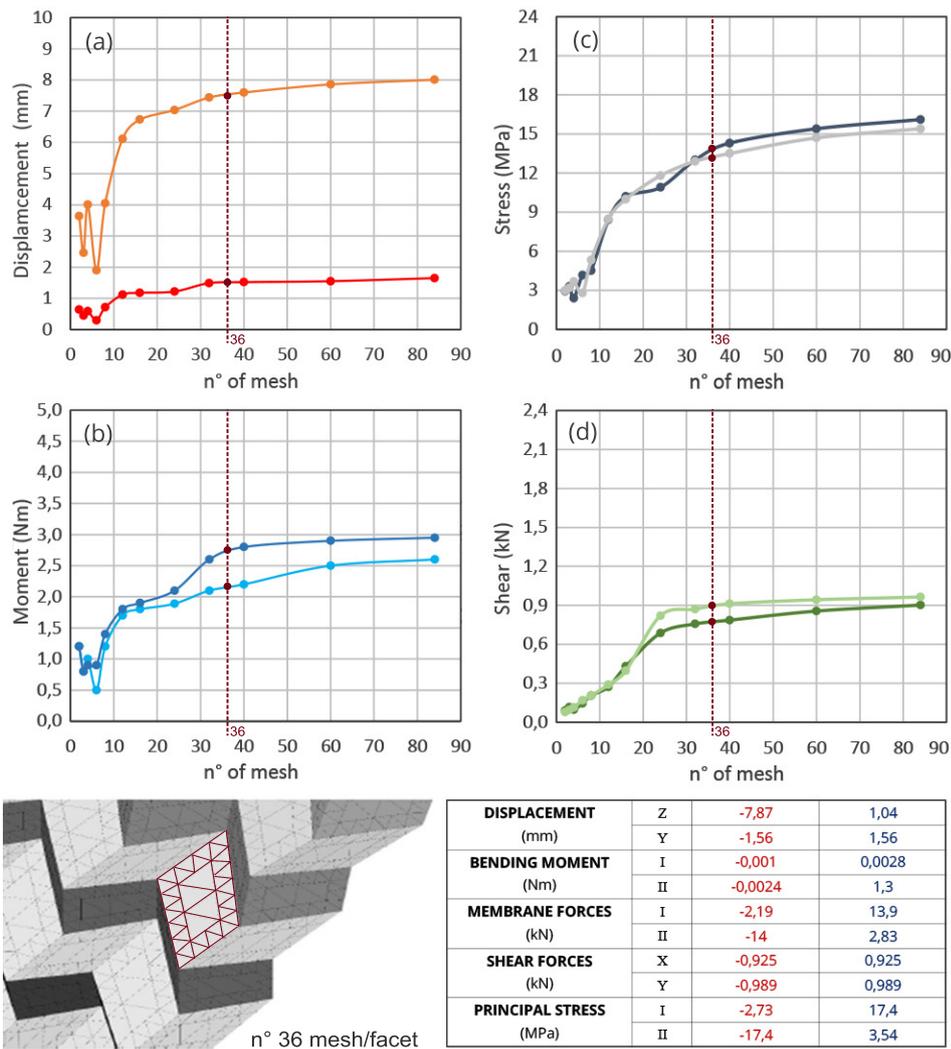


Figura 5.3: Discretizzazione delle facce in mesh

### 5.3.2 La Soluzione

Per effettuare le analisi numerica è necessario definire, preventivamente, l'equilibrio appena descritto. Bisogna, pertanto, individuare il numero minimo e la distribuzione degli elementi con cui sarà necessario discretizzare ogni singola faccia, in modo che un'eventuale maggiore definizione non produci un risultato che giustifichi l'aumento dello sforzo computazionale.

L'indagine ha interessato un modello di volta a tutto sesto, tassellato con pattern Miura-Ori generalizzato e vincolato solo lungo i bordi longitudinali, in modo da attivare un comportamento *ad arco*, le cui facce vengono discretizzate in un numero progressivo di elementi.

I grafici della figura(5.3) mostrano una tendenza ad assumere risultati perlopiù costanti una volta raggiunte le 36 mesh per faccia. Difatti, una variazione ulteriore della discretizzazione non avrebbe un riscontro diretto in termini computazionali: il solo passaggio a 40 elementi farebbe raddoppiare i tempi di elaborazione e avrebbe un'accuratezza migliore solo del 3%. I tempi di elaborazione si triplicherebbero con una suddivise in 60 mesh, per ottenere un'accuratezza maggiore dei risultati

del 5%.

Di conseguenza, suddividere ogni faccia in 36 mesh triangolari è il giusto compromesso in termini di accuratezza dei risultati e tempi di elaborazione.

## 5.4 Miura-ori Pattern

### 5.4.1 Modello a Piastra

La fase di analisi di strutture semplici si avvia con lo studio di sistemi bidimensionali piani: la *piastra* sottile. La piastra è un sistema prettamente bidimensionale planare, le cui forze esterne agiscono fuori dal proprio piano. Nel caso in cui presentino spessori molto esigui (rapporto spessore/luce circa 1/300), le piastre si dicono a regime di membrana, poiché, essendo privi della componente di rigidità flessionale, sono in grado di reagire alle sole tensioni nel piano, come accade per le membrane.

Nell'analisi meccanica del modello a piastra vengono confrontati tre diversi sistemi: la piastra considerata come modello continuo, la piastra modellata con una corrugazione semplice ad una via, e la piastra modellata secondo una tassellazione con pattern Miura-ori. In particolare, il confronto riguarderà principalmente tre configurazioni differenti per ciascun sistema corrugato: sia il Miura-ori che la corrugazione ad una via verranno analizzati con tre valori di altezza differenti,  $h_1 = 13\text{cm}$   $h_2 = 26\text{cm}$   $h_3 = 39\text{cm}$ , in presenza di carichi e condizioni di vincolo variabili.

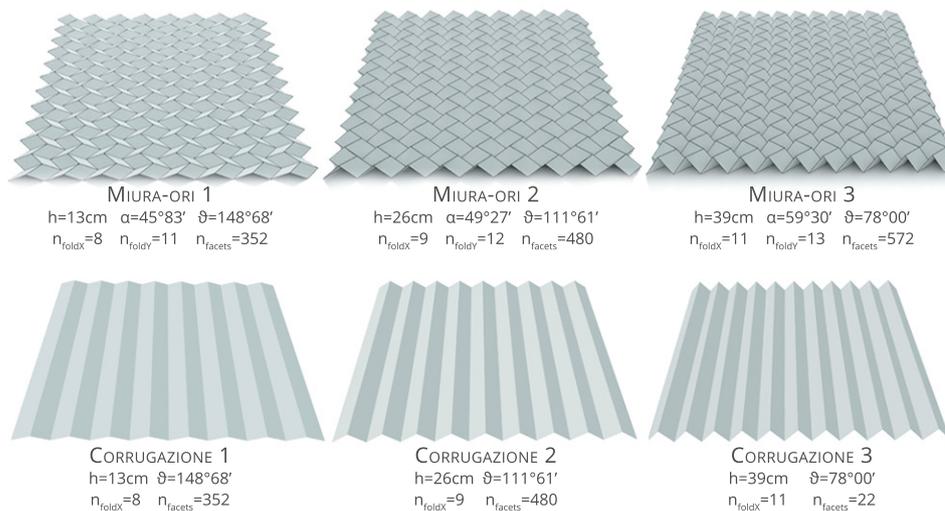


Figura 5.4: Sistemi corrugati a confronto

Per ciò che concerne le condizioni vincolari, dai risultati dell'analisi numerica è emerso che non vi è alcuna influenza, sul comportamento globale, dato dalla tipologia di vincolo, essi siano cerniere o incastri ai bordi, ad eccezione di variazioni locali in prossimità dei vincoli stessi, argomento che sarà approfondito in futuro.

E' necessario precisare che in questo capitolo si confrontano esclusivamente i dati relativi alla risposta meccanica di tali sistemi, mentre per tutte le considerazioni geometriche legate alla piegatura si rimanda al capitolo successivo.

La base di partenza su cui sono generate parametricamente le due corrugazioni è una piastra quadrata, di lato  $L = 7,5\text{ m}$  (figura 5.5), costituita interamente di acciaio per uno spessore costante di 1 cm. Nella prima analisi si considerano tutti i modelli vincolati con delle cerniere posizionate lungo il contorno e con differenti combinazioni di carico del genere: G, P, G+P, F, G+F, dove

- G = peso proprio
- P = carico accidentale distribuito
- F = carico accidentale concentrato

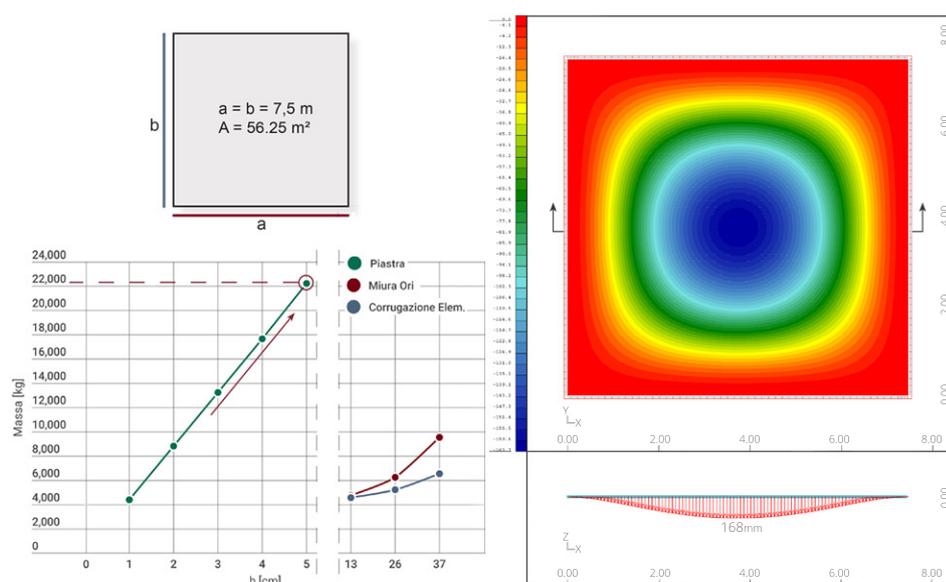


Figura 5.5: Diagramma degli spostamenti per la piastra

Vengono di seguito riportati i grafici di confronto fra le varie configurazioni in termini di spostamento massimo, in corrispondenza del punto centrale delle piastre, nelle varie combinazioni di carico (figura 5.6). Infine, si conclude mostrando nello specifico il comportamento globale di ogni struttura soggetta a carico accidentale distribuito (figura 5.7).

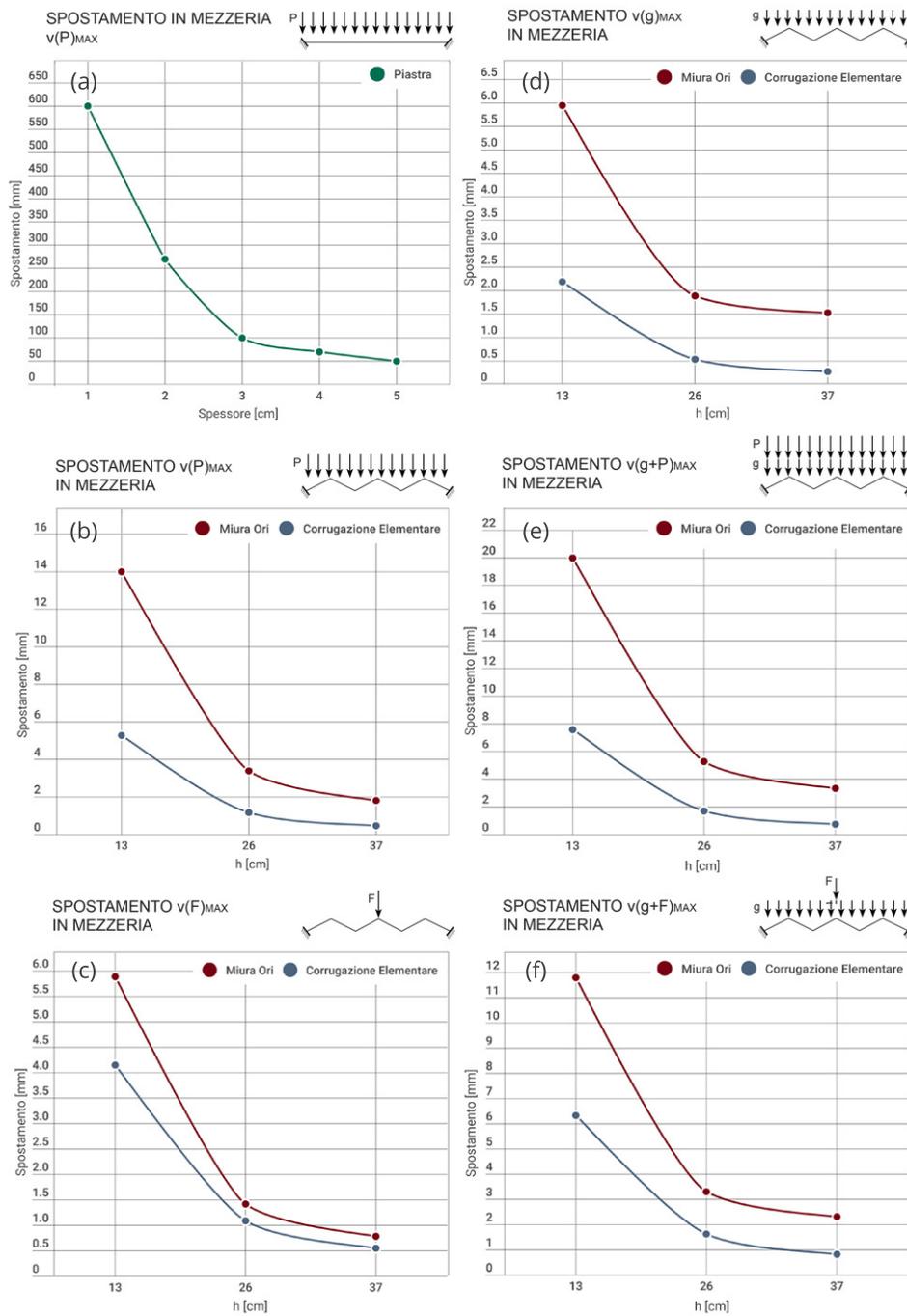


Figura 5.6: Grafici di confronto degli spostamenti

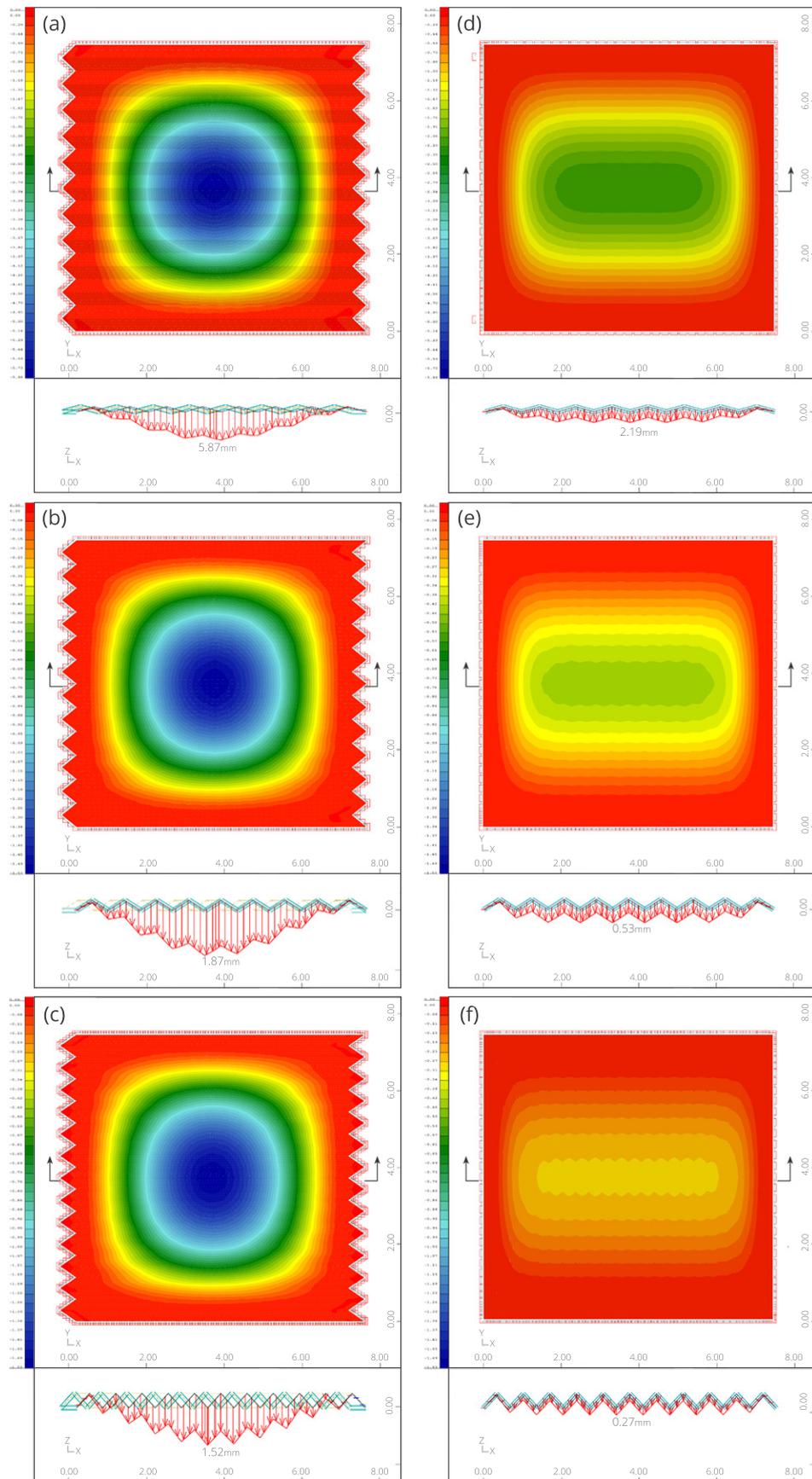


Figura 5.7: Diagramma degli spostamenti con carico accidentale

Conclusa l'indagine dei sistemi corrugati vincolati sull'intero bordo esterno, il passo successivo riguarda una piastra quadrata, di lato  $L = 7,5m$ , vincolata esclusivamente ai quattro spigoli (figura5.8). I sistemi corrugati sono soggetti alle medesime condizioni di carico del caso precedente: G, P, G+P, F, G+F.

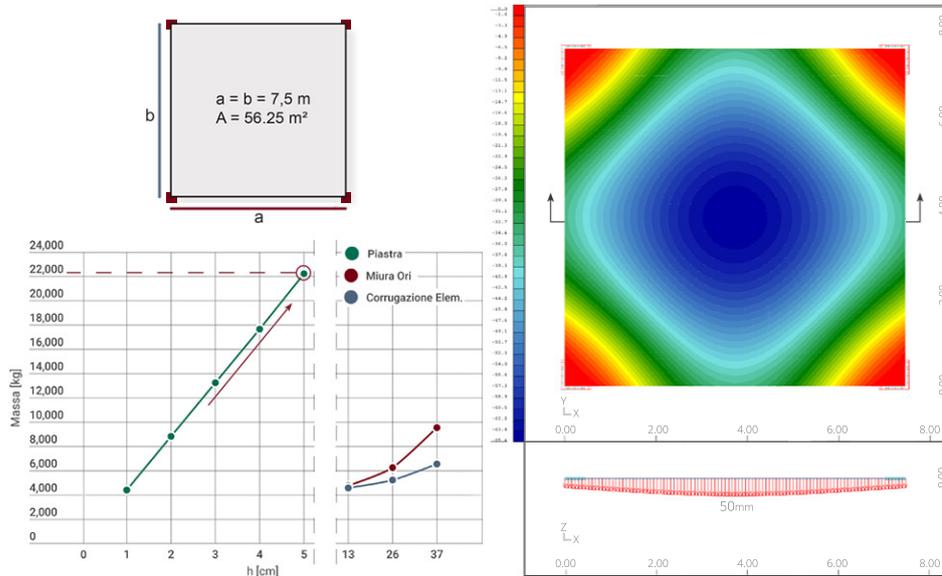


Figura 5.8: Diagramma degli spostamenti per la piastra

Vengono di seguito riportati i grafici di confronto fra le varie configurazioni in termini di spostamento massimo, in corrispondenza del punto centrale delle piastre, nelle varie combinazioni di carico (figura5.9). Infine, si conclude mostrando nel dettaglio il comportamento globale di ogni struttura soggetta a carico accidentale distribuito (figura5.10).

Per concludere l'analisi dei sistemi a piastra, vi sarebbero i restanti due casi intermedi, in cui i bordi vincolati sono due per volta opposti fra loro, prima perpendicolari agli assi di giacitura delle pieghe (per il sistema a semplice corrugazione) e successivamente i restanti due. Anche in questo confronto vengono analizzate le condizioni di carico precedentemente riportate.

Di questi casi non vengono riportati i risultati, ma vengono esclusivamente commentati.

Se nel primo caso la corrugazione semplice appare più performante, in quello opposto, il Miura-ori mostra una resistenza di gran lunga superiore rispetto al concorrente, con una differenza relativa maggiore rispetto al confronto precedente. Questo comportamento è facilmente interpretabile: la corrugazione ad una via, per costruzione geometrica è realizzata per resistere in situazioni in cui sono vincolati esclusivamente i lati perpendicolari alla corrugazione, mentre appare completamente inadatta al secondo caso. Al contrario il Miura-ori si presta in maniera univoca ad entrambe le situazioni. Pertanto, una corrugazione tassellata secondo un pattern Miura-ori risulta quindi più flessibile ed non curante della posizione dei vincoli.

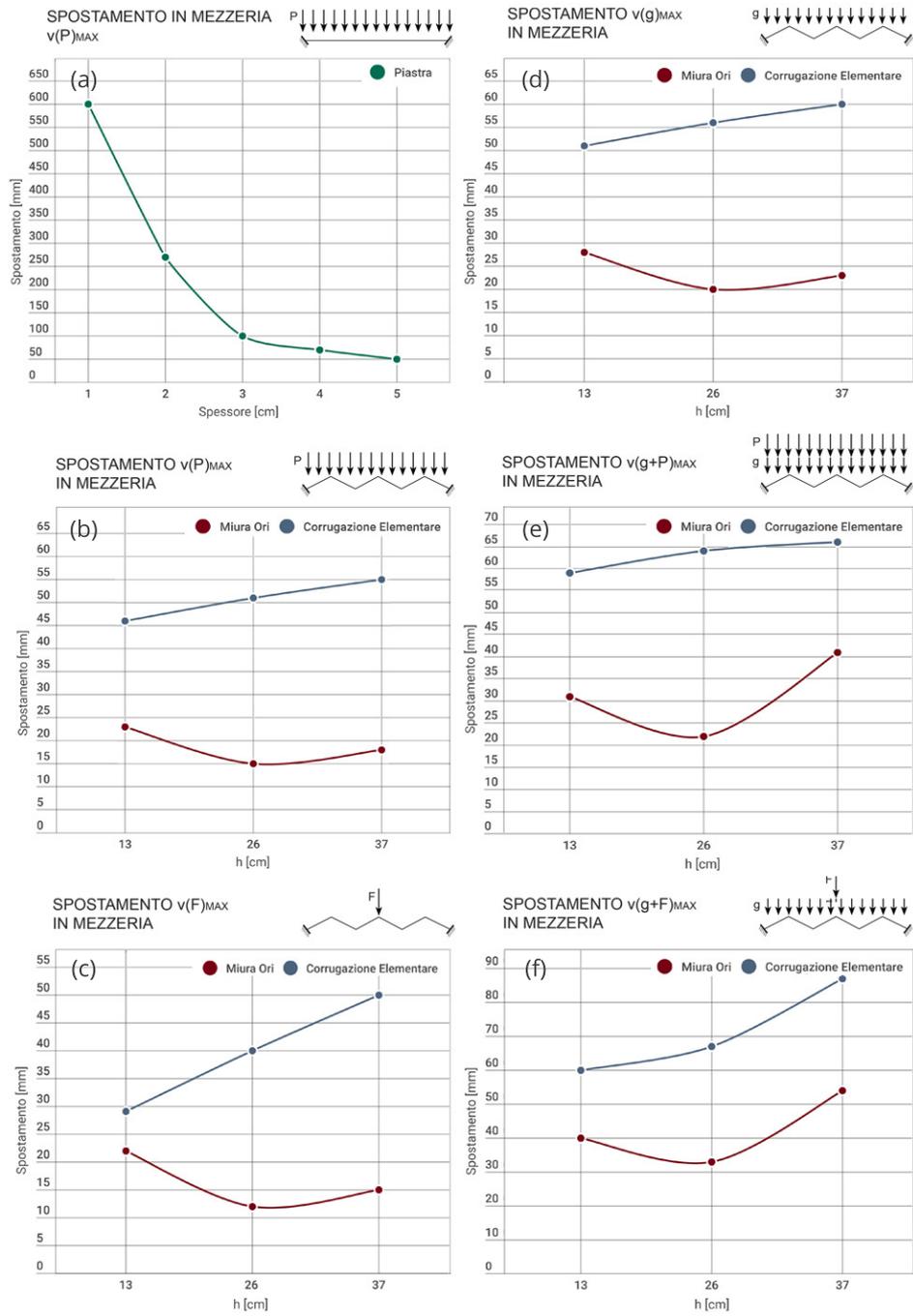


Figura 5.9: Grafici di confronto degli spostamenti

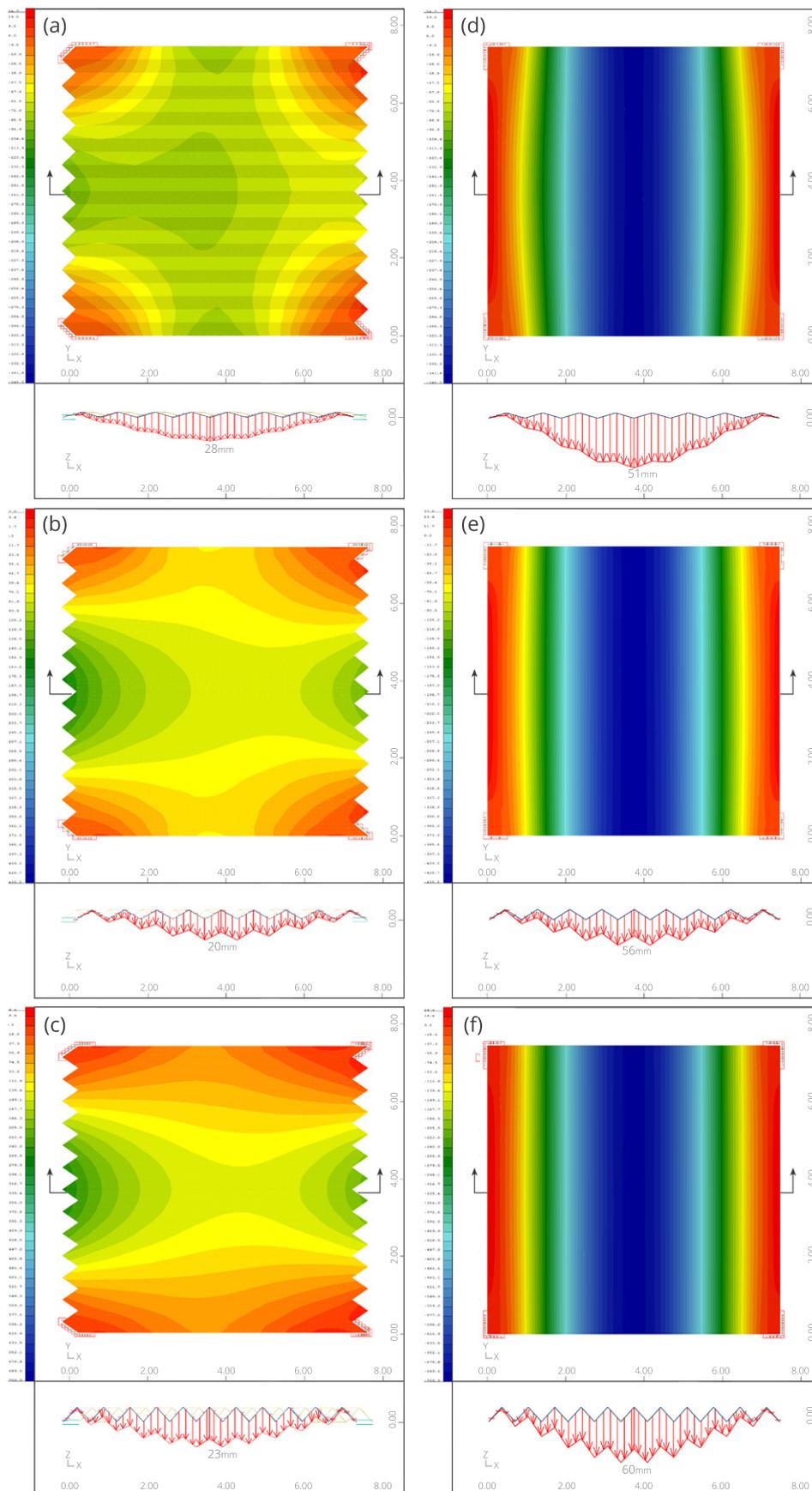


Figura 5.10: Diagramma degli spostamenti con carico accidentale

### 5.4.1.1 Momento d'inerzia e confronto della trave corrugata

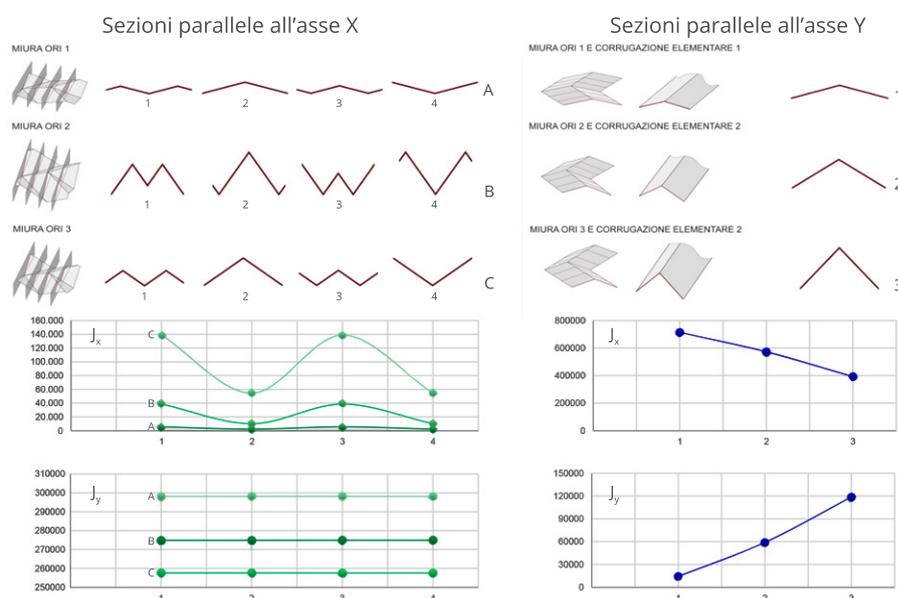


Figura 5.11: Analisi dei momenti d'inerzia

Dalle analisi riportate nel precedente paragrafo, emerge che la tassellazione Origami risulta più efficiente della corrugazione semplice ad una via; questa efficienza meccanica è dovuta alla proprietà di bidirezionalità, caratteristica intrinseca alla geometria del pattern ed assente nell'altra, che invece presenta un evidente comportamento monodirezionale. Il comportamento bidirezionale del Miura-ori è legato all'inerzia della geometria. Difatti, analizzando i momenti d'inerzia (figura 5.11), variabili a seconda del piano di giacitura della sezione, il Miura-ori presenta valori di  $I_x$  elevati in entrambi gli ordini (sezione lungo l'asse X e lungo l'asse Y), grazie alla presenza di un profilo corrugato in entrambe le direzioni. Questa proprietà è assente, invece, nella corrugazione ad una via, dato che esso è una corrugazione la cui portanza meccanica è prettamente monodirezionale.

La bidirezionalità appena descritta si ripercuote anche in termini di reazione vincolari (figura 5.12). Infatti, considerando il caso con supporti posizionati lungo l'intero sviluppo del contorno, mentre il Miura-ori è in grado di trasmettere i carichi in maniera costante su tutti e quattro i lati, la corrugazione ad una via, trasmetterà la quasi totalità dei carichi ai bordi perpendicolari alle pieghe, poiché vi è un percorso privilegiato delle sollecitazioni, fenomeno assente nell'Origami.

Tutti i comportamenti dei due sistemi a confronto fino ad ora evidenziati, sono caratterizzati dalla corrugazione, presenza d'ausilio alla portanza meccanica. In particolare, i comportamenti inerziali, caratterizzati da una monodirezionalità o bidirezionalità possono essere interpretati con un'analogia ad un sistema più semplice: la trave, come mostrato in figura (5.13).

Si parte col considerare due ordini di travi dei sistemi corrugati, in maniera da ottenere un ordine lungo X, corrugato verticalmente per entrambi, e un ordine lungo Y, corrugato orizzontalmente per il Miura-ori e lineare per il sistema semplice. Dal confronto di questi profili lineari si nota come l'incremento della resistenza di

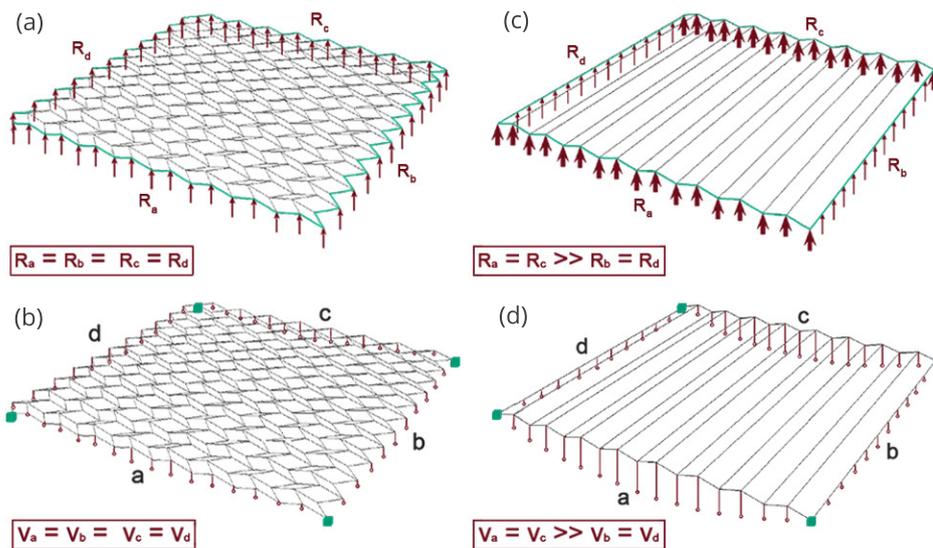


Figura 5.12: Bidirezionalità del sistema Miura-ori

un sistema rispetto all'altro risiede nel percorso che i carichi sono costretti a seguire per giungere ai vincoli: per il Miura-ori, il percorso è corrugato orizzontale, quindi con uno sviluppo lineare maggiore, senza che venga incrementato il corrispondente momento d'inerzia, risultando, quindi, peggiorativo rispetto al concorrente lineare. Un risultato diverso si nel secondo caso, quando la corrugazione è verticale, in cui, nonostante sia aumentata la lunghezza della trave, è incrementato anche il momento d'inerzia e quindi la rigidezza flessionale. Questo spiega la differenza di comportamento tra i due sistemi.

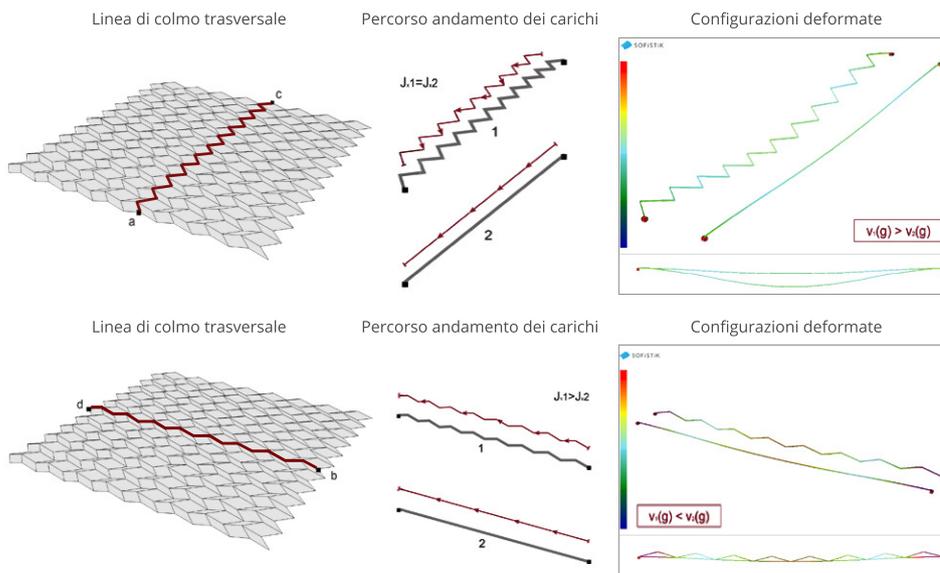


Figura 5.13: Analogia con la trave

### 5.4.1.2 Modello analitico

La ricerca non ha interessato il comportamento di sistemi Miura-ori dal punto di vista esclusivamente numerico, ma è stata estesa anche a diversi modelli analitici semplificati, capaci di riproporne fedelmente il comportamento reale.

(Sc, 2010)

Il più efficace è risultato essere quello presentato da Schenk, il quale ha proposto una variante al problema elastico assegnato ad una superficie tassellata secondo un pattern Miura-ori, discretizzata come modello reticolare e in condizione bloccata ai bordi (figura 5.14).

Il problema elastico risolto da Schenk presenta, in aggiunta alla versione canonica prevista per i sistemi iperstatici continui, il contributo dato dalla presenza delle pieghe, in questo caso considerate come incastri interni. Egli considera la presenza di due rigidezze di base: la rigidezza corrispondente al contributo delle pieghe  $K_{fold}$ , e quella che riguarda la rigidezza delle facce  $K_{facet}$ , questa ultime considerate non infinitamente rigide e rappresentate da un'asta trasversale aggiuntiva.

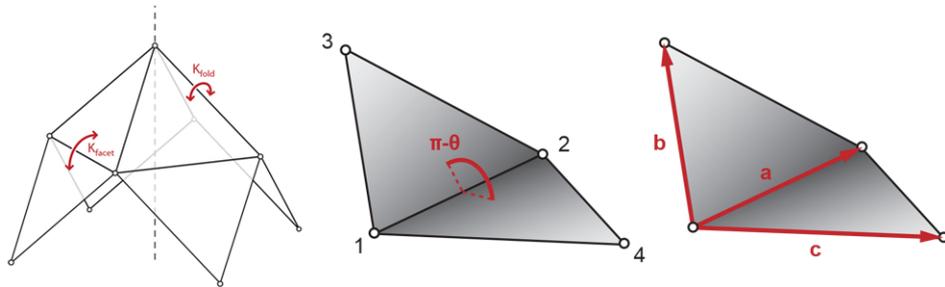


Figura 5.14: Schenk - Modello frame

source: Schenk- 2010

Schenk definisce una matrice Jacobiana che comprende gli spostamenti infinitesimi dovuti all'elasticità del materiale, a cui vengono aggiunte tante righe quante sono le pieghe e le facce del sistema. Partendo dall'ipotesi di spostamenti infinitesimi, egli imposta una funzione per ognuno degli angoli diedri tra le facce e per ogni faccia quadrangolare. In questo modo si determinano altrettante equazioni di legame costitutivo.

$$\sin(\theta) = \frac{1}{\sin(\gamma)\sin(\beta)} \frac{1}{|a|^3|b||c|} (a \times (c \times a)) \cdot (a \times b) \quad F = \sin(\theta_{(p)}) = \dots$$

$$At = f \quad Cd = e \quad Ge = t$$

$$Jd = \frac{1}{\cos(\theta)} \sum \left( \frac{\partial F}{\partial p_i} dp_i \right) = d\theta$$

$$\begin{bmatrix} C \\ J \end{bmatrix} d = \begin{bmatrix} e \\ d\theta \end{bmatrix}$$

$$Kd = f \quad K = AGC = C^T GC$$

$$K = \begin{bmatrix} C \\ J \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & G_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ J \end{bmatrix}$$

Lo studio termina con un confronto fra diversi sistemi al variare del rapporto tra le due rigidezze considerate: dal caso in cui la rigidezza delle facce è di gran lunga superiore a quella delle pieghe  $K_{facet} \gg K_{fold}$  a quello opposto, in cui le facce risultano molto più deformabili delle pieghe  $K_{facet} \ll K_{fold}$ .

### 5.4.2 Modello a Volta

La fase di analisi di strutture semplici termina con lo studio di un sistema bidimensionale curvo a singola curvatura: la volta sottile. La volta sottile è un sistema bidimensionale curvo in cui la curvatura gaussiana è nulla e le forze esterne agiscono fuori dal piano proprio. Anche in questo caso, trattando superfici con spessori molto esigui rapportati alla luce da coprire, le volte sottili sono in regime di membrana.

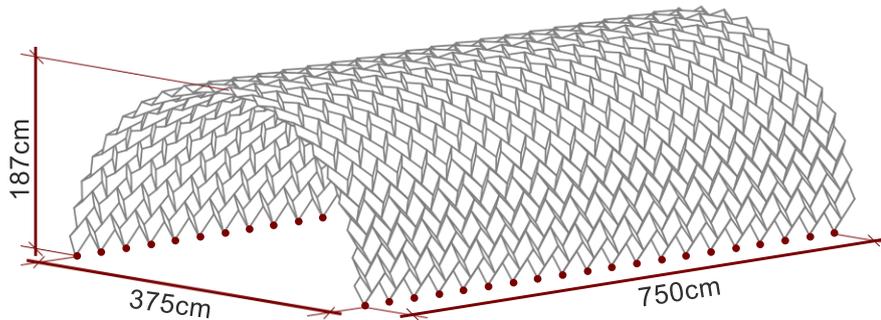


Figura 5.15: Modello di volta Miura-ori

L'analisi strutturale della volta considera una volta continua di 7,5m di profondità, profilo laterale ad arco di circonferenza con raggio  $R = 1,875m$  ed angolo al centro  $\theta = \pi$  (figura 5.15). La controparte discretizzata è rappresentata da un pattern Miura-ori generalizzato, costruito partendo dal profilo della volta continua. In questo modo, la generatrice è formata da  $n = 20$  moduli e una ampiezza della corrugazione di circa 18,26cm.

La selezione del numero di cellula basi deriva da una analisi preventiva effettuata in termini di spostamento. In sostanza, è stata avanzata una indagine sul numero di cellule base con il quale suddividere l'arco di circonferenza, di modo da ottenere il risultato più efficiente. Sono stati analizzati differenti gradi di discretizzazione che vanno da n.5 moduli fino a n.30. Dalle curve dei grafici della figura (5.16), che riguardano gli spostamenti massimi nel punto di mezzeria nelle quattro condizioni di carico considerate, è emerso che il numero di moduli base che induce uno spostamento, in media, minore è, per l'appunto, n.20 moduli.

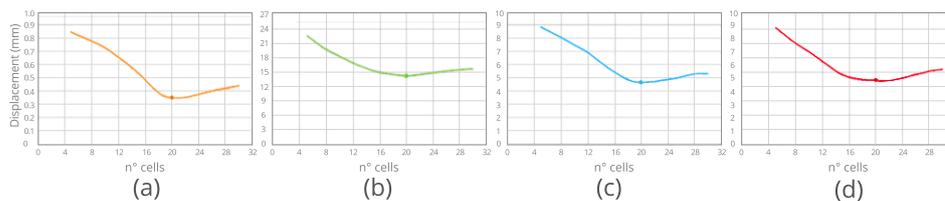


Figura 5.16: Spostamenti massimi al variare del n. di moduli

Come per i casi precedenti, anche nell'analisi strutturale della volta sono stati indagati casi con diverse condizioni al contorno. In questa maniera sono stati analizzati i 4 casi in precedenza enunciati con i seguenti esiti:

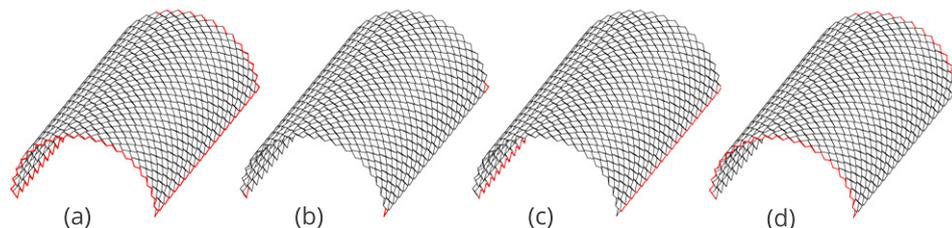


Figura 5.17: Condizioni di vincolo per la volta

- (a) caso contorno completamente bloccato: il Miura-ori mostra una resistenza migliore in termini sia di spostamento massimo che di sollecitazioni globali;
- (b) caso con i quattro spigoli bloccati: il Miura-ori appare ancora più efficiente del caso precedente;
- (c) caso trasversalmente bloccato: la volta continua presenta sia spostamenti che sollecitazioni inferiori al concorrente;
- (d) caso longitudinalmente bloccato: il Miura-ori torna ad avere un comportamento migliore rispetto alla volta continua.

I risultati dei casi appena specificati sono di facile lettura. Dal momento che la volta si comporta come una serie di elementi trave posti in aderenza, com'è il caso in cui sono bloccati i soli bordi ad arco, il modello continuo ha performance migliori, per tutti gli altri casi il Miura-ori mostra risposte sempre più vantaggiose. L'analogia con la trave, torna ad essere presente.

## 5.5 Ron Resch Pattern

### 5.5.1 Modello a Volta

Ultimata l'analisi meccanica sui sistemi discretizzati secondo pattern Miura-ori, è la volta delle superfici discretizzate ricorrendo al pattern Ron Resch. La propria costituzione geometrica permette al Ron Resch, una volta piegato, di assumere una configurazione naturale a volta. Il valore dell'angolo di piega definisce il profilo finale. Occorre precisare che, mentre durante la movimentazione il pattern assume naturalmente configurazioni spaziali cilindriche, i due stadi estremi, quello iniziale e quello finale, sono planari, anche se non flat-foldable.

Coerentemente con le analisi effettuate in precedenza, sono state mantenute le dimensioni globali di riferimento: 7,5m di profondità, profilo laterale ad arco di circonferenza con raggio  $R = 1,875m$  ed angolo al centro  $\theta = \pi$ .

La prima parte dell'indagine ha riguardato lo studio dell'orientamento del modulo di base. Infatti, il pattern Ron Resch è costituito da una serie di triangoli equilateri, posti al bordo di un ulteriore triangolo, più esteso. Dalla disposizione di questo triangolo dipende l'orientamento globale del pattern.

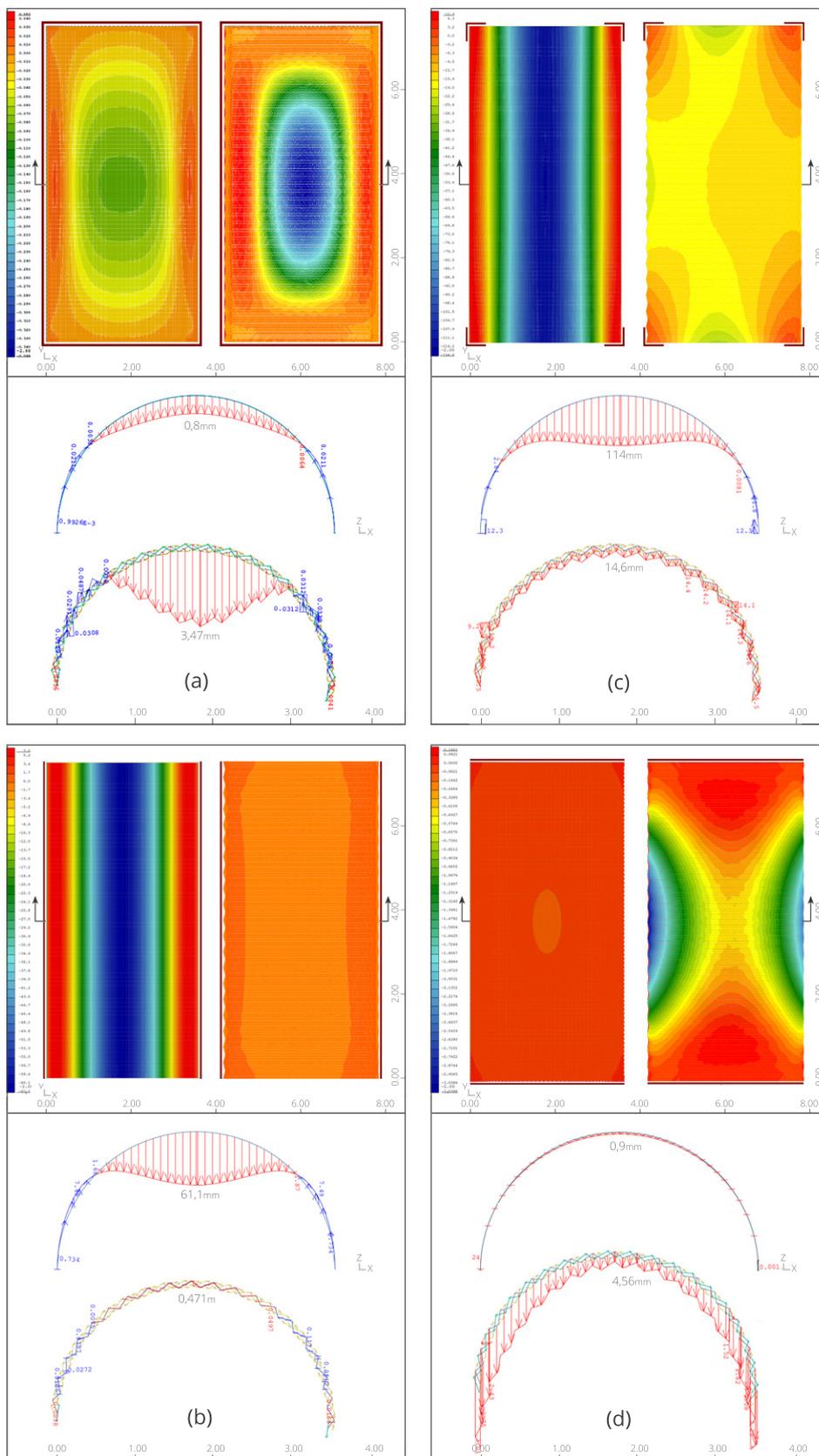


Figura 5.18: Diagramma degli spostamenti con carico accidentale

Pertanto, sono stati confrontati due configurazioni di volta con profilo ad arco di circonferenza, con orientamenti perpendicolari fra loro. Dall'analisi numerica è emerso che l'orientamento dei triangoli non è un dato che influisce sul comportamento globale del sistema, dato che i risultati dei due casi sono comparabili.

Alla prima indagine di tipo geometrico, ne è seguita una seconda di tipo topologico: sono stati osservati pattern discretizzati con diversi gradi di definizione, in termini di grandezza delle singole facce. Si parte dalla versione con facce da  $l = 75\text{cm}$  a quello con facce da  $l = 15\text{cm}$ , in modo da approssimare sempre più il profilo curvo del modello continuo. Dal confronto è emerso che vi è un limite minimo della grandezza delle facce, oltre il quale, nonostante ci si avvicini maggiormente alla superfici continua, l'incremento del numero delle pieghe peggiora la risposta globale del sistema. In particolare, il pattern con il migliore comportamento strutturale, ha un lato  $l = 20\text{cm}$  (figura 5.19a).

Infine, è stato riproposto il medesimo confronto effettuato con il pattern Miura-ori generalizzato, in cui il Ron Resch viene confrontato con la volta continua. Come per il caso precedente delle superfici tassellate secondo il pattern Miura-ori, anche per la tassellazione Ron Resch, si ha un comportamento più efficiente quando la volta lavora "ad arco" e peggiorativo quando le condizioni di vincolo inducono sollecitazioni "a trave". Per quanto riguarda le restanti due condizioni di vincolo, mentre per il caso con vincoli in corrispondenza degli spigoli, il Ron Resch ha performance migliori, nel caso del incastro continuo su tutto il contorno, i due sistemi si equivalgono.

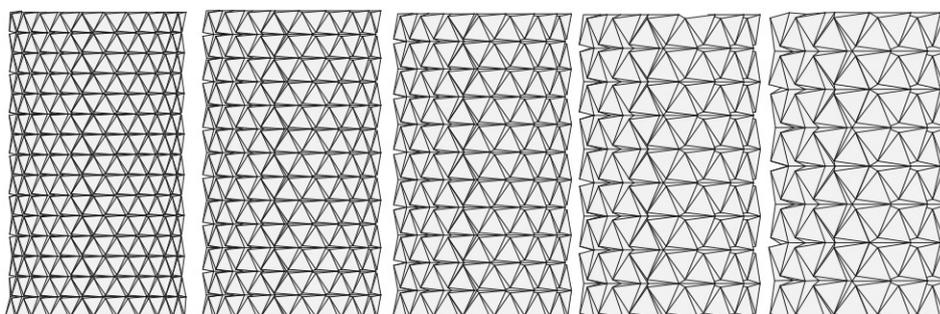
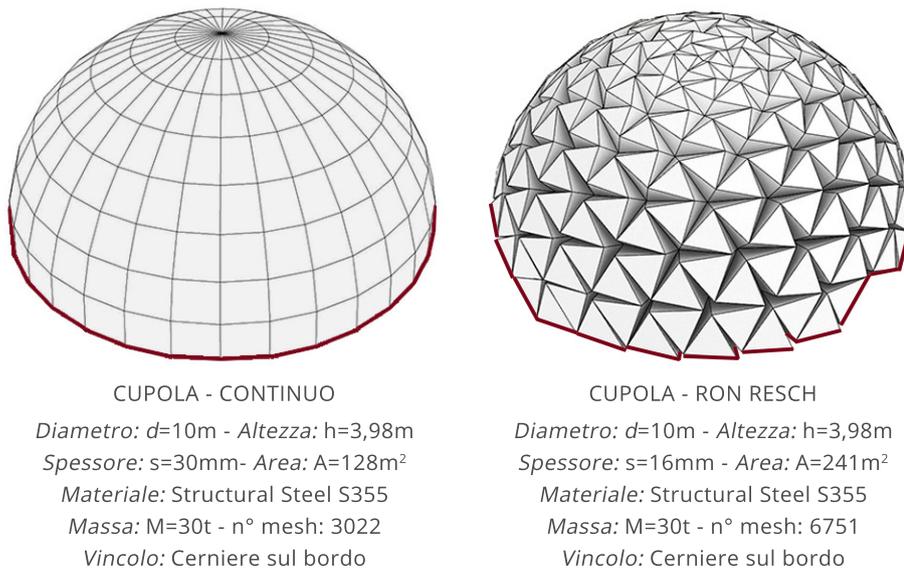


Figura 5.19: Confronto topologico della discretizzazione del Ron Resch

### 5.5.2 Modello a Cupola

La fase di analisi di strutture semplici è proseguito con lo studio di un sistema bidimensionale curvo a doppia curvatura: la Cupola sottile. La cupola sottile è un sistema bidimensionale curvo, con curvatura gaussiana positiva (presentando entrambe le curvature dello stesso segno). Nel caso in cui esse risultano molto sottili si comportano come membrane, ovvero strutture in cui è quasi assente la componente di rigidità flessionale. Nell'analisi del comportamento meccanico della cupola, vengono confrontati due diversi sistemi: la cupola considerata come continuo e la cupola modellata secondo una tassellazione Ron Resch generalizzata.

A livello geometrico, un vantaggio notevole del Ron Resch è rappresentato dalla capacità di essere sviluppabile, cosa che non accade alla cupola classica. Questa



**Figura 5.20: Confronto cupola - Ron Resch**

capacità si paga, però, in termini di portanza meccanica. Infatti, in tutte le analisi effettuate, considerando diverse condizioni di carico, la tassellazione Origami appare sempre peggiorativa rispetto al modello continuo. Questo comportamento è dovuto al fatto che viene meno il contributo cerchiante dei paralleli e i meridiani vengono sostituiti da curve spezzate che fanno allungare il percorso dei carichi dalla sommità all'imposta.

Analizzando più nel dettaglio le isostatiche del sistema Ron Resch, si nota una certa corrispondenza con quelle del continuo, ma la presenza delle numerose pieghe abbatte la rigidità globale del sistema, impedendo che si generino interazione fra paralleli e meridiani (figure 5.21, 5.22, 5.23).

## 5.6 Risultati

**I**n conclusione, sono state condotte indagini utili a verificare l'effetto dell'applicazione di tassellazioni Origami in strutture canoniche. Dai risultati dell'analisi numerica effettuata su modelli agli elementi finiti, è emerso che in determinate condizioni i pattern Origami sono in grado di rispondere in maniera più efficiente rispetto ai sistemi continui. In particolare, il Miura-ori si è dimostrato il pattern più efficace. Infatti sia per la configurazione planare che per quella generalizzata, permette un miglioramento della portanza meccanica della struttura, sfruttando la bidirezionalità della propria geometria. Al contrario il pattern Ron Resch, dato il maggior numero di gradi di libertà, risulta più flessibile e meno adatto ad usi strutturali generalizzati.

Pertanto, si è ritenuto opportuno procedere con le analisi cinematiche prima e quelle sperimentali in seguito, esclusivamente con il pattern Miura-ori, lasciando l'approfondimento del pattern Ron Resch ad eventuali sviluppi futuri.

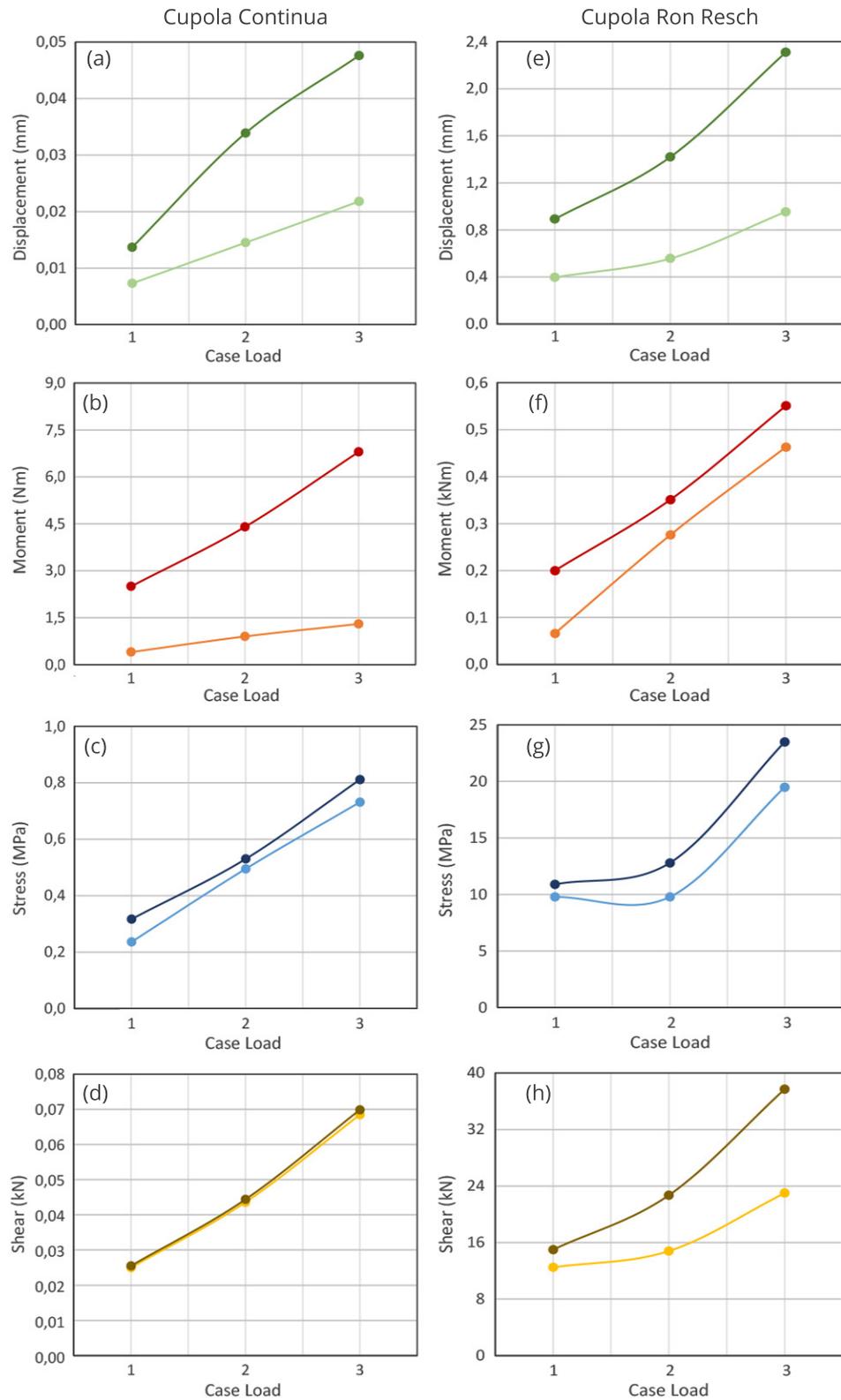


Figura 5.21: Grafici di confronto degli spostamenti

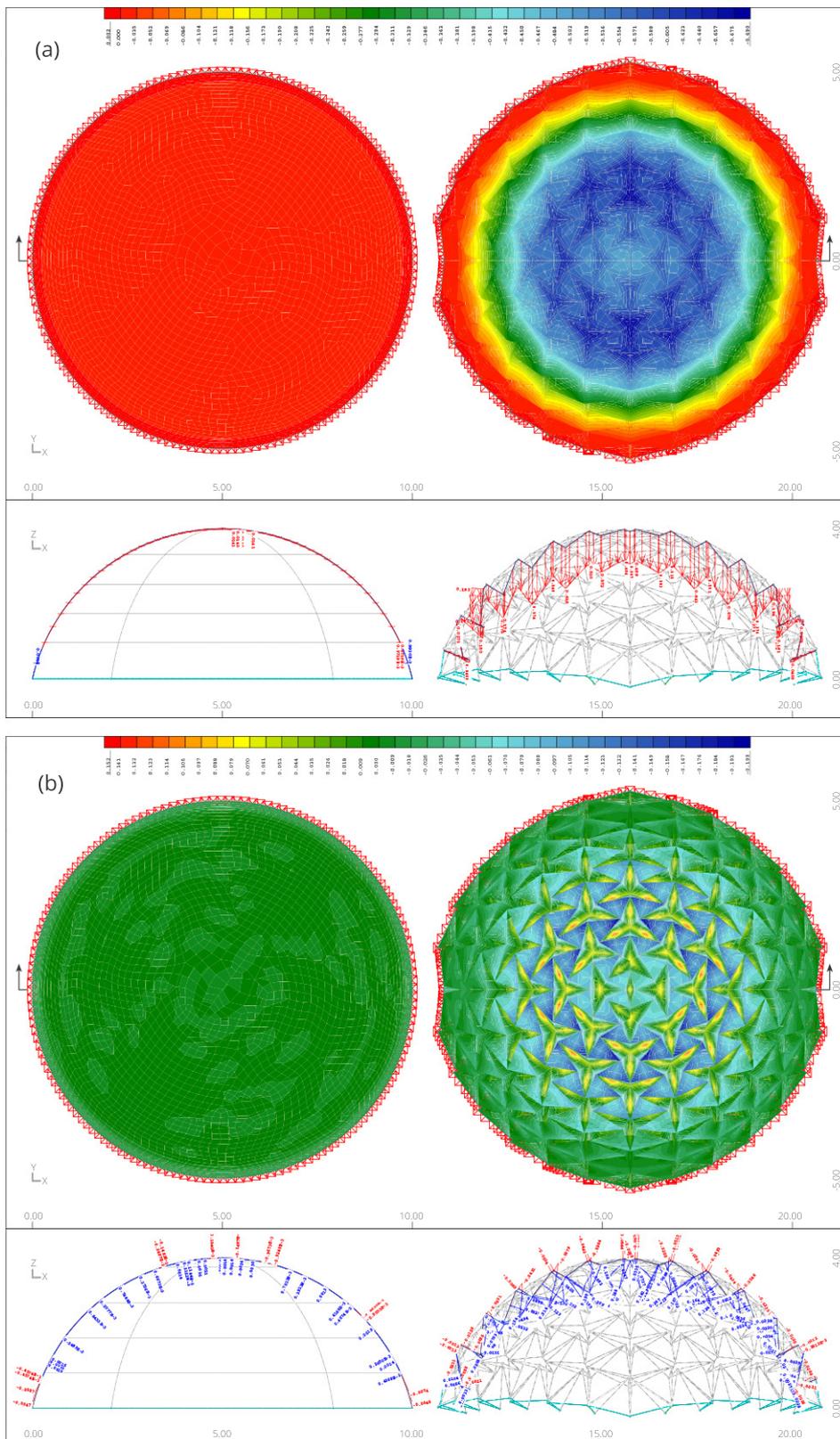


Figura 5.22: Analisi di spostamenti, spostamenti e momento

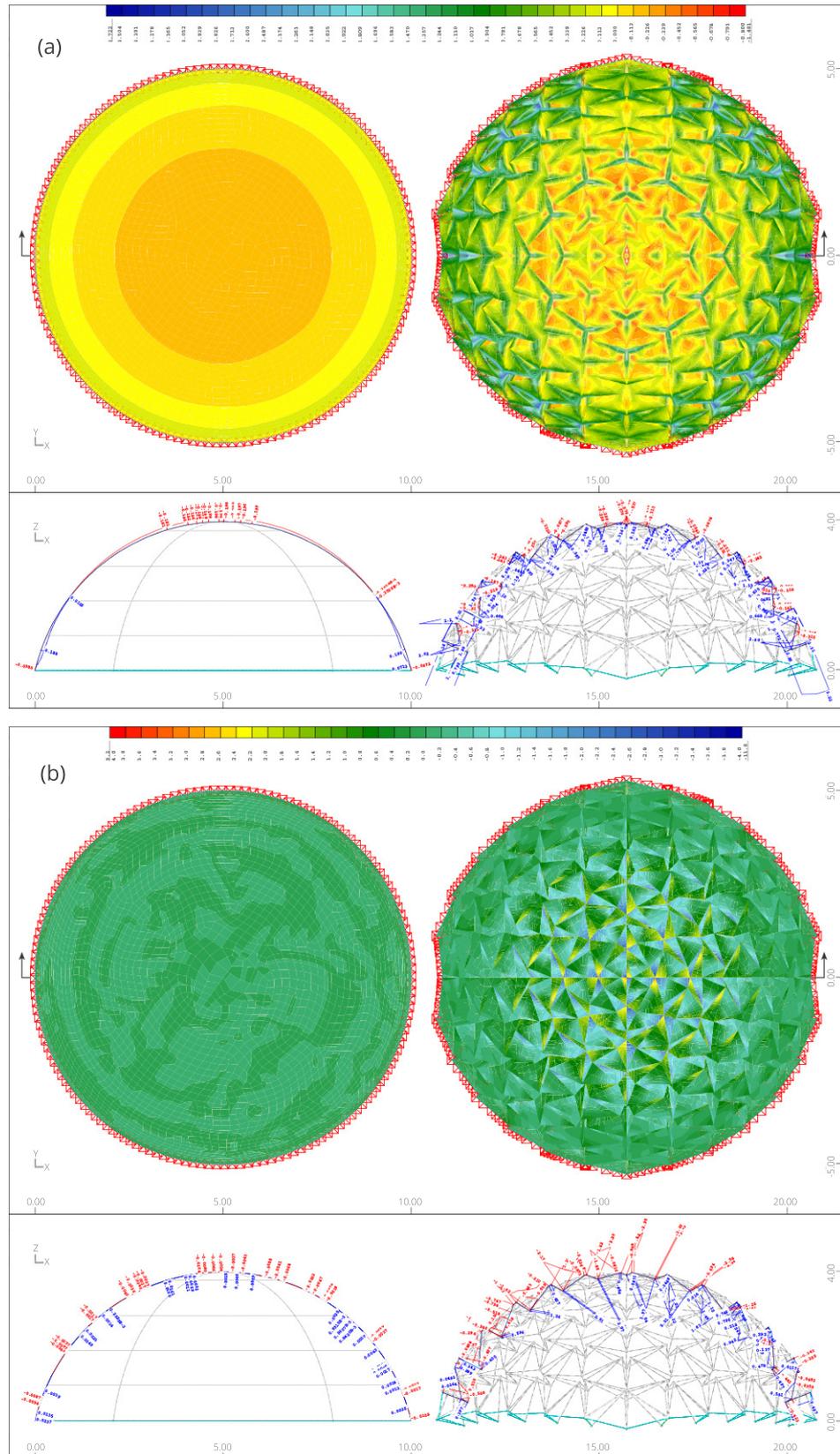


Figura 5.23: Analisi di spostamenti, tensioni e taglio

## **Capitolo 6**

# **L'Analisi Cinematica**

## 6.1 Premessa

Le superfici adattive conservano nella capacità di ammettere movimenti finiti il proprio carattere distintivo. Durante l'esame statico vengono analizzati esclusivamente gli aspetti meccanici, che non coinvolgono quelli legati alla movimentazione. Di conseguenza, sorge evidente la necessità di estendere l'indagine ai meccanismi che regolano le fasi di piegatura dei sistemi Origami, investigati durante questa ricerca.

L'analisi cinematica è strutturata come segue: una prima parte analitica, durante la quale viene proposto un modello reticolare semplificato che, tramite meccanismi sferici, è in grado di riprodurre la movimentazione; una seconda parte geometrica, in cui, tramite l'utilizzo di leggi parametriche, vengono indagate le variazioni geometriche subite durante la fase di piegatura, in termini di area coperta e rapporto fra i lati.

Sfruttando le potenzialità dei software parametrici, è stato, quindi, possibile simulare il processo di piegamento e dispiegamento dei pattern Miura-ori, sia nella configurazione planare che in quella curva. Dal confronto dei risultati relativi a soluzioni Origami e ad altre strutture dette *semplici*, sono emersi i vantaggi, in termini esclusivamente geometrici, del ricorso a tali sistemi.

## 6.2 Movimentazione analitica

L'analisi cinetica consta di una prima parte analitica, ancora in via di sviluppo, con la quale si è riusciti a definire un modello approssimato, che con un numero ridotto di aste, riesce a descrivere fedelmente il comportamento cinematico della cellula base del Miura-ori.

L'identificazione del modello analitico riguarda la riduzione del modello base composto da quattro elementi piani (le facce quadrangolari) ad un sistema reticolare labile (poiché deve essere permesso uno spostamento finito), sia le pieghe che le facce vengono sostituite da aste, che nel primo caso mantengono il proprio asse di giacitura, e nel secondo è posta trasversalmente, di modo che assicuri la rigidità della faccia stessa. L'ipotesi di partenza prevede che le aste siano infinitamente rigide e i nodi siano sostituiti da cerniere sferiche. La definizione del sistema reticolare deve, pertanto, ammettere *spostamenti finiti controllati*. Per poter permettere ciò è necessario che esso risolvi la condizione di labilità globale con l'aggiunta di molle rotazionali in corrispondenza del vertice centrale (in un pattern, sarebbero compresi tutti i vertici), a cui viene assegnata una determinata rigidità conforme al contributo delle pieghe nel modello reale. In sostanza, la rigidità della piega viene sostituita dalla rigidità di una molla rotazionale, posta in modo da simulare il comportamento della piega stessa. In questo modo, in corrispondenza del vertice centrale, ci saranno due molle, una orizzontale fra le aste  $b_1 - b_3$  e una verticale fra le aste  $b_2 - b_4$  della figura(6.1).

### 6.2.1 Modello planare: cellula base

Se volessimo ridurre la cellula base del pattern Miura-ori, seguendo il metodo appena enunciato, sarebbe costituito da 8 aste perimetrali (aste  $a_{1,2...8}$ ) a definirne

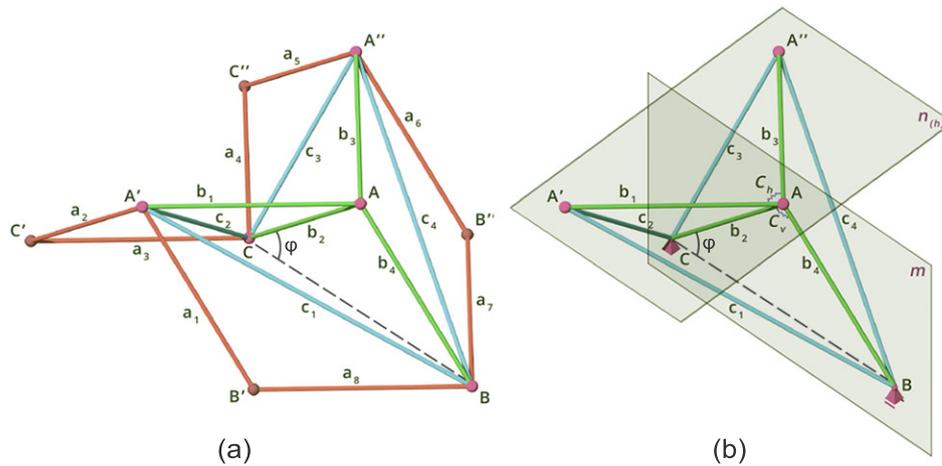


Figura 6.1: Modello reticolare della cellula base Miura-ori

(a) Sistema reticolare della cellula base del Miura-ori planare - (b) Modello reticolare ridotto

il contorno, ulteriori 4 aste interne in luogo delle pieghe, tre di monte e una di valle, e, per concludere, 4 aste trasversali in rappresentanza delle facce. Tuttavia, esaminando con attenzione il modulo ci si accorge che nel meccanismo cinematico, il contributo al sistema globale da parte di alcune aste è nullo. Questo perché è possibile ridurre il comportamento globale della cellula nel cinematico di soli due sistemi: quello orizzontale e quello verticale. In sostanza, eliminando tutte le aste di bordo, il comportamento meccanico della cellula base non muta. E' necessario però, fare delle ipotesi iniziali, poiché il comportamento del Miura-ori, sistema ad un gdl (in questo caso rappresentato dall'angolo  $\varphi$  d'inclinazione dell'asta  $b_2$ ), è descrivibile con lo spostamento di un solo punto (figura 6.1):

- le aste  $b_1$  e  $b_3$ , durante l'intera movimentazione, giacciono sempre su un piano orizzontale  $n_{(h)}$ , la cui distanza dal piano orizzontale  $XY$  varia al variare dell'altezza del punto  $A$ ;
- le aste  $b_2$  e  $b_4$ , durante l'intera movimentazione, giacciono sempre sullo stesso piano verticale  $m$ , che, al contrario di  $n_{(h)}$ , non varia la sua posizione (i punti  $A, B$  e  $C$  sono complanari);
- la cerniera interna in  $A$  ha la possibilità di muoversi nel piano  $m$ ; il carrello in  $B$  permette il solo spostamento lungo l'asse  $Y$ ; la cerniera esterna in  $C$  permette la sola rotazione dell'asta  $b_2$  di un angolo  $\varphi$ ; i punti  $A'$  e  $A''$  si muovono nel piano  $n_{(h)}$  in accordo con il punto  $A$ .

Considerando le ipotesi appena enunciate la movimentazione del modello ridotto è regolato dalle seguenti equazioni:

$$P_1 = \{0, 0, 0\}$$

$$P_2 = \{\sqrt{2} \cos(\varphi), 0, \sqrt{2} \sin(\varphi)\}$$

$$P_3 = \{2\sqrt{2} \cos(\varphi), 0, 0\}$$

$$\begin{aligned}
P_4 &= \left\{ \frac{\cos(2\phi) \sec(\phi)}{\sqrt{2}}, \sqrt{\cos(2\phi) + \frac{1}{2} \sec(\phi)}, \sqrt{2} \sin(\phi) \right\} \\
P_5 &= \left\{ \frac{\cos(2\phi) \sec(\phi)}{\sqrt{2}}, -\sqrt{\cos(2\phi) + \frac{1}{2} \sec(\phi)}, \sqrt{2} \sin(\phi) \right\} \\
v_2 &= \sqrt{2} \sin(\phi) - 1 \quad w_2 = \sqrt{2} \cos(\phi) - 1 \quad w_3 = 2 \left( \sqrt{2} \cos(\phi) - 1 \right) \\
P_{2s} &= P_2 + (w_2, 0, v_2) = \left\{ \sqrt{2} \cos(\phi), 0, \sqrt{2} \sin(\phi) \right\} \\
P_{3s} &= P_3 + (w_3, 0, 0) = \left\{ 2 \left( \sqrt{2} \cos(\phi) - 1 \right) + 2, 0, 0 \right\} \\
P_{4s} &= \left\{ \frac{\cos(2\phi) \sec(\phi)}{\sqrt{2}}, \sqrt{-\frac{1}{2} |\cos(2\phi) \sec(\phi)|^2 - 2 |\sin(\phi)|^2 + 2}, \sqrt{2} \sin(\phi) \right\} \\
P_{5s} &= \left\{ \frac{\cos(2\phi) \sec(\phi)}{\sqrt{2}}, -\sqrt{-\frac{1}{2} |\cos(2\phi) \sec(\phi)|^2 - 2 |\sin(\phi)|^2 + 2}, \sqrt{2} \sin(\phi) \right\}
\end{aligned}$$

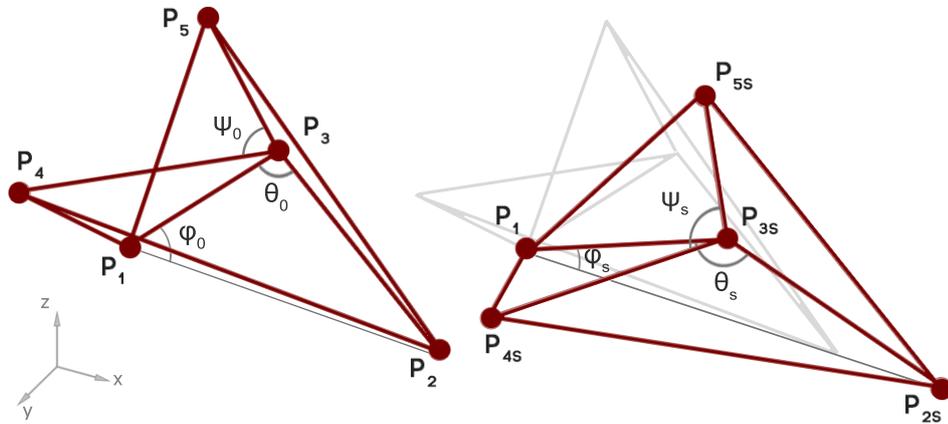


Figura 6.2: Modello reticolare ridotto - meccanismo cinematico

Il sistema così formato presenta due principali sistemi labili a due aste: il sistema formato dalle aste  $b_1 - b_3$  e quello formato dalle aste  $b_2 - b_4$ , mentre le aste  $c_i$  svolgono il compito di assicurare che le facce restino rigide, ovvero che le distanze  $\overline{CA'}$ ,  $\overline{CA''}$ ,  $\overline{BA'}$  e  $\overline{BA''}$  restino costanti per l'intero processo di piegatura.

Il problema viene così risolto in termini di energia potenziale totale del sistema:

$$\xi = \frac{1}{2} C_v K_v^2 + \frac{1}{2} C_h K_h^2 - Fw$$

dove  $\xi$  è l'energia potenziale,  $C_v$  è la rigidezza della molla verticale,  $K_v$  è la differenza dell'angolo  $\theta$ , corrispondente alla molla verticale di partenza, per cui  $K_v = \theta_s - \theta_0$ ,  $C_h$  è la rigidezza della molla orizzontale,  $K_h$  è la differenza dell'angolo  $\psi$ , corrispondente alla molla orizzontale di partenza, per cui  $K_h = \psi_s - \psi_0$ ,  $F$  è la forza applicata nel nodo  $B$  in direzione  $Y$ , e  $w$  corrisponde allo spostamento del punto  $B$  dovuto alla forza  $F$ .

Il problema è risolto imponendo che la derivata dell'energia potenziale sia nulla (figura 6.4):

$$d\xi = 0$$

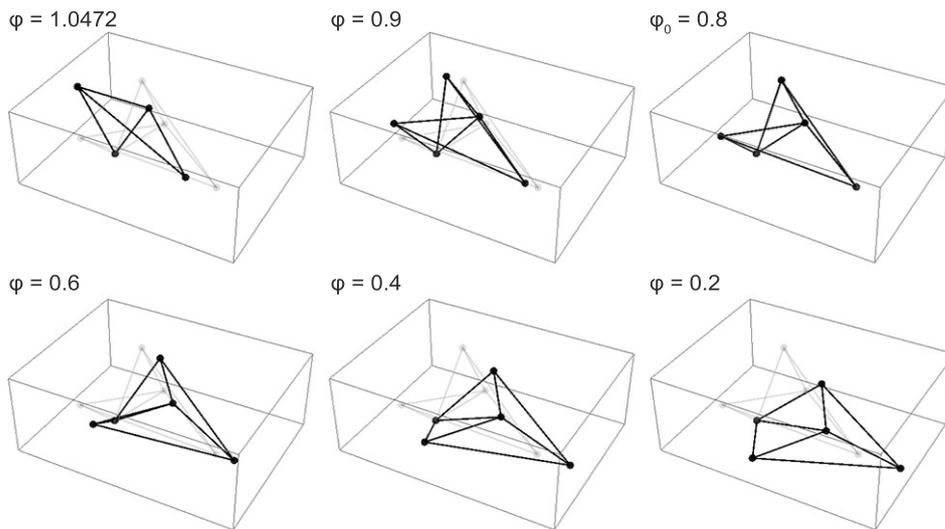


Figura 6.3: Movimentazione del modello analitico planare

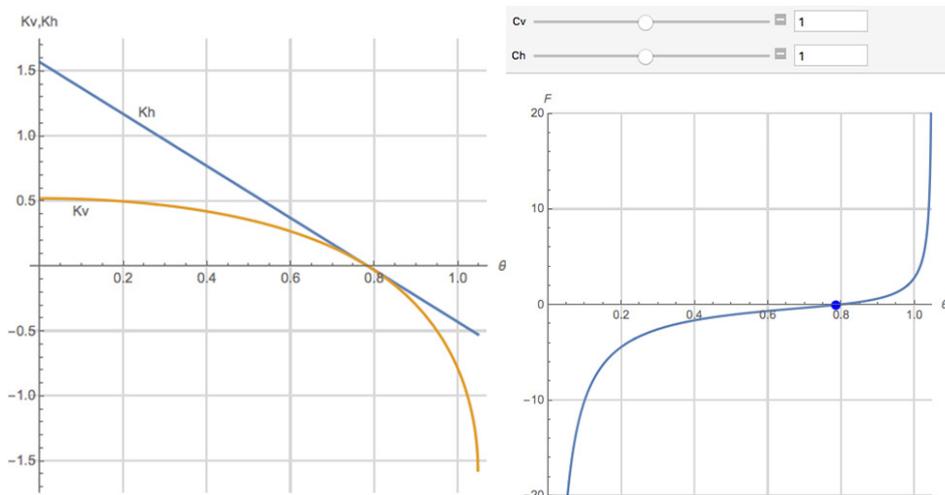


Figura 6.4: Diagramma delle rigidezze e diagramma forza-spostamento

### 6.2.2 Modello curvo: cellula base

Ultimato il modello analitico ridotto per il sistema planare, è stata definita la controparte curva, relativa alla cellula base di un pattern Miura-ori generalizzata. La costruzione analitica segue le medesime regole della versione piana, fatta eccezione di alcune ipotesi di partenza. Difatti, anche per il Miura-ori generalizzato è possibile ridurre il modello reticolare equivalente ad un sistema di sole 8 aste, non considerando quelle al contorno, le pieghe vengono rappresentate con delle molle rotazionali e il sistema resta ad un singolo gdl (angolo  $\varphi$ ).

La differenza con il caso piano risiede nella possibilità del punto C di muoversi non solo lungo la direzione Y del piano  $m$ , ma anche nella direzione perpendicolare X. Di conseguenza il vettore spostamento del punto C sarà dato da:  $w_{c(\varphi)} = u_{c(\varphi)} + v_{c(\varphi)}$ . Infine, occorre precisare un'ultima condizione che riguarda il piano  $n_{(\varphi)}$  di giacitura dei punti A, A' ed A'', il quale non si mantiene parallelo al piano XY durante la fase di piegatura, ma varia la sua inclinazione al variare dell'angolo  $\varphi$ .

Il risultato della movimentazione del modello curvo è mostrata nella figura(6.5).

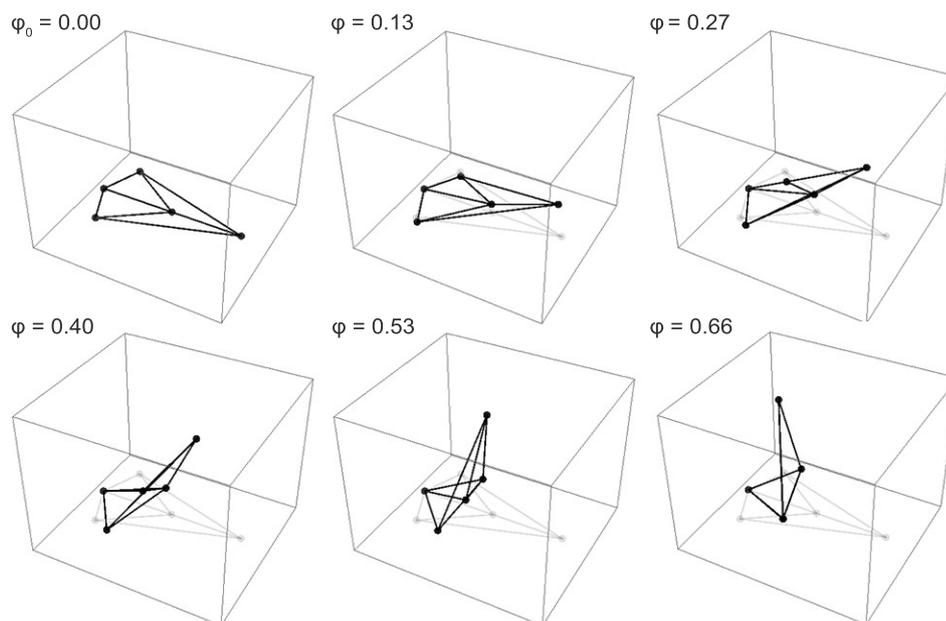


Figura 6.5: Movimentazione del modello analitico curvo

### 6.3 Movimentazione geometrica

Attraverso lo studio parametrico delle variazioni geometriche che i pattern Miura-ori subiscono durante la movimentazione è possibile individuare i vantaggi del ricorso a tali soluzioni. In quest'ottica, sistemi Origami sono stati confrontati con le relative strutture *semplici*, tramite due differenti analisi: la prima interessa il Miura-ori classico e una piastra a corrugazione semplice, soluzioni corrispondenti all'analisi statica precedentemente effettuata, il secondo interessa la variante generalizzata del Miura-ori e la corrispondente volta continua.

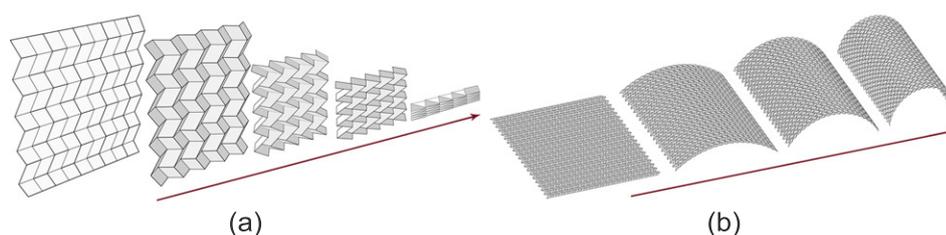


Figura 6.6: Movimentazione dei sistemi Origami  
(a) Modello Miura-ori planare - (b) Modello Miura-ori generalizzato

#### 6.3.1 Confronti nel Piano

Come già introdotto nel capitolo (5.4.1), il confronto tra una corrugazione tassellata secondo un pattern Miura-ori e una corrugazione semplice avviene considerando

una piastra quadrata di partenza posta nel piano  $XY$  con dimensioni  $7,5m$  per lato. Il confronto avviene fra tre diversi pattern per ciascuna delle corrugazioni, differenziati dall'ampiezza del profilo piegato  $h$ : le prime corrugazioni hanno un'altezza  $h = 13cm$ , le seconde  $h = 26cm$  e, infine, le più corrugate presentano un'altezza pari a  $h = 39cm$  (figura6.7).

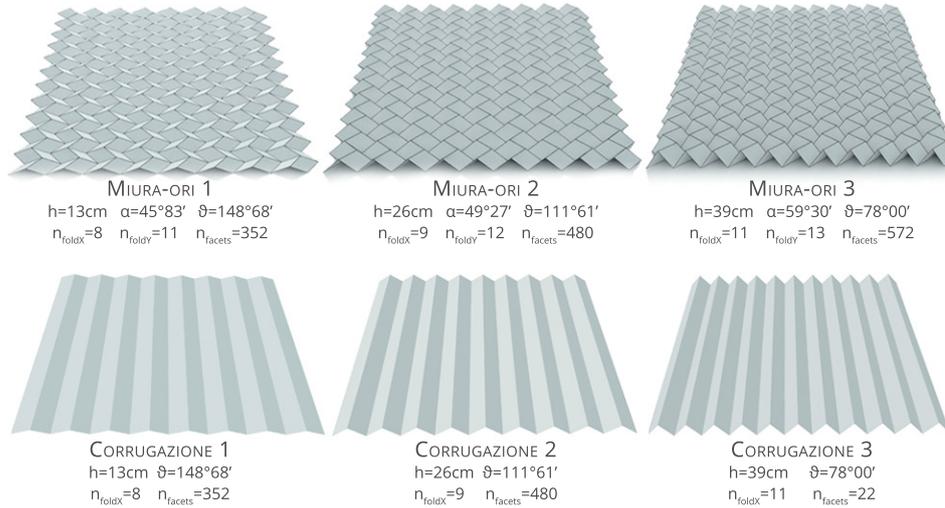


Figura 6.7: Caratteristiche geometriche dei sistemi a confronto

Prima di procedere con il confronto geometrico, occorre effettuare alcune precisazioni. Durante la costruzione geometrica, il pattern Miura-ori presenta una determinazione molto più complessa rispetto alla corrugazione semplice. Infatti, se quest'ultima proviene dalla semplice estrusione del profilo corrugato, il Miura-ori è il risultato di relazioni geometriche fra le parti più articolate. Questa complessità è dovuta al fatto che modificando l'altezza della corrugazione varia il numero delle pieghe in entrambi i profili laterali  $x$  e  $y$ , e, pertanto, per la definizione dei tre diversi pattern Miura-ori, è necessario tenere conto dei seguenti rapporti:

$$\xi = \sin \alpha \cdot \sin \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \quad \chi = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (6.1)$$

$$\beta = 2 \sin^{-1} \left( \chi \sin \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \right) \quad (6.2)$$

$$l = 2l_1\chi \quad w = 2l_2\xi \quad h = l_1\chi \tan \alpha \cdot \cos \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \quad (6.3)$$

dove  $\alpha$  è l'angolo interno acuto delle facce quadrilatera, mentre  $\vartheta$  è l'angolo diedro fra due facce contigue.

Nel caso in cui  $l_1 = l_2$  il rapporto tra gli angoli  $\alpha$  e  $\vartheta$  diventa (figura6.8):

$$\alpha = \pm \arccos \left( \frac{\sin \left( \frac{\vartheta}{2} \right) \sqrt{-1 + \sin \left( \frac{\vartheta}{2} \right)^2}}{\sqrt{-1 + \sin \left( \frac{\vartheta}{2} \right)^4}} \right) \quad (6.4)$$

Considerando, pertanto, una superficie d'ingombro pari a  $S_0 = 7,5 \times 7,5m = 56,25m^2$  sono stati effettuati i seguenti confronti geometrici:

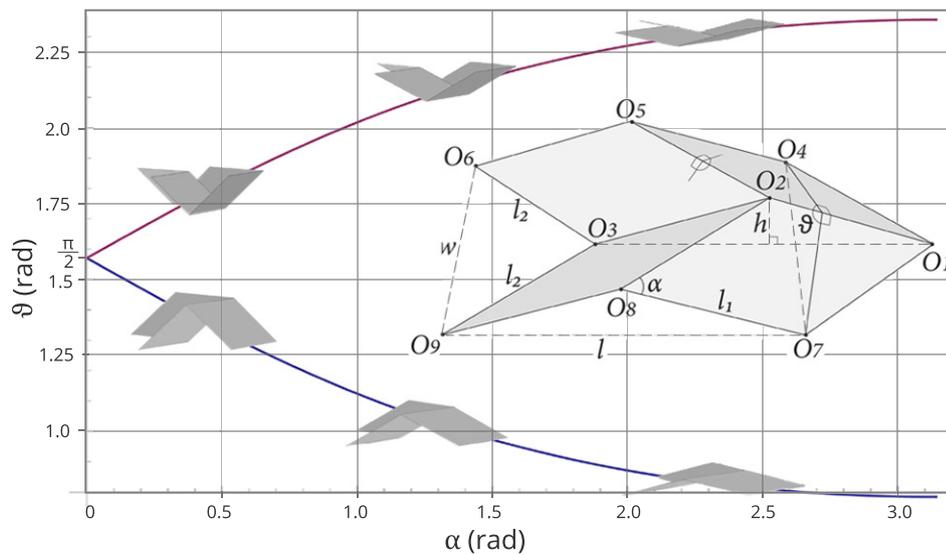


Figura 6.8: Rapporto fra gli angoli  $\alpha$  e  $\vartheta$

- variazione delle aree d'ingombro  $S_i$  al variare dell'altezza  $h \rightarrow [0, h_{max}]$ , per ognuno dei tre sistemi: figura(6.9)
- variazione della lunghezza dei lati  $a_i$  e  $b_i$  e del loro rapporto  $\frac{a}{b}$  al variare dell'altezza  $h \rightarrow [0, h_{max}]$ , per ognuno dei tre sistemi: figura(6.10)

Dall'analisi geometrica appena effettuata si evince che il vantaggio nell'uso di una corrugazione Miura-ori risiede nella capacità di mantenere, durante la fase di dispiegamento e fino ad circa i due terzi del valore massimo  $h$ , il rapporto tra la lunghezza dei lati  $a_i$  e  $b_i$  pressoché costante, per poi convergere fino ad un valore nullo quando il lato  $b$  tende a 0, corrispondente alla configurazione completamente piegata. Al contrario, questo processo non avviene per il sistema a corrugazione semplice, in cui la variazione di altezza si traduce esclusivamente nel cambiamento della lunghezza del lato perpendicolare alla direzione delle pieghe (lato  $a$ ), mentre il lato ad esso perpendicolare resta costante per tutta la fase di piegatura.

Un ulteriore vantaggio del Miura-ori riguarda l'area d'ingombro. Difatti, nei tre confronti la superficie d'ingombro massima, nella configurazione dispiegata, è sempre maggiore per la tassellazione Miura-ori, caratteristica direttamente connessa con l'attitudine della sua geometria di modificare entrambi i lati durante la movimentazione. In particolare, maggiore è l'altezza della corrugazione di confronto e maggiore sarà la differenza finale tra le due corrugazioni. Questo vantaggio si perderà man mano che la configurazione di confronto fra i due sistemi riguarderà una altezza  $h$  tendente a zero.

Dal confronto tra i vari sistemi si evince anche che la corrugazione semplice giunge alla configurazione finale sempre con un'altezza maggiore rispetto al Miura-ori. Ciò accade per tutte le configurazioni successive a quella posta come confronto fra i due sistemi. Al contrario, per quelle precedenti, a parità di area coperta la corrugazione del Miura-ori presenta un'altezza sempre maggiore rispetto al corrispettivo con corrugazione semplice.

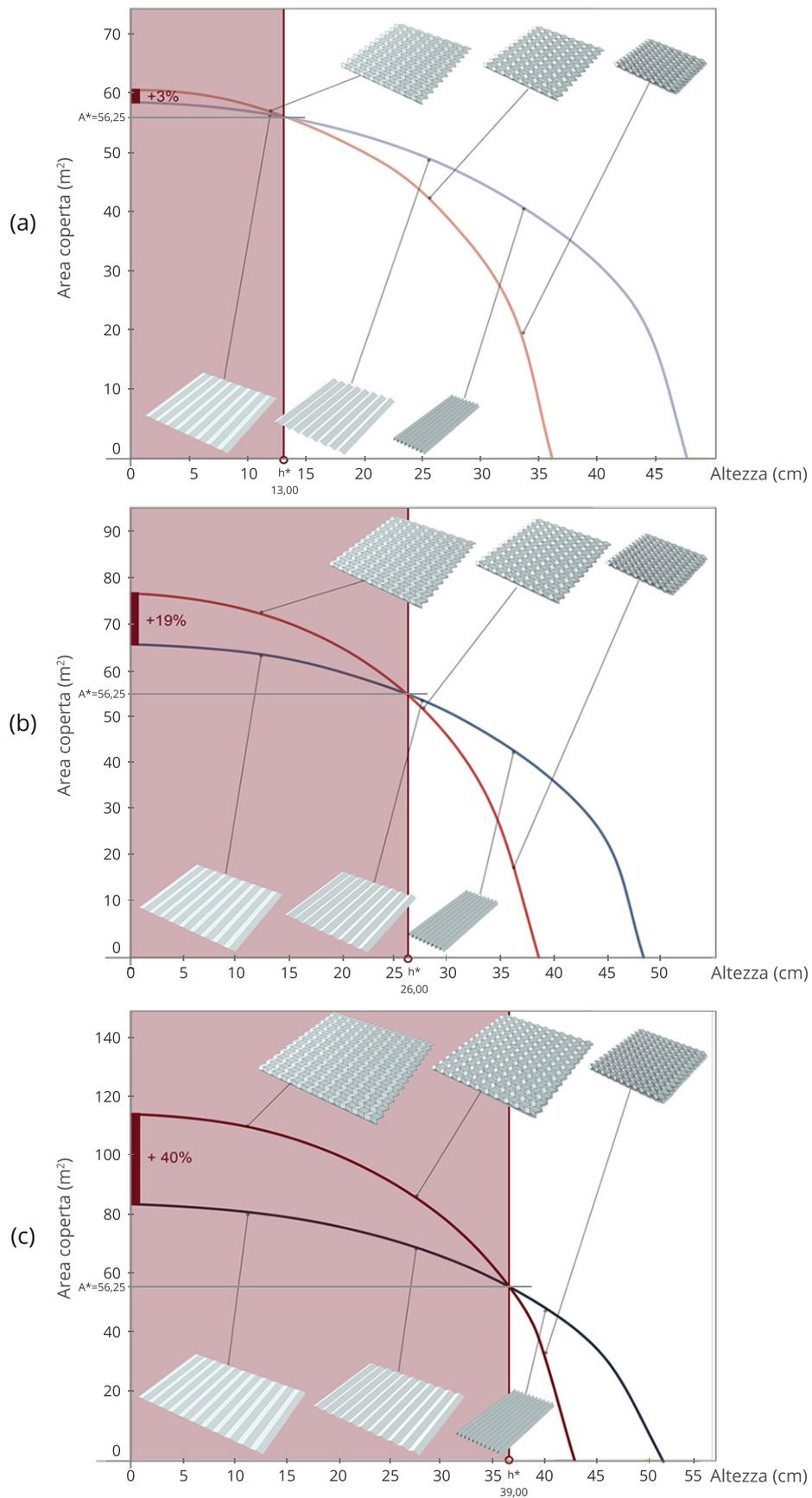
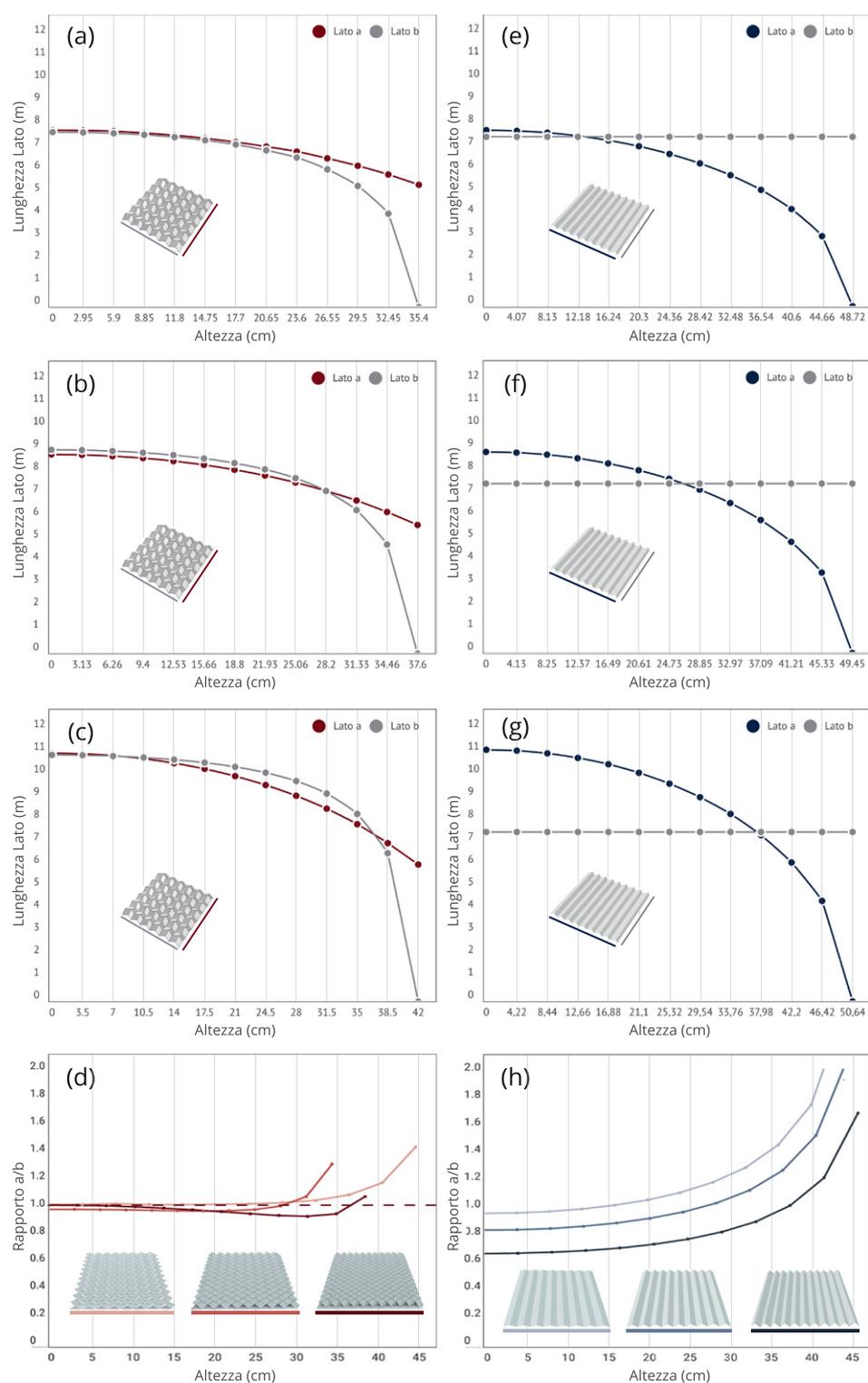


Figura 6.9: Confronto dello sviluppo delle aree d'ingombro, caso planare

a) Corrugazione  $h=13\text{cm}$  - (b) Corrugazione  $h=26\text{cm}$  - (c) Corrugazione  $h=39\text{cm}$



**Figura 6.10: Confronto della variazione dei lati, caso planare**

(a) Sistema Miura-ori 1 con  $h=13\text{cm}$  - (b) Sistema Miura-ori 2 con  $h=26\text{cm}$  - (c) Sistema Miura-ori 3 con  $h=39\text{cm}$  - (d) Rapporto fra i lati dei sistemi Miura-ori - (e), (f), (g) Sistema a corr. semplice 1 con  $h=13\text{cm}$  - (f) Sistema a corr. semplice 2 con  $h=26\text{cm}$  - (g) Sistema a corr. semplice 3 con  $h=39\text{cm}$  - (h) Rapporto fra i lati dei sistemi a corr. semplice,

Dall'analisi sopra descritta emerge che, in generale, a livello cinematico il

Miura-ori appare in ogni caso la migliore soluzione, poiché è in grado sia di coprire un range di aree maggiore rispetto alla corrugazione semplice che di compiere l'intero processo di piegatura con un ingombro, in termini di altezza, minore rispetto al concorrente.

### 6.3.2 Confronti nello Spazio

Al contrario del caso piano, per il caso curvo non vengono confrontati due sistemi con diversa corrugazione, ma vengono paragonati il pattern Miura-ori generalizzato e la rispettiva superficie continua di riferimento. Come specificato nel cap.(4.3.3) il pattern generalizzato viene generato partendo direttamente dalla superficie che si vuole approssimare. In questo caso è stata selezionata una superficie a singola curvatura ottenuta dall'estrusione di un profilo ad arco di semicirconferenza. Pertanto, si tratta di una volta a botte a tutto sesto con le seguenti caratteristiche geometriche (figura 6.11):  $l = 7,5m$   $f = R = 1,875m$   $\theta = \pi$ . Il pattern Miura-ori generalizzato, costruito sul profilo a botte, come accade per il sistema analizzato staticamente, è suddiviso in  $n = 20$  moduli per ciascuna dei  $\lambda = 20$  archi, con un angolo d'inclinazione rispetto alla tangente pari a  $\varphi = \frac{\pi}{9}$ .

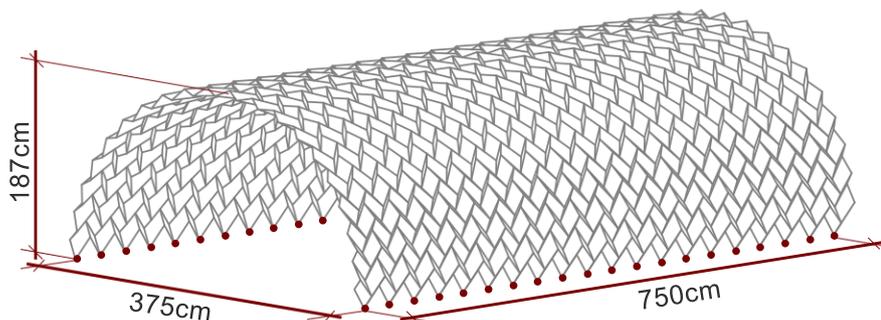


Figura 6.11: Modello volta Miura-ori generalizzato

Considerando, perciò, una superficie d'ingombro iniziale pari a  $S_0 = 7,5 \times 3,5m = 28,125m^2$  sono stati effettuati i seguenti raffronti geometrici:

- variazione delle aree d'ingombro  $S_i$  al variare della freccia  $f \rightarrow [0, 175cm]$ : figura(6.12)
- variazione della lunghezza dei lati  $a_i$  e  $b_i$  al variare della freccia  $f \rightarrow [0, 175cm]$ : figura(6.13)

Ancora di più di ciò che accade per il caso piano, si evince che il vantaggio nell'uso di una corrugazione Miura-ori per approssimare una volta a botte risiede nel fatto che, in ogni configurazione intermedia alla fase di piegatura, copre un'area maggiore del corrispondente modello continuo.

Dall'analisi sin qui descritta si evince come, anche per il caso curvo, il Miura-ori appaia, in ogni condizione, la migliore soluzione a livello cinematico.

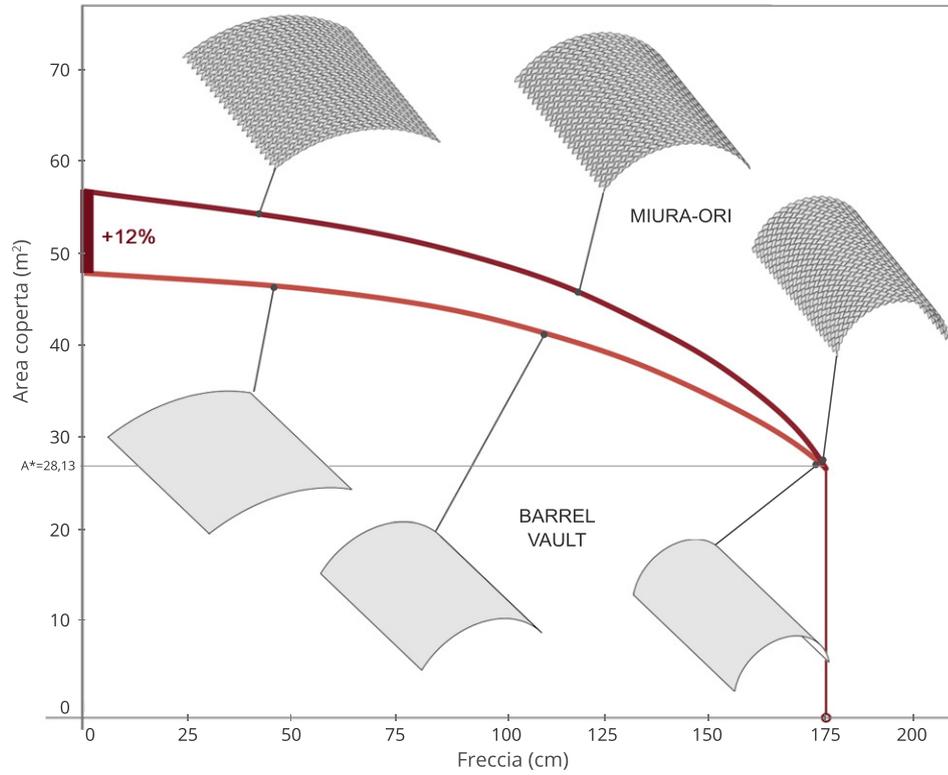


Figura 6.12: Confronto dello sviluppo delle aree d'ingombro, caso generalizzato

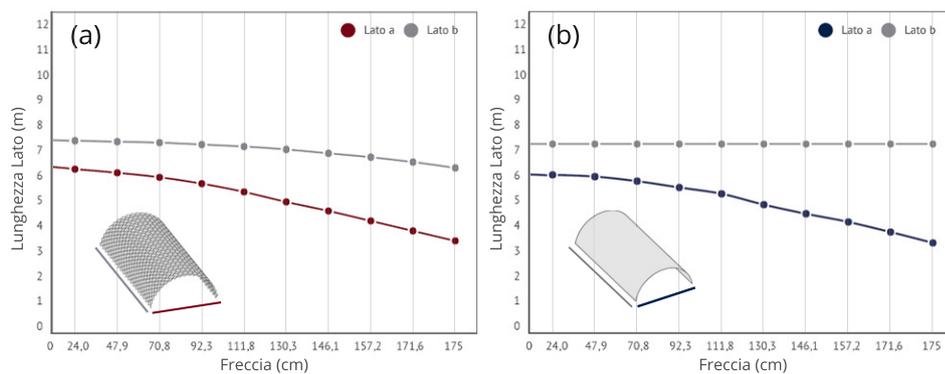


Figura 6.13: Confronto della variazione dei lati, caso generalizzato  
 (a) Sistema discretizzato secondo il pattern Miura-ori generalizzato - (b) Sistema a volta continua

## **Capitolo 7**

# **La Sperimentazione**

## 7.1 Premessa

Gli utilizzi in ambito strutturale di superfici pieghevoli danno la possibilità di generare dei sistemi flessibili dal punto di vista geometrico ed efficienti da quello meccanico. Infatti, l'interazione di questi due aspetti genera strutture capaci di modificare la propria configurazione formale, mantenendo la propria portanza meccanica. In quest'ottica, la ricerca nelle applicazioni pratiche della combinazione teorica di statica e cinematica è entrata nel vivo attraverso la sperimentazione. Quest'ultima fase mira alla validazione sperimentale, sui modelli realizzati in scala, dei risultati teorici ottenuti per poter comprendere, da un lato la fattibilità realizzativa e dall'altro l'attendibilità dei modelli sia numerici che analitici. Sono state dunque investigate diverse soluzioni produttive per la realizzazione dei modelli ed eseguite prove in laboratorio sui modelli più efficienti.

La fase sperimentale parte con lo studio di differenti tecniche di prototipazione dei modelli in scala. Ne emergono problematiche legate all'ingegnerizzazione dell'Origami, causate da un lato dall'eccessiva deformabilità delle superfici e dall'altro dalla realizzazione delle pieghe. Individuata la tecnica più adatta a questo utilizzo, la campagna sperimentale mostra il reale comportamento meccanico di una struttura tassellata secondo un pattern Miura-ori generalizzato, rivelando un interessante comportamento lineare in fase di carico e isteretico in quello di scarico. Considerazioni sul comportamento globale della struttura, relazionata al modello numerico equivalente concludono la sperimentazione.

## 7.2 Prototipazione

La fase di sperimentazione fisica si avvia con la prototipazione dei modelli, attraverso diverse tecniche di fabbricazione digitale. La parte più corposa della prototipazione è stata svolta presso l'*Università di Lisbona ISCTE-IUL*, in collaborazione con i Dipartimenti di Scienze Informatiche e Tecnologia e il Dipartimento di Architettura e Urbanismo e la gentile partecipazione dei proff. Alexandra Paio e Sancho Oliveira. Durante questa fase sperimentale sono stati utilizzati gli strumenti e i macchinari messi a disposizione dal *Vitruvius Fablab*, laboratorio specializzato nella fabbricazione digitale. Successivamente, la seconda tranches di modelli è stata realizzata presso il laboratorio dei modelli m-lab della Facoltà di Architettura della Sapienza, utilizzando le stampanti 3D messe a disposizione dal CESMA.

La fabbricazione digitale (o Digital Fabrication) è un processo attraverso il quale è possibile realizzare degli oggetti partendo da modelli digitali, generati con software CAD o CAM. Questo processo, ampiamente utilizzato per la creazione rapida di prototipi, sfrutta diverse tecniche di fabbricazione, ognuna delle quali legata alla corrispondente tecnologia di produzione. Sono stati così realizzati modelli in scala tramite differenti tecniche di produzione: dalla piegatura di fogli sottili in resine plastiche, alla stampa 3D di elementi spessi, al taglio ed incisione di pannelli in legno composito.

### 7.2.1 Strumenti

Per la realizzazione dei diversi modelli sono stati utilizzati numerosi macchinari ed utensili, a partire dalle macchine a controllo numerico fino ai macchinari di taglio e levigatura passando attraverso utensili classici della lavorazione del legno e del metallo. Nello specifico vengono di seguito riportati i principali apparecchi automatizzati destinati alla fabbricazione dei modelli.

- CNC – Computer Numerical Control

Le macchine CNC, acronimo di macchine a Controllo Numerico Computerizzato, sono strumenti ad alta precisione utilizzate per il taglio, l'incisione, la fresatura di qualsiasi tipo di materiale. La tecnologia alla base è la CN, controllo numerico, sistema elettronico che permette di gestire un ciclo lavorativo di una macchina autonomamente da un computer esterno. Il principio di funzionamento si basa sulla redazione di un codice, generalmente scritto con linguaggio ISO, formato da una serie di simboli e numeri, ognuno corrispondente ad una specifica azione della macchina.

La precisione con cui le macchine CNC eseguono questi *compiti* è estremamente elevata: le migliori arrivano a dettagli nell'ordine del millesimo di millimetro.

Caratteristica principale che differenzia le varie CNC è il numero di assi o gradi di libertà della macchina. Le macchine basilari hanno solo 2 gradi di libertà, che permettono al *mandrino*, dispositivo meccanico a cui è fissata la punta della fresa, di spostarsi esclusivamente nelle due direzioni del piano. Ogni grado di libertà in più aggiunge un movimento lungo uno specifico asse. In questo modo si passa alla macchina a tre assi, che ha la possibilità di spostarsi anche in verticale, fino a quella a 5 assi che può anche ruotare intorno a due assi orizzontali e permettere incisioni oblique. Queste ultime, le più complesse, sono comprensibilmente anche le più costose.

Per la prototipazione del modello su grande scala è stata utilizzata una CNC a tre assi per il taglio degli elementi triangolari che hanno formato le facce del modello in multistrato (figura 7.8).

- 3D PRINTER - Stampante 3D

La 3D printer, o più comunemente detta stampante 3D, è una macchina che attraverso il processo di stereolitografia rapida crea oggetti tridimensionali partendo da un modello digitale 3D realizzato con dei software CAD o CAM. Si differenziano due metodi di produzione: la tecnica additiva e la tecnica laser. La prima consiste nella sovrapposizione di una serie di strati molto sottili (layer manufacturing), ottenuta tramite il raffreddamento di un materiale fuso (deposizione fusa) oppure tramite la compattazione di polveri (sintetizzazione). La stereolitografia laser, invece, consiste nella foto-polimerizzazione (polimerizzazione tramite esposizione alla luce) di una resina liquida, che avviene tramite la proiezione modulata di un raggio laser che "solidifica" il liquido. La qualità e l'accuratezza del dettaglio della tecnica laser sono di gran lunga superiori rispetto alla controparte additiva. Questo, tuttavia, si ripercuote a livello economico e di tempistiche di realizzazione.

Nello specifico, per la prototipazione dei moduli del pattern origami (figura 7.4) è stata utilizzata una stampante FDM (Fused Deposition Modeling) che utilizza la

tecnica additiva di fusione di una resina plastica. In commercio esistono principalmente due polimeri termoplastici adoperabili con questa tipologia di stampanti 3D: il PLA (acido polilattico) e l'ABS (acrilonitrile butadiene stirene). Quello selezionato è stato il PLA, polimero generato dalla fermentazione del mais, che può essere estruso e stampato sia ad iniezione che a soffiatura, diffusamente utilizzato al giorno d'oggi per la produzione dei sacchetti di plastica biodegradabili. Al contrario dell'ABS, il PLA ha temperature di fusione relativamente basse, intorno ai 200°C, non emette sostanze tossiche durante la stampa ed ha un aspetto più lucente una volta indurito. Questi vantaggi però si pagano con una perdita delle proprietà meccaniche, in termini di resistenza e densità, rispetto all'ABS. La scelta di questo polimero è dovuta a questioni ecologiche, visto che l'ABS è un composto sintetico, tossico e non biodegradabile, ed estetiche, dato che la finitura finale risulta più gradevole.

- LASER-CUTTER - Macchina a taglio laser

La Laser-Cutter, o più comunemente macchina a taglio laser, è una macchina che utilizza raggi laser per tagliare o incidere un materiale. Alla tecnica additiva, precedentemente introdotta con la stampante 3D, si contrappone la tecnica sottrattiva, con la quale gli oggetti vengono ricavati per sottrazione, scavando, incidendo o tagliando i materiali. A questa categoria appartiene la tecnica del taglio laser e le CNC introdotte precedentemente. La possibilità di regolare l'intensità e la profondità del raggio permette di raggiungere dettagli estremamente accurati, nell'ordine del millesimo di millimetro. La tecnologia attuale ha permesso di incrementare le performance di queste macchine, sia in termini di precisione che di velocità del taglio.

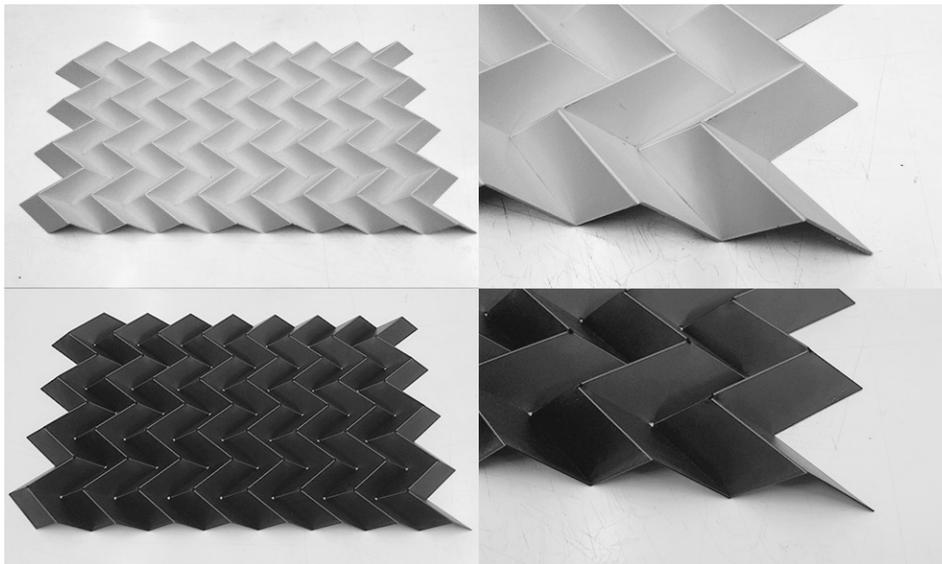
Nello specifico, la Laser Cutter è stata utilizzata per tagliare ed incidere le facce del modello in compensato da 4mm di spessore (figura7.7) e tutti i fogli di polipropilene (figura7.1).

## 7.2.2 Modelli a Spessore Trascurabile

Numerose sono state le prove effettuate su fogli realizzati con materiali il cui spessore è talmente esiguo da poter essere trascurato, come cartoncino e polimeri termoplastici tipo PET e polipropilene.

La tecnica di incisione, comune a tutti i fogli sottili, è stata il *taglio laser roverso*, metodologia comune nella realizzazione di pattern Origami tramite laser-cutter, che prevede il taglio su entrambe le facciate del foglio per poter incidere le pieghe esclusivamente dal lato delle pieghe di monte. Questa tecnica necessita di una accurata precisione nel momento in cui si ruota il foglio, poiché può verificarsi il rischio che le pieghe di valle e quelle di monte non corrispondano o siano sfalsate, il che non permette la corretta piegatura del pattern. Inoltre, è necessario calibrare con molta attenzione la profondità del taglio, poiché con questa tipologia di macchine, non è possibile definire a priori la profondità dell'incisione ma esclusivamente la potenza del raggio tagliante, il quale, se non calibrato correttamente, può comportare il completo intaglio del foglio.

Completate le incisioni, su entrambi i lati del foglio, si procede con la piegatura a mano, processo reso più agevole proprio dalla presenza delle pieghe alternate



**Figura 7.1: Modello fisico sottile in polipropilene**

Per il modello bianco è stato utilizzato un foglio di PP di spessore 1,2mm, mentre per il modello nero, in cui è stato applicato un foro in corrispondenza dei vertici, un foglio di spessore 0,8mm

valle-monte. Nonostante questa fase possa sembrare la più semplice, risulta molto delicata, poiché facilmente possono verificarsi delle rotture delle pieghe o delle facce, soprattutto con i materiali più rigidi. Pertanto per evitare questi inconvenienti, occorre prestare estrema cura nel seguire le prescrizioni del metodo sviluppato empiricamente durante l'attività di ricerca, secondo cui le prime pieghe a dover essere trattate sono quelle ai bordi, a seguire si piegano per fasce verticali prima tutte le pieghe a monte e poi quelle di valle. Infine, ultimata la fase preliminare bisognerà comprimere il pattern applicando forze laterali, dapprima lentamente e poi con forza progressivamente crescente.

Come è facilmente comprensibile, mentre la durata della fase di taglio non dipende né dal materiale né dallo spessore, data l'estrema velocità della laser-cutter, la fase di piegatura manuale richiede un tempo proporzionale alla rigidità del foglio, nonché alla resistenza che esso oppone alla piegatura.

Il primo materiale ad essere testato è stato il cartoncino spesso, da 0,5mm, materiale ottenuto dall'incollaggio di diversi strati molto sottili di carta. I primi test hanno mostrato problemi di sfaldamento del materiale, il quale, presentando poca compattezza, risulta inadatto allo scopo e quindi subito escluso da ulteriori indagini.

Ai modelli in fogli in cartoncino ne sono seguiti altri realizzati con polimeri termoplastici di diverso spessore: il PET trasparente da 0,5mm e il PP opaco da 0,8 e 1,2mm (figura 7.1). Materiali plastici come il PVC e l'HDPE, sono stati scartati per via delle sostanze tossiche e corrosive che si sprigionano durante il taglio laser; materiali metallici e fibre di carbonio o di vetro, invece, non possono essere tagliati dal raggio laser.

Dalle prove sperimentali sulle resine termoplastiche sono emersi risultati vantaggiosi rispetto al cartoncino. Infatti, essendo costituiti da un materiale compatto ed omogeneo per il suo intero spessore, non presentano discontinuità

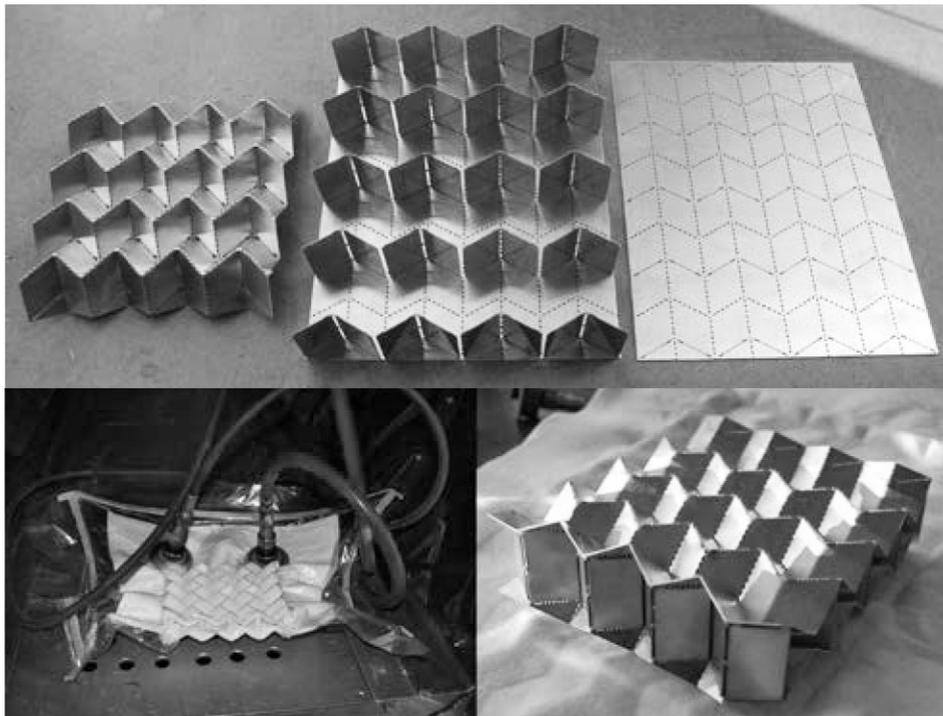


**Figura 7.2: Deformazione in presenza di un carico concentrato laterale**  
Modello Miura-ori realizzato a partire da un foglio in PET trasparente di spessore  $s=0,5\text{mm}$

al loro interno e una volta piegati sono in grado di conservare la stessa rigidità dopo numerose prove di piegamento e dispiegamento. In particolare, i fogli in PET, polietilene tereftalato, materiale di uso comune per la conservazione degli alimenti, a causa della densità ridotta e dello spessore inferiore rispetto al polipropilene, risultano essere più fragili durante la fase di piegatura a mano post taglio (numerosi prototipi sono stati rotti) e meno resistenti alla fatica. Al contrario, il PP o polipropilene, anch'esso materiale molto comune per uso domestico, si dimostra il materiale che meglio risponde alle varie sollecitazioni: la finitura esteticamente piacevole, la flessibilità del materiale accompagnata da una notevole resistenza alla fatica lo rendono il materiale più adatto per la realizzazione di tali tassellazioni con pattern Origami.

Occorre rimarcare un comportamento rilevante dei modelli realizzati con polimeri plastici: dato l'esiguo spessore e la flessibilità del materiale, le tassellazioni prodotte con questi materiali non permettono di avere dei movimenti completamente rigidi. Infatti, la piegatura è legata alla tipologia di carico applicata: deformazioni locali si verificano se caricata con forze concentrate laterali, fenomeno che genera sollecitazioni flessionali nelle facce quadrangolari. Dunque, si comprende come materiali flessibili o, più in generale, materiali con uno spessore tale da non rendere le facce completamente rigide, sono meno indicati per simulare il moto rigido di tassellazioni Origami, ma restano più adatte ad utilizzi mirati alla dissipazione degli urti come per i sistemi di protezione da impatto, guard-rail di ultima generazione e barre di protezione. La figura(7.2) mostra proprio come, applicando un carico concentrato orizzontale ad un estremo, la deformazione si smorza man mano che ci si allontana dal punto di applicazione, per poi annullarsi a una determinata distanza  $\epsilon$ , variabile a seconda della flessibilità del materiale. Questo fenomeno diventa più evidente maggiore è la deformabilità del materiale.

In sostanza, si può concludere che il polipropilene risulta il materiale più efficiente, tra quelli testati, per produrre un Origami continuo partendo da fogli sottili, nonostante lo spessore ridotto non offra la rigidità necessaria a produrre un movimento rigido. E' possibile ovviare a tale problema in due metodi: utilizzando fogli sottili di un materiale più rigido, come accade per i metalli, oppure aumentando lo spessore dei fogli, il che lo renderebbe non più trascurabile. Se



**Figura 7.3: Cold Gas-Pressure by Schenck**

source: Schenk, Allwood, Guest, *Cold Gas-Pressure Folding of Miura-ori Sheets*

la prima soluzione presenta complicanze per la creazione delle pieghe sui fogli metallici, la seconda necessita della discretizzazione nelle singole facce.

Per poter piegare fogli metallici in modo che essi seguano la tassellazione Miura-ori, Schenk propone un metodo innovativo e realizzabile con tecniche semplici: il Cold Gas-Pressure Folding. Il Cold Gas-Pressure Folding non prevede fusioni o estrusioni del materiale, ma è una tecnica che con tagli a freddo è in grado di piegare fogli rigidi di metallo senza differenziare le pieghe a monte da quelle di valle. La procedura definita da Schenk prevede, per prima cosa, che vengano eseguiti dei tagli discontinui che seguano la geometria del Miura-ori su due fogli sottili di acciaio, come mostra la figura(7.3). Con i due fogli appena sagomati, si compone un sandwich in modo che essi siano separati da dei distanziatori a forma di  $v$ , posti in corrispondenza delle pieghe di monte dei due pattern. Successivamente, il sandwich è posto in un sacchetto sigillato ermeticamente pronto per la macchina sottovuoto. Azionata la macchina, la differenza di pressione che si verrà a creare all'interno del sacchetto spingerà i due fogli a piegarsi poiché essi tenderanno ad avvicinarsi fra loro, mentre i distanziatori ne impediranno il movimento. Alla fine di questo processo si otterranno due fogli di Miura-ori identici, la cui corrugazione dipenderà dalla forza applicata della macchina sottovuoto. Nonostante questo metodo possa apparire efficace, il problema nell'uso di fogli metallici sottili risiede nella scarsa capacità di resistenza del metallo in fase plastica. Infatti, in corrispondenza delle pieghe, il metallo, non essendo più in fase elastica, raggiunge facilmente la rottura data la limitata resistenza alla fatica.

(Sc, 2010)

### 7.2.3 Modelli a Spessore Notevole

Ultimata la sperimentazione di materiali sottili, data l'inadeguatezza del loro utilizzo per riprodurre moti rigidi, si è passati alla realizzazione di modelli con pannelli rigidi a spessore notevole. I problemi legati allo spessore si concentrano nelle pieghe, sede del meccanismo cinematico che permette il movimento globale del modello. Sono stati testati modelli sia continui che discretizzati.

Gli esperimenti su modelli continui sono stati effettuati, come per quelli a spessore trascurabile, con la tecnica del *taglio laser inverso*. Nello specifico, è stato adoperato un cartone ondulato dello spessore di 3mm, sandwich formato da un foglio ondulato racchiuso da due fogli piani, per la riproduzione della tassellazione Miura-ori nelle versioni classica e generalizzata.

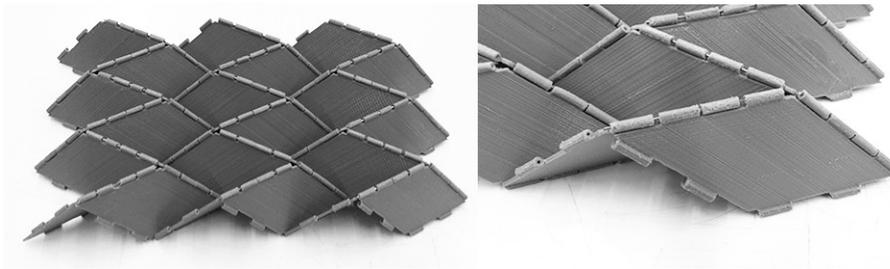
Inizialmente sono state riscontrate lacerazioni totali del materiale lungo le pieghe in prossimità dei vertici, punto di massimo accumulo delle sollecitazioni, e strappi parziali nella restante parte delle pieghe. Per ovviare a questo inconveniente, sono state esaminate diverse soluzioni: dapprima, in corrispondenza di ogni vertice è stato previsto un foro, di circa 3mm di diametro ( $d = s$ ); in seconda istanza, per ogni piega, dal lato concavo, è stata raddoppiata l'incisione, cercando di individuare la distanza ottimale tra i due tagli ( $r = 2s$ ); infine, è stata rimossa la porzione di cartone ondulato centrale, in modo da conservare solo il foglio esterno inferiore dei due che compongono il sandwich. Quest'ultima soluzione si è rivelata più efficace: evita il verificarsi di lacerazioni in corrispondenza di vertici e pieghe e limita la presenza di deformazioni delle facce. Resta una certa instabilità legata alla deformabilità delle pieghe, dove il materiale, eterogeneo, non presenta un'adeguata rigidità in termini flessionali e di taglio.

Per ciò che concerne i modelli discreti, il modello è il risultato dell'assemblaggio delle singole facce dell'Origami.

Il primo ostacolo riguarda le pieghe. Infatti, non potendo sfruttare la riduzione locale dello spessore del foglio, come accade per i sistemi continui, il problema realizzativo è stato risolto ricorrendo a cerniere cilindriche equivalenti, in cui il cilindro centrale rappresenta l'asse di rotazione della singola piega. Questa soluzione è stata realizzata con differenti tecniche, a seconda della tipologia del modello.

Nella prima fase, tramite il ricorso alla stampa 3D, è stata sfruttata la tecnica della prototipazione rapida. Sono state così realizzate facce dallo spessore costante che inglobano le cerniere cilindriche. Il vantaggio nell'utilizzo di questa tecnica risiede nella possibilità di produrre automaticamente i modelli tridimensionali realizzati digitalmente. Le limitazioni, al contrario, riguardano i tempi di produzione, a volte eccessivi, e soprattutto le tolleranze, poiché la stampante 3D di tipo additivo utilizzata ha una precisione che arriva fino al decimo di millimetro, accuratezza che non permette dettagli minuziosi.

La realizzazione delle cerniere cilindriche ha richiesto una accurata progettazione. Inizialmente realizzate con un sistema maschio-femmina, in cui una delle due facce presenta un profilo a C in modo che l'angolo al centro risulti  $\theta \leq \frac{4}{3}\pi$ , mentre il bordo della faccia opposta dispone del profilo cilindrico complementare, non si sono rivelate efficienti, perché la connessione non risulta essere solida e permette un angolo di piega ridotto.



**Figura 7.4: Modello fisico stampato in 3D**

Ogni faccia è stata realizzata con cerniere posizionate in alternanza *pieno-vuoto* per permettere l'incastro con le cerniere della faccia adiacente

Successivamente è stata adottata la tecnica che prevede la riproduzione delle classiche cerniere cilindriche (tipologia simile alle cerniere degli infissi), con l'alternanza dei profili tubolari sui bordi di due facce contigue e una barra metallica al centro che funge da asse di rotazione. Questa soluzione si è rivelata la più adatta, nonostante abbia incrementato i tempi di assemblaggio e l'attrito interno alle cerniere.

Con queste premesse, sono stati realizzati pannelli quadrangolari di lati  $l_1 = l_2 = 6\text{cm}$ , angolo interno  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  e spessore di  $1,5\text{mm}$ , assemblati in sistema planare, con  $n^\circ=3 \times 3$  moduli (figura 7.4), e pannelli quadrangolari di lati  $l_1 \neq l_2$ , angolo interno  $\alpha_1 \neq \alpha_2$  e spessore di  $1,5\text{mm}$ , per la versione generalizzata, con 6 archi da 10 moduli ciascuno. I vantaggi nella realizzazione di pattern Miura-ori attraverso la stampa 3D si concentrano nella facilità di realizzazione di facce completamente rigide e nella possibilità di produrre modelli reversibili, che possono essere piegati in entrambe le direzioni, grazie all'assenza della una distinzione tra pieghe di monte e di valle. Questa flessibilità di piegamento, si paga in termini di flat-foldability. Infatti, questi modelli non sono in grado di giungere alla configurazione piegata, poiché le pieghe sono posizionate sul piano medio delle facce e una volta raggiunto il contatto fra due facce contigue viene interrotta la piegatura.

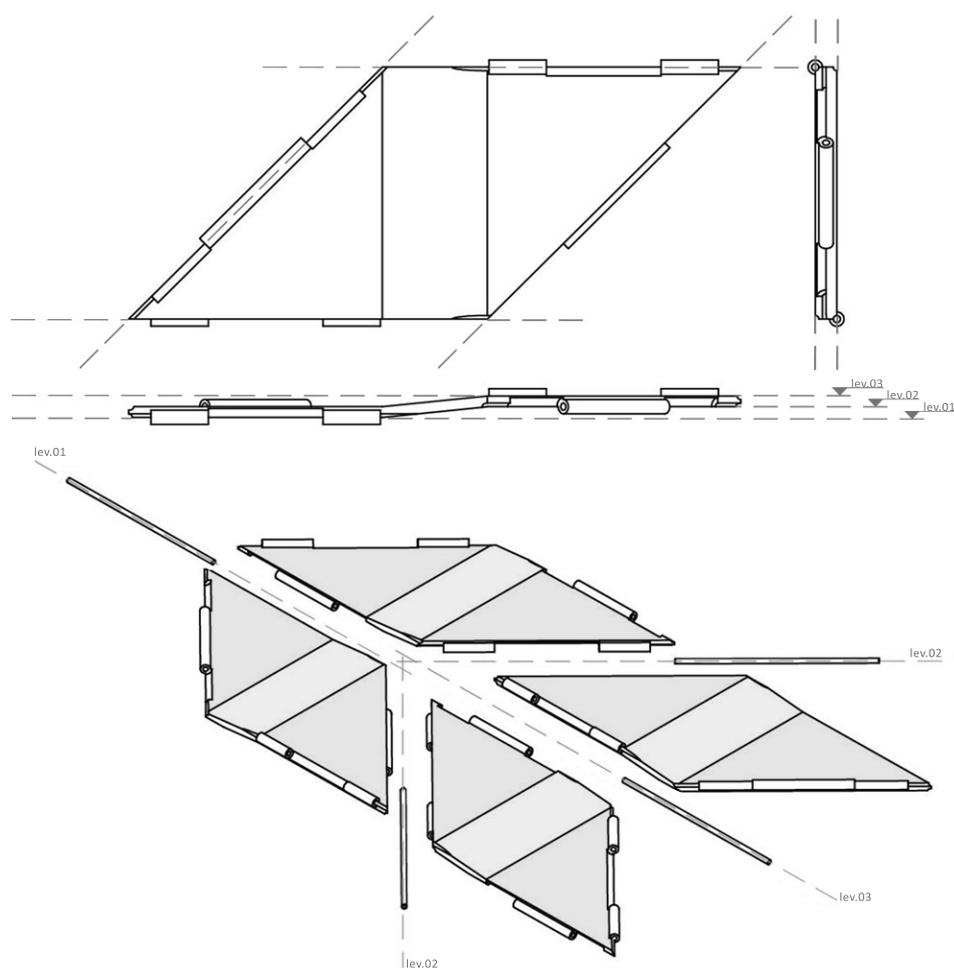
La soluzione adottata per risolvere il problema legato alle pieghe di un sistema discretizzato, individuata empiricamente, trova la sua rispondenza teorica con la soluzione proposta da Cheng ed affrontata nel 3.3.4.

La sostituzione delle pieghe con delle cerniere cilindriche equivalenti, non è sufficiente ad assicurare una movimentazione flat-foldable. Infatti, per permettere una piegatura completa ad un modello spesso è necessario che esse siano posizionate su piani diversi, paralleli fra loro, distanziati di un intervallo dipendente dallo spessore del materiale utilizzato. In questo modo, partendo da un pannello piano di spessore  $s$ , i piani di giacitura delle quattro cerniere saranno paralleli fra loro e posti ad una distanza tale da rispettare la relazione (3.6) e la condizione di simmetria, per cui:

$$a_{12} = a_{34} = s \quad ; \quad a_{23} = a_{41} = 0$$

Perciò, le quattro cerniere sono poste su tre piani differenti: la prima, corrispondente a una piega di valle, è posta in corrispondenza dello spigolo superiore delle facce 3 – 4; per le due pieghe di monte successive le cerniere sono poste sullo spigolo inferiore alle facce 1 – 4 e 2 – 3, mentre l'ultima cerniera, corrispondente ad una

piega di monte, si posiziona ad una distanza  $s$  dalle cerniere precedenti e  $2s$  dalla prima piega di valle. La figura(7.5)mostra la posizione delle quattro cerniere.



**Figura 7.5: Assemblaggio di una cellula base con pannelli spessi**

Le pieghe del modello sono poste su piani differenti: layer 1, layer 2 e layer 3

Una volta realizzata la singola cellula e verificata l'effettiva corrispondenza del movimento reale con quello virtuale, si passa all'assemblaggio di più moduli base. L'estensione del meccanismo cinematico ad un pattern complesso implica il ricorso da un ulteriore espediente. Questa operazione, infatti, è possibile esclusivamente realizzando ogni singola faccia come unione di due porzioni sfalsate, di modo che si venga a creare un parallelogramma composta da due trapezi, sovrapposti lungo un'area limitata, come mostrato in figura (...). Ciò permette alle cerniere di posizionarsi su piani paralleli, rispettando le relazioni specificate in precedenza. L'assemblaggio dei due layer non è universale, ma, per permettere l'innesto in serie di più moduli base, è necessario rispettare precise regole geometriche. Infatti, l'unione delle due porzioni è possibile solo se è presente una superficie disponibile all'assemblaggio, tale che non vada ad impedire la piegatura delle facce successive. Più nello specifico, occorre precisare che la sovrapposizione è possibile per qualsiasi valore dell'angolo interno  $\alpha$ , purché la proiezione del punto C sul lato AB lungo una direzione passante per C e inclinata di un angolo  $\alpha$  rispetto al lato AC, cada

all'interno del lato AB. La differenza tra le distanze  $l$  ed  $a$  rappresenta la larghezza  $l_s$  dell'area di sovrapposizione, come mostrato in figura(7.6).

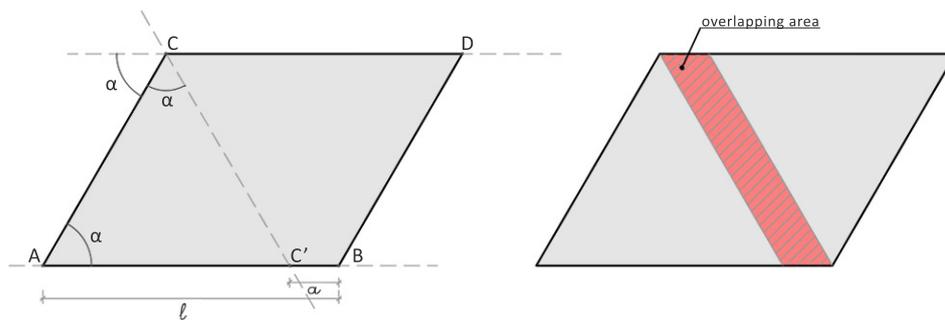


Figura 7.6: Condizione geometrica utile alla sovrapposizione

I primi prototipi (figura7.7)sono stati realizzati con dei pannelli in compensato da 4mm, sagomati dalla laser-cutter e collegati con del nastro adesivo trasparente (in rappresentanza delle pieghe). Per l'assemblaggio dei vari pannelli è stato seguito il metodo appena enunciato, ponendo cura sia alla sovrapposizione dei layer delle singole facce che all'orientamento e al piano di giacitura delle pieghe.

Una volta verificato il corretto funzionamento del primo modello realizzato in piccola scala, la fabbricazione è proseguita con la scala media. Per poter realizzare un modello con facce da 36cm di lato è stato necessario ricorrere a materiali di maggiore spessore, sempre nell'ottica di assicurare la rigidità delle facce. Con l'ausilio della CNC sono state sagomate le facce partendo da un pannello in legno multistrato da 9mm, mantenendo invariati il rapporto fra i lati e l'angolo interno alle facce del modello precedente. Nel caso del modulo a grande scala, il peso proprio delle facce assume valori rilevanti. Pertanto, è opportuno sostituire la soluzione precedentemente adottata per la realizzazione delle pieghe con delle cerniere metalliche molto resistenti, fissate in maniera continua ai bordi dei pannelli (figura7.8).

Inoltre, c'è da considerare il problema della sovrapposizione delle porzioni delle facce che permette la completa chiusura del pattern. Infatti, se per il modello a piccola scala questa sovrapposizione produceva pannelli spessi  $2s = 8mm$ , con dei gradini di 4mm ciascuno, in questo caso le dimensioni aumentano considerevolmente: il pannello diventa di 18mm complessivi con gradini da 9mm, creando un effetto estetico sgradevole. Per ovviare a questa problematica è stato previsto un cambio di piano graduale dei pannelli (*rampa* così chiamata per via dell'inclinazione) in modo tale da conservare costante lo spessore  $s = 9mm$ , mentre a variare è soltanto la posizione del piano medio. Le figure7.5-7.9 mostrano nello specifico la soluzione adottata.

In conclusione, con la tecnica adottata per la realizzazione di pannelli molto spessi, si evita lo sgradevole salto dovuto all'incollaggio di due porzioni della stessa faccia e si rende, allo stesso tempo, più leggero il modello, nonostante questo processo allunghi i tempi di taglio, poiché le *rampe*, così chiamate per via della loro inclinazione, richiedono un complesso procedimento di fresatura rastremata della CNC.

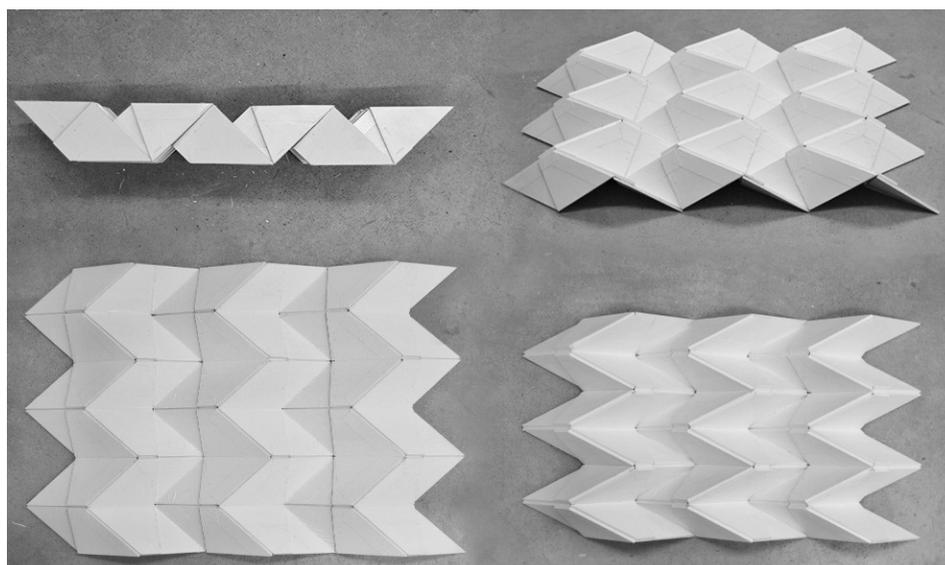


Figura 7.7: Modello fisico in compensato spessore 4mm

Il modello completo è composto da  $n^{\circ}3 \times 3$  moduli base, per un ingombro totale nella configurazione aperta di  $216 \times 150 \text{ cm}$ . L'eccessivo peso del modello rende, pertanto, disagiata l'attuazione manuale della movimentazione. Si è, dunque, fatto ricorso alla movimentazione meccanica, attraverso l'utilizzo di un attuatore digitale collegato ad motore elettrico del tipo Somfy mod. Oximo, di potenza nominale 191 W e 17 giri/minuto.

Essendo un pattern ad un unico gdl, per permettere la piegatura dell'intero modello è stato sufficiente regolare il movimento di un solo punto. Posizionato su un piano liscio, in modo da ridurre al minimo l'attrito fra le parti a contatto, il modello è stato fissato al pannello sottostante in corrispondenza del punto medio  $P$  di uno dei lati orizzontali. Il motore elettrico è stato fissato sul bordo del pannello in maniera che la testa rotativa fosse in asse con il punto  $P$ . Infine è stato inserito un cavo metallico in modo tale che passasse attorno alla testa rotativa del motore e attraverso il foro eseguito in corrispondenza del vertice  $P_1$  opposto al punto  $P$ . Azionato il motore, sia in senso orario che antiorario, la forza generata dalla rotazione della testa del motore fa ruotare il cavo, il quale trasferisce il movimento al vertice  $P$  a cui è fissato.

### 7.3 Test Sperimentali

Il principale obiettivo della fase sperimentazione è, in prima istanza, validare i risultati teorici emersi dalle analisi statiche e cinematiche, per poi concludere con l'identificazione delle proprietà elastiche delle pieghe, modellate con cerniere cilindriche equivalenti.

Il modello prescelto per la campagna sperimentale, svolta presso il Laboratorio di Prove Materiali e Strutture della Sapienza, è stato quello a volta con profilo ad arco di circonferenza, tassellato secondo il pattern Miura-ori generalizzato, realizzato tramite stampa 3D. La scelta di tale sistema è motivata dalle caratteristiche strutturali, che risultano più interessante sotto l'aspetto strutturale rispetto al

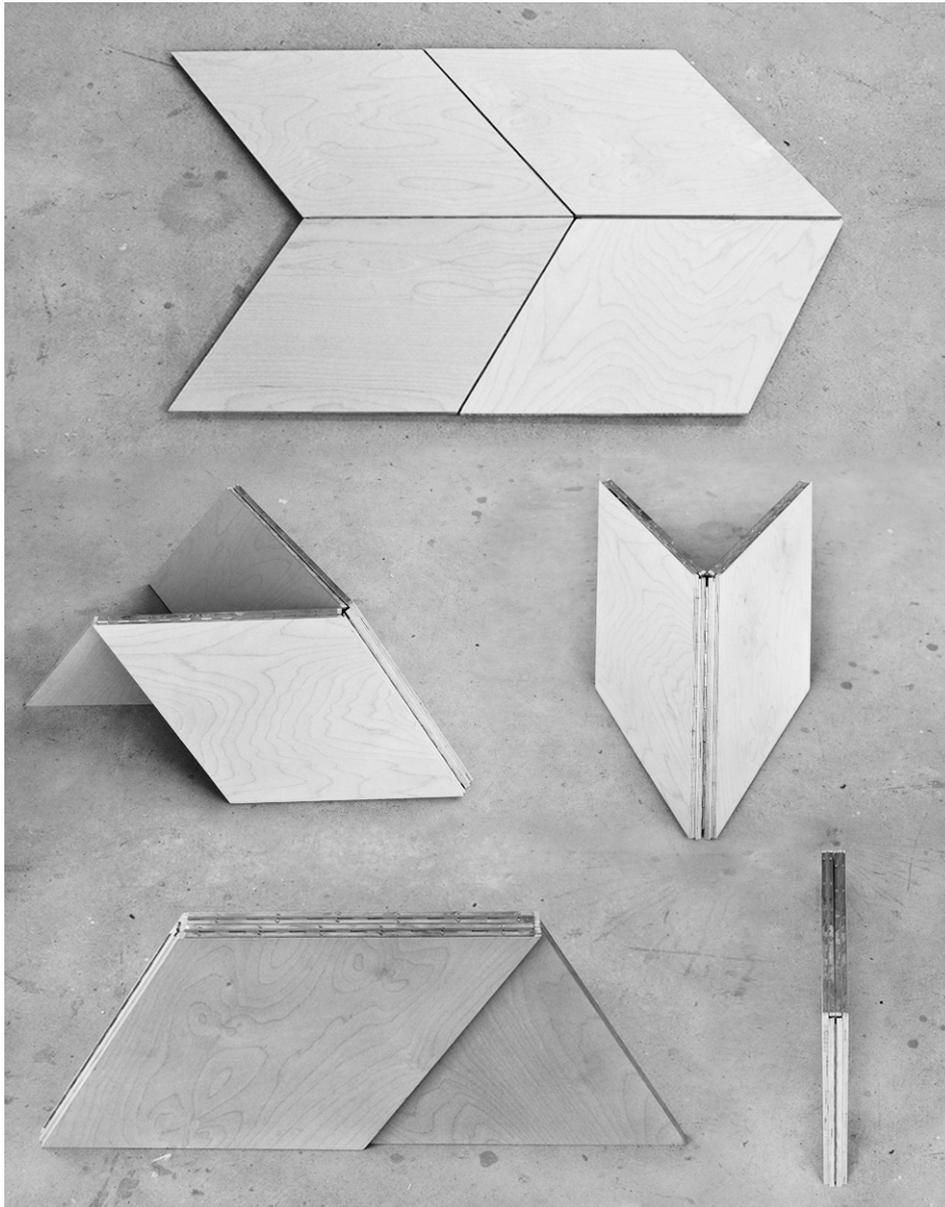


Figura 7.8: Modello fisico in multistrato spessore 9mm

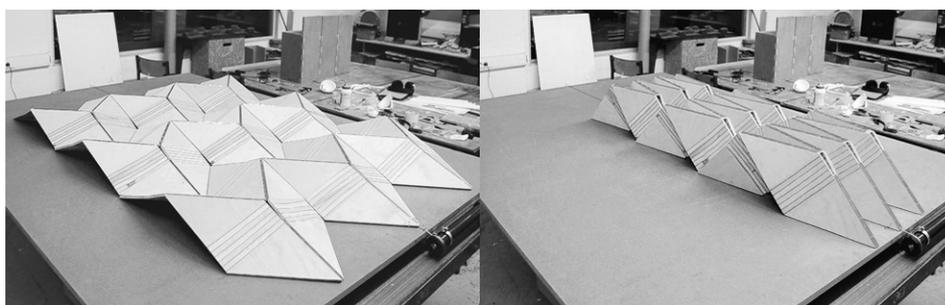


Figura 7.9: Pattern completo 3x3 in multistrato da 9mm

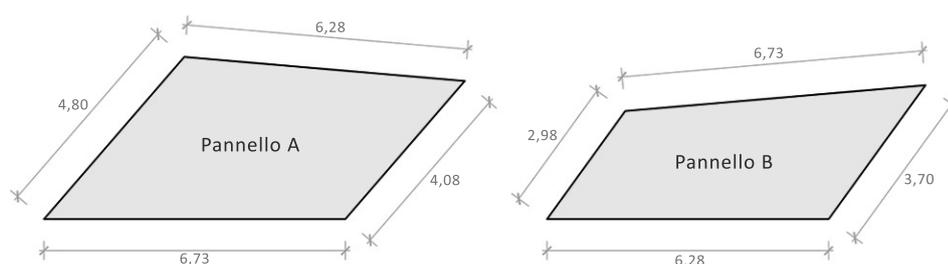


Figura 7.10: Dimensioni pannelli prototipati tramite stampa 3D

modello piano.

Il modello, realizzato tramite stereolitografia per estrusione ed assemblato in loco, è costituito da 5 archi di 10 cellule base ciascuno per complessivi 50 moduli base e 200 facce. Le dimensioni delle singole facce variavano alternativamente con pannelli dalle dimensioni mostrate in figura(7.10).

L'interesse per il sistema a volta tassellato secondo un pattern Miura-ori generalizzato nasce dalla volontà di quantificare l'entità benefica del ricorso alla movimentazione in un modello semplice dal punto di vista geometrico ed efficiente meccanicamente (resistenza per forma). Come risulterà dalle analisi che seguono, nonostante la presenza delle pieghe aggravi lo stato deformativo globale, il sistema mostrerà un comportamento più efficiente del corrispondente sistema continuo, a parità di peso complessivo e, dunque, di materiale utilizzato.

Il parametro moitorato durante la campagna seprimentale è lo spostamento verticale nel punto di mezzeria e in quello laterale, punti di massimo spostamento dell'intero modello a seconda della condizione di carico. La misurazione è effettuata manualmente con l'utilizzo di un comparatore centesimale mod. Kafer.

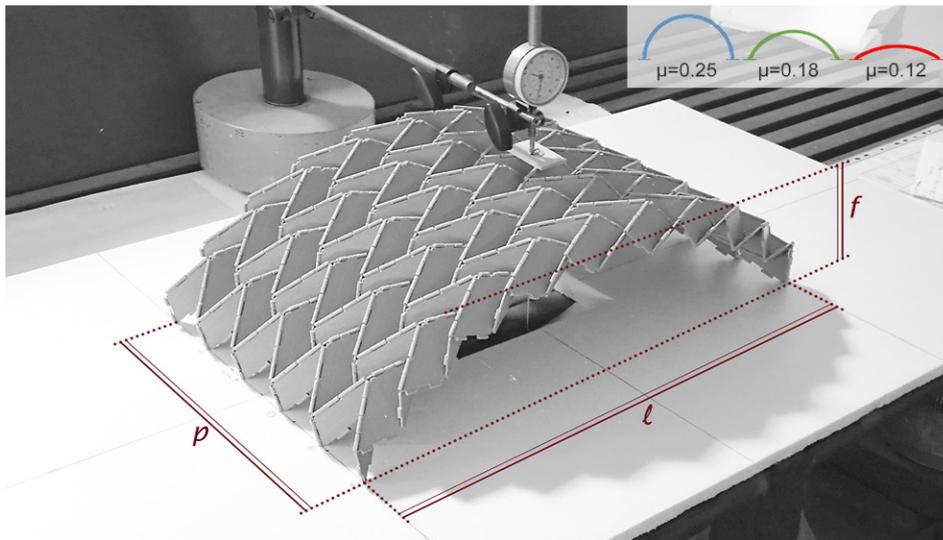
### 7.3.1 La Campagna Sperimentale

Il modello è costituito da facce realizzate interamente in PLA, biopolimero omogeneo igroscopico dalle seguenti caratteristiche meccaniche: modulo di elasticità  $E = 3500MPa$ , densità  $\delta = 1240kg/m^3$ , temperatura di fusione  $T_m = 180^\circ C$ , resistenza alla temperatura  $T_g = 58^\circ C$ . Considerando uno spessore costante di 1,5mm ed un'area totale netta  $A_n = 2440cm^2$ , il peso del modello, comprensivo delle cerniere, è pari a  $P = 947gr$ .

Il sistema, vincolato lungo i lati longitudinali  $p$ , è stato testato in tre configurazioni spaziali, coincidenti a tre diversi valori dell'angolo diedro  $\theta$ . Introducendo il parametro  $\mu = \frac{f}{l}$ , dove  $f$  =freccia dell'arco e  $l$  =luce libera dell'arco, si definiscono le tre conformazioni (figura7.11):

- modello A:  $\mu = 0,25$      $l = 56cm$      $h = 14cm$      $p = 29cm$ ;
- modello B:  $\mu = 0,18$      $l = 66cm$      $h = 11,8cm$      $p = 39cm$ ;
- modello C:  $\mu = 0,12$      $l = 73cm$      $h = 8,8cm$      $p = 49cm$ .

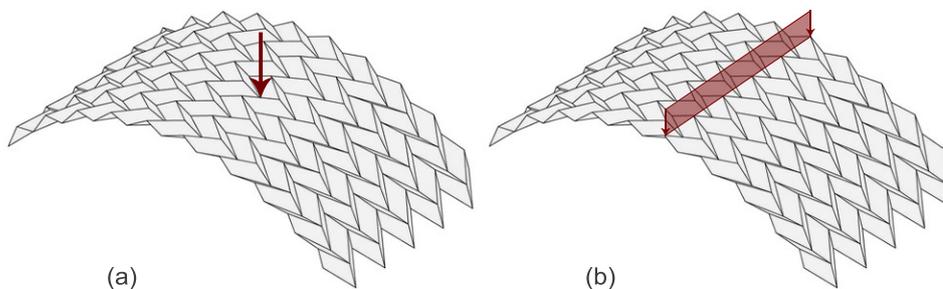
Ognuna delle tre configurazioni spaziali è stata sottoposta a due condizioni di carico: inizialmente con carico concentrato nel punto di mezzeria e successivamente con carico lineare distribuito longitudinalmente lungo la sezione di mezzeria



**Figura 7.11: Modello Origami testato**

Modello Miura-ori generalizzato in modo da approssimare una semivolta a botte. Il sistema è costituito da 5 archi di 10 cellule base ciascuno

(figura 7.12). Il carico massimo applicato, applicato progressivamente ad intervalli regolari, non è il medesimo per tutti i casi. Difatti, è necessario che il carico applicato venga calibrato in relazione alla rigidezza globale del modello, che varia a seconda del grado di apertura. I valori del carico massimo applicato risultano proporzionali al peso proprio del modello: si passa a  $F = 4xPp$  per il modello A, a  $F = 2xPp$  per il modello B, per concludere con  $F = Pp$  per il modello C.



**Figura 7.12: Condizioni di carico della compagna sperimentale**

(a) carico concentrato in mezzeria - (b) carico lineare distribuito nella sezione di mezzeria  
Modello Miura-ori realizzato a partire da un foglio in PET trasparente di spessore  $s=0,5\text{mm}$

Per poter ottenere un valor medio attendibile, ognuna delle configurazioni è stata sottoposta a tre cicli di carico e scarico, per entrambe le condizioni di carico. La validazione sperimentale si conclude con l'identificazione strutturale del sistema Origami. Questo processo consiste nel modellare un sistema numerico equivalente, con caratteristiche meccanico-geometriche corrispondenti a quello reale, e nell'individuare empiricamente la rigidezza equivalente  $\rho$  delle pieghe, modellate come cerniere cilindriche, regolandone l'intensità di modo che si verificano degli spostamenti coerenti con quelli rilevati manualmente sul modello fisico.

Ne seguono i risultati.

### 7.3.1.1 Carico concentrato

I test di carico sono stati effettuati in modo tale da preservare il materiale da deformazioni plastiche, nonostante i dati raccolti mostrino evidenti deformazioni residue alla fine delle varie fasi di scarico. Questo fenomeno, infatti, è dovuto esclusivamente a spostamenti causati dall'assestamento delle pieghe.

Durante la fase di carico, in tutte le configurazioni, la variazione dello spostamento verticale massimo del modello appare lineare. Nel corso della fase di scarico, al contrario, si verifica un chiaro fenomeno di isteresi, ascrivibile all'attrito generato all'interno delle cerniere a causa della frizione fra i differenti materiali di cui sono costituite (figura 7.13).

Raccolti i valori di spostamento nelle tre configurazioni, sono stati definiti i modelli numerici corrispondenti. Monitorando il valore della rigidezza rotazionale equivalente  $\rho$  delle cerniere cilindriche, è emerso che essa non resta costante durante la movimentazione, ma è relazionata al grado di apertura del modello. Questo comportamento è dovuto a fenomeni di frizione all'interno delle cerniere, vincolo non perfetto, che presentano valori di attrito differenti a seconda della posizione, in condizione indeformata, di due facce contigue.

Di seguito i valori rilevati:

- modello A ( $\mu = 0,25$ ):  $F = 3800\text{gr}$  ( $4xPp$ )  $w_A = 10,8\text{mm}$   $\rho_e = 10\text{N/rad}$ ;
- modello B ( $\mu = 0,18$ ):  $F = 1950\text{gr}$  ( $2xPp$ )  $w_B = 25,71\text{mm}$   $\rho_e = 5\text{N/rad}$ ;
- modello C ( $\mu = 0,12$ ):  $F = 950\text{gr}$  ( $1xPp$ )  $w_C = 29,47\text{mm}$   $\rho_e = 2\text{N/rad}$ .

dove  $F$  = carico massimo applicato,  $w_i$  = spostamento massimo rilevato,  $\rho_e$  = rigidezza rotazionale equivalente.

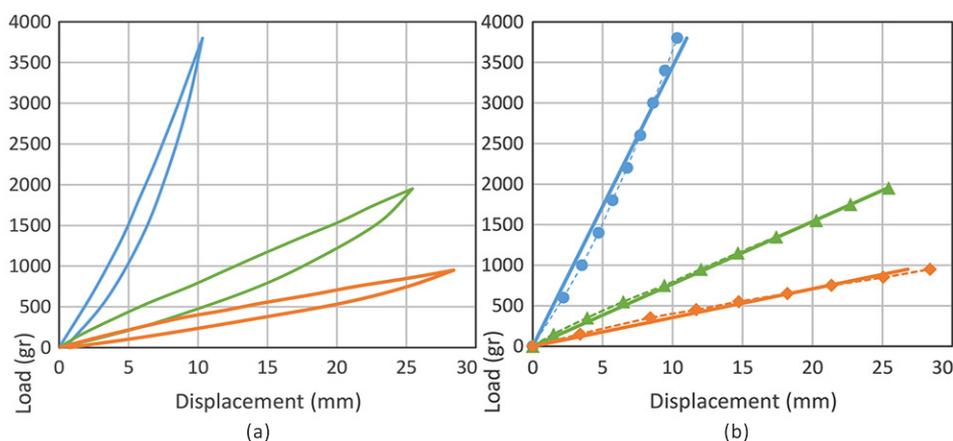


Figura 7.13: Spostamenti dei modelli soggetti a carico concentrato

(a) Andamento medio degli spostamenti durante le fasi di carico e scarico: linea blu, modello A; linea verde, modello B, linea arancione, modello C - (b) Confronto della fase di carico con i modelli numerici equivalenti: le linee tratteggiate corrispondono ai dati ottenuti dalla campagna sperimentale, le linee continue sono relative ai risultati numerici

Sotto l'aspetto formale, soggetto a un carico concentrato nel punto centrale del modello, la struttura mostra un evidente comportamento a *sella* (figura 7.14),

circostanza in cui il profilo longitudinale nella sezione di mezzeria coincide con una arco a concavità verso l'alto. Questo comportamento, equivalente al caso piano, è più evidente nella configurazione maggiormente piegata, poiché il carico concentrato, ragione di tale deformazione, è molto maggiore rispetto al peso proprio che, al contrario, provoca una deformazione opposta.

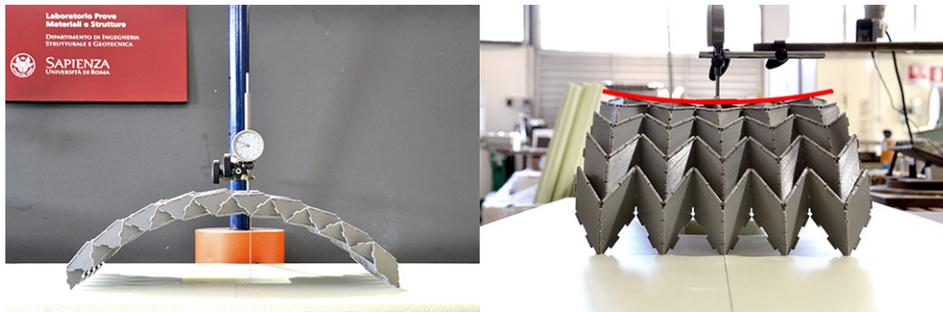


Figura 7.14: Test sperimentale con carico concentrato

Configurazione deformata relativa al modello A ( $\mu = 0,25$ ) soggetto al carico massimo in mezzeria ( $F = 3800\text{gr}$ )

### 7.3.1.2 Carico Distribuito

Come per il caso precedente, anche in presenza di carichi distribuiti non è stato oltrepassato il limite del campo elastico. Il carico massimo applicato, linearmente ripartito sulla sezione di mezzeria, è il medesimo del caso concentrato.

La struttura continua ad avere un comportamento lineare in fase di carico e isteretico in fase di scarico, anche se in maniera meno evidente del caso concentrato,. Gli spostamenti massimi rilevati risultano inferiori rispetto alla condizione di carico precedente.

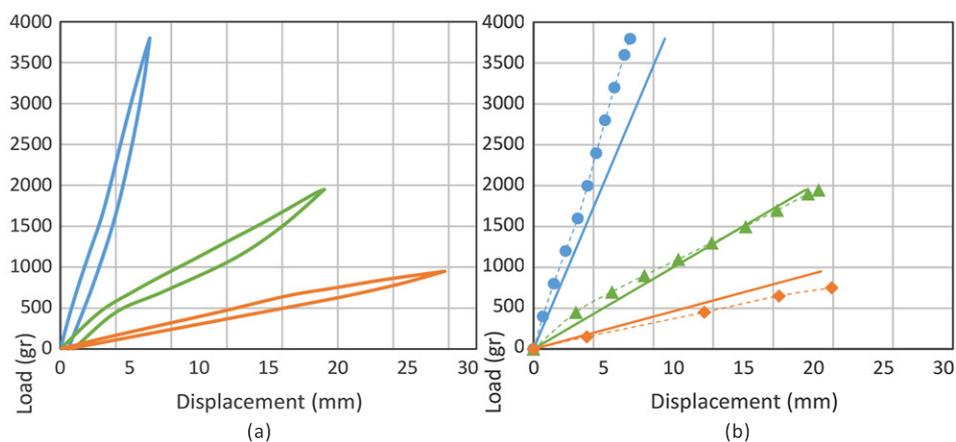
Dall'analisi effettuata sui modelli numerici corrispondenti alle tre configurazioni, è emerso che una rigidezza rotazionale equivalente pari a:

- modello A ( $\mu = 0,25$ ) :  $F = 3800\text{gr}$  ( $4xPp$ )  $w_A = 9,78\text{mm}$   $\rho_e = 15\text{N/rad}$ ;
- modello B ( $\mu = 0,18$ ) :  $F = 1950\text{gr}$  ( $2xPp$ )  $w_B = 19,04\text{mm}$   $\rho_e = 5\text{N/rad}$ ;
- modello C ( $\mu = 0,12$ ) :  $F = 950\text{gr}$  ( $1xPp$ )  $w_C = 27,81\text{mm}$   $\rho_e = 1,5\text{N/rad}$ .

La differenza nei valori della rigidezza rotazionale equivalente con il caso del carico concentrato è dovuto all'influenza delle pieghe. Nel caso del carico concentrato, nonostante tutte le cerniere del modello vengano coinvolte nello stato tensionale indotto dal carico concentrato, quelle in prossimità del punto di applicazione della forza subiscono una sollecitazione maggiore. Le deformazioni così provocate si vanno ad aggiungere a quelle subite dalle facce nell'immediato intorno dello stesso punto, condizione che, nel caso di carico distribuito, è ripartito su un numero maggiore di cellule base (figura7.15).

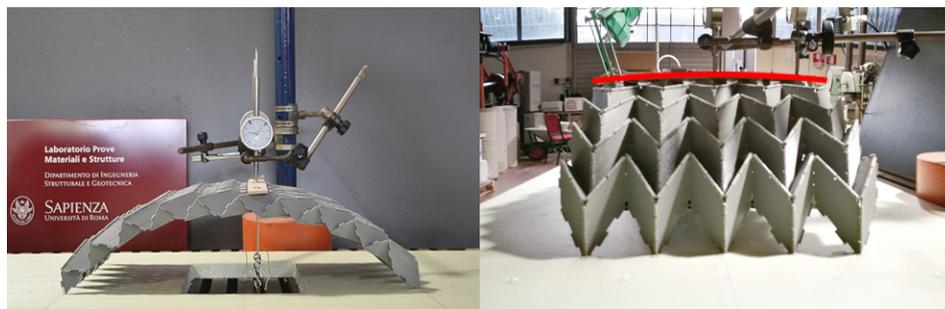
A livello sostanziale, il carico lineare genera una evidente conformazione ingobbata (figura7.16), con curvatura opposta rispetto al caso precedente. In questa condizione i punti di massimo spostamento si posizionano in corrispondenza della

chiave degli archi di bordo. Pertanto, si è ritenuto opportuno monitorare sia lo spostamento in mezzeria che sul bordo, applicando un secondo comparatore.



**Figura 7.15: Spostamenti dei modelli soggetti a carico distribuito**

(a) Andamento medio degli spostamenti durante le fasi di carico e scarico: linea blu, modello A; linea verde, modello B, linea arancione, modello C - (b) Confronto della fase di carico con i modelli numerici equivalenti: le linee tratteggiate corrispondono ai dati ottenuti dalla campagna sperimentale, le linee continue sono relative ai risultati numerici



**Figura 7.16: Test sperimentale con carico distribuito**

Configurazione deformata relativa al modello A ( $\mu = 0,25$ ) soggetto al carico massimo in mezzeria ( $F = 3800\text{gr}$ )

### 7.3.2 Risultati

L'identificazione delle caratteristiche strutturali di un modello non si limita al confronto dei dati rilevati durante i test sperimentali con quelli ricavati dai modelli numerici, ma comprende anche la valutazione di aspetti qualitativi, in termini di efficienza attraverso l'interpretazione del comportamento globale, risultato dell'adozione delle soluzioni corrugate.

La campagna sperimentale si è conclusa con una indagine sugli effettivi vantaggi nel ricorso a soluzioni Origami rispetto a strutture canoniche. Pertanto, sono stati confrontati i modelli numerici, analizzati in precedenza, con le corrispondenti strutture a volta continua, il cui il profilo coincide con la curva di mezzeria del profilo Origami.

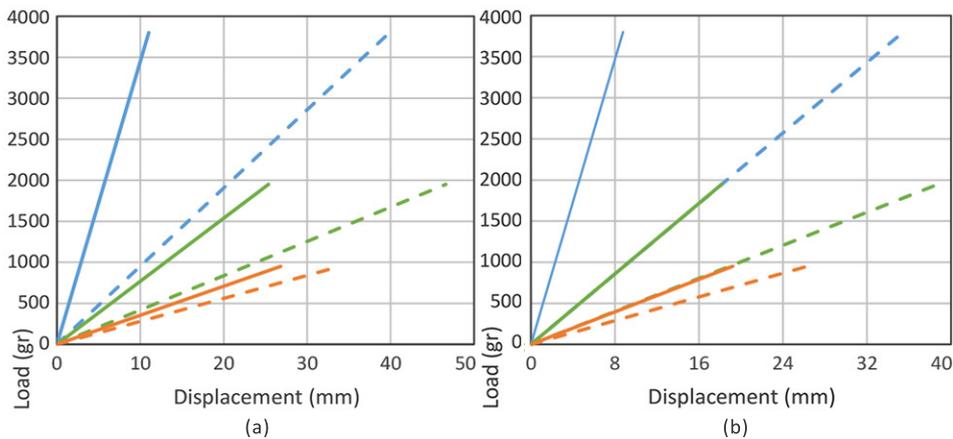


Figura 7.17: Andamento degli spostamenti al variare del carico  $F$

(a) Spostamenti del modello Origami (linea continua) e della volta continua (linea tratteggiata) soggetti a carico concentrato in mezzeria: linea blu (modello A; linea verde modello B, linea arancione modello C - (b) Spostamenti del modello Origami (linea continua) e della volta continua (linea tratteggiata) soggetti a carico distribuito nella sezione di mezzeria

Dall'indagine si evince che, nonostante l'introduzione delle cerniere cilindriche attivi un contributo sfavorevole alla deformazione globale del sistema, il pattern Miura-ori generalizzato, in ogni condizione, risulta più efficiente del modello continuo, in termini di spostamento (figura 7.17).

Infine, si rileva un fenomeno ricorrente in entrambe le condizioni di carico: considerando il rapporto  $\psi = \frac{F}{w}$ , dove  $F$  è il carico massimo applicato ed  $w_i$  lo spostamento corrispondente in mezzeria, le configurazioni corrispondenti ai modelli A ( $\mu = 0,25$ ) presentano una differenza tra il modello Origami e quello continuo di circa il 72% per il carico concentrato e l'80% per il caso distribuito. Procedendo, con i modelli B ( $\mu = 0,18$ ), si hanno scarti rispettivamente del 46% e del 53%, concludendo con i modelli C ( $\mu = 0,12$ ), per i quali i modelli a volta continua presentano valori di  $\psi$  inferiori del 20% e del 27%.

L'esame conclusivo della sperimentazione riguarda la valutazione dell'incidenza della geometria Origami sul fenomeno di bidirezionalità del pattern Miura-ori applicato ad un sistema curvo.

Si considerino tre modelli: una volta tassellata secondo il pattern Miura-ori, geometricamente corrispondente al modello A analizzato in precedenza, in cui le pieghe sono completamente bloccate (incastrati); il medesimo sistema in cui vengono attivate le componenti rotazionali delle pieghe, modellate come cerniere cilindriche; un modello a volta continua. I tre modelli vengono considerati a parità di quantità di materiale utilizzato e, dunque, di peso proprio.

Soggetti a carico linearmente distribuito lungo la sezione longitudinale di mezzeria, le tre strutture mostrano comportamenti differenti: come è facilmente auspicabile, il sistema a subire lo spostamento inferiore è il Miura-ori bloccato. Al contrario, la volta continua mostra quelli più consistenti, costanti lungo tutto il profilo, diversamente dai sistemi Origami che, come precisato nel 7.3.1.2, seguono un andamento curvilineo, concentrando i valori massimi sui bordi. Quest'ultimo fenomeno è più evidente nel modello con le pieghe mobili, in cui lo spostamento massimo rilevato sui bordi corrisponde a quello, costante, della volta.

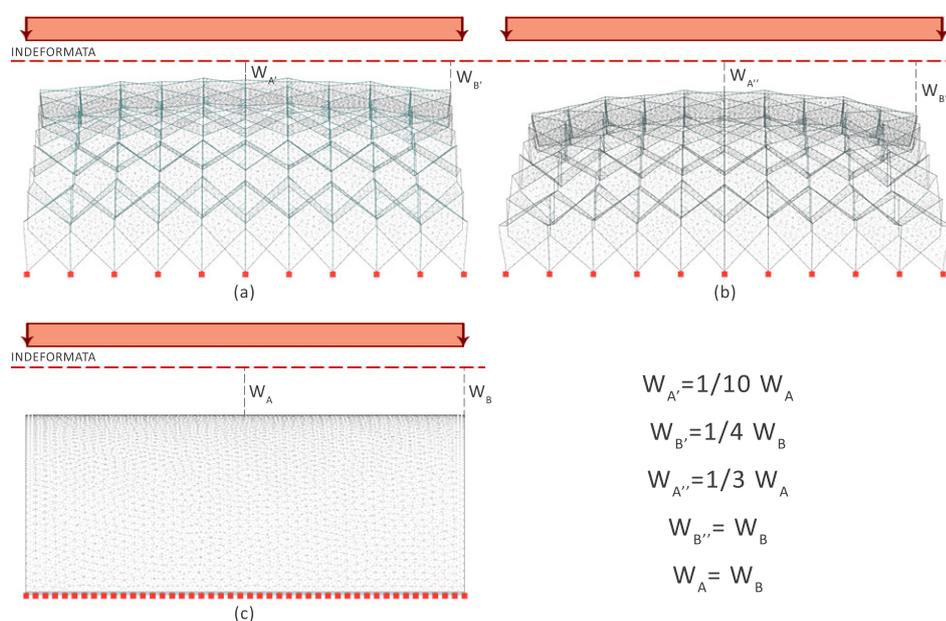


Figura 7.18: Comportamento bidirezionale del sistema Miura-ori curvo

Il comportamento riscontrato in entrambi i modelli corrugati è il risultato dell'effetto favorevole della bidirezionalità che, di conseguenza, non è solo una questione geometrica, come era inizialmente presumibile, ma è il risultato dell'interazione fra la geometria di base e la componente rotazionale delle pieghe. In particolare, è possibile definire proporzionalmente l'entità dei due contributi al fenomeno bidirezionale: esso è dovuto per circa il 62,5% dalla geometria del pattern e per il restante 37,5% dal contributo delle cerniere cilindriche (figura 7.18).

In conclusione, gli esiti della campagna sperimentale mostrano che:

- le cerniere cilindriche impiegate in luogo delle pieghe possiedono una rigidità rotazionale equivalente che varia non linearmente a seconda del grado di apertura del modello;
- a parità di materiale impiegato e condizioni di vincolo, il modello che unisce il contributo statico, la resistenza per forma dovuta alla corrugazione, con quello cinematico, la movimentazione dovuta alle pieghe, rappresenta il giusto compromesso per poter ottenere una struttura meccanicamente efficiente e geometricamente flessibile.

Ulteriori analisi su differenti condizioni di carico e di vincolo favoriranno la comprensione del comportamento in diversi stati sollecitazionali.

## **Capitolo 8**

# **Conclusioni**

## 8.1 Conclusioni

Le numerose esperienze di architettura contemporanea mostrano una radicata tendenza, da un lato, a consentire espressività formale basata su morfologie complesse, non-standard, dall'altro, ad ottimizzare le prestazioni funzionali degli edifici. Mentre il primo aspetto viene sviluppato ricorrendo agli strumenti digitali, ormai maturi, di controllo geometrico delle forme, il secondo avviene sfruttando l'innovazione tecnologica in ambito impiantistico e dei materiali. In tale contesto, occorre che le istanze strutturali siano declinate per contribuire attivamente al processo progettuale, diventandone parte integrante.

Affinché i classici ambiti progettuali, architettonico, impiantistico e strutturale, possano assumere un ruolo paritetico fin dalla concezione della forma, il ricorso a relazioni interattive, dunque adattive, fra questi appare una scelta opportuna. La ricerca oggetto della tesi di dottorato si inserisce in tale contesto in rapida evoluzione, investigando le potenzialità geometrico-strutturali di superfici adattive.

Dopo un'attenta analisi dello stato dell'arte sull'impiego di superfici adattive in ambito strutturale, è emerso come soluzioni pieghevoli si prestino efficacemente a realizzare meccanismi resistenti efficienti con geometrie variabili. Le superfici pieghevoli, opportunamente progettate, consentono di raggiungere, a partire da uno stato di partenza planare, diverse configurazioni spaziali statiche, predeterminate in fase progettuale, attraverso meccanismi di movimentazione delle pieghe. In questo campo, la separazione tra forma e struttura scompare: tutto si mescola in una sinergia che dà vita ad un sistema che è sia struttura che definizione di uno spazio. Tali prerogative hanno spinto ad indagare i possibili scenari ottenibili dallo sfruttamento delle pieghe in ambito architettonico-strutturale. L'obiettivo finale è stato quello di fornire un nuovo approccio alla progettazione di strutture cinetiche, sfruttando un metodo combinato tra sperimentazione intuitiva e analisi razionale: se fino ad ora il movimento è stato sfruttato per le possibilità di metamorfosi dell'involucro degli edifici, in questa sede si è voluto andare oltre, superando la funzione meramente energetico-formale per giungere alla definizione di elementi portanti mobili, che si adattano alle esigenze sfruttando la resistenza per forma.

In quest'ottica, un'approfondita indagine sullo stato dell'arte delle architetture cinetiche generate secondo logiche parametriche ha mostrato come i sistemi Origami rappresentino un efficace meccanismo adattivo, capace di sfruttare sia la corrugazione in configurazione statica, che il moto rigido durante la fase di piegatura.

Definiti i sistemi alla base delle geometrie pieghevoli, alla scelta dei pattern Origami più adatti all'uso integrato strutturale-cinematico, è seguita la genesi morfologica delle tassellazioni basate sui pattern Miura-ori e Ron Resch, sfruttando algoritmi parametrici visuali, attraverso due differenti approcci: uno geometrico, analiticamente più oneroso e quindi adatto a geometrie semplici, e l'altro di simulazione fisica, formalmente meno laborioso e, dunque, idoneo a geometrie complesse. Infine, la fase di analisi, costituita da una prima parte che indaga gli Origami sotto l'aspetto strutturale in configurazioni statiche, e da una seconda, sperimentale, che riguarda i meccanismi di movimentazione, conclude la ricerca sui sistemi strutturali adattivi.

Analizzati in prima istanza staticamente, i pattern Origami risultano essere

meccanicamente più efficaci dei corrispondenti modelli continui, in determinate condizioni di carico e di vincolo ai bordi. In particolare, nel piano, il pattern Miura-ori classico, considerato un sistema a piastra corrugata vincolato ai quattro spigoli, risulta essere più efficiente della piastra a singola corrugazione; nello spazio, il Miura-ori generalizzato, come sistema a volta vincolato longitudinalmente, presenta una risposta meccanica migliore del modello continuo. Inoltre, dalle analisi è emerso che la configurazione geometrica del Miura-ori attiva un evidente comportamento meccanico bidirezionale dovuto all'inerzia geometrica analoga nelle due direzioni del piano. Il Ron Resch, invece, risulta staticamente inadatto una volta generalizzato in modo che approssimi una cupola (nonostante abbia il vantaggio di essere sviluppabile rispetto al modello continuo), mentre mostra un comportamento più efficace nel caso in cui venga piegato secondo una volta, con condizioni al contorno tali da generare sforzi ad arco.

Data la complessità realizzativa dei sistemi Origami, sotto l'aspetto cinematico è stato indagato il solo pattern Miura-ori, in entrambe le configurazioni, classica e generalizzata, analiticamente attraverso un modello semplificato, geometricamente sfruttando le logiche parametriche e fisicamente effettuando test su modelli reali. Per ciò che concerne l'aspetto analitico, l'interazione tra il modello reticolare semplificato di Von Mises e la non linearità dei movimenti sferici del meccanismo di movimentazione ha permesso la definizione di un modello ridotto. Tale modello è costituito da un sistema reticolare in grado di replicare la reale movimentazione della cellula base del Miura-ori inserendo delle aste rigide in luogo delle pieghe, un'ulteriore asta rigida diagonale in ogni faccia per assicurare che il moto si mantenga rigido e delle cerniere tridimensionali in corrispondenza dei vertici. Dall'indagine geometrica emerge che il pattern Miura-ori possiede notevoli vantaggi in termini di sviluppabilità: la geometria di base è tale da permettere alla tassellazione Origami, durante la fase di piegatura, di coprire una superficie progressivamente maggiore rispetto al modello corrispondente a corrugazione semplice. Sotto l'aspetto fisico, sono stati realizzati differenti modelli in scala a diverso spessore. I modelli sottili, realizzati con materiali plastici dalla composizione omogenea, e materiali disomogenei, dato l'esiguo spessore, da un lato garantiscono la completa piegatura, ma dall'altro non sono in grado di assicurare una movimentazione completamente rigida. Lo spessore non trascurabile dei modelli spessi, al contrario, permette una movimentazione rigida, ma richiede la corretta definizione dei piani di giacitura delle singole pieghe per assicurare la flat-foldability dei pattern.

La validazione dei risultati numerici ottenuti attraverso l'analisi FEM è stata effettuata mediante test sperimentali su un modello a volta tassellato secondo un pattern Miura-ori generalizzato e realizzato tramite prototipazione rapida. Dalle indagini svolte in tre differenti configurazioni spaziali e in due condizioni di carico, è emerso che le cerniere cilindriche realizzate in corrispondenza delle pieghe mostrano una rigidità rotazionale equivalente variabile, a seconda del grado di apertura del sistema: maggiore è l'angolo diedro fra le facce è minore è il valore della rigidità rotazionale equivalente. Inoltre, la fase di scarico mostra un evidente fenomeno d'isteresi, ascrivibile a ragioni di attrito fra la cerniera e il cilindro in acciaio, asse di rotazione della stessa.

In conclusione si può affermare che l'impiego di sistemi tassellati con pattern

Origami è in grado di combinare efficacemente l'efficienza meccanica della resistenza per forma delle strutture corrugate e la flessibilità dei sistemi cinematici. Il risultato è una struttura capace, durante la fase di movimentazione, di conservare la propria portanza meccanica in ognuna delle configurazioni spaziali intermedie, attraverso meccanismi di movimentazione semplici e processi di fabbricazione automatizzati.

## 8.2 Prospettive

### 8.2.1 Approfondimenti

Il contesto di applicazione delle superfici responsive, in costante sviluppo, richiede una incessante esplorazione in campi scientifici multidisciplinari. Fra questi, in ingegneria strutturale, è necessario investigare temi legati agli impieghi in strutture cinematicamente efficienti. In particolare, nonostante siano emersi notevoli vantaggi nell'applicazione di tassellazioni origami su strutture corrugate in condizioni statiche, il campo con più ampie possibilità di approfondimento riguarda l'utilizzo combinato tra *statica* e *movimentazione*. Pertanto, occorre analizzare più a fondo il meccanismo cinematico delle strutture Origami, con l'obiettivo, da un lato, di sfruttare adeguatamente le potenzialità di questi sistemi innovativi e, dall'altro, di giungere a soluzioni tecnologicamente accessibili dal punto di vista meccanico e ardite da quello geometrico.

In particolare, sotto l'aspetto statico si prospetta di ampliare lo spettro delle analisi ad altri pattern d'interesse strutturale, in grado di mostrare un comportamento efficiente in diverse configurazioni di vincolo e di carico. Indagare nuovi pattern, come il Diamond, l'Hexagonal o il Diagonal pattern, permetterebbe di individuare la geometria più adatta ad un più ampio range di superfici libere. Inoltre, dato che in questa ricerca ci si è soffermati su indagini globali su tali strutture, sarà opportuno indagare la risposta a livello locale, su ciascuna faccia e sulla singola piega.

Per ciò che concerne la cinematica s'intende migliorare la definizione degli algoritmi di genesi dei pattern Origami in modo da semplificare il calcolo parametrico ed estendere i modelli analitici semplificati prodotti per le singole cellule a pattern costituiti da  $n$  elementi base. Come per la statica, anche in ambito cinematico risulterebbe stimolante investigare nuovi pattern Origami utili a sperimentare ulteriori soluzioni per l'impiego combinato di statica e di movimentazione.

In materia di prototipazione è prevista la produzione di modelli più raffinati sotto l'aspetto della definizione e più arditi a livello geometrico. L'utilizzo di tecniche di stereolitografia permetteranno un incremento della precisione più elevata ed una considerevole riduzione sia delle imperfezioni insite nella stampa 3D da estrusione che dell'attrito fra le varie parti del modello e, dunque, del fenomeno d'isteresi in fase di scarico. In quest'ambito, l'approfondimento non riguarderà esclusivamente lo studio di nuove tecniche di fabbricazione digitale, ma anche l'utilizzo di materiali innovativi, che avrà un significativo impatto meccanico: l'utilizzo di materiali leggeri, estremamente rigidi, facilmente trasportabili e durevoli, risulterebbe idoneo ad applicazioni a grande scala e permetterebbe la realizzazione di sistemi sempre più efficienti.

### 8.2.2 Scenari Futuri

A conclusione del lavoro di tesi sulle superfici adattive, si presentano i probabili scenari futuri della ricerca.

Le applicazioni di superfici adattive possono trovare nell'ingegneria strutturale un campo fertile per incentivare lo sviluppo di una nuova categoria di sistemi, per cui la ricerca dell'equilibrio non riguarda la *staticità* delle strutture, ma dell'equilibrio stabile come risultato dell'interazione fra la possibilità di movimentazione e l'incremento della resistenza, entrambi risultati del ricorso alla piega. In particolare, la sperimentazione su modelli in scala ha mostrato che l'applicazione dei concetti teorici su sistemi semplificati rispecchia il reale comportamento di tali strutture, il che agevola la progettazione del comportamento geometrico-meccanico globale della struttura durante la fase di movimentazione.

È opportuno sottolineare come la sperimentazione su modelli fisici rappresenti una parte fondamentale di questa ricerca. Senza la traduzione dei modelli geometrici parametrici in modelli fisici in scala reale non è possibile comprendere correttamente tutta la serie di meccanismi che regolano sistemi di movimentazione. Pertanto, per procedere alle applicazioni su strutture a grande scala, è necessario ultimare la fase di sperimentazione su modelli in piccola scala.

Se affrontato con questa metodologia, la sperimentazione potrebbe avere un riscontro pratico, con delle prime realizzazioni su scala reale, per la produzione di padiglioni temporanei o di coperture adattabili alle varie esigenze di utilizzo.

L'utilizzo di superfici adattive tassellate secondo pattern Origami in ambito architettonico, possono riguardare sia la produzione di biomateriali che la creazione di metamateriali meccanici. I biomateriali, materiali sensibili alle condizioni atmosferiche ed ambientali, già al vaglio di numerose ricerche scientifiche, rappresentano un'importante risorsa in ambito edilizio poiché potrebbero avere un notevole impatto sulla sostenibilità degli edifici. I metamateriali meccanici, al contrario, rappresentano una risorsa non solo per l'ambito architettonico. Matematici, fisici ed ingegneri sono coscienti che essi rappresentano l'avvio per la progettazione dei materiali responsivi del futuro... poi non così lontano.

---

## Bibliografia

- [8.Bu, 2015] T. Al-Mulla and M. J. Buehler, "Origami: Folding creases through bending", *Nature Materials*, vol. 14, no. 4, pp. 366–368, 2015.
- [8.Bow, 2014] L. A. Bowen, W. L. Baxter, S. P. Magleby and L. L. Howell, "A position analysis of coupled spherical mechanisms found in action origami", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 77, pp. 13–24, 2014.
- [8.Bow, 2013] L. A. Bowen, C. L. Grames, S. P. Magleby, L. L. Howell and R. J. Lang, "A classification of action origami as systems of spherical mechanisms", *Journal of Mechanical Design*, vol. 135, no. 11, p. 111008, 2013.
- [8.Buc, 2013] T. Buchner, "Kinematics of 3D Folding Structures for Nanostructured Origami", *Assembly*, p. 95, 2003.
- [8.Bu, 2008] H. Buri and Y. Weinand, "Origami-folded plate structures, architecture", *10th World Conference on Timber Engineering*, pp. 2–5, 2008.
- [8.Cai, 2015] J. Cai, X. Deng, Y. Xu and J. Feng, "Geometry and Motion Analysis of Origami-Based Deployable Shelter Structures", *Journal of Structural Engineering*, vol. 141, no. 10, p. 06015001, 2015.
- [8.Cai, 2015-1] J. Cai, X. Deng, Y. Xu and J. Feng, "Motion Analysis of a Foldable Barrel Vault Based on Regular and Irregular Yoshimura Origami", *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 8, no. 2, p. 021017, 2015.
- [8.Cas, 2012] A. Casale and M. Calvano, "House of cards . The fold for the construction of articulated surfaces", *Disegnarecon*, vol. 9, pp. 289–300, 2012.
- [8.Ch, 2016] B. G. G. Chen, B. Liu, A. A. Evans, J. Paulose, I. Cohen, V. Vitelli and C. D. Santangelo, "Topological Mechanics of Origami and Kirigami", *Physical Review Letters*, vol. 116, no. 13, pp. 1–5, 2016.
- [8.Ch, 2015] Y. Chen, R. Peng and Z. You, "Origami of thick panels" *Science*, vol. 349, no. 6246, pp. 396–400, 2015.
- [8.Ta, 2016] L. H. Dudte, E. Vouga, T. Tachi and L. Mahadevan, "Programming curvature using origami tessellations" *Nature Materials*, vol. 15, no. January, pp. 583–588, 2016.
- [8.You, 2011] Z. You, "Origami Engineer Flexes to Create Stronger, More Agile Materials", *Science*, vol. 332, no. June, pp. 1376–1377, 2011.
- [8.San, 2015] A. a. Evans, J. L. Silverberg and C. D. Santangelo, "Lattice mechanics of origami tessellations", *Physical Review E*, vol. 92, no. 1, p. 013205, 2015.
- [8.Fox, 2009] M. Fox and M. Kemp, "Interactive architecture", 1st ed. 2009.
-

- 
- [8.Ta, 2013] T. Tachi, "Freeform origami tessellations by generalizing Resch's patterns", in ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2013.
- [8.Ha, 2008] M. Haasis, "ORIGAMI - Folded Plate Structures", *Engineering*, vol. 4714, p. 2008, 2008.
- [8.Pe, 2012] G. M. Olson, S. Pellegrino, J. Costantine and Jeremy Banik, "Structural Architectures for a Deployable Wideband UHF Antenna", in Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2012, pp. 1–10.
- [8.Ja, 2011] P. Jackson, "Folding techniques for designers from sheet to form", Laurence King Publishing Ltd, 2011.
- [8.Pre, 2016] C. Preisinger, "Parametric structural modeling Karamba", 2016.
- [8.Kaw, 1994] M. Kawaguchi, "Application of Pantadome System to Long-Span Roof Structures" 1994.
- [8.Pe, 2014] N. Lee and S. Pellegrino, "Multi-Layered Membrane Structures with Curved Creases for Smooth Packaging and Deployment", *Aiaa*, no. January, pp. 1–20, 2014.
- [8.Kr, 2010] B. C. Lv, D. Krishnaraju, G. Konjevod, H. Yu, H. Jiang, P. H. Jiang, C. Lv, D. Krishnaraju and G. Konjevod, "Supplementary Information for Origami based Mechanical Metamaterials By" vol. 85287, pp. 1–16.
- [8.Kr, 2014] C. Lv, D. Krishnaraju, G. Konjevod, H. Yu and H. Jiang, "Origami based Mechanical Metamaterials", *Scientific reports*, vol. 4, p. 5979, 2014.
- [8.Me, 2016] N. A. Megahed, "Understanding kinetic architecture: typology, classification, and design strategy", *Architectural Engineering and Design Management*, vol. 2007, no. July, pp. 1–17, 2016.
- [8.Mu, 2001] T. Murphey, "The constitutive modeling of thin films with random material wrinkles", 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, no. April, p. 13471, 2001.
- [8.Mus, 2009] A. Musacchio, "Architetture cinetiche", Politecnico. 2009.
- [8.Na, 2015] A. Namiki and S. Yokosawa, "Robotic origami folding with dynamic motion primitives", *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 2015-December, pp. 5623–5628, 2015.
- [8.Ov, 2016] J. T. B. Overvelde, T. A. de Jong, Y. Shevchenko, S. A. Bercera, G. M. Whitesides, J. C. Weaver, C. Hoberman and K. Bertoldi, "A three-dimensional actuated origami-inspired transformable metamaterial with multiple degrees of freedom", *Nature Communications*, vol. 7, p. 10929, 2016.
-

- 
- [8.Ox, 2010] R. Oxman, "The new structuralism", in *Cities*, vol. 80, no. 206, 2010, p. 136.
- [8.Pe, 2008] A. Papa and S. Pellegrino, "Systematically Creased Thin-Film Membrane Structures", *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 45, no. 1, pp. 10–18, 2008.
- [8.Sa, 2015] C. Samuelsson and B. Vestlund, "Structural Folding A parametric design method for origami architecture", Department of Applied Mechanics, 2015.
- [8.Sc, 2010] M. Schenk, J. M. Allwood and S. D. Guest, "Cold Gas-Pressure Folding of Miura-ori Sheets Cold Gas-Pressure Folding Process", pp. 1–6, 2001.
- [8.Sc, 2011] M. Schenk and S. D. Guest, "Origami folding: A structural engineering approach", *Origami 5 Fifth International Meeting of Origami Science Mathematics and Education*, pp. 1–16, 2011.
- [8.Sc, 2011-1] M. Schenk, "Folded Shell Structures", University of Cambridge, 2011.
- [8.Sc, 2013] M. Schenk and S. D. Guest, "Geometry of Miura-folded metamaterials", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 110, no. 9, pp. 3276–3281, 2013.
- [8.Si, 2014] J. L. Silverberg, A. A. Evans, L. McLeod, R. C. Hayward, T. Hull, C. D. Santangelo and I. Cohen, "Using origami design principles to fold reprogrammable mechanical metamaterials", *Science*, vol. 345, no. 6197, pp. 647–650, 2014.
- [8.Si, 2015] J. L. Silverberg, J.-H. Na, A. A. Evans, B. Liu, T. C. Hull, C. D. Santangelo, R. J. Lang, R. C. Hayward and I. Cohen, "Origami structures with a critical transition to bistability arising from hidden degrees of freedom", *Nature materials*, vol. 14, no. 4, pp. 389–393, 2015.
- [8.Ch, 2000] J. Chilton, "Space grid structures", Architectural Press, 2000.
- [8.Ta, 2010] T. Tachi, "Geometric Considerations for the Design of Rigid Origami Structures", *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2010*, vol. 12, no. Figure 2, pp. 458–460, 2010.
- [8.Ta, 2009] T. Tachi, "Generalization of rigid foldable quadrilateral mesh origami", *Journal Of The International Association For Shell And Spatial Structures*, vol. 50, no. October, pp. 2287–2294, 2009.
- [8.Ta, 2010-1] T. Tachi, "Origamizing Polyhedral Surfaces", *IEEE*, vol. 16, no. 2, pp. 298–311, 2010.
- [8.Ta, 2011] T. Tachi, "Rigid-Foldable Thick Origami", *Origami 5 Fifth International Meeting of Origami Science Mathematics and Education*, pp. 253–264, 2011.
-

- 
- [8.Te, 2014] A. Tedeschi, "Algorithms- aided design", Le Penseur, 2014.
- [8.Tu, 2014] M. Turrin, "Performance Assessment Strategies-A computational framework for conceptual design of large roofs", 2014.
- [8.Wa, 2016] F. Wang, H. Gong, X. Chen and C. Q. Chen, "Folding to Curved Surfaces: A Generalized Design Method and Mechanics of Origami-based Cylindrical Structures", *Scientific Reports*, vol. 6, no. August, p. 33312, 2016.
- [8.We, 2013] Z. Y. Wei, Z. V. Guo, L. Dudte, H. Y. Liang and L. Mahadevan, "Geometric mechanics of periodic pleated origami", *Physical Review Letters*, vol. 110, no. 21, pp. 1–5, 2013.
- [8.Pe, 2013] L. Wilson, S. Pellegrino and R. Danner, "Origami Sunshield Concepts for Space Telescopes", 54th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, pp. 1–8, 2013.
- [8.Pe, 2006] Y. W. Wong and S. Pellegrino, "Mechanics of Materials and Structures Part III: Numerical Simulations", *Journal of mechanics of materials and structures*, vol. 1, no. January, pp. 61–93, 2006.
- [8.Ho, 2015] A. Yellowhorse and L. L. Howell, "Creating Rigid Foldability to Enable Mobility of Origami-Inspired Mechanisms", *Journal of Mechanisms and Robotics*, no. c, pp. 1–11, 2015.
- [8.Zh, 2015] X. Zhou, H. Wang and Z. You, "Design of three-dimensional origami structures based on a vertex approach", *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, vol. 471, no. 2181, p. 20150407, 2015.
- [8.En, 2006] H. Engel and R. Rapson, "Structure Systems Shell Structures", 3rd ed. Hatje Cantz, 2006.
- [8.Ma, 2012] M. Marzano, "Idea / Processo / Architettura", Palimpsesto06, 2012.
- [8.Ho, 1988] C. Hoberman, "Reversibly Expandable Three- Dimensional Structure", United States Patent No. 4,780,344, 1988.
- [8.TK, 2009] M. Trautz and A. Kunstler, "Deployable folded plate structures - folding patterns based on 4-fold-mechanism using sti plates", In *Proceedings of IASS Symposium 2009, Valencia*, pp. 2306,2317, 2009.
-



# Elenco delle figure

2.1	Architettura Interattiva	
	source: M. Fox - Interactive Architecture . . . . .	25
2.2	Theme Pavilion	
	source: soma-architecture.com . . . . .	28
2.3	Investment Council Headquarters	
	source: arup.com . . . . .	29
2.4	Padiglione Quadracci	
	source: calatrava.com . . . . .	29
2.5	Pantadome System	
	source: Michela Turrin - Performance Assessment Strategies . . . . .	30
2.6	Mobile Theatre system	
	source: © Emilio Perez Pinero . . . . .	30
2.7	Casting House roof	
	source: Michela Turrin - Performance Assessment Strategies . . . . .	31
2.8	Atwater Kent	
	source: Library of Congress Prints and Photographs, Washington . . . . .	33
2.9	Palazzo dello Sport di Roma	
	source: ©Maurizio Giodice - Archivio del CONI . . . . .	34
2.10	Rehearsal room of Tannhausen	
	source: hiendschneis.com . . . . .	34
2.11	Yokohama International Port Terminal	
	source: farshidmoussavi.com . . . . .	35
2.12	Riverside Museum of Glasgow	
	source: dezeen.com . . . . .	35
2.13	Impianto estrazione dello zolfo	
	source: G. Donin - Renzo Piano, <i>Pezzo per pezzo</i> . . . . .	36
3.1	Origami in carta	
	source: shutterstock.com . . . . .	38
3.2	Piega di un tovagliolo	
	source: Harsdorffer - 1957 . . . . .	39
3.3	Esperimenti su pattern Origami	
	source: Schenk - 2011 . . . . .	40
3.4	Origami realizzati con Origamizer	
	source: Tachi - 2009 . . . . .	41

3.5	Prove di carico su struttura origami	
	source: Buri - Origami folding 2010 . . . . .	42
3.6	Origami stent	
	source: You - Origami engineer 2011 . . . . .	45
3.7	Chiesa dei cadetti, Colorado	
	source: SOM - 1956 . . . . .	45
3.8	Steel-bag	
	source: You - Origami engineer 2011 . . . . .	46
3.9	Origami booms	
	source: Guest - 2004 . . . . .	46
3.10	Metamateriali meccanici su pattern Origami	
	source: Schenk - 2004 . . . . .	47
3.11	La piega semplice . . . . .	49
3.12	La proiezione delle pieghe	
	source: Buri - 2010 . . . . .	50
3.13	Linea d'asse della corrugazione . . . . .	51
3.14	Orientamento delle pieghe . . . . .	52
3.15	Ampiezza della corrugazione . . . . .	52
3.16	Angolo d'inclinazione . . . . .	53
3.17	Piega obliqua . . . . .	54
3.18	Riflessione matematica . . . . .	55
3.19	Riflessione fisica . . . . .	55
3.20	Piega inversa nel piano . . . . .	56
3.21	Piega inversa . . . . .	57
3.22	Piega inversa nello spazio . . . . .	58
3.23	a) Rigid-foldability b) Flat-foldability . . . . .	60
3.24	Axis-shift	
	source: Hoberman - 1988 . . . . .	61
3.25	Tapered Method	
	source: Tachi - 2011 . . . . .	62
3.26	Thick origami method	
	source: Chen - 2015 . . . . .	64
3.27	Gli Action-Origami	
	source: Bowen - 2013 . . . . .	67
3.28	Square-twist pattern . . . . .	68
3.29	Cut-Eggbox pattern . . . . .	70
3.30	Folded-Eggbox pattern . . . . .	71
3.31	Miura-ori pattern . . . . .	72
3.32	Equidistant-wave pattern . . . . .	73
3.33	Diamond pattern . . . . .	74
3.34	Diagonal pattern . . . . .	75
3.35	Magic-ball pattern . . . . .	76
3.36	Ron Resch - base triangolare . . . . .	77
3.37	Ron Resch - base quadrata . . . . .	78
3.38	Geometria pattern Miura-ori . . . . .	80
3.39	Coefficiente di Poisson per il Miura-ori . . . . .	81
3.40	Movimentazione pattern Miura-ori . . . . .	81

3.41 Miura-ori - cellula base	
source: Schenk, 2013 . . . . .	82
3.42 Miura-ori generalizzato	
source: Tachi, 2016 . . . . .	83
3.43 Movimentazione pattern Miura-ori curvo . . . . .	84
3.44 Miura-ori generalizzato cilindrico	
source: Tachi, 2016 . . . . .	85
3.45 Miura-ori generalizzato free-form	
source: Tachi, 2016 . . . . .	85
3.46 Ron Resch pattern . . . . .	87
3.47 Ron Resch - Cellula base	
source: Cheng, 2014 . . . . .	87
4.1 Esempi dell'applicazione della progettazione parametrica	
Yas Hotel, Pike Loop, Space Pavilion, Plaza de la Encarnacion, Padiglione Britannico	92
4.2 Esempio di algoritmo parametrico . . . . .	93
4.3 Cellula base Miura-ori . . . . .	101
4.4 Genesi geometrica del Miura-ori planare . . . . .	103
4.5 Generalizzazione di una superficie cilindrica . . . . .	103
4.6 Genesi geometrica del Miura-ori generalizzato . . . . .	104
4.7 Genesi geometrica del Ron Resch classico . . . . .	105
4.8 Geometria del Ron Resch generalizzato . . . . .	106
5.1 La piega strutturale . . . . .	110
5.2 Il flusso dei carichi . . . . .	111
5.3 Discretizzazione delle facce in mesh . . . . .	112
5.4 Sistemi corrugati a confronto . . . . .	113
5.5 Diagramma degli spostamenti per la piastra . . . . .	114
5.6 Grafici di confronto degli spostamenti . . . . .	115
5.7 Diagramma degli spostamenti con carico accidentale . . . . .	116
5.8 Diagramma degli spostamenti per la piastra . . . . .	117
5.9 Grafici di confronto degli spostamenti . . . . .	118
5.10 Diagramma degli spostamenti con carico accidentale . . . . .	119
5.11 Analisi dei momenti d'inerzia . . . . .	120
5.12 Bidirezionalità del sistema Miura-ori . . . . .	121
5.13 Analogia con la trave . . . . .	121
5.14 Schenk - Modello frame	
source: Schenk- 2010 . . . . .	122
5.15 Modello di volta Miura-ori . . . . .	123
5.16 Spostamenti massimi al variare del n. di moduli . . . . .	123
5.17 Condizioni di vincolo per la volta . . . . .	124
5.18 Diagramma degli spostamenti con carico accidentale . . . . .	125
5.19 Confronto topologico della discretizzazione del Ron Resch . . . . .	126
5.20 Confronto cupola - Ron Resch . . . . .	127
5.21 Grafici di confronto degli spostamenti . . . . .	128
5.22 Analisi di spostamenti, spostamenti e momento . . . . .	129
5.23 Analisi di spostamenti, tensioni e taglio . . . . .	130

---

6.1	Modello reticolare della cellula base Miura-ori . . . . .	133
6.2	Modello reticolare ridotto - meccanismo cinematico . . . . .	134
6.3	Movimentazione del modello analitico planare . . . . .	135
6.4	Diagramma delle rigidzze e diagramma forza-spostamento . . . .	135
6.5	Movimentazione del modello analitico curvo . . . . .	136
6.6	Movimentazione dei sistemi Origami . . . . .	136
6.7	Caratteristiche geometriche dei sistemi a confronto . . . . .	137
6.8	Rapporto fra gli angoli $\alpha$ e $\vartheta$ . . . . .	138
6.9	Confronto dello sviluppo delle aree d'ingombro, caso planare a) Corrugazione $h=13\text{cm}$ - (b) Corrugazione $h=26\text{cm}$ - (c) Corrugazione $h=39\text{cm}$ . .	139
6.10	Confronto della variazione dei lati, caso planare . . . . .	140
6.11	Modello volta Miura-ori generalizzato . . . . .	141
6.12	Confronto dello sviluppo delle aree d'ingombro, caso generalizzato	142
6.13	Confronto della variazione dei lati, caso generalizzato . . . . .	142
7.1	Modello fisico sottile in polipropilene . . . . .	147
7.2	Deformazione in presenza di un carico concentrato laterale . . . .	148
7.3	Cold Gas-Pressure by Schenck . . . . .	149
7.4	Modello fisico stampato in 3D . . . . .	151
7.5	Assemblaggio di una cellula base con pannelli spessi . . . . .	152
7.6	Condizione geometrica utile alla sovrapposizione . . . . .	153
7.7	Modello fisico in compensato spessore 4mm . . . . .	154
7.8	Modello fisico in multistrato spessore 9mm . . . . .	155
7.9	Pattern completo 3x3 in multistrato da 9mm . . . . .	155
7.10	Dimensioni pannelli prototipati tramite stampa 3D . . . . .	156
7.11	Modello Origami testato . . . . .	157
7.12	Condizioni di carico della compagna sperimentale . . . . .	157
7.13	Spostamenti dei modelli soggetti a carico concentrato . . . . .	158
7.14	Test sperimentale con carico concentrato . . . . .	159
7.15	Spostamenti dei modelli soggetti a carico distribuito . . . . .	160
7.16	Test sperimentale con carico distribuito . . . . .	160
7.17	Andamento degli spostamenti al variare del carico $F$ . . . . .	161
7.18	Comportamento bidirezionale del sistema Miura-ori curvo . . . . .	162

---

# Elenco delle tabelle

2.1	L'Architettura Cinetica . . . . .	27
3.1	Metodi analitici di rappresentazione degli Origami . . . . .	43
3.2	Pattern Origami - Geometria . . . . .	79



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA STRUTTURALE E GEOTECNICA