

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA DELLE STRUTTURE
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA
XXVII CICLO

**UNA METODOLOGIA SEMPLIFICATA PER
LA STIMA DELL’AFFIDABILITÀ DELLA
VALUTAZIONE SISMICA DI STRUTTURE DI
MURATURA AFFETTE DA ELEVATA
INCERTEZZA**

Giovanna Valeri



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Il tutor

Prof. Ing. Giorgio Monti

Il Co-tutor

Dott. Arch. Marco Vailati

**Coordinatore della scuola
di dottorato:**

Prof. Ing. Achille Paolone

Sommario

1.Introduzione	6
1.1Obiettivi della tesi	7
1.2Struttura della tesi	8
1.3Identificazione, conoscenza dell'aggregato edilizio e valutazioni preliminari	9
1.4Vulnerabilità degli aggregati edilizi: le Unità Strutturali	13
1.5Codici, linee guida, metodi di calcolo	15
1.5.1 Normative e Codici	18
1.5.2 Metodi di calcolo per la valutazione della vulnerabilità sismica	19
1.5.3 L'analisi del rischio e le incertezze: lo stato dell'arte	22
2.La procedura deterministica semplificata per la valutazione della vulnerabilità sismica	27
2.1Modello di calcolo e definizione della risposta della US	28
2.2Legami costitutivi adottati	29
2.3Modellazione della connessione tra maschi murari	31
2.4Risposta di interpiano	33
2.4.1 Analisi modale e risposta globale	38
2.5Definizione della domanda in spostamento	42
2.5.1 SDOF equivalente	42
2.5.2 Interpiano	44
2.6Confronto dei risultati con modellazioni più accurate	46
3.Analisi probabilistica di sistemi strutturali affetti da elevate incertezze nella stima delle variabili di input	52
3.1Le fonti di incertezza	52
3.2Relazione funzionale tra variabili incerte di input e Funzioni Densità di Probabilità (PDF)	54
3.3Metodo di campionamento Monte Carlo	56
3.4Analisi di sensitività	59
3.5Caratteristiche delle US adottate nelle simulazioni	60
3.6La realizzazione delle simulazioni	64
3.7Distinzione tipologica delle variabili di input delle US. Gruppi, modelli di distribuzione, grandezze statistiche	68
3.8Variabili generali	70
3.8.1 Carichi	70
3.8.2 Degrado delle proprietà meccaniche	71
3.8.3 Capacità in spostamento	71
3.8.4 Geometria	72
3.8.5 Proprietà meccaniche	73
3.8.6 Pericolosità sismica	75
4.Risposta stocastica delle US	79
4.1Identificazione delle grandezze di output locali e globali	79
4.2Tecniche di rappresentazione della risposta	80

4.2.1	Risultati delle analisi. Grandezze locali di vulnerabilità, probabilità di collasso delle US, sensitività della risposta	81
4.2.2	Output locali	81
4.2.3	Output globali	88
5.	La definizione di una metodologia semplificata per la stima della confidenza nell'esito della risposta sismica di US	110
5.1	Ruolo della metodologia semplificata nella previsione della vulnerabilità dei centri storici	111
5.1.1	Descrizione della metodologia semplificata	112
5.2	Fondamenti teorici	113
5.2.1	Formulazione analitica del parametro α per curve di risposta log-normali	116
5.2.2	Aggiornamento Bayesiano	118
5.2.3	Interpretazione geometrica del metodo semplificato	118
5.3	Case studies per le simulazioni numeriche	121
5.3.1	Dalle analisi probabilistiche a quelle deterministiche	122
5.3.2	Analisi svolte con il metodo semplificato α o ESM	125
5.3.3	PDF e probabilità di collasso con le analisi deterministiche	134
5.3.4	Confronto dei risultati con il metodo probabilistico completo	141
5.3.5	Alcune riflessioni sulla rappresentatività della risposta approssimata ottenuta con la curva log-normale.	156
6.	Conclusioni	160
	Bibliografia	163
	Appendici	169

1. Introduzione

L'osservazione degli effetti dei terremoti sul territorio italiano ha più volte evidenziato che il fattore determinante delle conseguenze prodotte in termini di vittime e di danni, più che la severità degli stessi sismi, è l'elevata vulnerabilità di gran parte del patrimonio edilizio, in particolare quello che caratterizza i centri storici. Questi sono costituiti per la maggior parte da edifici in muratura, ma il contesto nel quale essi si trovano, sia sotto il profilo storico-architettonico (valore del tessuto urbano, come patrimonio da conservare) che strutturale (possibile interazione, durante l'evento sismico, con gli edifici adiacenti che compongono l'aggregato), rendono difficile la valutazione sismica. Infatti, in tutti i centri storici è presente un interessante "tessuto urbano" che contribuisce in maniera significativa alla caratterizzazione degli insediamenti e disegna la morfologia del paesaggio. Pertanto la sua conservazione assume un'importanza fondamentale non solo per l'intrinseco valore simbolico e culturale, ma anche per la sua irriproducibilità, per la sua capacità di stimolare un senso d'identità, per la sua testimonianza storica. In tali ambiti, perciò, detto patrimonio dovrà essere anche salvaguardato da possibili eventi sismici che lo porterebbero o alla distruzione o a modificazioni permanenti. La ricerca trae spunto da un precedente lavoro di tesi (Vailati, 2011 [86]) e, privilegiando un approccio affidabilistico, vuole contribuire allo sviluppo di un processo metodologico che abbia per finalità una valutazione più realistica della vulnerabilità di edifici di muratura nei centri storici, fornendo al professionista tutti gli strumenti necessari alla formulazione di un giudizio critico che tenga conto delle incertezze sulla risposta del sistema. Un ruolo affatto secondario nell'ambito della metodologia proposta, è assunto dalla diagnostica; va ricordato, infatti, che le pratiche volte ad approfondire la conoscenza del manufatto possono ridurre la confidenza nella stima del parametro che misura la vulnerabilità, ma al contempo richiedono un elevato impegno economico, un tempo sufficientemente lungo per essere eseguite, e sono spesso causa di danneggiamento significativo ed esteso degli elementi strutturali. Tali effetti, che in condizioni normali potrebbero essere limitatamente mitigati e tollerati, sono ovviamente inaccettabili in contesti particolarmente sensibili alla conservazione dello stato dei luoghi, ovvero in fabbricati su cui insistono vincoli apposti dai beni culturali. Vedremo nel seguito come questo aspetto sia integrato nella metodologia proposta.

Lo studio della vulnerabilità sismica del patrimonio edilizio esistente non può prescindere dal coinvolgimento di una categoria del tessuto urbano consolidato particolarmente sensibile agli eventi sismici, ovvero quello degli aggregati edilizi; questi rappresentano una particolare configurazione assunta dal costruito esistente, in particolar modo nei centri storici, costituita da manufatti che spesso interagiscono strutturalmente per effetto di molteplici interventi succedutisi in un arco temporale lungo anche diversi secoli. Gli aggregati edilizi sono infatti costituiti da un assemblaggio di edifici, per lo più in muratura, risultato di una genesi articolata e non unitaria, dovuta a molteplici fattori che ne hanno determinato l'evoluzione nel tempo. Situazioni così complesse richiedono strumenti in grado di caratterizzare correttamente il comportamento strutturale e che siano altresì commisurati ai caratteri di limitatezza che distinguono le operazioni

preliminari di conoscenza degli “aggregati edilizi”, secondo la terminologia tecnica introdotta dalle recenti norme. Detto ciò, occorre, studiare l’articolazione/organizzazione interna di questi aggregati, con l’obiettivo di identificare le cosiddette Unità Strutturali (US), generalmente separate fra loro da giunti, aperture, cortili, vicoli. Le US sono caratterizzate da una unitarietà di comportamento nei confronti delle azioni verticali (continuità “da cielo a terra”) e, soprattutto, nei confronti delle azioni di tipo sismico e possono essere studiate separatamente le une dalle altre. L’orientamento delle attuali normative, ed in particolar modo della NTC08[73], in assenza di una adeguata modellazione dell’interazione tra US, è di fornire indicazioni sulle modalità di esecuzione delle verifiche di vulnerabilità sismica sulla singola US in cui il martellamento con la US in prossimità viene trascurato. In aggiunta a tale semplificazione, le normative suggeriscono di eseguire la verifica di dette US con delle modalità che sono più convenzionali che sostanziali. In realtà gli aggregati edilizi coinvolgono molteplici aspetti che rendono ben più complessa una soluzione che nella pratica si tende a semplificare in maniera incompatibile con la complessità del problema. Infatti, immaginando di essere in grado di trasferire nel modello tutte le informazioni utili a caratterizzare la totalità degli aspetti di interesse, in modo da descrivere correttamente il comportamento dell’aggregato, la risposta strutturale risulta governata, oltre che dalle singole variabili in gioco, soprattutto dalle incertezze da cui queste sono affette. Ne consegue che la migliore modellazione di una US in aggregato risulta inutile in presenza di una elevata incertezza sulle variabili di input, quali ad esempio quelle di origine geometrica o meccanica. Trascurare pertanto alcuni dettagli della modellazione strutturale a vantaggio di una riduzione del livello di confidenza delle variabili di base, specialmente se si tratta di quelle che condizionano maggiormente il problema strutturale, può rivelarsi una scelta vantaggiosa e ridurre l’incertezza sull’esito delle analisi di vulnerabilità.

1.1 Obiettivi della tesi

L’attività di ricerca si propone di mettere a punto una metodologia in grado di fornire gli strumenti per una gestione agevole delle varie incertezze presenti nella valutazione sismica di strutture esistenti in muratura. Il livello di confidenza nella determinazione della risposta del sistema viene valutato ricorrendo a simulazioni statistiche di tipo Monte Carlo realizzate su un modello numerico non lineare sviluppato ad hoc e rappresentativo di una struttura in muratura.

Lo studio probabilistico sviluppato nel presente lavoro di tesi impiega una procedura deterministica che ha origine dallo studio di una particolare classe di fabbricati di muratura, gli aggregati edilizi. Tuttavia, per i motivi che verranno ampiamente descritti nel capitolo 3 del presente lavoro di tesi, le simulazioni menzionate in precedenza sono state condotte su US di muratura isolate, ossia trascurando gli effetti del fenomeno noto come martellamento.

Le simulazioni Monte Carlo sono effettuate su alcune decine di variabili di input che identificano delle US di riferimento; in questo modo vengono generate diverse migliaia di US che costituiscono una base statistica sufficientemente rappresentativa.

Gli studi di sensitività condotti nella prima parte del lavoro di tesi hanno consentito di individuare i gruppi di variabili che incidono maggiormente sulla variabilità della grandezza di output; con essi è possibile orientare in maniera efficace la campagna di indagini, concentrando l'attenzione solo su un ristretto campione di parametri di input. Lo strumento analitico sviluppato permette una valutazione quantitativa, in termini probabilistici, dell'effetto di tali incertezze sulla risposta sismica globale, oltre a fornire informazioni dettagliate anche a livello locale, ad esempio riguardo le modalità di collasso dei diversi piani o individuando le pareti che sono causa delle ridotte prestazioni delle US. Questo approccio permette tra l'altro di pianificare gli interventi di rinforzo, non necessariamente indirizzati all'adeguamento strutturale, e di ottimizzare al tempo stesso le attività di diagnostica e di reperimento dei documenti di archivio.

Nella seconda parte del lavoro di tesi si sviluppa il metodo denominato del frattile inferiore o " α ", un approccio semplificato in grado di stimare la confidenza nell'esito stesso delle valutazioni di sicurezza sismica, in alternativa a complesse simulazioni statistiche. Tale approccio consiste nell'esecuzione di un limitato numero di analisi deterministiche, condotte variando opportunamente i parametri di input in relazione al livello di confidenza che si vuole perseguire, consentendo al professionista di ottenere misure probabilistiche della vulnerabilità di manufatti di muratura in maniera semplice, rapida e soprattutto affidabile. Lo studio consente, inoltre, di calcolare un qualunque frattile della distribuzione di output associato ad una confidenza assegnata, ricorrendo a Fattori di Confidenza applicati all'esito della valutazione ottenuta attribuendo a tutti i parametri di input il proprio valor medio.

1.2 Struttura della tesi

La tesi si sviluppa in 6 capitoli e un'appendice; il primo contiene la parte introduttiva al tema degli edifici in muratura e in particolare in aggregato, con evidenze in merito alle caratteristiche distintive, all'analisi tipologica, alla vulnerabilità sismica. È fornito anche un inquadramento in ambito normativo e scientifico, con l'intento di fornire una panoramica sullo stato attuale delle conoscenze. Si proporrà a tal proposito una lettura critica di codici, norme, in particolare di quelle nazionali, e di lavori a carattere scientifico che più di altri hanno stimolato momenti di riflessione, contribuendo allo sviluppo della presente ricerca. A completamento di questo primo capitolo sono proposti i metodi di analisi attualmente di maggior diffusione sia in ambito accademico che professionale, che forniscono modelli interpretativi del comportamento sismico degli edifici in muratura, talvolta affrontando nello specifico il problema degli aggregati e per concludere lo stato dell'arte per quanto riguarda lo studio delle incertezze e dell'analisi del rischio. Il secondo capitolo propone la procedura di calcolo, nata per gli edifici in aggregato, che costituisce un modello semplificato con cui sono state eseguite le analisi delle US. Nel terzo capitolo si propone lo studio del sistema strutturale affetto da elevate incertezze nella stima delle variabili di input, il metodo di campionamento adottato, le analisi di sensitività, la distinzione tipologica delle variabili di input delle US, gruppi e modelli di distribuzione, grandezze statistiche rappresentate per i casi studio

proposti. Nel quarto capitolo sono riportati gli esiti dell'analisi probabilistica delle 5 US. Nel capitolo quinto si propone la metodologia semplificata proposta per la stima della confidenza nell'esito della risposta sismica delle US. Nella prima parte del capitolo verrà affrontata una parte teorica e di spiegazione del metodo, nella seconda parte i risultati ottenuti e la validazione del metodo. L'ultimo capitolo raccoglie, infine, le riflessioni più significative sui risultati ottenuti, proponendo inoltre alcuni spunti per possibili linee di ricerca future.

1.3 Identificazione, conoscenza dell'aggregato edilizio e valutazioni preliminari

L'evoluzione della città storica, avvenuta prima dell'espansione delle periferie del XX secolo, ha comportato processi di accrescimento per lo più spontanei e articolati, attraverso l'occupazione sistematica degli spazi di risulta, in adiacenza e continuità con il costruito esistente. I centri storici italiani, sviluppatasi e configuratisi nel tempo, sono caratterizzati da edifici prevalentemente in muratura, e nello specifico aggregati edilizi, ove la coesistenza di diverse e successive stratificazioni e modificazioni, talvolta incongrue, ha comportato l'insorgenza di specifici fattori di vulnerabilità sismica.



Figura 1. Panoramica di un centro storico tipo caratterizzato da aggregati

All'interno di un aggregato edilizio sono solitamente riconoscibili gli elementi originari ed omogenei che lo hanno generato, da cui ha preso il via il processo di accrescimento edilizio, fino alla saturazione completa degli spazi liberi o degli affacci su strada. Nel caso dei centri storici l'aggregato, ove non siano presenti giunti, quali ad esempio vie o altre disconnessioni tra i diversi edifici, coincide con il termine (urbanistico) di isolato, la cui soluzione di continuità dal resto del tessuto urbano è costituita dalla presenza di strade e piazze. La presenza di elementi quali archi o

volte di contrasto posti a collegamento tra aggregati contigui, non inficia la possibilità di perimetrazione ed individuazione degli aggregati, laddove tali elementi siano limitati in numero ed estensione e non alterino in modo significativo il comportamento strutturale d'assieme. Dalla lettura combinata dei riferimenti normativi riguardanti gli aggregati, quali l'O.P.C.M. 3820, le NTC08 [73] e relative circolari esplicative (Circolare 2 febbraio 2009 n. 617) [21], si precisa che: L'aggregato strutturale è costituito da un insieme di elementi strutturali non omogenei e che possono interagire sotto un'azione sismica (o dinamica in genere).

Per fornire una valida metodologia d'intervento in contesti così articolati, risulta indispensabile uno studio approfondito degli edifici in aggregato che abbia il duplice obiettivo di definire le entità spaziali su cui eseguire l'analisi, nonché di strutturare una sequenza di operazioni in grado di descrivere compiutamente tutti quegli aspetti che concorrono a delinearne i caratteri. Questa fase di studio preliminare, pur presentandosi indipendente dall'oggetto della presente ricerca, è necessaria e propedeutica alla verifica di vulnerabilità vera e propria delle US.

Acquisire informazioni sulle trasformazioni avvenute nell'aggregato nel corso del tempo, rappresenta una fase utile per inquadrare sia eventuali criticità strutturali, sia interventi realizzati in epoche diverse ma efficaci dal punto di vista della risposta sismica. La ricostruzione della storia evolutiva dell'aggregato, ossia del processo di edificazione e aggregazione nonché delle successive modificazioni occorse nel tempo, costituisce un passo obbligato anche ai fini di una corretta individuazione del sistema resistente. Questo approfondimento è volto a ricostruire e/o ad ipotizzare la successione cronologica delle fasi costruttive delle diverse porzioni, al fine di distinguere gli elementi originari da quelli realizzati in epoche successive e, di conseguenza, le zone di possibile discontinuità strutturale e disomogeneità del materiale, sia in pianta che in alzato. Le analisi sull'evoluzione morfologica dell'aggregato sono svolte partendo da evidenze direttamente osservabili sul campo, basate essenzialmente sulla ispezione visiva del manufatto. Tali ipotesi o ricostruzioni possono essere formulate oltre che sulla base di evidenze osservabili sul campo, anche e soprattutto attraverso un lavoro di disamina di carte catastali e storiche appartenenti ad epoche diverse, in grado di documentarne il processo di trasformazione. Questo tipo di ricerca ha finalità non solo di tipo storico e documentale, ma anche e soprattutto di carattere strutturale.

Un esempio è quello delle cellule di saturazione del tessuto urbano, ovvero unità edilizie realizzate tra altri edifici già esistenti, sfruttandone le pareti laterali, ed edificando i soli muri di facciata e retro; la vulnerabilità di tali pareti esterne risulta generalmente molto elevata in assenza di ammorsature con le strutture adiacenti preesistenti (Figura 2).



Figura 2. Cellula di saturazione del tessuto edilizio (in verde)

Viceversa la presenza di porzioni o appendici aggiunte in epoche successive (corpi aggiunti, sopraelevazioni, sostituzioni di orizzontamenti, ecc.) può altresì costituire elemento di vulnerabilità specifica e di attivazione di meccanismi di collasso critici in caso di sisma.

Il processo d'indagine volto ad acquisire informazioni sulla configurazione dell'aggregato, presenta un duplice livello di applicazione, interessando dapprima l'intero aggregato e in un secondo momento le unità costituenti lo stesso, nel quale l'analisi viene effettuata con un grado di approfondimento maggiore.

Diversi autori hanno cercato di spiegare la complessa realtà degli aggregati edilizi storici (Monti & Moore, 2007[66]), proponendo una classificazione di quelle entità fisiche che all'interno dell'aggregato hanno una propria identità, ovvero:

1. Il Sistema Edilizio Continuo (SEC), vale a dire un'aggregazione edilizia con strutturazione formale continua delle pareti verticali, caratterizzate da connessioni murarie immorsate o semplicemente accostate, generalmente coincidente con l'isolato. Questo rappresenta il risultato dei rapporti tra sistema dei percorsi, tipi edilizi specializzati e abitativi.
2. L'Unità Edilizia (UE), quella porzione del SEC risultato del confronto tra contesto urbano e tipo edilizio, che esprime una propria individualità tipo-morfologica, architettonica, costruttiva e funzionale; dai loro molteplici modi di combinarsi nello spazio e nel tempo ha avuto origine la ricchezza morfologica del costruito storico. Generalmente è riconducibile a una porzione dell'aggregato che può comprendere anche più US, quando risultano omogenee secondo criteri di confronto previsti nella metodologia adottata.
3. L'Unità Strutturale (US) viene individuata a partire dalla UE ed esprime fisicamente nello spazio la mediazione fra esigenze strutturali ed esigenze architettoniche di questa. L'US presenta continuità, più o meno diretta, nel flusso dei carichi verticali da cielo a terra. Generalmente è delimitata da:
 - giunti strutturali
 - spazi aperti
 - corpi di fabbrica costruiti con tipologie costruttive e strutturali diverse o in epoche distinte
 - edifici contigui distinguibili secondo regole aggregative o dispositive su scala SEC, oppure per caratteri tipo-morfologici e formali
4. L'Unità Immobiliare (UI) che può coincidere con un alloggio, negozio o deposito
5. Il Sistema Minimo d'Intervento (SMI), individuato sulla base della qualità e consistenza degli interventi, volto a limitare l'eccessiva frammentazione degli stessi. Nel sistema possono ricadere le UI, le UE o parti più estese del SEC.

La vulnerabilità viene valutata al livello della US, ma può interessare anche l'intera UE, a seconda della presenza di giunti o altri elementi di connessione. Infatti la linea di confine che delimita l'US segue il percorso dei giunti; in loro assenza, l'indipendenza strutturale delle US viene meno. Questo implica che i confini dell'US su cui eseguire le verifiche si dilatano fino a comprendere l'intera Unità Edilizia.

Il processo conoscitivo quindi prevede una prima fase volta ad acquisire informazioni su:

- la formazione e l'evoluzione dell'aggregato
- la morfologia del sito
- l'analisi tipologica
- l'analisi delle tecniche costruttive locali
- il rilievo critico dell'aggregato

In un secondo momento, ma con un'attenzione e un approfondimento maggiore, l'attenzione si concentra sull'oggetto delle verifiche che abbiamo dichiarato essere l'US.



Figura 3. Esempio di Unità strutturali appartenenti ad un aggregato

Le U.S. vanno dunque individuate in ragione della forma del sistema edilizio cui appartengono e possono essere composte da una o più Unità Immobiliari; in ogni caso, l'U.S. dovrà avere continuità da cielo a terra per quanto riguarda il flusso dei carichi verticali e, di norma, sarà delimitata da spazi aperti, da giunti strutturali o da edifici contigui costruiti, ad esempio, ricorrendo a tipologie strutturali e materiali diversi, nonché in epoche differenti.

Tra le interazioni strutturali si dovranno considerare i carichi (verticali e orizzontali) provenienti da solai o da pareti di U.S. adiacenti, le spinte non contrastate causate da orizzontamenti sfalsati di quota sulle pareti in comune con le U.S. confinanti, le spinte di archi e volte appartenenti ad U.S. contigue, le spinte provenienti da archi di contrasto o tiranti ancorati su altri edifici, gli effetti locali causati da prospetti non allineati o da differenze di altezza o di rigidità tra U.S. adiacenti, i possibili martellamenti causati da giunti insufficienti tra U.S. confinanti, le azioni di ribaltamento e di traslazione che interessano le pareti delle U.S. di estremità.

Nell'US sarà necessario eseguire:

- il rilievo geometrico
- il rilievo strutturale (collegamenti, dettagli costruttivi)
- il rilievo dei danneggiamenti di diversa origine legati al degrado, agli effetti dei carichi verticali, oppure a eventi sismici pregressi

- le indagini per la caratterizzazione meccanica dei materiali

Le informazioni raccolte nella fase conoscitiva, vengono lette ed interpretate su scala crescente al fine di consentire una lettura globale dell'organismo strutturale. Nel giudizio globale convergono, inoltre, tutte le informazioni inerenti la qualità meccanica della fabbrica muraria.

1.4 Vulnerabilità degli aggregati edilizi: le Unità Strutturali

L'attività di ricerca sull'argomento trae origine dall'idea che l'esito delle verifiche di vulnerabilità di Unità Strutturali, dipenda principalmente da due aspetti del processo di verifica che porta alla formulazione di un giudizio sulla vulnerabilità:

- il modello di calcolo utilizzato per effettuare le verifiche
- i valori assegnati alle variabili di progetto da cui dipende la risposta delle US

Il modello di calcolo è condizionato da numerosi fattori, gran parte dei quali di natura meccanica e geometrica; altri aspetti, seppur di maggior dettaglio, riguardano le modalità di definizione degli elementi resistenti, o l'impiego di particolari formulazioni analitiche per l'interpretazione di fenomeni di interazione tra celle murarie (martellamento strutturale). Come spesso accade in campo ingegneristico, la realtà è di difficile interpretazione, per cui il ricorso a modelli semplificati, come in questo caso, è piuttosto comune, nell'ottica di un procedimento di verifica strutturale che pesi in maniera equilibrata le risorse a disposizione con gli obiettivi da perseguire. Questi trovano una giustificazione quando è dimostrato che certi effetti hanno una limitata incidenza; in determinate circostanze questo può non essere vero, per cui il modello deve necessariamente tenerne conto. Questi fattori così determinanti per l'affidabilità del risultato delle verifiche di vulnerabilità devono quindi essere attentamente studiati. In caso contrario le verifiche assumono carattere convenzionale, rimandando ad analisi più approfondite quei casi in cui i metodi semplificati abbiano evidenziato delle criticità. Sul secondo fattore incidono fortemente le incertezze di carattere sia intrinseco che epistemico, di cui le variabili che caratterizzano il problema strutturale sono affette. Il presente lavoro di tesi si concentra su quest'ultimo aspetto utilizzando, per l'interpretazione del comportamento di US in aggregato, un modello analitico non lineare semplificato sviluppato in precedenti studi (Monti & Vailati, 2009[68]).

Le molteplici problematiche che interessano il tema degli aggregati, rendono necessarie la definizione di particolari prescrizioni e accorgimenti rispetto alle comuni costruzioni in muratura, come puntualmente indicato dalla norma stessa (NTC08[73]), "In presenza di edifici in aggregato contigui, a contatto o interconnessi con edifici adiacenti, i metodi di verifica di uso generale per i fabbricati di nuova costruzione possono non essere adeguati. Nell'analisi di un edificio facente parte di un aggregato edilizio occorre tenere conto delle possibili interazioni derivanti dalla contiguità strutturale con gli edifici adiacenti (martellamento). A tal fine dovrà essere individuata l'unità strutturale (US) oggetto di studio, evidenziando le azioni che su di essa possono derivare dalle unità strutturali contigue".

Anche in virtù dei contenuti della normativa appare quindi pienamente giustificato, oltre che utile ai fini di una semplificazione del problema, poter eseguire valutazioni sismiche sulle singole US, qualora siano verificate determinate ipotesi sul comportamento e la configurazione spaziale dell'aggregato. A questo punto risulta indispensabile individuare dei semplici schemi meccanici con cui determinare, con sufficiente approssimazione, il comportamento delle US in relazione all'entità delle interazioni tra elementi strutturali afferenti US diverse. Ogni schema meccanico sarà poi caratterizzato da un set di grandezze scelto in maniera opportuna tra quelle più rappresentative. Per conoscere quali grandezze siano più rappresentative del problema si analizzerà l'incidenza di ogni parametro sulla risposta.

Nell'ottica di una tassonomia delle possibili condizioni al contorno, si individuano quattro schemi principali che descrivono il vincolo in corrispondenza delle linee o punti di contatto tra US. I primi tre schemi hanno in comune l'ipotesi che il solaio sia interrotto in corrispondenza del giunto poiché, in caso contrario, ossia il quarto schema, le US collegate si troverebbero a rispondere integralmente alle azioni orizzontali:

1. in presenza di giunti sufficientemente ampi, l'US è facilmente definibile e viene meno qualunque tipo di interazione tra US;
2. se il giunto è sottodimensionato, si presentano fenomeni di martellamento tra US contigue, con dissipazione dell'energia trasmessa dal terremoto e conseguente danneggiamento delle superfici venute a contatto (fenomeni locali che solo in particolari condizioni possono interessare porzioni consistenti del fabbricato);
3. se le strutture sono in aderenza, il grado di interazione è legato ai modi di vibrare di ognuna. Quando i periodi sono numericamente confrontabili o addirittura coincidenti, l'interazione è molto modesta, al limite inesistente, poiché le oscillazioni sono in fase (generalmente la trasmissione dell'onda sismica avviene senza ritardo tra le US). In caso contrario il martellamento può produrre danni importanti ed è indispensabile utilizzare un modello che riesca a riprodurre gli effetti sulle US. Va detto, tuttavia, che il martellamento è anche una forma di dissipazione di energia e di limitazione degli spostamenti del fabbricato, pertanto è del tutto plausibile ipotizzare che il fenomeno possa avere come conseguenza perfino una riduzione della vulnerabilità;
4. se le strutture murarie di US contigue sono fisicamente connesse, queste rispondono come singola unità dalle proprietà equivalenti. Nel caso in cui questa condizione sia sufficientemente rappresentativa del vincolo tra le US nell'ambito dell'aggregato, le verifiche vanno estese alla o alle Unità Edilizie che ne conseguono. In questo caso gli effetti torcenti possono essere anche molto pronunciati per gli elementi di testata delle UE, in relazione alla loro disposizione rispetto al centro di rotazione globale.

Qualora i requisiti appena citati siano soddisfatti, troverà applicazione lo strumento analitico utilizzato appositamente per l'analisi di edifici in aggregato, svolte sulle singole US. Esso fa proprie le indicazioni delle NTC08 0, integrandole in alcuni punti; ciò consente di ottenere in maniera piuttosto rapida la risposta del sistema al variare dei parametri di input. L'approccio seguito

rappresenta uno dei modi alternativi e certamente più realistico di valutare la vulnerabilità di un edificio esistente, in particolare di quelli in aggregato.

Il concetto di verifiche in termini prestazionali è superato e la vulnerabilità viene espressa da un indicatore di stato del sistema (generalmente la variabile più rappresentativa) in termini di probabilità di superamento di una certa soglia ritenuta accettabile. È importante evidenziare che le verifiche vengono effettuate con modelli che dipendono fortemente dalla conoscenza dell'aggregato, maggiori saranno le informazioni acquisite e maggiore sarà l'affidabilità nella stima del parametro di risposta. In generale, quando l'analisi è condotta su UE di limitata estensione, le verifiche possono essere condotte anche con modelli di calcolo più sofisticati, poiché l'onere legato alla fase conoscitiva può essere ritenuto accettabile. Negli altri casi, come più volte ricordato, le verifiche condotte con modelli più accurati risentirebbero fortemente delle incertezze sui parametri utilizzati per descrivere il problema; bisogna ricordare, infatti, che le incertezze hanno proprietà additiva, per cui la risposta è tanto più incerta quanto più alto è il numero delle variabili considerato nel problema. L'approccio proposto dalle NTC08 trova quindi ampia giustificazione.

1.5 Codici, linee guida, metodi di calcolo

Numerosi sono i documenti a carattere pre-normativo, risultati di ricerche specialistiche e studi caratterizzati da una visione più globale del problema murature, che hanno portato alla stesura di codici o linee guida di riferimento nel mondo delle costruzioni. Le attuali normative rappresentano pertanto lo stato dell'arte nel campo delle costruzioni di muratura negli ultimi 40 anni. Tra i molti, si possono riconoscere caratteri distintivi di originalità negli studi effettuati da A. Giuffrè nel suo testo ormai di riferimento "La meccanica dell'architettura. La statica" (Giuffrè, 1986[39]) e il successivo, "Lecture sulla Meccanica delle Murature Storiche" (Giuffrè, 1991[40]), rappresentano i primi tentativi di fornire una visione meccanica dell'architettura storica; nella vasta produzione scientifica si possono ricordare i codici di pratica elaborati per Ortigia (Giuffrè, 2003 [41]), e la città di Palermo (Giuffrè & Carocci, 1999 [42]). Questi ultimi, come anche lo stesso autore tenne a precisare, volevano offrire alla pratica un indirizzo culturale, un modo di vedere l'intervento consapevole sul costruito storico. Gran parte dei contributi, in particolar modo quelli che interessano gli studi di vulnerabilità sismica delle costruzioni di muratura, sono il risultato di intense ricerche sopravvenute all'indomani degli eventi sismici che hanno purtroppo interessato, senza soluzione di continuità, il territorio nazionale negli ultimi 30/40 anni.

Il legislatore ha recepito, quindi, i contributi scientifici succedutisi a seguito degli eventi sismici accaduti negli ultimi anni, producendo norme che contengono numerose indicazioni riguardo i criteri di verifica delle costruzioni di muratura, i dettagli costruttivi, la caratterizzazione meccanica dei materiali da costruzione.

Nel tentativo di aiutare i numerosi professionisti, trovatisi disorientati dai contenuti sempre in divenire delle norme che si sono succedute con regolarità a partire dal 1996, inizia una serie di attività volte alla classificazione e definizione di modelli per l'analisi degli edifici ordinari in

muratura. Questo approccio è ben espresso dal documento di sintesi prodotto dall'Università degli Studi di l'Aquila e dal CNR per la regione Marche, riguardo l'analisi dei meccanismi di collasso locali di edifici esistenti in muratura. Il lavoro trae spunto da riflessioni sull'opportunità di valutarne la vulnerabilità con sofisticati codici di calcolo, alla luce delle significative incertezze che coinvolgono gli aspetti meccanici nonché geometrici dei fabbricati. Anisotropia e non linearità rendono inefficace qualunque tentativo di ricondurre a modelli sufficientemente attendibili il comportamento della muratura; per di più la complessità intrinseca degli edifici dei centri storici rende difficoltosa una definizione geometrica degli elementi strutturali. In ultimo, l'esperienza mostra come, nelle vecchie costruzioni di muratura, il collasso sia determinato molto spesso dall'assenza di vincoli, da difetti costruttivi o da discontinuità difficilmente osservabili anche a fronte di un attento rilievo, piuttosto che dalla resistenza ultima della muratura.

Nell'ambito della risposta sismica delle strutture, un posto di rilievo spetta ai contributi forniti dagli studi che hanno seguito l'evento del 1976 in Friuli, soprattutto in termini di strumenti operativi. Furono numerose, infatti, le applicazioni in campo ingegneristico di metodi di calcolo non lineari, in particolare quelli statici, che avevano dimostrato la loro efficacia nel prevedere il comportamento delle strutture murarie, qualora fossero verificate alcune ipotesi. Si sono poi susseguiti studi nell'ambito della modellazione delle strutture murarie, in particolar modo per quanto concerne il comportamento in condizioni sismiche. Negli ultimi venti anni è andata intensificandosi l'offerta di modelli per il calcolo della risposta sismica di pareti murarie e di edifici, che si caratterizzano per i diversi livelli di dettaglio e per i presupposti teorici su cui si fondano. Questa frammentazione apparentemente può essere ricondotta ad una mancanza di capacità predittiva del modello che viene di volta in volta rivisto e rielaborato; in realtà è solo la conseguenza della grande varietà degli oggetti studiati: la miscela di fattori quali i materiali, la tessitura, la concezione d'insieme del sistema strutturale, i dettagli costruttivi, non consente di definire un unico modello di assoluta applicabilità e validità generale. È comunque auspicabile, e così denunciano le attuali linee di ricerca, individuare alcuni elementi fondamentali comuni a tutti i modelli, al fine di evitare errori macroscopici nella previsione della risposta e di consentire un confronto tra i risultati ottenuti. Il terremoto di Umbria e Marche del 1997 ha fornito ulteriori spunti di riflessione in ordine ai problemi non solo di carattere strutturale strettamente connessi al danneggiamento del patrimonio storico-architettonico delle aree colpite, ma anche relativamente alla gestione degli interventi di recupero delle aree danneggiate. Il coinvolgimento di opere architettoniche di grande pregio, unitamente all'accresciuta sensibilità della comunità non solo scientifica nei confronti del patrimonio culturale esistente, ha aperto il dibattito anche riguardo problemi più strettamente filologici degli interventi da eseguire per il ripristino dello stato originario dei manufatti, legati pertanto non solo a scelte specificatamente tecniche ma anche di linguaggio formale adottato.

Si rammenta a tal proposito il progetto Catania, che propone tra l'altro un ampio confronto tra diversi metodi di analisi semplificate e modelli FEM per la valutazione della vulnerabilità sismica. Piuttosto interessante è l'attività del RELUIS[79], la rete di laboratori universitari di ingegneria sismica, che organizza le proprie linee di ricerca in attività triennali dedicate allo studio dei diversi aspetti dell'ingegneria sismica, secondo gli orientamenti in materia a livello nazionale e

internazionale. Tra i documenti di sintesi dell'attività svolta va ricordato, per l'affinità del contenuto con gli argomenti del presente lavoro di tesi, quello delle linee guida per gli interventi di miglioramento sismico degli edifici in aggregato nei centri storici (Carocci, 2006[19]). Esso rappresenta uno dei pochi documenti che analizza il caso degli aggregati edilizi attraverso i suoi caratteri distintivi, fornendone una chiave interpretativa. Per le configurazioni spaziali più complesse, il documento suggerisce un approccio semplificato alla verifica di vulnerabilità delle unità di intervento che costituiscono l'aggregato; in ogni caso queste saranno comunque interessate da due tipi di verifiche:

- collasso per perdita di equilibrio della parete dovuto ad azioni ortogonali al piano (meccanismi di 1° modo);
- collasso per superamento della resistenza a taglio o a schiacciamento della muratura.

Vengono proposti a riguardo alcuni modelli semplificati, distinti per le due modalità di collasso. La presa di coscienza da parte delle amministrazioni della vulnerabilità dei propri centri storici, ha comportato un coinvolgimento sempre maggiore di Università ed enti che a vario titolo si occupano di ingegneria sismica. Questo è il motivo per cui anche le Linee guida per la valutazione della vulnerabilità sismica di edifici pubblici con struttura in c.a. o in muratura (Braga et al., 2007 [14]), rappresentano un ulteriore contributo orientato ad un intervento consapevole sul costruito esistente. Con un valore più spiccatamente interpretativo delle componenti di un aggregato, si colloca lo studio sulla riqualificazione del centro storico di Gaeta (Monti & Moore, 2007[66]). Nella metodologia proposta, il progettista diventa interprete di una regola del costruito, seppur dai tratti confusi dalle sovrapposizioni temporali, che consente di stabilire criteri operativi, regole e linguaggi di orientamento agli interventi su porzioni dell'aggregato. Questa interpretazione ha come obiettivo quello di fornire strumenti di guida agli interventi, veri e propri atlanti dei tessuti omogenei, in grado di guidare coerentemente gli interventi realizzati da professionisti diversi e in tempi anche molto lontani. In questo modo si conferirebbe a tutto l'aggregato una qualità architettonica filologicamente corretta, poiché ritagliata a misura su di esso. Non di meno le prestazioni sismiche risponderebbero allo stesso criterio, poiché l'intenzione di guardare ad una macro scala gli effetti di interventi locali, consentirebbe di ottenere una risposta d'insieme sufficientemente omogenea. Ulteriori approfondimenti, dai caratteri meno operativi ma tuttavia non meno interessanti, possono ritrovarsi in uno studio più recente (Monti & Scalora, 2010[67]) sulla Conservazione dei Centri Storici in Zona Sismica; in esso si propone un contributo teorico-scientifico alla costruzione di un metodo operativo per il restauro della città storica. Secondo gli Autori, infatti, il valore della città non risiede unicamente nei suoi monumenti di architettura, ma si esprime soprattutto nella vitalità dei suoi tessuti urbani, specie quelli che con le loro strade, le loro piazze, i cortili e gli orti, esprimono un'atmosfera fisica e psicologica singolare ed irripetibile.

1.5.1 Normative e Codici

Le prime indicazioni riguardanti verifiche e interventi su edifici in aggregato sono contenute nell'ordinanza 3431 del 3/05/2005, aggiornamento della 3274 del 25/03/2003. In precedenza tutto ciò che era inerente interventi sugli aggregati edilizi poteva essere supportato esclusivamente da studi a carattere pre-normativo, come precedentemente citato. Tuttavia, la crescente sensibilità verso il costruito storico e la necessità di disporre di strumenti operativi in grado di pilotare gli interventi sui fabbricati in aggregato, ha impresso un'accelerazione notevole alla ricerca nei dieci anni precedenti l'emanazione della citata ordinanza, anche e soprattutto in conseguenza dei danni causati da eventi sismici manifestatisi in questo periodo sul tessuto edilizio esistente. Su queste premesse si è delineata la struttura della normativa vigente, la NTC08[73], che regola le costruzioni su scala nazionale. In ambito internazionale si possono citare diverse normative che presentano contenuti prescrittivi innovativi.

- Normativa Americana
 1. ACI 530:08/ASCE 5:08/TMS 402:08. Building Code Requirements for Masonry Structures
 2. FEMA 273 - Seismic Rehabilitation Guidelines
 3. FEMA 274 - NEHRP Commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings
- Normativa europea
 1. Eurocode 8: 2004. Design of structures for earthquake resistance -
Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings;
Part 3: Assessment and retrofit of buildings

La norma NTC-08 riserva agli aggregati edilizi un paragrafo ben distinto dal resto. Il D.M. 14/9/2005 "Norme Tecniche per le Costruzioni" (NTC08, 2008) rimanda, tra le Referenze Tecniche Essenziali in materia di progettazione e costruzione di nuovi edifici soggetti ad azioni sismiche, di valutazione della sicurezza e di progetto d'interventi di consolidamento su edifici esistenti soggetti alle medesime azioni, all'O.P.C.M. n. 3274 del 20/3/2003, che diventa, assieme alle sue successive modificazioni e integrazioni (in particolare l'O.P.C.M. n. 3431 del 3/5/2005), norma di riferimento per le costruzioni esistenti. Proprio l'O.P.C.M. 3431, al punto 11.5.4.3.2, introduce una serie di accorgimenti, richiamati di seguito, cui è opportuno attenersi nello studio di aggregati edilizi. La più recente Direttiva del P.C.M. del 9 febbraio 2011 e le Linee Guida del 2006, elaborate in applicazione delle Ordinanze 3274 e 3431, invece, non forniscono indicazioni aggiuntive sulla tipologia complessa; per contro esse sviluppano con maggior dettaglio i concetti di livello di conoscenza, raggiunto in funzione dell'informazione disponibile, e di fattore di confidenza.

Tuttavia le indicazioni ivi riportate sono più che altro di carattere qualitativo e concedono al progettista ampio margine di operatività, quando questo sia dotato di conoscenze sufficientemente ampie da consentirgli scelte opinative.

1.5.2 Metodi di calcolo per la valutazione della vulnerabilità sismica

I metodi di calcolo impiegati nell'ambito degli studi sugli aggregati sono quelli utilizzati più in generale per la verifica di strutture murarie isolate. Le tipicità che contraddistinguono il comportamento meccanico degli edifici in aggregato, sono tutt'oggi oggetto di studi che propongono modelli interpretativi più realistici, cercando di adeguare in alcuni casi i metodi già disponibili alle caratteristiche degli aggregati edilizi.

Nel panorama dei metodi di calcolo disponibili, possiamo riconoscere quattro gruppi principali:

1. Metodi di discretizzazione agli elementi finiti (FEM)
2. Metodi semplificati a macroelementi
3. Metodi di analisi limite
4. Metodi diversi non riconducibili alle precedenti categorie

Nell'individuazione della metodologia più idonea alla modellazione di aggregati edilizi, si deve tener conto del fatto che i metodi esposti vengono giudicati in base all'oggetto da modellare, gli aggregati edilizi. Pertanto, mentre più in generale nell'analisi strutturale alcuni di essi risultano particolarmente efficaci, in questo caso possono non risultare adeguati. Tralasciando il caso dei metodi non convenzionali e dell'analisi limite, i primi ancora in fase di studio in ambito accademico, e il quarto gruppo, risultato essere poco rappresentativo delle reali modalità di collasso delle pareti, rimangono, quindi:

- metodi degli elementi finiti (FEM)
- metodi semplificati a macroelementi.

In questi casi le analisi sono condotte su modelli costruiti ricorrendo alla micro-modellazione (FEM) o alla macromodellazione della struttura muraria.

Nel primo caso la discretizzazione interessa i blocchi ed i giunti che costituiscono il pannello murario; questo comporta un onere computazionale spesso insostenibile, oltre che a difficoltà nella caratterizzazione meccanica di ciascun elemento e delle reciproche interazioni.

Nel secondo caso la discretizzazione avviene ad una scala maggiore, assimilando il comportamento della muratura a quello di un continuo omogeneo, con indubbi vantaggi nei tempi di esecuzione delle analisi, ma a svantaggio della accuratezza dei risultati.

Il metodo FEM è certamente più versatile e potente, consentendo tra l'altro di eseguire tutti i tipi di analisi previsti dalle norme. Riassumendo brevemente le proprietà del metodo, si può affermare che:

- È possibile modellare correttamente tutte le tipologie strutturali (volte, archi, irregolarità, ecc.)
 - I risultati mostrano un grado di accuratezza superiore a qualunque altro metodo
 - È possibile eseguire analisi incrementali in termini di forza o spostamento
 - Si possono considerare tutti i tipi di non linearità geometrica
 - Alcuni problemi particolari possono essere risolti solo utilizzando questo metodo
-

- Sono disponibili un gran numero di programmi di calcolo affidabili

È altresì vero che:

- La modellazione risulta spesso eccessivamente complessa
- I risultati delle analisi sono di difficile interpretazione
- I modelli presentano non raramente dei problemi di convergenza della soluzione in campo non lineare.

Il metodo a macroelementi “discretizza” le pareti in componenti elementari, specializzati per funzione meccanica svolta, secondo il seguente schema:

- a) Maschi murari;
- b) Fasce a rigidità finita;
- c) Nodi rigidi.

I maschi sono disposti ai lati delle bucatore mentre le fasce sono disposte sopra e sotto di esse. Le porzioni di muratura che non sono a contatto con le bucatore, e pertanto risultano confinate dagli altri elementi, vengono modellate con elementi di rigidità infinita. Questi tre elementi, collegati tra loro, configurano uno schema a telaio; per questa affinità meccanica, la modellazione a macroelementi è detta anche a telaio equivalente. Il modello globale dell'edificio è realizzato con pareti, discretizzate come descritto in precedenza, e solai, quest'ultimi con funzione di trasmissione delle forze orizzontali tra i diversi maschi murari. Attribuendo al solaio una rigidità finita, è possibile far variare la distribuzione delle forze sugli elementi, fino a giungere al modello esattamente antitetico in termini meccanici, quello infinitamente flessibile, in cui le pareti vengono analizzate per singoli allineamenti verticali. Chiaramente un solaio sufficientemente rigido è in grado di distribuire le forze in maniera più efficace, poiché, in particolare in campo plastico, una maggior flessibilità può provocare collassi anticipati dovuti ad elevate richieste di duttilità locali su alcuni elementi critici. Il metodo a macroelementi è generalmente quello più utilizzato nella progettazione e verifica di edifici in muratura. La discretizzazione delle pareti dipende dalla classificazione delle stesse, funzione della rigidità e resistenza delle fasce. Si possono in questa maniera individuare tre tipologie.

Nel primo caso le fasce sono prive di rigidità assiale e flessionale, vista l'assenza di cordoli perimetrali di collegamento; mancando poi il confinamento, la parte rigida viene meno. Lo schema meccanico a cui ricondurre il comportamento della parete è quindi quello di mensola a tutt'altezza (i maschi) soggetta a pressoflessione. Nel caso delle pareti di tipo 2 le fasce hanno solo rigidità assiale, generalmente per la presenza di una catena che conferisce solo resistenza a trazione. Fino alla soglia elastica il comportamento della parete è riconducibile a quello di un telaio; poiché le fasce risultano più deboli dei maschi queste raggiungono il collasso per taglio da trazione diagonale prima dei maschi. Il modello di calcolo che ne consegue è quello di mensole accoppiate con pendoli soggetti a forze assiali. Le pareti di tipo 3 si distinguono dalle altre per il fatto di avere le fasce con rigidità sia assiale che flessionale più elevate di quelle dei maschi. Questo comportamento particolarmente efficiente può essere riconducibile o alla presenza di elementi resistenti a trazione

all'estradosso e all'intradosso della fascia, oppure per la resistenza intrinseca dell'apparecchiatura muraria.

Nei confronti delle azioni orizzontali, le pareti si comportano come telai alla Grinter, per il fatto che i nodi di estremità dei maschi sono impediti di ruotare. I modi di collasso sono pertanto concentrati nei maschi murari, e i meccanismi possibili sono: a) collasso per taglio diagonale, b) collasso per pressoflessione.

In sintesi, possiamo ascrivere al metodo le seguenti proprietà:

- la semplicità della modellazione e interpretazione dei risultati;
- la possibilità di eseguire analisi in campo lineare e non lineare;
- un'attendibilità dei risultati conseguenza del lungo periodo di applicazione a casi reali e a confronti con metodi di calcolo superiori;

d'altro canto si può affermare che:

- l'attendibilità dei risultati è direttamente proporzionale alla regolarità del fabbricato;
- nel caso di analisi di edifici esistenti è necessario valutare con attenzione le inevitabili semplificazioni che nascono nel processo di discretizzazione delle pareti, poiché ciò potrebbe introdurre un'eccessiva approssimazione;
- la caratterizzazione meccanica del materiale è piuttosto difficoltosa, stante la natura intrinsecamente eterogenea della muratura;
- in molti metodi si ricorre esclusivamente alla modellazione rigida dei solai;
- elementi strutturali quali volte o archi sono difficilmente modellabili;
- poca flessibilità del metodo.

Date le considerazioni appena fatte, la categoria dei metodi a macroelementi si presta in maniera inequivocabile ad essere impiegata nelle elaborazioni numeriche alla base del lavoro ivi sviluppato. Si pensi alla notevole mole di dati che viene prodotta nelle analisi statistiche con il metodo Monte Carlo e soprattutto ai tempi necessari ad eseguire le decine di simulazioni. Come già detto in uno dei precedenti paragrafi, il tema che il presente lavoro affronta contiene numerosi punti tuttora oggetto di studio in ambito accademico e pertanto ancora in attesa di proposte scientificamente valide. Pertanto il suo contenuto vuole semplicemente rappresentare un primo tentativo di dare una risposta unitaria al vasto e complesso tema degli aggregati, che coniughi al contempo le esigenze della pratica professionale, ovvero quella di usufruire di strumenti in grado di fornire soluzioni affidabili in tempi ragionevoli, con quelle più accademiche orientate a formulazioni teoriche di dettaglio che però possono rivelarsi ridondanti nel caso specifico del tema affrontato. Il contributo scientifico sviluppato, in definitiva, si pone il difficile obiettivo di formulare un giudizio equilibrato in termini di complessità dell'algoritmo implementato nello strumento di calcolo, di accuratezza dei risultati ottenuti e di tempi di elaborazione contenuti necessari alla risoluzione dei problemi numerici. Il punto di forza della metodologia sta nel fatto che in esso vengono fatti convergere tutti i diversi aspetti che accompagnano l'intero percorso di studio dell'aggregato dal punto di vista strutturale: dalle prove in sito, alla caratterizzazione meccanica dei materiali, alla modellazione ed esecuzione dei calcoli, al post processing dei risultati. Nel quadro di profonda

incertezza in cui ci si trova ad operare, metodi più affidabili, quali ad esempio il FEM, non si dimostrano efficienti poiché i tempi di messa a punto del modello, di calibrazione dei legami costitutivi, di interpretazione dei risultati, è inficiato dall'alto grado di incertezza che coinvolge ogni aspetto descritto in precedenza. Senza contare, tra l'altro, che i tempi di elaborazione possono assumere anche dimensioni eccezionali.

1.5.3 L'analisi del rischio e le incertezze: lo stato dell'arte

La letteratura è ricca di riferimenti e definizioni, quando si parla di analisi del rischio e incertezze. In diversi campi dell'ingegneria, non solo quella sismica, e delle scienze naturali. Una interessante sintesi delle definizioni maggiormente adottate in vari settori scientifici è proposto da Andrews et al., 2004[2], il quale conclude che, sebbene a un primo sguardo, i concetti possano sembrare diversi tra loro, in seguito ad uno studio più attento è possibile individuare molteplici aspetti comuni a vari campi. Secondo l'approccio di Moschandreas et al., 2002[70] e Linkov et al., 2003[52] l'incertezza di stima è legata alla scelta di scenari, modelli e parametri.

La prima forma di incertezza (quella legata allo "scenario") ha origine dalla interpretazione del problema da parte degli esperti. La mancanza di dati o la scarsa conoscenza del fenomeno analizzato possono portare, infatti, a "visioni" anche molto diverse tra loro. Tale fonte di incertezza può essere però ridotta sia mediante osservazioni in situ, al fine di aumentare la quantità di informazioni disponibili in merito al fenomeno, sia mediante confronti tra gli esperti, al fine di raggiungere una visione concorde del problema. Il range dei risultati forniti dai vari esperti in seguito a queste due operazioni può essere quindi considerato quale rappresentativo della reale incertezza legata allo scenario. L'incertezza legata al "modello" deriva invece dalla incapacità di un modello di rappresentare fedelmente la realtà ovvero i fenomeni in gioco e le relazioni tra loro intercorrenti. Un'operazione di calibrazione e taratura può portare ad un miglioramento dell'accuratezza dei risultati forniti dal modello, il quale rimane però un'approssimazione del mondo reale e quindi sempre affetto da errore. L'ultima forma di incertezza spiegata, oggetto di studio anche in questo lavoro, è quella legata ai "parametri", ovvero alle variabili utilizzate nel modello, ha una duplice natura. Se da un lato, infatti, essa può dipendere dalla mancanza di conoscenza riguardo allo specifico parametro dall'altro essa è strettamente legata alla eterogeneità intrinseca del parametro stesso. Tale forma di incertezza, nota con il termine di variabilità, non può essere in alcun modo ridotta e sarà sempre presente nel risultato finale. Entrambi gli autori concordano che qualsiasi studio sull'analisi di rischio è sempre caratterizzata da un certo grado di incertezza e che, al fine di caratterizzare tale incertezza, dovrebbe essere possibile considerare tutte e tre le forme sopra citate.

Tuttavia, sebbene Linkov et al., 2003[52] abbiano dimostrato come il maggior grado di incertezza sia dovuto alla formulazione del problema (ovvero alla definizione dello scenario) tanto il mondo scientifico che quello normativo si sono concentrati maggiormente sulle altre due forme di incertezza, proponendo metodi di analisi di varia natura. In particolare, i metodi Monte Carlo sono

oggi riconosciuti come lo strumento più idoneo alla caratterizzazione dell'incertezza legata ai parametri.

Il rischio sismico rappresenta una misura della probabilità, la quale non è altro che la quantificazione dello stato di conoscenza di un fenomeno e la sua prevedibilità, del danno conseguente un evento potenzialmente catastrofico come il terremoto. In questa accezione ci si riferisce alla probabilità soggettiva, volendo così intendere, che essa non è invariabile ma, al contrario, riflette l'incertezza dell'osservatore nella comprensione e/o nel controllo dell'evento. Nel caso delle strutture, il rischio sismico è la probabilità di collasso del sistema in un dato periodo di tempo in un certo luogo con assegnate proprietà sismo-genetiche. Tale definizione è la trasposizione, all'ambito dell'ingegneria sismica, del più generale concetto di affidabilità di un sistema che rappresenta la probabilità del superamento della struttura al verificarsi di un evento sismico. L'utilizzo di metodi probabilistici per l'analisi quantitativa di rischio sismico è ormai una pratica largamente utilizzata nell'ingegneria, nella previsione del comportamento sismo-resistente delle strutture e delle incertezze ad esse correlate.

Come ha osservato Der Kiureghian, 1996[27], non c'è forse altra disciplina dell'ingegneria che debba confrontarsi con l'incertezza quanto l'ingegneria sismica. L'aleatorietà spaziale e temporale degli eventi, la notevole incertezza nella previsione della severità dello scuotimento e l'incapacità degli ingegneri di valutare accuratamente le capacità delle strutture soggette ad azioni cicliche, richiedono metodi probabilistici per considerare coerentemente le incertezze alla base del problema e quantificare la sicurezza strutturale. Der Kiureghian si sofferma anche sull'importanza di una corretta definizione nei modelli dell'analisi del rischio del tipo di incertezza considerata, aleatoria o epistemica. In caso contrario questo può causare una sovrastima o sottostima della capacità di fallimento del sistema analizzato con ordini di grandezza abbastanza significativi.

Negli ultimi decenni sono stati numerosi gli sviluppi nel campo dell'ingegneria strutturale e l'efficienza sempre maggiore dei computer e dei programmi di analisi strutturale hanno permesso lo sviluppo di moderne metodologie capaci di fornire un maggior controllo della performance delle strutture soggette all'azione sismica. Queste metodologie possono essere ricondotte nell'ambito del Performance-Based Earthquake Engineering (PBEE), e sono legate alla filosofia probabilistica nel campo dell'ingegneria sismica per la progettazione e la valutazione del comportamento strutturale (Cornell et Al; 2002[23]).

Ciò che differenzia maggiormente gli edifici esistenti da quelli nuovi è la conoscenza parziale delle caratteristiche strutturali, la cui accuratezza può variare significativamente da completa a molto scarsa, per le proprietà meccaniche, oltre alla variabilità intrinseca nel materiale, ci sono componenti aleatorie associate all'esecuzione o all'affidabilità dei metodi di prova con cui sono determinate. Infatti come esposto in Au & Beck, 2003[5], un'appropriata stima delle prestazioni strutturali richiede una modellazione realistica dei materiali, del comportamento degli elementi strutturali, delle condizioni di carico, dei meccanismi di danno. A causa di un'informazione incompleta, esistono sempre rilevanti incertezze sia sul comportamento strutturale sia sulle azioni esterne che devono essere trattate tramite tecniche adeguate. Le analisi strutturali ed affidabilistiche richiedono la definizione di alcune variabili base, quali la geometria globale e locale,

le proprietà di materiale, i carichi, le condizioni al contorno (vincoli), i metodi di modellazione ed analisi, i modi di rottura. Alcune delle variabili possono contenere incertezze cognitive o non-cognitive, oppure entrambe. Nel passato è stata utilizzata l'analisi stocastica agli elementi finiti per trattare le incertezze, metodo sicuramente indicato per trattare le incertezze di tipo non-cognitivo ma poco indicato per le incertezze di tipo cognitivo. Nell'analisi delle strutture esistenti si devono considerare entrambe le incertezze, formulando il problema in questo modo, non si è stati in grado di risolverlo in maniera adeguata.

Un approccio probabilistico consente di fare previsioni sulla base di conoscenze scientifiche e valutazioni ingegneristiche, con diversi gradi di confidenza in funzione dell'informazione disponibile. Un'esaustiva analisi sul trattamento dei modelli incertezze nell'analisi del rischio ci è stata fornita, in modi diversi, sia da E. Patè Cornell, 1996[75], sia da Nilsen et Al, 2003[71]. Patè Cornell spiega come le informazioni debbano essere strutturate in base al livello di complessità del problema, quindi distinguono sei livelli di complessità a seconda delle decisioni prese, delle regole che si intende applicare, del numero e dell'importanza dei risultati (Figura 4).

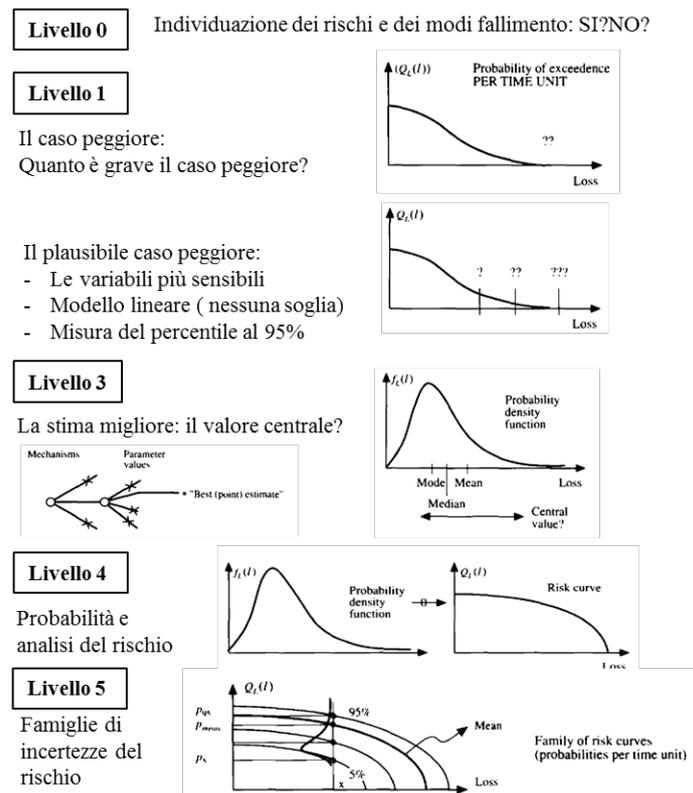


Figura 4. Schema riassuntivo proposto da E. Patè Cornell nel trattamento delle analisi del rischio

Nilsen riassume le incertezze dell'analisi del rischio secondo due approcci (Figura 5), un approccio stocastico classico e un approccio Bayesiano. Nell'approccio classico entrambi gli aspetti del modello (deterministico e stocastico) si discostano dal sistema reale quindi viene applicato un fattore correttivo quantificazione del modello di incertezza. Dal punto di vista Bayesiano le espressioni probabilistiche non sono parte del modello ma riflettono l'incertezza dei parametri di

questo, esso fornisce un quadro per la mappatura dell'incertezza della quantità di interesse osservabile (Y), da espressioni epistemiche legate alle quantità osservabili (X).

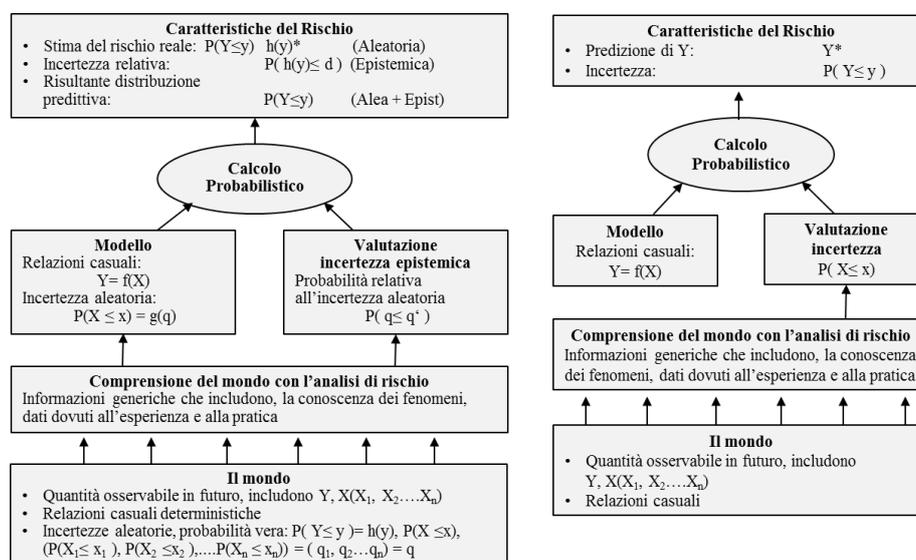


Figura 5. Modelli di incertezze nell'analisi del rischio Nilsen and Aven (2003)

Alcuni autori ci forniscono esempi e riferimenti di misure associate alle incertezze che influenzano la risposta strutturale [Celik, 2009[20]; Baker & Cornell, 2008 [6]]. Infatti, per impiegare un approccio probabilistico nella verifica sismica degli edifici esistenti occorre innanzitutto quantificare e modellare le incertezze che intervengono nel problema, il che significa associare alla variabile la corretta distribuzione di probabilità. In Dolsek, 2009 [31] vengono presentate alcune variabili analizzate, riportando non solo i corrispondenti valori medi, le distribuzioni associate ma anche riferimenti in letteratura, che supportano i valori presentati in Figura 6.

Name	Mean or Median	COV	Distribution	Reference	
Mass first storey	m_1	46 t	0.1	Normal	Ellingwood <i>et al.</i> [28],
Mass second storey	m_2	46 t	0.1	Normal	Haselton [15]
Mass third storey	m_3	46 t	0.1	Normal	
Mass fourth storey	m_4	40 t	0.1	Normal	
Concrete strength	f_{cm}	16 MPa	0.2	Normal	Melchers [29]
Steel strength	f_y	343.6 MPa	0.05	Lognormal	Melchers [29], JCSS [30]
Effective slab width	b_{eff}	75 or 125 cm	0.2	Normal	Ellingwood <i>et al.</i> [28] Haselton [15]
Damping	ξ	2	0.4	Normal	Porter <i>et al.</i> [14]
Initial stiffness of the columns	$\Theta_{y,c}$	1 computed	0.36	Lognormal	Panagiotakos and Fardis [31]
Initial stiffness of the beams	$\Theta_{y,b}$	1 computed	0.36	Lognormal	
Ultimate rotation of the columns	$\Theta_{u,c}$	1 computed	0.4	Lognormal	Peruš <i>et al.</i> [25]
Ultimate rotation of the beams	$\Theta_{u,b}$	1 computed	0.6	Lognormal	Panagiotakos and Fardis [31]

Figura 6. Grandezze statistiche proposte da Dolsek (2009)[31]

Per quanto riguarda la teoria dell'affidabilità nelle strutture, un approccio rigoroso per la valutazione della sicurezza tenendo conto di tutte le incertezze coinvolte è fornito (Nowak & Collins, 2000[72]). L'affidabilità strutturale mira alla stima della probabilità che una struttura

garantisca determinati livelli prestazionali (non superiori a specifici stati limite) in un ambiente incerto. I metodi probabilistici più diffusi per la valutazione della sicurezza strutturale definiscono l'affidabilità come la probabilità che la domanda, che il sistema esercita sulle strutture, ecceda la capacità in un prefissato periodo di tempo. Tali approcci inoltre consentono la propagazione delle incertezze tra le diverse fasi delle analisi condotte permettendo di identificare gli aspetti critici dei problemi.

Alcuni studi propongono metodi probabilistici avanzati basati sulla simulazione, con aggiornamento Bayesiano, per la stima dell'affidabilità sismica delle strutture [ad es. Gardoni et Al, 2002 [37]; Jalayer, 2003[46]; Ramamoorthy et Al, 2008[77]]. Benché questi lavori mostrino la possibilità di un quadro completamente probabilistico per la valutazione della sicurezza strutturale, vengono esposti anche i diversi ostacoli che devono ancora essere superati. I più importanti sono: i) la comune carenza di conoscenza delle caratteristiche strutturali; ii) il discutibile utilizzo di fattori di sicurezza riduttivi della resistenza che tengano conto convenzionalmente della conoscenza incompleta; iii) l'adozione di metodi di analisi semplificati, il cui effetto sulla stima dell'affidabilità è lontano dall'essere quantificato.

2. La procedura deterministica semplificata per la valutazione della vulnerabilità sismica

La valutazione della vulnerabilità sismica degli edifici in muratura, non può prescindere da uno studio preliminare della complessa realtà spaziale dei centri storici, quindi, degli aggregati, e dall'identificazione di informazioni sufficienti a definire le US. Effettuato uno studio tipologico, spaziale e storico degli aggregati, si passa all'analisi di un elemento più gestibile e semplificato, come suggerito dalla norma (NTC08[73]). Data la necessità di semplificare il problema, queste richiedono al progettista di eseguire la valutazione della sicurezza sismica su ogni US, attraverso il metodo dell'analisi non lineare statica. Essendo le unità strutturali porzioni complesse di un organismo più articolato, si ammettono, come già accennato, semplificazioni. Nel caso di orizzontamenti riconosciuti come rigidi nel proprio piano, sono consentite le seguenti semplificazioni (Circolare Esplicativa n.617 par. C8A.3 , 2009[21]):

- a) l'analisi può essere eseguita piano per piano;
- b) la variazione di sforzo assiale nelle pareti murarie può essere trascurata;
- c) la rotazione nel piano dei solai può essere trascurata.

Partendo dalle semplificazioni appena esposte, è stata applicata una procedura che, definito il comportamento non lineare delle singole pareti murarie, descrive il comportamento globale di piano e la corrispondente capacità, sia in termini di resistenza sia in termini di spostamento. I vari piani, studiati separatamente e poi assemblati in un sistema a più g.d.l., sono quindi verificati nei confronti della domanda in spostamento ad ogni livello. Il metodo consente di individuare i piani più vulnerabili e, al loro interno, le pareti murarie che determinano tale vulnerabilità. Poiché, la valutazione della vulnerabilità in termini prestazionali, sia poco rappresentativa nel caso in cui la sua interpretazione sia affetta da numerose incertezze sulle variabili di base, è sembrato ragionevole in questo lavoro esprimere la vulnerabilità non più solo in forma deterministica, bensì in forma probabilistica, fornendo informazioni sulla probabilità di superamento di una soglia ritenuta accettabile da parte di una variabile rappresentativa dello stato del sistema.

La procedura deterministica semplificata proposta da (Monti & Vailati, 2009 [68]) si sviluppa in due parti:

- Locale, in cui è valutata la capacità di ogni piano
 - Globale, dove la risposta di ogni piano è usata per definire lo spostamento massimo sullo SDOF
-

2.1 Modello di calcolo e definizione della risposta della US

La procedura di calcolo, nata per gli edifici in aggregato, costituisce un modello semplificato con cui determinare le prestazioni di US in muratura, impiegando le seguenti ipotesi semplificative in presenza di solai rigidi nel proprio piano:

- trascurare le variazioni di sforzo assiale nei maschi murari;
- omettere gli effetti torsionali, ad eccezione del caso di sopraelevazioni o elementi di testata;
- eseguire analisi piano per piano.

La non linearità è associata al legame costitutivo di ogni maschio murario. Si intendono come maschi murari tutti gli elementi da cielo a terra, in grado di trasferire la componente verticale delle azioni orizzontali generate dall'evento sismico.

Ogni US deve essere caratterizzata:

- nei materiali;
- nella geometria degli elementi resistenti al sisma.

Si riportano sinteticamente alcuni dei punti caratterizzanti la procedura, la caratterizzazione del comportamento non lineare di ogni maschio secondo una legge costitutiva elastica-perfettamente plastica:

- la valutazione del comportamento di interpiano come somma dei contributi dei singoli maschi (per l'ipotesi di solaio infinitamente rigido nel proprio piano);
- la stima del comportamento dell'US, ottenuta come somma dei contributi dei singoli interpiani disposti in serie.

Il comportamento d'insieme è fortemente influenzato dal tipo di collasso interessato dall'interpiano, ciò dà luogo ad un legame costitutivo proprio del tipo di collasso.

In particolare, si possono riconoscere, due casi differenti:

- caso a) Collasso per taglio a plasticizzazione totale, (con tratto rosso è mostrata la corrispondente bilinearizzazione)
- caso b) Collasso per taglio a plasticizzazione parziale (con tratto rosso è mostrata la corrispondente bilinearizzazione)

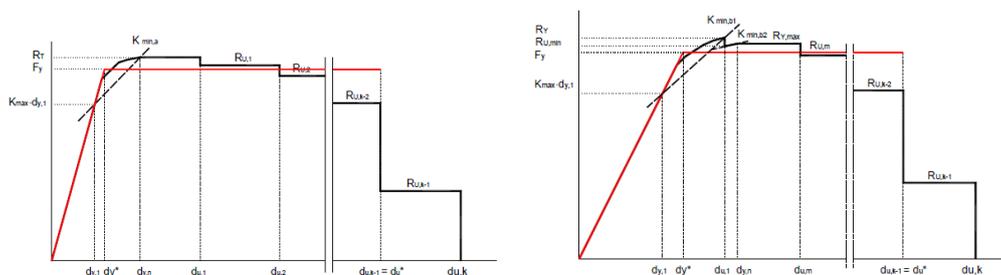


Figura 7. Modalità di rottura dell'interpiano: a dx il caso a), a sx il caso b)

Una volta determinate le grandezze relative alla US, si valuta la domanda in spostamento alle diverse altezze, utilizzando una forma modale approssimata, che evita di far ricorso ad un'analisi

modale completa. La forma modale approssimata viene poi confrontata con la capacità del singolo interpiano.

Poiché si considera la struttura come un sistema serie, la mancata verifica di un generico interpiano coincide con il collasso dell'intera struttura. Pertanto, carenze strutturali localizzate anche solo in un interpiano diventano critiche a livello globale, poiché da loro dipende l'esito delle verifiche di vulnerabilità dell'intera US.

2.2 Legami costitutivi adottati

Si consideri un unità strutturale in muratura riconosciuta, come parte di un aggregato edilizio, seguendo le indicazioni delle NTC08 0. Sia l'edificio costituito da N piani, su ognuno dei quali sono presenti M maschi murari, con un interpiano generico n . Il legame costitutivo di ogni parete m è caratterizzato da una tripletta di valori:

$$(f_y; d_y; d_u) \quad (1)$$

Questi rappresentano, rispettivamente, la resistenza allo snervamento, lo spostamento di snervamento e lo spostamento ultimo. La resistenza e lo spostamento allo snervamento¹ dell' i -esima parete sono definiti, rispettivamente, come:

$$f_{y,i} = \min(f_{yV}, f_{yF}) \quad (2)$$

$$d_{y,i} = \frac{f_{y,i}}{k_i} \quad (3)$$

Dove k è la rigidezza della i -esima parete ($k_x; k_y$), mentre $f_{y,V}$ e $f_{y,F}$ sono, rispettivamente, le capacità dei meccanismi resistenti per taglio e pressoflessione (fornite, rispettivamente, dalla Eq. (8.7.1.1) della Circolare Esplicativa e dalla Eq.(7.8.2) delle NTC08.

$$f_{yV} = l \cdot t \cdot \frac{1,5 \cdot \tau_{0d}}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \cdot \tau_{0d}}} \quad (4)$$

$$f_{yF} = \frac{\frac{l^2 \cdot t \cdot \sigma_0}{2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_{cd}}\right)}{H_0} \quad (5)$$

Stimati $f_{y,V}$ e $f_{y,F}$ per ogni parete, può essere calcolato $f_{y,i} = \min(f_{y,V}; f_{y,F})$ per la direzione x e y . Ovviamente lo spostamento sarà calcolato per entrambe le direzioni, come fatto per resistenza $f_{y,i}$. Infine, lo spostamento ultimo o di collasso $d_{u, j}$, dipenderà dal tipo di collasso, taglio o pressoflessione.

Il limite per ognuno dei due meccanismi è descritto nel Codice italiano NTC08:

$$d_{u,V} = 0,4\% \cdot H_{eff} \quad d_{u,F} = 0,6\% \cdot H_{eff}$$

¹ Si noti che nella relazione (1) è necessaria l'ipotesi assunta di costanza dello sforzo assiale.

Il legame costitutivo della i -esima parete è rappresentato dalla curva forza-spostamento, che può essere riassunta come segue:

$$f_{(d)} = \begin{cases} k \cdot d & d \leq d_y \\ f_y & d_y < d \leq d_u \\ 0 & d_u < d \end{cases} \quad (6)$$

Mentre il legame costitutivo della parete è definito per ogni elemento del piano, quello di interpiano ci restituisce il contributo dato dalle i -esime pareti presenti. All'aumentare dello spostamento di interpiano d , nell'ipotesi già dichiarata di solai rigidi nel proprio piano e in condizioni di assenza di torsioni del piano (e quindi di uguale spostamento per tutte le pareti appartenenti a quell'interpiano), il legame costitutivo di interpiano è dato semplicemente dalla somma dei contributi delle singole pareti:

$$F(d) = \sum f(d) \quad (7)$$

Il legame risultante sarà lineare a tratti, dando luogo complessivamente ad una curva non lineare che può essere in molti casi difficile da trattare, motivo per cui si ricorre alla definizione di una curva bilineare equivalente.

È possibile però semplificare il legame costitutivo di interpiano facendo riferimento al minore e al maggiore fra tutti i valori di spostamento allo snervamento d_y delle pareti di un interpiano, definiti come:

$$d_{y\min} = \min(d_{y,i}) \quad (8)$$

$$d_{y\max} = \max(d_{y,i}) \quad (9)$$

Dove $i=1...n$ sono i punti di snervamento di tutte le pareti; mentre i due valori $d_{y\min}$ e $d_{y\max}$ rappresentano due punti chiave della risposta complessiva di interpiano. In particolare, il primo rappresenta lo spostamento di interpiano che provoca la plasticizzazione del primo maschio murario, mentre il secondo rappresenta lo spostamento di interpiano che provoca la plasticizzazione di tutti i maschi murari.

Questo comporta avere due possibili configurazioni:

- a. Quando $d_{yi,\max} \leq d_{uj,\min}$, il collasso è per plasticizzazione totale, tutte le pareti sono in fase plastica;
- b. Quando $d_{yi,\max} > d_{uj,\min}$, il collasso è per plasticizzazione parziale, non tutte le pareti sono plasticizzate.

$$d_{u\min} = \min(d_{u,j}) \quad (10)$$

$$d_{u\max} = \max(d_{u,j}) \quad (11)$$

Dove,

$j = 1 \dots k$ sono i punti degli spostamenti ultimi di tutte le pareti.

Per chiarezza nella spiegazione dei due casi possibili, si assumono delle convenzioni per gli spostamenti significativi, rispettivamente di snervamento e ultimi:

$$d_{y_{max}} = d_{y,n} \text{ e } d_{y_{max}} = d_{y,1} \quad (12)$$

$$d_{u_{min}} = d_{u,1} \text{ e } d_{y_{max}} = d_{u,n} \quad (13)$$

I due casi verranno esposti separatamente nel par. 2.4, poiché producono differenze significative nella risposta di interpiano.

2.3 Modellazione della connessione tra maschi murari

Nelle strutture in muratura, specialmente quelle storiche, non è sempre facile e possibile stabilire la presenza o meno di connessioni murarie. Le condizioni che possono presentarsi sono molto diverse, possono presentarsi edifici con struttura in muratura portante, che presentano muri ortogonali fra loro non ammortati lungo gli spigoli, costruiti considerando in pratica solo i carichi verticali, oppure casi in cui le pareti presentano una connessione tale che consente alla parete di rispondere alle azioni orizzontali secondo una configurazione geometrica diversa da quella canonica ad I.

Nel modello utilizzato, quindi è stata valutata come la presenza o l'assenza di connessioni murarie tra elementi verticali influisce sulla risposta dell'US (Figura 8).

Considerando che la buona connessione muraria tra maschi murari aumenta la capacità flessionale e contribuisce ad aumentare la rigidezza, sono stati considerati 3 modelli di connessione A, B, B1.

- Modello A:
 - assenza di connessione tra maschi murari.
- Modello B:
 - connessione tra parete ortogonali;
 - si considera il contributo dell'ala nella parete ortogonale con corrispondente aumento di rigidezza;
 - la capacità flessionale è calcolata come nell'Eq.(15).
- Modello B1:
 - sotto caso del modello B in cui lo spostamento flessionale viene incrementato del doppio.

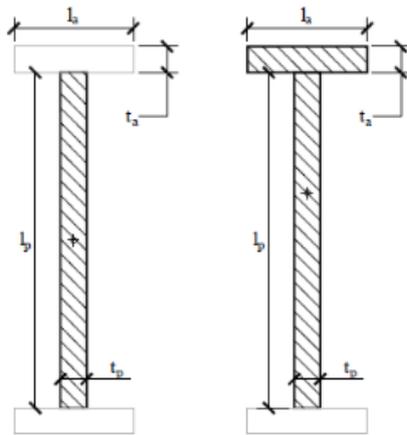


Figura 8. Sezione trasversale per la parete I senza collegamenti (a sx); sezione a T con connessioni (a dx) (Menegotto et Al, 2010)

Nelle verifiche convenzionali il contributo dell'ala alla resistenza flessionale è normalmente trascurato poiché, l'ipotesi di assenza di continuità nella tesa muraria è generalmente verificata, o si considera tale dato che l'operazione di verifica richiederebbe tempi lunghi e costi ulteriori. In realtà il contributo che fornisce, nelle situazioni ordinarie di deficienza strutturale, potrebbe essere tale da consentire il superamento della soglia di resistenza necessaria a superare positivamente il regime tensionale imposto dalle azioni esterne.

I casi considerati sono il risultato di analisi sperimentali e numeriche effettuate presso l'Università "Sapienza" di Roma (Menegotto et Al, 2010 [63]), in cui è stato constatato come la larghezza della flangia reagente di muri a taglio comporta un aumento di rigidezza e resistenza. La larghezza della flangia efficace (vedi Figura 9), come suggerito da (Tomazevic, 1999 [85]) è definita come il minimo tra i valori assunti dai fattori geometrici in cui H_{tot} è l'altezza complessiva del muro e L è la distanza tra le pareti.

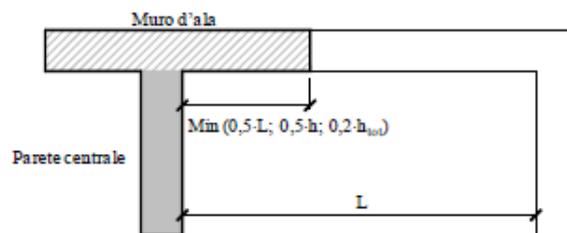


Figura 9. Definizione della geometria dell'ala nelle pareti connesse.

Il contributo della flangia nella parete ortogonale in caso di pressoflessione dovrebbe essere presi in considerazione (Tomazevic, 1999 [85]), mentre può essere trascurato il contributo a taglio.

La rigidezza della nuova sezione del muro è data dall'equazione:

$$k_T = \frac{G \cdot A_f}{1,2h^2 \left[\frac{1}{h} + \alpha \frac{h \cdot G \cdot A_f}{12 \cdot E \cdot J_T} \right]} \quad (14)$$

Dove:

J_T il momento di inerzia della sezione T.

Mentre la resistenza pressoflessione è dato dall'equazione (Menegotto et Al., 2010 0):

$$M_{U,T} = M_U \left[(1 + \tau \cdot \lambda)^2 + \frac{\tau^2 \cdot \lambda}{\eta} \cdot (1 - \lambda) \right] \quad (15)$$

Dove

$$\tau = \frac{T_a}{L_p} \quad (16)$$

$$\lambda = \frac{L_a}{T_p} \quad (17)$$

$$\eta = \frac{\sigma_0}{0.85 \cdot f_d} \text{ è resistenza alla flessione per la sezione senza collegamenti.} \quad (18)$$

2.4 Risposta di interpiano

Come anticipato nel par. 2.2 la risposta di interpiano è determinata da due casi, che verranno trattati separatamente:

- a) "collasso di interpiano per plasticizzazione totale"
- b) "collasso di interpiano per plasticizzazione parziale"

Nel caso a) "collasso di interpiano per plasticizzazione totale" il legame costitutivo di interpiano è riassunto nello schema seguente (Figura 10):

$$F(d) = \left\{ \begin{array}{ll} k_{\max} \cdot d & d \leq d_{y\min} \\ \frac{k_{\max}}{d_{y\min}^{-1}} + \frac{k_{\min,a}}{(d - d_{y\min})^{-1}} & d_{y\min} < d \leq d_{y\max} \\ R_T & d_{y\max} < d \leq d_{u\min} \\ R_{Uj} & d_{u\min} < d \leq d_{u\max} \\ 0 & d_{u\max} < d \end{array} \right. \quad (19)$$

Dove:

$$K_{\max} = \sum k \quad (20)$$

è la somma di tutte le rigidezze elastiche k delle pareti;

$$K_{\min,a} = \frac{R_T - K_{\max} \cdot d_{y\min}}{d_{y\max} - d_{y\min}} \quad (21)$$

è la rigidezza secante fra i due estremi dell'intervallo

$$R_T = R_V + R_F = \sum f_{yV} + \sum f_{yF} = \sum f_y \quad (22)$$

è la resistenza massima di interpiano

$$R_{U,j} = R_T - \sum_{j=1}^k f_j \cdot H(d - d_{u,j}) \quad (23)$$

è la resistenza residua di interpiano

$H(\cdot)$ è la funzione di Heaviside, uguale a 1 se l'argomento è positivo, altrimenti uguale 0 se negativo.

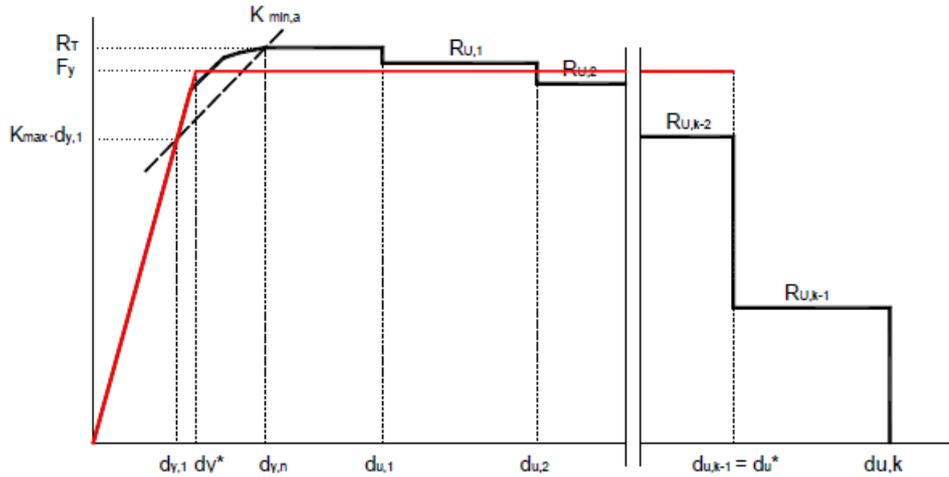


Figura 10. legame costitutivo di interpiano tipo nel caso a)

Con riferimento al punto C7.3.4 della Circolare Esplicativa delle NTC08, la domanda in termini di spostamento sull'interpiano è determinata sulla base del legame bilineare equivalente (in rosso) Figura 10, in senso energetico.

Il legame bilineare equivalente nel caso a) ha le seguenti caratteristiche:

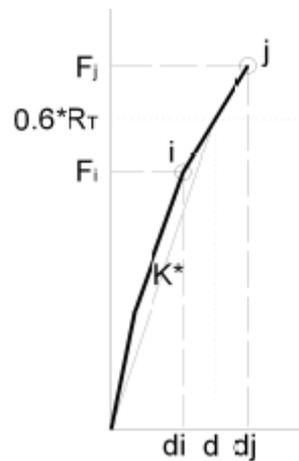


Figura 11. Particolare del primo tratto della bilinearizzazione equivalente caso a)

La linea retta corrispondente allo $0,6 \cdot R_T$ interseca la curva reale in un punto tra i e j ; Tutti i punti tra i e j rappresentano il tratto dalla curva che soddisfa questa relazione:

$$F_i \leq 0,6 \cdot R_T \leq F_j \quad (24)$$

La rigidezza del sistema bilineare equivalente è espressa come segue:

$$K^* = \frac{0,60R_T(f_i - f_j)}{0,6 \cdot R_T(d_i - d_j) + f_i \cdot d_j - f_j \cdot d_i} \quad (25)$$

Dove:

R_T è la resistenza massima del i-esimo piano Eq.(22)

d_i e d_j sono gli spostamenti rispettivamente nel punto i e nel punto j.

Lo spostamento di plasticizzazione della curva bilineare è calcolato in funzione dell'energia E_{ip} :

$$d_y^* = d_u^* \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2E_{ip}}{K^* \cdot d_u^{*2}}} \right) \quad (26)$$

Lo spostamento ultimo di interpiano d_u^* è definito come il punto in cui la forza totale è inferiore o uguale a $0,8 \cdot R_T$.

L'area sottesa al diagramma equivalente bilineare forza-spostamento è:

$$E^* = F_y^* \cdot \left(d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) = K^* \cdot d_y^* \cdot \left(d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) \quad (27)$$

mentre l'area sottesa al diagramma di interpiano è pari a:

$$E_{ip} = \frac{1}{2} \cdot \left[K_{\max} \cdot d_{y,1}^2 + (R_T + K_{\max} \cdot d_{y,1}) \cdot (d_{y,n} - d_{y,1}) \right] + R_T \cdot (d_{y,1} - d_{y,n}) + \sum_{j=2}^k \left[R_{U,j} \cdot (d_{uj} - d_{uj-1}) \cdot \delta \right] \quad (28)$$

Dove:

$$\delta = H \left(R_{U,j} - 0,80 \cdot R_T \right) \quad (29)$$

$$\sum_{j=2}^k \left[R_{U,j} \cdot (d_{u,j} - d_{u,j-1}) \right]$$

Quest'ultimo termine rappresenta l'area è della curva non lineare tra i punti tra $d_{u,1} = d_{u,\min}$ e $d_{u,k} = d_{u,\max}$. Il pedice k indica la progressione degli spostamenti ultimi d_u delle pareti.

Nel caso b) "collasso di interpiano per plasticizzazione parziale" il legame costitutivo di interpiano è riassunto nello schema seguente (Figura 12).

$$F(d) = \left\{ \begin{array}{ll} k_{\max} \cdot d & d \leq d_{\min} \\ \frac{k_{\max}}{d_{y\min}^{-1}} + \frac{k_{\min,b1}}{(d - d_{y\min})^{-1}} & d_{y\min} < d \leq d_{u\min} \\ R_Y - k_{\min,b2} \cdot (d_{y\max} - d) & d_{u,\min} < d \leq d_{y\max} \\ R_{U,j} & d_{y\max} < d \leq d_{u\max} \\ 0 & d_{u\max} < d \end{array} \right\} \quad (30)$$

Dove:

$$K_{\max} = \sum k \text{ è la somma delle rigidezze elastiche } k \text{ delle pareti;} \quad (31)$$

$$K_{\min,b1} = \frac{(R_Y) - K_{\max} \cdot d_{y\min}}{d_{u\min} - d_{y\min}} \text{ è la rigidezza secante fra i due estremi dell'intervallo;} \quad (32)$$

$$R_Y = R_T - \sum_{i=1}^n f_i \cdot H(d_{y,i} - d_{u,\min}) \text{ } R_Y \text{ è la resistenza della parete quando } d = d_{u\min} \quad (33)$$

Con riferimento all'Eq. (33) dalla resistenza totale si sottraggono progressivamente le resistenza delle pareti plasticizzate.

$$R_T = \sum_{i=1}^n f_i \quad (34)$$

$$R_{Y,\max} = R_T - \sum_{i=1}^n f_i \cdot H(d_{y,i} - d_{u,\min}) \quad (35)$$

$$R_{U,\min} = R_Y - \sum_{j=1}^m f_j \cdot H(d_{y,i} - d_{u,\min}) \quad (36)$$

$$R_{U,j} = R_{Y\max} - \sum_{j=m+1}^k f_j \cdot H(d - d_{u,j}) \quad (37)$$

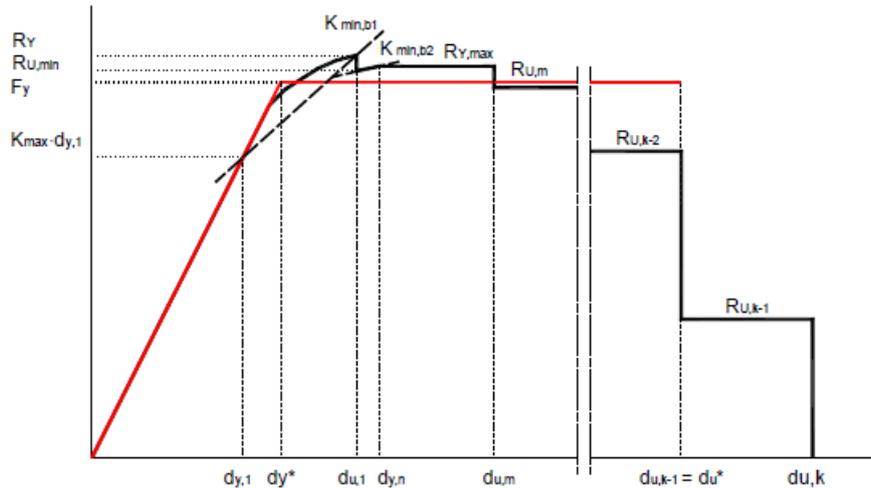


Figura 12. Legame costituito di interpiano tipo, nel caso b)

Anche in questo caso, la curva bilineare equivalente forza-spostamento di interpiano (tratto in rosso) ha una rigidezza iniziale definita dall'intersezione tra la curva non lineare forza-spostamento e il 60% della resistenza totale. Il punto di snervamento della curva bilineare è calcolato uguagliando le due aree $E^* = E_{IP}$, rispettivamente l'area sottesa al diagramma equivalente bilineare e l'area sottesa al diagramma di interpiano.

In questo caso, la resistenza massima per collasso di piano per plasticizzazione parziale è data dall'Eq.(33).

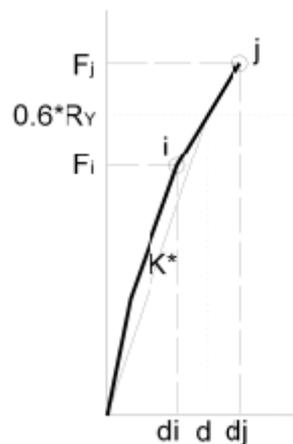


Figura 13 Particolare del primo tratto della bilinearizzazione equivalente caso b)

La linea retta corrispondente allo 0,6 RT interseca la curva reale in un punto tra i e j;
Tutti i punti tra i e j rappresentano il tratto dalla curva che soddisfa questa relazione:

$$F_i \leq 0,6 \cdot R_T \leq F_j \quad (38)$$

La rigidezza del sistema bilineare equivalente è definita come seguente:

$$K^* = \frac{0,60 R_T (f_i - f_j)}{0,6 \cdot R_T (d_i - d_j) + f_i \cdot d_j - f_j \cdot d_i} \quad (39)$$

Dove:

R_T è la resistenza massima dell' i-esimo piano (Eq.(34))

d_i e d_j sono gli spostamenti rispettivamente nel punto i e nel punto j.

Lo spostamento di plasticizzazione d_y^* della curva bilineare è calcolato come nel primo caso con l'Eq.(26)

La determinazione dello spostamento finale d_u^* è definito ancora una volta dalla circolare n.617 al punto C7.8.1.5.4, come un punto in cui la forza totale è inferiore o uguale a 0,8RT.

L'area sottesa al diagramma equivalente bilineare della curva forza-spostamento è:

$$E^* = F_y^* \cdot \left(d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) = K^* \cdot d_y^* \cdot \left(d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) \quad (40)$$

mentre l'area sottesa al diagramma di interpiano forza-spostamento è pari a:

$$E_{ip} = \frac{1}{2} \cdot \left[K_{\max} \cdot d_{y\min}^2 + (R_T + K_{\max} \cdot d_{y\min}) \cdot (d_n - d_1) \right] + R_{Y,n} \cdot (d_{y,n} - d_{u,1}) + \left[R_{Y,n} \cdot (d_{u,m} - d_{y,n}) \cdot \delta_1 \right] + \sum_{j=m+1}^k \left[R_{U,j} \cdot (d_{u,j} - d_{u,j-1}) \cdot \delta_2 \right] \quad (41)$$

in cui:

$$\delta_1 = H \left[R_{Y,n} - 0,80R_T \right] \quad (42)$$

$$\delta_2 = H \left[R_{U,j} - 0,80R_T \right] \quad (43)$$

Il termine $R_{Y,n} \cdot (d_{u,m} - d_{y,n}) \cdot \delta_1$ rappresenta l'area è della curva non lineare tra i punti tra $d_{u,m+1}$ e $d_{u,k} = d_{u,\max}$. Il pedice k indica la progressione degli spostamenti ultimi d_u delle pareti.

Si noti che i punti per $j = 1$ a m sono minori di $d_{y,\max}$, invece per $j = m+1$ a k sono maggiori. Questa ipotesi ha permesso di considerare anche m-muri collassati prima del raggiungimento dello spostamento elastico ultimo di interpiano.

2.4.1 Analisi modale e risposta globale

La determinazione del modo di vibrare della struttura comporta la soluzione del problema agli autovalori, cioè dell'equazione caratteristica del problema dinamico. Essendo questa una procedura semplificata, si fa uso di un'espressione approssimata per risolvere il problema, che prevede l'utilizzo della prima forma modale.

Per un sistema in serie con carichi distribuiti, assumendo per le forze una ripartizione lineare con l'altezza, la generica componente del vettore modale approssimato φ , può essere espressa come:

$$\varphi_k = \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{k_i^*} \cdot \sum_{j=i}^n \psi_j \right) \quad (44)$$

in cui ψ_j rappresenta la forma della distribuzione delle forze sull'altezza, che può essere assunta come:

$$\Psi(z_j, m_j) = z_j \cdot m_j \quad (45)$$

Dove:

z_j è la quota del piano j-esimo rispetto allo spiccatto di fondazione

m_j è la massa² del piano j-esimo.

L'equazione normalizzata della Eq.(44) si ottiene facendo il rapporto rispetto le componenti dell'ultimo piano.

$$\varphi_k = \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{k_i^*} \cdot \sum_{j=i}^n \psi_j \right) \cdot \frac{1}{\varphi_n} \quad (46)$$

Poiché la forma modale $\bar{\varphi}$, le cui componenti sono date dall'Eq.(46), è definita a meno di una costante arbitraria, questa viene usualmente determinata in modo tale che il vettore modale risulti ortonormale alla matrice delle masse.

Questo risultato si ottiene normalizzando il vettore rispetto alla matrice delle masse M:

$$\phi = \frac{\bar{\varphi}}{\sqrt{\bar{\varphi}^T M \bar{\varphi}}} \quad (47)$$

Nuovamente, come per l'Eq.(47), l' Eq.(46) può essere espressa nelle sue componenti generiche che assumono la forma seguente:

$$\phi_k = \sum_{i=k}^n \left(\frac{1}{k_i^*} \cdot \sum_{j=i}^n \psi_j \right) \cdot \frac{1}{\phi_n} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{\phi}_i^2}} \quad (48)$$

Con $\phi = \{\phi_1, \dots, \phi_k, \dots, \phi_{n-1}, \phi_n\}^T$

Ai fini della determinazione della risposta strutturale, è indispensabile definire anche il legame costitutivo dell'US, uno per ogni direzione in cui si esegue la verifica sismica (Monti & Vailati, 2009 0).

Tale legame si ottiene considerando il comportamento congiunto degli N piani, visti come un sistema in serie soggetto ad un insieme di carichi distribuiti ai piani. Si osservi che, in queste condizioni di carico, la rigidezza del sistema è maggiore rispetto a quella che risulterebbe dall'inverso della somma delle flessibilità di piano, come nel caso di un sistema in serie convenzionale.

Pertanto, la rigidezza complessiva del sistema in serie con carichi distribuiti è:

$$K_{US} = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{K_i^*} \sum_{j=i}^n \Psi_j \right) \right]^{-1} \quad (49)$$

Dove:

² Valutata come massa del solaio più massa delle pareti con baricentro sul solaio.

$$\Psi_j = \frac{\Psi(z_j, m_j)}{\sum_{i=1}^n \Psi(z_i, m_i)} \quad (50)$$

In cui ψ è fornita dalla Eq.(45). L'Eq.(45) soddisfa la condizione:

$$\sum_{j=1}^n \Psi_j = 1 \quad (51)$$

Determinata la rigidezza dell'US, è ora necessario calcolare la massa partecipante.

È noto che la somma dei quadrati dei fattori di partecipazione fornisce la massa totale del sistema.

Assumendo che la prima forma modale sia rappresentativa del comportamento dinamico del sistema e sapendo che ad ogni i-esimo modo è associato un coefficiente di partecipazione γ_i , la cui espressione generale è fornita dall'Eq.(44), calcolato con la il vettore modale ϕ rispetto alla massa della matrice, si può calcolare la massa del sistema come:

$$M_{US} = \gamma_1^2 \quad (52)$$

A questo punto è importante verificare quanto il primo modo sia rappresentativo del comportamento dell'US, valutandone la percentuale di massa eccitata:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{US}}{M_{TOT}} \quad (53)$$

Il modo si ritiene rappresentativo quando la percentuale dell' Eq.(53) è pari ad almeno l'85%.

Definiti quindi M_{US} e K_{US} , si può calcolare il periodo proprio nella direzione considerata:

$$T_{US} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{US}}{K_{US}}} \quad (54)$$

che eventualmente, ai fini di un controllo a posteriori, si può confrontare con l'espressione approssimata $T_1 = 0,050 \cdot H^{3/4}$ (Eq. 7.3.5, NTC 2008), dove H è l'altezza della costruzione, in metri, dal piano di fondazione. Si consideri tuttavia che tale espressione approssimata è data per edifici nuovi e non per quelli esistenti, per cui ci si può attendere che fornisca valori un po' più bassi del periodo.

La procedura fin qui esposta ci fornisce le curve di capacità per ogni piano.

A volte può essere utile però conoscere anche la risposta globale del sistema strutturale; due sono gli obiettivi principali:

- Confrontare i risultati con altri metodi/programmi;
- Valutare la domanda direttamente sulla curva capacità globale, come suggerito dai codici più importanti.

La curva globale dell'US può essere costruita a partire delle curve di interpiano; infatti per ogni interpiano la procedura applicata prevede come risultato dell'analisi pushover, le curve, non lineare completa e bilineare equivalente. Dal vettore modale ϕ , è possibile calcolare lo spostamento relativo tra piani dalle Eq.(57) a l'Eq.(60) vengono valutati gli spostamenti relativi tra i piani; questi sono confrontati con i corrispondenti spostamenti di snervamento e ultimo per verificare le condizioni di ogni piano, che può essere in fase elastica, plastica o collassata, per ciascuno step vengono valutati gli spostamenti relativi tra i piani; questi sono confrontati con i corrispondenti

spostamenti di snervamento e ultimo per verificare le condizioni di ogni piano, che può essere in fase elastica, plastica o collassata.

Si possono presentare i seguenti tre casi:

1. tutti i piani sono in fase elastica: il taglio alla base calcolato ha un comportamento lineare e può essere valutato moltiplicando lo spostamento dell'ultimo piano δ_j con la rigidezza dell'US (vedi Eq.(49))

Si ricorda che $0 < j < m$, questo range definisce gli spostamenti elastici, mentre m è il passo in cui uno dei piani giunge al relativo punto di snervamento. Questo primo caso può essere sintetizzato con la seguente equazione:

$$\forall i \in (1, n) : \Delta_{i-1,i} \leq dy_{i-1,i} \quad (55)$$

Dove:

$\Delta_{i-1,i}$ è lo spostamento relativo tra i piani

n è il numero dei piani

Partendo dal vettore modale normalizzato φ , è possibile calcolare lo spostamento $\Delta_{i-1,i}$ tra due piani consecutivi (ultimo piano) e $i-1$ (piano inferiore) utilizzando seguenti equazioni, illustrato in Figura 14:

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_k \\ \vdots \\ \varphi_{n-1} \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix} \quad (56)$$

$$\Delta_{01} = \delta_j \cdot \left(\frac{\varphi_n}{\varphi_1} \right)^{-1} = \delta_j \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_n} \quad (57)$$

$$\Delta_{12} = \delta_j \cdot \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_n} \right) - \Delta_{01} = \delta_j \cdot \left(\frac{\varphi_2}{\varphi_n} - \frac{\varphi_1}{\varphi_n} \right) = \delta_j \cdot \left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\varphi_n} \right) \quad (58)$$

$$\Delta_{k,k+1} = \left(\delta_j \cdot \frac{\varphi_{k+1}}{\varphi_n} \right) - \frac{\varphi_k}{\varphi_n} = \delta_j \cdot \left(\frac{\varphi_{k+1} - \varphi_k}{\varphi_n} \right) \quad (59)$$

$$\Delta_{n-1,n} = \left(\delta_j \cdot \frac{\varphi_n}{\varphi_n} \right) - \delta_j \cdot \frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n} = \delta_j \cdot \left(1 - \frac{\varphi_{n-1}}{\varphi_n} \right) \quad (60)$$

Chiaramente lo spostamento $\Delta_{i-1,i}$ deve essere calcolato ad ogni incremento di spostamento dell'ultimo piano;

2. Uno dei piani è in fase plastica: generalmente si verifica nel primo piano, in questo caso non c'è in aumento del taglio alla base, e rimanendo costante. Questo caso può essere riassunto con la seguente equazione simbolica:

$$\forall i \in (1, n) : \exists \Delta_{i-1,i} \leq dy_{i-1,i} \quad (61)$$

Ogni ulteriore aumento di δ_j è concentrato nell'interpiano plasticizzato e viene sommato a $dy_{i-1,1}$ fino ad ottenere lo spostamento di collasso $du_{i-1,i}$.

Si ricorda che $m+1 < j < k$, definisce la fase plastica; k è lo step in cui uno dei piani arriva al suo spostamento ultimo $du_{i-1,i}$.

Lo spostamento relativo in fase plastica è il seguente:

$$\Delta_{i-1,i} = dy_{i-1,i} + \delta_{j+1} - \delta_j \quad (62)$$

In tutti gli altri piani, lo spostamento relativo $\Delta_{i-1,j}$ rimane fisso come nello step m , come mostra la Figura 14, caso b) e c)

3. Il piano plasticizzato arriva al suo spostamento ultimo $du_{i-1,i}$: in questo caso la struttura raggiunge il collasso convenzionale.

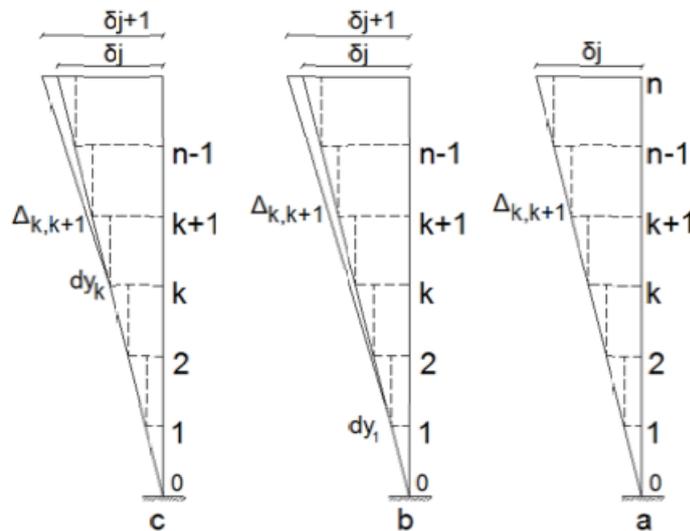


Figura 14. Definizione dello spostamento globale di interpiano;
a) fase elastica; b) fase plastica; c) spostamento ultimo

2.5 Definizione della domanda in spostamento

2.5.1 SDOF equivalente

Lo spostamento di domanda dell'US è calcolato in accordo con quanto prescritto dalla § C7.3.4 della circolare 617. Questo rappresenta il primo passo per costruire la curva bilineare equivalente dell'US;

Il metodo mostrato nella § C7.3.4 richiede che il sistema strutturale reale sia associato ad un sistema SDOF equivalente, come mostra la Figura 15.

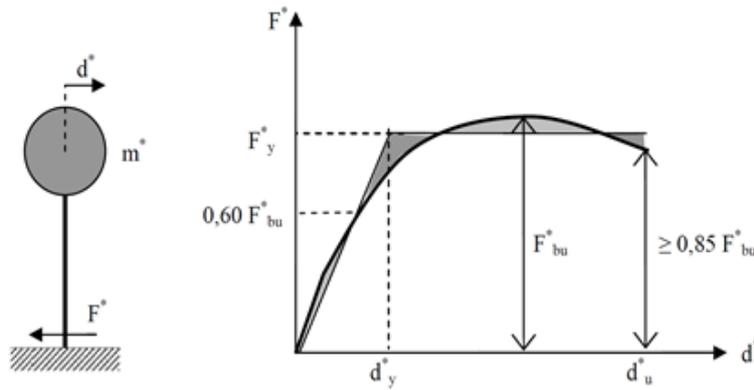


Figura 15. Sistema SDOF equivalente

La forza equivalente e lo spostamento possono essere valutati con i valori corrispondenti del sistema reale, come mostrato di seguito:

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma} \quad (63)$$

$$d^* = \frac{d_c}{\Gamma} \quad (64)$$

Dove:

Γ è il fattore di partecipazione modale

Poiché il vettore modale utilizzato per lo sviluppo teorico della procedura analitica viene normalizzato rispetto alla matrice delle masse, il fattore di partecipazione modale assumere la seguente forma:

$$\Gamma = \frac{m_i \cdot \bar{\varphi}_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{\varphi}_i^2} \quad (65)$$

Il fattore di partecipazione modale Γ può essere anche scritto in questo modo:

$$\Gamma = \frac{\gamma_1}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{\varphi}_i^2} \quad (66)$$

Nel quale γ_1 è il coefficiente di partecipazione ottenuto con primo vettore modale normalizzato rispetto alla matrice delle masse, dove:

$$\varphi_i = \frac{\bar{\varphi}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{\varphi}_i^2}} \quad \text{è il vettore modale normalizzato rispetto alla matrice delle masse} \quad (67)$$

$$\bar{\varphi}_i = \frac{\varphi_i}{\varphi_n} \quad \text{è il vettore modale normalizzato rispetto alla componente dell'ultimo piano} \quad (68)$$

$$\varphi_i \quad \text{è il vettore modale} \quad (69)$$

A seconda del periodo T_{US} della US, data dalla Eq.(54) sono possibili due casi:

$$1. \quad T_{US} \geq T_C \quad (70)$$

Lo spostamento di domanda del sistema anelastico è preso pari a quello del sistema elastico che ha lo stesso periodo:

$$d_{\max}^* = d_{e,\max}^* = S_{De}(T_{US}) \quad (71)$$

$$2. \quad T_{US} < T_C \quad (72)$$

Lo spostamento di domanda del sistema anelastico è superiore a quello di un sistema elastico con lo stesso periodo, pertanto, lo spostamento elastico è modificato come segue:

$$d_{\max}^* = \frac{d_{e,\max}^*}{q^*} \cdot \left[1 + (q^* - 1) \cdot \frac{T_C}{T^*} \right] \geq d_{e,\max}^* \quad (73)$$

Dove:

$$q^* = S_e(T^*) \cdot \frac{m^*}{F_y^*} \quad (74)$$

è il rapporto tra la forza di risposta elastica e forza di snervamento del sistema SDOF equivalente.

$$\text{Se } q^* \leq 1, \text{ allora } d_{\max}^* = d_{e,\max}^* \quad (75)$$

2.5.2 Interpiano

Nota la domanda sullo SDOF, è necessario definire il corrispondente spostamento di interpiano ad ogni livello dell'US. Il suo valore dipende la forma del vettore modale; quando un piano raggiunge il suo spostamento di plasticizzazione, la deformazione rimarrà costante fino a raggiungere lo spostamento ultimo; in questo caso il vettore modale elastico fornisce una stima errata del profilo della deformazione reale. Indicando con $d_{D,top}$, $d_{Cu,top}$ e $d_{Cy,top}$ rispettivamente la domanda, la capacità massima e il punto di plasticizzazione in termini di spostamento del sistema SDOF equivalente, per quanto riguarda lo spostamento di domanda massimo, possono verificarsi tre condizioni:

$$1. \quad d_{D,top} \geq d_{Cu,top} \quad (76)$$

La domanda di spostamento interpiano è ottenuta dal vettore modale modificato, che dipende dalla posizione del primo piano che collassa.

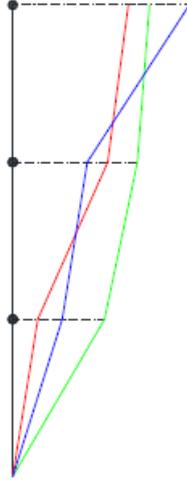


Figura 16. Profilo di vettore modale anelastico: in verde, collasso nel primo piano; in rosso, collasso nel secondo piano; in blu, collasso nel terzo piano.

Il nuovo profilo può essere ottenuto esprimendo lo spostamento di ogni piano rispetto allo spostamento ultimo di capacità sullo SDOF, somma dello spostamento ultimo del piano collassato e gli spostamenti elastici degli altri piani, corrispondenti allo spostamento di snervamento del primo. La relazione tra gli spostamenti globali e locali è espressa con l'equazione seguente:

$$d_{Cu,top} = d_{Cu,k} + H(k-2) \sum_{i=1}^{k-1} d_{Ce,i} + H(n-k-1) \sum_{i=k+1}^n d_{Ce,i} \quad (77)$$

Dove:

$d_{Cu,k}$ è lo spostamento ultimo del piano k collassato

$d_{Ce,i}$ è lo spostamento elastico del piano n-1

Nell' Eq.(77) è stato utilizzato la funzione Heaviside $H(n)$ (dà 1 quando l'argomento $n \geq 0$ e 0 quando l'argomento $n < 0$).

Lo spostamento relativo di ogni piano del sistema reale può essere espresso in funzione del $D_{Cu, top}$ come segue:

$$\varphi_k = \frac{d_{Cu,k}}{d_{Cu,top}} \cdot \Gamma \quad (78)$$

$$\varphi_i = \frac{d_{Ce,i}}{d_{Cu,top}} \cdot \Gamma \quad (79)$$

Dove:

d_k è lo spostamento ultimo del piano k collassato

d_i è lo spostamento elastico del piano n-1

Si noti che Γ è il fattore di partecipazione modale; che permette di passare dallo spostamento del sistema SDOF equivalente a quello reale. Pertanto, per ottenere la domanda in ciascun ogni piano n, sarà sufficiente moltiplicare la domanda di spostamento $d_{D,top}$ per ciascuna delle componenti φ_k, φ_i :

$$d_{D,k} = d_{D,top} \cdot \varphi_k \quad (80)$$

$$d_{D,i} = d_{D,top} \cdot \varphi_i \quad (81)$$

Infine, la forma modale post-elastica dello SDOF si ottiene sommando gli spostamenti relativi di ogni piano, a partire dal livello inferiore.

$$2. \quad d_{Cy,top} \leq d_{D,top} < d_{Cu,top} \quad (82)$$

In questo secondo caso lo spostamento è minore della capacità massima del SDOF, ma superiore al suo punto di snervamento. A livello locale, il caso è simile a quello precedente, ma lo spostamento di domanda del piano k è $d_{y,k} \leq d_{D,k} < d_{u,k}$, mentre gli altri sono elastici; l'equazione diventa:

$$d_{D,k} = \frac{d_{Cy,k}}{d_{D,top}} \cdot \Gamma \quad (83)$$

$$d_{D,i} = \frac{d_{Ce,i}}{d_{D,top}} \cdot \Gamma \quad (84)$$

Come nei casi precedenti, la forma modale post-elastica dello SDOF si ottiene ottenuta sommando gli spostamenti relativi di ogni piano, a partire dal livello inferiore.

$$3. \quad d_{Cy,top} > d_{D,top} \quad (85)$$

La domanda in spostamento dell'interpiano è data direttamente dal vettore modale elastico. Lo spostamento in ogni piano è inferiore allo spostamento di snervamento dello SDOF, quindi dell'effettivo profilo del sistema globale è dato dalla Eq.(56).

2.6 Confronto dei risultati con modellazioni più accurate

La procedura descritta nei capitoli precedenti è stata confrontata con un programma di ordine superiore, 3Muri, uno dei più utilizzati per la verifica sismica delle murature. In questo paragrafo verranno mostrate alcuni risultati delle verifiche sismiche eseguite utilizzando il programma VENUS e il programma 3Muri effettuate all' Università di Salerno (Khazna, 2015 [48]) in collaborazione con l'Università la Sapienza.

VENUS (verifiche non-lineare di Unità Strutturale) è un programma sviluppato per la valutazione della vulnerabilità sismica degli aggregati in muratura, che utilizza la procedura semplificata (Monti & Vailati, 2009[64]). La scelta del software di comparazione è dovuta al fatto che, anche 3Muri come VENUS, adotta il metodo FME (Frame by Macro Elements) che si ispira al modello a telaio equivalente con macroelementi.

I confronti sono stati eseguiti su 4 Unità Strutturali tipo (due, tre e quattro piani), con muratura M1 (muratura in pietrame disordinata, ciottoli, pietre erratiche e irregolari), e considerando due modelli di connessione A e B (vedi Par.2.3). I risultati sintetici riportati riguarderanno le verifiche globali, e le curve di Capacità, delle singole US effettuate con VENUS e 3Muri.

- Unità strutturale 1:

Tabella 1. Dati generali US1

N. di piani	N. di pareti verticali	CF	Spostamento ultimo per taglio	Spostamento ultimo per pressoflessione
4	10	1.35	0.4%	0.6%

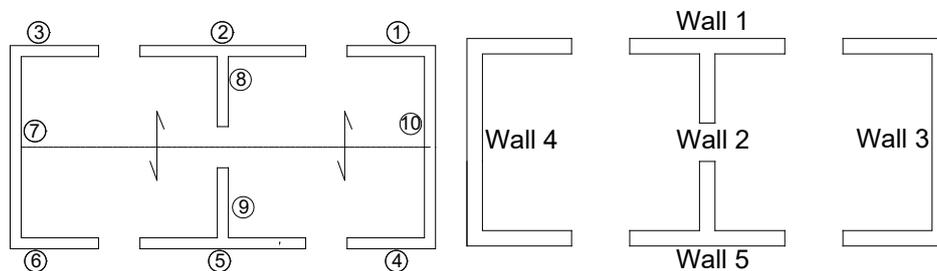


Figura 17. Pianta tipo US 1: VENUS (a sx); 3Muri (a dx)

Tabella 2. Verifiche globali US1 ottenute con VENUS

Dir.	Model	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	A	615.35	320.18	357.21	106832.08	0.344	5.76	29.29	16.22	0.55	NO
	B	612.6	321.46	357.21	128704.96	0.314	4.76	26.8	15.56	0.58	NO
Y	A	449.79	326.04	357.21	8892.65	0.399	5.56	35.2	15.28	0.43	No
	B	446.35	325.46	357.21	94969.63	0.368	4.7	32.91	14.76	0.45	No

Tabella 3. Verifiche globali US1 ottenute con 3Muri

Dir.	pattern load	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	Mass	728.2	340.7	593	111064.20	0.348	6.54	30.9	12.8	0.41	NO
	Modal	726.18	340.7	593	90755.74	0.385	7.97	35.04	14.4	0.41	NO
Y	Mass	504.35	314	593	49935.64	0.498	10.1	48.6	21.3	0.44	No
	Modal	503.79	314	593	43430.17	0.534	11.6	54.13	30.6	0.57	No

Dove:

- M* massa del sistema equivalente
- W massa totale
- K* rigidità del sistema equivalente
- T* periodo del sistema equivalente
- D_y spostamento elastico
- D_c spostamento ultimo (spostamento di capacità)
- D_d la domanda di spostamento
- C/D rapporto tra la capacità e la domanda di spostamento.

Come è possibile notare in entrambe le direzioni (x; y) e in entrambi i modelli le verifiche non risultano soddisfatte, poiché il rapporto C/D è inferiore a 1.

Nella Figura 18 è mostrato il confronto tra le curve di capacità ottenute con i due software. In termini di rigidità, la curva fatta da 3Muri presenta una struttura più rigida rispetto a VENUS, dovuta probabilmente al differente modo di definire l'altezza efficace tra i due programmi. 3Muri considera l'altezza efficace delle pareti come l'altezza delle aperture, mentre in VENUS l'altezza effettiva è calcolata con il metodo Dolce, 19890. Invece in termini di resistenza a taglio, i programmi danno valori simili.

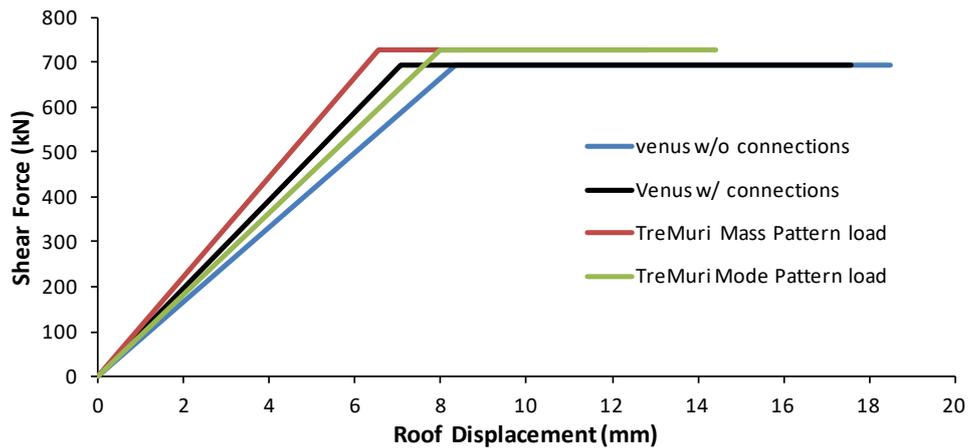


Figura 18. Confronto curve di capacità US1 dir x con VENUS e 3Muri

- Unità strutturale 2:

Tabella 4. Dati generali US2

N. di piani	N. di pareti verticali	CF	Spostamento ultimo per taglio	Spostamento ultimo per pressoflessione
3	10	1.35	0.4%	0.6%

Tabella 5. Verifiche globali US2 ottenute con VENUS

Dir.	connections	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	No	615.35	320.18	357.21	106832.08	0.344	5.76	29.29	16.22	0.55	NO
	Yes	612.6	321.46	357.21	128704.96	0.314	4.76	26.8	15.56	0.58	NO
Y	No	449.79	326.04	357.21	8892.65	0.399	5.56	35.2	15.28	0.43	No
	Yes	446.35	325.46	357.21	94969.63	0.368	4.7	32.91	14.76	0.45	No

Tabella 6. Verifiche globali US2 ottenute con 3Muri

Dir.	pattern load	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	Mass	638.35	288	459	158300.62	0.268	4.04	21.05	10.8	0.51	NO
	Modal	637.5	288	459	139001.72	0.288	4.67	23	11.4	0.50	NO
Y	Mass	441.7	264	459	67011.27	0.394	6.65	36.33	17.4	0.48	No
	Modal	441.4	264	459	58386.24	0.432	7.56	40.47	25.4	0.63	No

Come per l'US1, valgono le stesse riflessioni e anche in questo caso le verifiche non risultano soddisfatte in entrambi i programmi, C/D<1.

Nella Figura 19 sono mostrati i confronti tra le curve di capacità ottenute con i due software per l'US2.

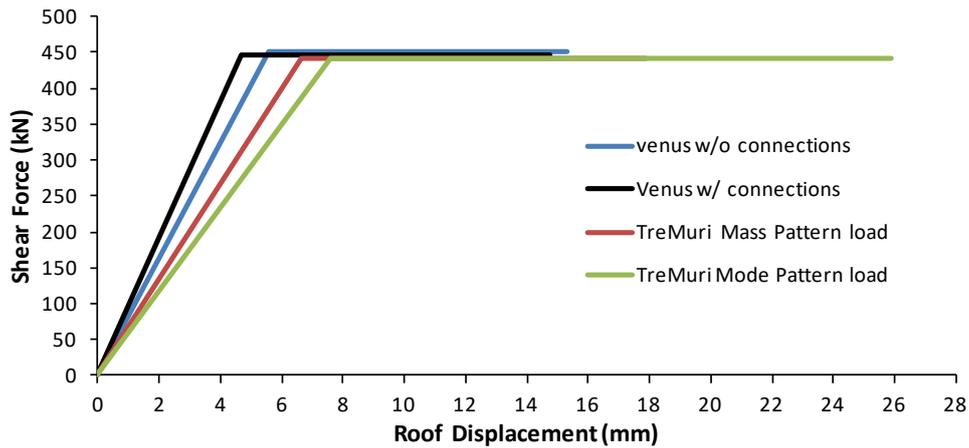


Figura 19. Confronto curve di capacità US2 dir y con VENUS e 3Muri

- Unità strutturale 3:

Tabella 7. Dati generali US3

N. di piani	N. di pareti verticali	CF	Spostamento ultimo per taglio	Spostamento ultimo per pressoflessione
2	16	1.35	0.4%	0.6%

Tabella 8. Verifiche globali US3 ottenute con VENUS

Dir.	Model	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	A	639.59	338	362	185928.6	0.268	3.44	20.71	12.66	0.61	NO
	B	635.34	342	362	231878.3	0.241	2.74	18.13	12.28	0.68	NO
Y	A	647.21	334	362	178787.9	0.271	3.62	21.2	12.84	0.61	No
	B	641.27	341	362	2342908	0.235	2.64	17.66	12.28	0.70	No

Tabella 9. Verifiche globali US3 ottenute con 3Muri

Dir.	pattern load	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	Mass	710.1	320	472	243151.10	0.227	2.92	15.54	10.37	0.67	NO
	Modal	709.7	320	472	22040.50	0.239	3.22	16.49	10.76	0.65	NO
Y	Mass	691.22	318	472	220134.80	0.239	3.14	17.37	10.83	0.62	No
	Modal	690.67	318	472	197334.25	0.252	3.5	18.49	11.22	0.61	No

Come per l'US1 e US2 anche in questo caso le verifiche non risultano soddisfatte in entrambi i programmi, C/D<1.

Nella Figura 20 sono mostrati i confronti tra le curve di capacità ottenute con i due software per l'US3.

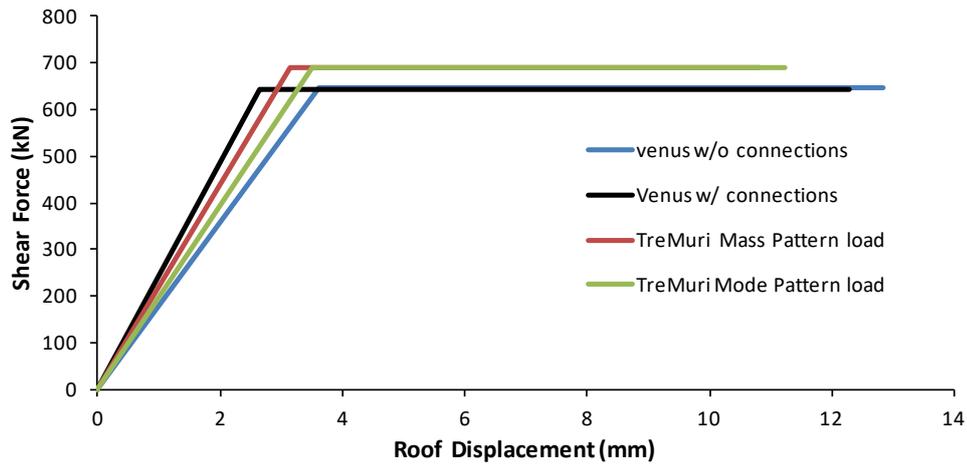


Figura 20. Confronto curve di capacità US3 dir y con VENUS e 3Muri

- Unità strutturale 4:

Tabella 10. Dati generali US4

N. di piani	N. di pareti verticali	CF	Spostamento ultimo per taglio	Spostamento ultimo per pressoflessione
3	18	1.35	0.4%	0.6%

Tabella 11. Verifiche globali US4 ottenute con VENUS

Dir.	connections	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	No	1264.1	529	597.7	194476.9	0.328	6.5	32.39	17.4	0.54	NO
	Yes	1270.67	539	597.7	232300.5	0.303	5.44	28.09	16.58	0.59	NO
Y	No	555.14	541.9	597.7	122789.1	0.417	4.52	43.46	14.46	0.33	No
	Yes	547.83	546.9	597.7	167408	0.359	3.26	35.49	13.68	0.39	No

Tabella 12. Verifiche globali US4 ottenute con 3Muri

Dir.	pattern load	Shear Load (kN)	M(t)	W(t)	K*(kN/m)	T*(sec)	Dy(mm)	Dd (mm)	Dc (mm)	C/D	Verify
X	Mass	1379.8	486.8	884.9	333640.60	0.24	4.14	20.58	10.85	0.53	NO
	Modal	1379.9	486.8	884.9	271605.20	0.266	5.1	23.35	15.86	0.68	NO
Y	Mass	714.5	522.6	884.9	17743.60	0.341	4.03	32.86	10.23	0.31	No
	Modal	714.1	522.6	884.9	148292.70	0.373	4.82	36.38	12.08	0.33	No

Come per le precedenti US anche in questo caso le verifiche non risultano soddisfatte in entrambi i programmi, $C/D < 1$.

Nella Figura 21 sono mostrati i confronti tra le curve di capacità ottenute con i due software per l'US3.

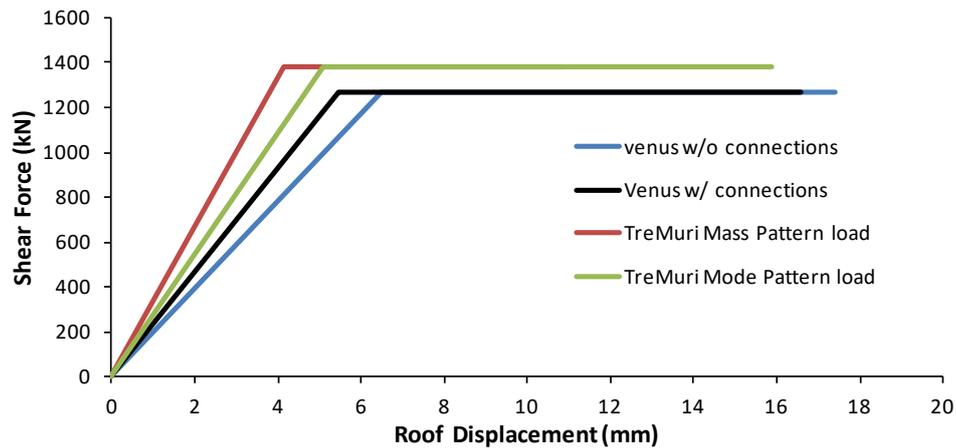


Figura 21. Confronto curve di capacità USA dir x con VENUS e 3Muri

Confrontando i risultati delle analisi, alcune delle quali mostrate in questo paragrafo, si può dedurre che:

- Entrambi i programmi in termini di resistenza al taglio presentano valori simili;
- In termini di modelli di collasso, entrambi i programmi confermano lo stesso modello di collasso in tutte gli elementi;
- La rigidezza ottenuto mediante 3Muri in alcuni casi è maggiore rispetto a VENUS, a causa della diversa definizione dell'altezza efficace;
- Frequenze e periodi della struttura sono differenti a causa della diversa definizione di massa equivalente.
- In termini di spostamento di capacità, VENUS fornisce valori più conservativi rispetto a 3Muri;
- I parametri di output C/D in entrambi i programmi sono simili, con un errore medio del 10% su tutte le analisi condotte.

3. Analisi probabilistica di sistemi strutturali affetti da elevate incertezze nella stima delle variabili di input

In un'analisi deterministica il modello non presenta parametri casuali, le analisi vengono eseguite con le stesse condizioni iniziali e pertanto si otterranno sempre gli stessi risultati. Al contrario, in un'analisi probabilistica si deve tenere conto della variabilità dei parametri di input; ciò vuol dire che, data l'incertezza sulle condizioni iniziali, ogni volta che viene eseguito l'algoritmo di calcolo si otterrà una risposta diversa del sistema studiato. È evidente che riconoscere i diversi tipi di incertezze riveste un ruolo importante nella definizione del problema, soprattutto quando il comportamento del sistema è governato da molte variabili. In queste condizioni è indispensabile individuare l'origine delle incertezze e fornire un criterio di modellazione efficace e rappresentativa. Proprio su questi argomenti si concentrerà il contributo dei successivi paragrafi.

3.1 Le fonti di incertezza

La soluzione di problemi ingegneristici complessi non può prescindere da studi di affidabilità, poiché le incertezze sono in numero così elevato che la definizione deterministica della risposta sarebbe poco significativa. La risposta valutata nel campo dell'analisi del rischio, è interessata da una incertezza di stima legata alla scelta di scenari, modelli e parametri.

Nell'eseguire un'analisi del rischio di sistemi strutturali sono tre le categorie su cui si concentrano le incertezze:

- L'incertezza di scenario, ha origine dalla interpretazione del problema da parte degli esperti. La mancanza di dati o la scarsa conoscenza del fenomeno analizzato possono portare, infatti, a interpretazioni anche molto diverse tra loro. Tale fonte di incertezza può essere però ridotta sia ricorrendo a osservazioni in situ (in questo modo si incrementa la quantità di informazioni disponibili in merito al fenomeno), sia con incontri e dibattiti tra gli esperti tecnici e accademici, al fine di giungere ad una interpretazione condivisa del problema;
- L'incertezza legata alla modellazione che deriva dalla incapacità di un modello predittivo di rappresentare adeguatamente il fenomeno esaminato. La calibrazione è la tecnica a cui sovente si ricorre per apportare una correzione al grado di accuratezza dei risultati che il modello fornisce; tuttavia, trattandosi di una idealizzazione del fenomeno reale, risulterà comunque affetto da errore;
- L'incertezza legata alle variabili utilizzate nel modello, che hanno una duplice natura. Se da un lato, infatti, essa può dipendere dalla mancanza di conoscenza riguardo allo specifico parametro dall'altro essa è strettamente legata alla eterogeneità intrinseca del parametro stesso. Tale forma di incertezza, nota con il termine di variabilità, non può essere in alcun modo ridotta e sarà sempre presente nel risultato finale.

In base a quanto sopra, è chiaro quindi che qualsiasi analisi di rischio sarà sempre caratterizzata da un certo grado di incertezza e che, al fine di caratterizzarla, dovrebbe essere necessario considerare tutte e tre le forme sopra citate. Va detto che alcuni autori (Linkov & Burmistrov, 2003[52]) hanno dimostrato come il maggior grado di incertezza risieda nella formulazione del problema, o meglio dello scenario. Tuttavia, nel caso specifico, si può affermare che lo scenario sia un dato acquisito, ovvero che l'effetto del sisma sul fabbricato sia noto. Questo lavoro di tesi si concentrerà sul terzo tipo di incertezza, pertanto, sull'utilizzo dei metodi Monte Carlo come strumento per la caratterizzazione dell'incertezza legata ai parametri.

Qualunque forma di incertezza può essere ricondotta ad una delle seguenti tipologie:

- Aleatorie
- Epistemiche

Nel primo caso l'incertezza è legata a fattori caratteristici ed intrinseci specifici della grandezza esaminata; in questo caso non vi è modo di ridurre l'entità e lo studioso può solo modellarla al meglio ricorrendo a teorie probabilistiche.

Nel secondo caso, invece, è legata a fattori esterni il fenomeno analizzato e generalmente si è in grado di ridurre l'intervallo di confidenza acquisendo un numero maggiore di dati o adottando modelli più raffinati. Le incertezze aleatorie sono comunemente denominate anche come incertezze intrinseche mentre le altre sono usualmente definite come incertezze epistemiche.

È opportuno innanzitutto precisare quali tipologie di incertezze possono presentarsi nell'analisi di un sistema strutturale esistente, e quindi definire in modo univoco quali tra esse saranno esplicitamente considerate nell'ambito della metodologia qui illustrata.

A tal proposito, si conviene distinguere le incertezze in base alla loro origine:

- aleatorietà, dovuta a fattori caratteristici ed intrinseci legati ai fenomeni che determinano un dato evento;
- ambiguità, che nasce dall'uso del linguaggio (per sua natura approssimativo e non chiaramente definito) nel descrivere grandezze non quantificabili,
- vaghezza, la quale deriva da definizioni inesatte o mal poste di grandezze con un certo contenuto informativo;
- imprecisione, che trae direttamente origine dalla carenza di informazione.

La metodologia illustrata in questa tesi considera in modo esplicito le incertezze intrinseche nonché quelle epistemiche legate all'imprecisione. Ambiguità e vaghezza – che sono generalmente riconducibili alla presenza di pareri esperti e/o valutazioni qualitative – non saranno invece oggetto di trattazione specifica.

3.2 Relazione funzionale tra variabili incerte di input e Funzioni Densità di Probabilità (PDF)

La risposta strutturale è funzione di un insieme di variabili di base X affette da incertezze. Si indicherà con θ l'insieme dei parametri che descrivono le incertezze nelle variabili di base X. Ogni realizzazione delle variabili di base incerte X è denominata come x. Le variabili di base X rilevanti per l'analisi di sistemi strutturali esistenti in muratura, riguardano:

- la geometria (dimensioni di pareti murarie e rigidezza dei solai);
- i materiali (resistenza dei blocchi e della malta);
- i dettagli costruttivi (immorsamento fra pareti, collegamento fra solai e pareti).

Si assume che le variabili di base X incerte abbiano natura aleatoria (Tabella 13) e che siano modellabili nell'ambito della teoria della probabilità. Si accetterà inoltre che esse siano adeguatamente rappresentabili attraverso una distribuzione di tipo Normale. L'insieme dei parametri θ raccoglie pertanto i momenti (ad es. media e varianza) delle distribuzioni Normali che definiscono le variabili di base X incerte. Tali momenti dovranno essere definiti a partire dalle risultanze sperimentali dell'attività diagnostica in situ mediante metodi statistici, il cui calcolo deve esplicitamente tenere conto anche delle incertezze epistemiche legate alla carenza di informazione, come ad esempio del numero limitato di risultanze sperimentali, ma anche dell'incerta relazione di conversione tra resistenza misurata in situ mediante metodi non distruttivi e resistenza del materiale. Si ritiene che l'ipotesi di distribuzione Normale delle variabili di base X incerte non sia particolarmente restrittiva, dal momento che questo tipo di distribuzione (o l'analoga versione logaritmica) è la più ricorrente nella pratica, e certamente in grado di rappresentare in modo appropriato l'incertezza dei parametri sopra citati.

Tabella 13. Variabili, grandezze associate e natura delle incertezze.

Variabile	Grandezza	Incertezza
Geometria	Dimensioni	Epistémica
Materiali	Resistenza, modulo	Intrinseca, Epistémica
Dettagli costruttivi	Connessioni	Epistémica

Nell'analisi probabilistica l'incertezza sulle variabili di input sono definite attraverso funzioni di densità di probabilità (PDF). Le grandezze statistiche di ognuna sono definite sulla base di robusti database in grado di descrivere con un buon grado di affidabilità le variabili che rappresentano. In questo modo la PDF descrive la probabilità che un particolare parametro di input assume in un intervallo di valori possibili.

Le distribuzioni di probabilità possono essere di due categorie, discrete e continue. Le distribuzioni discrete sono basate su un insieme di valori identificabili, ciascuno dei quali ha una probabilità di accadimento calcolabile. Queste distribuzioni sono utilizzate per modellare parametri che possono assumere solo valori appartenenti ad un limitato insieme, come ad esempio il numero di pareti delle strutture o la presenza/assenza di immorsamento tra pareti.

Le distribuzioni continue vengono utilizzate per rappresentare le variabili che possono assumere qualsiasi valore all'interno di un intervallo definito (dominio), ad esempio la resistenza a compressione della muratura. Le distribuzioni di probabilità continue comunemente usate nella modellazione di variabili aleatorie sono:

- Normale
- Lognormale
- Uniforme

Assegnare la distribuzione più adatta ad ogni singolo parametro di input, dipende da diversi fattori quali, ad esempio, la qualità delle informazioni a disposizione o l'esperienza dell'analista nel riconoscere la distribuzione dei valori di un determinato parametro. La Figura 22 propone uno schema relazionale che consente di associare la distribuzione di probabilità più adeguata alle caratteristiche dei dati raccolti.

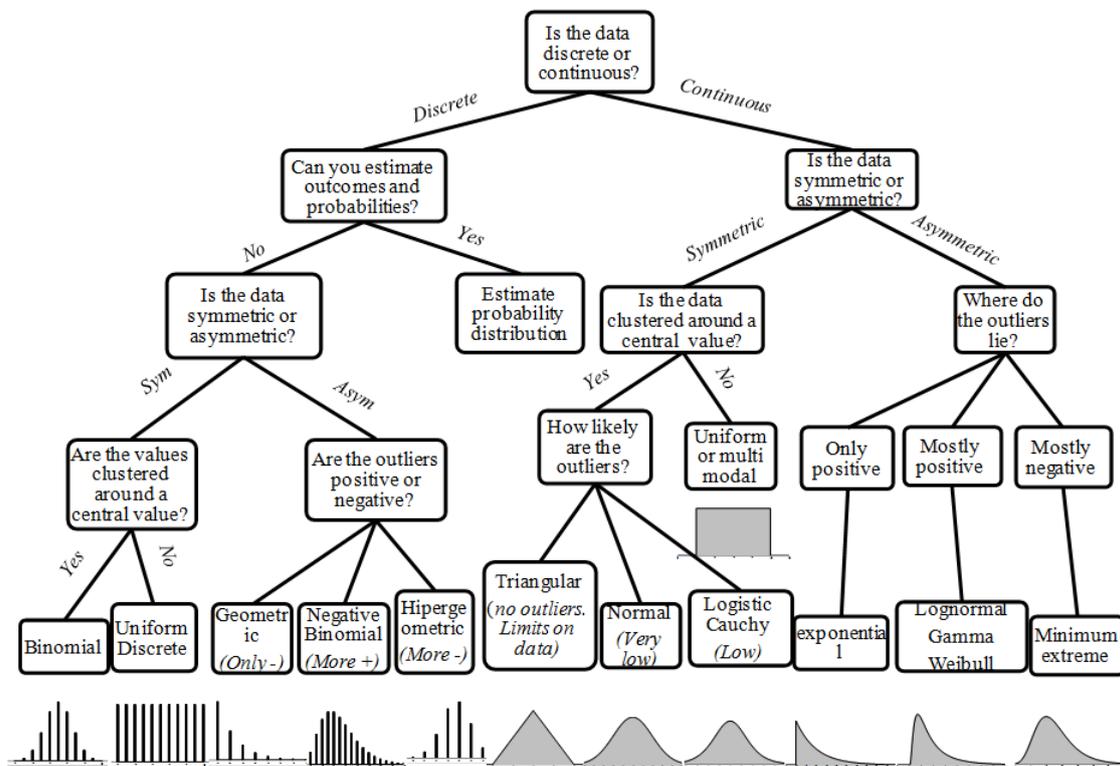


Figura 22. Schema relazionale tra distribuzioni di probabilità e le caratteristiche dei dati raccolti
(Vailati, 2011 [86])

Un livello di conoscenza superiore delle variabili può essere raggiunto riducendo le incertezze epistemiche. Il procedimento di acquisizione dati e conseguente descrizione probabilistica degli stessi si fonda sul teorema di Bayes, cardine del procedimento di inferenza Bayesiana, che insieme all'inferenza classica o frequentista costituisce i due approcci dell'inferenza statistica. Brevemente, il teorema di Bayes fornisce un metodo per modificare il livello di fiducia in una data ipotesi, alla luce di nuova informazione.

Indicando con X l'ipotesi nulla, e con D il dato empirico osservato, il teorema di Bayes può essere enunciato come:

$$P(X|D) = \frac{P(D|X) \cdot P(X)}{P(D)} \quad (86)$$

Tralasciando l'origine dell'ipotesi nulla, essa dovrà comunque essere formulata prima dell'osservazione D . Inoltre, secondo la terminologia della statistica bayesiana:

$P(X)$ è la probabilità a priori;

$P(D|X)$ è la funzione di verosimiglianza, ed è ciò su cui si fonda l'inferenza classica, o frequentista;

$P(D)$ è la probabilità marginale, la probabilità di osservare D , senza alcuna informazione pregressa (è una costante di normalizzazione);

$P(X|D)$ è la probabilità a posteriori di X , dato D ;

Il fattore di scala $P(D|E)/P(E)$ può essere interpretato come una misura dell'impatto che l'osservazione di D ha sul grado di confidenza del ricercatore nell'ipotesi nulla, rappresentato a sua volta dalla probabilità a priori $P(X)$; se è altamente inverosimile che D sia osservato, a meno che X non sia proprio vera, il fattore di scala sarà elevato.

La probabilità (confidenza) a posteriori, di conseguenza, combina le convinzioni che il ricercatore ha a priori con quelle derivanti dall'osservazione del dato empirico. È facile mostrare che $P(X|D)$ è sempre minore o al più uguale a 1, così che le consuete proprietà della probabilità sono soddisfatte.

Abbiamo infatti che:

$$P(D) \geq P(D|X) \cdot P(X)$$

dunque se $P(D) = P(D \wedge X)$, allora $P(X|D) = 1$

In qualunque altro caso la probabilità a posteriori sarà strettamente minore di 1.

In sostanza, l'approccio bayesiano è in grado di fornire un modello sempre più affidabile, al crescere delle informazioni raccolte sulle variabili che si vogliono descrivere in termini aleatori.

3.3 Metodo di campionamento Monte Carlo

Il Metodo Monte Carlo fa parte della famiglia dei metodi statistici non parametrici. È utile per superare i problemi computazionali legati ai test esatti (ad esempio i metodi basati sulla distribuzione binomiale e calcolo combinatorio, che per grandi campioni generano un numero di permutazioni eccessivo).

Il metodo è usato per trarre stime attraverso simulazioni. Si basa su un algoritmo che genera una serie di numeri tra loro incorrelati, che seguono la distribuzione di probabilità che si suppone abbia il fenomeno da indagare. L'incorrelazione tra i numeri è assicurata da un test chi quadrato. La simulazione Monte Carlo calcola una serie di realizzazioni possibili del fenomeno in esame, con il peso proprio della probabilità di tale evenienza, cercando di esplorare in modo denso tutto lo spazio dei parametri del fenomeno. Una volta calcolato questo campione casuale, la simulazione esegue delle 'misure' delle grandezze di interesse su tale campione. La simulazione è ben eseguita

se il valore medio di queste misure sulle realizzazioni del sistema converge al valore vero. L'algoritmo Monte Carlo è un metodo numerico molto utile, come nel nostro caso, quando si devono trovare le soluzioni a problemi matematici, con molte variabili e che non possono essere risolti facilmente, per esempio con il calcolo integrale.

È importante sottolineare che l'efficienza di questo metodo aumenta, rispetto agli altri sistemi, quando la dimensione del problema cresce; quando il numero di campioni (n) tende ad infinito ($n \rightarrow \infty$), i risultati convergono al valore esatto. Pertanto l'affidabilità delle analisi svolte cresce all'aumentare del numero di simulazioni effettuate. Il metodo è certamente molto potente ma necessita di un tempo di calcolo elevato per eseguire analisi accurate, il che equivale a dire con un elevato numero di simulazioni (par. 3.6).

Il metodo si articola secondo la sequenza di operazioni seguenti:

- Per ogni parametro viene estratto un valore dalla distribuzione associata;
- Si valuta la risposta del sistema con un modello matematico le cui variabili assumono i valori campionati al punto precedente;
- Si archivia in un database l'esito delle analisi svolte.

L'algoritmo precedente viene ripetuto per n volte, in cui n è il numero di campioni estratti dalle m variabili di input. Per un numero n di simulazioni sufficientemente elevato, la distribuzione dei valori campionati approssima con ottima precisione la PDF di input assegnata a priori. Si immagini, in proposito, che una variabile di input venga modellata con una distribuzione normale con media 10 e deviazione standard 2,5; il numero di campionamenti n da eseguire per ottenere una risposta affidabile del modello, è quello per la quale si otterrebbe una distribuzione in output della stessa variabile con media e deviazione standard approssimativamente pari a quelli di partenza.

Come appena esposto, la risposta del sistema è rappresentativa se le grandezze statistiche delle variabili campionate sono confrontabili con quelle delle PDF assegnate in input. In questo svolge un ruolo fondamentale la scelta del numero di iterazioni richieste, che deve essere sufficientemente grande da ricreare la distribuzione di input attraverso il campionamento.

Nell'analisi Monte Carlo, i tipi di campionamento maggiormente impiegati sono:

- Monte Carlo
- Latin hypercube

Il campionamento Monte Carlo è una tecnica che si basa sull'estrazione casuale di un valore da una distribuzione assegnata. I campioni, naturalmente, hanno più probabilità di essere estratti in zone della distribuzione che hanno maggior densità di probabilità (Figura 23). Con un numero sufficiente di iterazioni, il campionamento Monte Carlo "ricrea" le distribuzioni di input. È possibile che possa crearsi un problema di clustering qualora venga eseguito un piccolo numero di iterazioni. In virtù di ciò è importante dedicare un tempo sufficientemente lungo nella fase iniziale dello studio, al fine di valutare il corretto valore da associare al parametro n di campionamenti.

Il campionamento Latin Hypercube, o LHS, è utilizzato nella maggior parte dei software di simulazione per l'analisi del rischio. Esso utilizza una tecnica nota come "campionamento stratificato senza sostituzione", e si esegue nel modo seguente:

- La PDF è suddivisa in n intervalli di uguale probabilità, dove n è il numero di iterazioni da eseguirsi sul modello. Le bande sono visibilmente più ampie verso le code della PDF nel tratto discendente, come mostrato nella (Figura 23);
- Nella prima iterazione, uno degli intervalli compreso tra 1 ed n viene selezionato con un generatore casuale di numeri;
- Un secondo numero casuale viene generato per determinare dove, all'interno di tale intervallo, $F(x)$ dovrebbe trovarsi; un metodo alternativo, più conveniente dal punto di vista computazionale, consiste nell'utilizzare la seconda metà dell'intervallo $[1, n]$ ottenuto al punto precedente, poiché in tal modo si riduce il tempo necessario al campionamento;
- $X = G(F(x))$ è calcolata per il valore di $F(x)$;
- I passi precedenti vengono ripetuti per le iterazioni successive, ma l'intervallo utilizzato nelle precedenti iterazioni vengono eliminati dall'insieme selezionabile e pertanto il campionamento non può più avvenire in essi (campionatura con memoria).

Poiché il numero di iterazioni n è anche il numero di intervalli, ogni intervallo viene campionato solo una volta e la distribuzione di output sarà riprodotta con uniformità prevedibile nella gamma di $F(x)$.

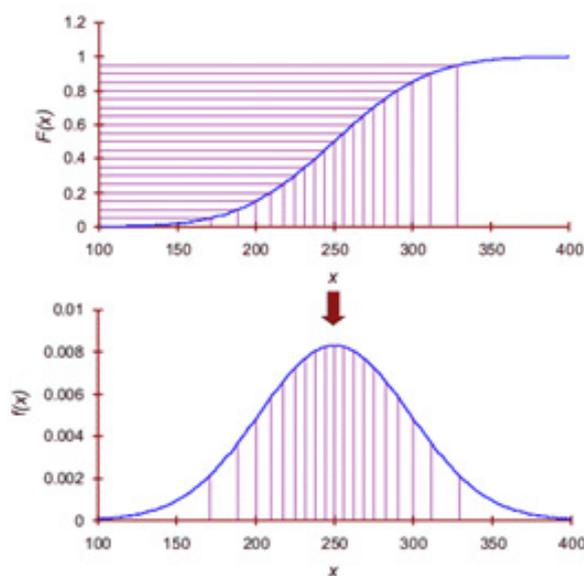


Figura 23. Funzione di distribuzione cumulata (in lato) e funzione di densità di probabilità (in basso) di una distribuzione normale

Una delle differenze più importanti tra gli approcci consiste nel fatto che l'LHS ha una "memoria" e il campionamento Monte Carlo no. Ciò vuol dire che in quest'ultimo possono presentarsi più campioni dello stesso valore. Di questo è importante tener conto quando si analizzano le caratteristiche delle variabili che si vogliono campionare. Altro aspetto affatto trascurabile è il tempo di elaborazione della campionatura, brevemente menzionato e motivato al punto 3 della

precedente lista. Il miglioramento offerto dal LHS sulla simulazione Monte Carlo è mostrato nella successiva Figura 24, dove è raffigurato il valore medio dei campioni in relazione al numero di iterazioni completate con entrambe i metodi di campionamento. I grafici così ottenuti si riferiscono a una distribuzione normale con il valore medio uguale a 1 e deviazione standard pari a 0,1. La simulazione è stata fatta per 100 iterazioni utilizzando i metodi di campionamento Monte Carlo e LHS. Come mostrato dalla Figura 24, si osserva che la curva LHS raggiunge la convergenza in circa 60 iterazioni mentre la Monte Carlo è ancora lontano dalla convergenza dopo 100 iterazioni. Ciò significa che il campionamento LHS consente un risparmio di tempo pari ad almeno il 40% rispetto al metodo Monte Carlo.

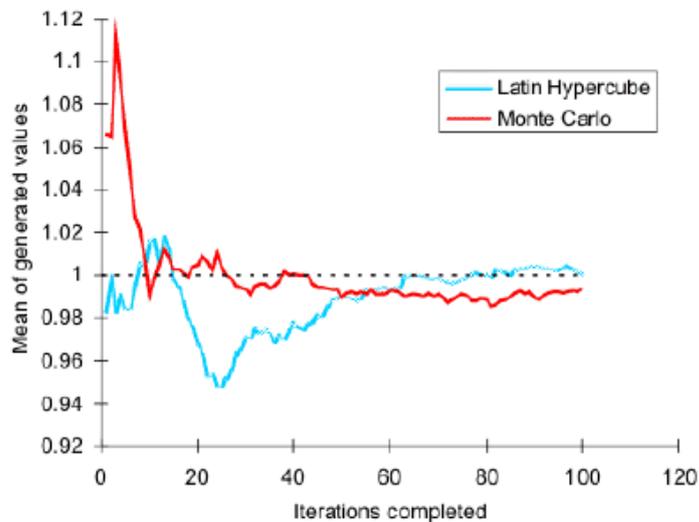


Figura 24. Variazione della media al variare del numero di iterazione con Monte Carlo e campionamento LHS.

3.4 Analisi di sensitività

Si definisce analisi di sensitività, quel processo attraverso il quale è possibile studiare la variazione della risposta di un modello (output) al variare di uno o più fattori di input (variabili) e determinare quali fattori siano o non influenti e con che peso.

I motivi per cui si esegue un'analisi di sensitività sono molteplici:

- È possibile valutare quali siano le variabili di input che influenzano maggiormente la variazione dell'output e quali invece richiedono ulteriori studi al fine di migliorarne la conoscenza di base ;
- È possibile individuare le variabili poco significative del modello. Si considerano poco significativi quei parametri la cui variazione non produce cambiamenti rilevanti nell'output. Nel caso in cui il modello risultasse complesso tutte quelle variabili poco significative potrebbero essere trascurate;
- È possibile valutare se e quali variabili interagiscano tra di loro.
- Determinare le ragioni di ottimo all'interno dello spazio delle variabili per un successivo updating.

Eseguite le simulazioni sulle variabili stocastiche in input, si pone il problema di valutare l'incidenza di ognuna sulla risposta globale. Per far questo sono necessarie alcune operazioni sulle distribuzioni di dati in input ed output, di cui si riporta una sintesi:

1. Calcolo di mediana e deviazione standard dei campioni in input ($M_{ei,1}$, $\sigma_{t,1}$);
2. Creazione di un subset per ogni input contenente le sole iterazioni che raggiungono l'obiettivo prefissato;
3. Calcolo della mediana per ogni subset ($M_{ei,3}$);
4. Confronto tra la differenza delle mediane di cui al punto 1 e 3 e la deviazione standard del punto 1 per ogni input;

Se:

$$\Delta_t = |M_{ei,1} - M_{ei,3}| \geq \frac{\sigma_{t,1}}{2} \quad (87)$$

allora l'input incide significativamente sulla risposta. I punti da 1 a 4 vengono ripetuti per ogni variabile del problema.

Al termine delle iterazioni si dispone di un sottoinsieme dei parametri di partenza, ad ognuno dei quali è associato un valore che corrisponde alla variazione prodotta sul parametro di controllo, quando la variabile di input subisce un incremento di $+\sigma$.

Naturalmente ogni variabile può incidere positivamente o negativamente sull'esito della verifica, di cui il parametro di controllo è uno stimatore, quindi è anche possibile che ad una variazione di $+\sigma$ corrisponde una variazione negativa del parametro di controllo.

3.5 Caratteristiche delle US adottate nelle simulazioni

Le analisi probabilistiche sono state effettuate su un caso esempio di aggregato edilizio composto da cinque unità strutturali (US).

In questo paragrafo verranno sintetizzate le caratteristiche delle US scelte per la valutazione:

- US1: struttura regolare in pianta, forma rettangolare di dimensioni 12x5 m ed è composta di 4 piani con un'altezza complessiva di 14,5 m. Le pareti portanti in muratura sono dieci e sono interamente realizzate con muratura in pietra irregolare (Figura 25).
- US2: stessa struttura in pianta dell'US1 ma presenta solo tre piani in altezza (Figura 26).
- US3: struttura irregolare in pianta ed è composta di 2 piani in alzata con un'altezza totale di 7,5 m. La struttura portante in muratura è composta da sedici pareti (Figura 27).
- US4: struttura regolare in pianta, dimensioni 15X10 ed è irregolare in elevazione poiché l'ultimo dei tre livelli, il terzo, ha estensione ridotta rispetto a quelli inferiori. La struttura portante in muratura è composta da diciotto pareti (Figura 28).
- US5: stessa struttura della US4 ma è regolare in elevazione (Figura 29).

Lo spessore delle pareti è comune a tutte le US ed è pari a 0,5 m al piano terra e al primo piano, e di 0,4 m al secondo e terzo piano. Il carico permanente è 5 KN/m^2 , mentre il carico accidentale è pari a 2 KN/m^2 . Le analisi sono state effettuate con tre modellazioni differenti, distinte con le lettere A, B, B1. Nel modello "A" si ipotizza che le pareti longitudinali non siano connesse a quelle ortogonali e pertanto la sezione resistente abbia forma ad I; nel modello "B" si ipotizza che le pareti longitudinali abbiano una buona connessione con quelle ortogonali, venendo pertanto a configurarsi una sezione resistente a T. Nel modello "B1" si considera una qualità della connessione come per il precedente modello B, ma si considera una capacità per lo spostamento ultimo a pressoflessione pari al doppio. Per rendere l'idea del consistente numero di analisi svolte e pertanto dell'elevato numero di casi analizzati e con esso dell'elevata rappresentatività del campione analizzato, si tenga conto Considerando che sono state analizzate 5 US, con 4 differenti tipologie murarie, differenziate in tre modelli e in entrambe le direzioni, si è realizzato un totale di 120 analisi e 1.200.000 strutture campionate.

Tabella 14. Sintesi delle US studiate, con indicazione delle tipologie murarie adottate e corrispondenti resistenze medie. Nell'ultima colonna di destra i modelli meccanici di connessione utilizzati.

US	PIANTA	MURATURA	F_m	MODELLO
1	<p>SU1</p>	M1	1000-1800	A;B;B1
		M2	1400-2400	A;B;B1
		M3	2000-3000	A;B;B1
		M4	2600-3800	A;B;B1
2	<p>SU2</p>	M1	1000-1800	A;B;B1
		M2	1400-2400	A;B;B1
		M3	2000-3000	A;B;B1
		M4	2600-3800	A;B;B1
3	<p>SU3</p>	M1	1000-1800	A;B;B1
		M2	1400-2400	A;B;B1
		M3	2000-3000	A;B;B1
		M4	2600-3800	A;B;B1

4		M1	1000-1800	A;B;B1
		M2	1400-2400	A;B;B1
		M3	2000-3000	A;B;B1
		M4	2600-3800	A;B;B1
5		M1	1000-1800	A;B;B1
		M2	1400-2400	A;B;B1
		M3	2000-3000	A;B;B1
		M4	2600-3800	A;B;B1

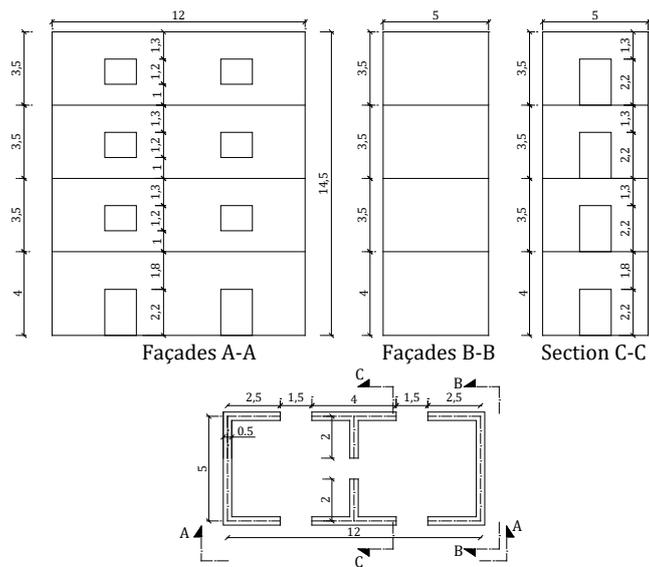


Figura 25. Pianta tipo, prospetti del caso studio US1.

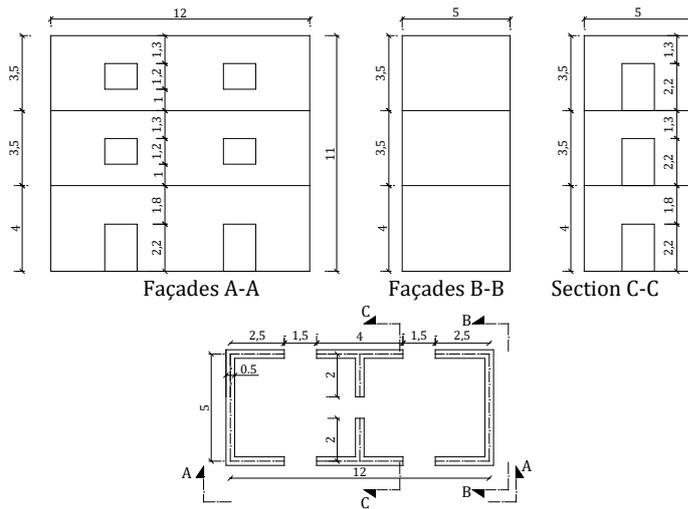


Figura 26. Pianta tipo, prospetti del caso studio US2.

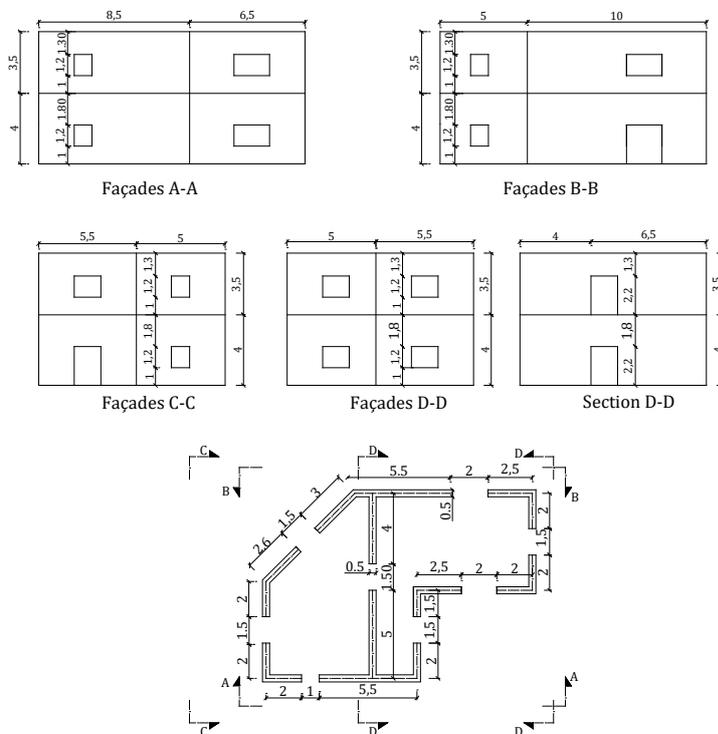


Figura 27. Pianta tipo, prospetti del caso studio US3.

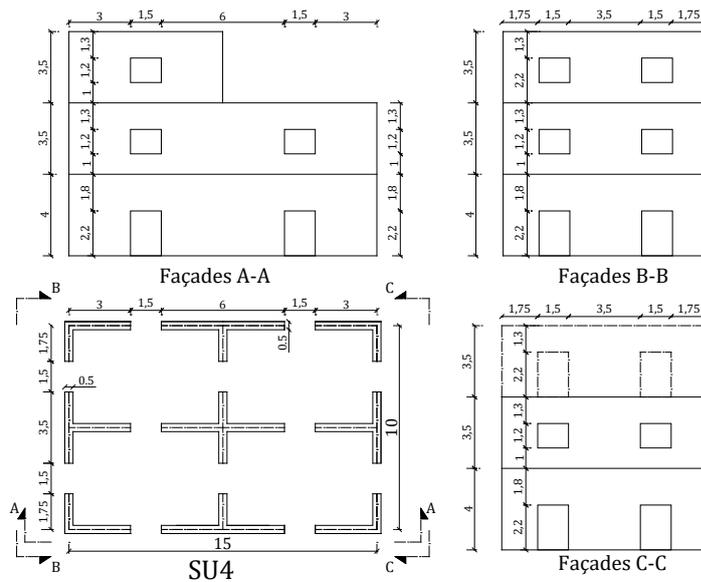


Figura 28. Pianta tipo, prospetti del caso studio US4.

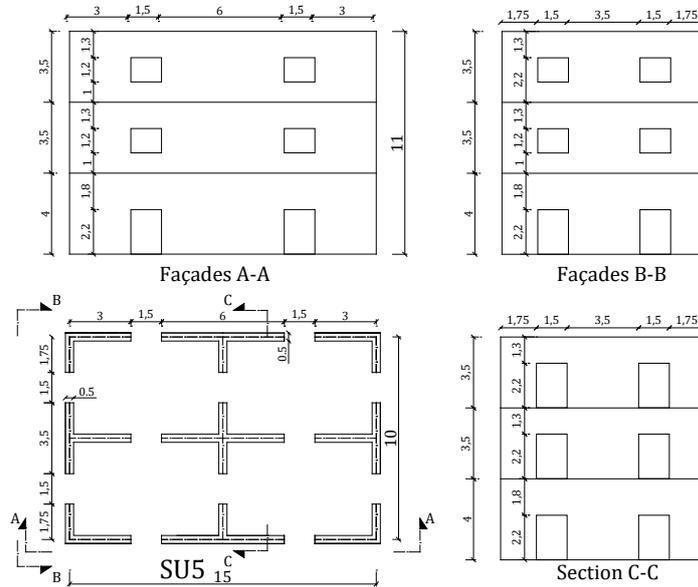


Figura 29. Pianta tipo, prospetti del caso studio US5.

3.6 La realizzazione delle simulazioni

Le simulazioni vengono eseguite con una applicazione specialistica caricata in ambiente Excel, che utilizza una procedura di calcolo non lineare implementata in un foglio di calcolo sviluppato ad hoc. Le operazioni fondamentali eseguite dal software possono condensarsi in due fasi:

1. La prima, in cui si seleziona un set di valori per le funzioni di distribuzione di probabilità contenute nelle celle, cui fanno riferimento le formulazioni adottate nella procedura di calcolo adottata;
2. Calcolo l'esito per ogni nuovo set di valori assunto in input.

La fase di selezione dei valori a partire dalle PDF è nota come campionatura, mentre l'esecuzione della procedura di calcolo non lineare per ogni assegnato set di valori è denominata iterazione.

La procedura è articolata al suo interno secondo lo schema a blocchi riportato in Figura 30 e brevemente spiegato nei successivi punti:

- Definizione dei parametri di input del problema, raggruppati per categorie (dati generali, materiali, geometria, rischio sismico) e assegnazione delle funzioni densità di probabilità;
- Controllo delle condizioni di ogni parete e definizione del sistema resistente;
- Esecuzione della procedura non lineare semplificata e calcolo delle grandezze di output, in particolare di capacità e domanda in spostamento (C) e del periodo fondamentale di vibrazione (T).

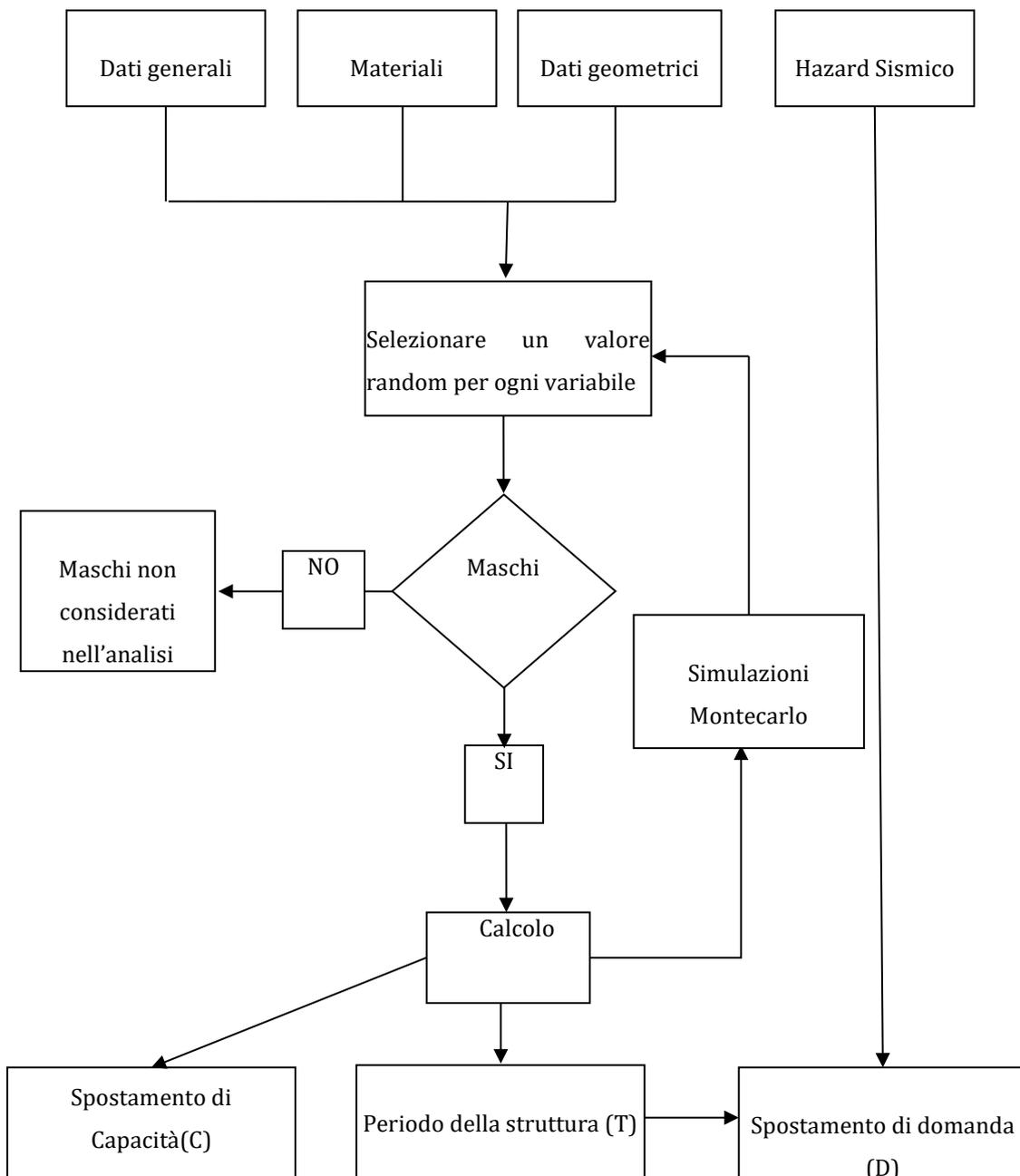


Figura 30. Diagramma di flusso della procedura di Analisi Montecarlo

Le analisi di sensitività sulle US di esempio sono state condotte utilizzando un programma di calcolo che permette di scegliere due metodi per il campionamento dei dati, come spiegato nel par. 3.3: a) Monte Carlo, b) latin Hypercube. Abbiamo già visto, nei paragrafi precedenti, che l'accuratezza del risultato dipende dal numero di iterazioni e i due metodi differiscono per un aspetto sostanziale nell'ambito della ricerca condotta. Si ricorda, infatti, che il campionamento latin Hypercube è del tipo "senza ripetizioni", e che pertanto esclude da campionamenti successivi valori selezionati nelle precedenti iterazioni. È evidente che questo non riproduce la realtà che si sta simulando, pertanto il metodo Monte Carlo è apparso naturalmente più adatto agli scopi del presente lavoro. Il numero sufficiente di iterazioni viene stabilito in relazione al grado di convergenza della soluzione; il numero di partenza è stato fissato a 16000, monitorando la convergenza della media e della deviazione standard delle variabili di ingresso. Nelle successive figure sono mostrate l'analisi della convergenza della media e della deviazione standard con l'aumentare del numero di iterazioni per alcune variabili di input.

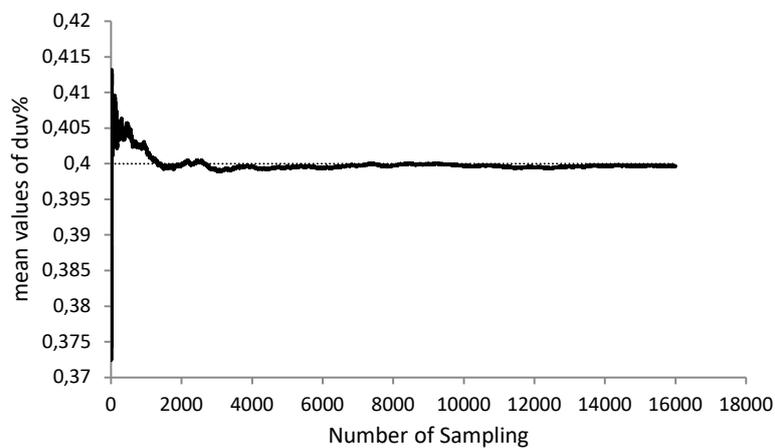


Figura 31. Convergenza della media dello spostamento ultimo per taglio diagonale

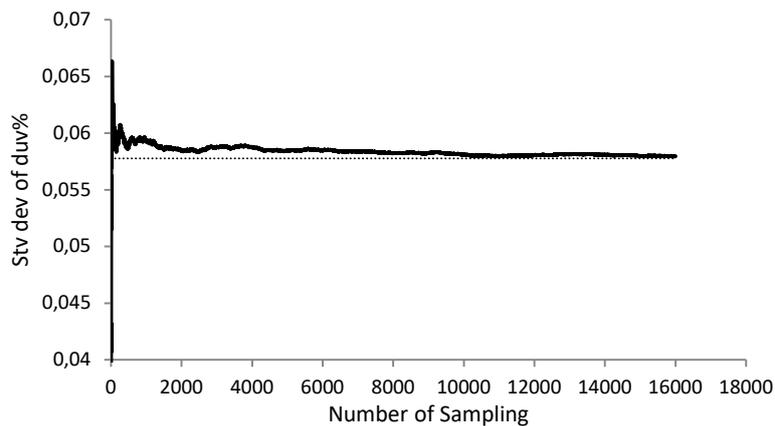


Figura 32. Convergenza della deviazione standard dello spostamento ultimo per taglio diagonale

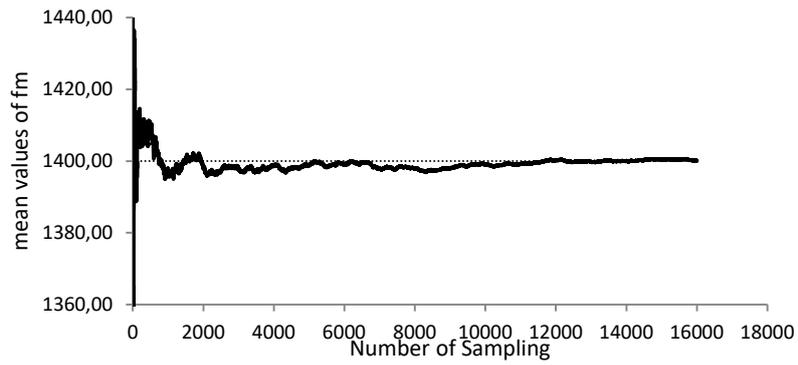


Figura 33. Convergenza della media della resistenza a compressione f_m della muratura

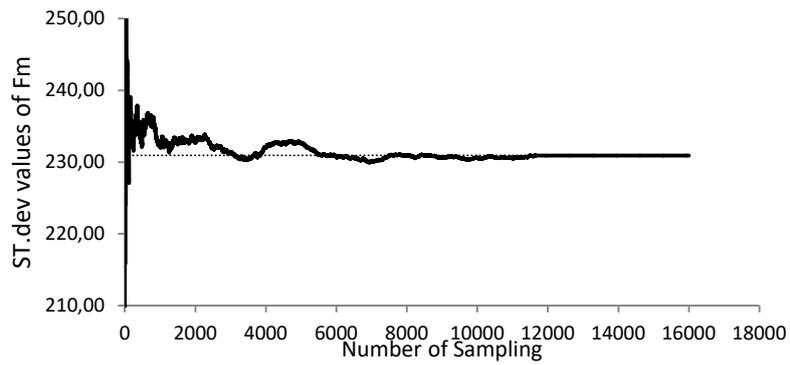


Figura 34. Convergenza della deviazione standard della resistenza a compressione f_m della muratura

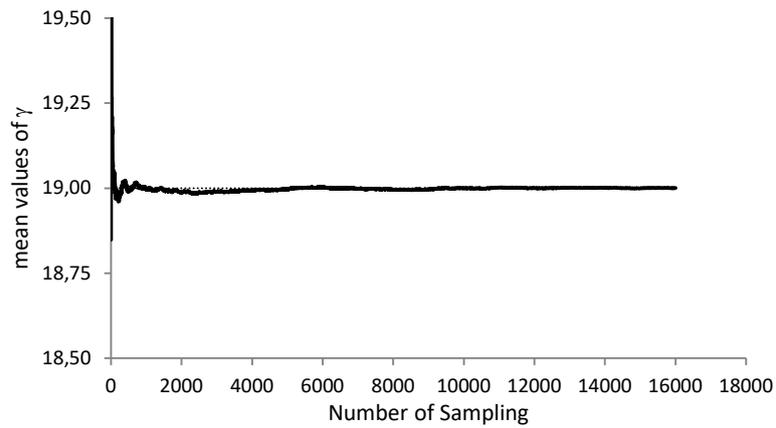


Figura 35. Convergenza del valore medio del peso specifico della muratura

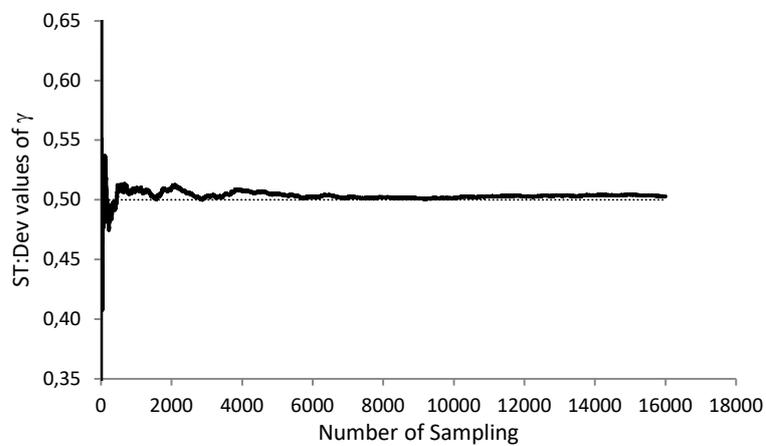


Figura 36. Convergenza della deviazione standard del peso specifico della muratura

Dai risultati mostrati, si può osservare che la deviazione standard necessita di un campionamento di dati maggiore per ottenere un livello di convergenza accettabile, rispetto a quello necessario per il valore medio. La maggior parte delle variabili di input ha bisogno di 8000, 9000 iterazioni per giungere a convergenza; alcune di esse, come lo spostamento ultimo per taglio o la resistenza a compressione della muratura, richiedono un numero maggiore di iterazione per giungere ai livelli di convergenza delle altre; tuttavia già in corrispondenza della soglia di 10000 iterazioni, la convergenza si ritiene accettabile. Lo studio effettuato ha consentito di stabilire il numero di campionamenti necessario e sufficiente per ottenere risultati di sensitività affidabili, evitando di impiegare tempi di elaborazione eccessivi che non producono sensibili miglioramenti sui risultati.

3.7 Distinzione tipologica delle variabili di input delle US. Gruppi, modelli di distribuzione, grandezze statistiche

Il primo passo per implementare una simulazione Monte Carlo è quello di individuare un intervallo di variazione realistica per ogni variabile di input che verrà utilizzata nel modello numerico per eseguire le analisi di sensitività. Le fonti di incertezza sono varie, molte delle quali sono legate alla variabilità dei parametri meccanici del materiale, la geometria della struttura e anche ai carichi. Altre fonti di incertezza sono il modello adottato che descrive il comportamento degli elementi della struttura e i rischi associati.

Una classificazione delle variabili di ingresso per tipologia di incertezza è mostrata nella Tabella 15. La Tabella 16, mostra tutte le incertezze, distinte per categorie, i relativi modelli di distribuzione e le grandezze statistiche associate, utilizzate nello specifico nell'analisi del caso studio.

Tabella 15. Categorie di variabili e parametri associati. Nella colonna di destra il tipo di incertezza associata ad ognuno.

Categorie delle variabili	Parametri associati	Incetnze
Generali	Dati generali, carichi	Epistemiche
Geometria	Dimensioni	Epistemiche
Materiali	Resistenze, modulo	Intrinseche, Epistemiche
Dettagli costruttivi	Connessioni	Epistemiche
Pericolosità sismica	Spettro di risposta in accelerazione	Epistemiche

Tabella 16. Incertezze globali e locali, modelli di distribuzione e statistiche associate

Categorie	Variabili	Distibuzioni	Correlazione	Min	Max	Media	σ		
Dati generali	$d_{u\%}$	Uniforme	No	0.3	0.7	0.4	0.057		
	$d_{t\%}$	Uniforme	No	0.5	0.6	0.6	0.057		
	η	Discreta	No	0.75	0.75	0.75			
	$G_k(KN/m^2)$	Normale	No			5			
	$Q_k(KN/m^2)$	Gamma	No			2			
Materiali	M1	$f_m(KN/m^2)$	caso1	Lognormale	No	1000		0.29	
			caso2	Lognormale	No			0.29	
			caso3	Lognormale	No			1400	0.29
			caso4	Lognormale	No				0.29
			caso5	Lognormale	No		1800		0.29
		$\tau(KN/m^2)$	caso1	Lognormale	Si	20			0.24
			caso2	Lognormale	Si				0.24
			caso3	Lognormale	Si			26	0.24
			caso4	Lognormale	Si				0.24
			caso5	Lognormale	Si		32		0.24
		$E(KN/m^2)$	caso1	Lognormale	Si	690000			0.21
			caso2	Lognormale	Si				0.21
			caso3	Lognormale	Si			870000	0.21
			caso4	Lognormale	Si				0.21
			caso5	Lognormale	Si		1050000		0.21
		$G(KN/m^2)$	caso1	Lognormale	Si	230000			0.21
			caso2	Lognormale	Si				0.21
			caso3	Lognormale	Si			290000	0.21
			caso4	Lognormale	Si				0.21
			caso5	Lognormale	Si		350000		0.21
	$\gamma(KN/m^3)$	Normale	No			19	0.5		
	M2	$f_m(KN/m^2)$	caso1	No	1400			0.27	
			caso2	No				0.27	
			caso3	No			1900	0.27	
			caso4	No				0.27	
			caso5	No		2400		0.27	
		$\tau(KN/m^2)$	caso1	Si	28				0.20
			caso2	Si					0.20
			caso3	Si			35		0.20
			caso4	Si					0.20
			caso5	Si		42			0.20
		$E(KN/m^2)$	caso1	Si	900000				0.17
			caso2	Si					0.17
			caso3	Si			1080000		0.17
			caso4	Si					0.17
			caso5	Si		1260000			0.17
		$G(KN/m^2)$	caso1	Si	300000				0.17
			caso2	Si					0.17
			caso3	Si			360000		0.17
			caso4	Si					0.17
			caso5	Si		420000			0.17
	$\gamma(KN/m^3)$	Normale	No			16	0.5		
	M3	$f_m(KN/m^2)$	caso1	No	2000			0.20	
			caso2	No				0.20	
			caso3	No			2500	0.20	
			caso4	No				0.20	
			caso5	No		3000		0.20	
		$\tau(KN/m^2)$	caso1	Si	35				0.19
			caso2	Si					0.19
			caso3	Si			43		0.19
			caso4	Si					0.19
			caso5	Si		51			0.19
		$E(KN/m^2)$	caso1	Si	1020000				0.17
			caso2	Si					0.17
			caso3	Si			1230000		0.17
			caso4	Si					0.17
			caso5	Si		1440000			0.17
		$G(KN/m^2)$	caso1	Si	340000				0.17
			caso2	Si					0.17
			caso3	Si			410000		0.17
			caso4	Si					0.17
			caso5	Si		480000			0.17
	$\gamma(KN/m^3)$	Normale	No			20	0.5		
	M4	$f_m(KN/m^2)$	caso1	No	2600			0.19	
			caso2	No				0.19	
			caso3	No			3200	0.19	
			caso4	No					0.19
			caso5	No		3800		0.19	
		$\tau(KN/m^2)$	caso1	Si	56				0.14
			caso2	Si					0.14
			caso3	Si			65		0.14
			caso4	Si					0.14
			caso5	Si		74			0.14
		$E(KN/m^2)$	caso1	Si	1500000				0.14
			caso2	Si					0.14
			caso3	Si			1740000		0.14
			caso4	Si					0.14
			caso5	Si		1980000			0.14
		$G(KN/m^2)$	caso1	Si	500000				0.14
			caso2	Si					0.14
			caso3	Si			580000		0.14
			caso4	Si					0.14
			caso5	Si		660000			0.14
	$\gamma(KN/m^3)$	Normale	No			21	0.5		
	Geometria	Errore % L	Normale	No	-5%	5%		2.5	
		Errore % t	Normale	No	-10%	10%		5	
		Errore % h	Normale	No	-10%	10%		5	
		t(m)	uniforme	No	0.4-0.5	0.4-0.5	0.4-0.5	0.029	
		z T	uniforme	No	0.875	0.875	0.875	0.072	
		z G	uniforme	No	0.5	0.5	0.5	0.087	
	Hazard Sism	Se(g) per ogni periodo	Lognormale	No					

I parametri della Tabella 16. Incertezze globali e locali, modelli di distribuzione e statistiche associate assumono il significato seguente:

$d_{u,v}$	spostamento ultimo per taglio diagonale;
$d_{u,f}$	spostamento ultimo a pressoflessione;
α	fattore di riduzione della rigidezza per la stima di danno e degrado;
G_k, Q_k	carichi permanenti e accidentali;
f_m, τ	resistenza a compressione e taglio della muratura;
E, G	modulo elastico longitudinale e tangenziale;
γ	peso specifico della muratura;
$L\%, t\%$	errore percentuale sulla misura della lunghezza e spessore, rispetto al valore medio;
$H\%$	errore percentuale sulla misura dell'altezza tra i piani, rispetto al valore medio;
t	spessore della muratura;
ζ_T	punto di momento nullo nell'ultimo piano;
ζ_G	punto di momento nullo nel piano generico;
η	variabile binaria uguale a 0 quando l'anima del muro è connesso all'ala, pari ad 1 in caso contrario;
$Se(g)$	spettro elastico in accelerazione per ciascun periodo.

3.8 Variabili generali

A questa categoria appartengono tutti quei dati che interessano le strutture in muratura, in questo caso la US, nella sua globalità; variabili di questo tipo possono essere la deformazione ultima per taglio diagonale o per pressoflessione delle pareti, o anche il parametro che tiene conto del danneggiamento corrente della struttura.

3.8.1 Carichi

Nella tesi, si assume che anche i carichi permanenti e variabili siano riconducibili alla categoria delle variabili generali. I valori dei carichi variabili sono desunti dalla normativa (NTC08 0) in relazione alla destinazione d'uso del fabbricato.

L'Eurocodice, 2005[34], nella sezione relativa agli effetti delle azioni sulle costruzioni, suggerisce di rappresentare il carico permanente con una distribuzione normale. Invece, i carichi i variabili sono stati modellati utilizzando una "distribuzione gamma", coerente con la natura intrinseca di tali carichi (distribuzione valori estremi). I valori di riferimento per la media e la varianza sono stati presi in base alle raccomandazioni AIJ per carichi sugli edifici (Architectural Institute of Japan, 1996[4]).

3.8.2 Degrado delle proprietà meccaniche

Per tener conto della fessurazione presente in ogni struttura esistente, la cui costruzione spesso risale a decine di anni fa se non ad alcuni secoli, il modulo elastico E e quello tangenziale G del materiale vengono ridotti convenzionalmente del 50%, come prescritto dall' NTC08[73]. Valutazioni a riguardo sono contenute in recenti lavori che contengono stime dei rapporti più rappresentativi della rigidezza in opera. Ad esempio in (Rota et Al, 2013[81]) sono considerati tre valori del rapporto della rigidezza fessurata pari a 50%, 75%, 100%. Nel presente report sono stati utilizzati cinque valori del rapporto di rigidezza fessurata rispetto alla rigidezza iniziale, assumendo una distribuzione discreta di cinque intervalli con valori del 50%, 65%, 75%, 85%; 100% e probabilità di accadimento rispettivamente pari al 5%, 20%, 40%, 30% e 5%. Si noti come alla distribuzione del 50% sia associata una probabilità piuttosto bassa, pur trattandosi di quella più adottata nella pratica e suggerita dalla stessa norma; ciò significa che tale rapporto può essere considerato un estremo inferiore e pertanto poco ricorrente. Per la distribuzione al 100% le considerazioni sono analoghe, ma tale valore va considerato come estremo superiore e, come in precedenza, poco ricorrente. Le risultanze di questi dati, darebbero ragione ai professionisti che nella pratica riscontrano che i valori riportati in tabella NTC08 più bassi rispetto ai risultati del test sperimentali. Pertanto, dallo studio dei risultati sperimentali contenuti in (Rota et Al, 2013[81]; Costa et Al, 2011[25]) e (Mandirola et Al, 2012[59]), possiamo dedurre che la distribuzione al 75% sia la più ricorrente. Il range di variabilità viene completato aggiungendo ai tre intervalli desunti da (Rota et Al, 2013 [81]), altri due al 65% e 85%, pari alla media tra il 50% e 75%, e il 75% e il 100%.

3.8.3 Capacità in spostamento

Per i meccanismi di taglio diagonale e pressoflessione, le NTC08[73] suggeriscono una soglia rispettivamente pari allo 0,4% e 0,6% dell'altezza. Sono state effettuate prove sperimentali per la valutazione della capacità nel piano degli elementi strutturali in muratura, utilizzando diversi tipi di pareti murarie non rinforzate sottoposte a forze cicliche nel piano (Magenes & Penna , 2011[56]). Le risultanze riportano per il primo meccanismo un range di variabilità compreso tra 0,18% e 0,69%, mentre per il secondo un range tra 0,55 e 2%; il range di variabilità è legato al tipo di muratura utilizzato di volta in volta nei test. In (Salmanpour et Al, 2013[84]) sono stati presentati studi analitici di sperimentazioni precedenti riguardanti la capacità di deformazione delle pareti in muratura non rinforzate sottoposte a carico nel piano. I valori medi della capacità ultima in spostamento per pareti caratterizzate da meccanismi di collasso per flessione, ibride e a taglio sono stati rispettivamente 1,21%, 0,96% e 0,40%, dell'altezza del pannello; la capacità ultima in spostamento di pareti con modalità di collasso per taglio varia tra 0,14% e 0,78%, con un valore medio di 0,40%, mentre la massima capacità di scorrimento di pareti con modalità di collasso per flessione varia tra 0,4% e 2,8%. Generalmente, la capacità deformativa delle pareti in muratura è influenzata non solo dal meccanismo di collasso, ma anche da altri fattori, quali i materiali, la geometria, il livello di compressione. I risultati riportati in precedenza dipendono solo dai

meccanismi di collasso. Per questo motivo la dispersione ottenuta nei risultati in termini di capacità massima è elevata. In (Calvi & Magenes, 1997 [18]) sono state condotte prove sperimentali quasi statiche su pannelli in muratura mattoni ed è stato notato che lo spostamento ultimo al collasso per taglio è uniforme.

Nel presente lavoro si assume che gli spostamenti ultimi siano rappresentati da una distribuzione uniforme, anche come conseguenza del limitato database disponibile. I valori minimi e massimi in spostamento utilizzati come lower e upper bound della distribuzione adottata, sono pari allo 0,3-0,5% per taglio diagonale e 0,5-0,7% per pressoflessione.

3.8.4 Geometria

Eseguendo misurazioni di una qualsiasi grandezza fisica si commettono inevitabilmente errori, caratteristiche geometriche quali, lunghezza, spessore e l'altezza dell'edificio sono soggette ad un'incertezza legata all'errore dello strumento di misura. Di conseguenza il valore ottenuto per la grandezza misurata non è mai esattamente uguale al suo vero valore, che non potrà perciò mai essere noto con precisione arbitrariamente grande. Anche se si ripete la misura della stessa grandezza col medesimo strumento, nelle medesime condizioni ed seguendo la medesima procedura, la presenza delle varie cause di errore produce delle differenze casuali tra il valore misurato ed il valore vero. Differenze variabili da una misura all'altra, ed nel nostro caso errori prodotti in alcuni casi dall'impossibilità di misurare direttamente l'elemento. In conseguenza di ciò, i risultati di queste misure fluttueranno in maniera casuale in un certo intervallo: la cui ampiezza è stata stabilita per ciascuna caratteristica anche in base all'esperienza. Compito della teoria dell'errore è appunto quello di stimare l'errore presumibilmente commesso nell'atto della misura, a partire dai dati sperimentali stessi.

Per stimare i valori "reali" delle tre caratteristiche geometriche si è considerato un errore legato allo strumento di misura, questo, in genere è riprodotto dalla curva degli errori, rappresentata da una distribuzione normale a media nulla.

Quindi, il valore della misura "reale" si ottiene applicando l'errore di misura al valore rilevato:

$$E_d = E_m \pm E_m \cdot \frac{err}{100} \quad (88)$$

in cui:

E_m è il valore misurato

E_d è il valore considerato nelle analisi

L'errore applicato su lunghezza, spessore e altezza, è stato scelto sulla base dell'esperienza; questi valori rappresentano le medie di errori che saranno applicati a tutti gli elementi indistintamente; mentre nel caso generale, questo errore cambia da elemento a elemento grazie alla possibilità di avere una misurazione accurata.

Per quanto riguarda lo spessore della muratura oltre all'errore applicato è stato attribuito un altro tipo di variazione. Nella maggior parte dei manufatti in muratura è presente una certa rastremazione dello spessore dei maschi murari man mano che si sale con l'altezza. Questa particolarità è stata voluta inserire nel modello con una progressiva diminuzione dello spessore medio dei maschi murari con l'aumentare dei piani.

Nella valutazione della forza che produce il meccanismo di collasso per pressoflessione nel piano della parete, incide fortemente la posizione del punto di nullo del diagramma dei momenti; tale posizione dipende dalle condizioni al contorno della parete, ossia dalle connessioni tra solai e pareti. Occorre anche distinguere tra la posizione del punto di nullo all'ultimo piano e al piano generico poiché le condizioni iniziali sono generalmente piuttosto diverse. Prove sperimentali ed analisi numeriche hanno evidenziato che nel generico piano la posizione del punto in cui il diagramma dei momenti si annulla è posto a metà altezza della parete, mentre nell'ultimo piano è di solito posizionato nella parte superiore. Per la variabile è ritenuta rappresentativa una distribuzione uniforme con valori medi di $0,5 H_{eff}$ per il piano generico e $0,875 H_{eff}$ per l'ultimo piano, dove H_{eff} è l'altezza effettiva.

3.8.5 Proprietà meccaniche

La variabilità delle proprietà meccaniche della muratura dipende principalmente dalle qualità della malta e dalle modalità di esecuzione del test. I parametri meccanici della muratura (resistenza e moduli elastici) sono forniti dalla normativa Italiana (Tabella C8A.2.1, LLPP-Circ. n. 617 [21]). Il campo di variazione è riportato nella Tabella 17 per ogni tipologia muraria.

Di recente, per quanto riguarda la caratterizzazione stocastica delle proprietà meccaniche della muratura il CNR-DT 212/2013 [22] nel §2.3.2.1, ha dato indicazioni sulla possibilità di utilizzare una distribuzione di probabilità lognormale. La Tabella 3.1 del documento CNR, propone, infatti, i valori di riferimento per le principali tipologie di muratura presenti nel territorio nazionale italiano (ricavati a partire da quelli proposti nella Circolare Applicativa n°617, 2 Febbraio 2009, delle Norme Tecniche delle Costruzioni 2008, Tabella C8A.2.1 dell'Appendice C8A).

Il documento indica che valori proposti si riferiscono a valori di base relativi all'assenza del rispetto di alcune regole dell'arte (quali ad esempio la presenza di una buona connessione trasversale, malta di buona qualità, etc.) e il valore medio può essere eventualmente modificato sulla base dei coefficienti proposti nella Tabella C8A.2.2, mantenendo inalterata la deviazione standard.

Tabella 17. Valori medi di riferimento delle grandezze meccaniche per i differenti tipi di muratura storica (NTC 2008)

N.	Tipi murature	f_m (kN/m ²)	t_o (kN/m ²)	E (kN/m ²)	G(kN/m ²)	W (kN/m ³)
		Min Max	Min Max	Min Max	Min Max	
M1	Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1000 1800	20 32	690000 1050000	230000 350000	19
M2	Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1400 2400	28 42	900000 1260000	300000 420000	16
M3	Muratura a conci sbozzati con paramento di limitato spessore e nucleo interno	2000 3000	35 52	1020000 1440000	340000 480000	20
M4	Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2600 3800	56 74	1500000 1980000	500000 600000	21

Tabella 18. Valori di riferimento per le proprietà meccaniche delle diverse tipologie murarie: valori medi e deviazione standard del logaritmo (tabella 3.1 CNR-DT 212/2013)

N.	Tipi murature		f_m (N/cm ²)	t_o (N/cm ²)	E (MPa)	G(MPa)
			Media	Media	Media	Media
M1	Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	μ	140	2,6	870	290
		σ	0,29	0,24	0,21	0,21
M2	Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	μ	190	3,5	1080	360
		σ	0,27	0,20	0,17	0,17
M3	Muratura a conci sbozzati con paramento di limitato spessore e nucleo interno	μ	250	4,3	1230	410
		σ	0,20	0,19	0,17	0,17
M4	Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	μ	320	6,5	1740	580
		σ	0,19	0,14	0,14	0,14

Per studiare l'influenza del tipo muratura sull'esito della valutazione di vulnerabilità sismica con approccio probabilistico, sono stati usati quattro tipi di muratura (M1, M2, M3, M4), scelti perché corrispondenti alle principali murature storiche (Tabella 17). Frutto dei risultati ottenuti e delle considerazioni fatte nel corso della tesi si è ritenuto necessario suddividere ogni tipologia muraria analizzata in 5 "quintili".

Peso specifico e resistenza a compressione sono state considerate come variabili aleatorie, assegnando una PDF, mentre la resistenza al taglio, modulo elastico longitudinale e trasversale (E,G, τ) sono state definite con leggi di correlazione con la resistenza a compressione nel loro valore medio, a questo valore ottenuto è stata attribuita una funzione lognormale con σ di riferimento del CNR-DT 212/2013 (Tabella 18).

Come proposto nel "D.M. 20 novembre 1987, "Norme Tecniche per la progettazione, esecuzione e collaudo degli edifici in muratura e per il loro consolidamento", si assume che la resistenza caratteristica della muratura sia pari al 70% di quella media. Per quanto riguarda il modulo elastico longitudinale e trasversale, E e G, il DM. 87 suggerisce le seguenti equazioni:

$$E = 1000 f_k = 700 f_m$$

$$G = 0.4E$$

La scelta di correlare la resistenza a taglio, modulo elastico longitudinale e trasversale alla resistenza media a compressione è giustificata dalla necessità di mantenere i valori associati in accordo con quelli normativi, la definizione della PDF invece tiene conto dell'affidabilità nella stima questi valori.

3.8.6 Pericolosità sismica

Poiché l'entità dell'azione sismica incide notevolmente sull'esito delle analisi, nel presente lavoro tale variabile è stata assunta incerta e pertanto definita in termini probabilistici con una appropriata PDF. Lo scopo è chiaramente quello di studiare l'effetto della domanda sismica sulle US al variare dell'accelerazione spettrale (PGA, T*C, F₀).

La normativa italiana (NTC08 [73]) fornisce l'input sismico in termini di spettri di risposta elastica in accelerazione, definiti per nove periodi di ritorno e per i diversi nodi di una griglia predefinita di punti. Sono tre percentili (16, 50, 84) usati per definire i punti vincolati delle PDF degli spettri di risposta in corrispondenza di ciascun periodo, come mostrato nella Figura 37; questi valori sono stati estratti dal Interactive Seismic Hazard Maps (INGV), in riferimento al terreno di tipo A.

In accordo con la letteratura esistente, (Esteve, 1970 [33] ; Abrahamson & Silva, 2008 [1]; Boore & Atkinson, 2008 [11]) per definire l'accelerazione di picco al suolo del sito è stata assunta una distribuzione lognormale.

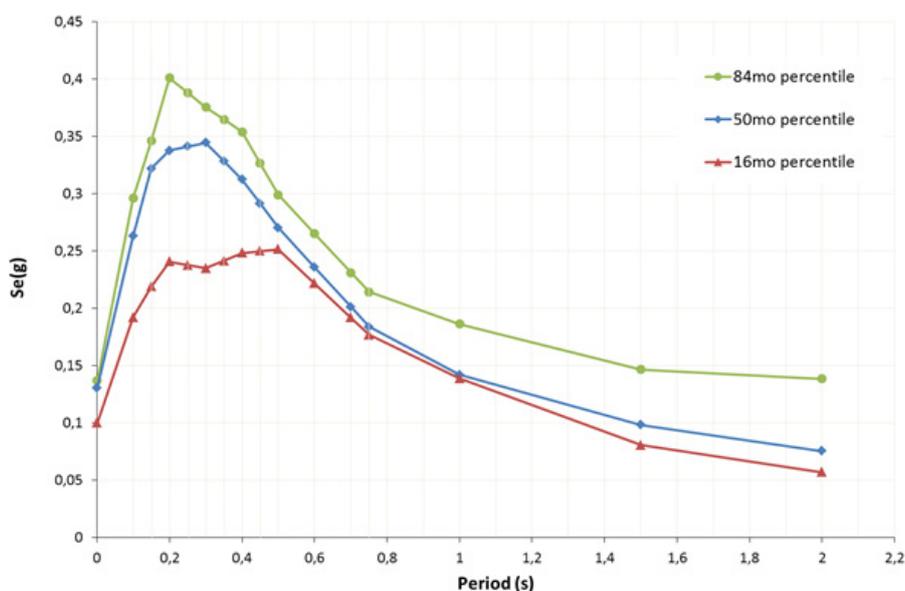


Figura 37. Spettro di risposta in accelerazione dei tre percentili (16, 50, 84) in corrispondenza di ciascun periodo

In corrispondenza di ogni periodo è stato necessario definire una PDF per gli spettri in accelerazione, utilizzando i valori dei tre percentili disponibili come punti vincolati.

Poiché questi tre percentili sono chiaramente insufficienti per definire una distribuzione di probabilità accurata, si è lavorato, quindi, sulla distribuzione per trovare la curva di best fitting per ciascun periodo che minimizzi l'errore quadratico medio (RMS) tra i dati di input e la curva adottata. Per ottenere una curva con un fitting migliore sono state aggiunte ulteriori PDF in corrispondenza dei periodi 0,0s, 0,1s, 0,15s, 0,2s, 0,25s, 0,3s, 0,35s, 0,4s, 0,45, 0,5s, 0,6s, 0,70s, 0,75, 1,0s, 1,5s, 2,0s con l'intento di ridurre la distanza tra spettri di ordinata nota, migliorando pertanto il calcolo della domanda in accelerazione. Le PDF così costruite dal periodo 0,0s a 1,0s, sono state riportate in una rappresentazione grafica 3D mostrata nella Figura 38. Le PDF definite, per un selezionato di numero di periodi sono raffigurate dalla Figura 39 alla Figura 43.

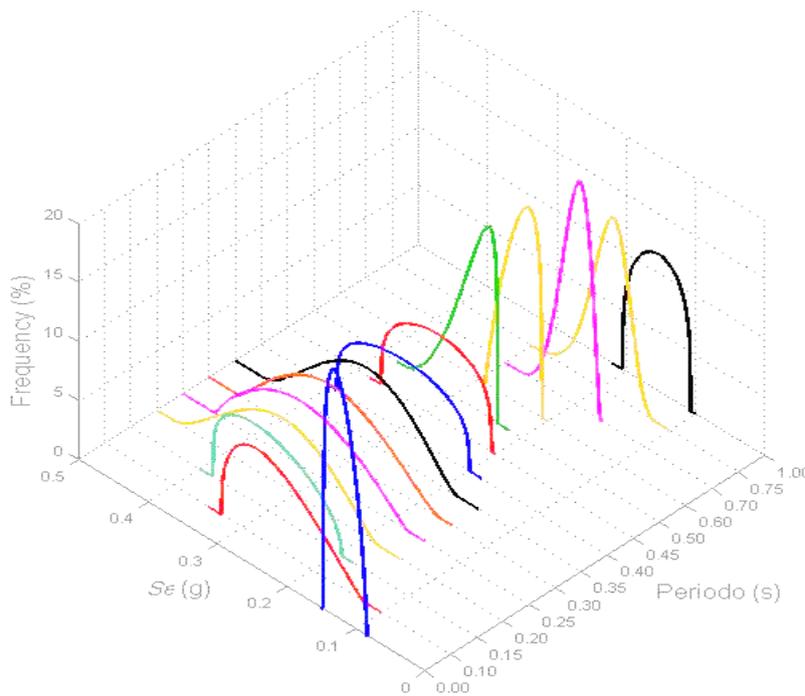


Figura 38. Rappresentazione 3D della superficie di distribuzione di probabilità degli spettri di risposta per periodi tra 0 e 1 sec.

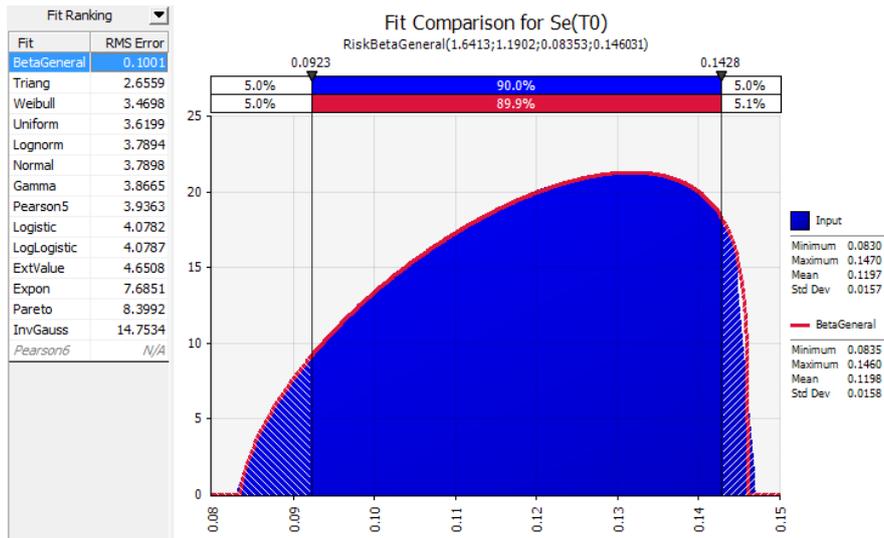


Figura 39. Best fitting dello spettro di risposta a 0.0 secondi

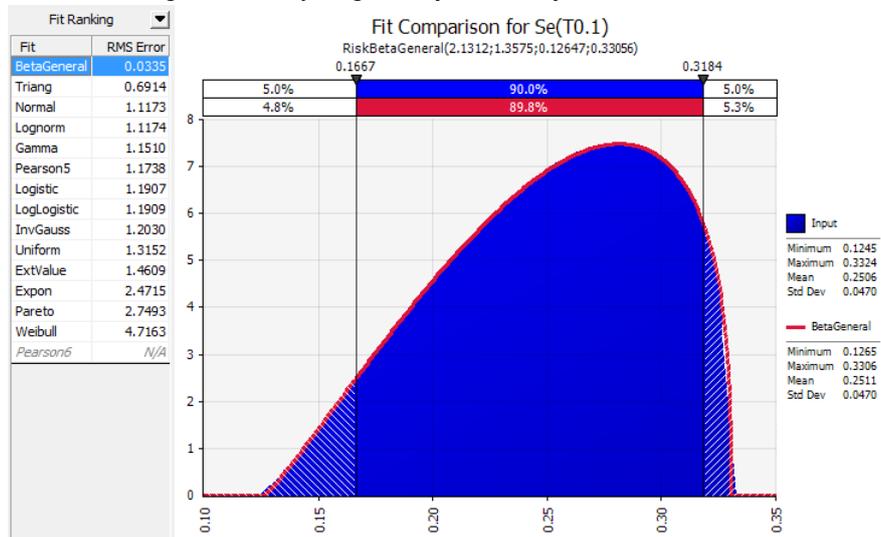


Figura 40. Best fitting dello spettro di risposta a 0.1 secondi

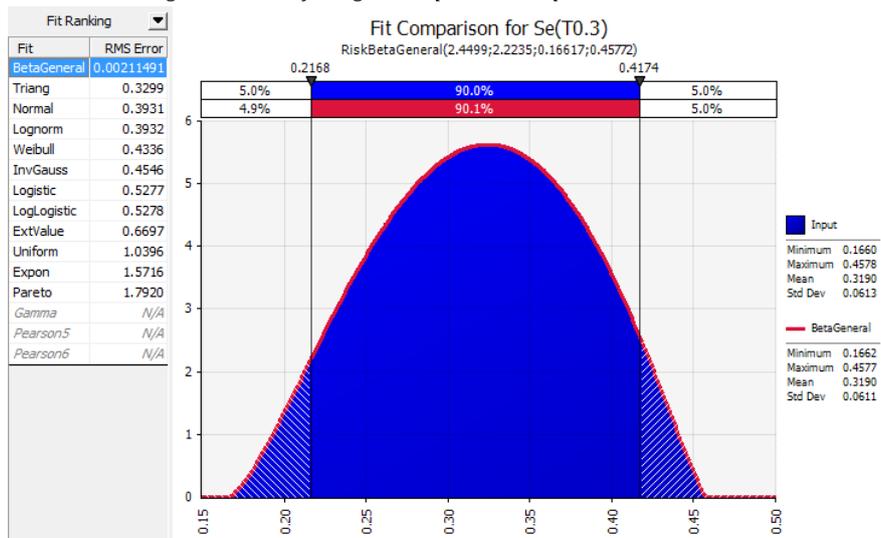


Figura 41. Best fitting dello spettro di risposta a 0.3 secondi

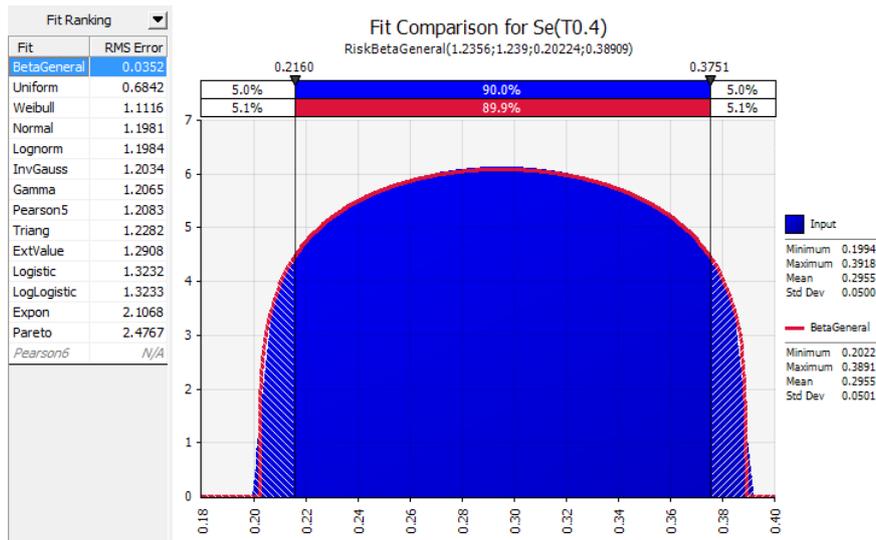


Figura 42. Best fitting dello spettro di risposta a 0.4 secondi

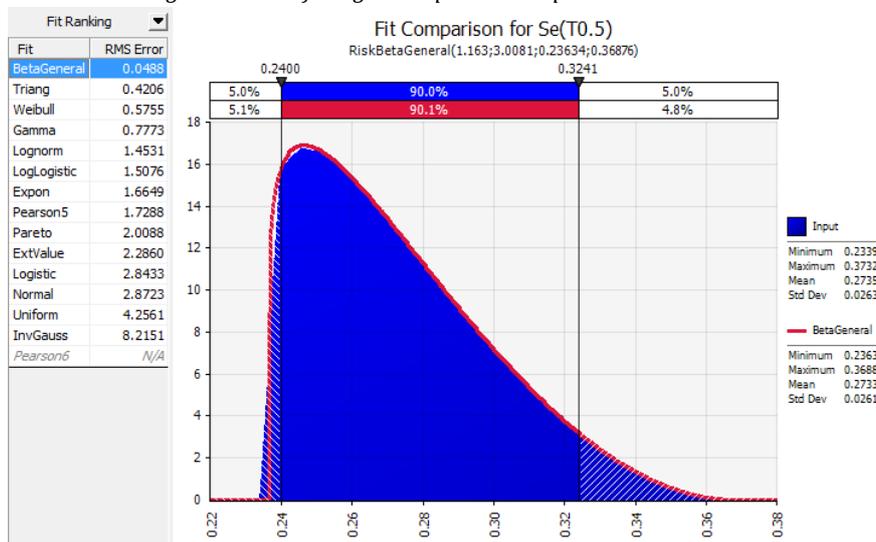


Figura 43. Best fitting dello spettro di risposta a 0.5 secondi

A questo punto si dispone di un modello analitico completamente probabilistico in grado di fornire un valore dell'accelerazione in funzione del periodo. La funzione di distribuzione di probabilità associata sarà quella corrispondente al periodo più vicino a quelli calcolati.

4. Risposta stocastica delle US

Come già accennato, le analisi sono state eseguite con quattro diversi tipi di muratura (vedi Tabella 17), considerando due o tre diverse ipotesi sul collegamento tra gli elementi murari. Il modello "A" si considera senza connessioni murarie, mentre nel modello "B" e il modello "B1" si considerano modelli connessi che differiscono tra loro per il fatto che il modello "B1" ha un valore doppio dello spostamento ultimo a pressoflessione, come proposto in (Vailati et Al, 2010 [88]).

I confronti tra i modelli "A" e "B" sono presentati in termini di rigidità e resistenza flessionale, mentre i confronti tra i modelli "A" e "B1" sono presentati anche in termini di spostamento ultimo flessionale raddoppiato.

Per ogni US sono state effettuate 40 analisi probabilistiche per direzione, per un totale di 400. Per ognuna vengono eseguite 10000 iterazioni che comportano la generazione di 4.000.000 simulazioni. Le analisi sono state condotte in collaborazione con l'università di Salerno (Khazna, 2015 [48]) e sono anche raccolte nel report tecnico ReLUIS 2014[79] .

4.1 Identificazione delle grandezze di output locali e globali

Come per l'individuazione dell'input, la scelta delle variabili di output, ottenute dall'analisi probabilistica, costituiscono un elemento delicato da valutare e interpretare. Le grandezze di output in questo caso sono state classificate come locali e globali.

Le variabili di output locali scelte sono:

- il rapporto resistenza/area totale (par.4.2.2.1);
- la percentuale del numero di collassi per taglio e pressoflessione, utili a capire quali meccanismi sono più frequenti e dove sono localizzati (par.4.2.2.2);
- il piano che plasticizza per primo e in cui si concentra la deformazione della US (par.4.2.2.3);

Le variabili di output globali scelte sono:

- il range di variabilità del periodo della struttura (par.4.2.3.1);
 - il rapporto Capacità/Domanda in termini di spostamento, indicata con C/D (par.4.2.3.2);
 - la probabilità di collasso delle US in relazione al tipo di muratura e al tipo di connessione (par.4.2.3.3)
 - probabilità collasso a confronto tra i modelli (4.2.3.4)
 - analisi di sensitività rispetto al parametro di controllo C/D (par.4.2.3.5).
-

4.2 Tecniche di rappresentazione della risposta

Dopo una corretta elaborazione dei dati è necessario fornire una chiara rappresentazione degli stessi, da cui si possono così ottenere informazioni molto utili sull'esito delle analisi, formulare ipotesi, proporre modifiche o validare i risultati. È indubbio infatti che una chiara, esaustiva e sintetica rappresentazione dei risultati ottenuti sia prerogativa irrinunciabile della comunicazione scientifica. Le tecniche utilizzate per rappresentare, organizzare e discutere dati sono diversi e consentono di ottenere informazioni di vario tipo.

Oltre che nelle modalità precedenti, i risultati vengono presentati anche sotto forma di grafici, tabelle e istogrammi. Le variabili rappresentate sono:

1. La percentuale di rottura per taglio e flessione per ogni piano e ogni direzione;
2. La percentuale di collasso distinta per piano dell'US;
3. La probabilità di collasso per ogni piano della US;
4. Grandezze statistiche del periodo proprio (minimo, massimo, media, deviazione standard) e rapporto area resistente/area totale;
5. Il rapporto C/D per l'intera struttura in ogni direzione.

Tali variabili di output vengono rappresentate come segue:

- Tabelle di valori statistici (minimo, massimo, valori medi, deviazione standard) e i valori di C/D quando tutte le variabili di input assumono il valore medio;
- Tabelle e grafici della probabilità di collasso (quando $C/D < 1$);
- I grafici tornado (istogrammi a barre verticali) del tipo "Regression-Mapped values", mostrano l'influenza delle singole variabili di input sul parametro di controllo globale C/D per ogni direzione. Se la variabile di ingresso è incrementata di una deviazione standard, i valori del parametro di controllo C/D subiscono una variazione pari all'indice contenuto nella barra associata alla variabile d'interesse. La rappresentazione viene offerta in ordine di sensitività discendente, al fine di evidenziare gli elementi che maggiormente influiscono sul risultato finale;
- I grafici tornado del tipo "double-sided" mostrano l'influenza positiva e negativa sulle variabili di output; tale rappresentazione fornisce utili informazioni al professionista, oltre che ad essere più intuitivi dei coefficienti statistici contenuti nei grafici precedenti. Questi utilizzano "scenari di input" per calcolare l'influenza di ogni input su ogni variabile di output, come ad esempio media, percentili, o altri.
- gli "Spider graphs" mostrano la variazione media di una dato output attraverso un intervallo di valori per i vari input.

4.2.1 Risultati delle analisi. Grandezze locali di vulnerabilità, probabilità di collasso delle US, sensitività della risposta

Data l'enorme quantità di analisi e risultati ottenuti nel corso della ricerca, nella tesi, per facilitare la lettura, verranno mostrati e commentati solo un ristretto numero di grafici e tabelle.

I risultati delle grandezze "locali" comprendono:

- tabelle del rapporto resistenza/area totale per tutte e 5 le US, raggruppate per tipo di connessione (A, B, B1);
- la percentuale del numero di collassi per taglio e pressoflessione delle US1 e US4, modelli (A, B, B1);
- percentuali di collasso del piano debole per tutti i casi studiati delle US1 e US4, modelli (A, B, B1);

I risultati delle grandezze "globali" comprendono:

- tabelle riassuntive statistiche della variabilità del periodo proprio T di tutte e 5 le US, modelli (A, B, B1);
- tabelle riassuntive statistiche del rapporto C/D di tutte e 5 le US, raggruppate per tipo di connessione (A,B);
- PDF di output del rapporto C/D, tutte le US, murature (M1,M2,M3,4) caso 1("quintile inferiore") modelli A e B direzione x;
- probabilità di collasso confronto tra tipologie murarie delle US1 e US4;
- probabilità collasso a confronto tra i modelli delle US1 e US4;
- ranking delle incidenze delle variabili di input sullo stimatore C/D, modelli A e B, di tutte le tipologie murarie, caso 1 ("quintile inferiore"), direzione x, per le US.

4.2.2 Output locali

4.2.2.1 Il rapporto resistenza/area totale

Le norme tecniche Italiane (NTC08 [73]) per le nuove strutture in muratura, forniscono un valore minimo del rapporto tra area resistente dei maschi murari (Ares) e area del fabbricato (AT), quest'ultima intesa come proiezione a terra della sagoma. Tali rapporti sono riportati nella Tabella 19 ed espressi in funzione del numero di piani e della PGA.

Tabella 19. Rapporti minimi Ares/AT per edifici semplici, in relazione al grado di sismicità e al numero dei piani.

Peak ground acceleration $a_g * S * S_T^{(1)}$		≤ 0.07 g	≤ 0.1 g	≤ 0.15 g	≤ 0.20 g	≤ 0.25 g	≤ 0.30 g	≤ 0.35 g	≤ 0.40 g	≤ 0.45 g	≤ 0.4725 g
Type of structure	Number of storeys										
Unreinforced masonry	1	3.5 %	3.5 %	4.0 %	4.5 %	5.0 %	5.5 %	6.0 %	6.0 %	6.0 %	6.5 %
	2	4.0 %	4.0 %	4.5 %	5.0 %	5.5 %	6.0 %	6.5 %	6.5 %	6.5 %	7.0 %
	3	4.5 %	4.5 %	5.0 %	5.5 %	6.0 %	6.5 %	7.0 %			
Reinforced masonry	1	2.5 %	3.0 %	3.0 %	3.0 %	3.5 %	3.5 %	4.0 %	4.0 %	4.5 %	4.5 %
	2	3.0 %	3.5 %	3.5 %	3.5 %	4.0 %	4.0 %	4.5 %	5.0 %	5.0 %	5.0 %
	3	3.5 %	4.0 %	4.0 %	4.0 %	4.5 %	5.0 %	5.5 %	5.5 %	6.0 %	6.0 %
	4	4.0 %	4.5 %	4.5 %	5.0 %	5.5 %	5.5 %	6.0 %	6.0 %	6.5 %	6.5 %

⁽¹⁾ S_T is applied only in case the structural importance factor is greater than 1 (clause 3.2.3)

Il rapporto minimo tra l'area resistente e la superficie totale in relazione al grado di sismicità (0.15g e 0.2g) e al numero di piani (3) che caratterizza l'aggregato, è pari al 5,5% per ciascun direzione. La Tabella 20 contiene le statistiche in termini di rapporti Ares/AT, ottenute dalla analisi di sensitività per le US appartenenti all'aggregato d'esempio. Si osservi come tale valore oscilli in un range compreso tra 4,91 e 20,4. Il valore minimo, seppur inferiore alla soglia di norma, può essere considerato in linea con le prescrizioni.

Tabella 20. Statistica dei rapporti Ares/AT per le US analizzate.

SU	Dir	Areas ratio %			
		Min	Max	Mean	Std. dev.
1	X	10.81	20.11	15	1.358
	Y	8.41	15.65	11.67	1.056
2	X	11.05	20.38	14.98	1.353
	Y	8.59	15.85	11.65	1.056
3	X	8.29	15.97	11.4	1.04
	Y	8.47	16.3	11.64	1.07
4	X	8.43	16.56	12	1.09
	Y	4.91	9.66	7	0.64
5	X	8.43	16.56	12	1.09
	Y	4.91	9.66	7	0.64

Di particolare interesse risulta lo studio della variabilità del periodo proprio T delle US, poiché da esso dipende la domanda sugli elementi strutturali; è pertanto evidente che avere un'idea di come esso vari in relazioni alla morfologia della US e alla variabilità dei parametri di input, possa costituire una preziosa fonte di informazione nell'ottica di un approfondimento diagnostico e di un eventuale miglioramento/adequamento del fabbricato.

4.2.2.2 La percentuale di collasso per taglio e pressoflessione

Nelle figure seguenti sono riportati i risultati relativi alla percentuale di collasso per taglio e pressoflessione di ogni piano, per entrambe le direzioni con i diversi modelli di connessione delle unità strutturali US1 e US4.

Figura 44. Percentuali di collasso a taglio e pressoflessione in direzione X per US1, con e senza connessione.

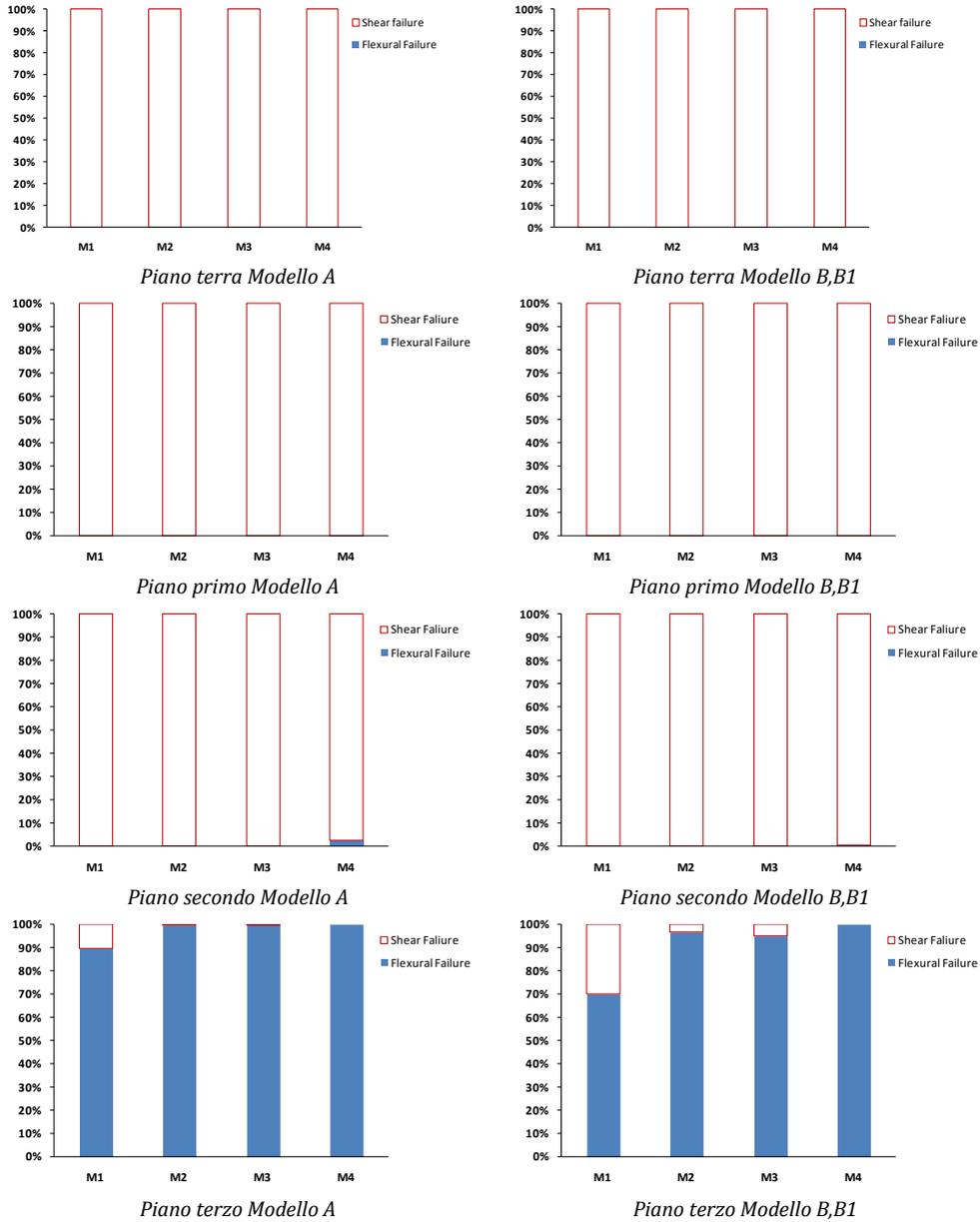
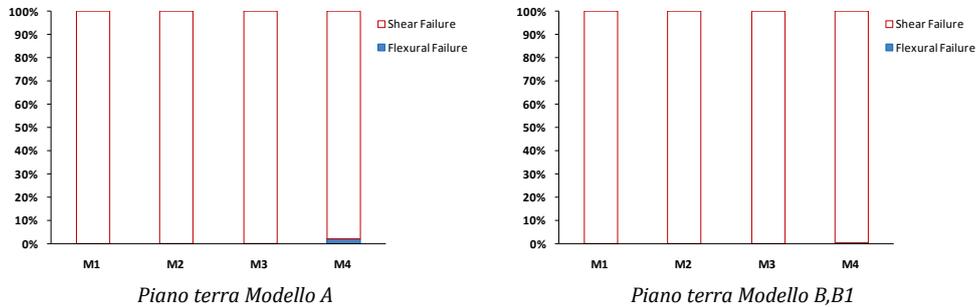
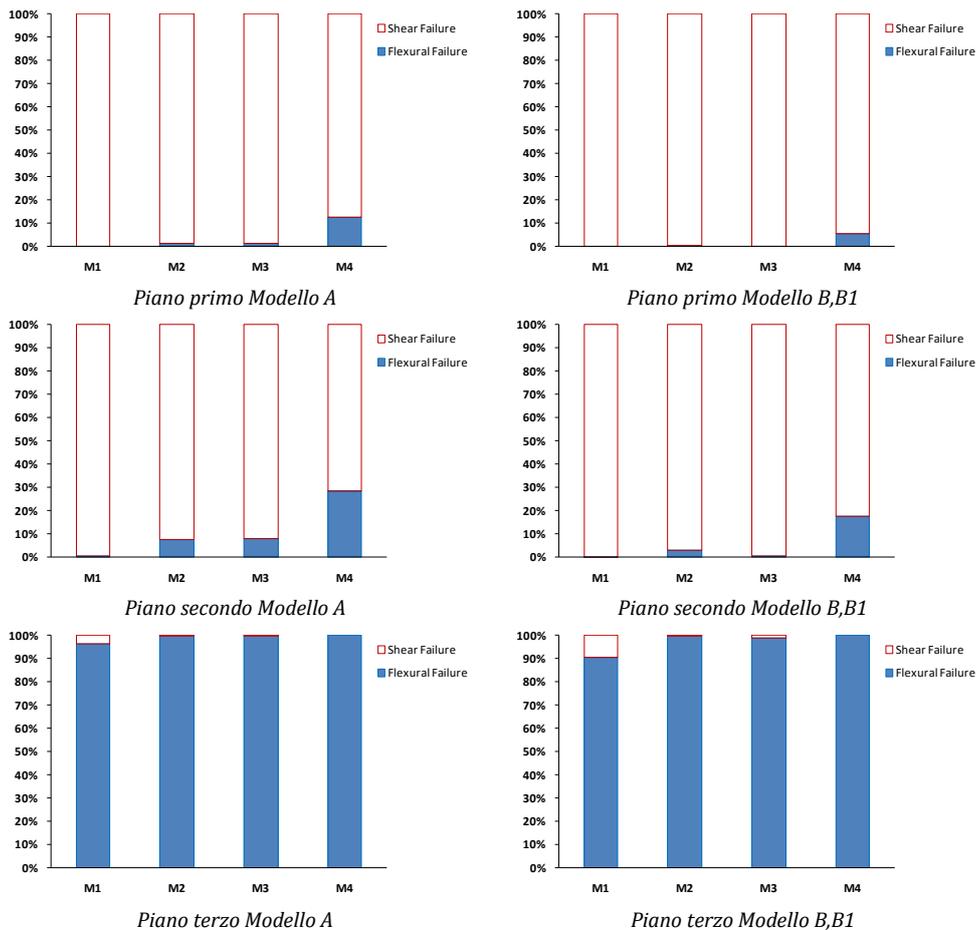
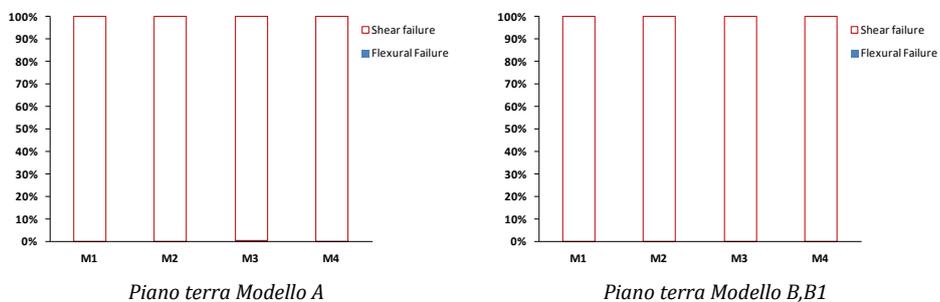


Figura 45. Percentuali di collasso a taglio e pressoflessione in direzione Y per la US1, con e senza connessione.





In entrambe le figure possiamo osservare che per tutte le tipologie di muratura le pareti fino al secondo piano sono caratterizzate quasi esclusivamente da meccanismi di collasso per taglio, mentre nel terzo piano predomina il meccanismo flessionale. Si noti come la percentuale dei meccanismi di collasso per taglio al terzo livello cresca in presenza di muratura di scarsa qualità (M1) e di buona connessioni tra pareti; Quando le caratteristiche meccaniche della muratura cominciano ad assumere valori più elevati, la presenza di connessione tra le pareti influisce in maniera trascurabile sulle modalità di collasso dei maschi murari.



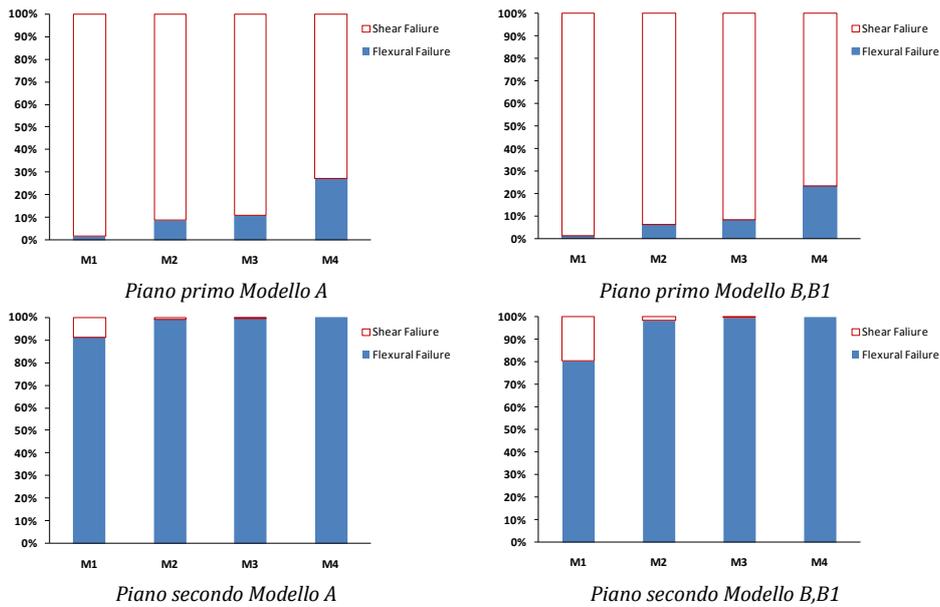


Figura 46. Percentuali di collasso a taglio e pressoflessione in direzione X per US4, con e senza connessione.

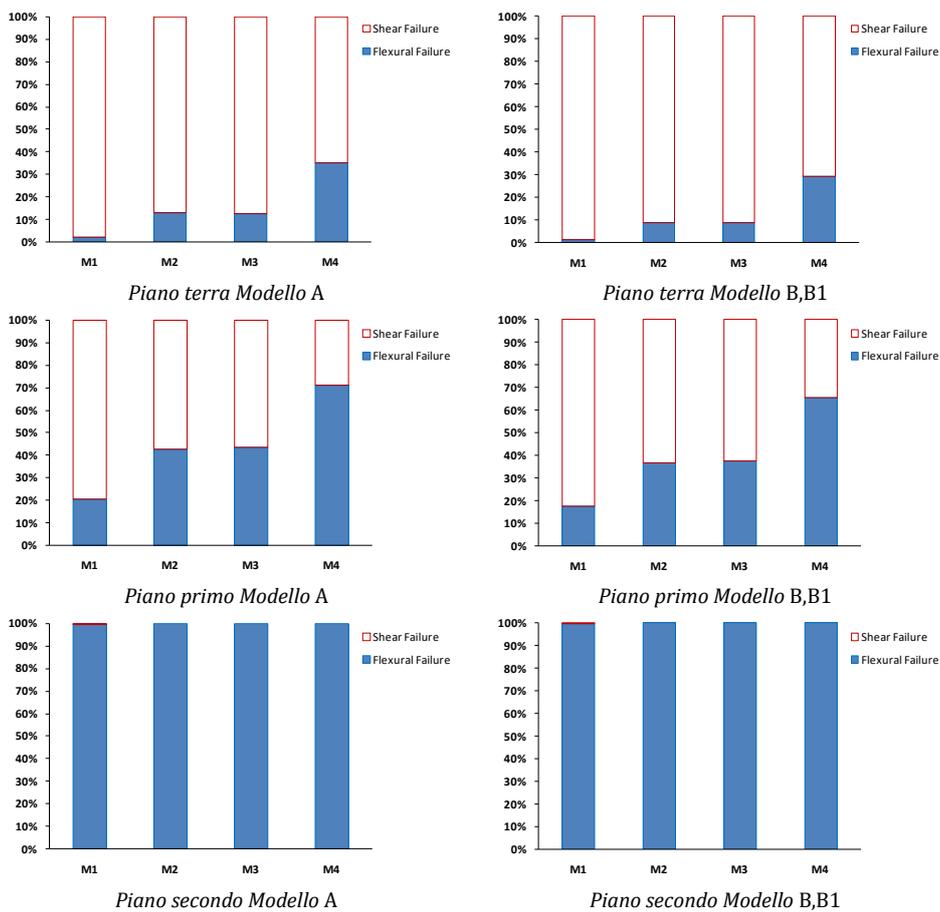


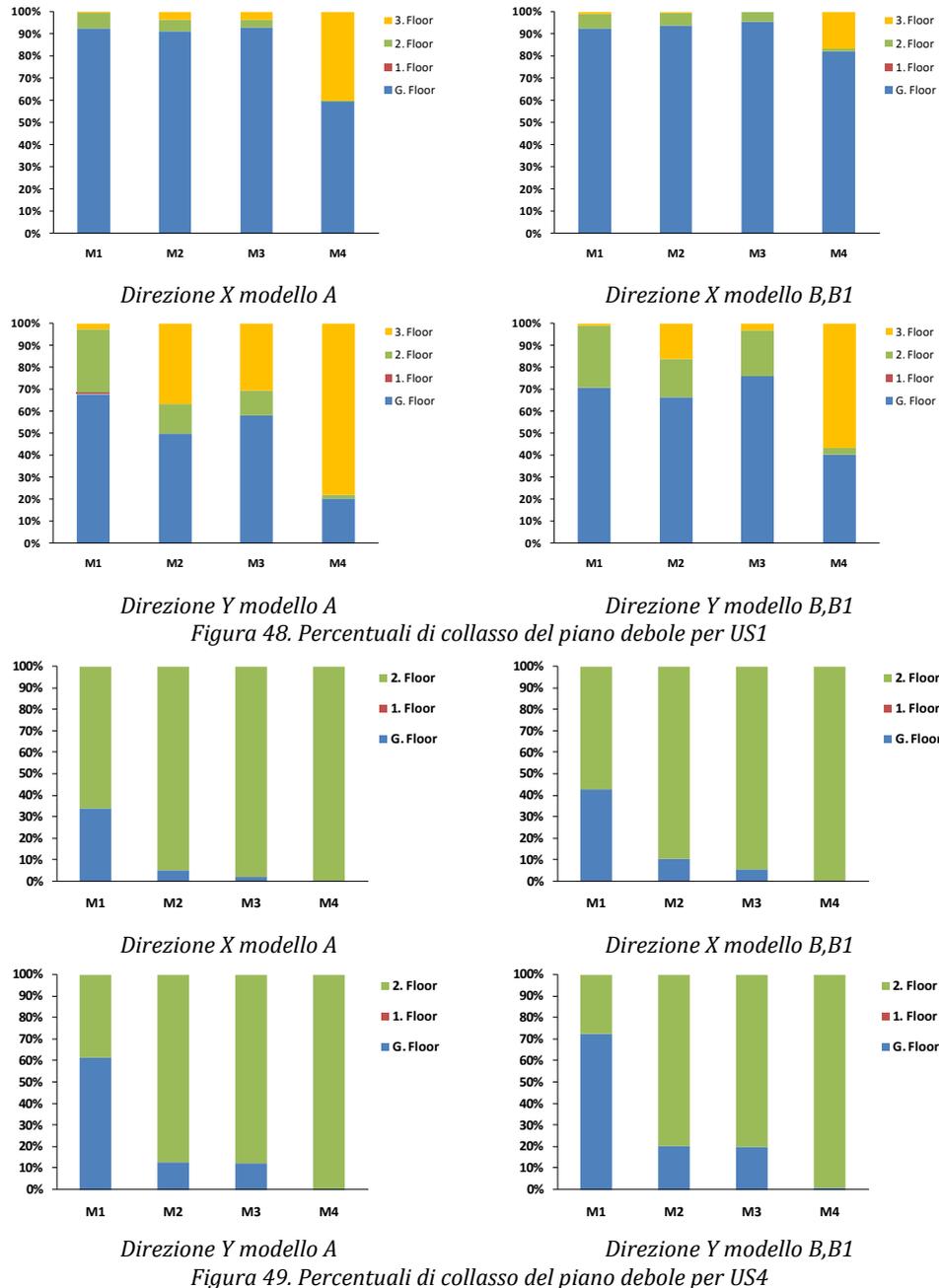
Figura 47. Percentuali di collasso a taglio e pressoflessione in direzione Y per US4, con e senza connessione

I risultati riportati nella Figura 46 e Figura 47 ripropongono le tendenze viste in precedenza nella US1. In questo caso possiamo notare un incremento dei meccanismi flessionali a partire dal primo livello per murature più resistenti (M3, M4), riconducibile a differenze nella geometria e nei carichi. Il secondo livello è caratterizzato quasi esclusivamente da meccanismi flessionali, questa

percentuale si riduce dal 90% al 80% in direzione x in presenza di connessioni e per muratura di scarsa qualità; come in precedenza, in presenza di murature più resistenti, la connessione non produce effetti apprezzabili sulle modalità di collasso.

4.2.2.3 Percentuali di collasso del piano debole

Nella Figura 48 e la Figura 49 sono riportate graficamente le probabilità di collasso del piano più debole delle Unità Strutturali 1 e 4.



Le figure evidenziano come il collasso di piano dipenda fortemente dal tipo di materiale. Il piano terra ha una probabilità di collasso superiore a quelle dei piani superiori, in particolar modo quando la muratura ha scarse proprietà meccaniche; si noti, ad esempio, questa tendenza nella US 1

in direzione X per le murature M1 e M2 e in direzione Y per la M1. In presenza di muratura tipo M4 la probabilità di collasso cresce molto al terzo livello fino a diventare predominante rispetto a quella di altri piani; si osserva, inoltre, che tale probabilità cresce ulteriormente in assenza di connessioni, passando dal 55% al 80% in direzione Y. In direzione X si osserva il medesimo comportamento, seppur in percentuali minori.

Da entrambe le figure mostrate si può trarre un dato particolarmente interessante, ossia l'assenza del collasso del primo livello. Il particolare comportamento di questo piano è da ricercare nella sua geometria e nella distribuzione delle resistenze a taglio e pressoflessione degli elementi resistenti rispetto al piano terra; differenze tra i due livelli sono da ricercarsi anche nelle aperture e nella distribuzione dei carichi gravitazionali.

4.2.3 Output globali

4.2.3.1 Il range di variabilità del periodo della struttura

La Tabella 21, Tabella 22 e Tabella 23, mostrano le statistiche della variabile T per i modelli A, B, B1 con diversi tipi di muratura di tutte e 5 le Unità Strutturali.

Tabella 21. Statistiche della variabile T con connessione tipo A

Materials	SU	1		2		3		4		5	
	Dir	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	Min	0.346	0.278	0.362	0.296	0.395	0.387	0.350	0.238	0.394	0.241
	Max	2.320	1.824	2.940	2.880	5.516	4.460	4.000	1.530	5.292	1.585
	μ	0.700	0.565	0.889	0.747	1.165	1.116	1.071	0.564	1.060	0.573
	Std Dev	0.213	0.159	0.329	0.305	0.504	0.458	0.413	0.183	0.425	0.172
	Pr (%)	91.1	98.2	70.8	83.4	45.1	48.9	51.8	95.0	54.0	97.5
	C/D	0.658	0.518	0.569	0.442	1.020	1.011	1.090	0.488	0.964	0.623
M2	Min	0.365	0.299	0.460	0.358	0.493	0.478	0.487	0.280	0.494	0.294
	Max	3.630	3.085	6.730	3.930	13.230	8.827	5.097	1.901	8.826	1.866
	μ	0.931	0.833	1.350	1.242	2.073	1.659	1.505	0.755	1.585	0.747
	Std Dev	0.347	0.346	0.620	0.495	1.161	0.758	0.569	0.224	0.785	0.216
	Pr (%)	67.9	73.7	31.5	34.4	9.2	13.8	16.6	86.4	20.3	87.5
	C/D	0.851	0.637	1.155	1.326	1.669	1.552	1.370	0.733	1.350	0.716
M3	Min	0.376	0.319	0.461	0.368	0.539	0.514	0.549	0.312	0.530	0.326
	Max	3.467	3.131	6.059	4.556	18.551	10.860	5.200	2.284	8.576	2.074
	μ	0.987	0.863	1.476	1.324	2.466	1.904	1.683	0.819	1.799	0.813
	Std Dev	0.366	0.350	0.667	0.530	1.490	0.952	0.624	0.242	0.902	0.237
	Pr (%)	61.7	72.2	23.8	29.7	3.2	6.6	8.5	79.5	11.5	80.4
	C/D	0.905	0.683	1.244	1.458	1.870	1.699	1.470	0.796	1.504	0.775
M4	Min	0.481	0.382	0.613	0.492	0.898	0.560	0.713	0.369	0.688	0.400
	Max	6.040	3.880	11.828	5.830	18.790	13.690	10.200	2.296	14.390	2.242
	μ	1.409	1.266	2.269	1.754	4.258	2.520	1.990	0.943	2.898	0.914
	Std Dev	0.610	0.458	1.110	0.617	2.766	1.630	0.747	0.269	1.622	0.257
	Pr (%)	27.6	29.3	3.6	5.0	0.1	1.6	2.0	65.1	2.1	68.3
	C/D	1.135	1.296	2.266	1.630	3.170	1.934	1.860	0.891	2.460	0.863

Tabella 22. Statistiche della variabile T con connessione tipo B

Materials	SU	1		2		3		4		5	
	Dir	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	Min	0.326	0.274	0.391	0.294	0.417	0.426	0.368	0.265	0.408	0.259
	Max	2.388	2.095	3.727	3.199	9.815	10.120	4.734	1.902	4.427	2.190
	μ	0.763	0.586	1.013	0.768	1.370	1.410	1.209	0.658	1.150	0.651
	Std Dev	0.240	0.167	0.373	0.289	0.602	0.617	0.513	0.222	0.465	0.217
	Pr (%)	84.8	97.4	58.0	82.9	28.8	26.2	40.9	92.5	46.0	92.6
	C/D	0.721	0.558	0.940	0.690	1.304	1.340	1.320	0.575	1.040	0.565
M2	Min	0.386	0.306	0.517	0.329	0.568	0.581	0.493	0.269	0.495	0.304
	Max	3.970	3.140	8.132	4.780	17.350	14.530	7.302	2.436	8.470	2.420
	μ	1.019	0.810	1.553	1.256	2.611	2.370	1.856	0.915	1.794	0.893
	Std Dev	0.387	0.335	0.742	0.564	1.880	1.560	0.764	0.286	0.932	0.265
	Pr (%)	57.8	78.3	21.2	38.9	3.4	3.2	7.4	67.1	13.5	70.4
	C/D	0.940	0.691	1.312	0.914	1.923	1.975	1.644	0.908	1.482	0.868
M3	Min	0.394	0.325	0.537	0.402	0.654	0.663	0.653	0.334	0.604	0.348
	Max	3.202	2.507	12.574	5.357	19.180	14.272	11.052	2.572	8.480	2.690
	μ	1.030	0.767	1.726	1.349	3.260	2.980	2.103	1.006	2.054	0.968
	Std Dev	0.360	0.261	0.794	0.611	2.380	2.064	0.826	0.312	1.027	0.287
	Pr (%)	55.9	83.9	11.8	33.6	0.8	0.8	2.2	55.8	6.4	60.8
	C/D	0.966	0.707	1.590	0.991	2.155	2.169	1.993	0.989	1.870	0.950
M4	Min	0.525	0.408	0.572	0.498	0.849	0.851	0.768	0.452	0.706	0.422
	Max	6.941	4.743	18.554	6.845	23.860	17.846	20.516	3.010	20.129	2.808
	μ	1.499	1.283	2.760	2.020	6.120	4.270	2.543	1.218	3.306	1.136
	Std Dev	0.690	0.546	1.536	0.785	3.849	2.793	1.183	0.356	1.864	0.328
	Pr (%)	23.2	34.5	1.3	5.2	0.0	0.1	0.3	30.2	0.7	39.4
	C/D	1.274	1.461	1.640	1.660	6.090	3.616	2.255	1.103	2.760	1.058

Tabella 23. Statistiche della variabile T con connessione tipo B1

Materials	SU	1		2		3		4		5	
	Dir	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	Min	0.313	0.285	0.350	0.321	0.386	0.392	0.390	0.260	0.406	0.261
	Max	2.530	3.556	3.566	5.501	10.260	9.625	9.420	3.830	5.350	3.857
	μ	0.756	0.589	1.010	0.826	1.378	1.414	1.881	0.857	1.152	0.893
	Std Dev	0.245	0.191	0.377	0.497	0.613	0.625	1.165	0.516	0.467	0.893
	Pr (%)	85.2	97.5	58.2	82.4	28.5	25.7	30.5	71.8	45.5	67.0
	C/D	0.721	0.558	0.941	0.691	1.304	1.340	2.476	0.575	1.044	0.565
M2	Min	0.393	0.319	0.498	0.373	0.534	0.626	0.506	0.319	0.544	0.287
	Max	5.780	5.850	14.790	9.610	18.725	14.660	14.553	4.864	8.866	4.671
	μ	1.020	0.990	1.640	0.929	2.635	2.399	3.409	1.639	1.794	1.624
	Std Dev	0.402	0.727	0.992	1.338	1.951	1.617	1.589	0.694	0.941	0.612
	Pr (%)	57.7	73.7	20.9	36.8	3.6	2.9	4.5	19.1	13.8	14.2
	C/D	0.940	0.691	1.310	0.910	1.920	1.970	3.140	1.749	1.482	1.670
M3	Min	0.405	0.315	0.497	0.412	0.721	0.736	0.629	0.348	0.585	0.330
	Max	3.804	4.960	17.010	9.850	19.320	15.590	17.453	5.141	10.590	5.011
	μ	1.033	0.801	1.820	1.980	3.308	3.010	3.943	1.782	2.060	1.760
	Std Dev	0.368	0.390	1.125	1.430	2.421	2.050	1.659	0.733	1.062	0.663
	Pr (%)	55.7	83.7	12.3	33.7	0.8	0.8	0.9	16.7	6.5	12.9
	C/D	0.966	0.707	1.599	0.990	2.150	2.169	3.830	1.907	1.870	1.830
M4	Min	0.508	0.401	0.610	0.497	1.020	0.910	1.045	0.395	0.723	0.487
	Max	13.490	7.780	34.467	13.460	22.600	19.220	42.247	6.623	31.040	5.770
	μ	1.796	2.040	4.170	3.690	6.183	4.257	4.893	2.339	3.609	2.190
	Std Dev	1.284	1.250	3.127	1.720	3.885	2.780	2.366	0.694	2.714	0.643
	Pr (%)	22.4	30.5	1.4	5.2	0.0	0.1	0.0	0.8	0.8	0.4
	C/D	1.274	2.717	1.640	3.170	6.090	3.616	4.360	2.138	2.765	2.049

I parametri contenuti nelle tre precedenti tabelle assumono il significato seguente:

Min è il valore minimo del periodo proprio ottenuto con le analisi di sensitività;

Max è il valore massimo del periodo proprio ottenuto con le analisi di sensitività;

μ è il valore medio del periodo proprio ottenuto con le analisi di sensitività;

Std.dev è la deviazione standard di T ottenuto con le analisi di sensitività;

Med è il valore assunto dal periodo proprio T quando alle variabili di input è assegnato il proprio valor medio.

Come prevedibile, nel caso di murature con proprietà meccaniche mediocri le strutture presentano periodi di vibrazione sensibilmente più elevati. Si nota, inoltre, che la presenza di un buon collegamento tra le pareti murarie comporta un incremento della rigidità e con esso una riduzione del periodo proprio. Queste prime valutazioni sui risultati ottenuti con le analisi di sensitività, permettono di comprendere l'utilità del metodo sviluppato, consentendo di analizzare ogni tipo di variabile, progettando ad hoc, qualora se ne presenti la necessità, specifiche subroutine per monitorare specifiche grandezze. Accelerazione e domanda in spostamento di ogni piano, o la capacità di un generico pannello murario, così come la risposta modale della struttura, sono solo alcuni dei molti parametri che possono essere monitorati.

4.2.3.2 Il rapporto Capacità/Domanda in termini di spostamento

Nel caso delle US in aggregato, la norma Italiana in vigore NTC08 0, prevede che le prestazioni di una US vengano valutate sulla base della stima di un unico parametro, il rapporto Capacità/Domanda in termini di spostamento. Le successive due tabelle presentano in modo sintetico i risultati statistici del parametro globale per le due direzioni X ed Y, considerando i differenti modelli di connessione tra le pareti (A-B), i 5 quintili delle quattro tipologie murarie.

Tabella 24. Statistiche del rapporto C/D per le 5 US, 4 murature, 5 frattili, dir. x, y, modello A

Materiali	US		US1								
	Caso	caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ	0,559	0,49	0,583	0,504	0,607	0,521	0,4418	0,3707	0,6679	0,563
	σ	0,102	0,0873	0,106	0,091	0,109	0,099	0,122	0,122	0,134	0,127
	Prob(%)	99,90	100,00	99,90	99,90	99,80	99,70	99,00	99,00	98,10	98,60
M2	μ	0,674	0,56	0,717	0,603	0,77	0,655	0,834	0,725	0,908	0,795
	σ	0,143	0,127	0,171	0,168	0,211	0,201	0,266	0,258	0,316	0,293
	Prob(%)	97,60	98,70	94,40	99,37	89,30	91,40	82,10	83,40	72,70	75,10
M3	μ	0,559	0,562	0,71	0,595	0,642	0,758	0,812	0,693	0,888	0,763
	σ	0,135	0,121	0,16	0,154	0,197	0,19	0,242	0,232	0,293	0,272
	Prob(%)	98,30	99,00	95,50	96,90	90,50	93,10	84,60	99,98	75,20	79,90
M4	μ	0,913	0,796	1	0,883	1,11	0,981	1,21	1,06	1,32	1,15
	σ	0,286	0,27	0,337	0,303	0,392	0,325	0,43	0,34	0,467	0,44
	Prob(%)	71,80	99,44	59,70	65,10	46,20	52,10	36,40	41,50	26,10	31,60
Materiali	US		US2								
	Caso	caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ	0,643	0,527	0,695	0,56	0,755	0,604	0,821	0,657	0,9	0,727
	σ	0,149	0,108	0,191	0,138	0,223	0,178	0,28	0,23	0,33	0,288
	Prob(%)	97,30	99,80	94,00	98,70	88,70	96,70	82,10	93,10	72,50	86,80
M2	μ	0,887	0,727	0,995	0,84	1,112	0,962	1,258	1,092	1,39	1,2
	σ	0,289	0,267	0,365	0,336	0,445	0,389	0,516	0,428	0,571	0,446
	Prob(%)	74,40	86,00	61,70	91,46	48,00	60,20	36,30	45,70	27,80	34,30
M3	μ	0,643	0,709	0,969	0,806	1,088	0,915	1,21	1,034	1,34	1,157
	σ	0,286	0,249	0,351	0,314	0,422	0,369	0,495	0,413	0,543	0,445
	Prob(%)	75,60	88,50	64,40	78,60	51,50	66,50	40,70	30,85	29,30	40,30
M4	μ	1,406	1,22	1,551	1,341	1,679	1,444	1,8	1,542	1,9	1,62
	σ	0,528	0,422	0,577	0,427	0,597	0,449	0,622	0,466	0,643	0,484
	Prob(%)	22,40	5,70	14,20	20,20	9,20	12,70	5,70	8,10	3,50	6,00
Materiali	US		US3								
	Caso	caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ	0,782	0,76	0,882	0,847	0,983	0,93	1,107	1,023	1,244	1,108
	σ	0,227	0,21	0,283	0,257	0,331	0,286	0,394	0,323	0,464	0,345
	Prob(%)	84,90	87,50	73,00	77,20	59,90	65,80	45,60	53,90	33,10	42,00
M2	μ	1,231	1,096	1,44	1,2	1,643	1,277	1,895	1,372	2,123	1,447
	σ	0,446	0,338	0,528	0,36	0,607	0,38	0,676	0,404	0,735	0,425
	Prob(%)	33,90	44,00	19,90	37,07	11,70	24,50	5,30	16,70	2,20	12,30
M3	μ	0,782	1,085	1,418	1,182	1,636	1,269	1,876	1,356	2,1	1,429
	σ	0,443	0,338	0,522	0,365	0,609	0,388	0,68	0,404	0,751	0,42
	Prob(%)	35,20	46,00	21,10	34,00	11,90	26,00	6,00	12,50	2,80	13,50
M4	μ	2,254	1,44	2,498	1,524	2,761	1,63	2,986	1,725	3,27	1,857
	σ	0,74	0,418	0,853	0,448	0,99	0,506	1,108	0,551	1,302	0,651
	Prob(%)	1,30	12,30	0,40	7,90	0,10	5,00	0,10	3,50	0,01	2,20
Materiali	US		US4								
	Caso	caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ	0,728	0,43	0,824	0,457	0,9177	0,489	1,016	0,525	1,099	0,562
	σ	0,192	0,08	0,231	0,0936	0,265	0,105	0,3028	0,118	0,321	0,131
	Prob(%)	91,40	100,00	80,10	100,00	67,90	100,00	54,20	99,90	42,60	99,50
M2	μ	1,105	0,567	1,198	0,619	1,283	0,667	1,352	0,708	1,427	0,748
	σ	0,313	0,126	0,342	0,138	0,374	0,148	0,388	0,158	0,404	0,169
	Prob(%)	41,50	99,70	30,30	93,44	22,80	97,40	17,40	95,20	12,60	92,10
M3	μ	0,728	0,558	1,177	0,607	1,269	0,661	1,342	0,706	1,402	0,744
	σ	0,307	0,125	0,339	0,137	0,364	0,148	0,38	0,155	0,399	0,166
	Prob(%)	44,20	99,70	32,70	99,00	23,50	97,60	17,20	98,46	14,40	92,70
M4	μ	1,405	0,7589	1,479	0,793	1,53	0,8258	1,605	0,858	1,669	0,889
	σ	0,406	0,163	0,4108	0,175	0,403	0,186	0,414	0,202	0,417	0,214
	Prob(%)	13,90	94,29	9,90	88,20	7,00	84,30	4,90	79,30	3,10	73,80
Materiali	US		US5								
	Caso	caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ	0,734	0,44	0,802	0,463	0,879	0,491	0,954	0,524	1,051	0,557
	σ	0,1628	0,09	0,1966	0,0935	0,2415	0,1035	0,2742	0,113	0,34	0,1238
	Prob(%)	93,80	100,00	86,10	100,00	76,10	100,00	65,10	100,00	52,50	99,70
M2	μ	1,037	0,563	1,159	0,608	1,279	0,649	1,435	0,685	1,599	0,718
	σ	0,3127	0,119	0,389	0,123	0,469	0,127	0,564	0,136	0,659	0,143
	Prob(%)	52,90	99,80	40,80	93,44	28,80	99,10	20,01	97,50	14,10	95,80
M3	μ	0,734	0,559	1,144	0,605	1,301	0,605	1,409	0,685	1,581	0,72
	σ	0,303	0,117	0,374	0,126	0,569	0,15	0,556	0,138	0,649	0,144
	Prob(%)	53,90	99,90	40,60	99,60	33,10	98,10	21,20	99,56	14,60	95,70
M4	μ	1,635	0,733	1,851	0,765	2,092	0,795	2,361	0,817	2,306	0,851
	σ	0,669	0,137	0,77	0,149	0,888	0,16	0,995	0,172	1,109	0,19
	Prob(%)	12,20	97,44	7,60	92,80	4,50	89,90	2,20	86,30	1,20	80,90

Tabella 25. Statistiche del rapporto C/D per le 5 US, 4 murature, 5 frattili, dir. x, y, modello B

Materiali	US		US1									
	Caso		caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ		0,5839	0,488	0,613	0,506	0,646	0,523	0,6857	0,5417	0,7248	0,562
	σ		0,105	0,083	0,113	0,089	0,123	0,093	0,142	0,102	0,162	0,108
	Prob(%)		99,90	100,00	99,60	100,00	99,00	100,00	97,40	99,80	93,90	99,60
M2	μ		0,667	0,528	0,783	0,587	0,849	0,626	0,914	0,674	0,989	0,737
	σ		0,14	0,096	0,201	0,131	0,241	0,167	0,299	0,209	0,359	0,269
	Prob(%)		97,80	99,90	87,40	99,80	81,10	96,70	72,00	92,90	62,50	86,80
M3	μ		0,719	0,559	0,772	0,585	0,829	0,617	0,888	0,659	0,964	0,713
	σ		0,161	0,106	0,196	0,122	0,229	0,147	0,275	0,189	0,333	0,232
	Prob(%)		94,50	99,80	89,60	99,30	82,50	97,70	75,00	99,20	65,80	90,20
M4	μ		0,907	0,722	1,06	0,796	1,16	0,881	1,298	0,98	1,42	1,084
	σ		0,304	0,22	0,37	0,28	0,446	0,328	0,533	0,376	0,594	0,417
	Prob(%)		63,90	98,46	52,70	82,10	42,40	72,40	32,60	61,00	24,70	49,10
Materiali	US		US2									
	Caso		caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ		0,719	0,558	0,786	0,597	0,858	0,644	0,942	0,697	1,028	0,762
	σ		0,198	0,121	0,239	0,144	0,274	0,179	0,329	0,226	0,382	0,281
	Prob(%)		92,00	99,60	85,10	98,50	76,60	96,30	66,80	92,90	56,70	87,10
M2	μ		1,01	0,754	1,132	0,847	1,26	0,968	1,4	1,099	1,567	1,248
	σ		0,349	0,263	0,422	0,333	0,504	0,416	0,582	0,491	0,662	0,552
	Prob(%)		57,40	88,00	44,70	89,43	34,60	66,30	26,40	54,10	18,10	41,00
M3	μ		0,488	0,733	1,1	0,822	1,228	0,927	1,374	1,052	1,521	1,188
	σ		0,342	0,23	0,41	0,304	0,487	0,382	0,574	0,473	0,641	0,535
	Prob(%)		60,00	90,70	48,90	81,80	37,10	70,30	27,50	74,56	20,60	46,60
M4	μ		1,579	1,25	1,782	1,417	1,998	1,583	2,195	1,72	2,373	1,809
	σ		0,628	0,527	0,693	0,571	0,767	0,617	0,814	0,624	0,942	0,643
	Prob(%)		16,30	64,05	9,20	26,40	5,70	18,20	3,10	11,40	2,30	8,50
Materiali	US		US3									
	Caso		caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ		0,91	0,933	1,029	1,054	1,144	1,16	1,287	1,29	1,458	1,427
	σ		0,275	0,28	0,318	0,313	0,368	0,347	0,426	0,382	0,534	0,458
	Prob(%)		68,30	64,70	52,00	47,60	39,40	35,90	25,30	22,60	16,10	14,30
M2	μ		1,426	1,398	1,676	1,563	2	1,746	2,36	1,935	2,79	2,136
	σ		0,476	0,4	0,622	0,478	0,824	0,579	1	0,692	1,27	0,828
	Prob(%)		15,90	13,70	8,10	11,11	6,30	3,50	1,40	2,00	0,50	0,80
M3	μ		0,558	1,389	1,658	1,548	1,961	1,715	1,961	1,715	2,706	2,077
	σ		0,488	0,411	0,62	0,478	0,799	0,56	0,799	0,56	1,2	0,776
	Prob(%)		16,90	15,50	8,50	8,40	3,80	4,10	3,80	4,55	0,60	1,10
M4	μ		2,964	2,107	3,484	2,341	3,974	2,556	4,49	2,79	4,97	3,034
	σ		1,265	0,784	1,521	0,923	1,777	1,089	2,057	1,235	2,374	1,447
	Prob(%)		0,30	2,50	0,10	0,40	0,01	0,30	0,01	0,10	0,01	0,01
Materiali	US		US4									
	Caso		caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ		0,933	0,7939	1,054	0,914	1,041	0,568	1,181	0,617	1,3	0,6171
	σ		0,28	0,23	0,313	0,295	0,354	0,139	0,406	0,163	0,438	0,187
	Prob(%)		64,70	84,90	47,60	69,30	52,70	99,10	37,30	97,40	25,60	94,40
M2	μ		1,314	0,674	1,452	0,743	1,573	0,818	1,679	0,88	0,485	0,943
	σ		0,429	0,177	0,442	0,201	0,469	0,221	0,484	0,235	1,768	0,241
	Prob(%)		23,90	94,80	13,40	85,54	8,10	81,80	4,90	73,30	2,90	65,50
M3	μ		0,933	0,661	1,444	0,734	1,55	0,805	1,651	0,867	1,745	0,924
	σ		0,416	0,175	0,448	0,199	0,462	0,218	0,4709	0,235	0,489	0,246
	Prob(%)		22,70	95,60	14,00	90,20	8,30	83,00	5,20	69,14	3,40	66,90
M4	μ		1,759	0,951	1,843	1,009	1,932	1,056	2,021	1,1	2,129	1,138
	σ		0,479	0,24	0,477	0,254	0,496	0,261	0,515	0,267	0,556	0,267
	Prob(%)		2,80	63,30	1,40	53,70	1,00	45,80	0,50	38,00	0,20	32,00
Materiali	US		US5									
	Caso		caso1		caso2		caso3		caso4		caso5	
	Direzione		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
M1	μ		0,792	0,479	0,802	0,463	0,879	0,492	0,954	0,524	1,051	0,557
	σ		0,1967	0,09	0,238	0,107	0,287	0,1248	0,3436	0,145	0,406	0,166
	Prob(%)		86,90	100,00	76,20	99,90	63,50	99,60	51,60	98,60	39,60	96,80
M2	μ		1,314	0,6738	1,452	0,743	1,573	0,818	1,1428	0,642	1,788	0,886
	σ		0,373	0,158	0,449	0,175	0,681	0,219	0,625	0,208	0,7214	0,217
	Prob(%)		41,10	97,40	29,20	90,82	22,40	84,80	13,20	81,10	8,00	74,00
M3	μ		0,488	0,636	1,27	0,697	1,407	0,763	1,5859	0,826	1,749	0,877
	σ		0,377	0,153	0,447	0,175	0,523	0,192	0,619	0,209	0,706	0,217
	Prob(%)		41,40	97,80	29,70	94,30	20,20	89,30	13,30	77,03	8,80	75,30
M4	μ		1,81	0,906	2,072	0,953	2,341	0,994	2,646	1,034	3,036	1,07
	σ		0,714	0,215	0,829	0,227	0,959	0,242	1,104	0,251	1,264	0,26
	Prob(%)		7,40	71,22	3,70	63,60	2,20	56,80	0,80	51,30	0,40	45,60

I parametri contenuti nelle tre precedenti tabelle assumono il significato seguente:

- μ valore medio del rapporto C/D ottenuto con l'analisi probabilistica;
- σ deviazione standard del rapporto C/D ottenuto con le analisi di sensitività;
- Pr (%) probabilità di collasso della corrispondente US, quando C/D è minore di 1;

Come in precedenza, le statistiche della variabile consentono alcune importanti riflessioni, che costituiscono ulteriori spunti di approfondimento per la ricerca e note operative per il professionista. È infatti evidente che la probabilità di collasso sia fortemente dipendente dal tipo di materiale, e che la presenza di collegamenti riduce la probabilità di collasso. Anche la forma delle curve di probabilità del rapporto C/D fornisce spunti di riflessione; in molti casi, infatti, essa risulta asimmetrica, indice del fatto che la risposta non risente solamente di quanto varino le variabili, ma anche del segno che la variazione assume rispetto al valor medio.

I risultati che seguono mostrano le PDF ottenute dall'analisi probabilistica, in cui la percentuale di collasso della struttura è proprio la variabile di output C/D, quando questa è inferiore a 1 (C/D<1). I grafici che seguono si riferiscono alle probabilità di collasso per le tutte le US, murature (M1,M2,M3,4), caso 1("quintile inferiore") modelli A e B e direzione X, mentre la direzione Y è riportata nell'appendice A.

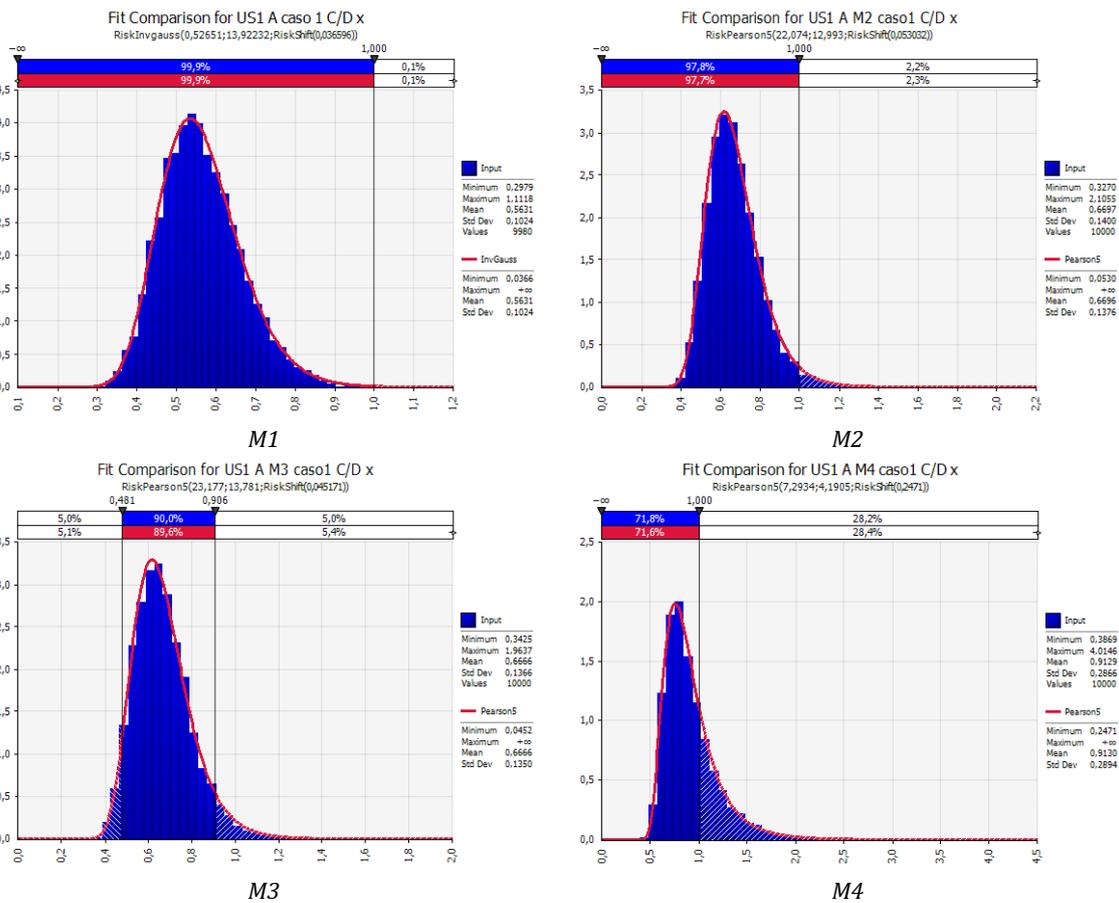
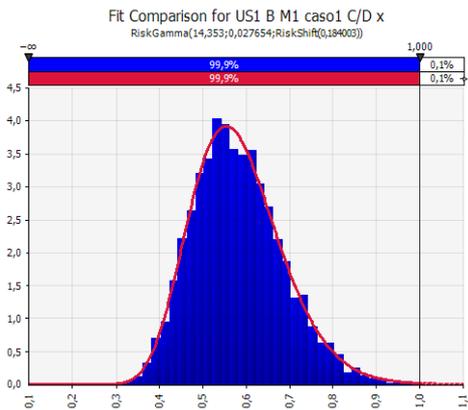
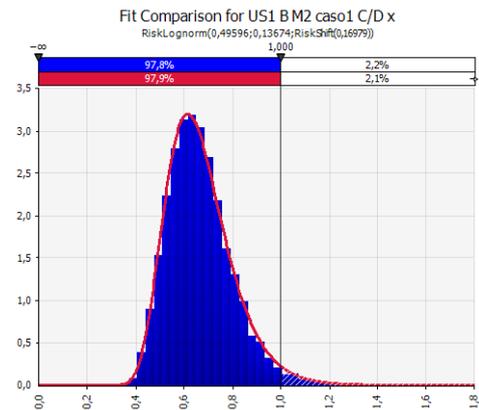


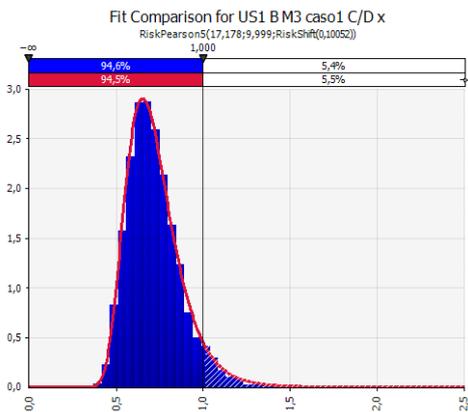
Figura 50. PDF di C/D in direzione X per US1, modello A, caso 1



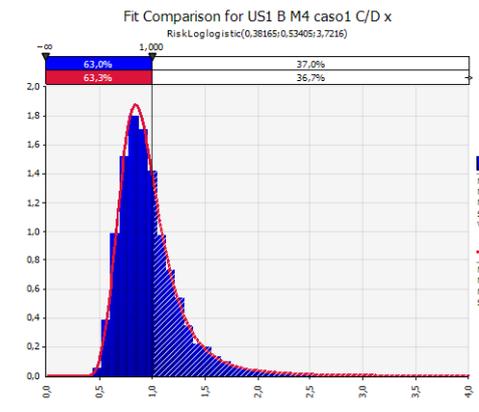
M1



M2

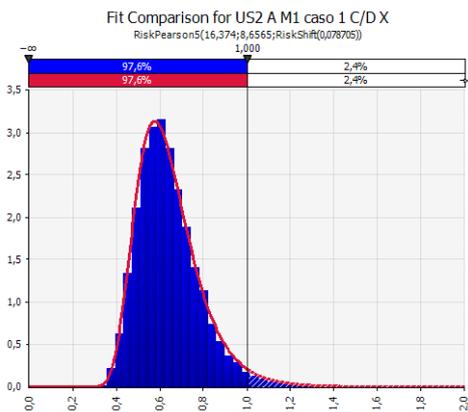


M3

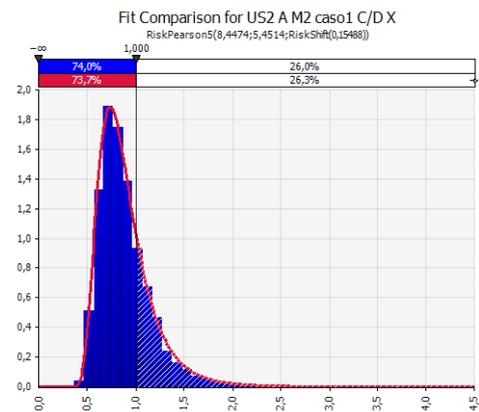


M4

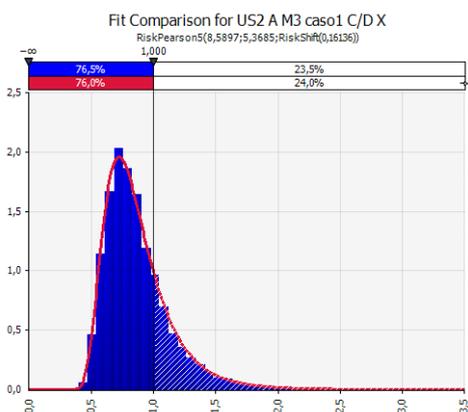
Figura 51. PDF di C/D in direzione X per US1, modello B, caso 1



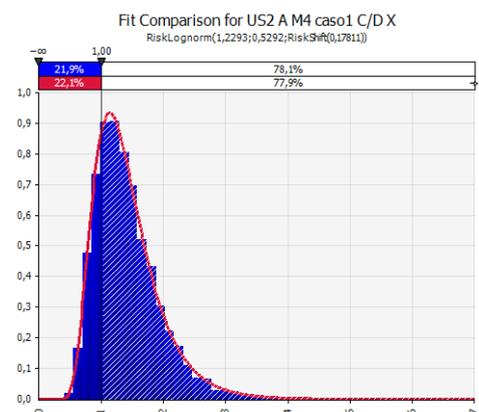
M1



M2

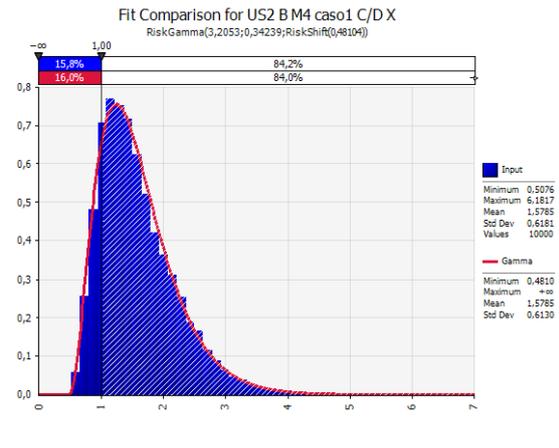
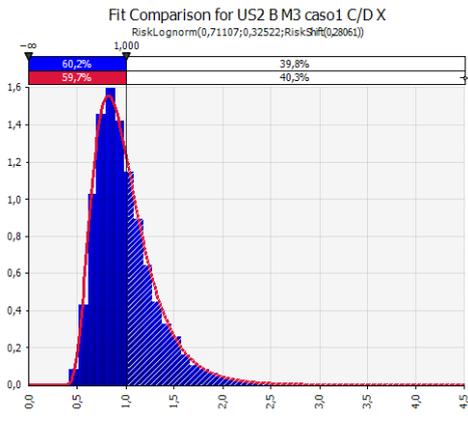
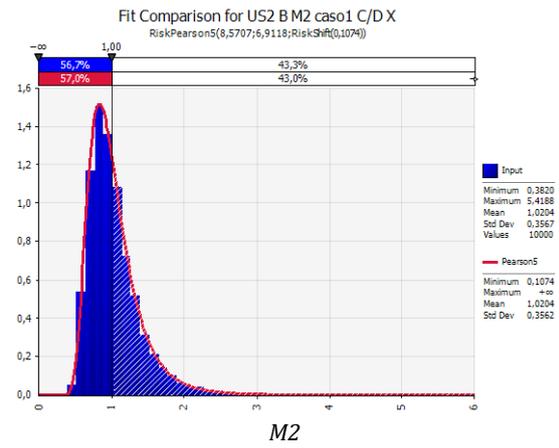
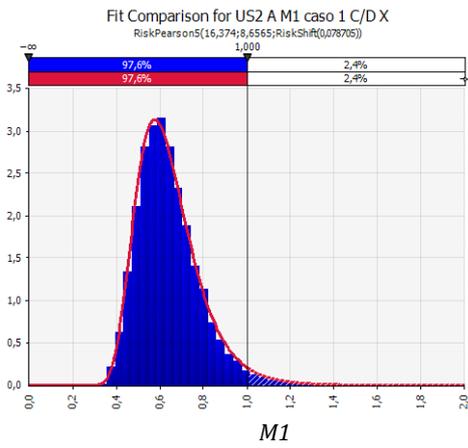


M3



M4

Figura 52. PDF di C/D in direzione X per US2, modello A, caso 1



M3 M4
Figura 53. PDF di C/D in direzione X per US2, modello B, caso 1

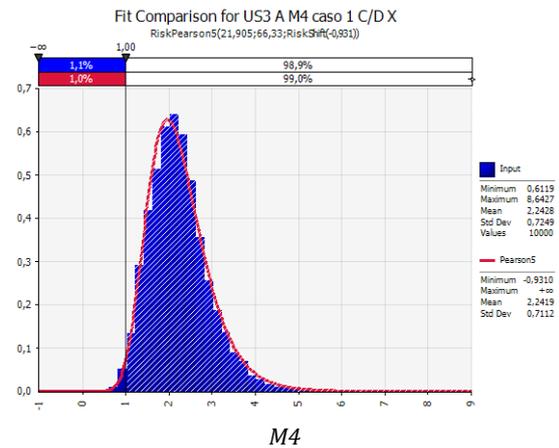
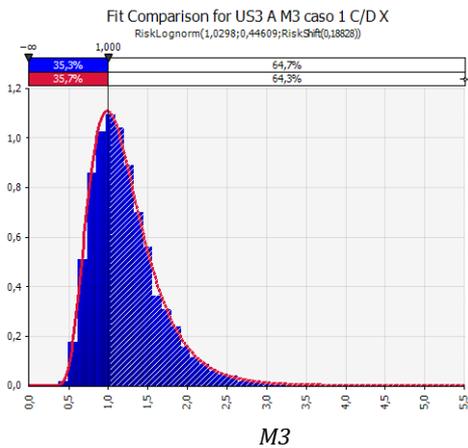
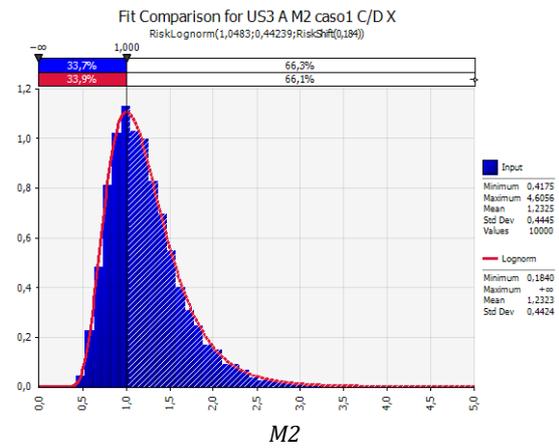
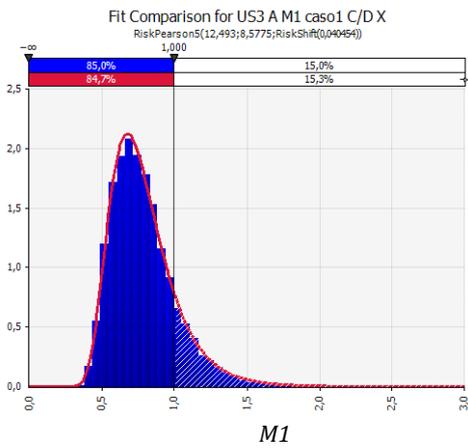


Figura 54. PDF di C/D in direzione X per US3, modello A, caso 1

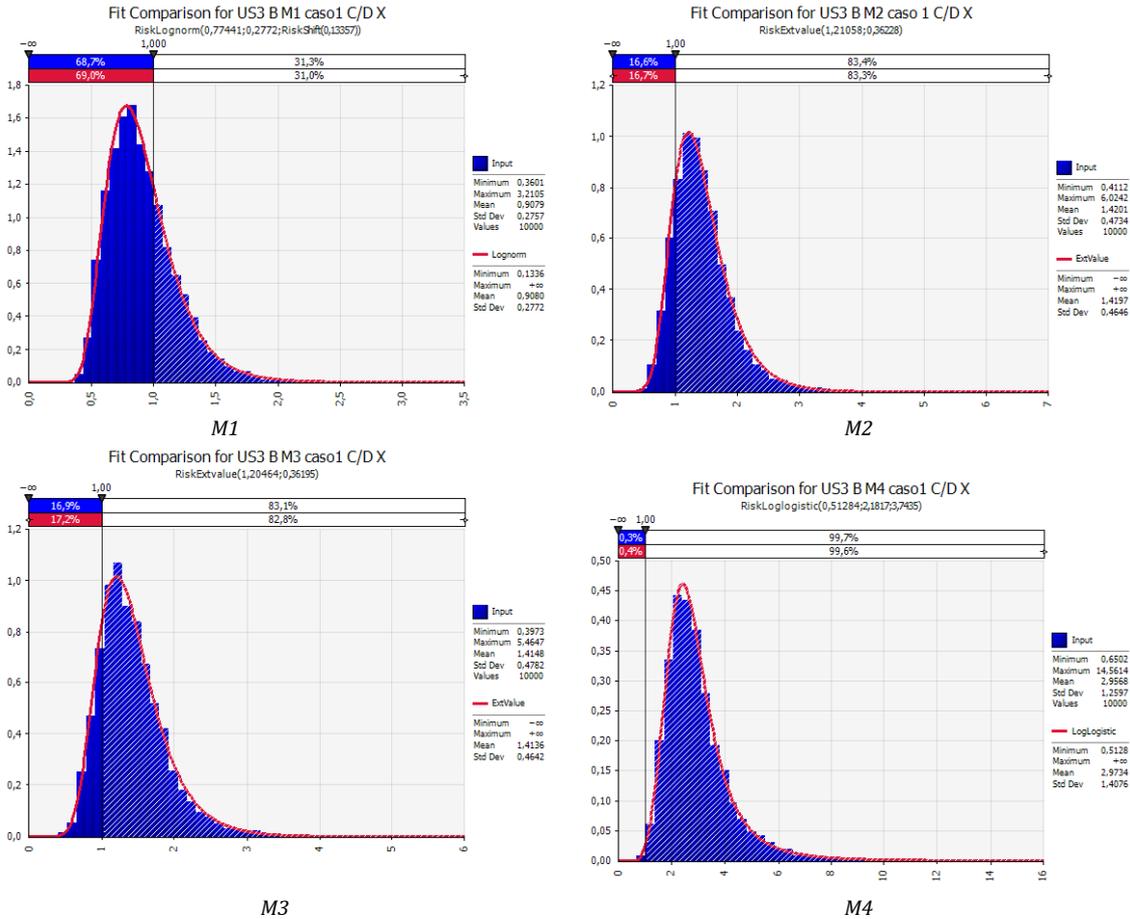
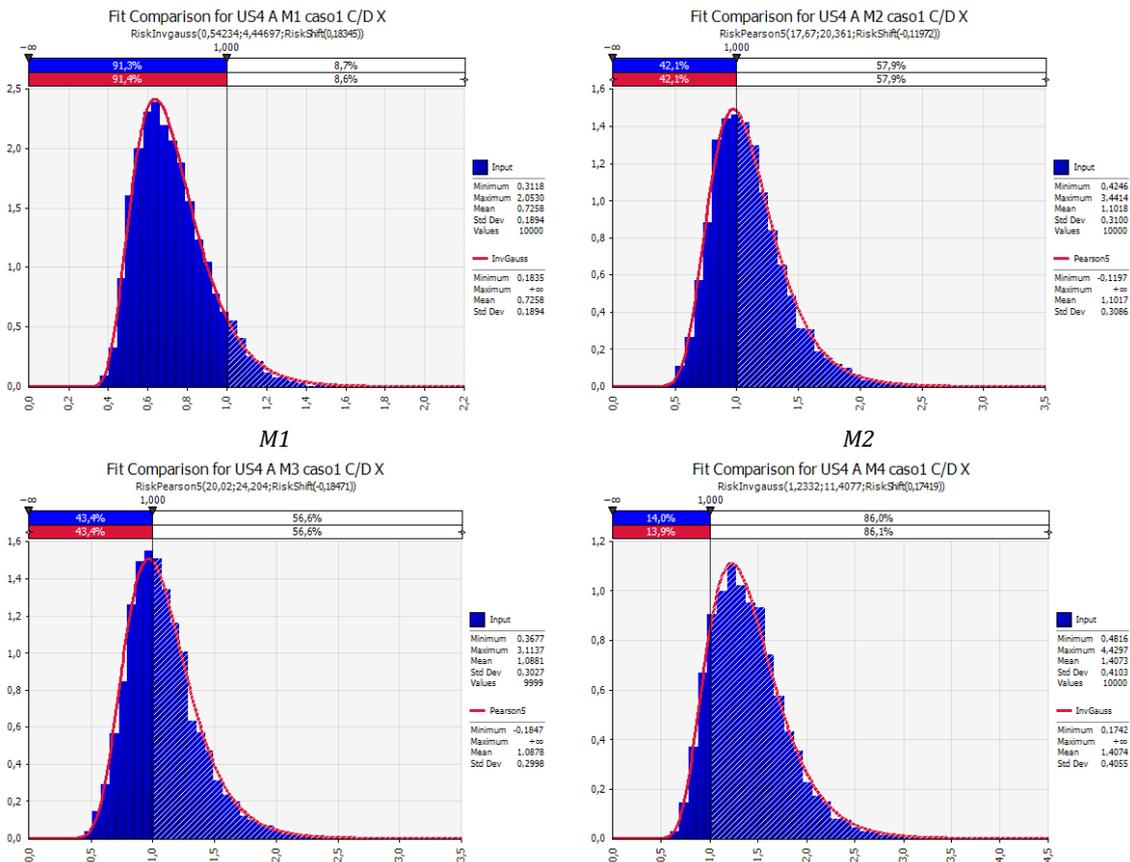


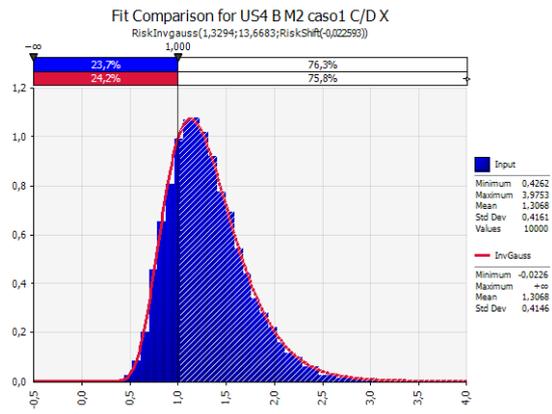
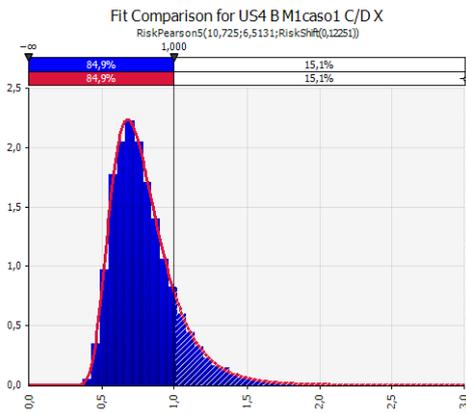
Figura 55. PDF di C/D in direzione X per US3, modello B, caso 1



M3

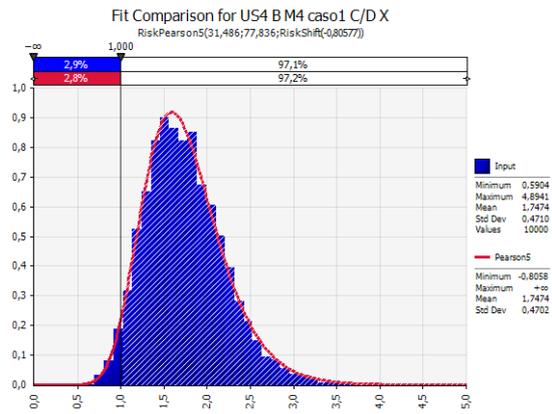
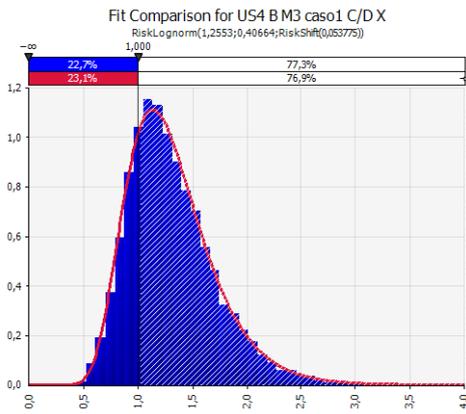
M4

Figura 56. PDF di C/D in direzione X per US4, modello A, caso 1



M1

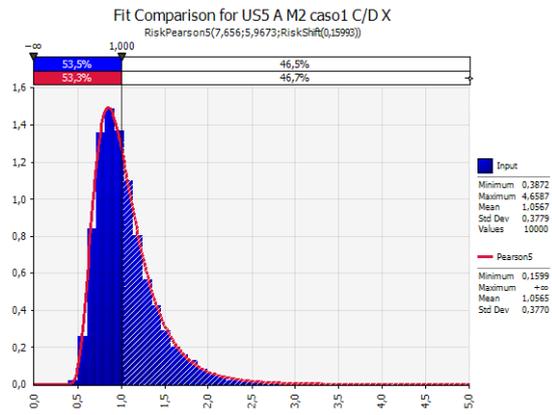
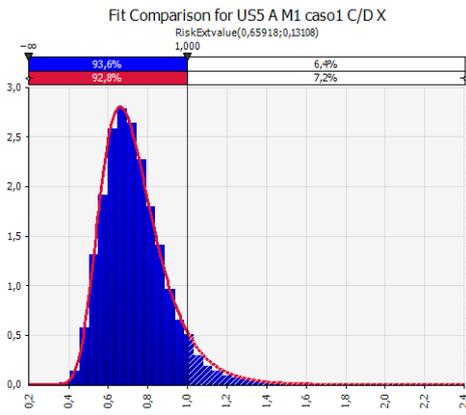
M2



M3

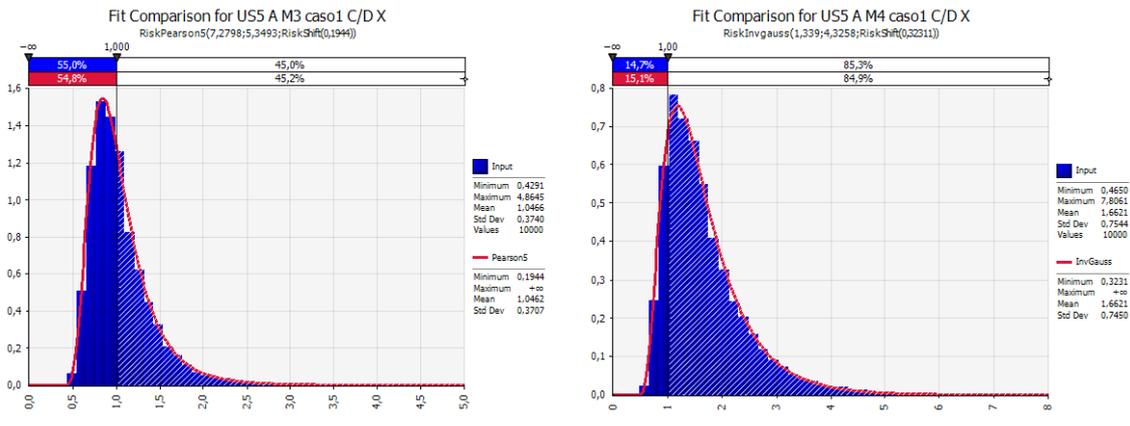
M4

Figura 57. PDF di C/D in direzione X per US4, modello B, caso 1

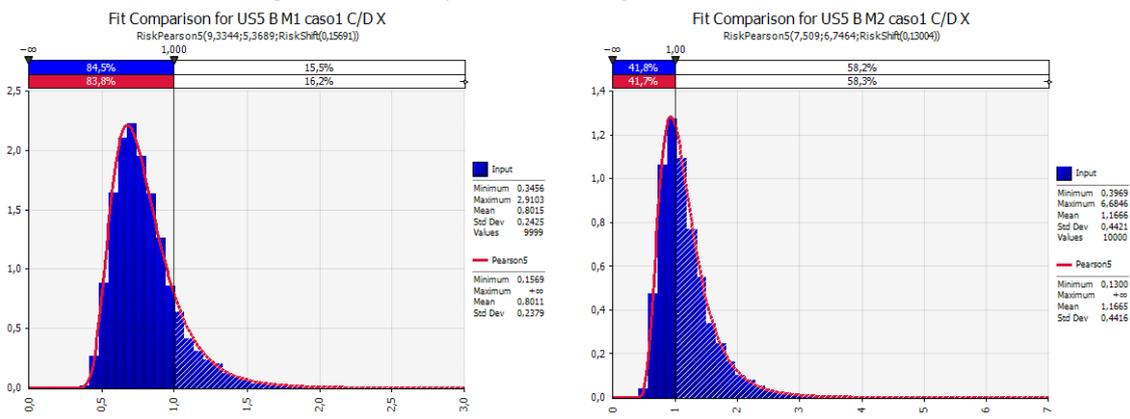


M1

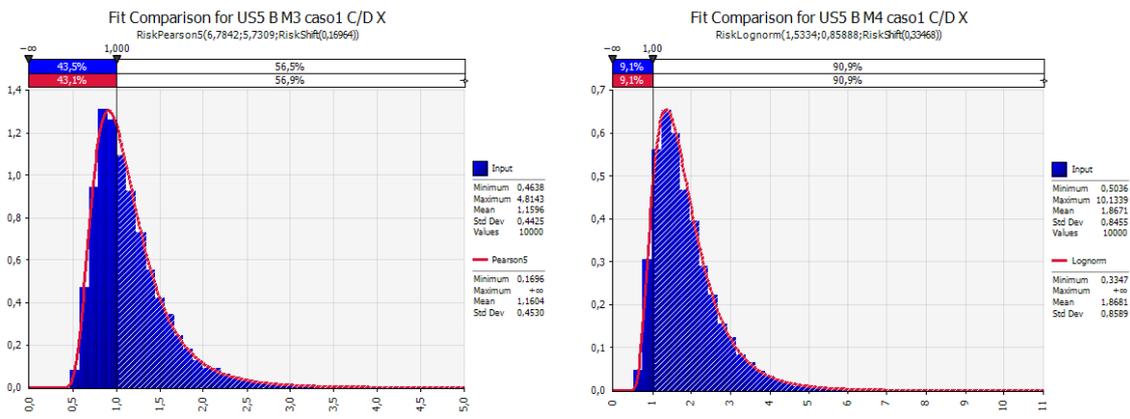
M2



M3 M4
Figura 58. PDF di C/D in direzione X per US5, modello A, caso1



M1 M2



M3 M4
Figura 59. PDF di C/D in direzione X per US5, modello B, caso1

4.2.3.3 La probabilità di collasso delle US in relazione al tipo di muratura e al tipo di connessione

Dalla Figura 60 alla Figura 63 si mostrano, per ogni US e per ciascuna direzione, le probabilità di collasso in relazione alla muratura e al tipo di connessione utilizzate.

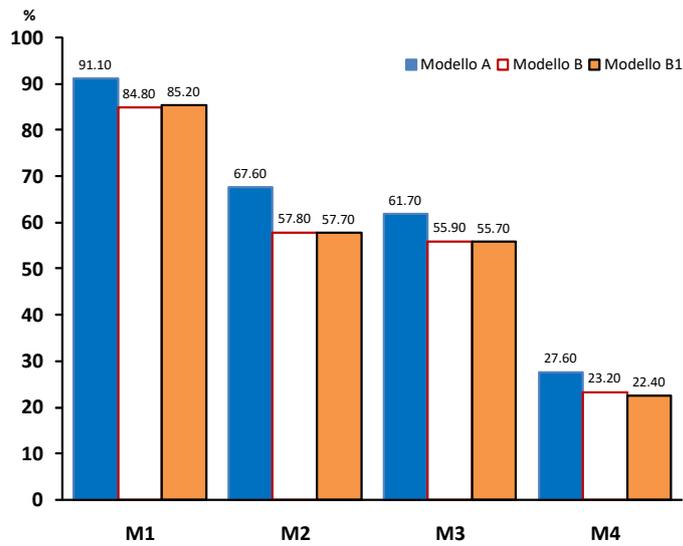


Figura 60. Probabilità di collasso in direzione X, US1.

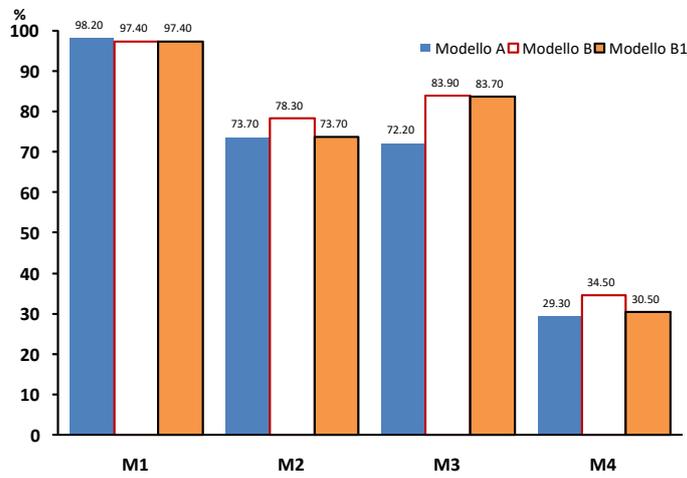


Figura 61. Probabilità di collasso in direzione Y, US1.

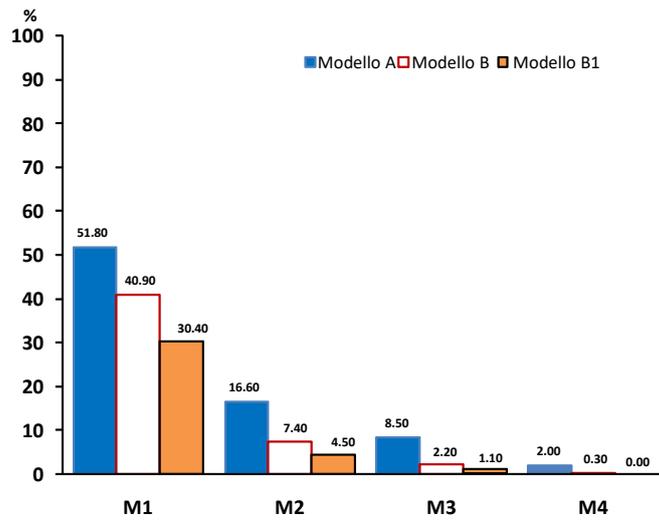


Figura 62. Probabilità di collasso in direzione X, US4.

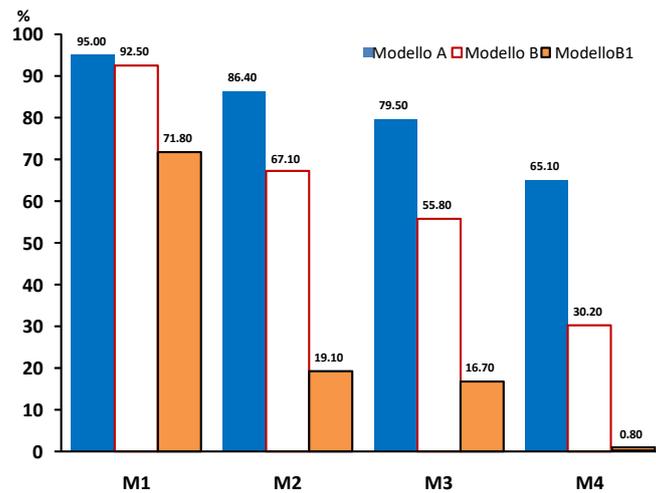


Figura 63. Probabilità di collasso in direzione Y, US4.

In tutte le figure precedenti si può rilevare una diminuzione della probabilità di collasso al crescere delle caratteristiche meccaniche della muratura, spostandoci quindi da M1 verso M4. Nelle sezioni successive verranno confrontati e commentati i risultati delle analisi di sensitività e di incidenza delle variabili di input sul parametro di controllo della risposta, ottenuti per le medesime US al variare della tipologia di muratura e del grado di connessione tra pareti ortogonali. Tutti i risultati sono espressi in riferimento ai casi con o senza connessione di tipo A e B.

4.2.3.4 Probabilità collasso a confronto tra i modelli

Ulteriori riflessioni possono trarsi dalle statistiche dei risultati sul rapporto C/D ottenute dalle analisi di sensitività, riportate nelle successive figure. Come mostrato dagli istogrammi seguenti, i valori minimi e massimi non risultano simmetrici rispetto al valore medio. Tale comportamento è dovuto al fatto che le funzioni densità di probabilità del parametro C/D non sono simmetriche (si tratta per lo più di distribuzioni tipo lognormale e Pearson).

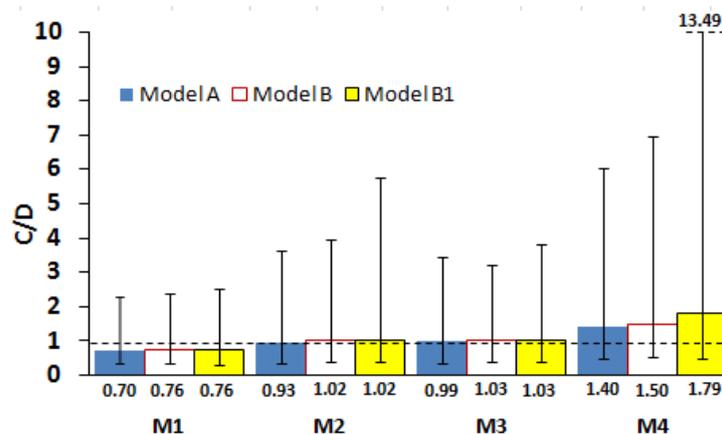


Figura 64. Valori minimo, massimo e medio del rapporto C/D in direzione X per la US1

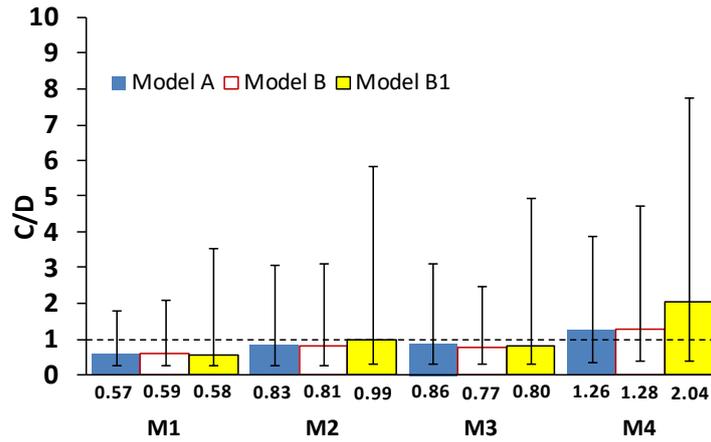


Figura 65. Valori minimo, massimo e medio del rapporto C/D in direzione Y per la US1.

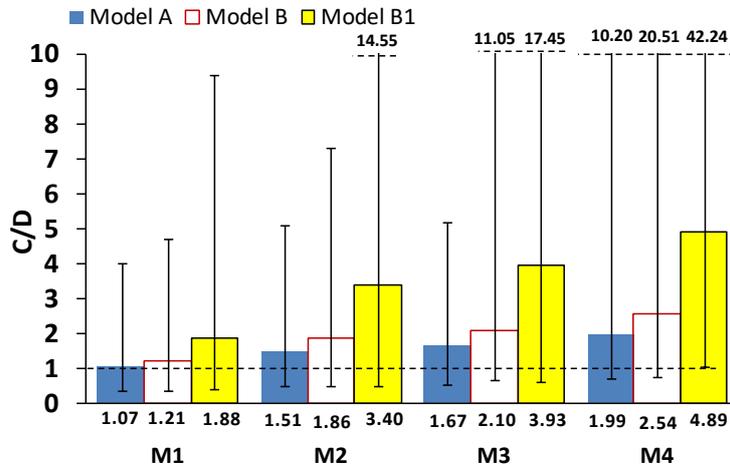


Figura 66. Valori minimo, massimo e medio del rapporto C/D in direzione X per la US4

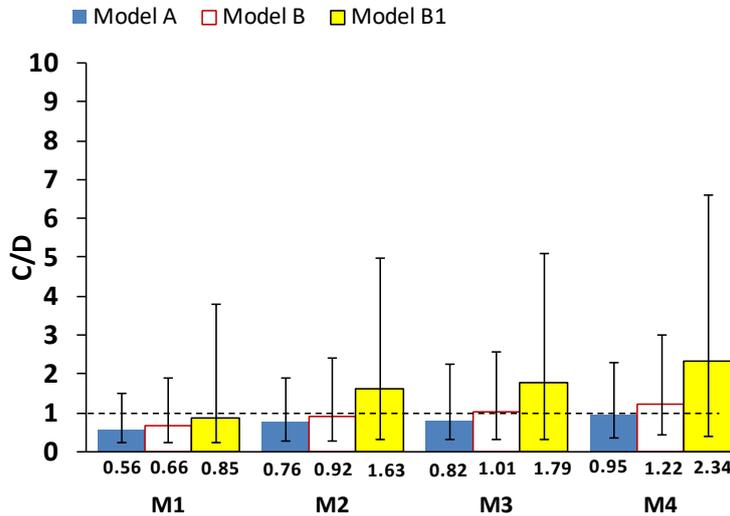


Figura 67. Valori minimo, massimo e medio del rapporto C/D in direzione Y per la US4

L'effetto prodotto dalla presenza di connessione anima/ala tra murature ortogonali sul rapporto C/D, si può osservare dalla Figura 64 alla Figura 67. La presenza di connessione di tipo B produce effetti trascurabili sulla capacità delle US, sia in direzione X che Y; prendiamo come esempio nella Figura 64, rispetto al modello tipo A si registra infatti un incremento del 5-8%. In direzione Y (Figura 65) si riscontra una riduzione della capacità, seppur molto piccola, utilizzando la muratura

di tipo M3 per i modelli B e B1. Ciò è dovuto al fatto che il piano terra, caratterizzato da collasso per taglio, ha una probabilità di collasso più elevata del terzo livello (caratterizzato da una modalità di collasso per flessione); per effetto della connessione, molti maschi murari cambiano il proprio meccanismo di collasso da flessionale a quello per taglio diagonale che ha una minor capacità deformativa (si passa infatti dallo 0,4% allo 0,6% di H), pertanto il collasso si localizza al terzo livello, riducendosi anche la capacità e pertanto il rapporto C/D. Va posta attenzione ad una tendenza ricorrente osservabile nelle precedenti figure, ossia che il rapporto C/D risente poco della presenza di connessione, ad eccezione del caso in cui si adotti la muratura di tipo M4.

4.2.3.5 Analisi di sensitività rispetto al parametro di controllo C/D per tipologia muraria

Muratura tipo M1

Le figure seguenti mostrano l'incidenza delle variabili di base sullo stimatore, che si ricorda essere il rapporto Capacità/Domanda in termini di spostamento, con e senza connessione per entrambe le direzioni. Per quanto già spiegato nell'introduzione alle modalità di rappresentazione grafica dei risultati, è facile dedurre che al variare di una deviazione standard della variabile di input, il rapporto C/D varia della quantità riportata nelle barre di pertinenza delle singole variabili. La variazione può essere positiva o negativa, indicando pertanto se una variabile incrementa o riduce la capacità della US. I risultati consentono di affermare che per entrambe le direzioni l'ordine delle variabili è confrontabile, anche in presenza di connessione, ciò in cui differiscono è nel "peso" che ognuna ha sul rapporto, cui si è scelto di mostrare solo la direzione x. Il valore spettrale dell'accelerazione, la resistenza a compressione della muratura, il fattore α relativo al danneggiamento e degrado, lo spostamento ultimo per taglio sono i fattori da cui più di altri dipende il rapporto C/D. Nella US1 una variazione di $+\sigma$ rispetto al valor medio dello spettro di risposta in accelerazione per $T= 0,4s$, provoca un decremento della capacità in direzione X, riducendo il rapporto C/D in assenza di connessioni. In entrambe le direzioni l'incidenza maggiore è quella dello spostamento ultimo per taglio. Stessa tendenza si osserva, invece, quando si è in presenza di connessione, ossia quest'ultima ipotesi produce effetti maggiori sul rapporto C/D. In particolare si può osservare che in presenza di connessione l'incremento risulta di circa il 20% rispetto alla condizione di assenza della connessione, dovuto, come commentato nei paragrafi precedenti, al cambiamento del meccanismo di collasso principale delle pareti da flessionale a taglio diagonale.

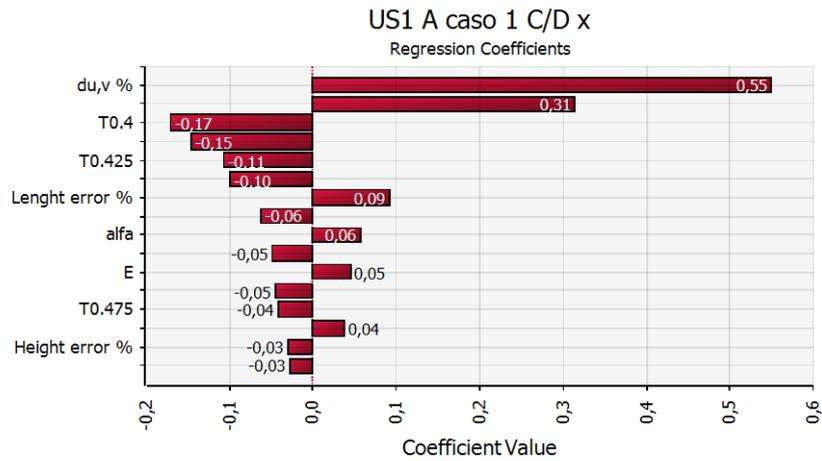


Figura 68. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M1, modello A, caso1.

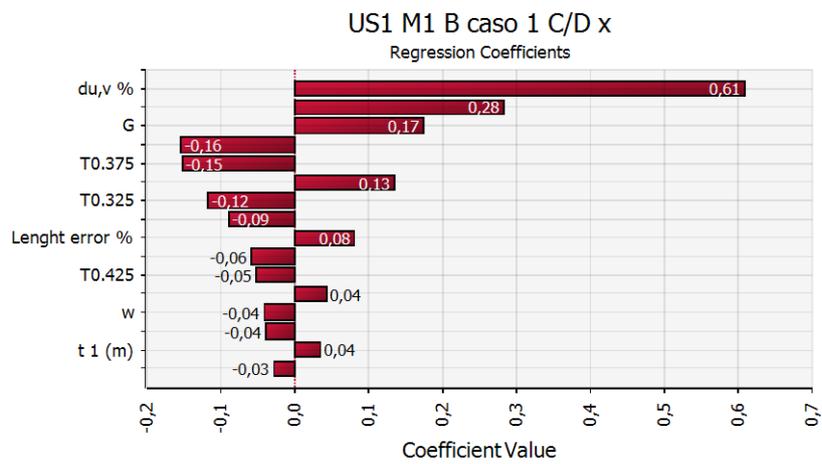


Figura 69. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M1, modello B, caso1.

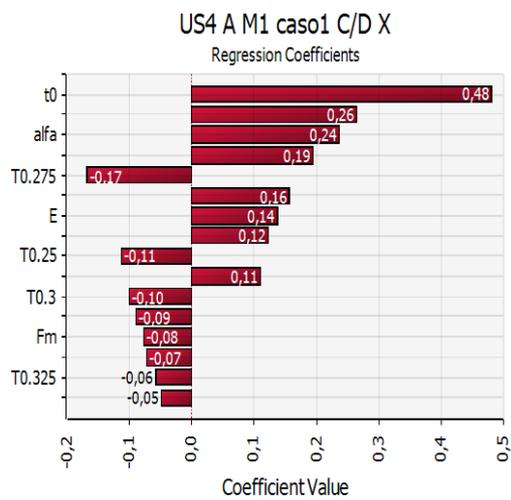


Figura 70. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M1, modello A, caso1.

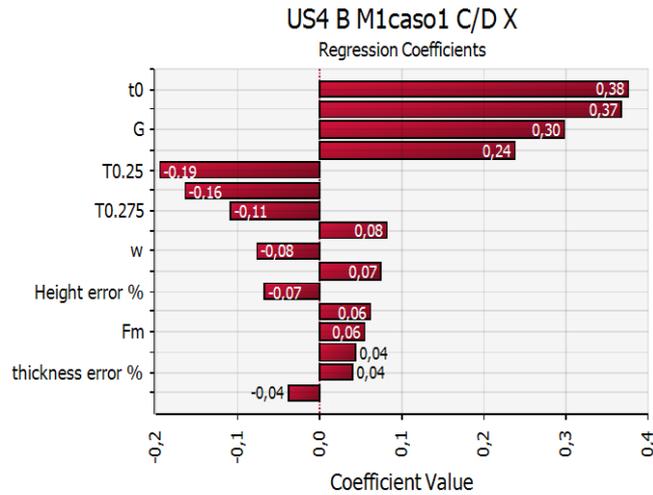


Figura 71. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M1, modello B, caso1.

Muratura tipo M2

Dalle analisi di sensitività sulle US1 e US4 in presenza di muratura di tipo M2, è immediato rilevare che l'ordine delle variabili più incidenti rimane pressoché invariato rispetto a quanto visto per la tipologia M1; la differenza consiste, invece, in un ordine interno diverso. Appare evidente quanto sia importante la differenza sul fattore C/D quando si eseguono le analisi in presenza di connessione. Si noti poi come il cambiamento del comportamento strutturale, rappresentato dal periodo proprio, comporti un ordine diverso dei corrispondenti spettri di risposta in accelerazione.

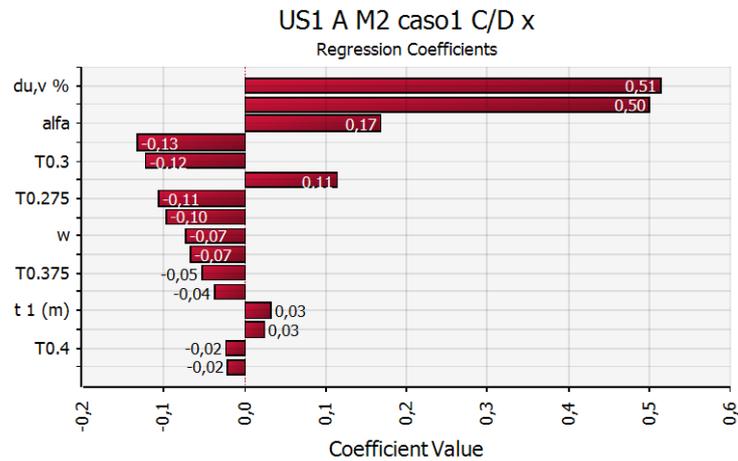


Figura 72. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M2, modello A, caso1.

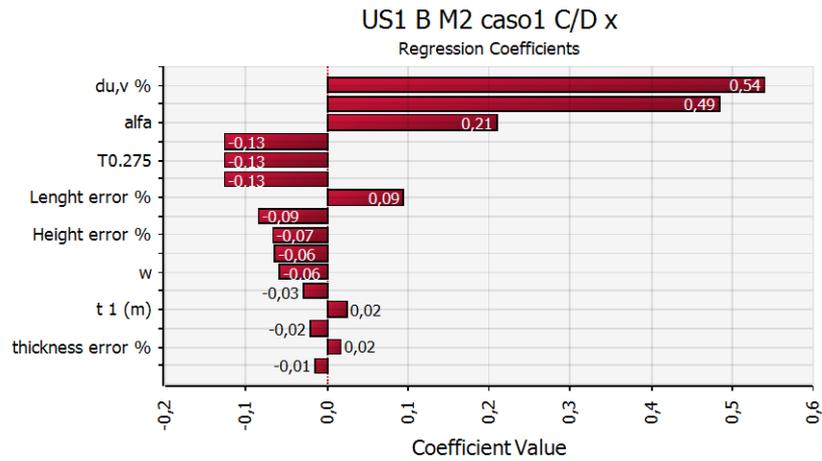


Figura 73. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M2, modello B, caso1.

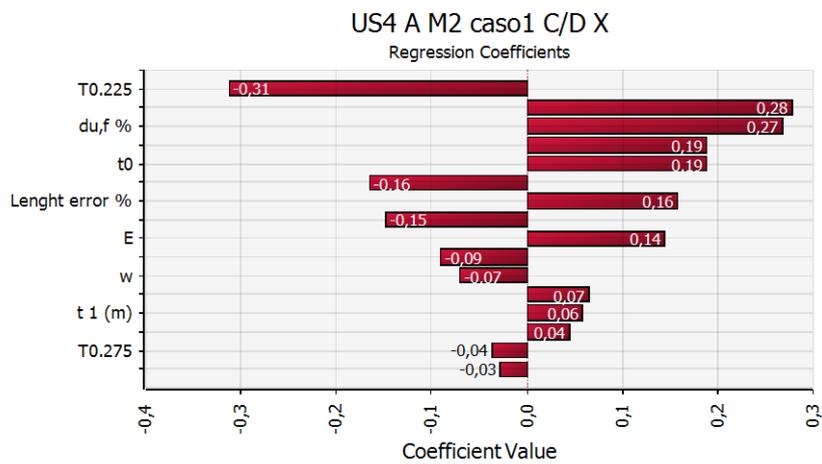


Figura 74. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M2, modello A, caso1.

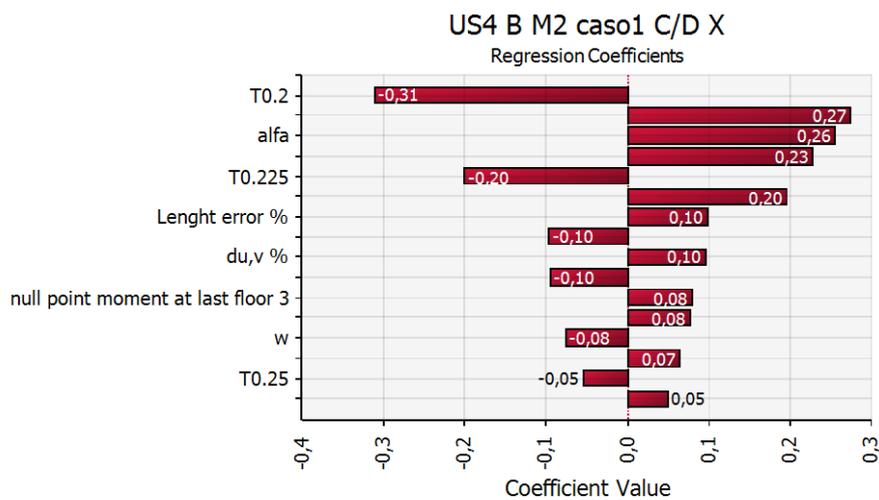


Figura 75. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M2, modello B, caso1.

Muratura tipo M3

I risultati delle analisi di sensitività per la tipologia M3 sono riportati nelle figure seguenti. Piccoli cambiamenti si possono rilevare nell'ordine delle variabili più incidenti sul rapporto C/D, rispetto ai precedenti casi in cui sono stati analizzati i casi delle US con tipologia M1 e M2.

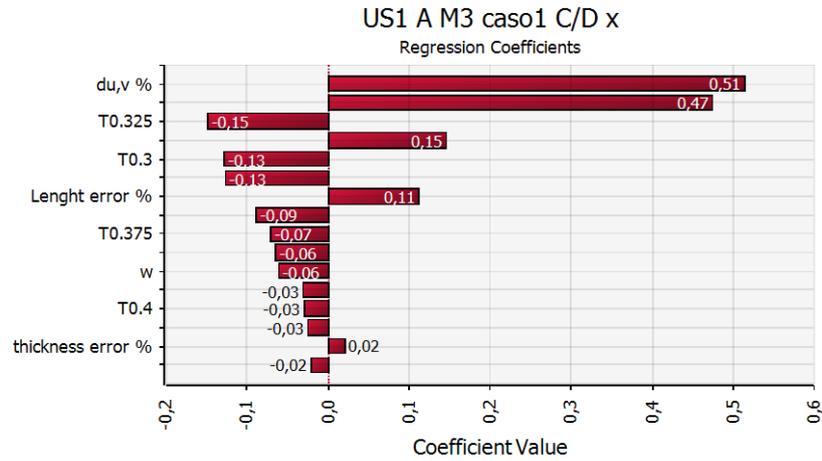


Figura 76. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M3, modello A, caso1.

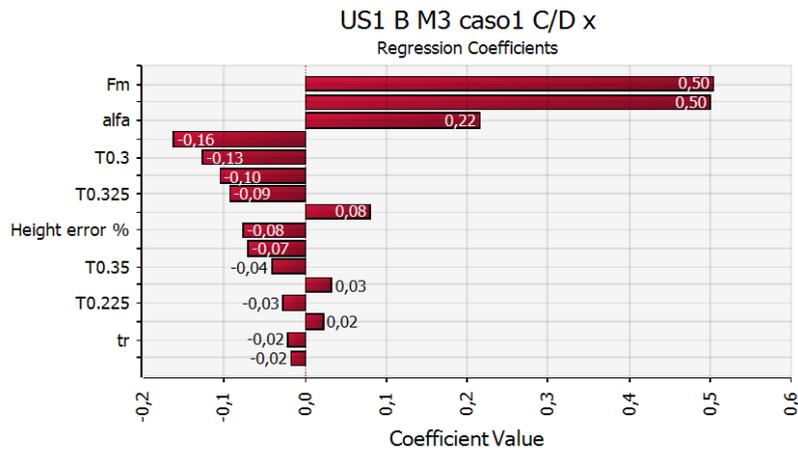


Figura 77. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M3, modello B, caso1.

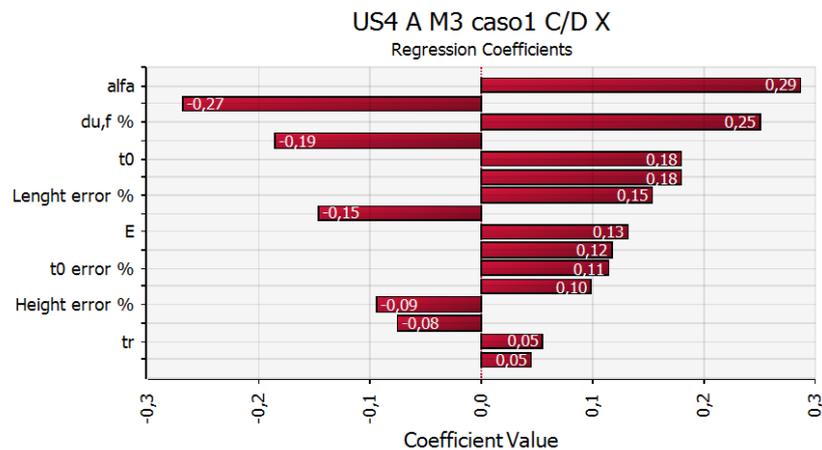


Figura 78. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M3, modello A, caso1.

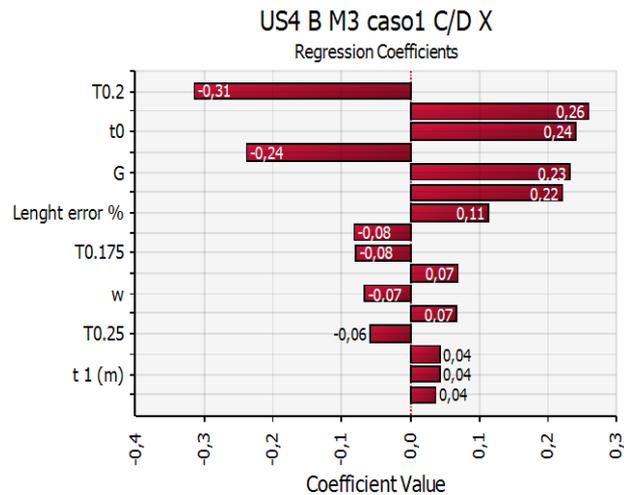


Figura 79. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M3, modello B, caso1.

Muratura tipo M4

I risultati delle analisi di sensitività per la tipologia M4 sono riportati dalla Figura 80 alla Figura 83. Osservazioni per lo più analoghe scaturiscono dall'esame delle rappresentazioni grafiche contenute nelle citate figure; in generale si conferma una tendenza osservata nelle US in cui sono state utilizzate murature con caratteristiche meccaniche superiori (M3, M4), ossia un notevole incremento dell'incidenza delle variabili sul rapporto C/D, in particolar modo delle prime, quando si adotta il modello meccanico con connessione tra pareti. A causa di una diversa configurazione geometrica, in direzione Y tale fenomeno è più evidente, ed interessa principalmente quelle variabili che sono legate al collasso di piano caratterizzato da modalità di rottura per pressoflessione. In generale la presenza della connessione produce un incremento della rigidità e in relazione al periodo proprio che ne consegue, la domanda sugli elementi strutturali può crescere o diminuire. Per le tipologie M1 e M2 si nota altresì che i parametri spettrali risentono del tipo di connessione e la differenza tra i due modelli in termini di rapporto C/D diventa sensibilmente più elevata. In virtù delle precedenti osservazioni, si può concludere a riguardo che in presenza di muratura dalle proprietà meccaniche elevate, l'effetto della connessione sul comportamento globale non produce sostanziali benefici.

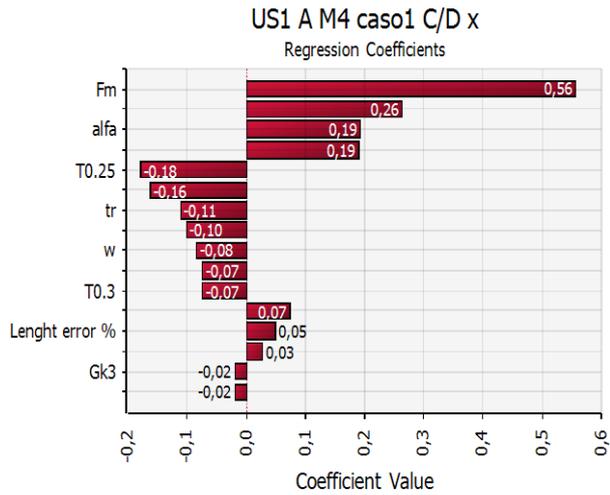


Figura 80. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M4, modello A, caso1.

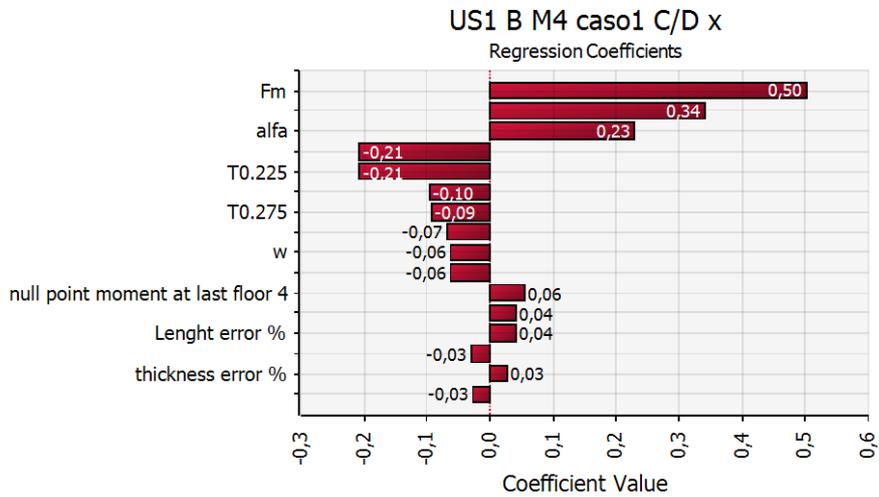


Figura 81. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US1, dir X, muratura M4, modello B, caso1.

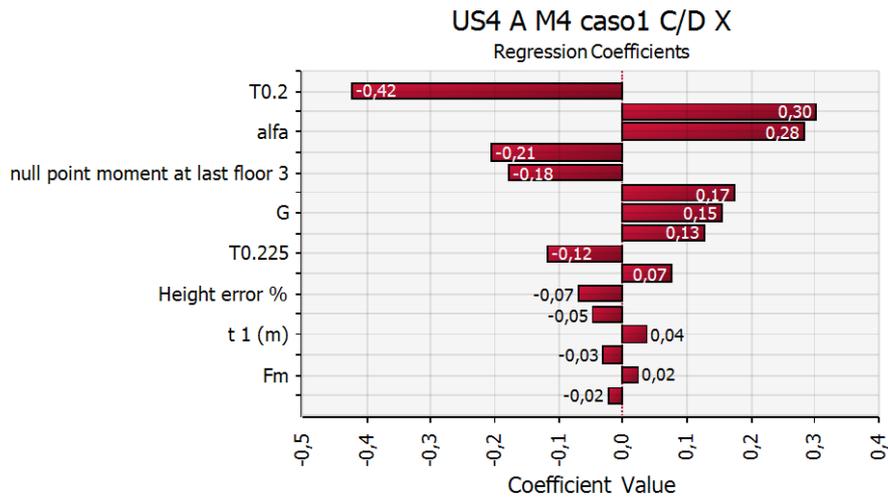


Figura 82. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M4, modello A, caso1.

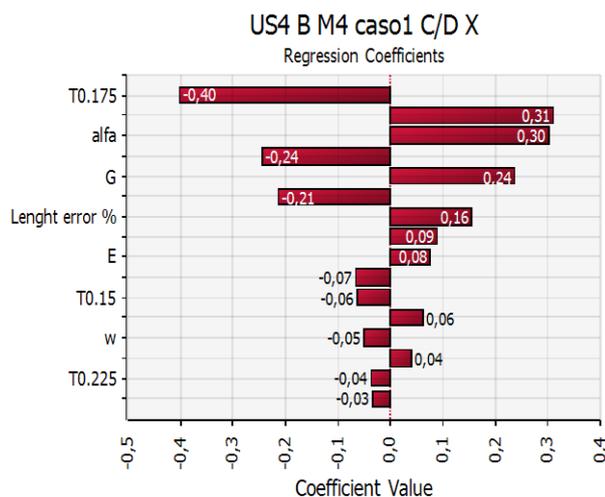


Figura 83. Ranking delle incidenze delle variabili di input su C/D per US4, dir X, muratura M4, modello B, caso1.

I diagrammi tornado appena presentati come risultato delle analisi di sensitività, permettono di comprendere l'utilità del metodo sviluppato, consentendo di analizzare ogni tipo di variabile, progettando ad hoc, qualora se ne presenti la necessità, specifiche subroutine per monitorare specifiche grandezze. Accelerazione e domanda in spostamento di ogni piano, o la capacità di un generico pannello murario, così come la risposta modale della struttura, sono solo alcuni dei molti parametri che possono essere monitorati.

La procedura completamente probabilistica come mostrata dai risultati proposti è uno strumento particolarmente efficace nel rendere agevole lo studio delle grandezze caratterizzanti il comportamento delle US.

Dall'osservazione dei dati è possibile fare alcune considerazioni interessanti:

- le analisi di sensitività condotte sulle US evidenziano un numero piuttosto ristretto di variabili da cui la risposta delle stesse dipende in maniera più incisiva. La variazione della tipologia muraria e del grado di connessione produce un riposizionamento relativo, all'interno del gruppo di variabili più incidenti. Lo spettro di risposta in accelerazione $Se(T)$, la resistenza a compressione della muratura f_m , errore % sulla resistenza al taglio ($\tau_0, err\%$); e taglio $d_{u,v}$, la posizione del punto di nullo del diagramma dei momenti z e il fattore di riduzione della rigidezza a per degrado e fessurazione, sono i parametri da tener maggiormente sotto controllo nella risposta della US. Su questo gruppo andranno indirizzati in maniera prevalente eventuali approfondimenti diagnostici e interventi in opera volti al miglioramento delle prestazioni alle azioni orizzontali. Su questo gruppo di variabili è stata orientata anche il metodo deterministico proposto in seguito;
- L'uso di murature con buone caratteristiche meccaniche limita la riduzione della capacità in spostamento della US causato dalla presenza di eventuali disconnessioni tra pareti. Le analisi effettuate dimostrano la tendenza che tale riduzione è pressoché nulla quando si operi in presenza di murature particolarmente performanti. Tale evidenza è di particolare interesse qualora si intenda migliorare la capacità del fabbricato realizzando una

connessione diffusa delle parti murarie sconnesse al fine di migliorarne la capacità globale. Tale pratica risulterebbe infatti tanto inefficace quanto più le caratteristiche meccaniche della muratura risultassero elevate. Andrà pertanto valutato attentamente il reale beneficio apportato da un tale intervento, dando particolare rilevanza alla fase diagnostica.

5. La definizione di una metodologia semplificata per la stima della confidenza nell'esito della risposta sismica di US

Lo studio del complesso percorso che inizia dal rilievo della struttura e termina con un giudizio sulla vulnerabilità, ha permesso di individuare molteplici criticità sulla base delle quali poter concludere che un approccio deterministico alla formulazione di un giudizio affidabile degli effetti del sisma sulle fabbriche murarie, in special modo di quelle in aggregato, non sia la migliore tra le soluzioni possibili. Gli studi di sensitività ampiamente descritti nelle pagine dei paragrafi precedenti, hanno infatti evidenziato come l'elevata incertezza, di natura sia intrinseca sia epistemica, delle variabili da cui dipende la risposta, condizioni a tal punto il valore delle grandezze di output da renderle difficilmente interpretabili.

In virtù di ciò, la volontà di esprimere il collasso non come un evento deterministico, bensì in termini probabilistici, ha costituito l'impulso iniziale dal quale si è sviluppata una metodologia in grado di fornire un contributo al miglioramento degli attuali strumenti per la valutazione della sicurezza dei fabbricati in muratura in zona sismica, con particolare riguardo a quelli in aggregato.

Per la sua natura intrinsecamente complessa, l'analisi probabilistica può risultare uno strumento ostico per gran parte dei potenziali utilizzatori professionisti. L'obiettivo della presente ricerca non è quindi solo quello di fornire un contributo scientifico al tema della sicurezza sismica dei fabbricati in muratura in presenza di elevate incertezze, ma intende soprattutto suggerire al mondo professionale un nuovo modo di affrontare lo studio dei fabbricati esistenti.

A riguardo la stessa normativa non è d'aiuto, infatti le indicazioni sul tema specifico sono per di più rielaborazioni dei concetti di natura semiprobabilistica – quindi apparentemente deterministica – che si adottano per le strutture di nuova progettazione. Per questo motivo, la metodologia qui proposta prevede l'uso di analisi deterministiche, quindi dall'onere computazionale estremamente ridotto, che però sono condotte secondo regole combinatorie delle variabili di input più incidenti, unitamente a coefficienti per la definizione dell'intervallo di confidenza, allo scopo di ottenere una stima della probabilità di collasso. I professionisti possono in tal modo stimare l'affidabilità della struttura operando con gli strumenti analitici a loro più congeniali.

In definitiva, le analisi deterministiche da svolgere sono in grado di fornire la confidenza nell'esito della valutazione di vulnerabilità grazie ad opportune combinazioni di un ristretto numero di variabili di input, ottenute da analisi di sensitività a priori sui parametri più incidenti sulla variabile di output. Il metodo può anche essere impiegato per valutare i FC da applicare all'esito delle analisi condotte con i valori medi delle variabili di base, così da pervenire al frattile di interesse.

5.1 Ruolo della metodologia semplificata nella previsione della vulnerabilità dei centri storici

Quella presentata in questo lavoro è una metodologia rigorosa con solide basi teoriche e al contempo di agevole utilizzo pratico per la gestione delle incertezze nell'analisi del comportamento sismico di strutture esistenti in muratura, grazie ad alcune approssimazioni introdotte e ad ipotesi semplificative. Si assume che le proprietà statistiche delle diverse variabili di base, raggruppate secondo la loro natura in variabili geometriche, meccaniche e costruttive, possano essere preventivamente caratterizzate mediante indagini strumentali o visive.

La finalità di questo lavoro è di stimare, con un assegnato livello di confidenza, la risposta del sistema strutturale mediante un parametro α , fornito in forma analitica. Esso permette, tra l'altro, di calcolare anche un fattore di confidenza (FC) da applicare all'esito dell'analisi condotta con i valori medi delle variabili di base, ricadendo in tal modo nell'impostazione di normativa.

La procedura proposta potrebbe porsi in alternativa a quella attualmente adottata all'interno della Normativa vigente (NTC08[73]), che fa uso di livelli di conoscenza (LC) e di FC. Attraverso questo approccio si intende infatti superare alcune criticità del quadro normativo attuale, ovvero: i) il LC riferito ai vari elementi dell'analisi (geometria, materiali e dettagli) si traduce in FC che si applicano ai soli materiali, ii) i LC ed i relativi FC sono discretizzati su tre valori, impedendo in questo modo di articolare in maniera continua l'attività conoscitiva e di valutazione, iii) si ignora l'effetto che i singoli parametri incerti hanno sull'esito complessivo dell'analisi (ovvero la loro sensitività), iv) l'esito dell'analisi, pur se affetto dalle numerose incertezze sui parametri di base, viene espresso da un valore apparentemente deterministico, v) è difficile valutare l'impatto che ulteriori indagini sperimentali avrebbero sull'esito dell'analisi.

Il "fattore di confidenza" cui si perviene con la procedura sviluppata ha il vantaggio di tenere in conto sia le incertezze intrinseche sia quelle epistemiche, e consente l'aggiornamento continuo in senso Bayesiano dei parametri di base del problema, determinando in questo modo un FC globale riferito all'esito dell'analisi. La procedura, infine, è concepita in modo da fornire indicazioni utili al progettista in merito all'importanza di ogni parametro sull'esito dell'analisi. Infatti, la definizione di gruppi di variabili che influiscono maggiormente sulla grandezza di controllo in output consente al professionista di progettare una campagna di indagini efficace, concentrando l'attenzione solo sulle grandezze dominanti la risposta strutturale.

La metodologia sviluppata rappresenta inoltre uno strumento semplice e speditivo che tiene conto delle incertezze insite nelle variabili di base senza ricorrere ad analisi onerose alla Monte Carlo. L'approccio probabilistico, che può essere considerato come riferimento "esatto", è in effetti utilizzato nella proposta presentata solo per la calibrazione della metodologia semplificata, che consiste in un modesto numero di analisi deterministiche in cui i valori dei parametri di input sono suggeriti da apposite tabelle di combinazione. Al contempo, la medesima metodologia fornisce una stima dell'affidabilità complessiva del risultato ottenuto – se si vuole, il livello di confidenza –

determinando di volta in volta il valore del fattore di confidenza da applicare al risultato finale dell'analisi svolta.

5.1.1 Descrizione della metodologia semplificata

Il professionista può utilizzare la metodologia semplificata per descrivere i parametri di risposta in maniera deterministica o probabilistica. Nel seguito si farà riferimento, come parametro di risposta, all'indicatore di sicurezza $Y=C/D$, espresso come rapporto fra capacità C e corrispondente domanda D . Si osservi che tali quantità possono essere di qualsivoglia natura: accelerazioni, spostamenti, forze, ecc.

La metodologia permette di calcolare il frattile inferiore dell'indicatore C/D per un livello di confidenza assegnato, oppure, di conseguenza, di determinare la probabilità di superamento dell'indicatore C/D . Ciò si ottiene mediante l'impiego di due parametri, α e FC , equivalenti dal punto di vista concettuale: il primo è utilizzato per ottenere una stima affidabile del frattile inferiore dell'indicatore C/D , il secondo per attingere allo stesso frattile a partire dall'analisi eseguita con i valori medi.

Tali parametri α e FC da utilizzare nella metodologia semplificata sono calibrati con simulazioni Monte Carlo che tengono conto di tutte le variabili di base di interesse, ognuna caratterizzata da valore medio e deviazione standard.

I valori di α e FC tengono quindi conto del livello di incertezza delle variabili di input; ad una riduzione dell'incertezza di una o più variabili di base corrisponderà una variazione, più o meno pronunciata, dei valori di α e FC .

E' utile osservare che nella pratica professionale spesso ci si concentra sulla diagnostica finalizzata ad una migliore caratterizzazione dei parametri meccanici della muratura, trascurando aspetti come la geometria, che viene il più delle volte recepita alla stregua di una informazione deterministica conseguente all'attività di rilevamento, la quale raramente è sottoposta ad ulteriori controlli di accuratezza. Gli studi di sensitività eseguiti evidenziano però, com'è da attendersi, che le variabili geometriche influiscono significativamente sull'esito delle verifiche sismiche; sarebbe quindi opportuno prevedere verifiche a posteriori dell'accuratezza dei rilievi, aggiungendole alle tipiche prove di caratterizzazione dei materiali in uno o più punti del fabbricato.

Per quanto riguarda le prove meccaniche, queste potranno essere in numero variabile in relazione alle dimensioni del fabbricato e all'omogeneità delle murature nell'impianto strutturale; per edifici di piccole/medie dimensioni si possono ritenere sufficienti 3 prove per ogni tipologia muraria da eseguire in punti opportunamente distanziati. Non è da escludere che per questioni di budget le prove possano ridursi anche ad una sola per tipologia; a causa delle inesistenti informazioni di carattere statistico derivanti dall'esiguità del numero di prove, tale condizione dovrà essere equiparata al caso $p=0$, ovvero in assenza di prove.

Nella condizione $p=0$ il professionista potrà quindi eseguire le analisi adottando cautelativamente il primo dei quintili con cui è stata discretizzata la distribuzione uniforme del valor medio della

resistenza a compressione delle 4 tipologie di muratura adottate nelle analisi Monte Carlo, ricavate dalla circolare n.617 del 2009. Adottando il linguaggio tecnico della NTC08[73], si potrebbe dire che in tali condizioni il professionista si trovi al livello di conoscenza minimo (LC1); gli esiti di una eventuale diagnostica eseguita in un secondo momento, la cui estensione potrà essere meglio valutata in relazione ai risultati ottenuti in LC1, potranno essere utilizzati per migliorare le stime delle grandezze statistiche di output dell'indicatore C/D nonché la probabilità di collasso, ricorrendo a nuove coppie α -FC in funzione di p.

5.2 Fondamenti teorici

La caratterizzazione statistica dell'indicatore in output $Y=C/D$, ovvero il calcolo della sua media e varianza, rappresenta l'obiettivo primario della metodologia proposta.

Assumendo che il design point sia riferito al punto corrispondente ai valori medi μ_x delle variabili di base, e che le estrazioni X_i siano fra loro indipendenti, allora media e varianza dell'indicatore Y sono tipicamente rispettivamente stimati, al primo ordine, come segue:

$$\mu_Y = G(\boldsymbol{\mu}_x) \quad (89)$$

$$\sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \right)_{\boldsymbol{\mu}_x}^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (90)$$

Per definizione, la sensitività di una variabile di base X_i è la derivata $\partial G/\partial X_i$ della funzione di risposta $G(X)$ rispetto alla stessa variabile; quando la funzione di risposta è disponibile unicamente con modelli numerici, le derivate $\partial G/\partial X_i$ possono essere approssimate numericamente ricorrendo a metodi numerici, come quello delle differenze finite (FDM) o delle differenze dirette (DDM).

Nella valutazione di vulnerabilità di edifici esistenti, le variabili di base possono dunque essere ordinate secondo la loro sensitività sull'indicatore di output. Ciò consente di identificare quelle che hanno maggiore influenza sulla risposta e sulle quali orientare efficacemente l'attività conoscitiva.

Con riferimento al FDM, l'espressione approssimata del differenziale all'interno di un intervallo centrato in μ_{xi} e di ampiezza 2δ , che fornisce la sensitività s_i , è data da:

$$s_i = \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \right)_{\boldsymbol{\mu}_x} \approx \frac{G_{+\delta_i}(\boldsymbol{\mu}_x) - G_{-\delta_i}(\boldsymbol{\mu}_x)}{2\delta_i} \quad (91)$$

in cui,

$$G_{+\delta_i}(\boldsymbol{\mu}_x) = G(\mu_{X1}, \dots, \mu_{Xi} + \delta_i, \dots, \mu_{Xn}) \quad (92)$$

$$G_{-\delta_i}(\boldsymbol{\mu}_x) = G(\mu_{X1}, \dots, \mu_{Xi} - \delta_i, \dots, \mu_{Xn}) \quad (93)$$

Nelle espressioni precedenti μ_x è il vettore dei valori medi delle variabili di base, mentre δ_i è la variazione FDM della i -esima variabile (tale variazione può essere assunta piccola a piacere, tuttavia nel seguito si assumerà che $\delta_i = \sigma_i$)

Seppur semplice nell'impiego, il metodo diventa tuttavia computazionalmente oneroso al crescere del numero di variabili su cui calcolare la sensitività; si consideri infatti che, detto n il numero di variabili di base da cui dipende la funzione G , sono necessarie $2n$ analisi per calcolare n sensitività s_i .

Una volta calcolate tutte le sensitività, l'approssimazione di primo ordine della varianza dell'indicatore Y si ottiene come segue:

$$\sigma_{\mu Y}^2 = \sum_1^n \sigma_{X_i}^2 s_i^2 \quad (94)$$

in cui $\sigma_{X_i}^2$ è la varianza dell' i -esima variabile di base. A questo punto, l'esito della valutazione è descritto da una grandezza incerta Y avente media μ_y e varianza $\sigma_{\mu y}^2$. Si osservi che Y ha una distribuzione del tipo t -Student poiché la sua varianza è ottenuta da stime delle varianze delle variabili di base, per cui un qualsiasi suo frattile sarà definibile mediante un livello di confidenza α assegnato, come:

$$Y_k(\alpha) = \mu_Y - k_{n,\alpha} \sigma_Y \quad (95)$$

Dove $k_{n,\alpha}$ è il cosiddetto fattore di tolleranza, che dipende dal frattile prescelto, dal numero di prove eseguite per caratterizzare le variabili di base e dal livello di confidenza assegnato. La determinazione di $k_{n,\alpha}$ non è fra gli scopi del presente lavoro, ma indicazioni su come può essere ottenuto sono in Monti & Petrone, 2016[65].

Il corrispondente FC globale sarà quindi determinato in modo da fornire, se applicato all'esito della valutazione condotto con i valori medi, lo stesso risultato dell'espressione precedente:

$$Y_k(\alpha) = \frac{\mu_Y}{FC} = \mu_Y - k_{n,\alpha} \sigma_Y \quad (96)$$

da cui risulta:

$$FC = (1 - k_{n,\alpha} V_Y)^{-1} \quad (97)$$

dove:

$$V_Y = \frac{\sigma_Y}{\mu_Y} \quad (98)$$

è il coefficiente di variazione di Y .

La procedura sopra descritta si basa quindi sul calcolo diretto delle sensitività, ma per questo motivo, come detto, richiede l'esecuzione di $2n$ analisi per determinarle, più quella con i valori medi, per un totale di $2n+1$ analisi. Da un punto di vista computazionale non è quindi particolarmente efficiente, soprattutto in presenza di modelli numerici particolarmente complessi.

Il presente lavoro concentra invece gran parte del proprio contenuto originale in una proposta volta a ridurre significativamente l'onere computazionale legato al calcolo della sensitività delle n variabili, che è un passo essenziale per stimare la deviazione standard dell'indicatore Y . Il metodo, denominato ESM (Effective Sensitivity Method), identifica inizialmente un numero ridotto $m < n$ delle variabili di base, selezionando esclusivamente quelle ad alta sensitività; successivamente, identifica il frattile inferiore dell'indicatore mediante un numero di analisi drasticamente ridotto: due solamente (o eventualmente tre qualora si voglia conoscere anche il frattile superiore della risposta).

Le due analisi da eseguire sono quella con i valori medi delle variabili di base ed una in cui le $m < n$ variabili a maggior sensitività sono fatte variare contemporaneamente secondo la seguente regola combinatoria:

$$Y_{\text{inf,sup}} \approx G(\mu_{\mathbf{X}} \mp \sigma_{\mathbf{X}} \circ \text{sgn } s_{\mathbf{X}}) \quad (99)$$

in cui:

$$(\sigma_{\mathbf{X}} \circ \text{sgn } s_{\mathbf{X}})_i = \sigma_{X_i} \cdot \text{sgn } s_{X_i} \quad (100)$$

è il prodotto di Hadamard, in cui ogni termine del primo vettore è moltiplicato per il corrispondente termine del secondo vettore. Alle restanti $n-m$ variabili è assegnato il proprio valor medio.

Da notare che Y_{inf} e Y_{sup} rappresentano rispettivamente il caso "peggiore" e il "migliore", ottenuti assegnando contemporaneamente ad ogni variabile di base, fra quelle con maggior sensitività, una variazione pari ad una deviazione standard, con segno concorde alla sua sensitività.

Se la varianza di Y fosse nota, questi stessi valori sarebbero espressi come:

$$Y_{\text{inf,sup}} = \mu_Y \mp \alpha \cdot \sigma_Y \quad (101)$$

In tal modo, si introduce un fattore correttivo α definito come:

$$\alpha = \frac{\mu_Y - Y_{\text{inf}}}{\sigma_Y} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{Y_{\text{sup}} - \mu_Y}{\sigma_Y} \quad (102)$$

in cui il numeratore si ottiene dalle analisi semplificate e il denominatore si ottiene invece da analisi Monte Carlo o FDM. Il fattore correttivo può quindi essere calibrato a priori per ogni combinazione delle variabili di base (ad es., stessa US, stesso tipo di muratura, ecc.). Il valore calibrato di α può quindi essere preso come il valore medio $\bar{\alpha}$ fra tutte le calibrazioni effettuate e può quindi essere usato per ottenere una stima della deviazione standard quando si eseguono le sole analisi semplificate, come segue:

$$\hat{\sigma}_Y = \frac{\mu_Y - Y_{\text{inf}}}{\bar{\alpha}} \quad (103)$$

In tal modo è possibile anche calcolare la probabilità di collasso, come:

$$p_f = \Phi\left(-\frac{\mu_Y}{\hat{\sigma}_Y}\right) = \Phi\left(-\frac{\bar{\alpha}\mu_Y}{\mu_Y - Y_{\text{inf}}}\right) \quad (104)$$

5.2.1 Formulazione analitica del parametro α per curve di risposta log-normali

Le analisi probabilistiche hanno evidenziato che la risposta dei sistemi strutturali analizzati tende in maniera prevalente a distribuirsi secondo curve di tipo log-normale; in pochi, sporadici casi si riscontrano curve di probabilità di tipo Beta, Pearson e Gamma. La mostra l'andamento di una tipica log-normale.

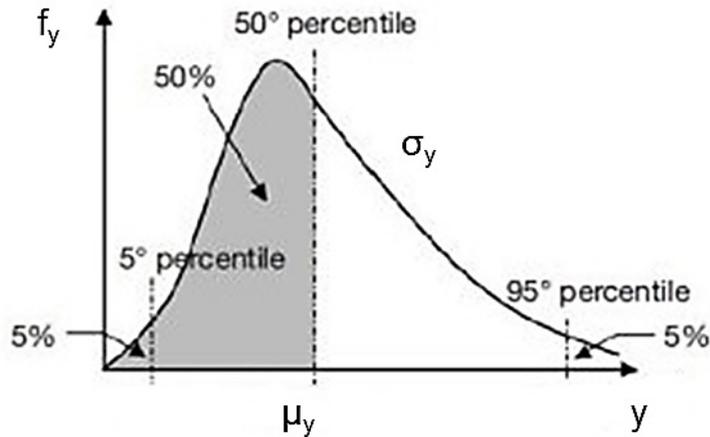


Figura 84. Funzione densità di probabilità di una distribuzione log-normale

La funzione di densità di probabilità normale è:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad -\infty < y < +\infty \quad (105)$$

Definito $x = \ln(y)$, è possibile scrivere la funzione log-normale come,

$$f(y) = \frac{1}{y \sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(y) - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \right] \quad 0 < y < +\infty \quad (106)$$

I valori statistici della distribuzione normale possono essere derivati dai corrispondenti valori della distribuzione log-normale mediante le seguenti equazioni:

$$\sigma_x^2 = \ln \left[\left(\frac{\sigma_y}{\mu_y} \right)^2 + 1 \right], \quad \mu_x = \ln(\mu_y) - \frac{1}{2} \sigma_x^2 \quad (107)$$

In cui σ_x e μ_x sono i parametri della distribuzione normale.

I parametri della distribuzione log-normale si ottengono con la seguente equazione, utilizzando i valori corrispondenti della distribuzione normale Eq.(107):

$$\sigma_y = \mu_y \cdot \sqrt{e^{\sigma_x^2} - 1} \quad (108)$$

$$\mu_y = e^{\left(\mu_x + \frac{1}{2}\sigma_x^2\right)} \quad (109)$$

in cui σ_y e μ_y sono i parametri della distribuzione log-normale.

In una distribuzione log-normale, il calcolo dei valori di y per un assegnato percentile può essere eseguito utilizzando la seguente relazione:

$$y = e^{(\mu_x + \alpha\sigma_x)} \quad (110)$$

Il metodo semplificato necessita della definizione della variabile α per poter essere impiegato; tale parametro è calcolato utilizzando i rapporti $C/D_{(1)}$ e $C/D_{(0)}$ ottenuti, come evidenzia il pedice, con le analisi di tipo 0 e di tipo 1. Per la definizione del parametro α , inoltre, si impiegano esclusivamente i risultati ottenuti con i modelli A e B.

Il calcolo di α avviene assegnando al valor medio della distribuzione log-normale e al "frattile 5%" i rapporti citati in precedenza secondo le seguenti espressioni:

$$C/D_{(0)} = \mu_y \quad (111)$$

$$C/D_{(1)} = e^{(\mu_x + \alpha\sigma_x)} \quad (112)$$

Pertanto sostituendo le precedenti espressioni nelle Eq.(108) e Eq.(109) si ottengono:

$$\sigma_x^2 = \ln \left[\left(\frac{\sigma_y}{C/D_{(0)}} \right)^2 + 1 \right] \quad (113)$$

$$\mu_x = \ln(C/D_{(0)}) - \frac{1}{2}\sigma_x^2 \quad (114)$$

Con opportune sostituzioni e manipolazioni, dall'Eq.(112) si ottiene l'espressione analitica del parametro α nel caso in cui la funzione di risposta sia descritta da una curva di tipo log-normale:

$$\alpha = \frac{\ln(C/D)_{(1)} - \left[\ln(C/D)_{(0)} - \frac{1}{2} \ln \left[\left(\frac{\sigma_y}{(C/D)_{(0)}} \right)^2 + 1 \right] \right]}{\sqrt{\ln \left[\left(\frac{\sigma_y}{(C/D)_{(0)}} \right)^2 + 1 \right]}} \quad (115)$$

in cui,

$C/D_{(1)}$ è il risultato di C/D ottenuto con l'analisi di tipo 1

$C/D_{(0)}$ è il risultato di C/D ottenuto con l'analisi di tipo 0

μ_x, σ_x sono i parametri della distribuzione normale

σ_y è la deviazione standard della distribuzione log-normale di C/D , ottenuta con l'analisi Monte Carlo

5.2.2 Aggiornamento Bayesiano

Nei casi in cui $p > 1$, le stime a posteriori di μ_m e σ_m^2 vengono determinate attraverso un aggiornamento Bayesiano completo.

Le informazioni a priori μ'_{m_i} e $\sigma'^2_{m_i}$ sono quelle impiegate nella caratterizzazione delle curve di probabilità che descrivono le diverse variabili nella condizione $p=0$, ovvero in assenza di qualunque approfondimento diagnostico orientato a migliorare la conoscenza delle variabili di input.

A seguito dell'acquisizione di un campione di n dati della variabile i -esima X_{i1}, \dots, X_{in} , è possibile calcolare media e deviazione standard a posteriori, cioè a seguito dell'informazione acquisita con il campione di dati, secondo le seguenti espressioni:

$$\mu_{m_i} = \frac{\left(\frac{s_i^2}{n} \right) \mu'_{m_i} + \sigma'^2_{m_i}}{\sigma'^2_{m_i} + s_i^2 / n} \quad (116)$$

$$\sigma^2_{m_i} = \left(\frac{1}{\sigma'^2_{m_i}} + \frac{n}{s_i^2} \right)^{-1} \quad (117)$$

essendo \bar{x} la media campionaria degli n dati dell' i -esima variabile.

All'aumentare del numero dei dati, la media campionaria è progressivamente aggiornata e il nuovo aggiornamento della stima a priori approssima la vera media con sempre minor varianza, fornendo quindi una più attendibile valutazione dei parametri che descrivono le incertezze nelle variabili di base.

Le grandezze statistiche a posteriori vengono impiegate per aggiornare i valori delle distribuzioni di input e ripetere così le simulazioni Monte Carlo necessarie alla calibrazione di nuove coppie di valori α , FC al variare della quantità di dati acquisiti, ad esempio, il numero delle prove a schiacciamento eseguite sulle murature.

5.2.3 Interpretazione geometrica del metodo semplificato

Dopo aver presentato gli aspetti analitici del metodo, si propone una lettura del problema dal punto di vista geometrico, con l'intento di fornire un ulteriore mezzo interpretativo del metodo proposto.

A tal proposito si consideri la prima delle equazioni (102):

$$\alpha = \frac{\mu_Y - Y_{\text{inf}}}{\sigma_Y} \quad (118)$$

tenendo conto che σ_Y può essere espresso come sommatoria della sensitività delle n -variabili di input come descritto dall'equazione (103) e che,

$$Y_{\text{inf}} = \left(\frac{C}{D} \right)_1 \quad (119)$$

$$\mu_Y = \left(\frac{C}{D} \right)_0 \quad (120)$$

esplicitando rispetto a \hat{s} si ottiene l'espressione seguente:

$$\hat{s} = \frac{\left(\frac{C}{D}\right)_0 - \left(\frac{C}{D}\right)_1}{\alpha \hat{\sigma}_X} \quad (121)$$

Tale rapporto rappresenta la pendenza dell'iperpiano tangente la funzione G n-dimensionale nel punto μ_Y e fornisce informazioni riguardo la regolarità della funzione G nell'intorno del punto.

Il numeratore dell'espressione precedente è noto dalle combinazioni delle variabili nelle due analisi semplificate denominate 0 ed 1, fornite dalle seguenti espressioni:

$$\left(\frac{C}{D}\right)_0 = \sum_{i=1}^N G(\mu_{X,i}) \quad (122)$$

$$\left(\frac{C}{D}\right)_1 = G(\mu_{X,1} + \sigma_{X,1}) + \sum_{j=2}^5 (\sigma_{X,j} - \mu_{X,j}) + \sum_{i=6}^N (\mu_{X,i}) \quad (123)$$

Sostituendo si ottiene l'espressione finale di \hat{s} :

$$\hat{s} = \frac{G(\mu_{X,1}) - G(\mu_{X,1} + \sigma_{X,1}) + \sum_{j=2}^5 [G(\mu_{X,j}) - G(\mu_{X,j} - \sigma_{X,j})]}{\alpha \hat{\sigma}_X} \quad (124)$$

Che risulta essere l'espressione della sensitività del parametro di risposta globale.

L'espressione della sensitività delle singole variabili di base, ovvero delle sole cinque che lo studio ha evidenziato essere quelle con significativa incidenza sulla risposta globale, può essere determinata facilmente dalla precedente, ed assumono la seguente espressione:

$$s_1 = \frac{G(\mu_{X,1}) - G(\mu_{X,1} + \sigma_{X,1})}{\alpha \sigma_{X,1}} \quad (125)$$

$$s_j = \frac{G(\mu_{X,j}) - G(\mu_{X,j} - \sigma_{X,j})}{\alpha \sigma_{X,j}} \quad (126)$$

in cui,

s_1 è la sensitività della variabile con incidenza negativa (accelerazione spettrale);

s_j è la sensitività delle variabili con incidenza positiva, dove $2 < j < 5$;

Si noti come le precedenti due espressioni altro non sono che l'espressione approssimata della derivata della funzione G(X) nel punto μ_X :

$$\left. \frac{\partial G}{\partial X_1} \right|_{\mu_X = \mu_{X_1}} = \frac{G(\mu_{X,1}) - G(\mu_{X,1} + \sigma_{X,1})}{\alpha \sigma_{X,1}} \quad (127)$$

che fornisce l'espressione alle differenze finite "in avanti".

Analogamente a quanto fatto, per s_j si ottiene la seguente espressione:

$$\left. \frac{\partial G}{\partial X_j} \right|_{\mu X = \mu X_j} = \frac{G(\mu_{X,j}) - G(\mu_{X,j} - \sigma_{X,j})}{\alpha \sigma_{X,j}} \quad (128)$$

che fornisce l'espressione alle differenze finite "all'indietro".

Le ultime due espressioni dimostrano come il calcolo approssimato della sensitività della grandezza di output altro non sia che una particolare combinazione dei valori approssimati assunti dalla funzione $G(X)$ nell'intorno dei punti $\mu_{X,j}$.

Sono utili a riguardo alcune riflessioni sul problema.

In termini del tutto generali ci troviamo di fronte ad un problema n -dimensionale; le analisi di sensitività condotte sui ben noti casi ci consentono di ridurre il problema a sole cinque variabili, muovendoci pertanto in un ipercubo 5D, quello che in geometria è definito anche come penteratto.

Ora, poiché il calcolo della sensitività con il metodo approssimato avviene spostandoci lungo la diagonale dell'ipercubo, al fine di ridurre l'errore sulla stima del valore assunto dalla funzione G per un frattile pari a $\cong 5\%$, la sigma della variabile i -esima viene corretta con il fattore $\kappa = 1/\text{radq}(n)$, pertanto $\delta = 1/\text{radq}(n) \cdot \sigma_i$.

Dal significato intrinseco di sensitività si può dedurre che la stima del frattile sarà tanto più accurata quanto più α tenderà ad 1.

Poiché in relazione alla forma della funzione nell'intorno del punto anche l'ampiezza della perturbazione può modificare sensibilmente l'errore commesso nella stima della variabile di output, nella ricerca svolta sono stati assunti valori diversi di κ come conseguenza delle seguenti ipotesi:

- 1) si assume che una variabile più delle altre sia dominante sulla risposta; è questo il caso del parametro legato all'accelerazione spettrale. Ne consegue che $n=1$ e pertanto $\kappa = 1$;
- 2) si assume che le prime 5 variabili siano parimenti incidenti sulla risposta. Ne consegue che $n=5$ e pertanto $\kappa = 0.45$;
- 3) si distingue il problema in due spazi n -dimensionali, in relazione all'incidenza sulla variabile di output. Avremo quindi un κ_i per le variabili ad incidenza negativa e un κ_j per quelle ad incidenza positiva. Ne consegue che $n_i=1$ e $n_j=4$, pertanto $\kappa_i=1$ mentre $\kappa_j=0.5$.

I casi precedenti fanno riferimento, 1) ad un ipercubo 1D ovvero un segmento, 2) ad un ipercubo 5D ovvero un penteratto, 3) ad un ipercubo 4D ovvero un tesseratto.

Si vedrà dettagliatamente nel paragrafo contenente tabelle e rappresentazioni grafiche degli esiti delle analisi svolte che il parametro in questione non può essere scelto in maniera arbitraria, almeno per quanto riguarda funzione complesse n -dimensionali.

Dopo questa inevitabile premessa e rimandando agli ultimi paragrafi del presente capitolo per un'analisi dettagliata dei risultati delle simulazioni effettuate, l'errore % sulla stima del frattile inferiore Y_{inf} ottenuta con il metodo approssimato risulta il seguente:

5-10% (per $\kappa=1$)

20-30% (per $\kappa=0.45$)

10-15% ($\kappa_i=1$ e $\kappa_j=0.5$)

Le migliori stime risultano quelle ottenute con il κ misto e con quello unitario. È ipotizzabile che ciò possa dipendere dal fatto che il parametro con sensibilità nettamente maggiore risulta essere l'accelerazione spettrale, quello ad incidenza negativa nello spazio $n=1$. Quando si utilizza un fattore $\kappa < 1$ si dà troppo peso alle variabili ad incidenza positiva e l'errore cresce poiché stiamo utilizzando un iperpiano tangente poco rappresentativo della sensibilità della funzione G.

5.3 Case studies per le simulazioni numeriche

Sulla base dei risultati dell'analisi probabilistica effettuata su 5 Unità Strutturali, è stato sviluppato un metodo semplificato per la valutazione dell'affidabilità di edifici in muratura mediante l'impiego di analisi deterministiche effettuate "ad hoc".

L'immagine seguente mostra una descrizione sintetica delle diverse US valutate, dei modelli utilizzati, delle tipologie murarie considerate, e delle analisi eseguite con il metodo Monte Carlo.

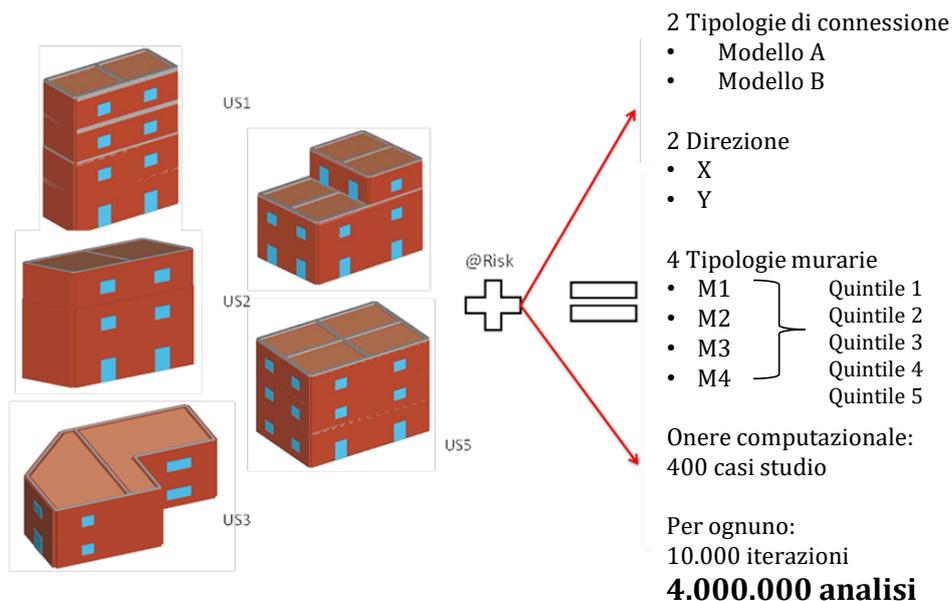


Figura 85. Caratteristiche delle Unità Strutturali considerate e sintesi delle analisi Monte Carlo

L'obiettivo del lavoro di tesi è quello di definire le basi per un metodo deterministico semplificato in grado di fornire stime della vulnerabilità confrontabili con metodi di simulazione complessi, ricorrendo tuttavia ad un ristretto numero di analisi deterministiche. Date le difficoltà, soprattutto in campo professionale, di eseguire analisi probabilistiche tenendo conto delle incertezze di tutte le variabili e di tutte le loro possibili combinazioni, l'obiettivo del metodo proposto è di sostituire migliaia di analisi Monte Carlo con poche analisi deterministiche ottenute combinando le variabili di base in maniera ottimale. Per quanto ambizioso possa apparire lo scopo, si potrà constatare in

seguito, sulla scorta dei risultati presentati e delle riflessioni prodotte, che la metodologia presenta aspetti di indubbio interesse.

Per convalidare tale metodologia è stato eseguito un confronto tra la probabilità di collasso ottenuta mediante analisi Monte Carlo e quella ottenuta col metodo proposto. Un passaggio fondamentale di tale metodo è la calibrazione di un parametro, denominato α , che rappresenta un coefficiente correttivo del frattile inferiore determinato con le analisi semplificate.

5.3.1 Dalle analisi probabilistiche a quelle deterministiche

Dall'osservazione dei risultati ottenuti dalle analisi probabilistiche effettuate per le US presentate nella sono tratte le seguenti considerazioni:

- il valore medio dello stimatore del danno C/D (rapporto Capacità/Domanda in termini di spostamento), come era da attendersi, è molto prossimo a quello ottenuto assegnando a ciascuna variabile il corrispondente valor medio;
- indipendentemente dalle unità strutturali esaminate (SU1, SU2, SU3, SU4 e SU5), dal tipo di muratura (M1, M2, M3 e M4), dalla direzione di analisi (X o Y) e dalla presenza o meno di connessione efficace tra pareti ortogonali (modello A, B), le variabili di input aventi maggior incidenza sullo stimatore del danno C/D sono in numero estremamente ridotto. A titolo di chiarimento, si noti che il parametro di ingresso è definito con sensitività positiva/negativa qualora ad un incremento di una deviazione standard rispetto al suo valore medio corrisponda un incremento/decremento della grandezza di risposta (in questo caso C/D). Le analisi di sensitività forniscono inoltre il peso di ogni variabile sulla grandezza di risposta. Il gruppo delle variabili di base che incide maggiormente sulla risposta delle US è composto da: a) accelerazione spettrale (S_e), b) resistenza a compressione della muratura (f_m), c) η fattore riduttivo applicato al modulo di Young (E) per tener conto degli effetti del danneggiamento nel tempo, d) spostamento ultimo a taglio diagonale ($d_{u,v}$), e) spostamento ultimo a pressoflessione (d_{uf}); delle variabili appena descritte solo la prima risulta avere sensitività negativa. Vi è poi un esteso gruppo di variabili con incidenza nettamente inferiore e sensitività sia negativa che positiva. Alle prime appartengono: il peso proprio della muratura (w), la percentuale di errore sull'altezza di interpiano ($H\%$); lo spessore della parete nel piano terra e primo piano (t), i carichi permanenti e accidentali (G_k , Q_k); delle seconde fanno altresì parte: a) l'errore percentuale sulla misura di lunghezza e spessore di ogni parete ($L\%$, $t\%$), b) il punto di inversione del diagramma dei momenti (capacità flessionale) all'ultimo piano (ζ_G) e al piano generico (ζ_T) in termini percentuali sull'altezza.

La procedura semplificata proposta fa riferimento alle cinque variabili di base con maggior sensitività sulla risposta.

Per una generica variabile di base f_i avente sensitività positiva, si definisce il valore medio x_{fi} e la deviazione standard σ_{fi} ; per una generica variabile di base k_j avente sensitività negativa, si definisce il valore medio x_{kj} e la deviazione standard σ_{kj} . Quattro delle 5 variabili di base individuate mediante l'analisi di sensitività svolta con il metodo Monte Carlo appartengono al "gruppo f_i ": resistenza a compressione della muratura (f_m), fattore di riduzione (η), spostamento ultimo a taglio ($d_{u,v}$) e spostamento ultimo a pressoflessione ($d_{u,f}$), mentre la quinta variabile, l'accelerazione spettrale (S_e), è una variabile appartenente al "gruppo k_j ".

Il metodo deterministico semplificato che si propone consiste nell'effettuare unicamente due differenti analisi, con le seguenti modalità:

- Analisi "0" - a tutte le variabili sono assegnati i valori medi x_{fi} , x_{kj} . Questa analisi fornisce una stima sufficientemente accurata del valore medio della grandezza di risposta;
- Analisi "1" - a ciascuna delle quattro variabili f_i si assegna il valore medio meno una deviazione standard ($x_{fi}-\sigma_{fi}$), mentre alla variabile k_j (ordinata spettrale) si assegna il valore medio più una deviazione standard ($x_{kj}+\sigma_{kj}$). A tutte le altre variabili è assegnato il proprio valore medio (x_{fi} , x_{kj}). Questa analisi è rappresentativa della risposta corrispondente ad una combinazione sfavorevole delle variabili di base e fornisce un valore inferiore al valore medio della grandezza di risposta;

La Tabella 26 mostra le variabili di base e i corrispondenti valori medi, deviazioni standard, sensitività (influenza positiva o negativa) sul fattore C/D; le ultime due colonne contengono il valore utilizzato per le due analisi deterministiche descritte in precedenza.

Tabella 26. Valori assegnati alle variabili di base per i due set di analisi deterministiche

Categorie	Variabili	Media	σ	Influenza	Analisi 1	Analisi 0		
Dati generali	$d_{uv}\%$	0.4	0.057	+	0.4	0.343		
	$d_{u\pm}\%$	0.6	0.057	+	0.6	0.543		
	η	0.75		+	0.75			
	$G_k(\text{KN/m}^2)$	5		-	5	5		
	$Q_k(\text{KN/m}^2)$	2		-	2	2		
Materiali	M1	$f_m(\text{KN/m}^2)$	caso1	1000	0.29	+	7038	1400
			caso2	1200	0.29	+	8446	1400
			caso3	1400	0.29	+	9854	1400
			caso4	1600	0.29	+	11261	1400
			caso5	1800	0.29	+	12668	1400
		$\tau(\text{KN/m}^2)$	caso1	20	0.24	+	15,13	26
			caso2	23	0.24	+	17,4	26
			caso3	26	0.24	+	19,67	26
			caso4	29	0.24	+	21,94	26
			caso5	32	0.24	+	24,21	26
		$E(\text{KN/m}^2)$	caso1	690000	0.21	+	543490	870000
			caso2	780000	0.21	+	614380	870000
			caso3	870000	0.21	+	685270	870000
			caso4	960000	0.21	+	756160	870000
			caso5	1050000	0.21	+	827050	870000
	$G(\text{KN/m}^2)$	caso1	230000	0.21	+	181160	290000	
		caso2	260000	0.21	+	204790	290000	
		caso3	290000	0.21	+	228420	290000	
		caso4	320000	0.21	+	252050	290000	
		caso5	350000	0.21	+	275680	290000	
	$v(\text{KN/m}^3)$	19		-	19	19		
	M2	$f_m(\text{KN/m}^2)$	caso1	1400	0.27	+	1015	1900
			caso2	1650	0.27	+	1196	1900
			caso3	1900	0.27	+	1377	1900
			caso4	2150	0.27	+	1558	1900
			caso5	2400	0.27	+	1740	1900
		$\tau(\text{KN/m}^2)$	caso1	28	0.20	+	22,34	35
			caso2	31.5	0.20	+	25,14	35
			caso3	35	0.20	+	27,93	35
			caso4	38.5	0.20	+	30,72	35
			caso5	42	0.20	+	33,52	35
		$E(\text{KN/m}^2)$	caso1	900000	0.17	+	745890	1080000
			caso2	990000	0.17	+	820480	1080000
			caso3	1080000	0.17	+	895070	1080000
			caso4	1170000	0.17	+	969650	1080000
			caso5	1260000	0.17	+	1044240	1080000
	$G(\text{KN/m}^2)$	caso1	300000	0.17	+	248630	360000	
		caso2	330000	0.17	+	273490	360000	
		caso3	360000	0.17	+	298360	360000	
		caso4	390000	0.17	+	323220	360000	
		caso5	420000	0.17	+	348080	360000	
	$v(\text{KN/m}^3)$	16		-	16	16		
	M3	$f_m(\text{KN/m}^2)$	caso1	2000	0.20	+	1596	2500
			caso2	2250	0.20	+	1795	2500
			caso3	2500	0.20	+	1995	2500
caso4			2750	0.20	+	2194	2500	
caso5			3000	0.20	+	2394	2500	
$\tau(\text{KN/m}^2)$		caso1	35	0.19	+	28,29	43	
		caso2	39	0.19	+	31,52	43	
		caso3	43	0.19	+	34,76	43	
		caso4	47	0.19	+	37,99	43	
		caso5	51	0.19	+	41,22	43	
$E(\text{KN/m}^2)$		caso1	1020000	0.17	+	845340	1230000	
		caso2	1125000	0.17	+	932360	1230000	
		caso3	1230000	0.17	+	1019380	1230000	
		caso4	1335000	0.17	+	1106400	1230000	
		caso5	1440000	0.17	+	1193420	1230000	
$G(\text{KN/m}^2)$	caso1	340000	0.17	+	281780	410000		
	caso2	375000	0.17	+	310790	410000		
	caso3	410000	0.17	+	339790	410000		
	caso4	445000	0.17	+	368800	410000		
	caso5	480000	0.17	+	397810	410000		
$v(\text{KN/m}^3)$	20		-	20	20			
M4	$f_m(\text{KN/m}^2)$	caso1	2600	0.19	+	2101	3200	
		caso2	2900	0.19	+	2344	3200	
		caso3	3200	0.19	+	2586	3200	
		caso4	3500	0.19	+	2829	3200	
		caso5	3800	0.19	+	3071	3200	
	$\tau(\text{KN/m}^2)$	caso1	56	0.14	+	48,12	65	
		caso2	60.5	0.14	+	51,99	65	
		caso3	65	0.14	+	55,86	65	
		caso4	69.5	0.14	+	59,72	65	
		caso5	74	0.14	+	63,59	65	
	$E(\text{KN/m}^2)$	caso1	1500000	0.14	+	1288970	1740000	
		caso2	1620000	0.14	+	1392080	1740000	
		caso3	1740000	0.14	+	1495200	1740000	
		caso4	1860000	0.14	+	1598320	1740000	
		caso5	1980000	0.14	+	1701440	1740000	
$G(\text{KN/m}^2)$	caso1	500000	0.14	+	429660	580000		
	caso2	540000	0.14	+	464030	580000		
	caso3	580000	0.14	+	498400	580000		
	caso4	620000	0.14	+	532770	580000		
	caso5	660000	0.14	+	56715	580000		
$v(\text{KN/m}^3)$	21		-	21	21			
Geometria	$t(\text{m})$	0.4-0.5		-	0.4-0.5	0.4-0.6		
	ζ_T	0.875		+	0.875	0.875		
	ζ_G	0.5		+	0.5	0.5		

La Tabella 27 presenta i valori di accelerazione spettrale $S_e(g)$ in funzione del periodo della struttura, utilizzati nelle analisi deterministiche con $\delta_i=1$.

Tabella 27. Valori assegnati all'accelerazione spettrale per i due set di analisi deterministiche

T(sec)	0	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4
Analisi 0	0.12	0.2515	0.2979	0.3207	0.322	0.319	0.3127	0.2955
Analisi 1	0.136	0.2989	0.3461	0.3803	0.384	0.3801	0.3689	0.3465
T(sec)	0.45	0.5	0.6	0.7	0.75	1	1.5	2
Analisi 0	0.2849	0.2722	0.2411	0.2002	0.1886	0.1551	0.1206	0.0996
Analisi 1	0.3275	0.2989	0.2611	0.2203	0.2154	0.1815	0.1359	0.1254

5.3.2 Analisi svolte con il metodo semplificato α o ESM

Questa sezione di tesi contiene i risultati delle analisi effettuate con la metodologia proposta, dando evidenza anche ai confronti con il metodo esatto, consentendo pertanto di valutarne l'accuratezza. Data la quantità considerevole di dati verranno presentati nel seguito solo una parte di essi in maniera dettagliata (e in appendice in maniera estesa), rimandando a tabelle e grafici di sintesi per le considerazioni più generali.

Come descritto nel par. 5.2.3, poiché in relazione alla forma della funzione nell'intorno del punto anche l'ampiezza della perturbazione può modificare sensibilmente l'errore commesso nella stima della variabile di output, sono stati assunti valori diversi di κ come conseguenza delle seguenti ipotesi:

- 1) si è assunta l'ipotesi che una variabile più delle altre sia dominante sulla risposta; è questo il caso del parametro legato all'accelerazione spettrale. Ne consegue che $n=1$ e pertanto $\kappa=1$;
- 2) si è assunta l'ipotesi che le prime 5 variabili siano parimenti incidenti sulla risposta. Ne consegue che $n=5$ e pertanto $\kappa=0.45$;
- 3) si distingue il problema in due spazi n-dimensionali, in relazione all'incidenza sulla variabile di output. Avremo quindi un κ_i per le variabili ad incidenza negativa e un κ_j per quelle ad incidenza positiva. Ne consegue che $n_i=1$ e $n_j=4$, pertanto $\kappa_i=1$ mentre $\kappa_j=0.5$.

Dalla Tabella 28 alla Tabella 35 sono riportate le risultanze delle analisi effettuate con il metodo esatto e la metodologia proposta; le grandezze probabilistiche ottenute con il metodo α sono calcolate in riferimento ai valori α_m e FC_m anch'essi riportati a margine delle stesse tabelle. I contenuti delle citate tabelle si riferiscono ad analisi effettuate, a) assumendo $\kappa=1$ (precedente ipotesi 1), b) in riferimento al quintile 1 della resistenza a compressione delle murature, c) con tutte e 4 le tipologie murarie, d) in direzione X ed Y, e) con tipologia di connessione A e B.

Tabella 28. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M1 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod A $\delta=1$										
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso				
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC
1	A	X	0,399	0,542	0,102	0,559	-1,549	0,102	99,90	99,99	0,09	-0,09	1,39
		Y	0,353	0,479	0,087	0,490	-1,598	0,090	100,00	99,99	0,01	0,01	1,38
2	A	X	0,439	0,628	0,149	0,643	-1,413	0,137	97,30	98,80	1,54	-1,54	1,56
		Y	0,363	0,522	0,108	0,527	-1,672	0,116	99,80	99,89	0,09	-0,09	1,46
3	A	X	0,480	0,768	0,227	0,782	-1,479	0,218	84,90	85,79	1,05	-1,05	1,82
		Y	0,473	0,754	0,212	0,760	-1,553	0,213	87,50	87,49	0,01	0,01	1,76
4	A	X	0,446	0,665	0,192	0,728	-1,270	0,162	91,40	96,56	5,65	-5,65	1,69
		Y	0,292	0,420	0,082	0,430	-1,783	0,093	100,00	99,99	0,01	0,01	1,42
5	A	X	0,488	0,723	0,163	0,734	-1,656	0,173	93,80	93,18	0,66	0,66	1,52
		Y	0,306	0,422	0,085	0,440	-1,510	0,083	100,00	99,99	0,01	0,01	1,43
							$\alpha_{m(M1c1A)}$	-1,548	$\alpha^*_{(M1c1A)}$	-1,548	0,91	-0,77	1,54
							$\sigma_{\alpha(mM1c1A)}$	0,144			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M1c1A)}$
							$C.V \alpha_{(M1)}$	0,093					

Tabella 29. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M1 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod B $\delta=1$										
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso				
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC
1	B	X	0,408	0,577	0,105	0,584	-1,830	0,137	99,90	99,28	0,62	0,62	1,32
		Y	0,359	0,477	0,083	0,488	-1,559	0,094	100,00	99,99	0,01	0,01	1,30
2	B	X	0,473	0,707	0,198	0,719	-1,325	0,194	92,00	92,22	0,24	-0,24	1,60
		Y	0,383	0,542	0,121	0,558	-1,464	0,129	99,60	99,67	0,07	-0,07	1,42
3	B	X	0,535	0,879	0,275	0,910	-1,472	0,295	68,30	70,88	3,78	-3,78	1,70
		Y	0,538	0,906	0,280	0,933	-1,575	0,318	64,70	67,72	4,67	-4,67	1,69
4	B	X	0,489	0,758	0,226	0,794	-1,356	0,226	84,90	86,21	1,54	-1,54	1,63
		Y	0,335	0,476	0,102	0,488	-1,552	0,115	99,90	99,94	0,04	-0,04	1,40
5	B	X	0,403	0,514	0,197	0,792	-0,472	0,087	86,90	99,99	15,06	-15,06	1,51
		Y	0,243	0,332	0,094	0,479	-0,985	0,072	100,00	99,99	0,01	0,01	1,36
							$\alpha_{m(M1c1B)}$	-1,359	$\alpha^*_{(M1c1B)}$	-1,359	2,60	-2,48	1,49
							$\sigma_{\alpha(mM1c1B)}$	0,380			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M1c1B)}$
							$C.V \alpha_{(M1)}$	0,279					

Tabella 30. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M2 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M2 caso 1 mod A $\delta=1$										
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso				
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC
1	A	X	0,467	0,670	0,143	0,674	-1,605	0,144	97,60	97,61	0,01	-0,01	1,51
		Y	0,382	0,550	0,127	0,560	-1,485	0,120	98,70	99,80	1,11	-1,11	1,56
2	A	X	0,549	0,857	0,289	0,887	-1,193	0,226	74,40	76,42	2,72	-2,72	2,07
		Y	0,446	0,646	0,267	0,727	-0,734	0,143	86,00	98,21	14,20	-14,20	2,40
3	A	X	0,626	1,145	0,446	1,231	-1,419	0,405	33,90	41,29	21,80	-21,80	2,35
		Y	0,614	1,125	0,338	1,096	-1,913	0,399	44,00	43,64	0,82	0,82	1,96
4	A	X	0,740	1,125	0,313	1,105	-1,398	0,280	41,50	36,31	12,51	12,51	1,82
		Y	0,350	0,645	0,126	0,567	-3,062	0,231	99,70	92,36	7,36	7,36	1,54
5	A	X	0,626	1,000	0,313	1,037	-1,381	0,277	52,90	55,17	4,29	-4,29	1,92
		Y	0,464	0,642	0,119	0,563	-1,675	0,125	99,80	99,15	0,65	0,65	1,50
							$\alpha_{m(M2c1A)}$	-1,586	$\alpha^*_{(M2c1A)}$	-1,586	6,55	-2,28	1,86
							$\sigma_{\alpha(mM2c1A)}$	0,605			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M2c1A)}$
							$C.V \alpha_{(M2)}$	-0,381					

Tabella 31. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M2 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M2 caso 1 mod B $\delta=1$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica		Probabilità di collasso							
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	B	X	0,503	0,655	0,140	0,667	-1,144	0,111	97,80	99,53	1,77	-1,77	1,46	
		Y	0,404	0,527	0,096	0,528	-1,381	0,090	99,90	99,99	0,09	-0,09	1,37	
2	B	X	0,605	0,977	0,349	1,010	-1,210	0,292	57,40	58,70	2,26	-2,26	2,06	
		Y	0,481	0,714	0,263	0,754	-0,929	0,178	88,00	93,18	5,89	-5,89	2,08	
3	B	X	0,788	1,320	0,476	1,426	-1,301	0,424	15,90	23,57	48,24	-48,24	1,99	
		Y	0,810	1,429	0,400	1,398	-1,930	0,503	13,70	19,21	40,22	-40,22	1,74	
4	B	X	0,615	1,369	0,429	1,314	-2,462	0,672	23,90	32,99	38,03	-38,03	1,95	
		Y	0,404	0,609	0,177	0,674	-1,299	0,157	94,80	98,12	3,50	-3,50	1,64	
5	B	X	0,662	1,095	0,373	1,314	-1,353	0,343	41,10	44,43	8,10	-8,10	1,73	
		Y	0,339	0,582	0,158	0,674	-1,893	0,195	97,40	96,40	1,03	1,03	1,54	
							$\alpha_{m(M2c1B)}$	-1,490	$\alpha^*_{(M2c1B)}$	-1,490		14,91	-14,71	1,76
							$\sigma_{\alpha(mM2c1B)}$	0,461				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M2c1B)}$
							$C.V \alpha_{(M2)}$	-0,310						

Tabella 32. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M3 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M3 caso 1 mod A $\delta=1$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica		Probabilità di collasso							
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	A	X	0,474	0,657	0,135	0,667	-1,504	0,154	98,30	97,25	1,07	1,07	1,35	
		Y	0,390	0,543	0,121	0,562	-1,393	0,129	99,00	99,66	0,67	-0,67	1,39	
2	A	X	0,545	0,836	0,286	0,875	-1,120	0,254	75,60	77,33	2,29	-2,29	1,73	
		Y	0,446	0,635	0,249	0,709	-0,745	0,161	88,50	97,38	10,03	-10,03	1,83	
3	A	X	0,628	1,086	0,443	1,221	-1,200	0,417	35,20	48,80	38,64	-38,64	1,88	
		Y	0,617	1,062	0,338	1,085	-1,593	0,404	46,00	50,79	10,41	-10,41	1,67	
4	A	X	0,742	1,112	0,307	1,086	-1,357	0,320	44,20	49,20	11,31	-11,31	1,58	
		Y	0,352	0,501	0,125	0,558	-1,313	0,127	99,70	99,81	0,11	-0,11	1,41	
5	A	X	0,630	0,995	0,303	1,029	-1,386	0,321	53,90	56,74	5,27	-5,27	1,61	
		Y	0,358	0,499	0,117	0,559	-1,320	0,119	99,90	99,89	0,01	0,01	1,37	
							$\alpha_{m(M3c1A)}$	-1,293	$\alpha^*_{(M3c1A)}$	-1,293		7,98	-7,77	1,58
							$\sigma_{\alpha(mM3c1A)}$	0,235				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M3c1A)}$
							$C.V \alpha_{(M3)}$	-0,182						

Tabella 33. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M3 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M3 caso 1 mod B $\delta=1$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica		Probabilità di collasso							
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	B	X	0,501	0,704	0,161	0,719	-1,394	0,168	94,50	94,52	0,02	-0,02	1,42	
		Y	0,394	0,548	0,106	0,559	-1,626	0,127	99,80	99,68	0,12	0,12	1,34	
2	B	X	0,602	0,954	0,342	0,995	-1,150	0,304	60,00	61,79	2,98	-2,98	1,83	
		Y	0,481	0,700	0,230	0,733	-1,012	0,184	90,70	93,44	3,02	-3,02	1,71	
3	B	X	0,795	1,317	0,488	1,422	-1,228	0,458	16,90	26,10	54,44	-54,44	1,83	
		Y	0,814	1,417	0,411	1,389	-1,808	0,539	15,50	22,36	44,26	-44,26	1,64	
4	B	X	0,869	1,353	0,416	1,311	-1,323	0,416	22,70	19,76	12,95	12,95	1,72	
		Y	0,413	0,605	0,175	0,661	-1,205	0,162	95,60	97,93	2,44	-2,44	1,54	
5	B	X	0,665	1,088	0,377	1,139	-1,294	0,370	41,40	46,41	12,10	-12,10	1,78	
		Y	0,408	0,577	0,153	0,636	-1,199	0,141	97,80	99,20	1,43	-1,43	1,47	
							$\alpha_{m(M3c1B)}$	-1,324	$\alpha^*_{(M3c1B)}$	-1,324		13,38	-10,76	1,63
							$\sigma_{\alpha(mM3c1B)}$	0,235				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M3c1B)}$
							$C.V \alpha_{(M3)}$	-0,178						

Tabella 34. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M4 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M4 caso 1 mod A $\delta=1$												
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica			Probabilità di collasso							
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Abs	Err	FC		
1	A	X	0,580	0,837	0,286	0,913	-0,938	0,211	71,80	79,95	11,35	-11,35	1,74		
		Y	0,471	0,653	0,270	0,796	-0,624	0,147	76,60	97,83	27,72	-27,72	1,85		
2	A	X	0,719	1,526	0,528	1,406	-2,070	0,764	22,40	25,78	15,09	-15,09	2,03		
		Y	0,962	1,352	0,422	1,220	-0,964	0,317	31,10	11,90	61,74	61,74	1,88		
3	A	X	1,380	2,368	0,740	2,254	-1,616	0,862	1,30	1,19	8,46	8,46	1,80		
		Y	0,837	1,437	0,418	1,440	-1,754	0,524	12,10	19,76	63,31	-63,31	1,65		
4	A	X	0,853	1,330	0,406	1,405	-1,339	0,402	13,90	20,89	50,29	-50,29	1,64		
		Y	0,534	0,758	0,163	0,759	-1,543	0,183	92,40	89,97	2,63	2,63	1,41		
5	A	X	0,833	1,467	0,669	1,635	-1,085	0,559	12,20	19,76	61,97	-61,97	2,24		
		Y	0,533	0,731	0,137	0,733	-1,607	0,160	95,70	93,94	1,84	1,84	1,34		
								$\alpha_{m(M4c1A)}$	-1,354	$\alpha^*_{(M4c1A)}$	-1,354		30,44	-15,50	1,76
								$\sigma_{\alpha(mM4c1A)}$	0,444			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M4c1A)}$	
								C.V $\alpha_{(M4)}$	-0,328						

Tabella 35. Calcolo di α_m con $\delta_i=\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M4 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M4 caso 1 mod B $\delta=1$												
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica			Probabilità di collasso							
Unità	Mod	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Abs	Err	FC		
1	B	X	0,627	0,937	0,304	0,907	-1,112	0,293	63,90	64,05	0,23	-0,23	1,64		
		Y	0,477	0,660	0,220	0,722	-0,838	0,169	90,40	96,16	6,37	-6,37	1,55		
2	B	X	0,799	1,350	0,628	1,579	-0,964	0,542	16,30	22,09	35,52	-35,52	1,86		
		Y	0,607	0,941	0,527	1,250	-0,578	0,319	38,60	63,30	63,99	-63,99	1,96		
3	B	X	1,900	2,950	1,265	2,964	-0,865	1,003	0,30	0,08	73,33	73,33	1,99		
		Y	1,183	2,240	0,784	2,107	-1,708	1,083	0,90	0,63	30,00	30,00	1,76		
4	B	X	1,128	1,698	0,479	1,759	-1,340	0,539	2,80	1,64	41,43	41,43	1,46		
		Y	0,650	0,949	0,240	0,951	-1,395	0,280	62,80	62,55	0,40	0,40	1,42		
5	B	X	0,908	1,721	0,714	1,810	-1,405	0,833	7,40	17,10	131,08	-131,08	1,85		
		Y	0,627	0,903	0,215	0,906	-1,436	0,258	71,60	69,14	3,44	3,44	1,38		
								$\alpha_{m(M4c1B)}$	-1,164	$\alpha^*_{(M4c1B)}$	-1,164		38,58	-8,86	1,69
								$\sigma_{\alpha(mM4c1B)}$	0,349			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M4c1B)}$	
								C.V $\alpha_{(M4)}$	-0,299						

Dalla Tabella 36 alla Tabella 43 sono riportati i valori numerici delle analisi effettuate in riferimento alle seguenti condizioni, a) assumendo $\kappa=0.45$ (precedente ipotesi 2), b) in riferimento al quintile 1 della resistenza a compressione delle murature, c) con tutte e 4 le tipologie murarie, d) in direzione X ed Y, e) con tipologia di connessione A e B.

Tabella 36. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M1 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod A $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	A	X	0,459	0,542	0,102	0,559	-0,798	0,116	99,90	99,86	0,04	0,04	1,14	
		Y	0,409	0,479	0,087	0,490	-0,784	0,098	100,00	99,99	0,01	0,01	1,14	
2	A	X	0,532	0,628	0,149	0,643	-0,592	0,134	97,30	98,92	1,66	-1,66	1,19	
		Y	0,441	0,522	0,149	0,527	-0,463	0,113	99,80	99,91	0,11	-0,11	1,24	
3	A	X	0,613	0,768	0,227	0,782	-0,634	0,216	84,90	86,21	1,54	-1,54	1,25	
		Y	0,603	0,754	0,212	0,760	-0,672	0,210	87,50	87,69	0,22	-0,22	1,23	
4	A	X	0,545	0,665	0,192	0,728	-0,562	0,167	91,40	96,16	5,21	-5,21	1,22	
		Y	0,353	0,420	0,082	0,430	-0,802	0,094	100,00	99,99	0,01	0,01	1,15	
5	A	X	0,600	0,723	0,163	0,734	-0,727	0,172	93,80	93,31	0,52	0,52	1,18	
		Y	0,355	0,422	0,085	0,440	-0,767	0,094	100,00	99,99	0,01	0,01	1,15	
							$\alpha_{m(M1c1A)}$	-0,680	$\alpha^*_{(mM1c1A)}$	-0,680		0,93	-0,82	1,19
							$\sigma_{\alpha(mM1c1A)}$	0,116				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M1c1A)}$
							C.V $\alpha_{(M1)}$	0,170						

Tabella 37. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M1 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod B $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	B	X	0,493	0,577	0,105	0,584	-0,781	0,144	99,90	99,08	0,82	0,82	1,10	
		Y	0,405	0,477	0,083	0,488	-0,861	0,123	100,00	99,88	0,12	0,12	1,10	
2	B	X	0,624	0,707	0,198	0,719	-0,317	0,144	92,00	96,48	4,87	-4,87	1,17	
		Y	0,493	0,542	0,121	0,558	-0,319	0,087	99,60	99,99	0,39	-0,39	1,13	
3	B	X	0,694	0,879	0,275	0,910	-0,621	0,311	68,30	70,54	3,28	-3,28	1,19	
		Y	0,713	0,906	0,280	0,933	-0,642	0,324	64,70	67,36	4,11	-4,11	1,18	
4	B	X	0,613	0,758	0,226	0,794	-0,582	0,245	84,90	84,84	0,07	0,07	1,17	
		Y	0,406	0,476	0,102	0,488	-0,645	0,120	99,90	99,99	0,09	-0,09	1,12	
5	B	X	0,443	0,514	0,197	0,792	-0,216	0,122	86,90	99,84	14,89	-14,89	1,15	
		Y	0,303	0,332	0,094	0,479	-0,190	0,051	100,00	99,99	0,01	0,01	1,11	
							$\alpha_{m(M1c1B)}$	-0,517	$\alpha^*_{(M1c1B)}$	-0,517		2,87	-2,66	1,14
							$\sigma_{\alpha(mM1c1B)}$	0,238				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M1c1B)}$
							C.V $\alpha_{(M1)}$	0,461						

Tabella 38. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M2 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M2 caso 1 mod A $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	A	X	0,554	0,670	0,143	0,674	-0,795	0,156	97,60	96,78	0,84	0,84	1,18	
		Y	0,453	0,550	0,127	0,560	-0,737	0,131	98,70	99,62	0,93	-0,93	1,19	
2	A	X	0,687	0,857	0,289	0,887	-0,510	0,229	74,40	76,11	2,30	-2,30	1,30	
		Y	0,541	0,646	0,289	0,727	-0,202	0,141	86,00	98,30	14,30	-14,30	1,39	
3	A	X	0,897	1,145	0,446	1,231	-0,462	0,334	33,90	37,07	9,35	-9,35	1,35	
		Y	0,879	1,125	0,338	1,096	-0,692	0,331	44,00	39,74	9,68	9,68	1,28	
4	A	X	0,853	1,125	0,313	1,105	-0,877	0,367	41,50	41,68	0,43	-0,43	1,25	
		Y	0,516	0,645	0,126	0,567	-1,056	0,174	99,70	96,32	3,39	3,39	1,19	
5	A	X	0,791	1,000	0,313	1,037	-0,615	0,281	52,90	55,17	4,29	-4,29	1,27	
		Y	0,509	0,642	0,119	0,563	-1,171	0,179	99,80	95,99	3,82	3,82	1,18	
							$\alpha_{m(M2c1A)}$	-0,712	$\alpha^*_{(M2c1A)}$	-0,712		4,93	-1,39	1,26
							$\sigma_{\alpha(mM2c1A)}$	0,286				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M2c1A)}$
							C.V $\alpha_{(M2)}$	-0,402						

Tabella 39. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M2 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M2 caso 1 mod B $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	B	X	0,606	0,655	0,140	0,667	-0,262	0,095	97,80	99,86	2,11	-2,11	1,11	
		Y	0,480	0,527	0,096	0,528	-0,427	0,090	99,90	99,99	0,09	-0,09	1,09	
2	B	X	0,772	0,977	0,349	1,010	-0,506	0,366	57,40	59,48	3,62	-3,62	1,19	
		Y	0,592	0,714	0,263	0,754	-0,347	0,221	88,00	89,61	1,83	-1,83	1,20	
3	B	X	1,223	1,320	0,476	1,426	-0,043	0,188	15,90	2,93	81,57	81,57	1,19	
		Y	1,258	1,429	0,400	1,398	-0,327	0,319	13,70	6,68	51,24	51,24	1,15	
4	B	X	1,019	1,369	0,429	1,314	-0,812	0,619	23,90	30,50	27,62	-27,62	1,18	
		Y	0,543	0,609	0,177	0,674	-0,260	0,124	94,80	99,47	4,93	-4,93	1,14	
5	B	X	0,860	1,095	0,373	1,314	-0,563	0,419	41,10	47,60	15,82	-15,82	1,15	
		Y	0,415	0,582	0,158	0,674	-1,135	0,295	97,40	91,46	6,10	6,10	1,12	
							$\alpha_{m(M2c1B)}$	-0,468	$\alpha^*_{(M2c1B)}$	-0,468		19,49	8,29	1,15
							$\sigma_{\alpha(mM2c1B)}$	0,312				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M2c1B)}$
							C.V $\alpha_{(M2)}$	-0,666						

Tabella 40. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M3 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M3 caso 1 mod A $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	A	X	0,563	0,657	0,135	0,667	-0,658	0,161	98,30	96,85	1,48	1,48	1,12	
		Y	0,464	0,543	0,121	0,562	-0,604	0,135	99,00	99,57	0,58	-0,58	1,13	
2	A	X	0,689	0,836	0,286	0,875	-0,415	0,248	75,60	77,63	2,69	-2,69	1,20	
		Y	0,540	0,635	0,249	0,709	-0,239	0,162	88,50	97,32	9,97	-9,97	1,22	
3	A	X	0,904	1,086	0,443	1,221	-0,271	0,308	35,20	44,03	25,09	-25,09	1,23	
		Y	0,817	1,062	0,338	1,085	-0,689	0,409	46,00	50,79	10,41	-10,41	1,19	
4	A	X	0,851	1,112	0,307	1,086	-0,851	0,435	44,20	46,41	5,00	-5,00	1,17	
		Y	0,455	0,501	0,125	0,558	-0,269	0,081	99,70	99,99	0,29	-0,29	1,13	
5	A	X	0,794	0,995	0,303	1,029	-0,609	0,337	53,90	57,14	6,01	-6,01	1,18	
		Y	0,424	0,499	0,117	0,559	-0,588	0,128	99,90	99,80	0,10	0,10	1,12	
							$\alpha_{m(M3c1A)}$	-0,519	$\alpha^*_{(M3c1A)}$	-0,519		6,16	-5,85	1,17
							$\sigma_{\alpha(mM3c1A)}$	0,209				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M3c1A)}$
							C.V $\alpha_{(M3)}$	-0,402						

Tabella 41. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M3 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M3 caso 1 mod B $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC	
1	B	X	0,602	0,704	0,161	0,719	-0,580	0,179	94,50	93,57	0,98	0,98	1,13	
		Y	0,468	0,548	0,106	0,559	-0,728	0,140	99,80	99,39	0,41	0,41	1,10	
2	B	X	0,773	0,954	0,342	0,995	-0,431	0,312	60,00	61,79	2,98	-2,98	1,21	
		Y	0,590	0,700	0,230	0,733	-0,374	0,192	90,70	92,64	2,14	-2,14	1,19	
3	B	X	1,130	1,317	0,488	1,422	-0,248	0,329	16,90	16,10	4,73	4,73	1,21	
		Y	1,160	1,417	0,411	1,389	-0,562	0,444	15,50	16,35	5,48	-5,48	1,17	
4	B	X	1,013	1,353	0,416	1,311	-0,813	0,579	22,70	29,80	31,28	-31,28	1,19	
		Y	0,505	0,605	0,175	0,661	-0,496	0,174	95,60	97,25	1,73	-1,73	1,15	
5	B	X	0,865	1,088	0,377	1,139	-0,513	0,383	41,40	47,21	14,03	-14,03	1,20	
		Y	0,521	0,577	0,153	0,636	-0,261	0,101	97,80	99,94	2,19	-2,19	1,14	
							$\alpha_{m(M3c1B)}$	-0,500	$\alpha^*_{(M3c1B)}$	-0,500		6,60	-5,37	1,17
							$\sigma_{\alpha(mM3c1B)}$	0,183				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M3c1B)}$
							C.V $\alpha_{(M3)}$	-0,366						

Tabella 42. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M4 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura			M4 caso 1 mod A $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Abs	Err	FC	
1	A	X	0,701	0,837	0,286	0,913	-0,367	0,184	71,80	82,12	14,37	-14,37	1,28	
		Y	0,551	0,653	0,270	0,796	-0,229	0,138	76,60	98,38	28,43	-28,43	1,32	
2	A	X	0,915	1,526	0,528	1,406	-1,353	0,863	22,40	29,80	33,04	-33,04	1,36	
		Y	1,094	1,352	0,422	1,220	-0,542	0,349	31,10	14,45	53,54	53,54	1,32	
3	A	X	1,789	2,368	0,740	2,254	-0,766	0,784	1,30	0,60	53,85	53,85	1,30	
		Y	1,141	1,437	0,418	1,440	-0,667	0,400	12,10	11,70	3,31	3,31	1,26	
4	A	X	1,007	1,330	0,406	1,405	-0,783	0,438	13,90	23,57	69,57	-69,57	1,26	
		Y	0,606	0,758	0,163	0,759	-0,946	0,205	92,40	87,90	4,87	4,87	1,18	
5	A	X	1,109	1,467	0,669	1,635	-0,426	0,485	12,20	15,38	26,07	-26,07	1,41	
		Y	0,597	0,731	0,137	0,733	-0,997	0,181	95,70	91,92	3,95	3,95	1,15	
							$\alpha_{m(M4c1A)}$	-0,708	$\alpha^*_{(M4c1A)}$	-0,708		29,10	-5,20	1,28
							$\sigma_{\alpha(mM4c1A)}$	0,337				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M4c1A)}$
							C.V $\alpha_{(M4)}$	-0,476						

Tabella 43. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,45\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M4 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura			M4 caso 1 mod B $\delta=0,45$											
Tipo di Analisi			Deterministica		Probabilistica				Probabilità di collasso					
Unità	Modell	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{c/D}$	Prob.	Det.	Err Abs	Err	FC	
1	B	X	0,774	0,937	0,304	0,907	-0,446	0,219	63,90	65,17	1,99	-1,99	1,31	
		Y	0,564	0,660	0,220	0,722	-0,322	0,129	90,40	98,74	9,23	-9,23	1,28	
2	B	X	0,657	1,350	0,628	1,579	-1,406	1,039	16,30	26,41	62,02	-62,02	1,40	
		Y	0,443	0,941	0,527	1,250	-1,181	0,756	38,60	56,64	46,74	-46,74	1,43	
3	B	X	2,549	2,950	1,265	2,964	-0,150	0,540	0,30	0,00	100,00	100,00	1,44	
		Y	1,667	2,240	0,784	2,107	-0,699	0,772	0,90	1,25	38,89	-38,89	1,36	
4	B	X	1,310	1,698	0,479	1,759	-0,799	0,521	2,80	5,37	91,79	-91,79	1,24	
		Y	0,741	0,949	0,240	0,951	-0,869	0,279	62,80	62,55	0,40	0,40	1,22	
5	B	X	1,344	1,721	0,714	1,810	-0,421	0,506	7,40	4,00	45,95	45,95	1,39	
		Y	0,719	0,903	0,215	0,906	-0,853	0,247	71,60	69,49	2,95	2,95	1,20	
							$\alpha_{m(M4c1B)}$	-0,715	$\alpha^*_{(M4c1B)}$	-0,715		39,99	-10,14	1,33
							$\sigma_{\alpha(mM4c1B)}$	0,391				Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M4c1B)}$
							C.V $\alpha_{(M4)}$	-0,547						

Nella Tabella 44 e Tabella 45 sono riportate le risultanze numeriche delle analisi effettuate in riferimento alle seguenti condizioni, a) a) assumendo $\kappa_i=0.5$ e $\kappa_j=1$ (precedente ipotesi 3), b) in riferimento al quintile 1 della resistenza a compressione delle murature, c) con tutte e 4 le tipologie murarie, d) in direzione X ed Y, e) con tipologia di connessione A e B.

Tabella 44. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,5\sigma_i$ e $\delta_i=1\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M1 caso1 modello A dir x, y

Tipo di Muratura		M1 caso 1 mod A $\delta=0,5$ $\delta=1$											
Tipo di Analisi		Deterministica		Probabilistica		Probabilità di collasso							
Unità	Modello	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC
1	A	X	0,433	0,542	0,102	0,559	-1,110	0,117	99,90	99,86	0,04	0,04	1,21
		Y	0,387	0,479	0,087	0,490	-1,089	0,099	100,00	99,99	0,01	0,01	1,20
2	A	X	0,508	0,628	0,149	0,643	-0,789	0,129	97,30	98,92	1,66	-1,66	1,28
		Y	0,417	0,522	0,149	0,527	-0,663	0,113	99,80	99,91	0,11	-0,11	1,36
3	A	X	0,563	0,768	0,227	0,782	-0,928	0,224	84,90	86,21	1,54	-1,54	1,38
		Y	0,554	0,754	0,212	0,760	-0,980	0,218	87,50	87,69	0,22	-0,22	1,36
4	A	X	0,513	0,665	0,192	0,728	-0,776	0,164	91,40	96,16	5,21	-5,21	1,33
		Y	0,335	0,420	0,082	0,430	-1,072	0,091	100,00	99,99	0,01	0,01	1,22
5	A	X	0,565	0,723	0,163	0,734	-0,998	0,170	93,80	93,31	0,52	0,52	1,27
		Y	0,336	0,422	0,085	0,440	-1,043	0,092	100,00	99,99	0,01	0,01	1,22
							$\alpha_{m(M1c1A)}$	-0,945	$\alpha^*_{(M1c1A)}$	-0,945	0,93	-0,82	1,28
							$\sigma_{\alpha(mM1c1A)}$	0,153			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M1c1A)}$
							C.V $\alpha_{(M1)}$	0,162					

Tabella 45. Calcolo di α_m con $\delta_i=0,5\sigma_i$ e $\delta_i=1\sigma_i$ probabilità di collasso con i due metodi. M1 caso1 modello B dir x, y

Tipo di Muratura		M1 caso 1 mod B $\delta=0,5$ $\delta=1$											
Tipo di Analisi		Deterministica		Probabilistica		Probabilità di collasso							
Unità	Modello	Dir.	Analisi 1	Analisi 0	σ	μ_p	α	$\sigma^*_{C/D}$	Prob.	Det.	Err Ass	Err	FC
1	B	X	0,467	0,577	0,105	0,584	-1,082	0,138	99,90	99,08	0,82	0,82	1,16
		Y	0,381	0,477	0,083	0,488	-1,215	0,120	100,00	99,88	0,12	0,12	1,15
2	B	X	0,563	0,707	0,198	0,719	-0,691	0,180	92,00	96,48	4,87	-4,87	1,27
		Y	0,494	0,542	0,121	0,558	-0,310	0,060	99,60	99,99	0,39	-0,39	1,20
3	B	X	0,630	0,879	0,275	0,910	-0,937	0,316	68,30	70,54	3,28	-3,28	1,31
		Y	0,647	0,906	0,280	0,933	-0,964	0,329	64,70	67,36	4,11	-4,11	1,31
4	B	X	0,570	0,758	0,226	0,794	-0,831	0,237	84,90	84,84	0,07	0,07	1,29
		Y	0,388	0,476	0,102	0,488	-0,859	0,110	99,90	99,99	0,09	-0,09	1,20
5	B	X	0,398	0,514	0,197	0,792	-0,506	0,145	86,90	99,84	14,89	-14,89	1,24
		Y	0,284	0,332	0,094	0,479	-0,424	0,060	100,00	99,99	0,01	0,01	1,18
							$\alpha_{m(M1c1B)}$	-0,782	$\alpha^*_{(M1c1B)}$	-0,782	2,87	-2,66	1,23
							$\sigma_{\alpha(mM1c1B)}$	0,294			Med Err ass	Media Err	$FC_{m(M1c1B)}$
							C.V $\alpha_{(M1)}$	0,376					

Le tabelle seguenti raccolgono gli 80 valori di α_m e FC_m ottenuti come medie dei 10 casi studio raccolti in ogni singola tabella, in relazione a, a) tipologia muraria, b) tipo di connessione, c) quintile pertanto a 40 per ogni modello considerato.

Tabella 46. Statistiche della variabile α_m e FC_m , per tutti i tipi di muratura (M1, M2, M3, M4), tutti i sottocasi senza connessioni murarie con $\delta_i = \sigma_i$

Tipo muratura	Mod A	caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1	$\alpha_{m(M1,A)}$	-1,548	-1,501	-1,485	-1,386	-1,381
	$\sigma_{\alpha m(M1,A)}$	0,144	0,170	0,231	0,261	0,325
	$FC_{m(M1,A)}$	1,543	1,599	1,652	1,730	1,729
M2	$\alpha_{m(M2,A)}$	-1,586	-1,284	-1,199	-1,562	-1,393
	$\sigma_{\alpha m(M2,A)}$	0,605	0,323	0,323	0,787	0,476
	$FC_{m(M2,A)}$	1,863	1,655	2,133	2,111	1,887
M3	$\alpha_{m(M3,A)}$	-1,293	-1,272	-1,050	-1,522	-1,435
	$\sigma_{\alpha m(M3,A)}$	0,235	0,317	0,397	0,713	0,578
	$FC_{m(M3,A)}$	1,583	1,631	1,531	2,034	1,935
M4	$\alpha_{m(M4,A)}$	-1,354	-1,242	-1,178	-1,293	-1,256
	$\sigma_{\alpha m(M4,A)}$	0,444	0,434	0,248	0,437	0,436
	$FC_{m(M4,A)}$	1,758	1,658	1,608	1,715	1,766

Tabella 47. Statistiche della variabile α_m e FC_m , per tutti i tipi di muratura (M1, M2, M3, M4), tutti i sottocasi con connessioni murarie con $\delta_i = \sigma_i$

Tipo muratura	Mod B	caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1	$\alpha_{m(M1,B)}$	-1,36	-1,52	-1,45	-1,53	-1,40
	$\sigma_{\alpha m(M1,B)}$	0,38	0,22	0,20	0,44	0,27
	$FC_{m(M1,B)}$	1,49	1,67	1,69	1,86	1,83
M2	$\alpha_{m(M2,B)}$	-1,49	-1,31	-1,12	-1,14	-1,15
	$\sigma_{\alpha m(M2,B)}$	0,46	0,21	0,27	0,34	0,56
	$FC_{m(M2,B)}$	1,76	1,69	1,64	1,79	1,57
M3	$\alpha_{m(M3,B)}$	-1,32	-1,42	-1,20	-1,15	-1,27
	$\sigma_{\alpha m(M3,B)}$	0,24	0,51	0,25	0,32	0,43
	$FC_{m(M3,B)}$	1,63	1,81	1,67	1,67	1,87
M4	$\alpha_{m(M4,B)}$	-1,16	-1,17	-1,22	-1,22	-1,06
	$\sigma_{\alpha m(M4,B)}$	0,35	0,28	0,43	0,46	0,36
	$FC_{m(M4,B)}$	1,69	1,72	1,81	1,82	1,67

Tabella 48. Statistiche della variabile α_m e FC_m , per tutti i tipi di muratura (M1, M2, M3, M4), tutti i sottocasi senza connessioni murarie con $\delta_i = 0,45\sigma_i$

Tipo muratura	Mod A	caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1	$\alpha_{m(M1,A)}$	-0,680	-0,642	-0,629	-0,608	-0,609
	$\sigma_{\alpha m(M1,A)}$	0,116	0,184	0,293	0,170	0,203
	$FC_{m(M1,A)}$	1,188	1,187	1,197	1,224	1,222
M2	$\alpha_{m(M2,A)}$	-0,712	-0,610	-0,625	-0,644	-0,707
	$\sigma_{\alpha m(M2,A)}$	0,286	0,254	0,279	0,267	0,358
	$FC_{m(M2,A)}$	1,259	1,227	1,246	1,266	1,305
M3	$\alpha_{m(M3,A)}$	-0,519	-0,599	-0,483	-0,615	-0,615
	$\sigma_{\alpha m(M3,A)}$	0,209	0,265	0,372	0,269	0,269
	$FC_{m(M3,A)}$	1,170	1,218	1,186	1,248	1,253
M4	$\alpha_{m(M4,A)}$	-0,708	-0,590	-0,630	-0,733	-0,489
	$\sigma_{\alpha m(M4,A)}$	0,337	0,279	0,277	0,385	0,351
	$FC_{m(M4,A)}$	1,284	1,228	1,249	1,303	1,196

Tabella 49. Statistiche della variabile α_m e FC_m , per tutti i tipi di muratura (M1, M2, M3, M4), tutti i sottocasi con connessioni murarie con $\delta_i=0,45\sigma_i$

Tipo muratura	Mod B	caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1	$\alpha_{m(M1,B)}$	-0,52	-0,63	-0,58	-0,58	-0,58
	$\sigma_{\alpha m(M1,B)}$	0,24	0,12	0,13	0,15	0,18
	$FC_{m(M1,B)}$	1,14	1,19	1,20	1,21	1,23
M2	$\alpha_{m(M2,B)}$	-0,47	-0,70	-0,56	-0,49	-0,44
	$\sigma_{\alpha m(M2,B)}$	0,31	0,28	0,23	0,31	0,35
	$FC_{m(M2,B)}$	1,15	1,27	1,24	1,22	0,91
M3	$\alpha_{m(M3,B)}$	-0,50	-0,60	-0,54	-0,48	-0,48
	$\sigma_{\alpha m(M3,B)}$	0,18	0,23	0,22	0,29	0,30
	$FC_{m(M3,B)}$	1,17	1,23	1,21	1,19	0,86
M4	$\alpha_{m(M4,B)}$	-0,71	-0,63	-0,64	-0,47	-0,45
	$\sigma_{\alpha m(M4,B)}$	0,39	0,48	0,33	0,24	0,28
	$FC_{m(M4,B)}$	1,33	1,28	1,30	1,21	1,20

Il calcolo del valore di α_m per ogni tipo muratura rappresenta solo il primo passo per la definizione del metodo semplificato. Ogni metodologia semplificata che si proponga come valida alternativa a metodologie più affidabili ma inevitabilmente più complesse, richiede infatti una validazione in termini di errore nella stima dei parametri significativi della risposta rispetto a metodi di calcolo di comprovata validità scientifica.

A tale scopo gli α_m determinati sono stati impiegati nel calcolo della probabilità di collasso con il metodo di analisi deterministica e confrontati con i risultati ottenuti con quelli conseguiti con l'analisi probabilistica, ovvero il metodo "esatto". Nel seguito si propone una raccolta delle risultanze numeriche scaturite dal confronto proposto, unitamente ad una stima degli errori commessi.

5.3.3 PDF e probabilità di collasso con le analisi deterministiche

Per validare il metodo è necessario definire la PDF corrispondente ai risultati ottenuti dall'analisi deterministica con quella ottenuta dall'analisi Probabilistica.

Dopo aver calcolato la probabilità di collasso mediante analisi deterministica, viene ricalcolata la deviazione standard di C/D, indicata con σ^* , utilizzando per α il valore $\alpha^*_{(Mi)}$. Il valore di α che viene utilizzato nel calcolo della nuova deviazione standard σ^* , è calcolato ricorrendo alla seguente espressione:

$$\alpha^*_{(Mi)} = \alpha_{(mMi)} \quad (129)$$

In cui,

$\alpha^*_{(Mi)}$ è valore di α che sarà utilizzato per calcolare la deviazione standard della funzione densità di probabilità di C/D;

$\alpha_{(mMi)}$ è il valore medio di α per ogni tipologia muraria

Per calcolare la nuova deviazione standard $\sigma_{C/D}^*$, dobbiamo prima aver calcolato la deviazione standard σ_x per la funzione di distribuzione normale, ricorrendo all'Eq. e all'Eq.:

$$\ln C/D_{(1)} = \ln C/D_{(0)} \sigma - \frac{1}{2} \frac{2_{(Mi)}^*}{x} \quad (130)$$

L'espressione (130) è un'equazione di secondo grado e la soluzione è data da:

$$\sigma_x = \frac{2_{(Mi)}^* \pm \sqrt{\left[\left(2_{(Mi)}^* \right)^2 - 8 \left(\ln(C/D)_{(1)} - \ln(C/D)_{(0)} \right) \right]}}{2} \quad (131)$$

A questo punto il calcolo della nuova deviazione standard $\sigma_{C/D}^*$ viene eseguito utilizzando l'espressione fornita dalla , ricordando che

$$\mu_y = C/D_{(0)} \quad (132)$$

Allora:

$$\sigma_{C/D}^* = (C/D)_{(0)} \cdot \sqrt{e^{\sigma_x^2} - 1} \quad (133)$$

Come evidenziato nei paragrafi precedenti, in molte delle simulazioni effettuate le curve di distribuzione della risposta in termini di C/D, ottenuta con il metodo probabilistico, sono del tipo log-normale.

Da ciò potrebbe trarsi la conclusione che le analisi deterministiche non forniscono una stima sufficientemente accurata della risposta, nei casi in cui questa fosse caratterizzata da una curva di distribuzione di tipo log-normale. Vedremo nel seguito del paragrafo 5.3.4, che adottare sempre una curva di risposta di tipo log-normale significa fornire una stima conservativa della risposta con il metodo deterministico.

Essendo noti i valori medi di $C/D_{(0)}$ (ottenuti con le analisi di tipo 0) e la deviazione standard $\sigma_{C/D}^*$ calcolata con l'Eq.(133), siamo in grado di costruire una distribuzione log-normale e calcolare la probabilità di collasso senza ricorrere alla simulazione Monte Carlo.

La probabilità di ottenere un valore dello scarto standardizzato minore di z, è fornita dall'espressione $\Phi(z) = P(Z \leq 1)$, ovvero,

$$Z = \left(\frac{\ln(\mu) - x}{\sigma_x} \right) \quad Z = \left(\frac{-\mu_x}{\sigma_x} \right) \quad (134)$$

Noto il valore dell'integrale di probabilità della distribuzione normale standardizzata valutato con l'espressione precedente, la probabilità di collasso è facilmente determinabile ricorrendo alla tabella di Gauss della distribuzione normale cumulativa standard, riportata in Tabella 50.

Tabella 50. Distribuzione normale cumulativa standard Z

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0,1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0,2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0,3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0,4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0,5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0,6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0,7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0,8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0,9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1,0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1,1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1,2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1,3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1,4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92786	0.92922	0.93056	0.93189
1,5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1,6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1,7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1,8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1,9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2,0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2,1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2,2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2,3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2,4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2,5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2,6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2,7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2,8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2,9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3,0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99900
3,1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3,2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3,3	0.99952	0.99953	0.99957	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3,4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976

Ponendoci l'obiettivo di valutare la probabilità di collasso della US1, muratura M2, modello A, direzione X, caso 2, utilizzando il metodo appena descritto.

Con le analisi tipo 0 e tipo 1 siamo in grado di determinare i seguenti valori di media e deviazione standard della distribuzione log-normale, $(C/D)_{(0)}=0.697$ e $\sigma_{C/D}^* = 0.141$.

Le corrispondenti grandezze della distribuzione normale σ_x e μ_x , vengono determinate ricorrendo all'Eq., che fornisce i seguenti valori:

$$\sigma_x=0.200$$

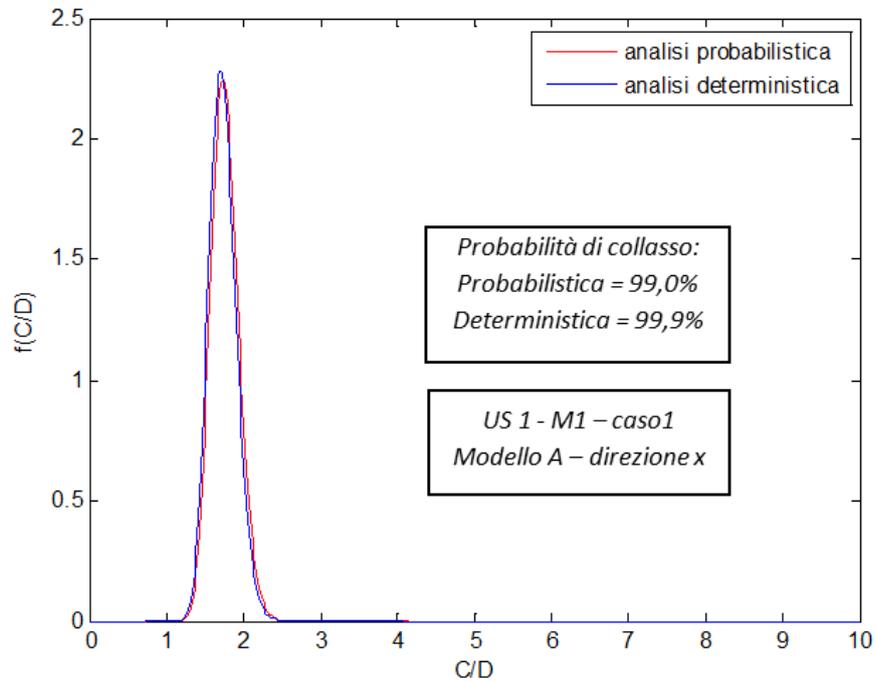
$$\mu_x=-0.381$$

Note le grandezze precedenti, utilizzando infine l'Eq.(134) si calcola il valore dell'integrale di Z, pari a 1.90.

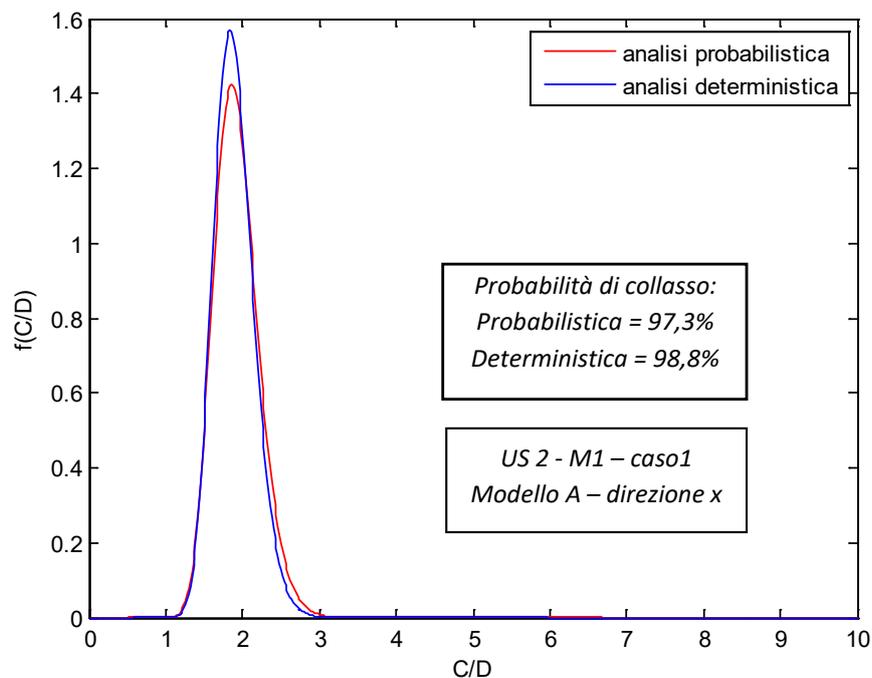
Dalla Tabella 50 è possibile valutare la probabilità di collasso corrispondente a Z, che risulta essere circa 0.97120, ossia il 97.12%.

Nel seguito si riportano delle rappresentazioni grafiche delle curve di probabilità calcolate con entrambi i metodi; in ognuna si riportano le probabilità di collasso, evidenziando con tratto blu la curva approssimata ottenuta con il metodo deterministico semplificato, in rosso la curva "esatta" ottenuta con la simulazione Monte Carlo. Nella didascalia è infine riportata la percentuale di errore,

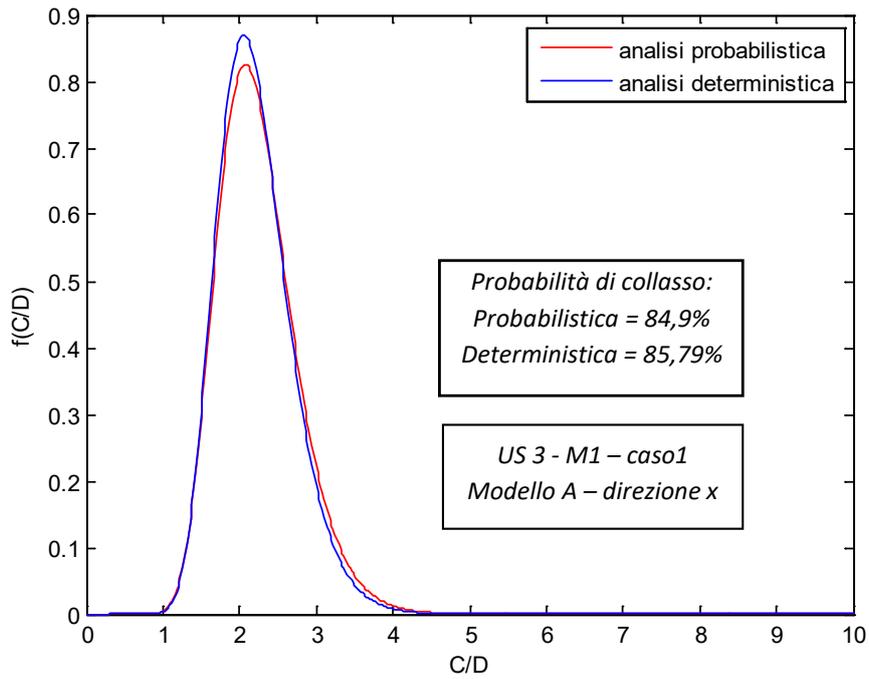
commesso con il metodo deterministico, nella stima della probabilità di collasso. Si ricordi che quando l'errore assume segno negativo, la procedura deterministica sovrastima la probabilità di collasso. Dato il numero elevato delle curve (80), di seguito sono riportati solo 4 grafici per ciascuna US nella direzione x, i restanti grafici nella direzione y saranno mostrati in Appendice.



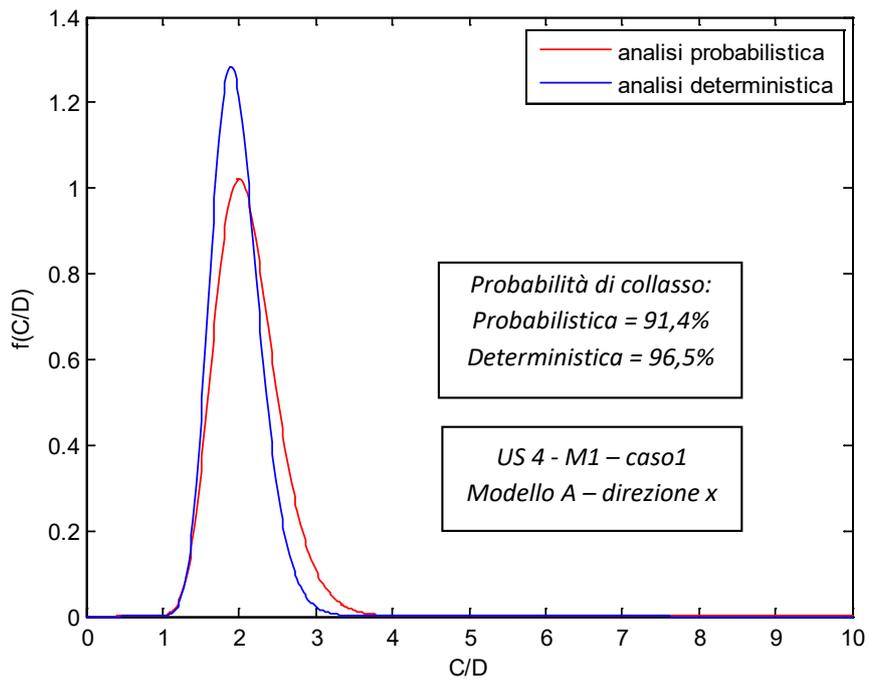
Probabilità di collasso per la US1, direzione X, tipologia muraria M1, modello A.
L'errore è pari a -0,09 %.



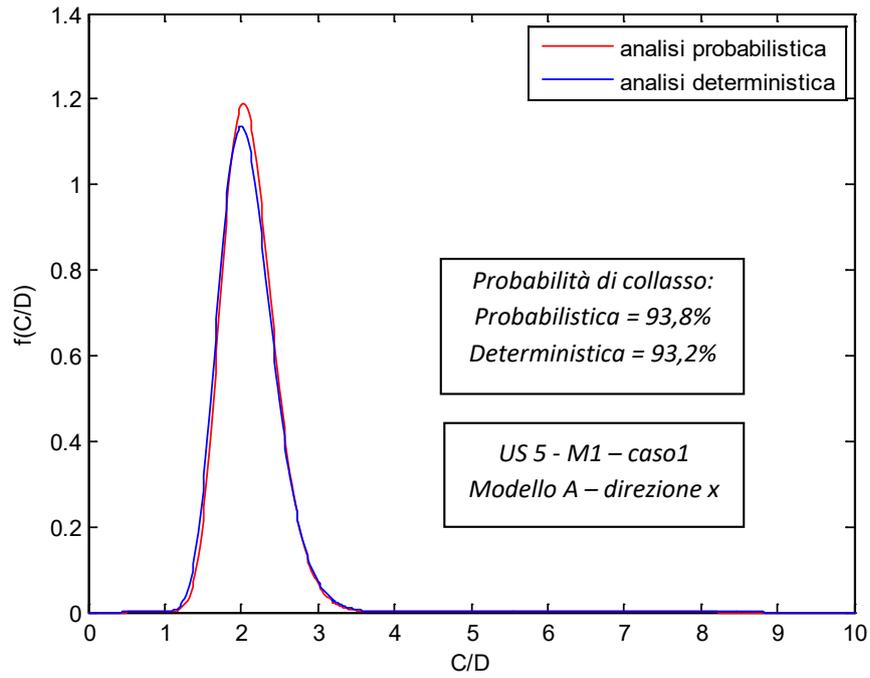
Probabilità di collasso per la US2, direzione X, tipologia muraria M1, modello A.
L'errore è pari a -1,54 %.



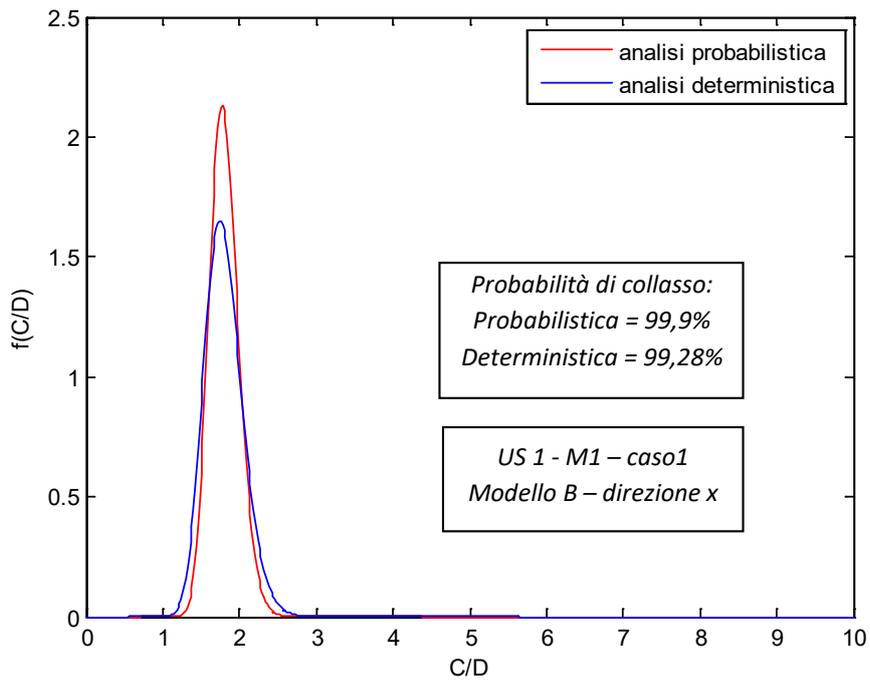
Probabilità di collasso per la US3, direzione X, tipologia muraria M1, modello A.
 L'errore è pari a -1.05 %.



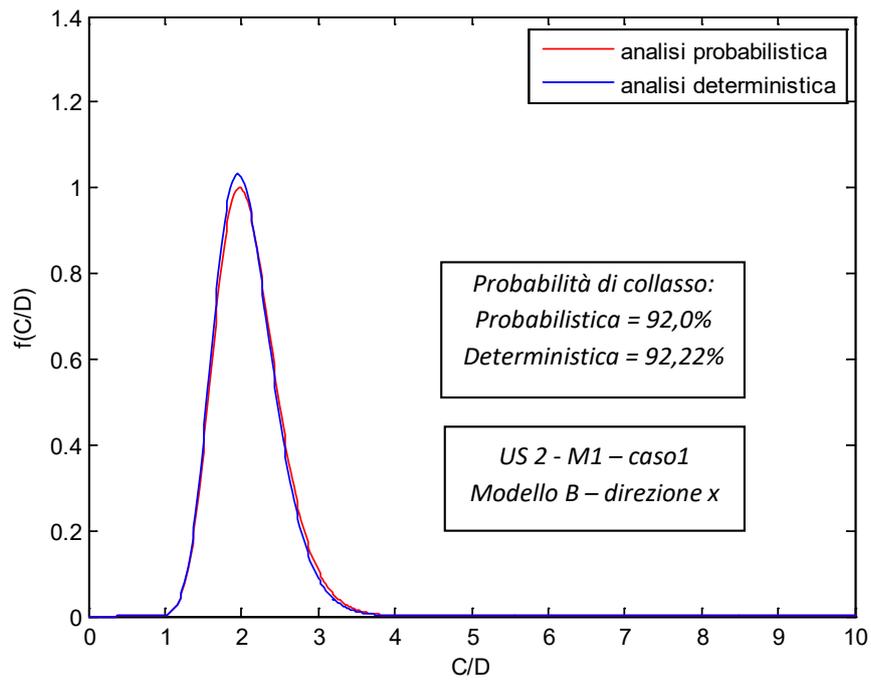
Probabilità di collasso per la US4, direzione X, tipologia muraria M1, modello A.
 L'errore è pari a -5.6 %.



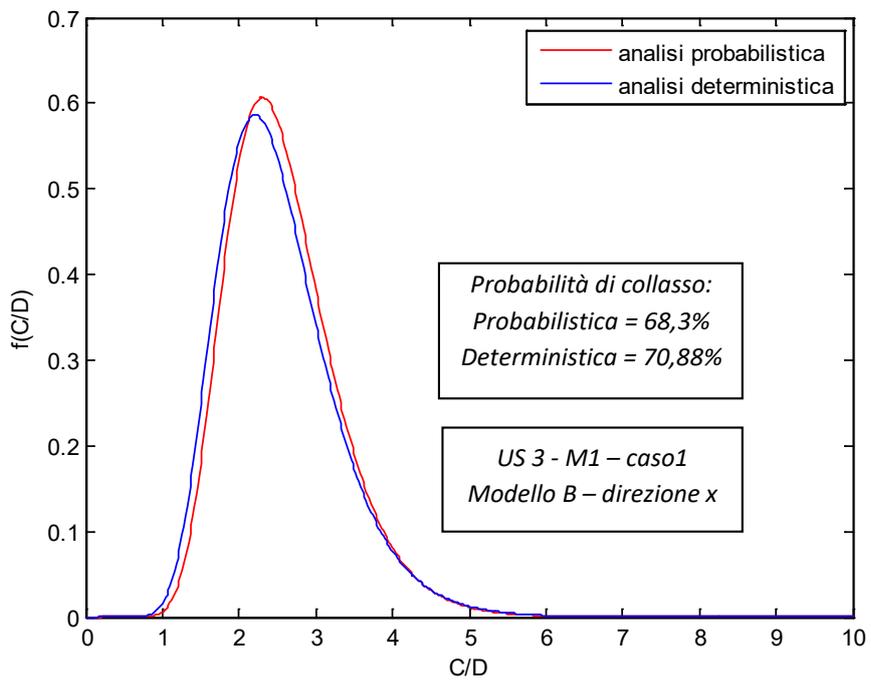
Probabilità di collasso per la US5, direzione X, tipologia muraria M1, modello A.
 L'errore è pari a 0,66 %.



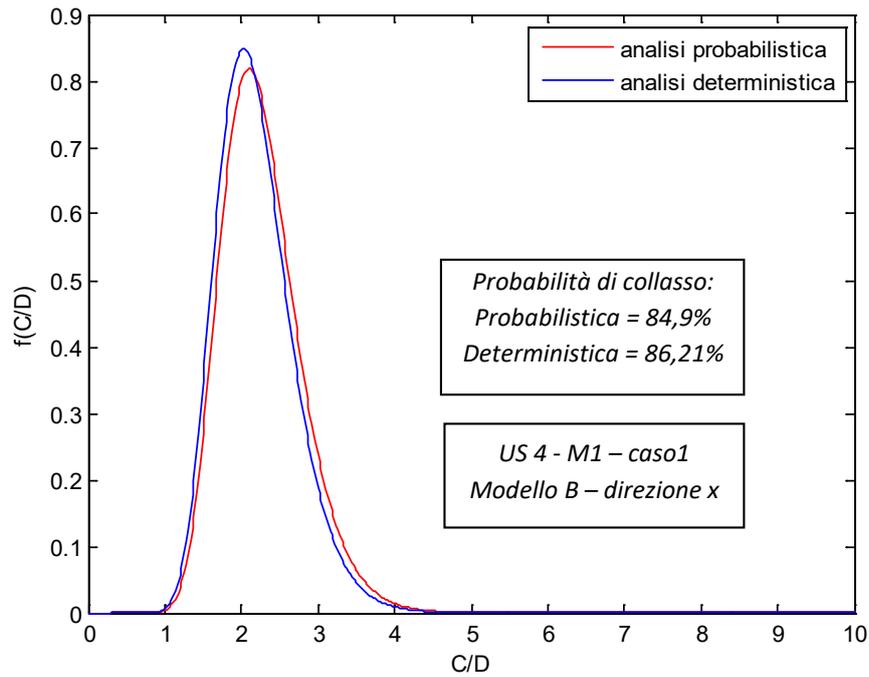
Probabilità di collasso per la US1, direzione X, tipologia muraria M1, modello B.
 L'errore è pari a 0,62 %.



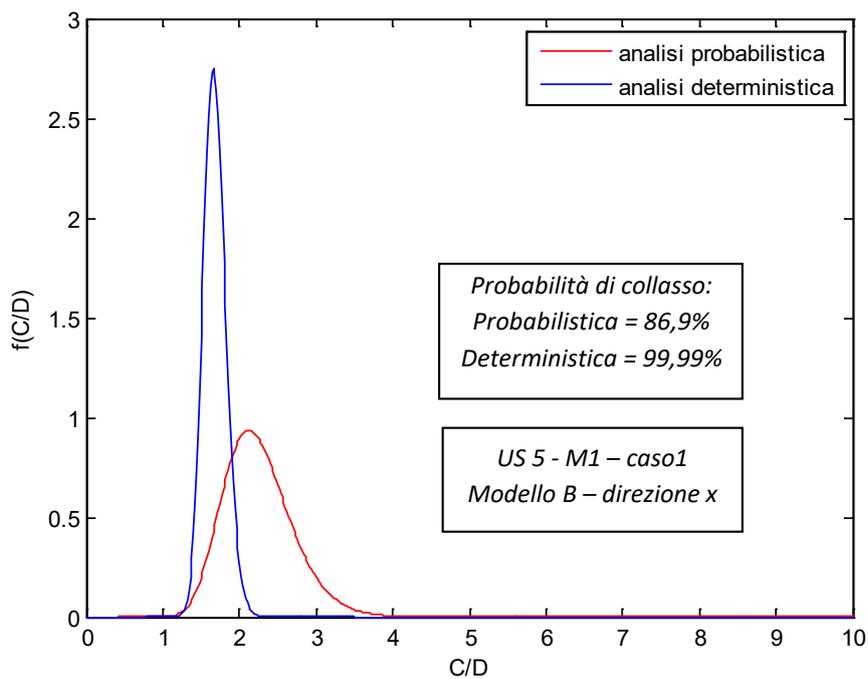
Probabilità di collasso per la US2, direzione X, tipologia muraria M1, modello B.
 L'errore è pari a -0.24 %.



Probabilità di collasso per la US3, direzione X, tipologia muraria M1, modello B.
 L'errore è pari a -3.78 %.



Probabilità di collasso per la US4, direzione X, tipologia muraria M1, modello B.
L'errore è pari a -1.54 %.



Probabilità di collasso per la US5, direzione X, tipologia muraria M1, modello B.
L'errore è pari a -15.6 %.

5.3.4 Confronto dei risultati con il metodo probabilistico completo

I paragrafi precedenti hanno evidenziato come l'impiego della distribuzione standardizzata con il metodo semplificato, risulti essere uno strumento snello ed efficace per ottenere rapidamente

stime della vulnerabilità.

Ciò ovviamente non basta per ritenere il metodo anche affidabile, poiché è indispensabile valutare l'entità dell'errore commesso rispetto alla stima effettuata con il metodo Monte Carlo.

Ai fini della validazione della procedura semplificata, è importante porre l'attenzione sul fatto che la stima dell'errore in termini assoluti non sia di per sé sufficiente a consentire di formulare un giudizio di merito sulla metodologia; è evidente infatti che un errore di entità maggiore possa essere accettato qualora esso rappresenti una sovrastima della probabilità di collasso "esatta", al contrario esso dovrà attestarsi su valori minimi qualora la probabilità di collasso venga sottostimata.

Gli errori sono pertanto calcolati con le seguenti espressioni:

$$\text{Err}_{\text{ass}} (\%) = 100 \cdot \left| \frac{P(p) - P(d)}{P(p)} \right| \quad (135)$$

$$\text{Err} (\%) = 100 \cdot \frac{P(p) - P(d)}{P(p)} \quad (136)$$

in cui,

$P(p)$ è la probabilità di collasso ottenuta dall'analisi Monte Carlo

$P(d)$ è la probabilità di collasso ottenuta dall'analisi deterministica

Dalla Tabella 51 alla Tabella 54 sono stati riassunti gli errori medi assoluti e quelli relativi i ottenuti dalle analisi effettuate, per tutti i 40 casi utilizzate per il confronto con $k=1$ e $k=0,5$;

L'informazione importante che scaturisce dall'osservazione di questi risultati, contenuti nelle 4 tabelle, è come la procedura semplificata si rapporta con un analisi probabilistica completa. Il segno positivo o negativo presente nella riga degli errori relativi ci da indicazioni sul quanto la procedura sovrastimi o sottostimi la probabilità esatta. Come è possibile osservare nella quasi totalità dei casi la presenza del segno negativo indica che si sta considerando una sovrastima della probabilità di collasso,; in termini più rigorosi, solo il 5% delle 80 analisi effettuate presenta una sottostima della probabilità di collasso.

Tabella 51. Stima dell'errore medio assoluto e relativo in relazione ai cinque frattili delle tipologie murarie, modello senza connessione per $\delta_i = \sigma_i$

Tipo muratura	$\delta_i = \sigma_i$	caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1_A	Media errore assoluto (%)	0,91	2,11	4,42	5,67	7,47
	Media errore (%)	-0,77	-1,57	1,54	-1,27	-4,74
M2_A	Media errore assoluto (%)	6,55	17,97	29,89	22,29	33,19
	Media errore (%)	-2,28	-14,83	-28,31	-19,76	-10,85
M3_A	Media errore assoluto (%)	7,98	14,99	31,12	21,20	27,48
	Media errore (%)	-7,77	-12,39	-29,11	-15,97	-13,76
M4_A	Media errore assoluto (%)	30,44	37,04	39,70	35,64	37,81
	Media errore (%)	-15,50	-16,94	-20,88	-10,95	-20,47

Tabella 52. Stima dell'errore medio assoluto e relativo in relazione ai cinque frattili delle tipologie murarie, modello con connessioni per $\delta_i = \sigma_i$

Tipo muratura	$\delta_i = \sigma_i$	caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1_B	Media errore assoluto (%)	2,60	4,06	5,55	6,42	15,91
	Media errore (%)	-2,48	-4,06	-5,46	-5,49	-8,98
M2_B	Media errore assoluto (%)	14,91	25,78	32,09	32,61	37,81
	Media errore (%)	-14,71	-14,04	-26,90	-30,29	-18,25
M3_B	Media errore assoluto (%)	13,38	25,71	34,97	39,82	34,51
	Media errore (%)	-10,76	-18,36	-30,19	-35,32	-19,03
M4_B	Media errore assoluto (%)	38,58	35,12	27,95	35,27	37,81
	Media errore (%)	-8,86	-9,61	17,04	-3,80	3,60

Tabella 53. Stima dell'errore medio assoluto e relativo in relazione ai cinque frattili delle tipologie murarie, modello senza connessioni per $\delta_i = 0,45\sigma_i$

Tipo muratura		caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1_A	Media errore assoluto (%)	0,93	3,08	5,18	4,97	4,03
	Media errore (%)	-0,82	-2,72	0,21	-1,93	-3,79
M2_A	Media errore assoluto (%)	4,93	13,14	34,10	33,31	23,50
	Media errore (%)	-1,39	-9,76	-31,95	-8,30	0,20
M3_A	Media errore assoluto (%)	6,16	12,00	30,80	35,61	33,41
	Media errore (%)	-5,85	-7,31	-27,53	-3,77	-10,97
M4_A	Media errore assoluto (%)	29,10	32,01	39,59	21,43	33,14
	Media errore (%)	-5,20	-7,64	-1,57	-2,77	10,59

Tabella 54. Stima dell'errore medio assoluto e relativo in relazione ai cinque frattili delle tipologie murarie, modello con connessioni per $\delta_i = 0,45\sigma_i$

Tipo muratura		caso1	caso2	caso3	caso4	caso5
M1_B	Media errore assoluto (%)	2,87	3,71	4,36	6,85	4,03
	Media errore (%)	-2,66	-3,51	-4,26	-0,49	-3,79
M2_B	Media errore assoluto (%)	19,49	33,31	34,73	31,69	31,13
	Media errore (%)	8,29	-8,30	-28,55	3,94	-3,11
M3_B	Media errore assoluto (%)	6,60	13,28	38,40	40,09	38,73
	Media errore (%)	-5,37	-7,82	-32,53	-15,78	-18,96
M4_B	Media errore assoluto (%)	39,99	38,83	40,49	31,08	40,24
	Media errore (%)	-10,14	9,21	-23,92	-11,26	-13,47

Per chiarire meglio come si distribuisca l'errore relativo commesso nella stima della probabilità di collasso in riferimento ai quintili e ai modelli studiati si osservino i grafici seguenti.

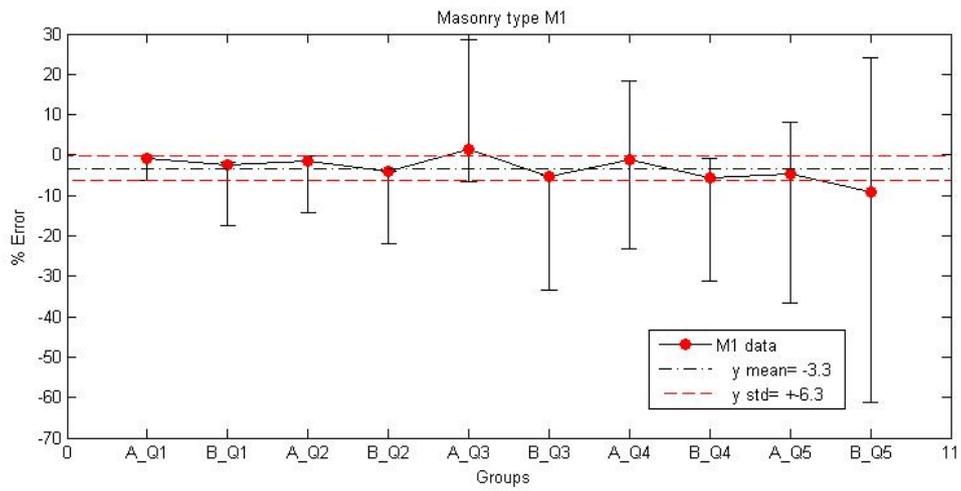


Figura 86. Schematizzazione errori relativi muratura M1, nei cinque frattili con entrambe le direzioni; $k=1$

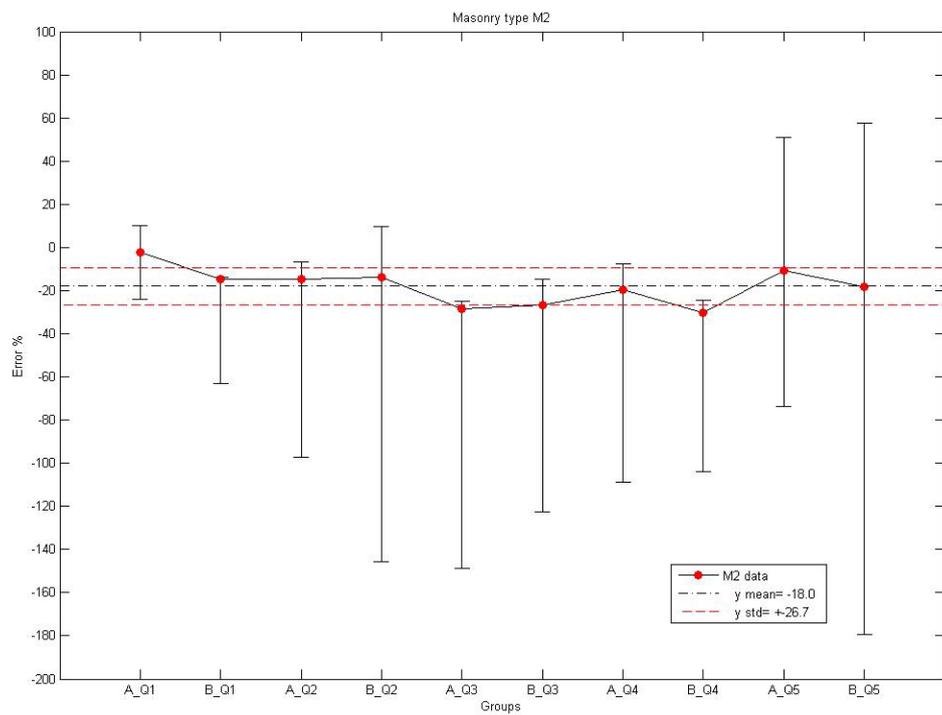


Figura 87. Schematizzazione errori relativi muratura M2, nei cinque frattili con entrambe le direzioni $k=1$

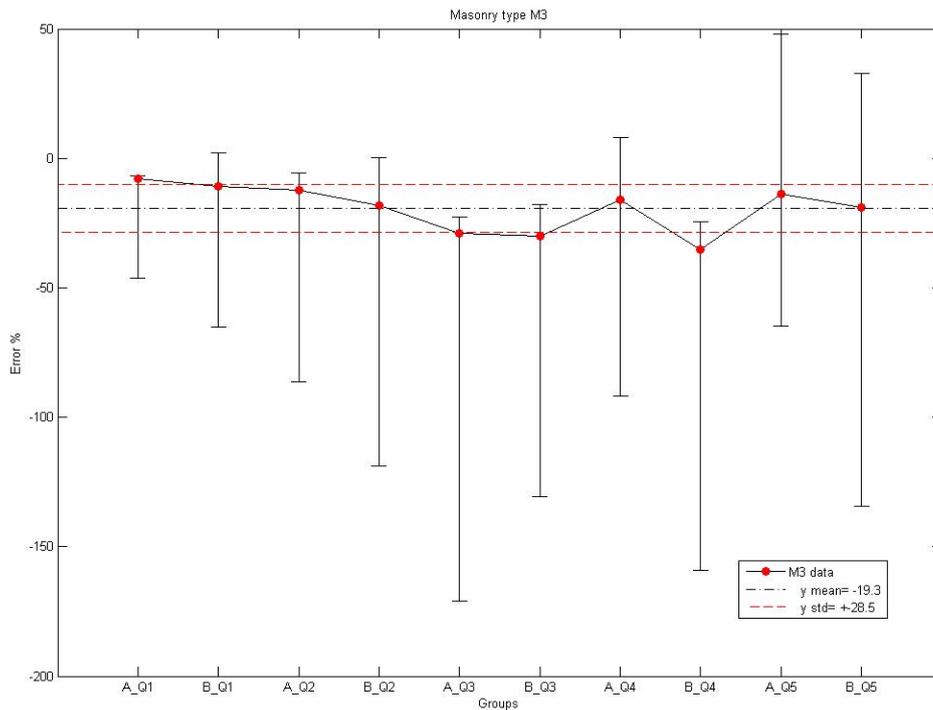


Figura 88. Schematizzazione errori relativi muratura M3, nei cinque frattili con entrambe le direzioni $k=1$

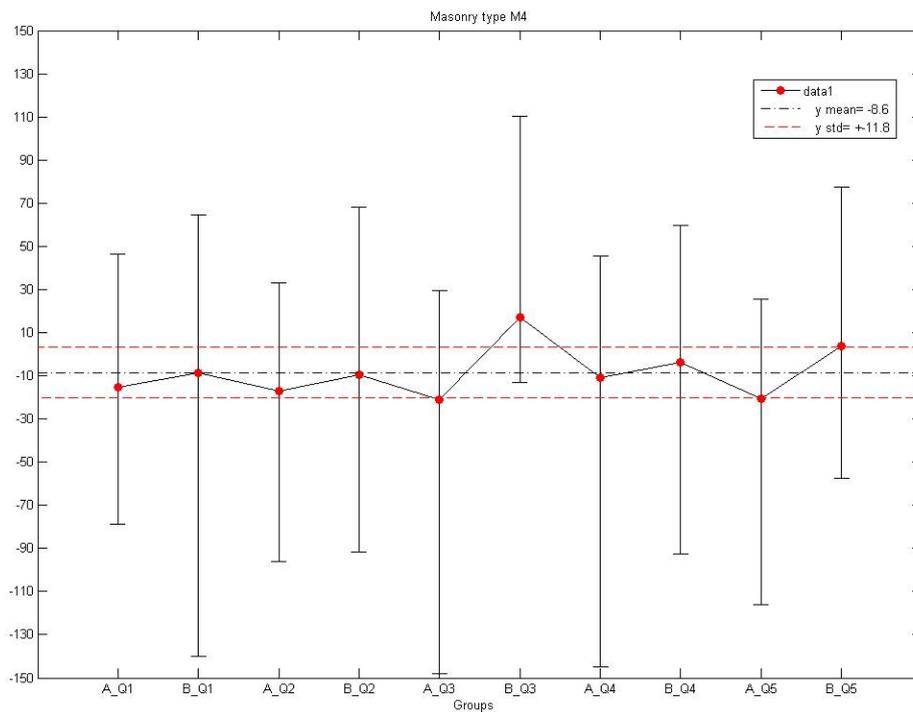


Figura 89. Schematizzazione errori relativi muratura M4, nei cinque frattili con entrambe le direzioni $k=1$

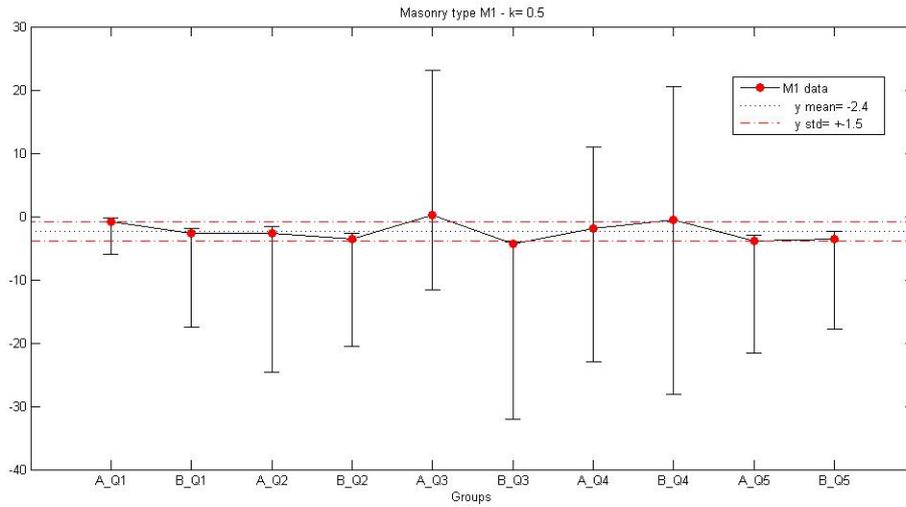


Figura 90. Schematizzazione errori relativi muratura M4, nei cinque fratelli con entrambe le direzioni $k=0,5$

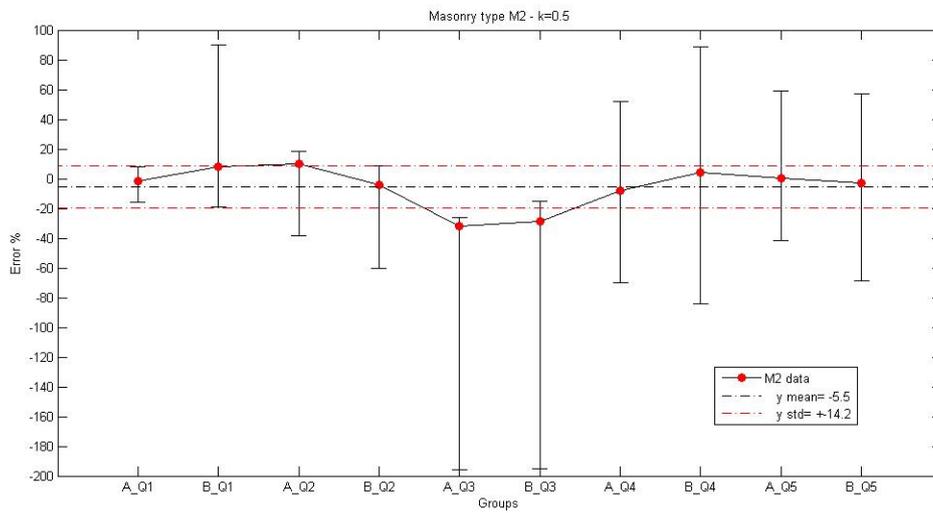


Figura 91. Schematizzazione errori relativi muratura M4, nei cinque fratelli con entrambe le direzioni $k=0,5$

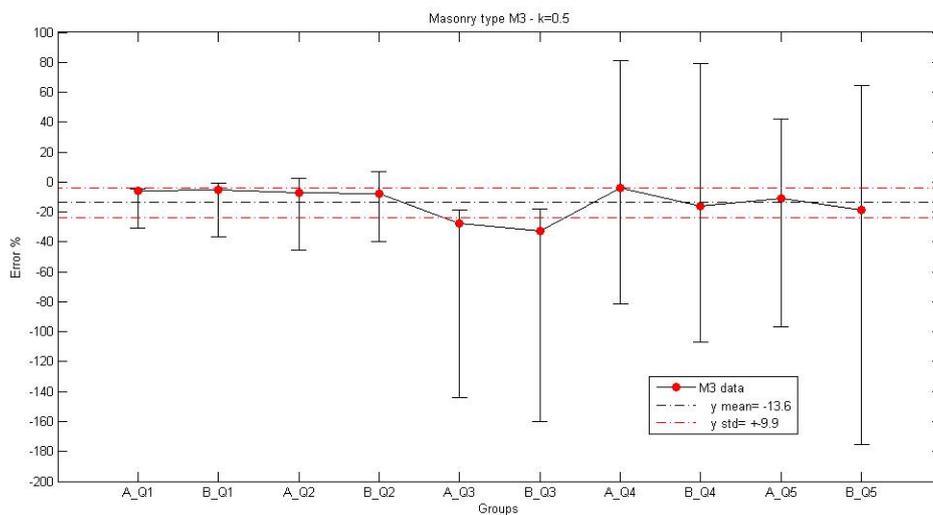


Figura 92. Schematizzazione errori relativi muratura M4, nei cinque fratelli con entrambe le direzioni $k=0,5$

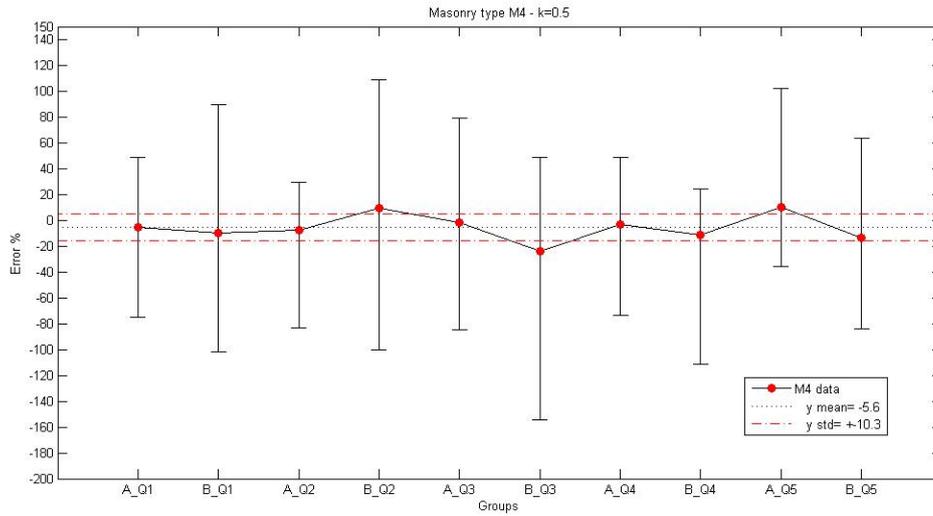


Figura 93. Schematizzazione errori relativi muratura M4, nei cinque frattili con entrambe le direzioni $k=0,5$

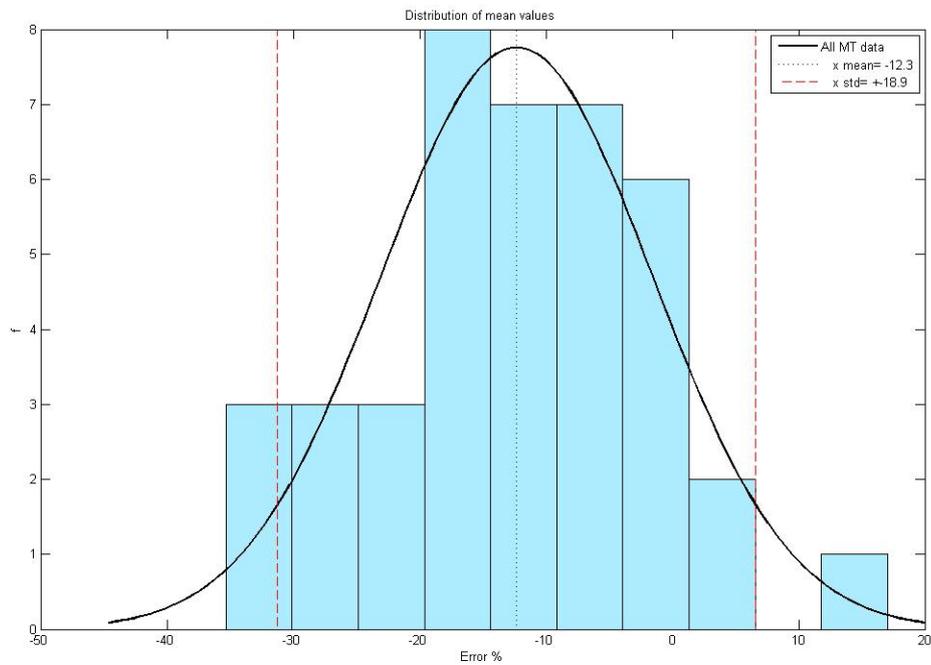


Figura 94. Istogramma errori relativi di tutte le tipologie murarie con $k=1$

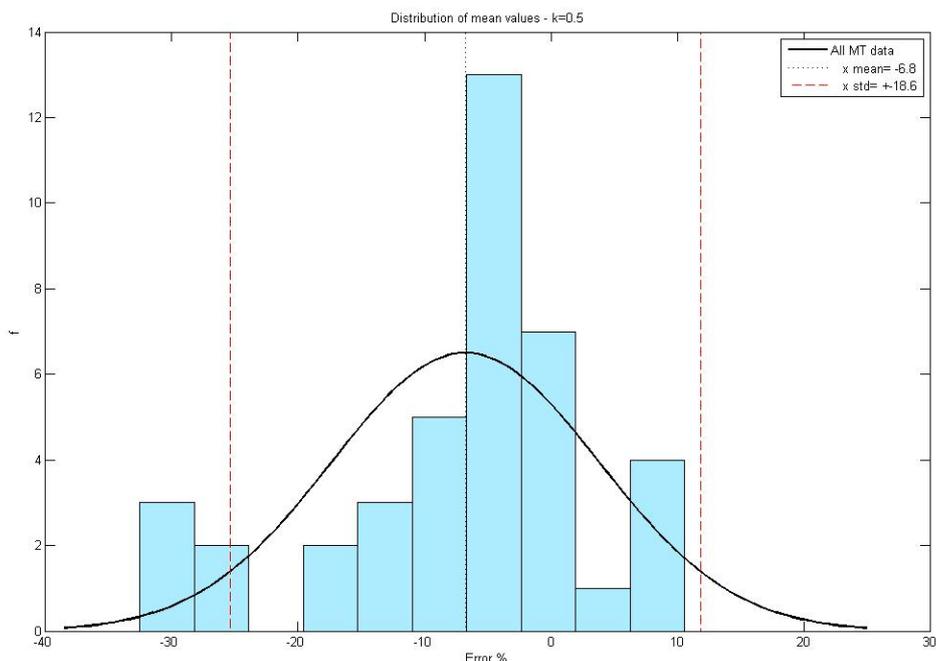


Figura 95. Istogramma errori relativi di tutte le tipologie murarie con $k=0,5$

Dall'osservazione dei risultati mostrati, nel dettaglio delle singole murature, appare evidente che l'errore commesso dalla procedura deterministica risente significativamente della tipologia muraria. Per tipologie murarie con qualità meccaniche inferiori alla media, il metodo α presenta errori modesti, che tuttavia crescono sensibilmente al crescere delle proprietà di resistenza e rigidità dei materiali.

Si noti, inoltre, che indipendentemente dalla tipologia muraria di riferimento, le US3 e US4 mostrano un errore maggiore rispetto a alle altre unità strutturali, probabilmente riconducibile all'irregolarità geometrica che le caratterizza.

A riguardo è possibile formulare delle ipotesi in grado di spiegare, anche se solo qualitativamente in assenza di un valido riscontro numerico, le evidenze riscontrate.

Si deve tener conto, infatti, che la probabilità di collasso con le analisi probabilistiche viene calcolata su 10000 combinazioni differenti delle variabili di input, pertanto possono esistere diverse di esse in cui il comportamento strutturale risulti nettamente differente da quello corrispondente valutato con il metodo deterministico.

Si ricorda, in proposito, che il modello di calcolo adottato fornisce una risposta globale del sistema strutturale in relazione a quella di piano, dipendente a sua volta da quello del singolo maschio murario: quest'ultimo può passare da una modalità di rottura per taglio piuttosto che a pressoflessione in relazione al valore di progetto della resistenza a compressione.

Le combinazioni che producono la maggiore divergenza nei risultati possono, come evidenziato, essere conseguenza di fattori congiunti di tipo meccanico e geometrico.

Dai risultati ottenuti, facendo variare il frattile della resistenza meccanica delle murature, si osserva come la varianza della grandezza di output sia insensibile alla scelta di tale parametro.

Questa apparente anomalia può trovare giustificazione nel modo con cui vengono calcolate le prestazioni del sistema strutturale. La capacità è infatti valutata in termini di spostamento, come tale le grandezze che più incidono sulla deformabilità della struttura sono i moduli elastici e soprattutto gli spostamenti ultimi per i meccanismi di collasso a taglio e pressoflessione, rispettivamente 4 ‰ e 6 ‰ di h.

Considerando il comportamento di un piano del fabbricato (si ricorda che in caso di solaio sufficientemente rigido, il sistema può essere visto come un insieme di molle - i maschi murari - collegate in parallelo) e stante l'impostazione del modello di calcolo, una variazione della resistenza meccanica della muratura produce per lo più un incremento del taglio di capacità. Non si può escludere che la variazione della resistenza della muratura possa produrre un'inversione nella gerarchia dei meccanismi resistenti nel singolo maschio murario - incrementandone lo spostamento - tuttavia le analisi effettuate evidenziano che tale fenomeno si verifica nei piani superiori del fabbricato, mentre la capacità ultima del sistema strutturale è legata alle prestazioni del piano terra, il più delle volte caratterizzato da collassi di tipo fragile a causa dell'elevato carico gravante sui maschi.

In sostanza possiamo affermare che il sistema nel suo complesso subisce una minima variazione delle proprie prestazioni in condizioni sismiche, quando l'analisi viene effettuata in termini di spostamento.

Non si può giungere alla medesima conclusione qualora si proceda in controllo di forza, nella quale ci si attende una dipendenza della capacità da variabili quali resistenza a taglio e a schiacciamento del materiale impiegato nella realizzazione dei paramenti murari.

Ad ulteriore conferma delle riflessioni pocanzi esposte, si osserva che il calcolo del FC fornisce valori indipendenti dalla scelta del parametro meccanico relativo alla resistenza; d'altronde è naturale pensare che esso possa subire sensibili variazioni solo se si modifica la varianza delle variabili di base, ovvero agendo sulla conoscenza dei parametri. Quanto più si riduce l'incertezza sul valore di calcolo assunto per le variabili di base quanto più si riduce il valore numerico del FC; naturalmente agendo all'opposto il FC aumenta.

Altra evidenza sul carattere conservativo della stima delle probabilità di collasso della procedura semplificata rispetto a quella "esatta" sono le rette di equiprobabilità di seguito presentate.

Infatti la Figura 96 e la Figura 97, mostrano una rappresentazione grafica dei risultati ottenuti, in termini di probabilità di collasso nelle 4 murature; in cui è evidenziato come la procedura deterministica risulti nella stragrande maggioranza dei casi conservativa rispetto a quella probabilistica. Aver appurato questo ci consente di confermare che gli errori di stima che commettiamo utilizzando un metodo semplificato non mettono a rischio la nostra analisi, sottostimando la probabilità di collasso, ma si mantengono a sono a favore di sicurezza.

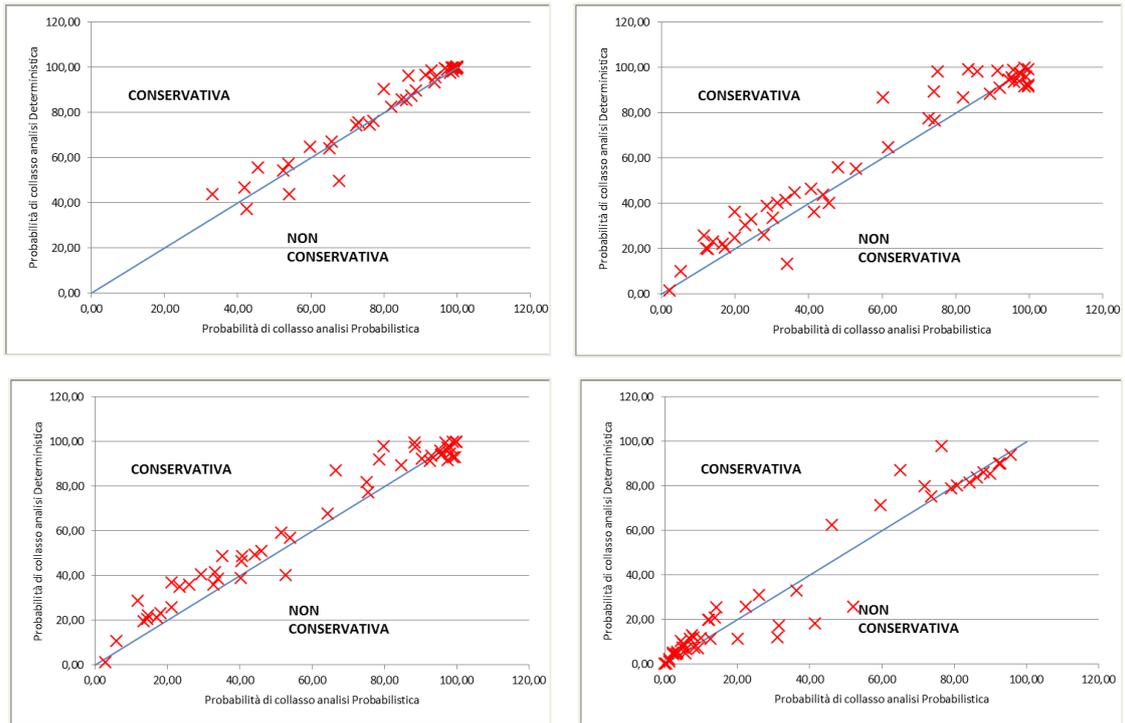


Figura 96. Confronto tra analisi deterministiche e probabilistiche in termini di probabilità di collasso. Dalla tabella in alto a sx procedendo in senso orario: Materiale M1, M2, M4, M3, modello A.

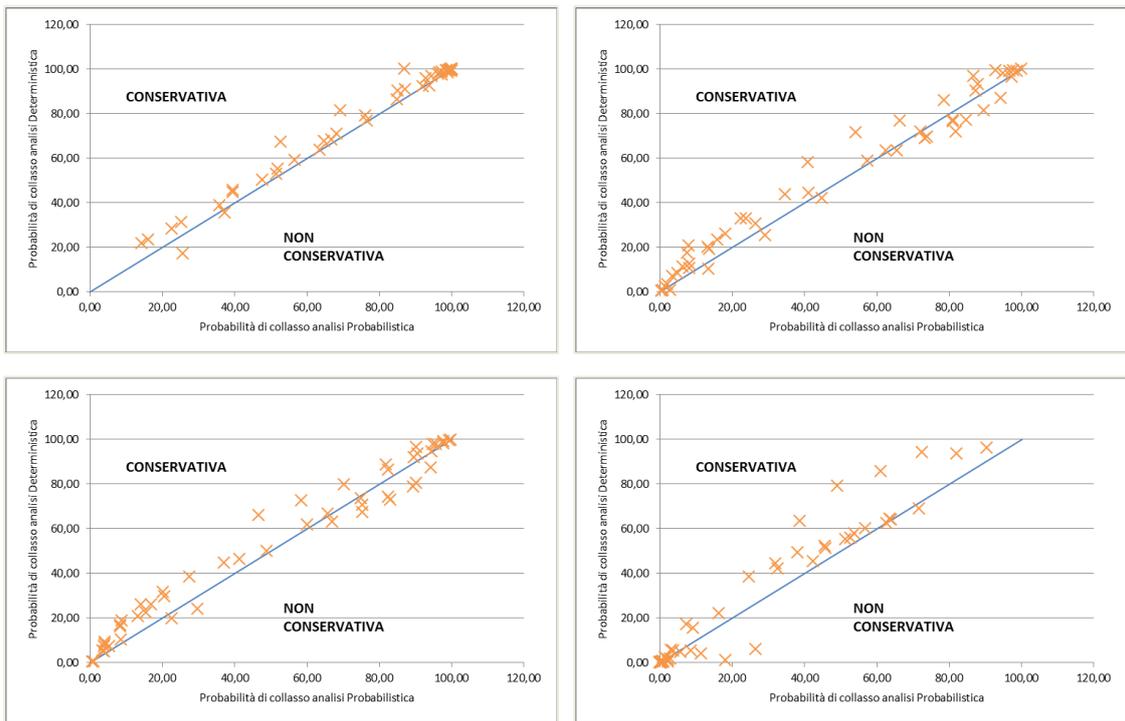


Figura 97. Confronto tra analisi deterministiche e probabilistiche in termini di probabilità di collasso. Dalla tabella in alto a sx procedendo in senso orario: Materiale M1, M2, M4, M3, modello B.

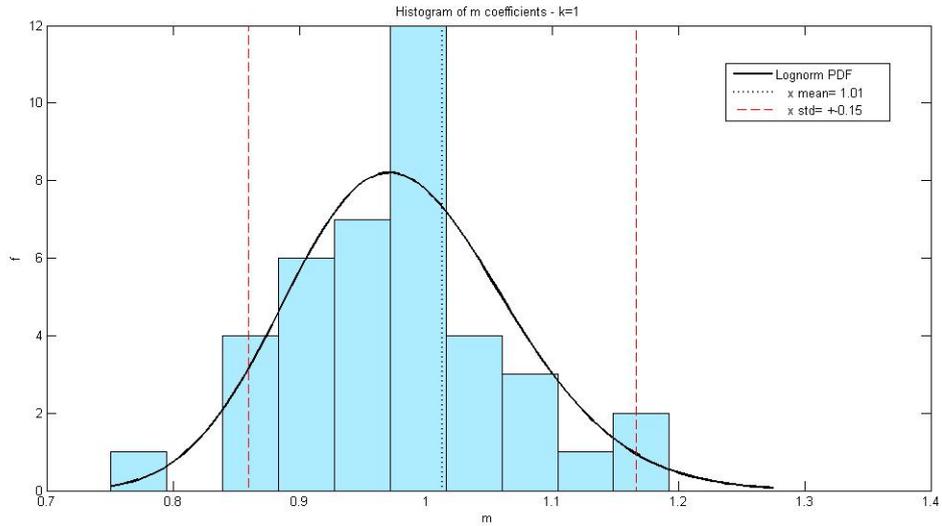


Figura 98. Istogramma dei coefficienti angolari m per tutte le tipologie murarie, $k=1$

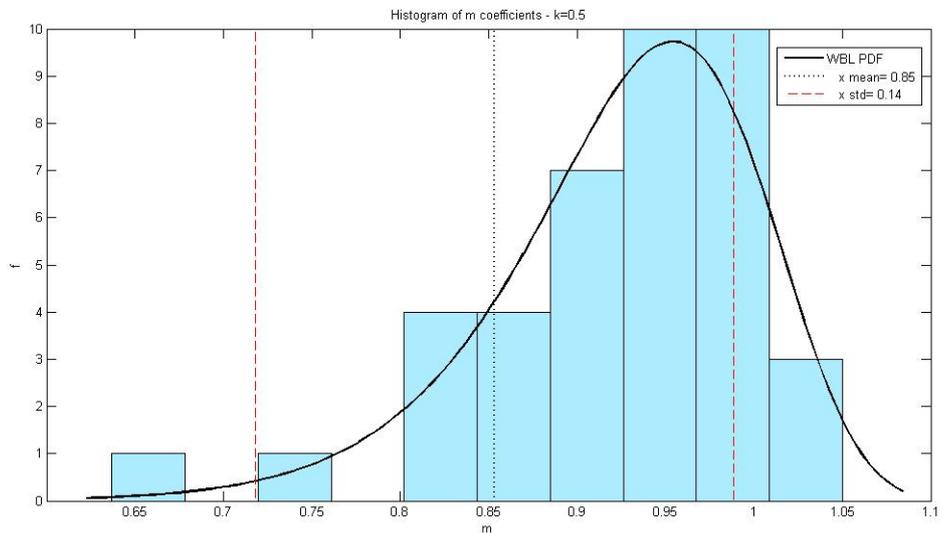


Figura 99. Istogramma dei coefficienti angolari m per tutte le tipologie murarie, $k=0,5$

Come ulteriore validazione del metodo sono stati confrontati i risultati riguardanti il calcolo del “frattile inferiore” (Y_{inf}) con la procedura semplificata e il metodo “esatto”. Gli errori relativi presentati riguardano la possibilità di calcolare il frattile inferiore facendo eseguire al professionista tutta l’analisi 1, oppure ottenere i termini del rapporto $C/D_{(1)}$ utilizzando $FC_m(C/D_{1FC})$ fornito.

Le tabelle seguenti mostrano i risultati di tutte le US relativi al caso 1, M1, modelli A e B con $k=1$, e $k_i=1$ e $k_j=0,5$.

Tabella 55. I frattili inferiori con i due metodi. Caso 1, muratura 1, modello A, $\delta_i = \sigma_i$

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod A $\delta=1$				
Tipo di Analisi			Metodo Prob	Metodo Det		Errori Relativi	
Unità	Modello	Dir.	Frattile 5%	C/D ₍₁₎	C/D _{(1)(FC)}	frattile 5% vs C/D ₍₁₎	frattile 5% vs C/D _{(1)(FC)}
1	A	X	0,409	0,399	0,351	2,44	14,14
		Y	0,365	0,353	0,310	3,29	14,97
2	A	X	0,447	0,439	0,407	1,79	8,97
		Y	0,376	0,363	0,338	3,46	10,05
3	A	X	0,491	0,480	0,498	2,24	-1,34
		Y	0,484	0,473	0,489	2,27	-0,94
4	A	X	0,479	0,446	0,431	6,89	10,05
		Y	0,312	0,292	0,272	6,41	12,78
5	A	X	0,514	0,488	0,468	5,05	8,86
		Y	0,319	0,306	0,273	4,03	14,29
						Media Err Rel C/D₍₁₎	Media Err Rel C/D_{(1)(FC)}
						3,79	9,18

Tabella 56. I frattili inferiori con i due metodi. Caso 1, muratura 1, modello B, $\delta_i = \sigma_i$

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod B $\delta=1$				
Tipo di Analisi			Metodo Prob	Metodo Det		Errori Relativi	
Unità	Modello	Dir.	Frattile 5%	C/D ₍₁₎	C/D _{(1)(FC)}	frattile 5% vs C/D ₍₁₎	frattile 5% vs C/D _{(1)(FC)}
1	B	X	0,428	0,408	0,387	4,673	9,68
		Y	0,363	0,359	0,320	1,102	11,97
2	B	X	0,476	0,473	0,474	0,630	0,49
		Y	0,391	0,383	0,363	2,046	7,13
3	B	X	0,543	0,535	0,589	1,473	-8,45
		Y	0,554	0,538	0,607	2,888	-9,56
4	B	X	0,52	0,489	0,508	5,962	2,34
		Y	0,347	0,335	0,319	3,458	8,10
5	B	X	0,542	0,403	0,344	25,646	36,49
		Y	0,346	0,243	0,222	29,769	35,72
						Media Err Rel C/D(1)	Media Err Rel C/D_{(1)(FC)}
						7,76	9,39

Tabella 57. I frattili inferiori con i due metodi. Caso 1, muratura 1, modello A, $\delta_i = 0,5\sigma_i$; $\delta_i = \sigma_i$

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod A $\delta=0,5$ $\delta=1$				
Tipo di Analisi			Metodo Prob	Metodo Det		Errori Relativi	
Unità	Modello	Dir.	Frattile 5%	C/D ₍₁₎	C/D _{(1)(FC)}	frattile 5% vs C/D ₍₁₎	frattile 5% vs C/D _{(1)(FC)}
1	A	X	0,409	0,433	0,422	-5,87	-3,28
		Y	0,365	0,387	0,373	-6,03	-2,28
2	A	X	0,447	0,508	0,489	-13,65	-9,49
		Y	0,376	0,417	0,407	-10,90	-8,20
3	A	X	0,491	0,563	0,599	-14,66	-21,90
		Y	0,484	0,554	0,588	-14,46	-21,41
4	A	X	0,479	0,513	0,518	-7,10	-8,20
		Y	0,312	0,335	0,327	-7,37	-4,91
5	A	X	0,514	0,565	0,563	-9,92	-9,62
		Y	0,319	0,336	0,329	-5,33	-3,10
						Media Err Rel C/D(1)	Media Err Rel C/D_{(1)(FC)}
						-9,53	-9,24

Tabella 58. I frattili inferiori con i due metodi. Caso 1, muratura 1, modello B, $\delta_i=0,5\sigma_i$; $\delta_i=\sigma_i$

Tipo di Muratura			M1 caso 1 mod B $\delta=0,5$ $\delta=1$				
Tipo di Analisi			Metodo Prob	Metodo Det		Errori Relativi	
Unità	Modello	Dir.	Frattile 5%	C/D ₍₁₎	C/D ₍₁₎ (FC)	frattile 5% vs C/D ₍₁₎	frattile 5% vs C/D ₍₁₎ (FC)
1	B	X	0,428	0,467	0,469	-9,112	-9,47
		Y	0,363	0,381	0,387	-4,959	-6,70
2	B	X	0,476	0,563	0,574	-18,277	-20,61
		Y	0,391	0,494	0,440	-26,343	-12,56
3	B	X	0,543	0,630	0,714	-16,022	-31,45
		Y	0,554	0,647	0,736	-16,787	-32,80
4	B	X	0,52	0,570	0,616	-9,615	-18,37
		Y	0,347	0,388	0,387	-11,816	-11,39
5	B	X	0,542	0,398	0,417	26,568	23,02
		Y	0,346	0,284	0,270	17,919	22,08
Media Err Rel C/D(1)						Media Err Rel C/D₍₁₎(FC)	
-6,84						-9,82	

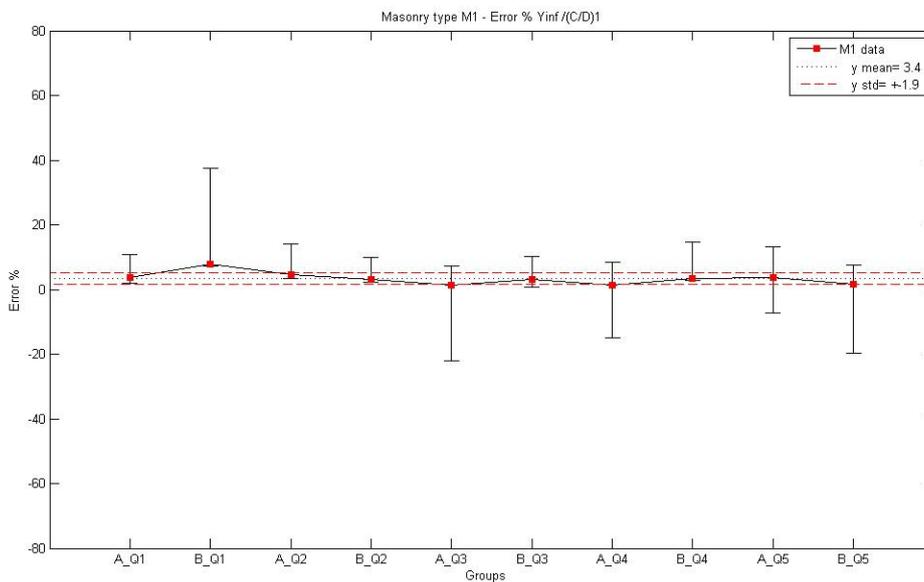


Figura 100. Schematizzazione errori relativi $Y_{inf}/(C/D)_1$ per la muratura M1, per tutti i frattili e i modelli, $k=1$

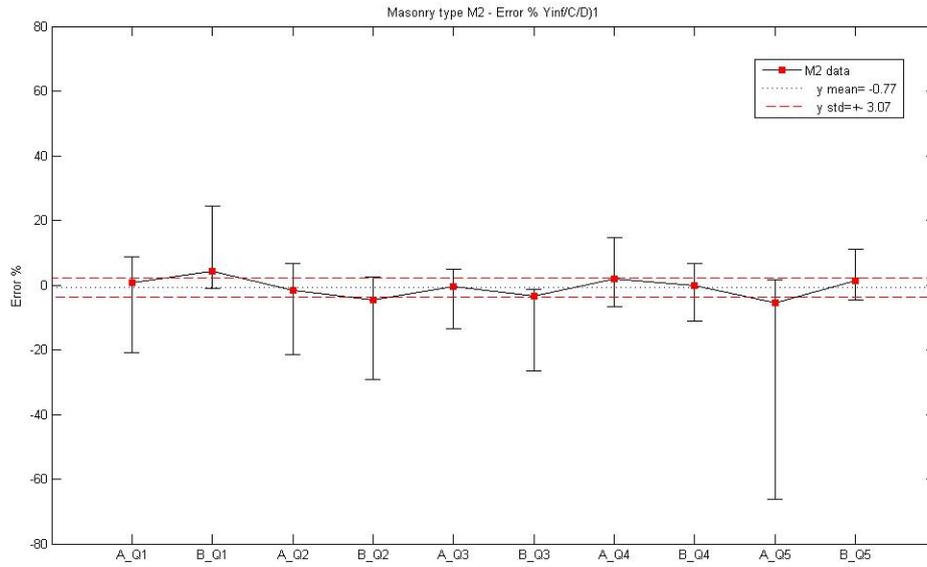


Figura 101. Schematizzazione errori relativi $Y_{inf}/(C/D)_1$ per la muratura M2, per tutti i frattili e i modelli, $k=1$

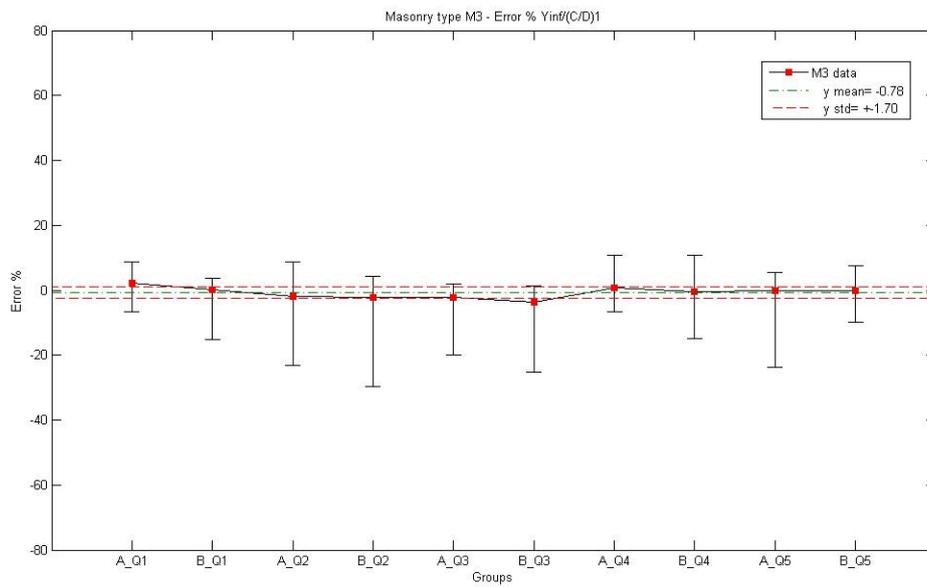


Figura 102. Schematizzazione errori relativi $Y_{inf}/(C/D)_1$ per la muratura M3, per tutti i frattili e i modelli, $k=1$

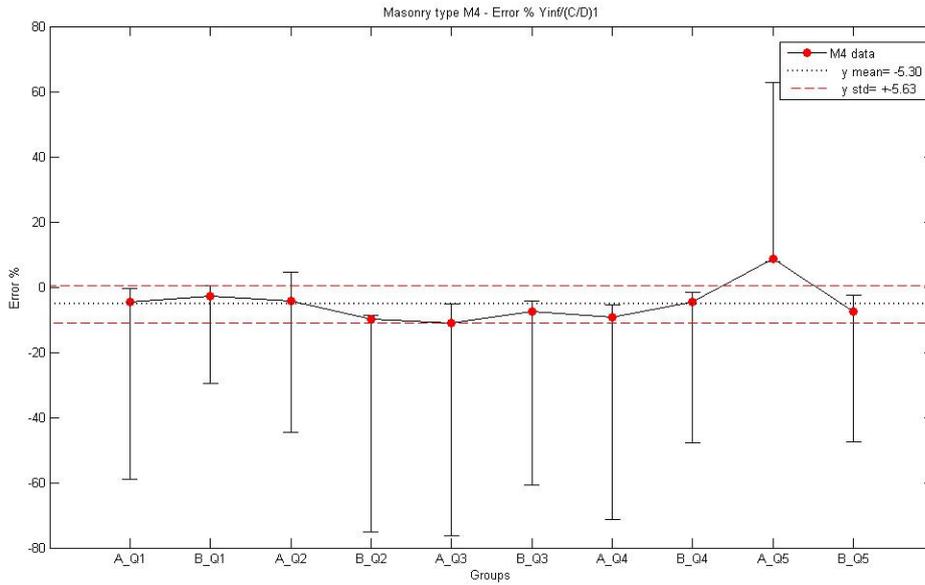


Figura 103. Schematizzazione errori relativi $Y_{inf}/(C/D)_1$ per la muratura M4, per tutti i frattili e i modelli, $k=1$

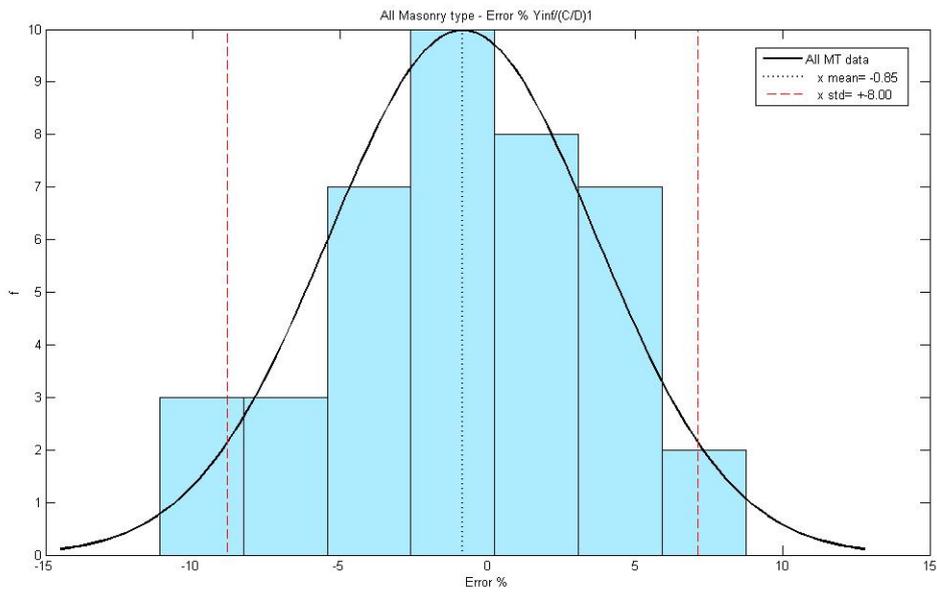


Figura 104. Istogramma errori relativi a tutte le tipologie murarie $Y_{inf}/(C/D)_1$, $k=1$

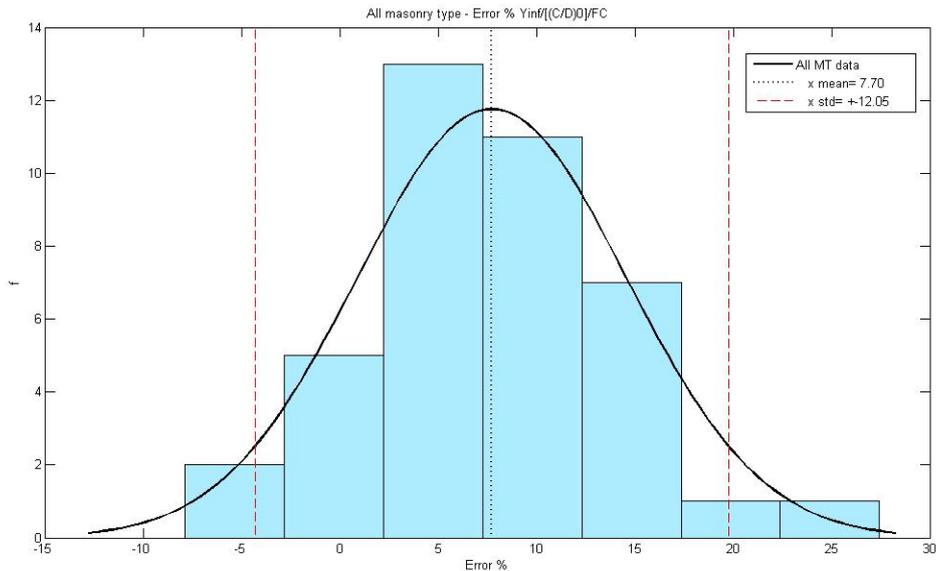


Figura 105. Istogramma errori relativi a tutte le tipologie murarie $Y_{inf}/(C/D)_1(FC)$, $k=1$

Come già accennato nei paragrafi precedenti, l'errore percentuale sulla stima del frattile inferiore Y_{inf} ottenuta con il metodo approssimato risulta il seguente:

5-10% (per $\kappa=1$)

20-30% (per $\kappa=0.45$)

10-15% ($\kappa_i=1$ e $\kappa_j=0.5$)

Le migliori stime risultano quindi quelle ottenute con il κ misto e con quello unitario. L'ipotesi fatta per spiegare un errore % maggiore per $k=0,45$ è che ciò possa dipendere dal fatto che il parametro con sensitività nettamente maggiore risulta essere l'accelerazione spettrale, quello ad incidenza negativa nello spazio $n=1$. Quando si utilizza un fattore $\kappa < 1$ si dà troppo peso alle variabili ad incidenza positiva e l'errore cresce poiché stiamo utilizzando un iperpiano tangente poco rappresentativo della sensitività della funzione G .

L'ipotesi di semplificare il lavoro al professionista e permettere di eseguire la sola analisi 0 e calcolare Y_{inf} tramite FC_m risulta essere affetta da un errore leggermente maggiore rispetto al metodo completo, ma con ulteriori calibrazioni sembra comunque essere una valida strada da perseguire.

5.3.5 Alcune riflessioni sulla rappresentatività della risposta approssimata ottenuta con la curva log-normale.

Gli aspetti di particolare rilievo che possono fare della procedura uno strumento affidabile per la valutazione della vulnerabilità sismica di Unità Strutturali in aggregato, non sono solamente quelli legati alla stima dell'errore commesso rispetto al metodo "esatto".

È bene ricordare, a riguardo, che nel metodo deterministico si assume che i rapporti C/D si distribuiscano secondo una PDF di tipo log-normale; tale assunzione nasce dall'aver osservato, nelle simulazioni Monte Carlo, una evidente ricorrenza nella distribuzione di detto parametro proprio secondo una curva di tipo log-normale.

È pertanto lecito chiedersi cosa succede della stima della probabilità di collasso con il metodo deterministico quando la risposta "esatta" è rappresentata da altri tipi di curve, ad esempio la Beta, seppur questa caratterizzi in maniera marginale, come altre PDF, la risposta stocastica delle SU.

I grafici dalla Figura 106 alla Figura 109 distinguono i casi in cui la procedura deterministica sovrastima o sottostima la probabilità di collasso, riportando i primi al di sopra ed i secondi al di sotto della retta che delimita i due domini; la risposta ottenuta con le simulazioni Monte Carlo che forniscono curve PDF diverse da quella log-normale, è segnalata ricorrendo ad una campitura degli indicatori.

In Figura 110, infine, sono riportati tutti i risultati, adottando un indicatore diverso per ognuna delle 5 SU studiate, l'indicatore campito assume il medesimo significato delle precedenti tabelle.

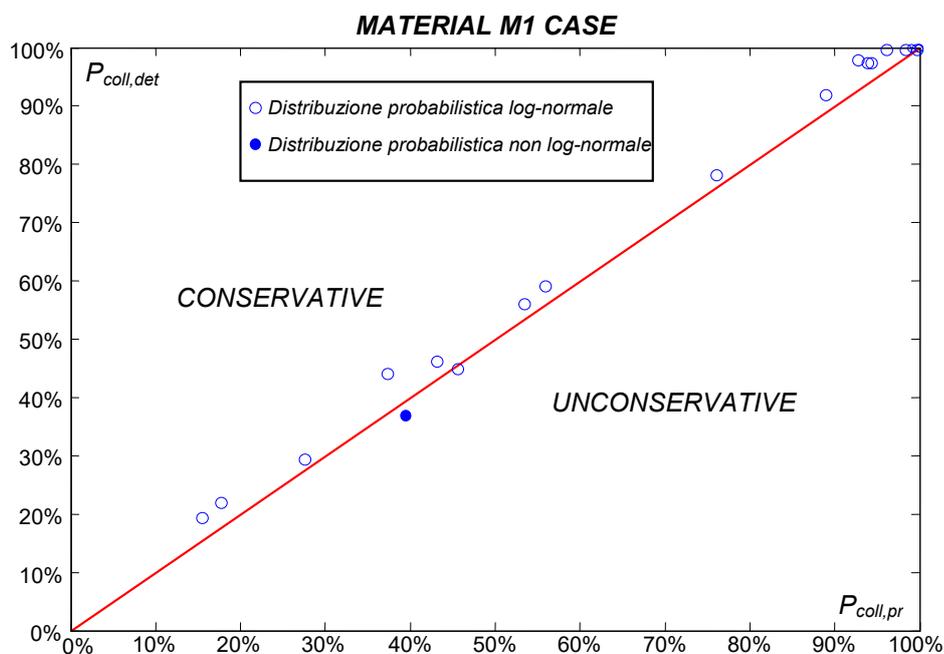


Figura 106. Distribuzione delle risposte delle SU (materiale M1) attorno alla retta di equiprobabilità.

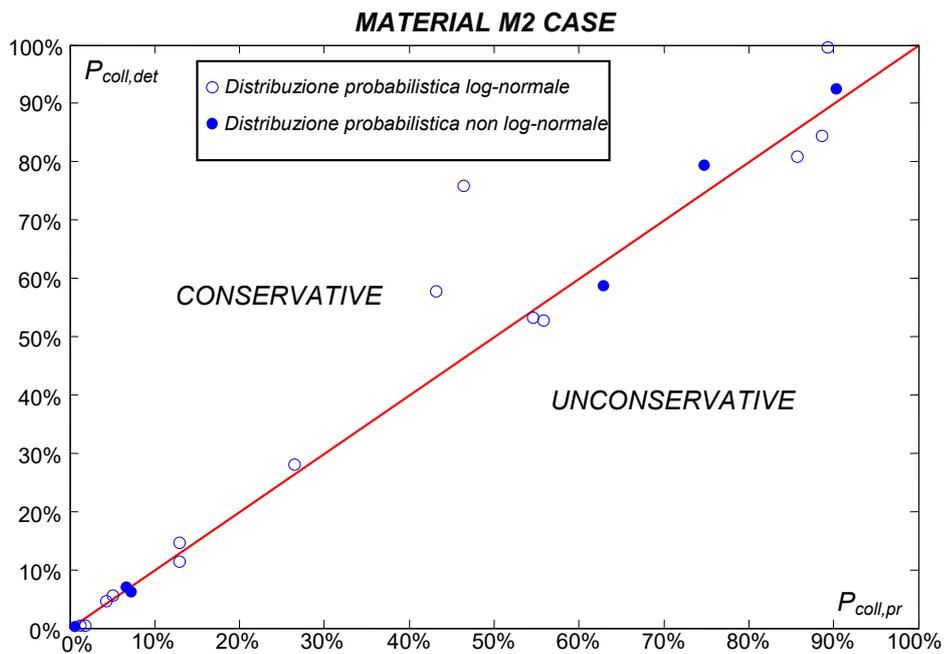


Figura 107. Distribuzione delle risposte delle SU (materiale M2) attorno alla retta di equiprobabilità.

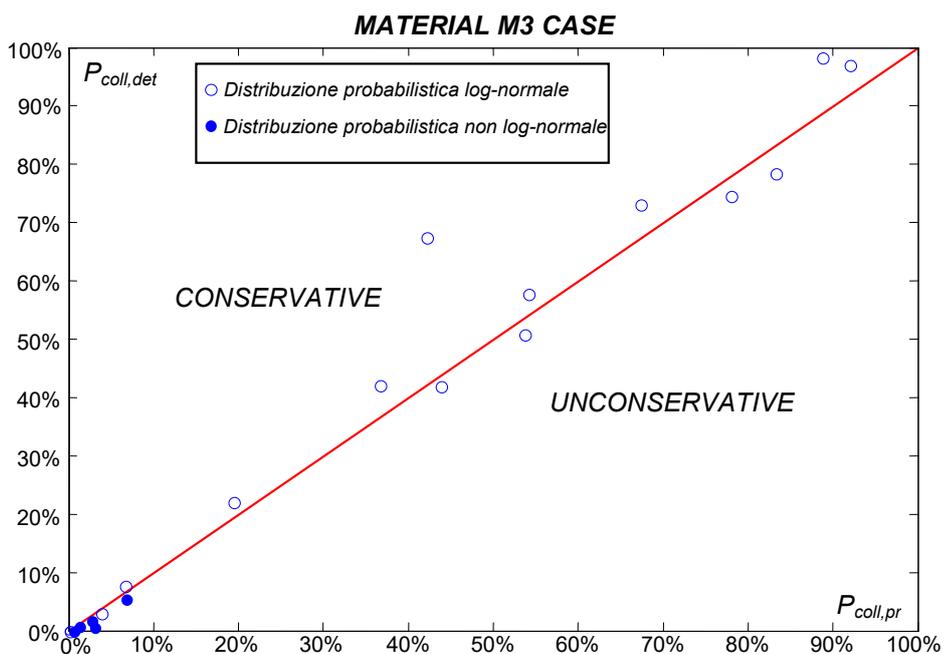


Figura 108. Distribuzione delle risposte delle SU (materiale M3) attorno alla retta di equiprobabilità.

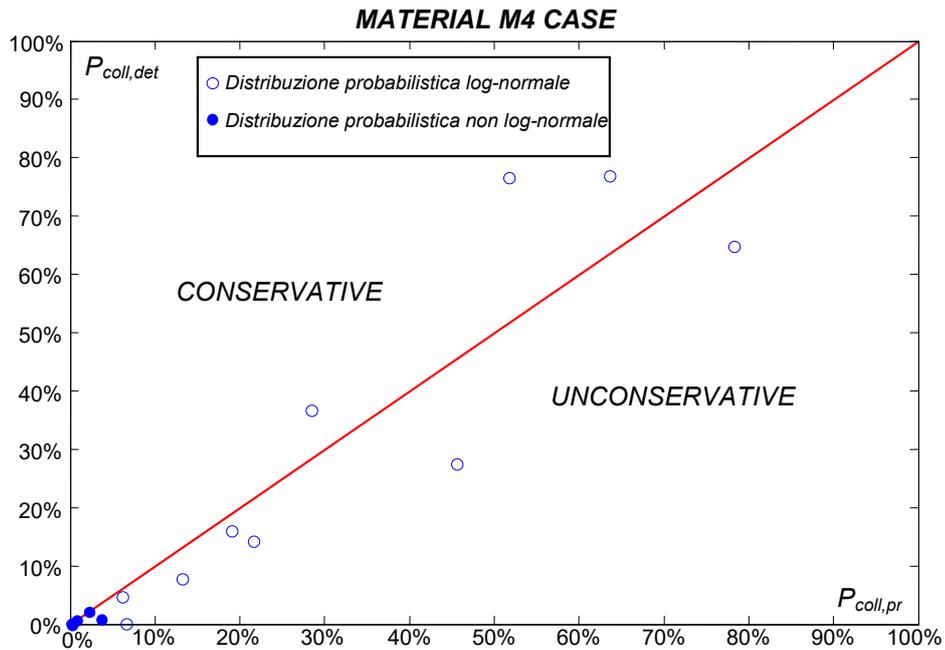


Figura 109. Distribuzione delle risposte delle SU (materiale M4) attorno alla retta di equiprobabilità.

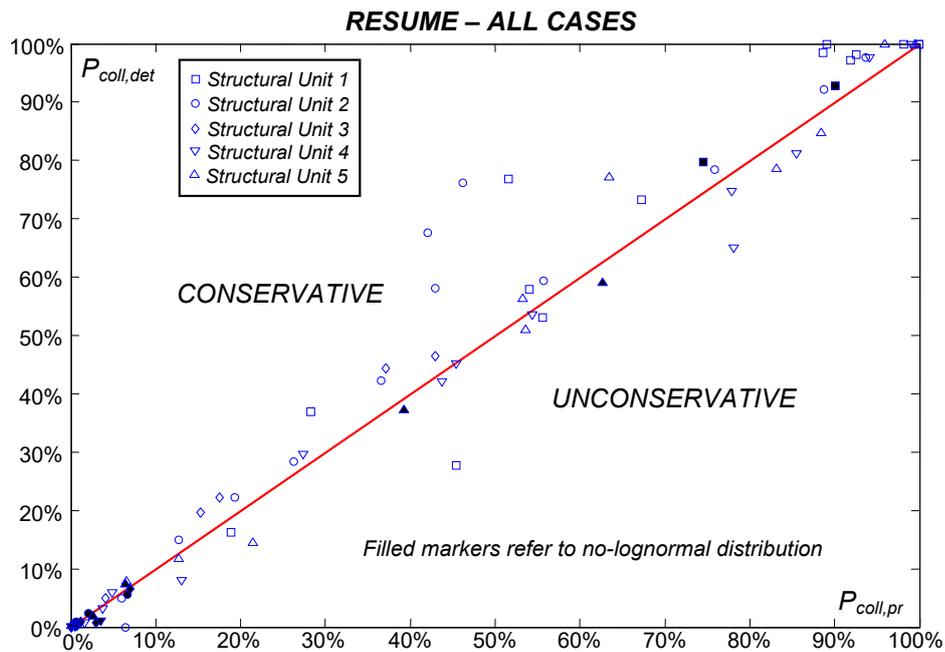


Figura 110. Distribuzione delle risposte delle SU (materiale M4) attorno alla retta di equiprobabilità.

Quest'ultima figura ci consente di trarre importanti conclusioni, limitatamente al campo dei risultati ottenuti; è infatti evidente come la probabilità di collasso valutata con la PDF log-normale continui a mantenere un'ottima rispondenza con quella ottenuta con il metodo probabilistico. Si noti in proposito come gli indicatori campiti siano tutti disposti a ridosso della retta di equiprobabilità, a denotare una stima estremamente contenuta dell'errore commesso con la procedura deterministica semplificata.

6. Conclusioni

Questo lavoro di tesi ha proposto un approccio semplificato per la valutazione sismica delle strutture esistenti in muratura, in cui il risultato è espresso come probabilità di collasso, ottenuta mediante 2 analisi deterministiche non lineari, variando opportunamente alcune variabili casuali rilevanti di base, quali: dati generali, geometria, materiali e pericolosità sismica. Il metodo richiede di eseguire solo due analisi (o tre, se necessario): una con i valori medi e un'altra in cui un numero selezionato di variabili fondamentali viene variato allo stesso tempo di una deviazione standard a seconda del loro contributo sfavorevole o favorevole alla variabile di uscita.

Il risultato di questa combinazione di analisi viene poi corretto attraverso un parametro α , che è calibrato dal confronto con analisi probabilistiche.

Il metodo è stato applicato a cinque unità strutturali, dove sono stati considerati due tipi di connessioni murarie (connesso, non connesso) e quattro tipi di murature, considerate storiche, ed i risultati sono stati confrontati con quelli ottenuti con un'analisi completamente probabilistica includendo tutte le incertezze che influenzano la risposta strutturale.

Da tutte le analisi sono stati ottenuti 40 valori del parametro α , che può quindi essere utilizzato per correggere la stima della deviazione standard della grandezza di output dai risultati ottenuti con le due analisi deterministiche. Tale deviazione standard corretta viene poi utilizzata per stimare la probabilità di collasso.

Il metodo proposto può essere riassunto nei 5 passaggi seguenti:

- si identificano le variabili che presentano maggiore sensibilità rispetto alla grandezza di risposta prescelta. Tali variabili saranno le uniche cui si attribuirà una variazione pari alla deviazione standard. Tutte le altre variabili del problema sono tenute sempre pari al valore medio.
- si eseguono le analisi di tipo 0 con tutte le variabili pari al valore medio e successivamente le analisi di tipo 1 con le variabili a maggior sensibilità variare della deviazione standard, ottenendo nel primo caso il valore $C/D_{(0)}$ e nel secondo $C/D_{(1)}$;
- in relazione al tipo di muratura presente nel fabbricato da esaminare, si utilizza il corrispondente valore di α_m fornito dalle tabelle;
- si calcola la deviazione standard σ^* della nuova distribuzione log-normale utilizzando l'Eq.(133) e α_m^* ;
- si calcola la probabilità di collasso con la Tabella 50 noto il valore dell'integrale di Z valutato secondo l'Eq.(134).

Tabella 59. Valori assegnati alle variabili di input nelle analisi deterministiche

Variabile	Valori per Analisi 0	Valori per Analisi 1
Accelerazione spettrale	Valore medio	Valore medio + St.dev

Resistenza a compressione	Valore medio	Valore medio - St.dev
Fattore riduttivo sul modulo E	Valore medio	Valore medio - St.dev
Spostamento ultimo a taglio	Valore medio	Valore medio - St.dev
Spostamento ultimo a pressoflessione	Valore medio	Valore medio -St.dev
Altre variabili	Valore medio	Valore medio

Il metodo risulta essere un valido strumento per il professionista che si avvicina alla valutazione sismica, soprattutto se si considera che vengono eseguite solo due analisi, in contrapposizione a $2n$ per approcci che necessitano di eseguire analisi di sensitività per ciascuna variabile. Nel corso della trattazione si è dimostrato come un'analisi rigorosa, compiuta con un metodo di campionamento di tipo Monte Carlo, richieda un numero di simulazioni molto elevato e, conseguentemente, tempi di elaborazione inevitabilmente lunghi.

I risultati ottenuti dalla metodologia mostrano divergenze accettabili con il metodo probabilistico ("esatto"), in particolare i valori dello stimatore del danno C/D sia nell'analisi 0 che nell'analisi 1, possono ritenersi sufficientemente vicini a quelli ottenuti con l'approccio Monte Carlo. Tutto il lavoro effettuato sugli errori commessi considerando delle semplificazioni al problema, ma valutando anche le configurazioni a più dimensioni, riferite a questo ci permettono di stimare la probabilità di collasso $P(d)$ in maniera conservativa e numericamente accettabile.

Va detto, infine, che il ricorso a distribuzioni di tipo log-normale per rappresentare la risposta del sistema con il metodo semplificato permette in ogni caso di giungere ad una stima accettabile della probabilità di collasso anche in quei casi in cui il calcolo con il metodo probabilistico fornisce curve di output diverse. L'errore commesso è infatti molto basso, dal momento che le risposte ottenute con i due metodi sono visibilmente disposte secondo la retta di equiprobabilità.

Il calcolo del FC fornisce valori indipendenti dalla scelta del parametro meccanico relativo alla resistenza; d'altronde è naturale pensare che esso possa subire sensibili variazioni solo se si modifica la varianza delle variabili di base, ovvero agendo sulla conoscenza dei parametri. Quanto più si riduce l'incertezza sul valore di calcolo assunto per le variabili di base quanto più si riduce il valore numerico del FC; naturalmente agendo all'opposto il FC aumenta.

Per quanto riguarda i prossimi sviluppi della ricerca si individuano degli argomenti da approfondire:

- La metodologia ha bisogno di ulteriore validazione, le analisi andranno estese ad ulteriori US, quanto più generali possibile in termini di geometria;
- La procedura semplificata adottata nelle analisi di sensitività dovrà tener conto anche di modelli meccanici più complessi in grado di simulare comportamenti più complessi della scatola muraria, ad esempio quelli dovuti a solai con rigidità finita o alla presenza della torsione;
- La procedura è in fase di sviluppo nel considerare l'effetto del miglioramento della conoscenza (updating bayesiano) sui dettagli strutturali, i materiali, la geometria del

fabbricato. Questo consentirebbe di valutare l'incidenza del livello di conoscenza sulla stima della confidenza nell'esito della valutazione;

- Seguendo il procedimento inverso, si possono determinare i valori delle deviazioni standard che le variabili più incidenti devono assumere per ottenere intervalli di confidenza minori, ad esempio per rispettare requisiti di sicurezza più stringenti.

Bibliografia

- [1]. Abrahamson, N. &. (2008). Summary of the Abrahamson & Silva NGA Ground-Motion Relations. *Earthquake Spectra*, 24(1), 67-97.
 - [2]. Andrews C.J., H. D. (2004). Accommodating Uncertainty in Comparative Risk. *Risk Analysis*, Vol.24, No.5, p. 1323-1335.
 - [3]. Ang, A., & Tang, W. (1975). *Probability Concept in Engineering Planning and Design*, Vol. 1. Toronto: J.Wiley and Sons.
 - [4]. Architectural Institute of Japan. (1996). *AIJ Recommendations for Loads on Buildings*. ISBN: 4818904597.
 - [5]. Au, S. K. (2003.). Subset Simulation and Its Application to Seismic Risk Based on Dynamic Analysis. *Journal of Engineering Mechanics*,129(8),, 901-917.
 - [6]. Baker, J. W. (2008). Uncertainty Propagation in Probabilistic Seismic Loss Estimation. *Structural Safety*, 30(3),, 236-252.
 - [7]. Benedetti, D., & Petrini, V. (1984). Sulla vulnerabilità sismica degli edifici in muratura: un metodo di valutazione. *L'Industria delle Costruzioni n 149*.
 - [8]. Benedetti, D., & Tomazevic, M. (1984). Sulla verifica sismica di costruzioni in muratura. *Ingegneria Sismica, vol. I*.
 - [9]. Bernardini, A., Gori, R., & Modena, C. (1990). An application of coupled analytical models and experiential knowledge for seismic vulnerability analyses of masonry buildings. *Engineering Aspects of Earthquake Phenomena, Vol. 3*, 161-180 Oxon: Omega Scientific.
 - [10]. Binda, L., Cardani, G., Saisi, A., & Valluzzi, M. R. (2006). Vulnerability analysis of the historical buildings in seismic area by multilevel approach . *Asian Journal of civil engineering* , 7, p. 343-357.
 - [11]. Boore, D. M., & Atkinson, &. G. (2008). Ground-motion prediction equations for the average horizontal component of PGA, PGV, and 5%-Damped PSA at spectral periods between 0.01s and 10.0s. *Earthquake Spectra*, 24(1), 99-138.
 - [12]. Borri, A., & De Maria, A. (2009). EUROCODE 8 and Italian code. A comparison about levels and classification of interventions on masonry existing buildings . *Eurocode 8 Perspectives from the Italian Standpoint Workshop*, (p. 237-246). Napoli.
 - [13]. Braga, F., Liberatore, D., & Spera, G. (1998). A Computer program for the seismic analysis of complex masonry building. *Computer Methods in Structural Masonry-4: Proceedings of the Fourth International Symposium on Computer Methods in Structural Masonry, 3-5 September 1997*, (p. 309-316). E&Fn Spon london.
 - [14]. Braga, F., Monti, G., Gigliotti, R., & Lucchini, A. (2007). Linee guida per la valutazione della vulnerabilità sismica di edifici pubblici con struttura in c.a. o in muratura. Provincia regionale di Siracusa. Dicembre 2007.
 - [15]. Calderoni B., M. P. (1987). Modelli per la verifica statica di edifici in muratura in zona sismica. *Ingegneria Sismica* , (p. 19-27).
-

- [16]. Caliò, I., Marletta, M., & Pantò, B. (2005). A simplified model for the evaluation of the seismic behaviour of masonry buildings. *10th International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*. Rome August 30 – September 02 .
- [17]. Calvi, G. (1999). A displacement-based approach for vulnerability evaluation of classes of buildings. *Journal on Earthquake Engineering*, 3(3). ASCE, 411-438.
- [18]. Calvi, M., & Mangese, G. (1997). *Seismic evaluation and rehabilitation of masonry buildings*. department of Structural Mechanics Pavia. New York: D P. Abrams.
- [19]. Carocci, C. (2006). *valutazione e riduzione della vulnerabilità di edifici in muratura allegato 1.1 UR16-1 classificazione degli aggregati*. università degli studi di catania. catania: Reluis.
- [20]. Celik, O. C. (2009). Seismic Risk Assessment of Gravity Load Designed Reinforced Concrete Frames Subjected to Mid-America Ground Motions. *Journal of Structural Engineering*, 135(4), 414-424.
- [21]. Circolare n.617. (2009). Istruzioni per l'applicazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008. *Supplemento ordinario n. 27 alla Gazzetta Ufficiale 26 febbraio 2009, 47*, (p. 229-293-392).
- [22]. CNR_DT212_2013. (2014). Istruzioni per la Valutazione Affidabilistica della Sicurezza Sismica di Edifici Esistenti. *Consiglio Nazionale Delle Ricerche, Commissione di studio per la predisposizione e l'analisi di norme tecniche relative alle costruzioni*.
- [23]. Cornell, C., Jalayer, F., Hamburger, R. &, & Foutch, D. (2002). Probabilistic basis for 2000 SAC federal emergency management agency steel moment frame guidelines. *Journal of Structural Engineering* 128(4) ASCE, 526–533.
- [24]. Cosenza, E. M. (2002.). A New Strategy for the Seismic Assessment. *Engineering Structures*, 18(6) , 412-424.
- [25]. Costa, A., Penna, A., & Magenes, G. (2011). “Seismic performance of Autoclaved Aerated Concrete (AAC) masonry: from experimental testing of the in-plane capacity of walls to building response simulation” . *Journal of Earthquake Engineering*, 15, 1, 1-31.
- [26]. D’Ayala, D., & Speranza, E. (2002). An integrated procedure for the assessment of seismic vulnerability of historic buildings. *Proceedings of the 12th European Conference on Earthquake Engineering. Paper No.561*. London.
- [27]. Der Kiureghian, A. (1996). Structural Reliability Methods for Seismic Safety Assessment: A Review. *Engineering Structures*, 18(6), 412 - 424.
- [28]. DISS_15 . M. M. Vailati, G. M. (s.d.). A simplified approach to evaluate seismic response of existing masonry structures based on probabilistic analysis. *Proceedings 4th workshop Dynamic interaction of soil and structure*. . Roma.
- [29]. Dolce, M. (1889). Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti. *Corso sul consolidamento degli edifici in muratura in zona sismica, Ordine degli Ingegneri, Potenza*.
- [30]. Dolce, M., Kappos, A., Zuccaro, G. &, & Coburn, A. (1994). State of the Art Report of W.G. 3- Seismic Risk and Vulnerability. *Proceedings of the 10th European Conference on Earthquake Engineering*. Wien.

- [31]. Dolšek, M. (2009). Incremental dynamic analysis with consideration of modeling uncertainties. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 38. Wiley Interscience , 805–825.
- [32]. Ellingwood Bruce R., K. K. (2000). Quantifying and communicating uncertainty in seismic risk assessment, . *Structural Saf*, 31(2) , 179-187.
- [33]. Esteva, L. (1970). Seismic risk and seismic design. In R.J. Hansen. *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, 142–182. The MIT Press.
- [34]. Eurocodes. (2005). *Of skills facilitating implementation of eurocodes handbook 3 action effects for buildings*. Aachen.
- [35]. Formisano, A., Florio, G., Landolfo, R., & Mazzolani, F. (2011). Un metodo per la valutazione su larga scala della vulnerabilità sismica degli aggregati storici. STADATA.
- [36]. Gambarotta, L., & Lagomarsino, S. (1996). Sulla risposta dinamica di pareti in muratura. *La Meccanica delle Murature tra Teoria e Progetto*. Messina.
- [37]. Gardoni, P. D. (2000). Probabilistic Capacity Models and Fragility Estimates for Reinforced Concrete Columns Based on Experimental Observations. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(10), 1024-1038.
- [38]. Giovinazzi, S., Balbi, A., & Lagomarsino, S. (2004). un metodo di vulnerabilità per gli edifici nei centri storici. *XI Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia* . Genova .
- [39]. Giuffrè, A. (1986). *La meccanica dell'architettura. La statica*. Roma: NIS.
- [40]. Giuffrè, A. (1991). *Letture sulla meccanica delle murature storiche*. Roma: Edizioni Kappa, .
- [41]. Giuffrè, A. (2003). *Sicurezza e conservazione dei centri storici. Il caso Ortigia*. Editore Laterza.
- [42]. Giuffrè, A., & CAROCCI, A. (1999). *Codice di pratica per la Sicurezza e Conservazione del centro storico di Palermo*. Bari: Laterza.
- [43]. Giuffrè, A., & Carocci, C. (1999). Statica e dinamica delle costruzioni murarie storiche. in *Atti del Convegno internazionale CNR "Le pietre da costruzione: il tufo calcareo e la pietra leccese"*. Bari: Mario Adda Editore.
- [44]. H.W., M. (14 (2000)). The incorporation of stochasticity in risk analysis and management: a case study. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* , p. 195-206.
- [45]. Istituto Nazionale di geofisica e vulcanologia. (2007). *Project INGV-DPC S1*. Tratto da <http://esse1-gis.mi.ingv.it/>.
- [46]. Jalayer, F. (2003). *Direct Probabilistic Seismic Analysis: Implementing Non-Linear Dynamic Assessments*,. Stanford University, Stanford: Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering,.
- [47]. Jing, L. (2003). A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 40 (3).
- [48]. Khazna, M. (2015). Seismic behaviour of masonry buildings: Probabilistic assessment by using a simplified procedure. *PhD Thesis, Università di Salerno*.
- [49]. Kwon, O.-S. &, & Elnashai, A. (2006). The effect of material and ground motion uncertainty on the seismic vulnerability curves of RC structure. *Engineering Structures* 28, 289– 303.
-

- [50]. Lang, K. (2002). *Seismic vulnerability of existing buildings. Institute of Structural Engineering (IBK).Report No. 273*. ETH Zurich.
- [51]. Liel, A., Haselton, C., Deierlein, G. &, & Baker, J. (2009). Incorporating modelling uncertainties in the assessment of seismic collapse risk of buildings. *Structural Safety* 31, p. 197–211.
- [52]. Linkov, I., & Burmistrov, D. (2003). Model uncertainty and choices made by modelers: lessons learned from the international atomic energy agency model intercomparisons. *Risk Analysis, Vol.23, No.6*.
- [53]. Ma, H. (s.d.). The incorporation of stochasticity in risk analysis and management: a case study.
- [54]. Magenes, G., & Calvi, G. (1996). Prospettive per la calibrazione di metodi semplificati per l'analisi sismica di pareti murarie. *Atti del Convegno nazionale "La meccanica delle murature tra teoria e progetto"*, (p. 503-512). Messina: Pitagora.
- [55]. Magenes, G., & Penna, A. (2009). Existing masonry buildings: general code issues and methods of analysis and assessment. *Eurocode 8 Perspectives from the Italian Standpoint*, (p. 185-198). Naples.
- [56]. Magenes, G., & Penna, A. (2011). seismic design and assessment of masonry buildings in europe: recent reserch and code development issues. *9th Australasian Masonry Conference*. Queenstown, New Zealand.
- [57]. Magenes, G., Bolognini, D., & Braggio, C. (2000). *Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura*. (D. B. G. Magenes, A cura di) Roma: CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti.
- [58]. Magenes, G., Morandi, P., & Penna, A. (2008). In plane cyclic tests of calcium silicate masonry walls. *14th International Brick Block Masonry Conference*. Sydney, Australia.
- [59]. Mandirola, M., Penna, A., Rota, M., & Magenes, G. (2012). Experimental assessment of the shear response of autoclaved aerated concrete (AAC) masonry with flat truss bed-joint reinforcement. *15th International Brick Block Masonry Conference*. Florianopolis, Brazil.
- [60]. Mangenes, G., & Calvi, G. M. (1997). In-Plane seismic response of brick masonry walls. *Earthquake engineering and structural dynamics Vol 26*, 1091-1112.
- [61]. Melchers, R. (1999). *Structural reliability Analysis and prediction*. Chichester, England: John Wiley and sons Ltd.
- [62]. Menegotto, M., Monti, G., Salvini, S., & Vailati, M. (2009). Solidarizzazione di muri ortogonali tramite barrette di AFRP. Workshop on Design for Rehabilitation of Masonry Structures. *WonderMasonry*. Ischia.
- [63]. Menegotto, M., Monti, G., Salvini, S., & Vailati, M. (2010). Improvement of Transverse Connection of Masonry Walls through AFRP bars. *Fifth International Conference on FRP Composite in Civil Engineering*. Beijing, China.
- [64]. Monti, G. e., & Vailati, M. (2009). Analisi di vulnerabilità sismica di edifici in aggregato: un caso esempio. *XIII convegno ANIDIS "L'ingegneria Sismica in Italia"*. Bologna.
- [65]. Monti, G. P. (2016.). Test-based Calibration of Safety Factors for Capacity Models. *Journal of Structural Engineering,ASCE, DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001571*.

- [66]. Monti, G., & Moore, R. (2007). *La riqualificazione del centro storico di Gaeta*. Casa editrice Università La Sapienza, Roma.
- [67]. Monti, G., & Scalora, G. (2010). *La conservazione dei centri storici in zona sismica. Un metodo operativo di restauro urbano*. Accademia Universa Press.
- [68]. Monti, G., & Vailati, M. (2009). Procedura di analisi non lineare statica per la valutazione sismica degli edifici in aggregato. *Atti del XIII convegno ANIDIS "L' ingegneria Sismica in Italia". Vol. I*, (p. 111).
- [69]. Monti, G., Braga, F., & Scalora, G. (2006). A conservation plan method for historical city centres. *Structural Analysis of Historical Constructions, New Delhi 2006*. New Delhi .
- [70]. Moschandreas D.J., K. S. (2002). Scenario-model-parameter: a new method of cumulative risk uncertainty analysis. . *Environmental International*, 28 , p. 247-261.
- [71]. Nilsen, A. (2003 .). Models and model uncertainty in the context of risk analysis. *Reliability Engineering and System Safety* (79), 309–317.
- [72]. Nowak, A. S. (2000). *Reliability of Structures*. New York: McGraw Hill,.
- [73]. NTC08. (2008). *Norme tecniche per le costruzioni - D.M. 14 Gennaio 2008 – Gazzetta Ufficiale n. 29 del 4 febbraio 2008 - Suppl. Ordinario n. 30*.
- [74]. Patacca, E., R., S., & P., & S. (1990). Tyrrhenian basin and apenninic arcs: kinematic relations since late Tortonian times. *Memorie della società geologica italiana*, 45, (p. 425-451).
- [75]. Patè-Cornell, M. E. ((1996)). Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment. *Reliability Engineering and System Safety* 54 .
- [76]. Priestley, M. J. (2007). *Displacement-Based Seismic Design of Structures*. Pavia, Italy.: IUSS Press, .
- [77]. Ramamoorthy, S. K. (2008). Seismic Fragility and Confidence Bounds for Gravity Load Designed Reinforced Concrete Frames of Varying Height. *Journal of Structural Engineering*, 134(4), , 639-650.
- [78]. Raychaudhuri, S. (2008). Introduction to Monte Carlo simulation. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference*. S. J. Mason, R. R. Hill, L. Mönch, O. Rose, T. Jefferson, J. W. Fowler eds.
- [79]. ReLUIS. (2014). *ReLUIS 2014 – Linea Costruzioni in Muratura Temi Generali e Temi Territoriali, Modellazione globale di sistemi complessi. Analisi numeriche: casi studio, studi parametrici, analisi di sensitività*. Roma.
- [80]. Reluis, d. p. (bozza ottobre 2010). *linee guida per il rilievo,l'analisi ed il progetto di interventi di riparazione e consolidamento sismico di edifici in muratura in aggregato*.
- [81]. Rota, M., Bracchi, S., Penna, A., & Magenes, G. (June 2013). Evaluation of the effect of modeling uncertainties on the seismic response of existing masonry buildings . *Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*. Kos Island, Greece.
- [82]. Rota, M., Penna, A. &, & Magenes, G. (2010). A methodology for deriving analytical fragility curves for masonry buildings based on stochastic nonlinear analyses. *Engineering Structures* 32(5), p. 1312–1323.
-

- [83]. Rota, M., Penna, A. &, & Magenes, G. (2013). A framework for the seismic assessment of existing masonry buildings accounting for different sources of uncertainty. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 43, p. 1045–1066.
- [84]. Salmanpour, A. H., Mojsilovic, N., & Schwartz, J. (2013). Deformation capacity of unreinforced masonry walls subjected to in-plane loading: a state-of-the-art review. *International Journal of Advanced Structural Engineering*.
- [85]. Tomazevic, M. (1999). *Earthquake-Resistant Design of Masonry Buildings*. London: Imperial College press.
- [86]. Vailati, M. (2011). Effetti delle incertezze intrinseche ed epistemiche sulla risposta sismica Degli aggregati edilizi: formulazione Analitica di una procedura non lineare e relativi studi di sensitività. *phd dissertation*. Roma università La Sapienza.
- [87]. Vailati, M. R. (2015). A simplified approach to evaluate seismic response of existing masonry structures based on probabilistic analysis. *DISS_15 .Proceedings 4th workshop Dynamic interaction of soil and structure*. Roma.
- [88]. Vailati, M., Menegotto, M., & Monti, G. (2010). Solidarizzazione di muri ortogonali tramite barrette di AFRP: modelli analitici di capacità e riscontri sperimentali. *Sicurezza e conservazione dei beni culturali colpiti da sisma: strategie e tecniche di ricostruzione ad un anno dal terremoto abruzzese*. I.U.A.V Venezia.
- [89]. Vailati, M., Monti, G., Khazna, M., Napoli, A., & Realfonzo, R. (2012). Probabilistic assessment of masonry building clusters. *Proceedings of the 15th World Conference on Earthquake Engineering*. Lisboa.
- [90]. Vose, D. (2008). *Risk Analysis A quantitative guide*. England: John Wiley & Sons Ltd.
- [91]. Wheel, M. (1996). A geometrically versatile finite volume formulation for plane elastostatic stress analysis. *Journal of Strain Analysis*, vol. 31, 111-116.
- [92]. Whitman, R. (1973). Damage Probability Matrices for Prototype Buildings. MIT, Dept. of Civil Engineering. *Research Report R73-57, Cambridge, Massachusetts*.

Appendici

Appendice A: Risultati delle analisi Probabilistiche di tutte le US, direzione Y, modelli A e B, caso 1

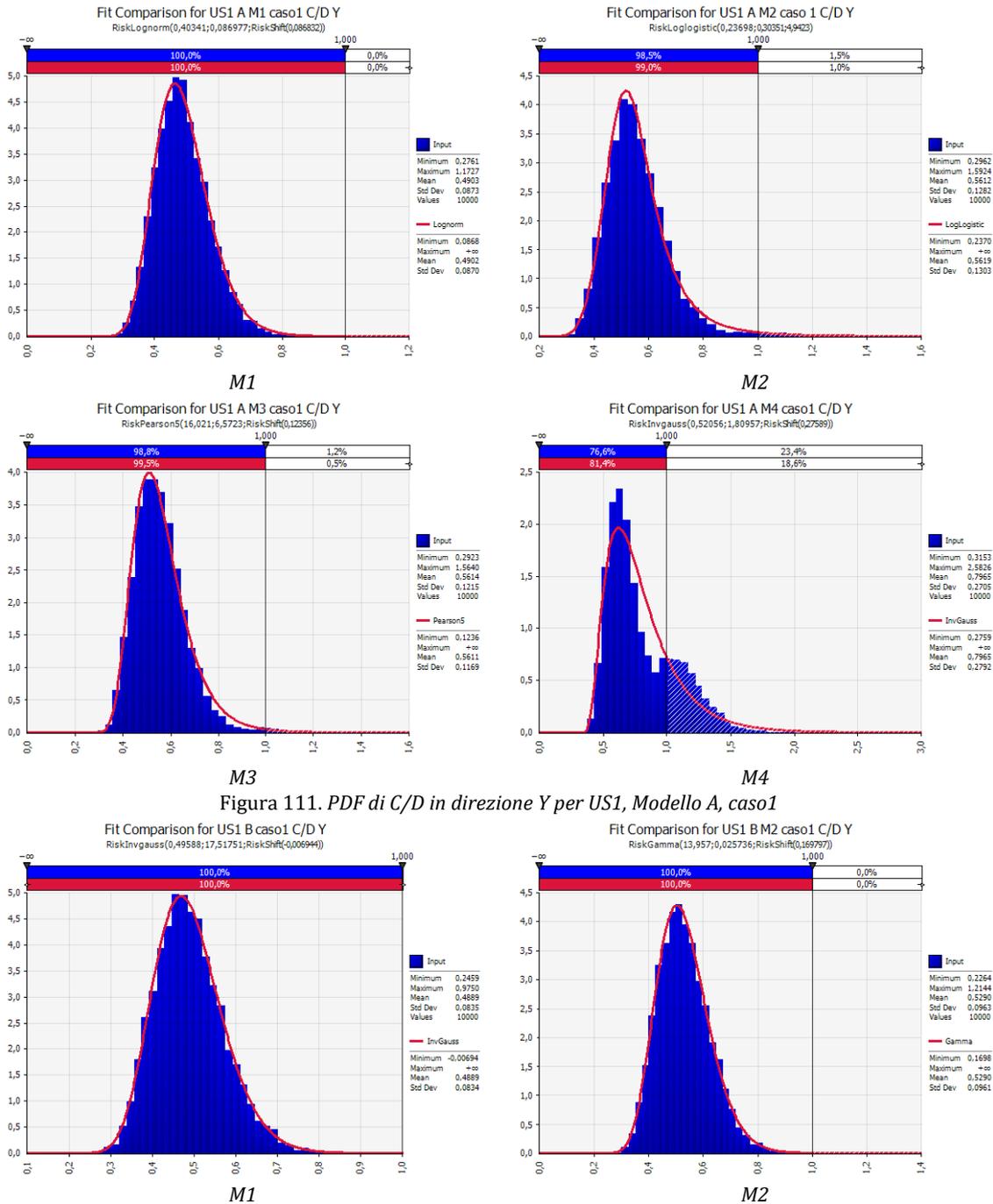
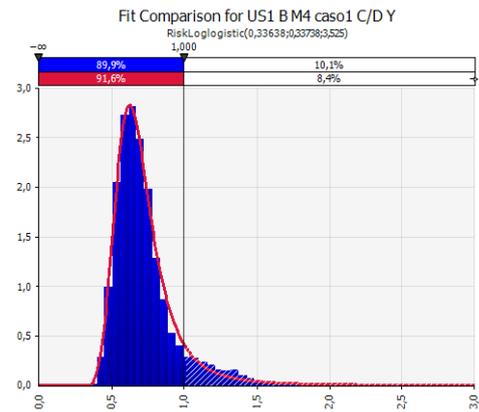
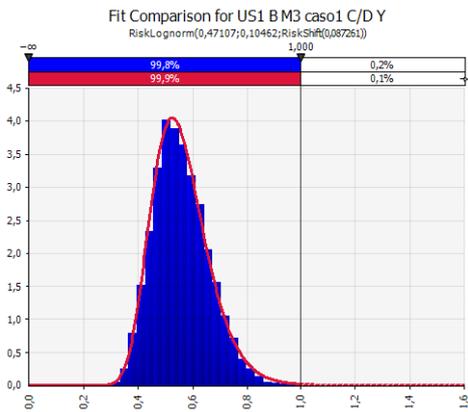
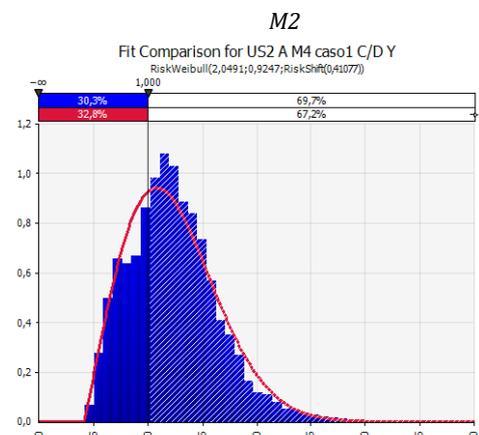
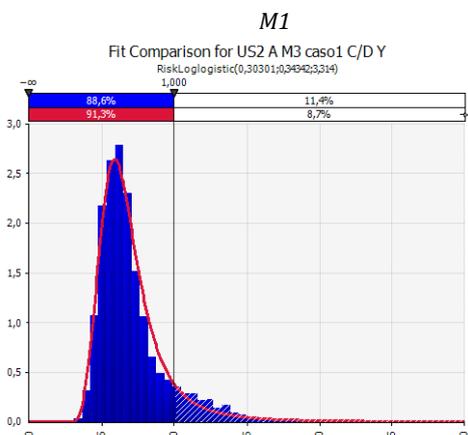
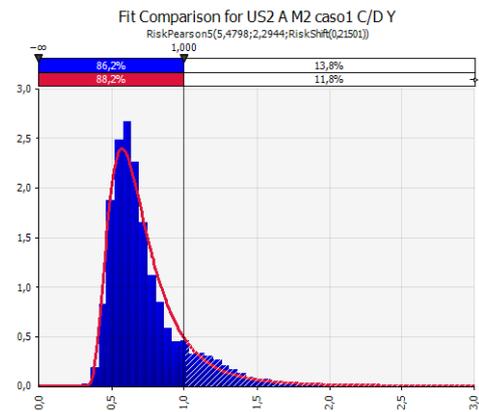
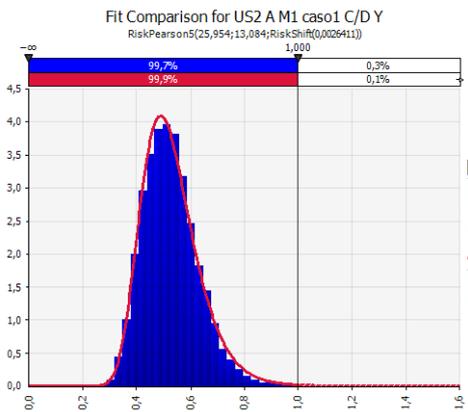


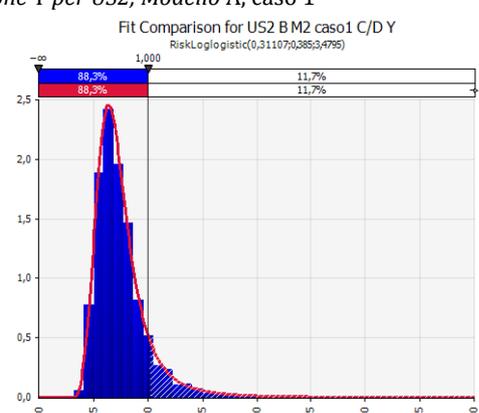
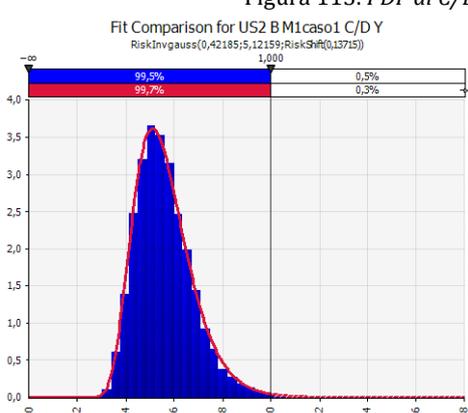
Figura 111. PDF di C/D in direzione Y per US1, Modello A, caso 1



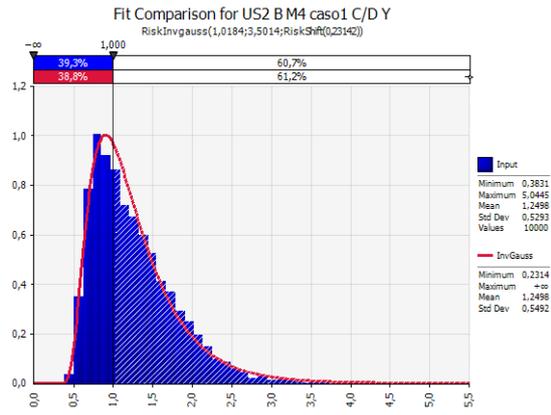
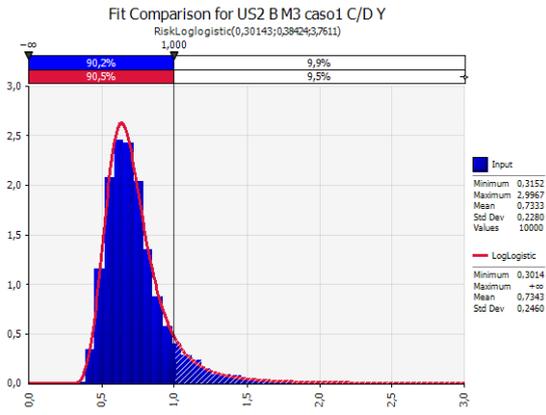
M3 M4
Figura 112. PDF di C/D in direzione Y per US1, Modello B, caso1



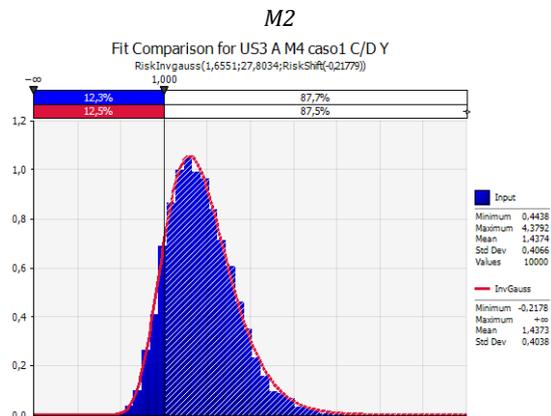
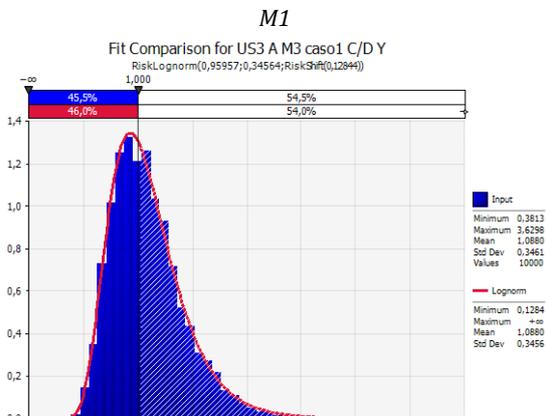
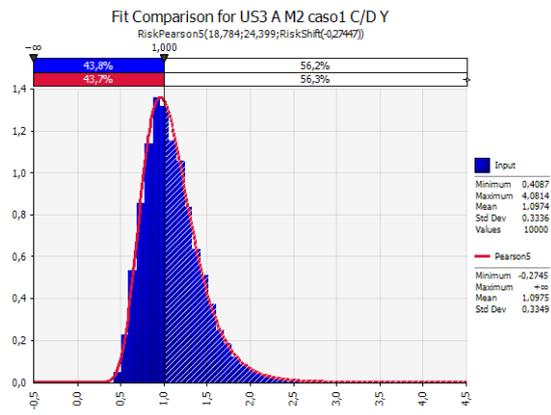
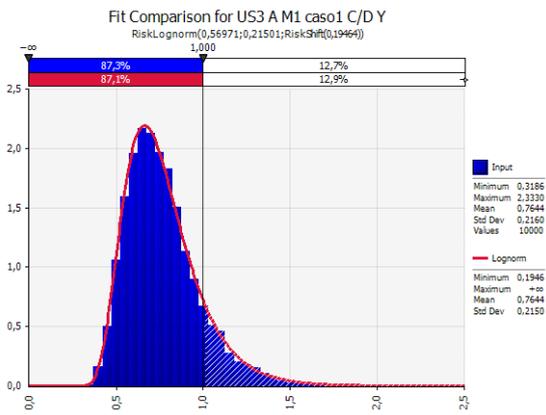
M3 M4
Figura 113. PDF di C/D in direzione Y per US2, Modello A, caso 1



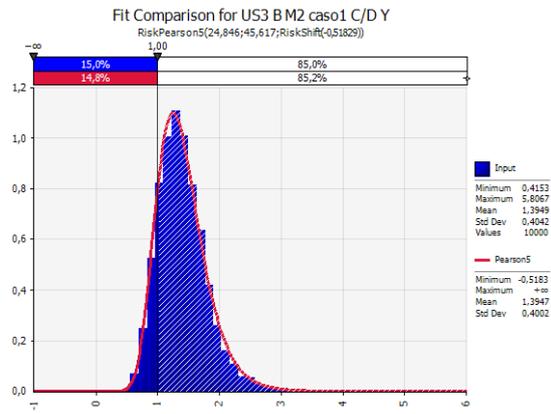
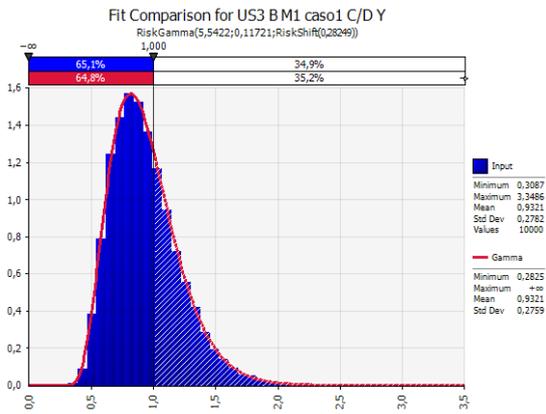
M1 M2



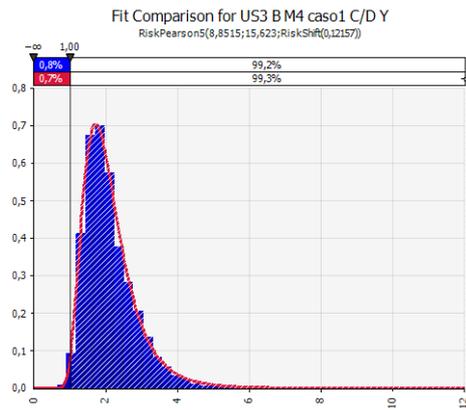
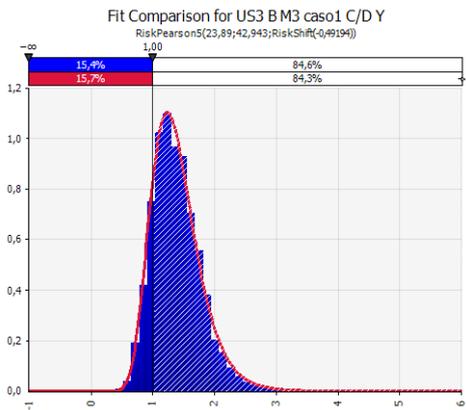
M3 M4
Figura 114. PDF di C/D in direzione Y per US2, Modello B, caso 1



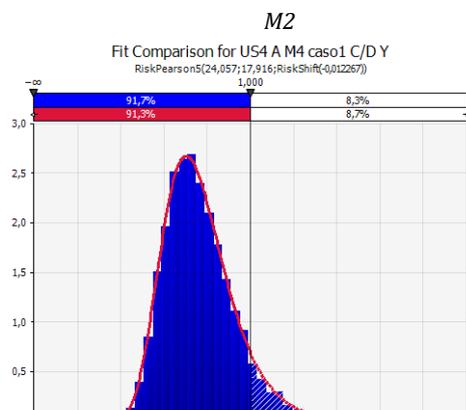
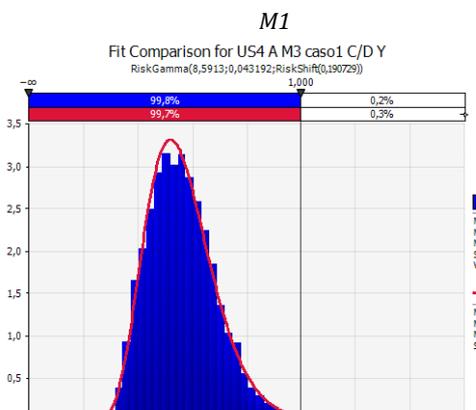
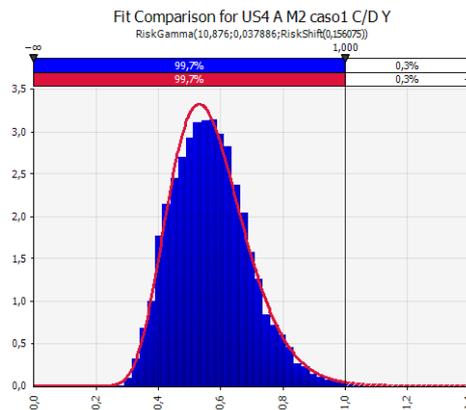
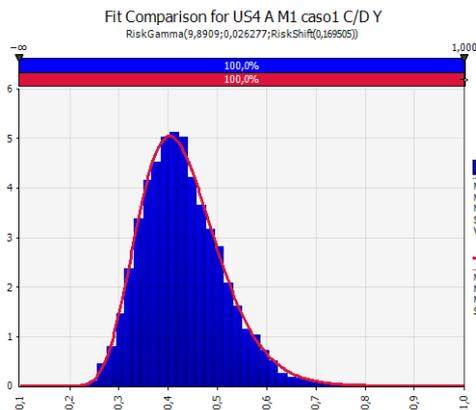
M3 M4
Figura 115. PDF di C/D in direzione Y per US3, Modello A, caso 1



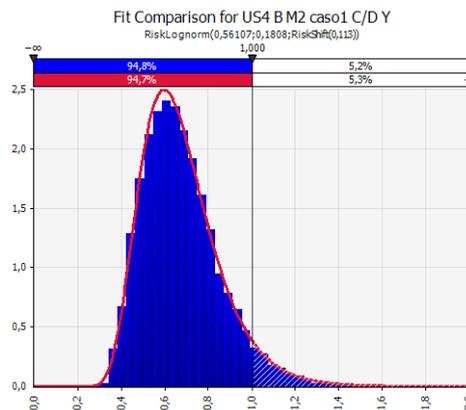
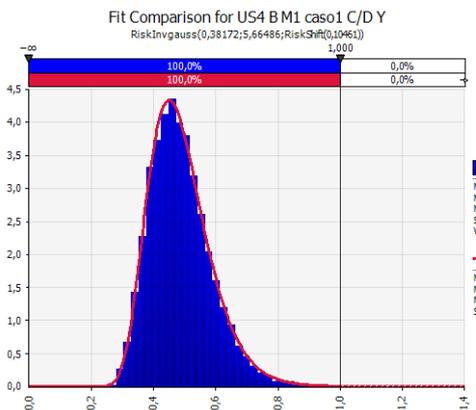
M1 M2



M3 M4
Figura 116. PDF di C/D in direzione Y per US3, Modello B, caso 1



M3 M4
Figura 117. PDF di C/D in direzione Y per US4, Modello A, caso 1



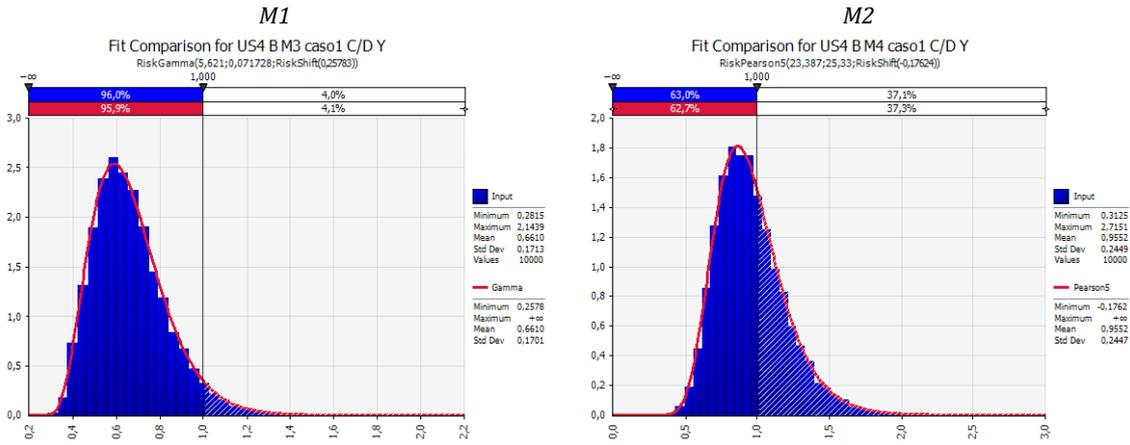


Figura 118. PDF di C/D in direzione Y per US4, Modello B, caso 1

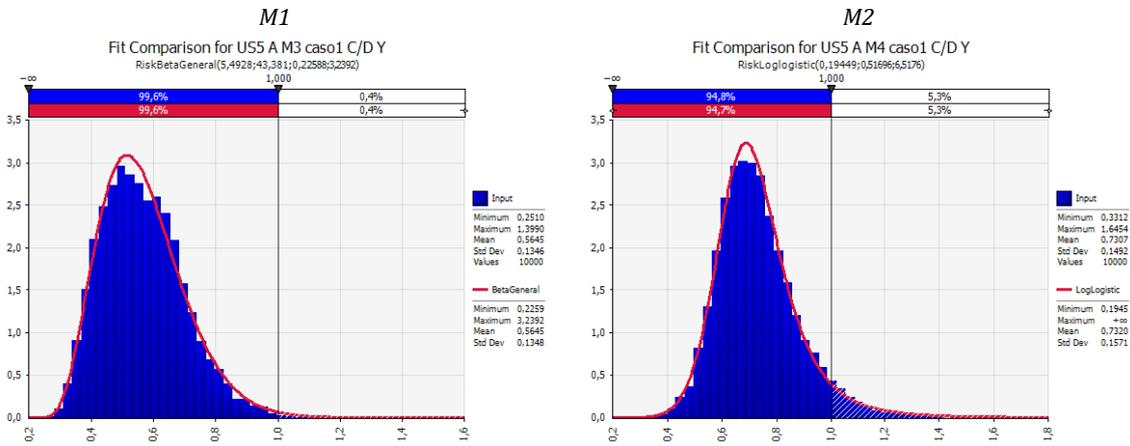
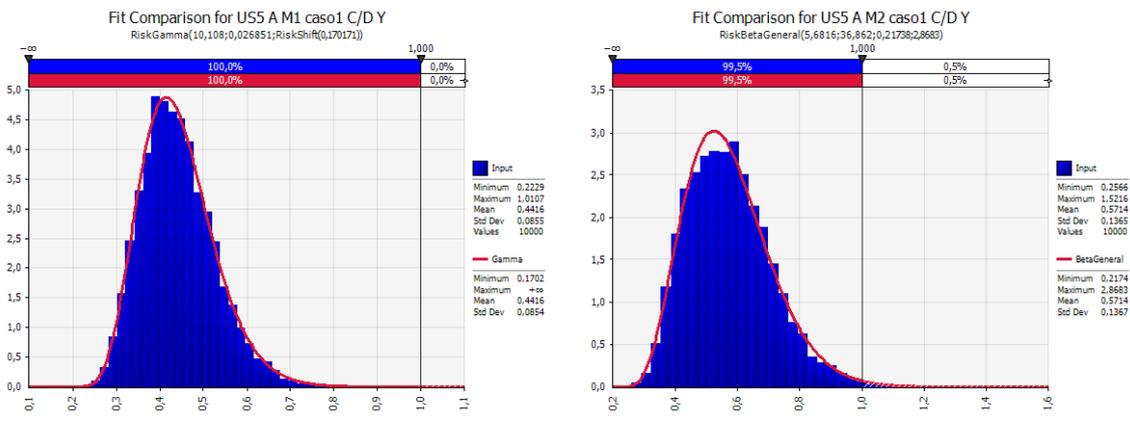
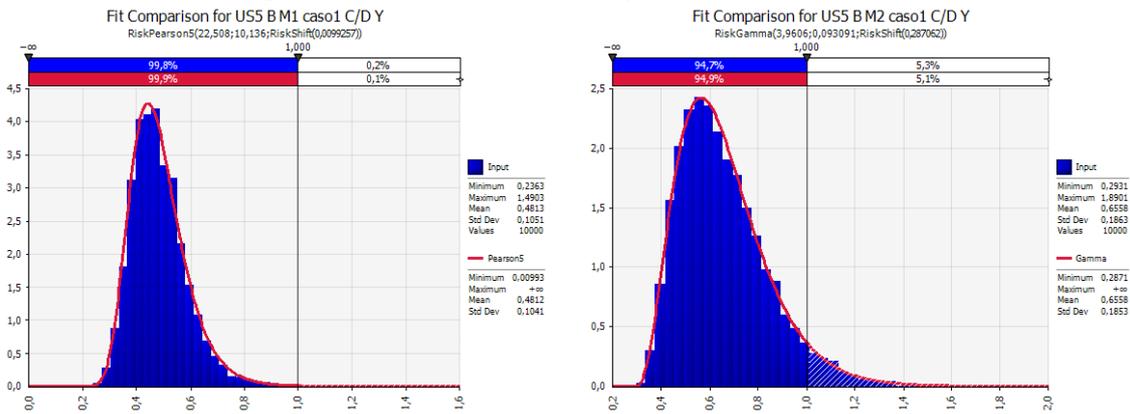
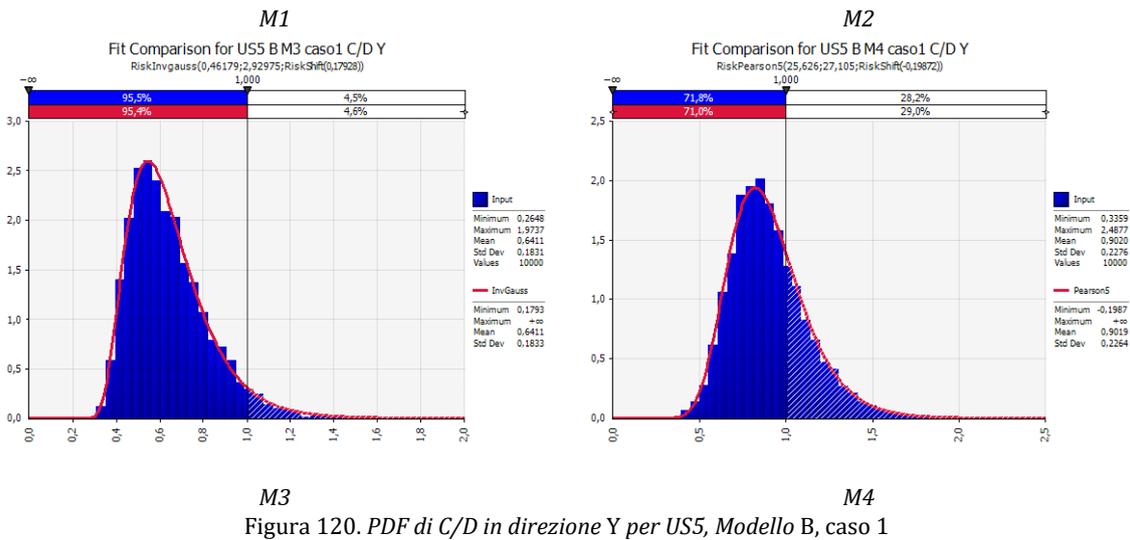


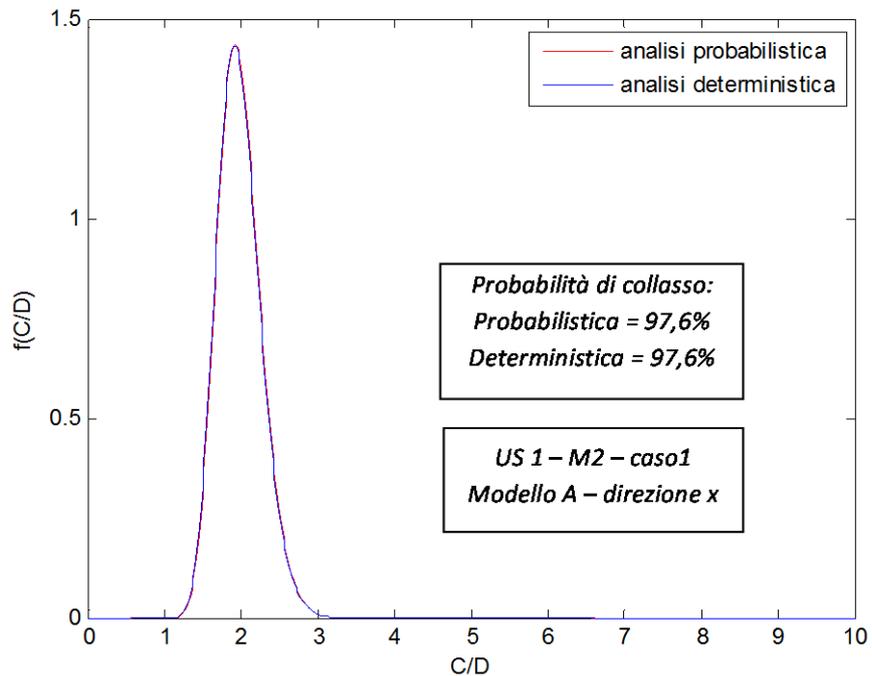
Figura 119. PDF di C/D in direzione Y per US5, Modello A, caso 1



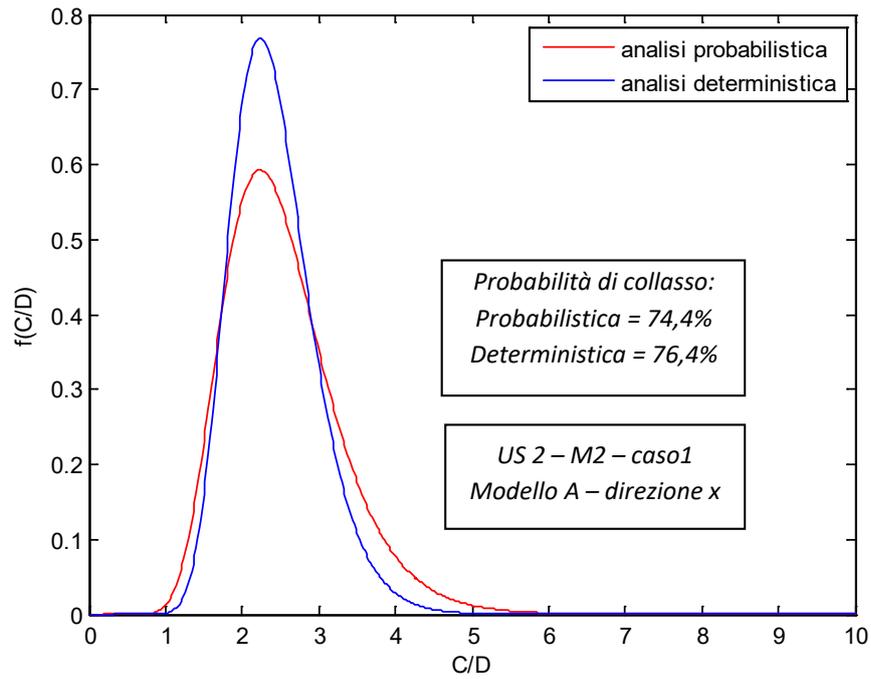


Appendice B: Confronto delle PDF ottenute con il metodo deterministico e quello probabilistico completo per il caso 1 murature, M2,M3,M4.

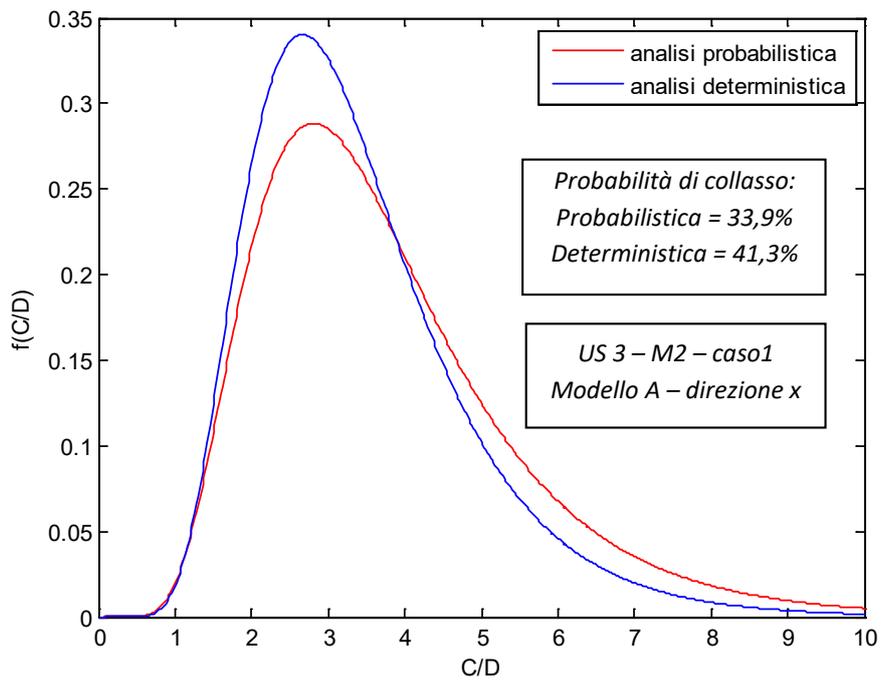
Muratura M2



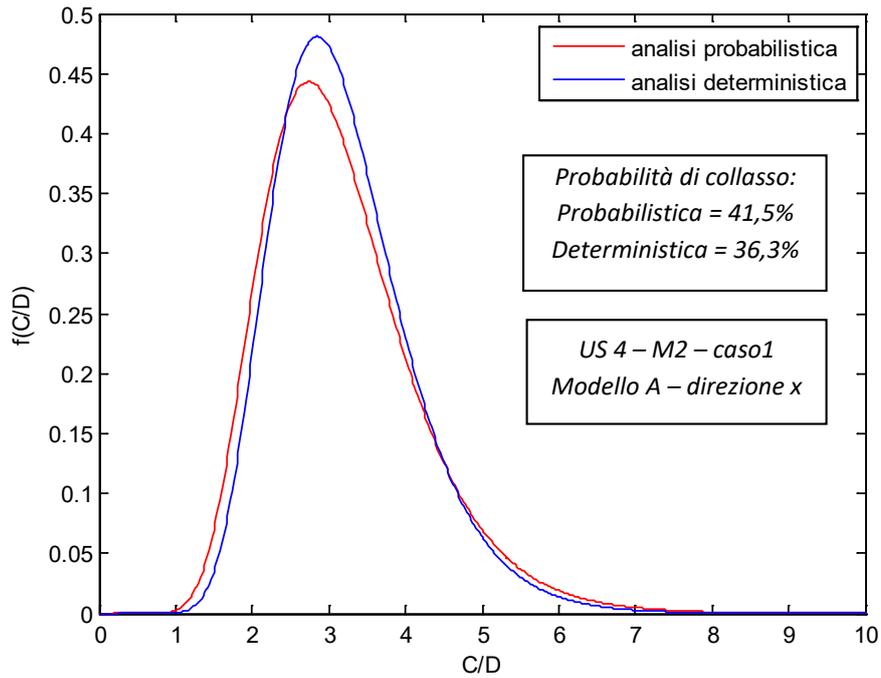
Probabilità di collasso per US1, direzione X, tipologia muraria M2, modello A.
L'errore è pari a 0,0 %.



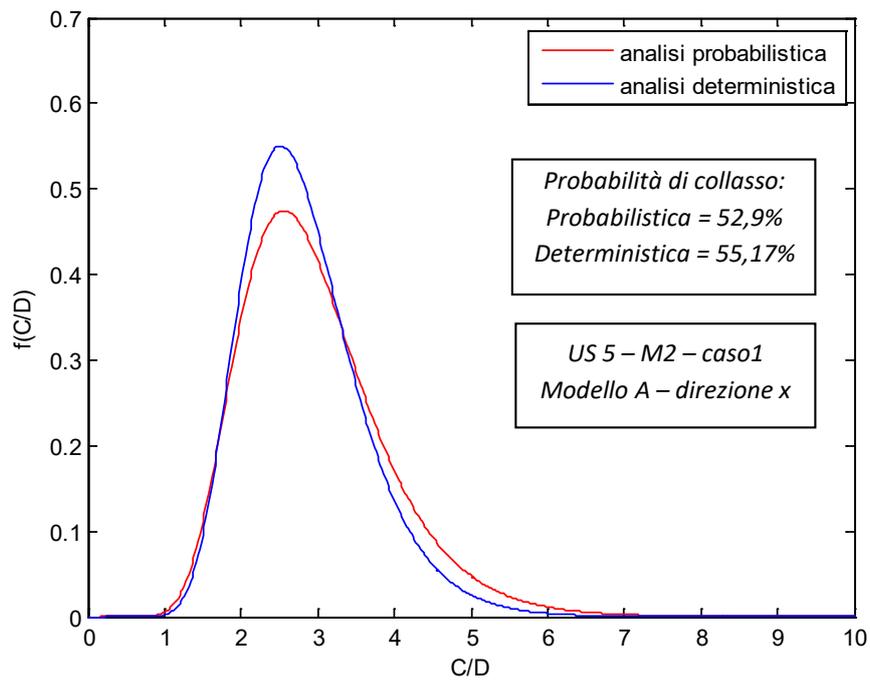
Probabilità di collasso per US2, direzione X, tipologia muraria M2, modello A.
 L'errore è pari a -2.70 %.



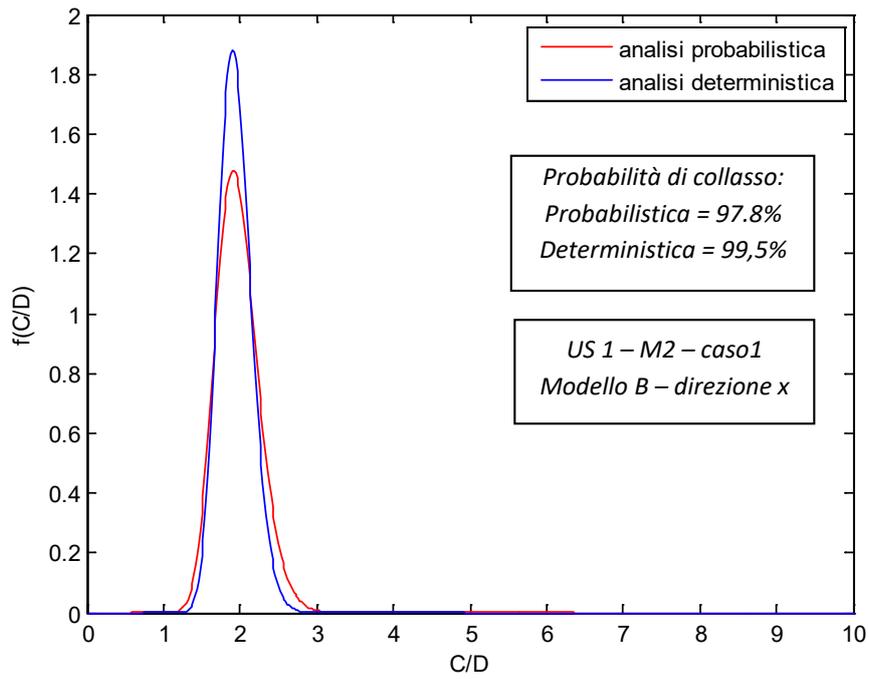
Probabilità di collasso per US3, direzione X, tipologia muraria M2, modello A.
 L'errore è pari a -21.8 %.



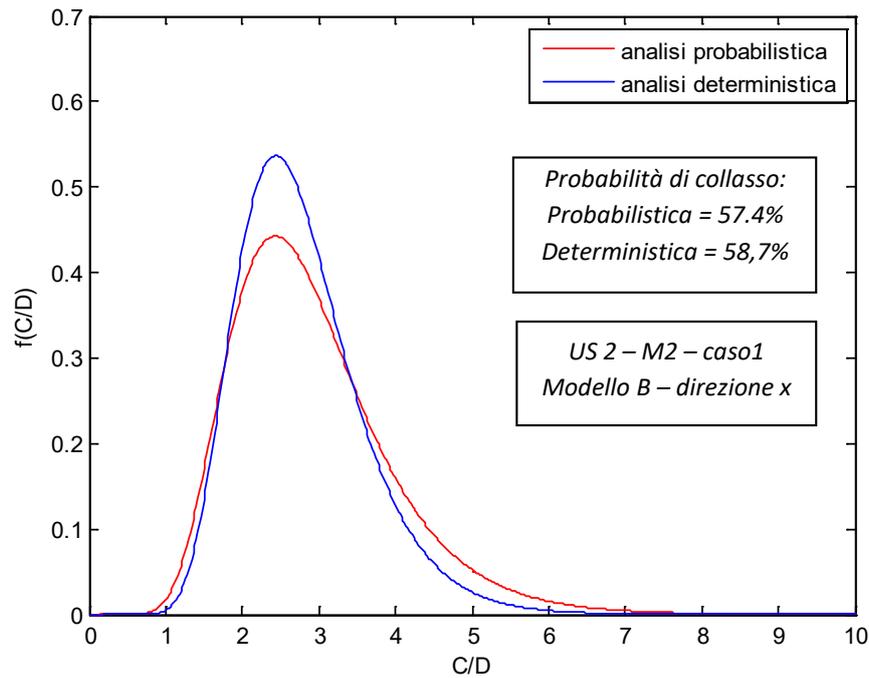
Probabilità di collasso per US4, direzione X, tipologia muraria M2, modello A.
L'errore è pari a 12.51 %.



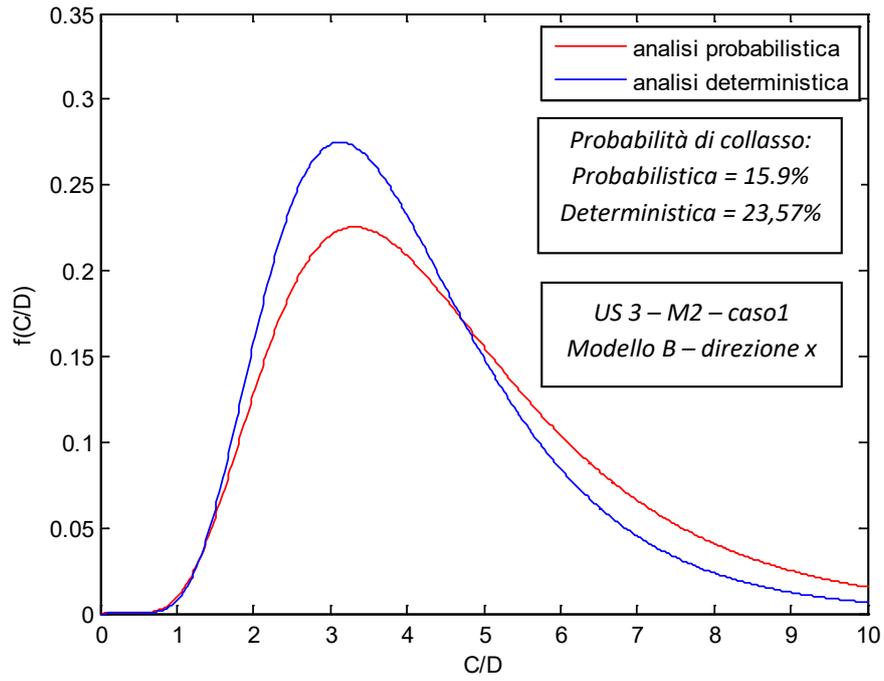
Probabilità di collasso per US5, direzione X, tipologia muraria M2, modello A.
L'errore è pari a -4.29 %.



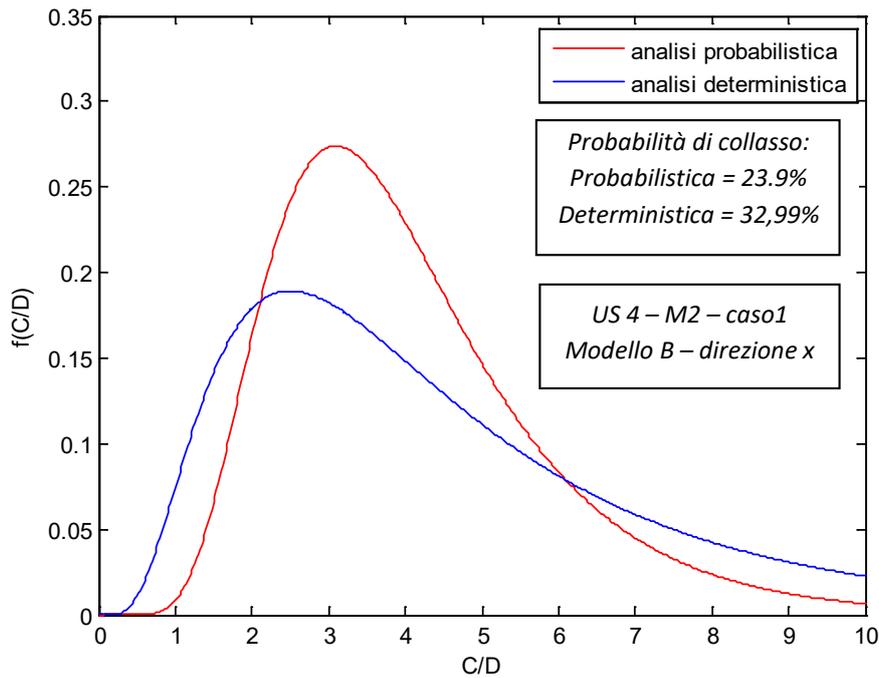
Probabilità di collasso per US1, direzione X, tipologia muraria M2, modello B.
L'errore è pari a -1.77 %.



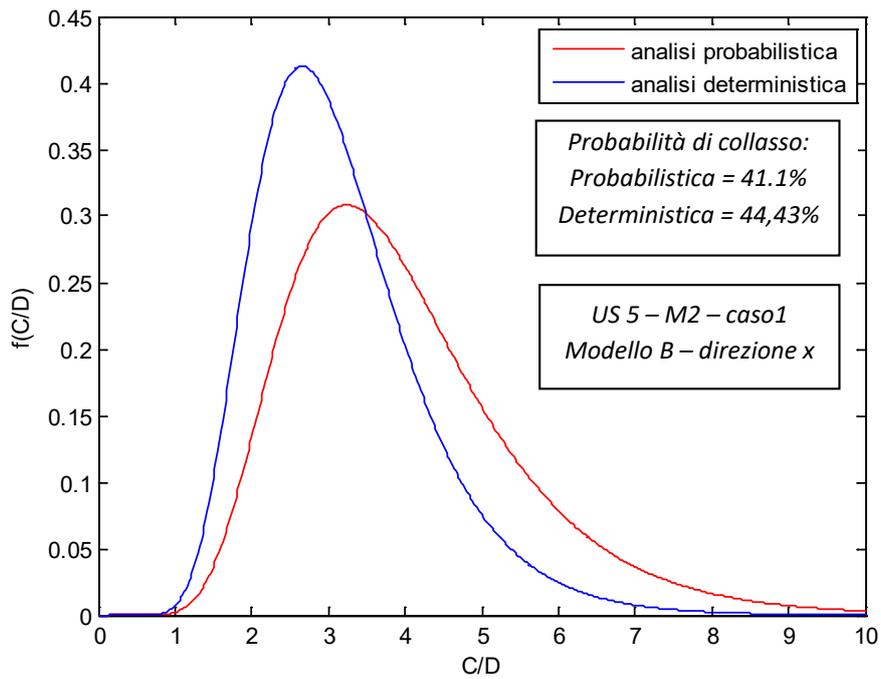
Probabilità di collasso per US2, direzione X, tipologia muraria M2, modello B.
L'errore è pari a -2.26 %.



Probabilità di collasso per US3, direzione X, tipologia muraria M2, modello B.
L'errore è pari a -48.24 %.

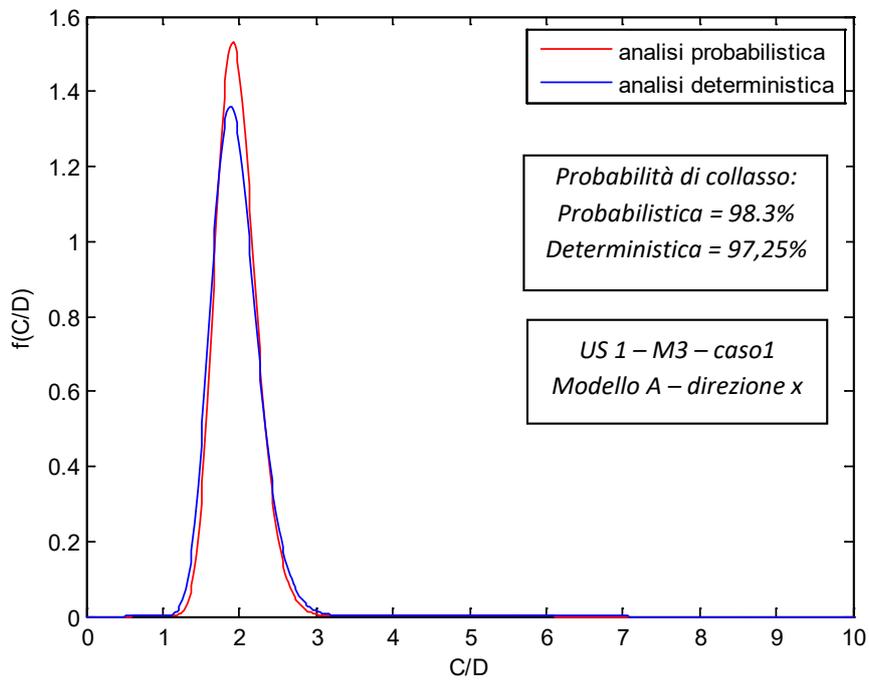


Probabilità di collasso per US4, direzione X, tipologia muraria M2, modello B.
L'errore è pari a -38.03 %.

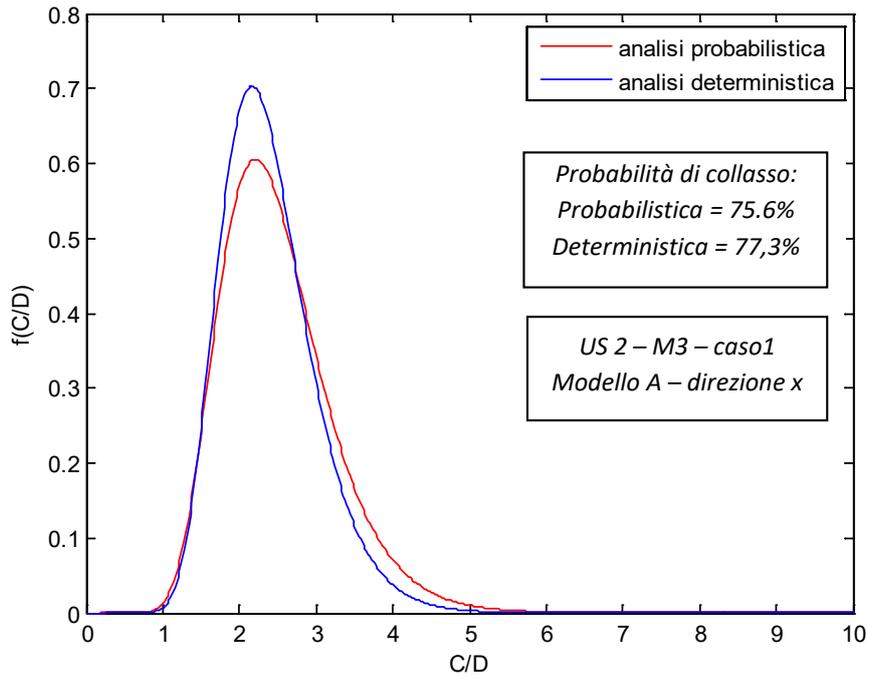


Probabilità di collasso per US5, direzione X, tipologia muraria M2, modello B.
 L'errore è pari a -8.1 %.

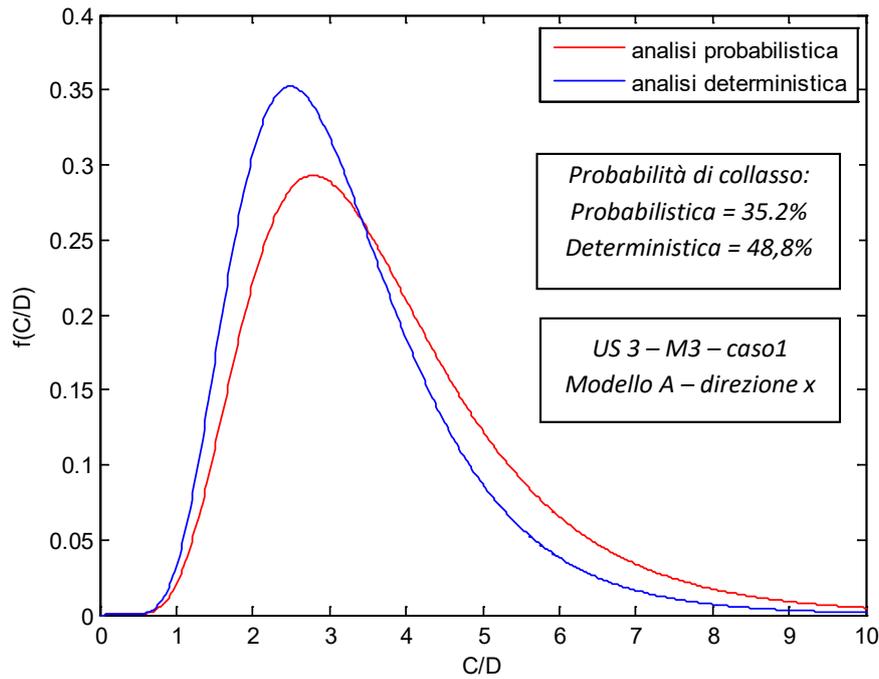
Muratura M3



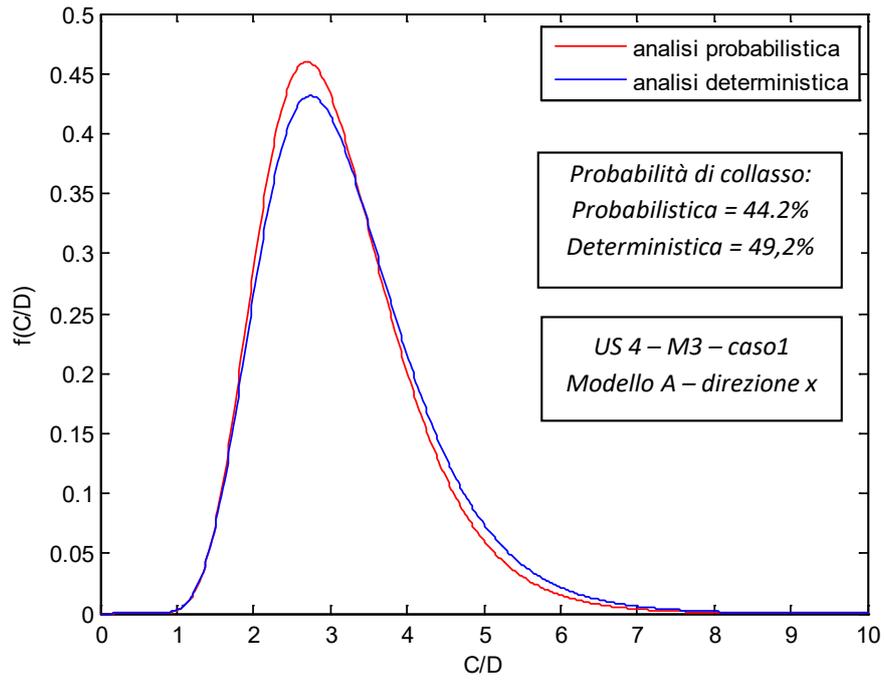
Probabilità di collasso per US1, direzione X, tipologia muraria M3, modello A.
 L'errore è pari a -1.07 %.



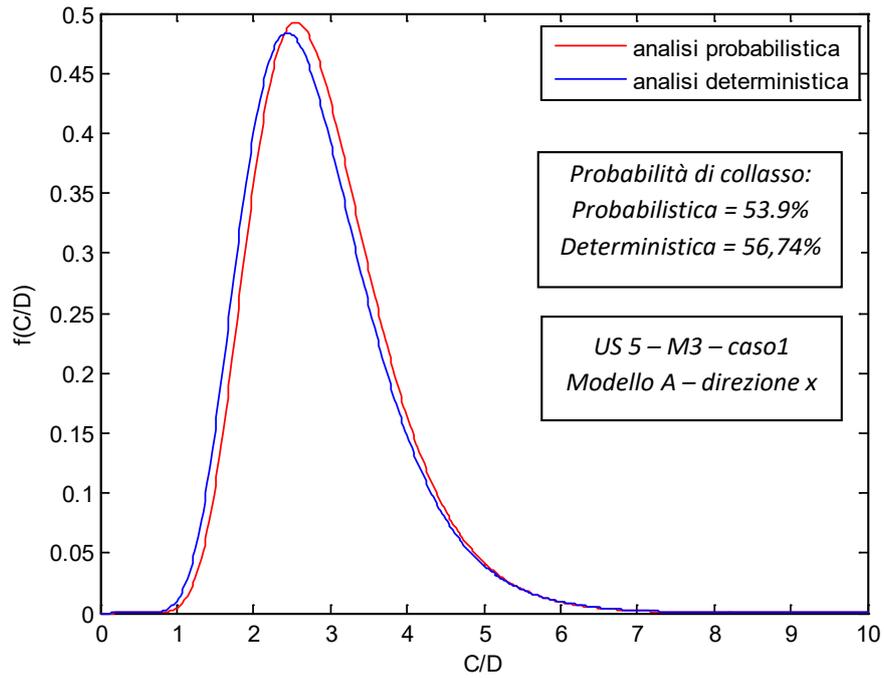
Probabilità di collasso per US2, direzione X, tipologia muraria M3, modello A.
L'errore è pari a -2.29 %.



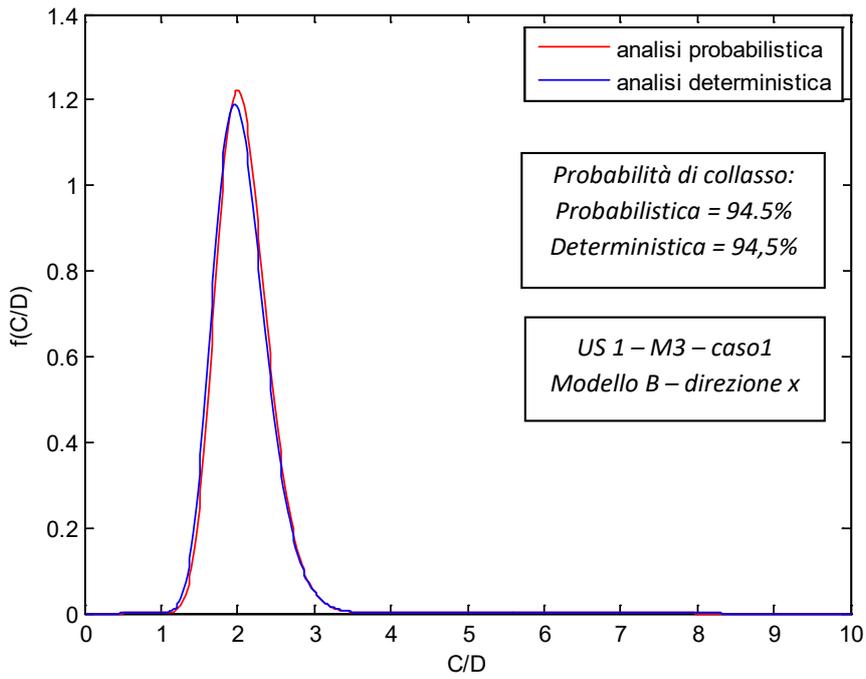
Probabilità di collasso per US3, direzione X, tipologia muraria M3, modello A.
L'errore è pari a -38.64 %.



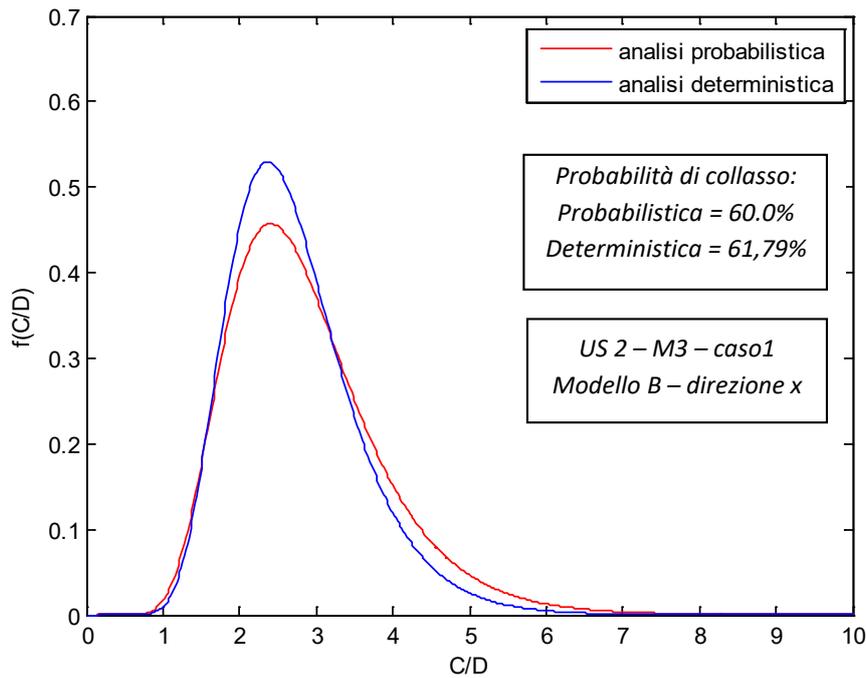
Probabilità di collasso per US4, direzione X, tipologia muraria M3, modello A.
L'errore è pari a -11.3 %.



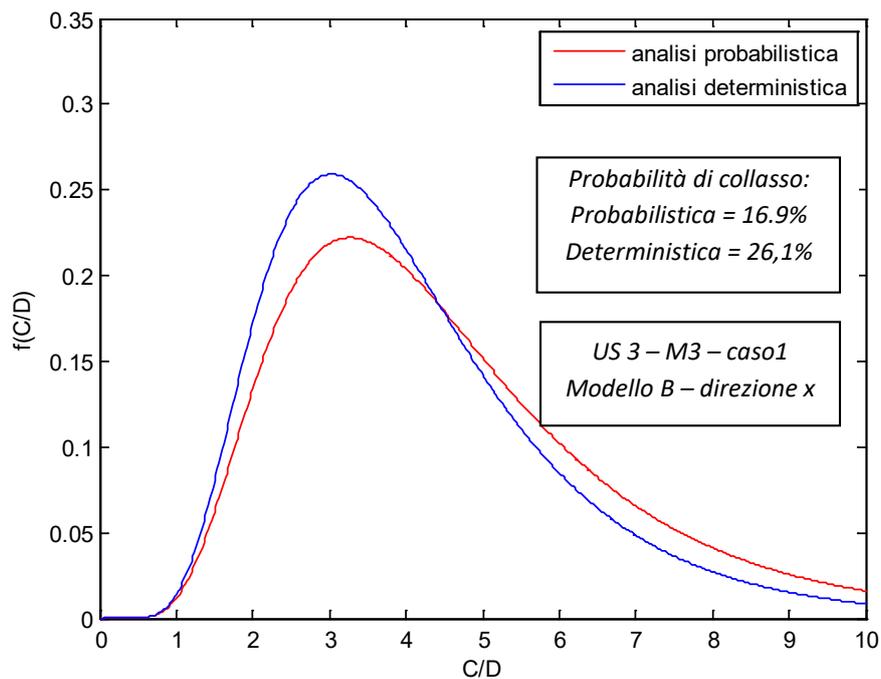
Probabilità di collasso per US5, direzione X, tipologia muraria M3, modello A.
L'errore è pari a -5.27 %.



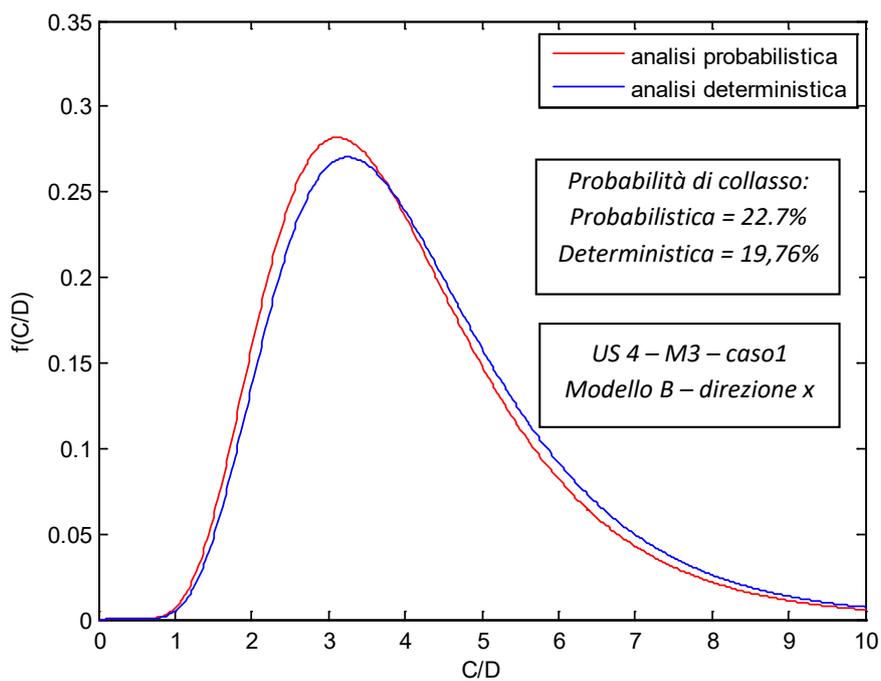
Probabilità di collasso per US1, direzione X, tipologia muraria M3, modello B.
L'errore è pari a 0,0 %.



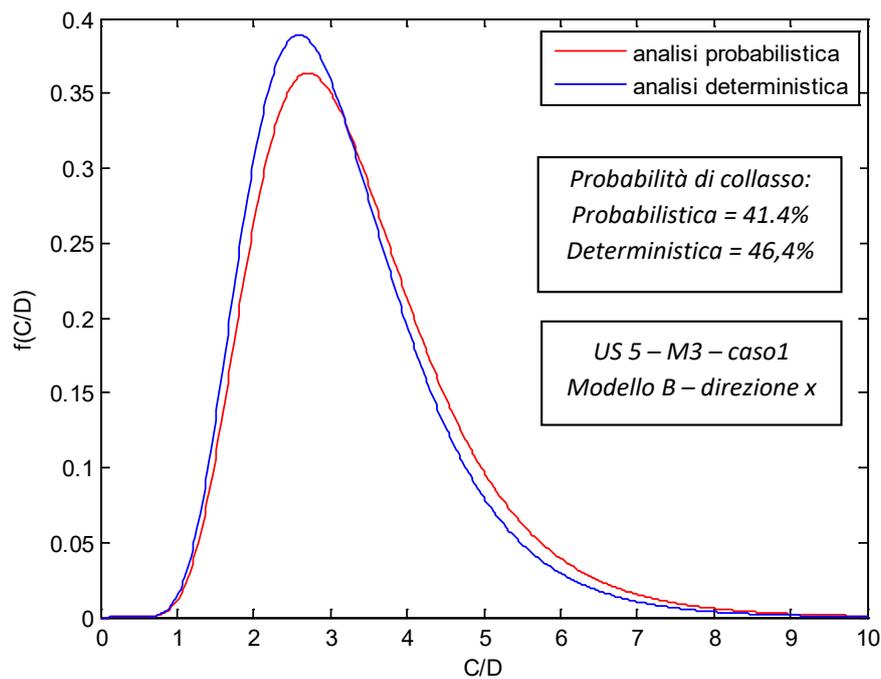
Probabilità di collasso per US2, direzione X, tipologia muraria M3, modello B.
L'errore è pari a -2.98 %.



Probabilità di collasso per US3, direzione X, tipologia muraria M3, modello B.
 L'errore è pari a -54,44%.

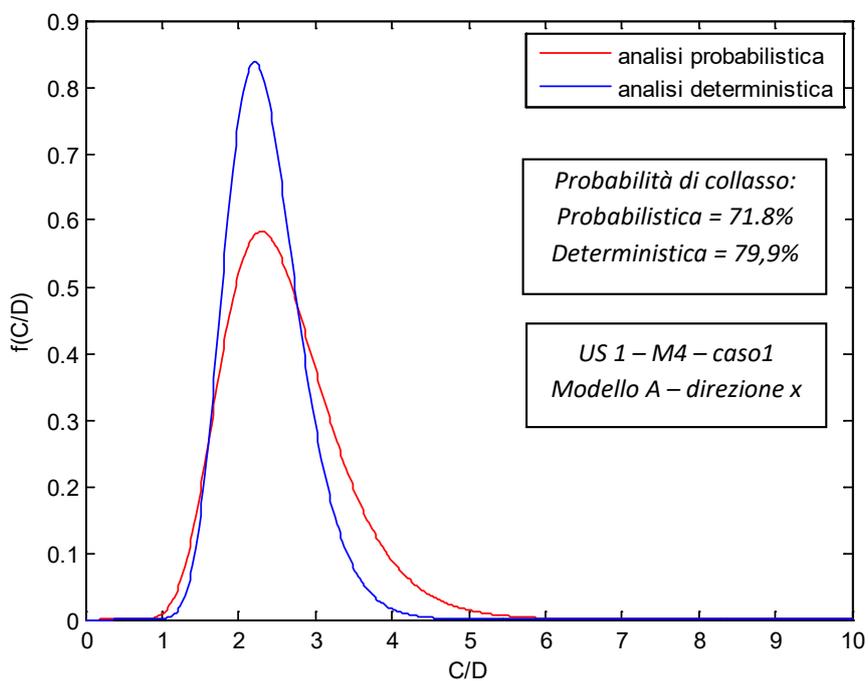


Probabilità di collasso per US4, direzione X, tipologia muraria M3, modello B.
 L'errore è pari a 12,95 %.

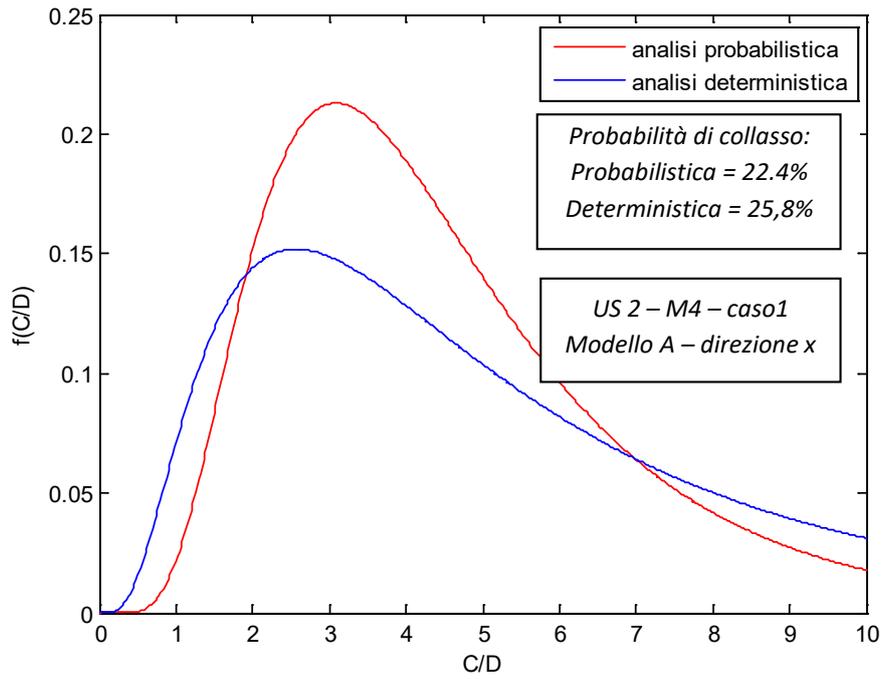


*Probabilità di collasso per US5, direzione X, tipologia muraria M3, modello B.
 L'errore è pari a -12,10 %.*

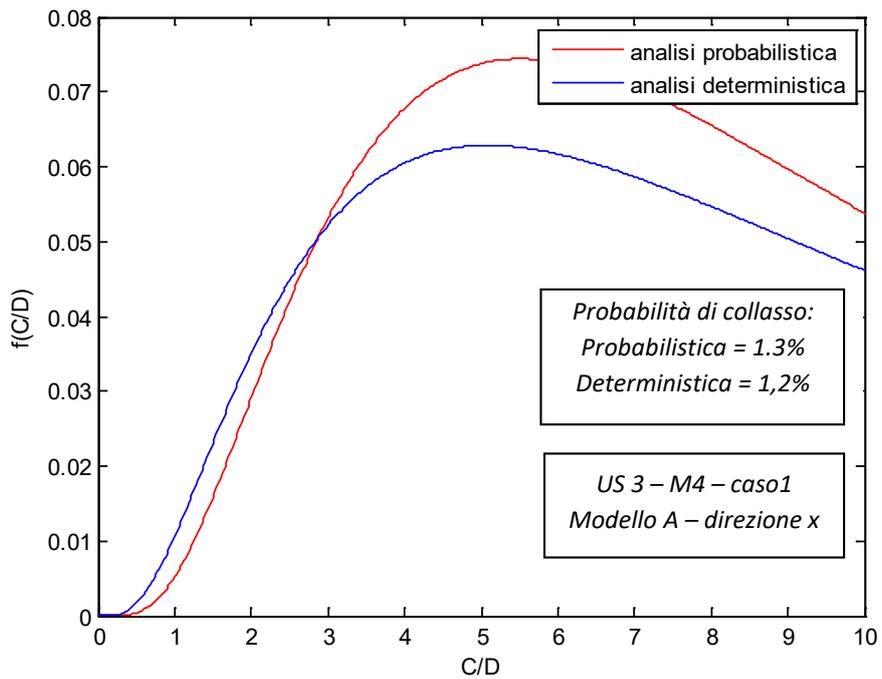
Muratura M4



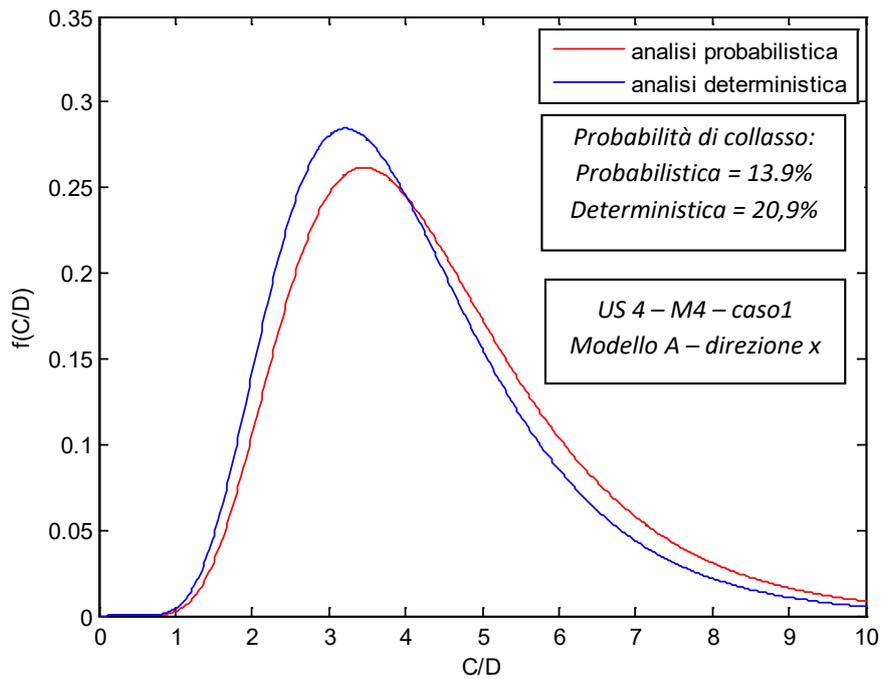
*Probabilità di collasso per US1, direzione X, tipologia muraria M4, modello A.
 L'errore è pari a -11,35 %.*



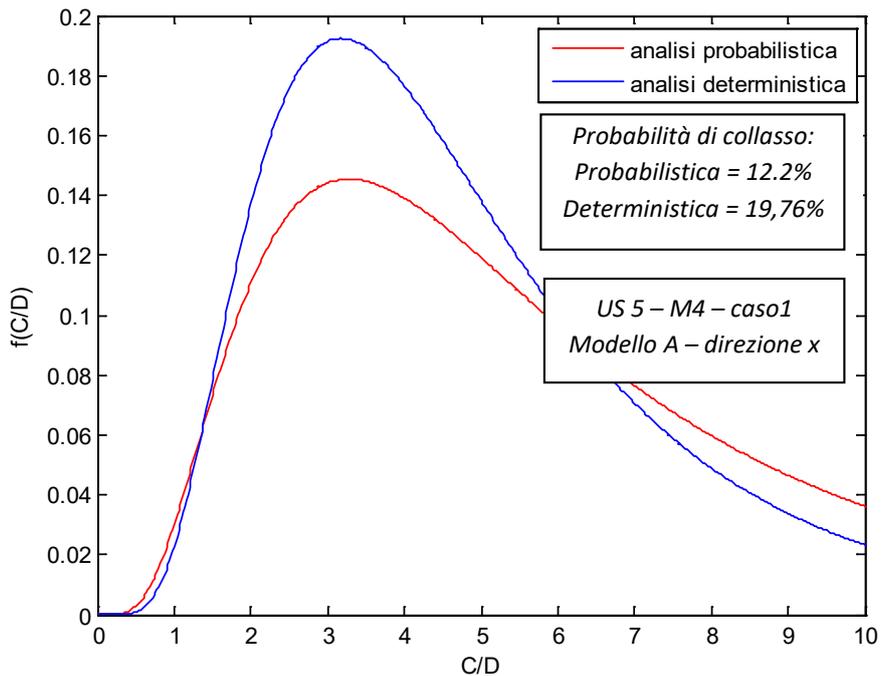
Probabilità di collasso per US2, direzione X, tipologia muraria M4, modello A.
L'errore è pari a -15,09 %.



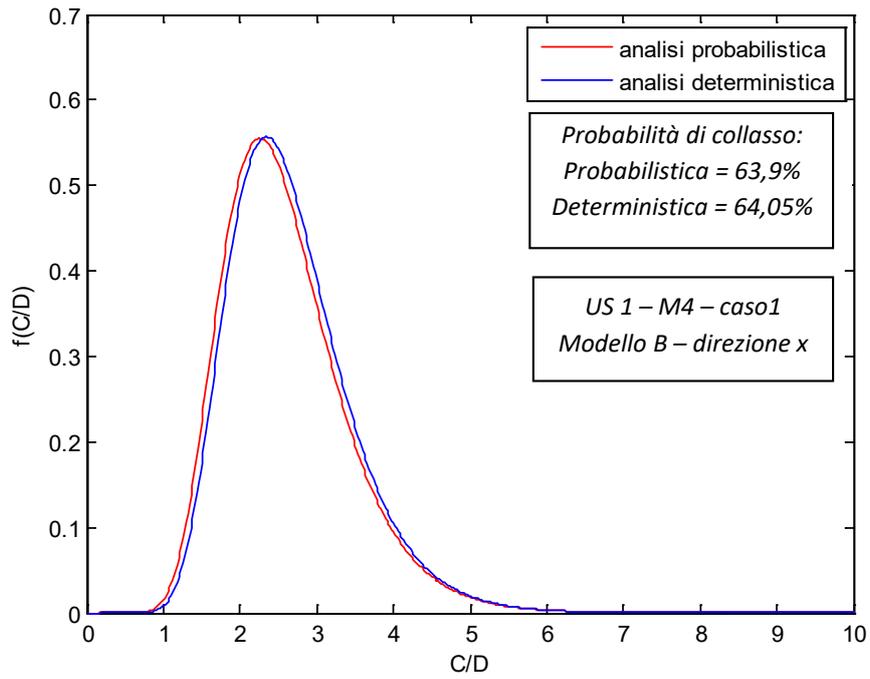
Probabilità di collasso per US3, direzione X, tipologia muraria M4, modello A.
L'errore è pari a 8,46%.



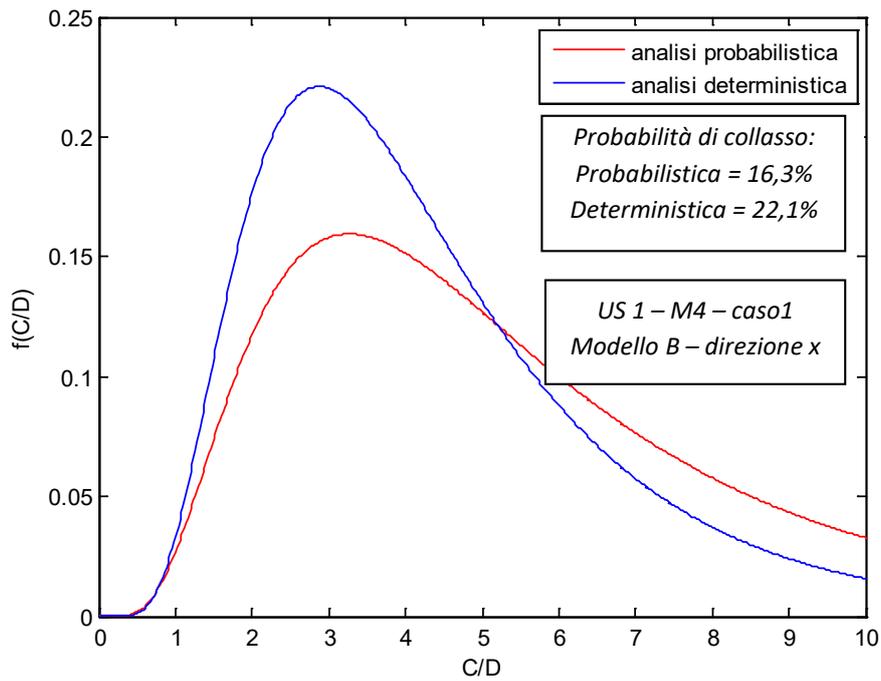
Probabilità di collasso per US4, direzione X, tipologia muraria M4, modello A.
L'errore è pari a -50,3 %.



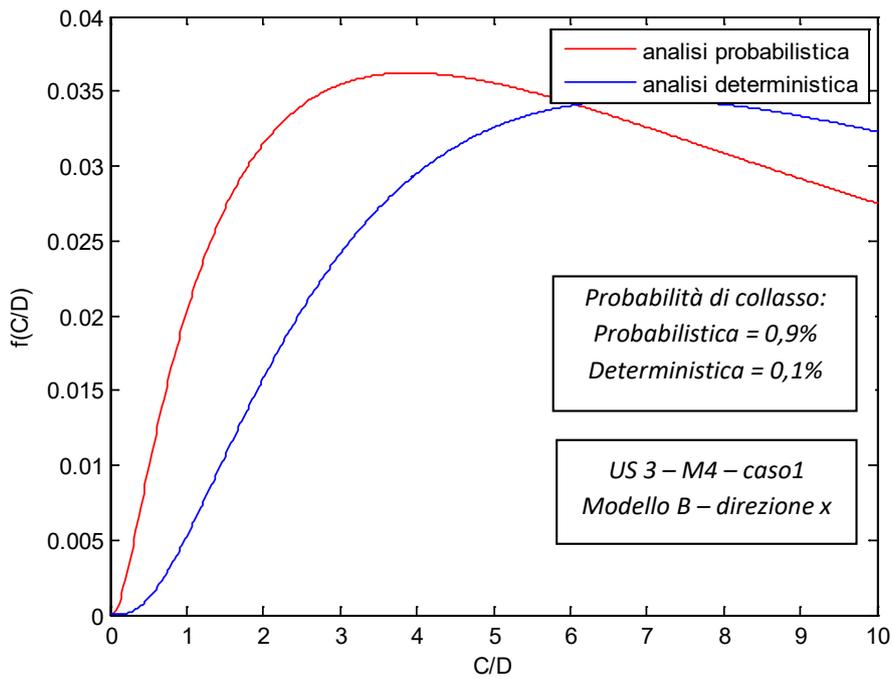
Probabilità di collasso per US5, direzione X, tipologia muraria M4, modello A.
L'errore è pari a -61,97 %.



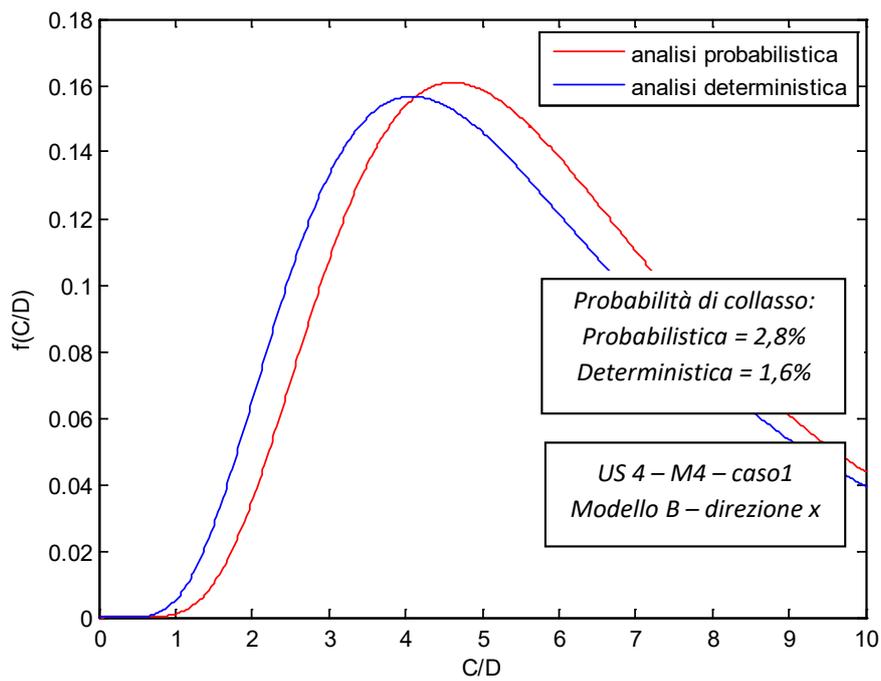
Probabilità di collasso per US1, direzione X, tipologia muraria M4, modello B.
 L'errore è pari a -0,23 %.



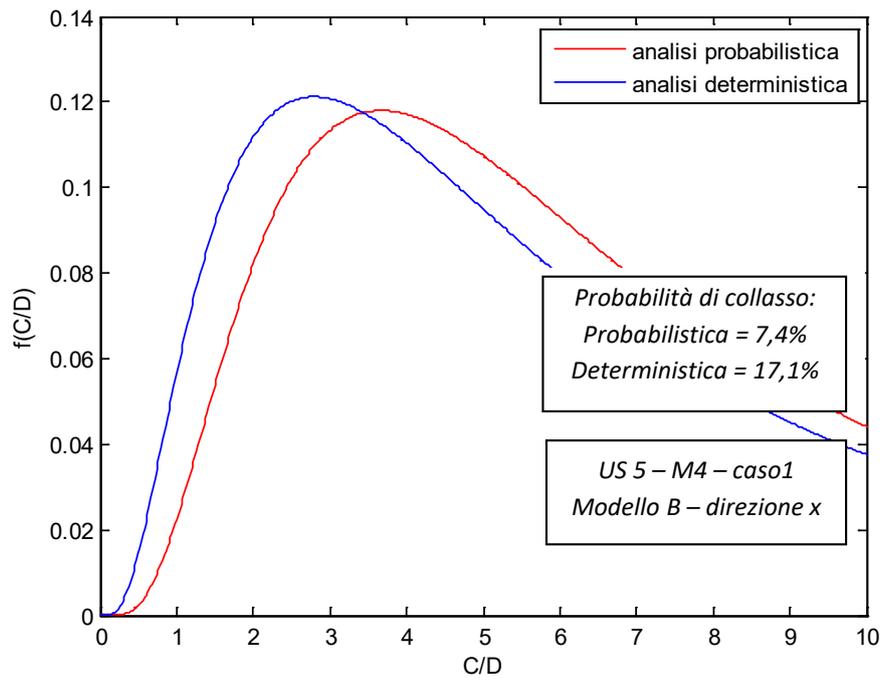
Probabilità di collasso per US2, direzione X, tipologia muraria M4, modello B.
 L'errore è pari a -35,52 %.



Probabilità di collasso per US3, direzione X, tipologia muraria M4, modello B.
L'errore è pari a 73,3 %.



Probabilità di collasso per US4, direzione X, tipologia muraria M4, modello B.
L'errore è pari a 41,4 %.



Probabilità di collasso per US5, direzione X, tipologia muraria M4, modello B.
L'errore è pari a -131 %.