
La città informale si nasconde alle spalle delle città formale, come il suo lato B [BSide], ma la sostiene e come per la cultura musicale, parafrasando le parole di George Plasketes, ne rappresenta la corrente sotterranea e periferica, parte distintiva della nostra esperienza culturale e collettiva arricchendo di profondità e di sfumature la percezione della scena *main-stream*. L'intervento su piccole aree marginali, dismesse, sottoutilizzate, non progettate, caratterizzate da dinamiche di gestione informali, che spesso si sottraggono alla percezione consapevole della cittadinanza, è la sfida del III millennio.
La simulazione processuale, oltre che progettuale, operata attraverso l'esperienza multidisciplinare del Workshop di Laurea, è stata orientata sulla domanda di progetto prima che sul progetto con l'obiettivo di elaborare delle proposte di riuso, riqualificazione o rigenerazione dello spazio urbano, sulla base di un nuovo modello d'uso e di gestione dello spazio, proponendo un innovato programma di attività a partire dalla conoscenza approfondita dei luoghi.

seguici sui social network

34,00 euro

nuovacultura.it

ISBN 978-88-6812-808-1

9 788868 128081

**B-Side** [Inserti urbani]

a cura di **Carola Clemente** e **Serena Baiani**

# **B-Side** [Inserti urbani]

## Il progetto tecnologico per la riqualificazione di spazi dimenticati

a cura di **Carola Clemente** e **Serena Baiani**

Edizioni Nuova Cultura

# B-Side [Inserti urbani]

Il progetto tecnologico
per la riqualificazione di spazi dimenticati

a cura di **Carola Clemente** e **Serena Baiani**

Edizioni Nuova Cultura

**B-Side [Inserti urbani].**
**Il progetto tecnologico per la riqualificazione di spazi dimenticati.**
*L'esperienza del Workshop di laurea sulla*
*riqualificazione del mercato rionale Flaminio a Roma*

A cura di Carola Clemente e Serena Baiani


ISBN 978-88-6812-808-1

Progetto grafico e impaginazione
Typo srl
Immagine di copertina
Marilisa Cellurale

Il presente volume è stato realizzato con il contributo
del Dipartimento di Pianificazione, Design, Tecnologia dell'Architettura
Sapienza Università di Roma.



Finito di Stampare nel dicembre 2016 con tecnologia print on demand
presso il Centro Stampa "Nuova Cultura"
P.le Aldo Moro, 5 – 00185 Roma
Per ordini: ordini@nuovacultura.it

# Indice



## Tracce – **Contributi**

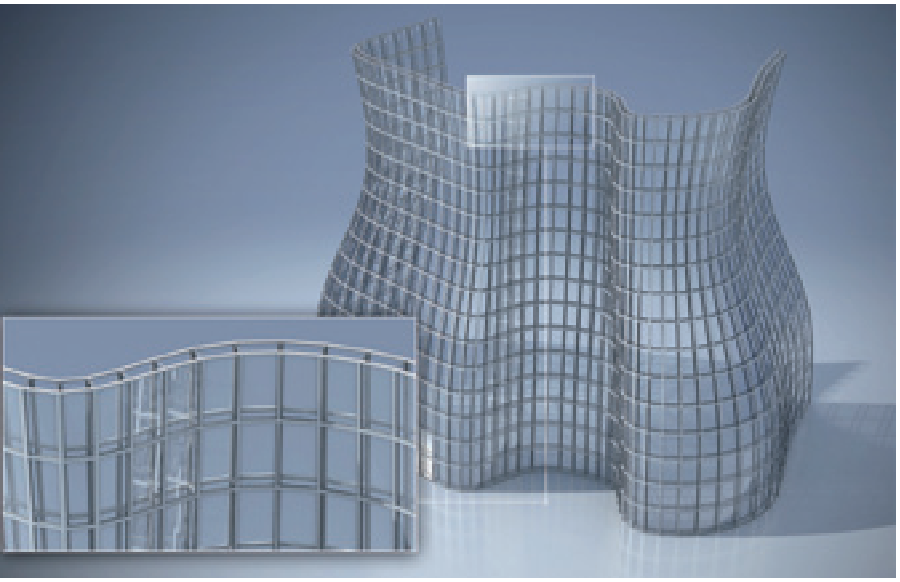
## Raccolte – **Workshop. Riqualificazione del mercato rionale Flaminio a Roma**

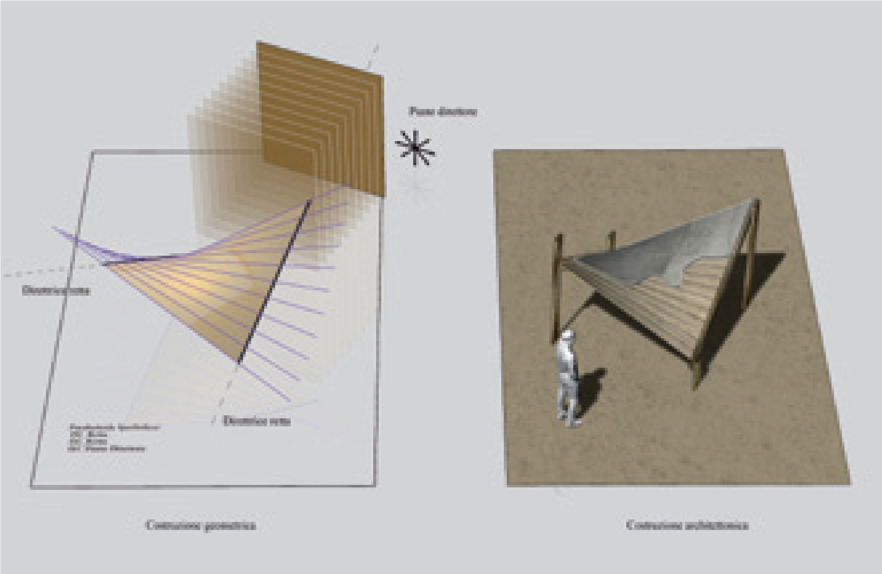
# La rappresentazione matematica per il controllo della forma

di Leonardo Baglioni

Una moderna concezione della Geometria Descrittiva, scienza che si occupa della rappresentazione delle forma nello spazio su di un supporto materico (foglio di carta) o virtuale (computer), annovera tra i metodi di rappresentazione grafica tradizionali (prospettiva, doppie proiezioni ortogonali e assonometria) i più recenti metodi di rappresentazione digitale. Questi ultimi, introdotti grazie all'avvento del computer, sono oramai parte integrante degli strumenti con i quali opera il progettista contemporaneo, al pari della matita e del compasso. Con il termine "metodo di rappresentazione" intendiamo un sistema di teorie e procedure che permettono di costruire il modello virtuale di un oggetto a tre dimensioni e di operare su quello come si farebbe su un oggetto reale. Il metodo consente la rappresentazione di una forma che va intesa non solo come la capacità di poterla visualizzare correttamente ma anche come possibilità di instaurare una corrispondenza biunivoca tra lo spazio grafico e quello reale che permette il passaggio dall'uno all'altro[1]. I metodi di rappresentazione digitale si possono suddividere in due grandi categorie: il *metodo della rappresentazione matematica* e il *metodo della rappresentazione poligonale*. Il primo metodo di rappresentazione si caratterizza per un linguaggio che fa uso di equazioni matematiche di tipo parametrico, e perciò descrive le entità in modo continuo e con un'accuratezza valutabile nell'ordine del millesimo di millimetro (micron) e per queste ragioni viene utilizzato quando si voglia garantire il controllo metrico delle forme. Il secondo metodo di rappresentazione digitale invece, descrive le entità attraverso l'uso di superfici poliedriche (composte cioè da facce piane) che prendono il nome di *mesh*. In questo caso, il linguaggio è definito da una serie di liste dati che descrivono le coordinate spaziali dei vertici delle mesh, di liste dati che definiscono gli spigoli che collegano i vertici adiacenti, e di liste che definiscono le facce individuate dai vari spigoli. Si tratta quindi di una rappresentazione approssimata che ben si presta al controllo percettivo delle forme.

L'avvento dell'informatica, e in particolare la facilità con la quale oggi è possibile visualizzare e disegnare le forme complesse nello spazio virtuale per mezzo della generazione automatica delle proiezioni (parallele o prospettiche), sembrerebbe avere compromesso il ruolo della Geometria Descrittiva. Gli scopi principali della Geometria Descrittiva furono così definiti da Gaspard Monge: "Il primo scopo [...] è rappresentare con esattezza, su disegni che hanno solo due dimensioni, gli oggetti che ne hanno tre e che sono suscettibili di una definizione rigorosa. Il secondo scopo della Geometria Descrittiva è dedurre dalla descrizione esatta dei corpi, tutto ciò che discende, per conseguenza, dalle loro forme e dalle loro posizioni reciproche; e, in tal senso, la Geometria Descrittiva è un mezzo per la ricerca della verità scientifica e offre esempi continui del passaggio dal noto all'ignoto [...]". Quindi secondo Monge la Geometria Descrittiva percorre due processi inversi: il primo è un percorso dall'ignoto al noto tipico delle fasi di progettazione nelle quali un'idea mentale si



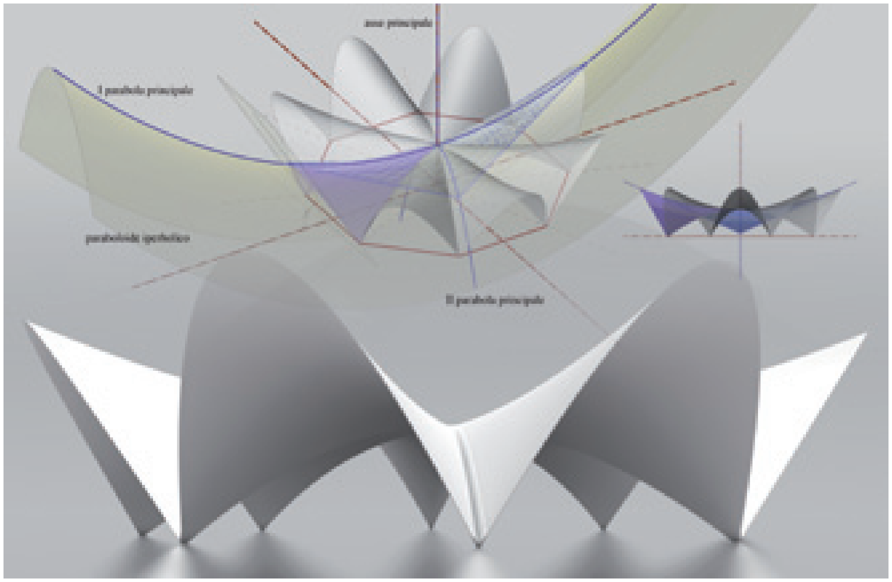


concretizza e si esplica mediante elaborazioni grafiche cioè disegni; il secondo passaggio avviene proprio per mezzo dei disegni che rivelano nuovi aspetti sconosciuti alimentando così un processo che converge verso la conoscenza delle forme rappresentate. In quest'ottica allora più che di crisi si può parlare di profondo rinnovamento della disciplina che proprio grazie all'informatica si alimenta di nuova linfa. Solo a titolo esemplificativo ricordiamo che per mezzo dell'informatica è stato ripreso il tema dei poliedri il cui studio nacque nel 360 a.C. con il dialogo del Timeo di Platone, arricchendolo di nuovi contenuti come ad esempio le famiglie di poliedri irregolari scoperte negli anni '90 da Guy Inchbald che hanno la proprietà di tassellare lo spazio. E ancora gli avanzamenti di quel settore della ricerca nominato da Helmut Pottmann *Architectural Geometry* che studia le forme strutturali dell'architettura contemporanea, che ha portato alla definizione delle proprietà delle recenti *Planar Quadrilateral Mesh* (Figura 1). Anche queste affondano le loro radici nel tema antichissimo dei poliedri che si rivela ancora ricco di vigore nelle soluzioni al problema della discretizzazione delle superfici continue. I contributi principali dei metodi di rappresentazione digitale vanno rintracciati in due aspetti fondamentali e cioè l'accuratezza che questi sistemi sono in grado di controllare[2] e del carattere costruttivo, tipico della Geometria Descrittiva, e che viene reso ancora più evidente dai sistemi di modellazione tridimensionali. Il termine costruire, generalmente usato sia

Figura 1. Esempio di Planar Quadrilateral Mesh applicata allo studio di una facciata vetrata.

Figura 2. Costruzione di un paraboloide iperbolico in geometria (a sinistra) e in un cantiere (a destra).

in geometria che in architettura, fa riferimento alla caratteristica per la quale che la geometria tratta in termini astratti procedure e metodi che sono tipici delle operazioni reali della costruzione architettonica. Nel processo che porta alla costruzione[3] di un disegno o di un'architettura si manifesta il potenziale euristico del disegno e cioè la sua capacità di stimolare l'osservazione e quindi anche la scoperta. Per capire meglio il senso di questa riflessione possiamo considerare la costruzione di un paraboloide iperbolico[4] così come potrebbe avvenire



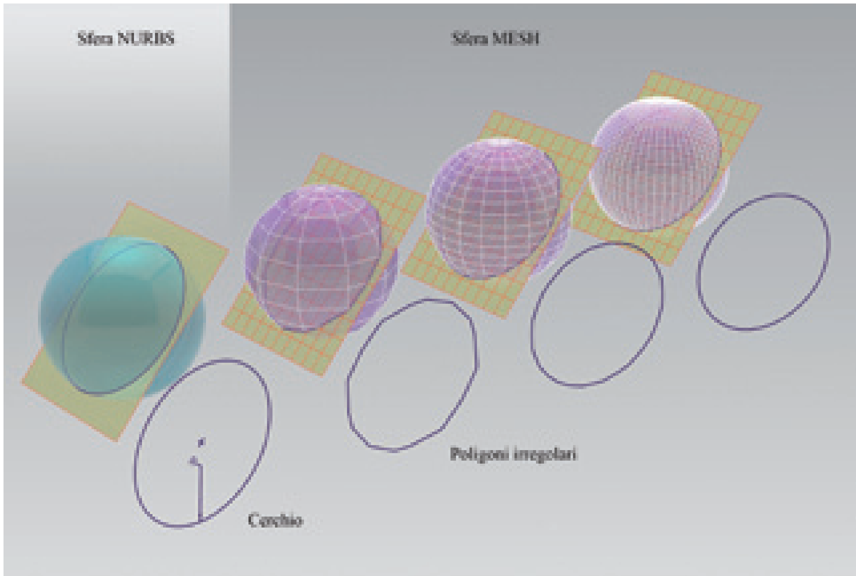



Figura 3. Analisi geometrica dei paraboloidi iperbolici che definiscono il Manantiales Restaurant di Felix Candela (1958).

Figura 4. Confronto tra una rappresentazione matematica (a sinistra) e poligonale (a destra) di una sfera.

in un modello geometrico ideale oppure, nella realtà, in un cantiere (Figura 2). Nel primo caso si dispongono prima due rette sghembe di dimensioni arbitrarie che avranno la funzione di direttrici della superficie e su di esse si fa scorrere una famiglia di rette che ammettano un unico piano direttore,[5] durante il movimento, cioè, rimangono parallele a un unico piano; queste rette sono dette generatrici poiché il loro movimento definisce la superficie. In fase di cantiere la stessa superficie può essere realizzata per mezzo delle stesse operazioni sopra descritte: si dispongono due palanche in modo da definire un quadrilatero sghembo e si appoggiano su queste una serie di listelli in legno secondari che possano essere utilizzati come cassaforma di una gettata in calcestruzzo. Anche l'armatura in ferro sarà organizzata in modo da seguire le direzioni delle due famiglie di rette generatrici e direttrici. Si può comprendere da questi passaggi come le superfici rigate e in particolare il paraboloide iperbolico, abbiano avuto una così ampia diffusione in architettura grazie alle opere di maestri illustri come Pier Luigi Nervi e Felix Candela. In questi casi la sinergia tra geometria e struttura trova un magistrale compimento (Figura 3).

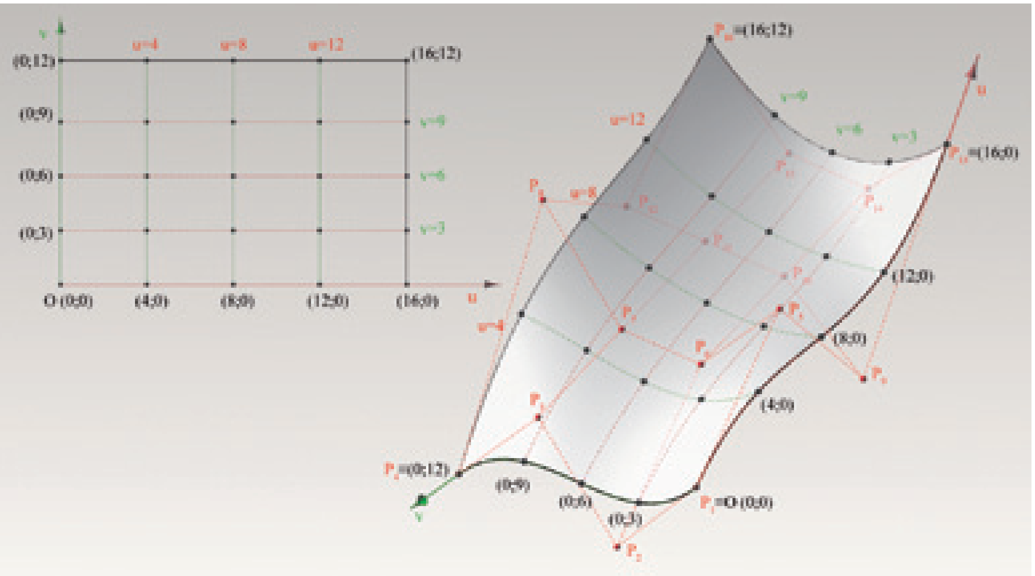
I due metodi di rappresentazione digitale sopra citati, sono dal punto di vista visivo perfettamente interscambiabili ma dal punto di vista operativo sono profondamenti diversi. Per capire bene la differenza tra i due metodi occorre riferirsi a un esempio (Figura 4). Immaginiamo di rappresentare una sfera con il metodo di rappresentazione matematico e di farne una sezione piana. Quello che otterremmo, esattamente come avviene nel mondo ideale della geometria, è un cerchio del quale è possibile individuare il centro, il raggio e la giacitura corrispondente. Una sfera rappresentata con il metodo poligonale invece (in figura con un numero sempre più alto di poligoni) se viene sezionata con un piano genera un poligono irregolare di *n* lati a seconda del numero di poligoni che definiva la mesh di origine. È quindi evidente che la rappresentazione matematica è utile laddove si voglia ottenere un controllo metrico accurato e si voglia operare con le operazioni di sezione e proiezione tipiche del progetto di architettura e design. La rappresentazione poligonale è invece utile laddove si voglia dare una descrizione percettiva delle entità così come avviene nella resa chiaroscurale delle superfici (*rendering*) e nelle animazioni virtuali. Generalmente la rappresentazione poligonale (detta anche numerica) si usa ogni qualvolta sia necessario semplificare un dominio continuo di partenza in uno discreto per svolgere ad esempio un'analisi agli elementi finiti (calcolo strutturale) oppure eseguire una stampa tridimensionale di un modello. In un parallelismo con i metodi di rappresentazione grafica tradizionali (prospettiva, assonometria, doppie proiezioni ortogonali) possiamo affermare che la rappresentazione matematica ha finalità analoghe a quelle del metodo di rappresentazione delle doppie proiezioni ortogonali (controllo metrico) mentre la rappresentazione poligonale è analoga del metodo di rappresentazione prospettico (controllo percettivo). Il passaggio da un modello continuo a uno discreto è sempre possibile attraverso l'applicazione di una serie di algoritmi di discretizzazione; il percorso inverso invece è una problematica di difficile soluzione.

Nell'ambito del workshop di tesi di laurea in progettazione architettonica, si è ritenuto opportuno riprendere i principi della rappresentazione matematica in ragione della già citata importanza di quest'ultima a fini progettuali. I fondamenti dei metodi di rappresentazione digitale sono oggetto di studio nei corsi di Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva tenuti nel secondo anno del percorso di studi. La comprensione di tali principi consente un uso consapevole e critico dei software che implementano il metodo di rappresentazione matematico (Rhinoceros, Catia, Think Design ...) e che solo in questo modo possono divenire utili strumenti di progettazione. La qualità della rappresentazione, sia essa grafica, digitale o fisica, e la capacità di mostrare le forme studiate è di cruciale importanza in un processo progettuale, e anche da questo punto di vista il computer può dare il suo notevole contributo. Per qualità si intende la coerenza con la quale le forme trovano la giusta traduzione in modelli virtuali così da mantenerne invariate le proprietà e caratteristiche geometriche. La definizione dell'insieme delle teorie e dei fondamenti teorici della rappresentazione matematica è resa possibile grazie a un continuo scambio e confronto con gli sviluppatori dei sistemi CAD attualmente disponibili sul mercato. In particolare va segnalato il contributo di Stefano Cinti Luciani e Roberto Ciarloni, sviluppatori del software Think Design che hanno collaborato alla stesura del libro Geometria Descrittiva, a cura di Riccardo Migliari, con il capitolo dal titolo *Le teorie e le tecniche della rappresentazione matematica*, nel quale viene affrontata un'ampia trattazione di tali contenuti.

Una delle maggiori difficoltà quando si lavora con i sistemi CAD è la forte discrasia tra i concetti dell'utente che provengono dalle nozioni di geometria imparate nel corso degli studi e quelli che il software deve implementare per poter risolvere alcune criticità. Ad esempio per il computer una linea è un insieme monodimensionale di punti, espressa in funzione di un parametro *u*, che ha sempre un inizio e una fine; non esistono cioè linee infinitamente estese come le rette, ma solo segmenti di retta. Una linea come il cerchio allora, può essere definita solo piegando la curva in modo da far coincidere le due estremità. Ecco allora che il software riconosce nel cerchio un punto iniziale, cosa che nel mondo ideale della geometria non ha alcun significato. Estendendo nello spazio considerazioni simili, possiamo dire che le superfici sono insiemi bidimensionali di punti, non hanno spessore, sono definite da un'espressione parametrica in funzione di due parametri (*u* e *v*) e hanno topologia quadrilatera. Possiamo immaginare come modello intuitivo, un foglio di gomma deformabile a piacere, ma che ha per sua natura sempre e soltanto quattro lati. Per definire allora superfici che hanno un perimetro con un numero diverso di 4 lati, oppure che presentano delle bucature, la tecnica utilizzata è quella delle *trimmed surface* che si basa sul concetto di rendere invisibile una porzione del dominio (insieme dei valori che possono essere assunti dai parametri) della superficie stessa. I solidi per la nostra concezione intuitiva, sono degli oggetti chiusi dotati di volume. Per il CAD sono invece una collezione di superfici “incollate” tra di loro e dotate di un orientazione per distinguere un interno da un esterno e con delle relazioni di adiacenza che prendono il nome di topologia.

Tra le grandi conquiste dei sistemi CAD, vanno segnalate le curve a poli che si basano sul concetto che vogliamo definire delle curve a partire da un insieme limitato di punti, ripercorrendo le procedure seguite negli anni ’60 per il design di automobili, nelle quali venivano utilizzate delle aste flessibili (*spline*) che erano bloccate in alcuni punti (punti di controllo o poli) per poter poi tracciare le linee grafiche dei profili delle carrozzerie. Non è un caso infatti che questi sistemi CAD furono concepiti proprio nelle industrie automobilistiche oppure aerospaziali, che avevano la necessità di rappresentare linee grafiche dall’andamento fluido. Le curve di Bézier (ingegnere francese della Renault) definite nel 1966, avevano la caratteristica di miscelare una serie di poli per definire l’andamento della linea esattamente come nella realtà facevano le aste flessibili dei designer. Le curve di Bézier sono ancora presenti nei nostri sistemi CAD perché avevano il grande vantaggio di tracciare linee grafiche avendo come input solo i pochi punti che ne definiscono i poli. Lo svantaggio maggiore consisteva nel fatto che ogni modifica della posizione di un punto di controllo, generava cambiamenti globali sull’andamento dell’intera linea. Sul finire degli anni ‘70 (su esigenze della Ford e Boeing) si passò a considerare un insieme di linee di Bézier collegate tra loro mantenendo nel punto di transizione una continuità di curvatura. Queste curve presero il nome di B-Spline dove la lettera B sta per funzione di base delle spline, che sono funzioni di miscelamento molto più complicate dei polinomi di Bernstein utilizzati nelle curve di Bézier. Le B-spline avevano risolto il problema della modifica globale dell’andamento della curva, ma non potevano rappresentare le coniche, cioè cerchi, ellissi, parabole e iperboli, curve di fondamentale importanza nella progettazione navale, aeronautica e automobilistica. Si capì che era possibile estendere le B-spline a polinomi razionali (cioè rapporti di polinomi) e nacquero le NURBS, ovvero *Non Uniform Rational B-spline*. In queste curve appaiono dei nuovi fattori associati a ogni punto di controllo, che consentono al punto di controllo stesso di attirare o respingere la curva mantenendo invariata la sua posizione nello spazio. Questa caratteristica prende il nome di peso del punto di controllo, e consente alle NURBS di descrivere in modo accurato tanto un cerchio, quanto un’iperbole. Il concetto di *Non Uniform* è legato invece alla caratteristica per la quale il parametro *u* di una curva generalmente non è uniformemente distribuito su tutta la curva; in altre parole la divisione per lunghezza della curva non corrisponde alla divisione per parametro. Tutti i ragionamenti fatti per le curve possono essere riportati nello spazio andando a definire le caratteristiche delle superfici che sono generate a partire dalle linee grafiche per mezzo di operazioni (traslazione, rivoluzione, rototraslazione, proiezione ecc.) tipiche della geometria descrittiva. Le superfici nei sistemi CAD sono definite da insiemi bidimensionali di punti espressi in funzione di due parametri (*u* e *v*) l’insieme dei cui valori costituisce il dominio della superficie stessa. Il rapporto biunivoco che si instaura tra spazio parametrico e spazio cartesiano prende il nome di *mapping* (Figura 5).

Un altro aspetto della rappresentazione matematica da tenere sotto controllo durante le fasi di modellazione riguarda il paradosso dell’intransitività delle coincidenze nei sistemi CAD e che rientra ancora una volta nelle discrasie tra ragionamenti geometrici e caratteristiche informatiche. Come detto i concetti di infinitamente grande e infinitamente piccolo, non possono essere controllati dal computer che per sua natura è digitale cioè discreta. Esiste infatti un parametro, chiamato tolleranza, che esprime la distanza minima al di sotto della quale, la macchina considera coincidenti due punti. Quello che ne consegue è che se immaginiamo un punto con la sua “nuvola” di tolleranza (cerchio di diametro 1µm) e al suo interno cade un punto B allora per il computer A coincide con B. Ma anche B avrà la sua nuvola di tolleranza di diametro 1µm, quindi se un punto C cade nella nuvola di B allora segue che B coincide con C. Ma a questo punto C è esterno alla nuvola di A quindi C non coincide con A e la transitività non è rispettata. Sappiamo invece che in geome-



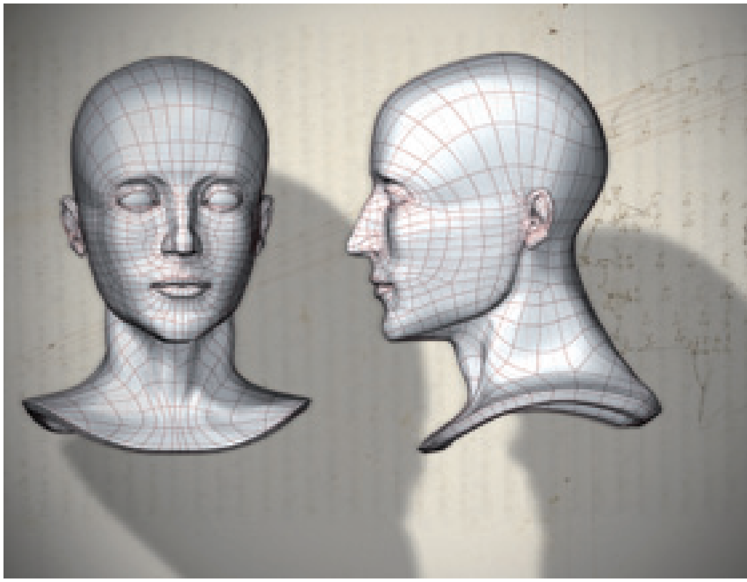



Figura 5. Corrispondenza biunivoca tra spazio parametrico e spazio cartesiano in una superficie NURBS.

Figura 6. Applicazione delle superfici di suddivisione per l'analisi critica del *caput* del *De Prospectiva Pingendi* di Piero della Francesca.

tria se un punto A coincide con B e B coincide con C segue che A coincide con C. Questo paradosso che avviene nei sistemi CAD produce delle criticità con le quali bisogna convivere: per esempio una linea potrebbe avere due punti di intersezione con una circonferenza ed essere considerata tangente alla stessa se la distanza tra la linea e la circonferenza è abbastanza piccola; oppure potrebbero crearsi degli scollamenti tra le superfici che compongono un solido considerato dalla macchina topologicamente valido e quindi chiuso.
Negli ultimi anni si è sviluppata una nuova classe di superfici chiamate superfici di suddivisione, che estendono le potenzialità delle superfici NURBS andandone a risolvere alcuni limiti. Tra questi possiamo citare il fatto che si possono aggiungere dettagli (cioè punti di controllo) solo nelle zone in cui si ritengono necessari.[6] Questo comporta l'esistenza di punti a T o a stella (nei quali cioè convergono più di quattro isoparametriche) che consentono alla superficie di non limitarsi a una topologia rettangolare. La generazione delle superfici di suddivisione avviene per mezzo di tecniche tipiche della rappresentazione poligonale quali estrusioni di poligoni (*polygonal modeling*) oppure modifica di primitive solide (*box modeling*). Questo aspetto rende molto agevole la modellazione di forme complesse come le forme organiche che sarebbero difficili da ottenere per mezzo delle strategie di modellazione NURBS (Figura 6). Ricordando che alcune superfici di suddivisione sono perfettamente traducibili in insiemi di superfici NURBS possiamo affermare che esse rappresentano il punto di incontro tra i metodi di rappresentazione matematico e poligonale.
Solo dopo aver definito tutti questi aspetti, il modello matematico può essere convertito in un modello poligonale; in altre parole le superfici continue devono essere trasformate in superfici discrete attraverso un passaggio delicato che prende il nome di tassellazione. La criticità è in relazione alla possibilità di determinare una rappre-

sentazione numerica, cioè approssimata, che mantenga una grande efficacia nella descrizione della forma originaria. Gli algoritmi che presiedono a questa attività sono molteplici, ma tra i più sofisticati vanno segnalati quelli che basano l'operazione di approssimazione sull'analisi delle caratteristiche intrinseche delle singole entità, prima tra tutte la variazione di curvatura: in questo modo la quantità e la qualità dei poligoni sarà più densa e uniforme nelle zone con maggior valore di curvatura. Come detto, il controllo di questi passaggi è importante non solo per garantire un alto livello di accuratezza nella descrizione delle forme ma anche per rispondere ai diversi requisiti per i quali viene generata la mesh, come ad esempio può essere l'analisi agli elementi finiti oppure il calcolo di resa chiaroscurale. Da questi ragionamenti si capisce come il modello matematico contenga in sé un potenziale espressivo notevole in quanto da esso è possibile ricavare diverse forme di rappresentazione. È importante sottolineare ancora una volta come solo la conoscenza dei principi teorici della rappresentazione matematica e dei fondamenti della geometria descrittiva permettano l'uso di un modello tridimensionale per il controllo della forma cioè strumento di progetto.[7]

Appare evidente che i metodi di rappresentazione digitali sono strumenti che rendono fluidi e spediti i passaggi da una forma di rappresentazione a un'altra (Figura 7), ciascuna realizzata per descrivere un determinato aspetto del progetto, in una convergenza verso la profonda conoscenza del Modello Ideale che dalla mente del progettista si concretizza nella realtà.

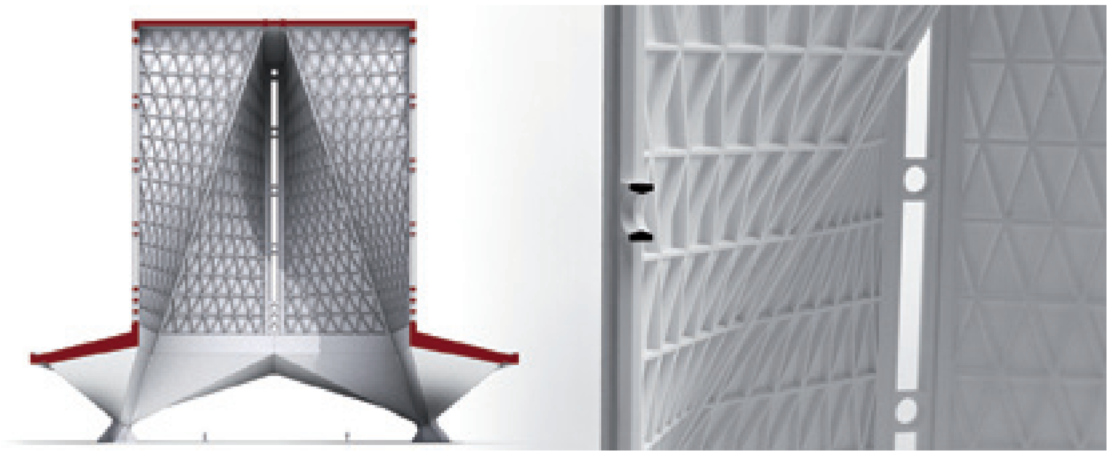


Figura 7. Cattedrale di St. Mary a San Francisco di Pier Luigi Nervi: modello matematico e modello in stereolitografia. Foto Lode Saidane, courtesy NerViLab.

## Note

1 Si parla di disegno di progetto quando dallo spazio grafico si passa a quello reale e di disegno di rilievo nel percorso contrario.

2 Se consideriamo che un segno grafico può avere uno spessore di un decimo di millimetro e che un modello tridimensionale realizzato al computer può arrivare a un'accuratezza di un micron (millesimo di millimetro) si può dedurre che il disegno digitale p cento volte più accurato di un finissimo disegno tradizionale.

3 In quest'ottica va ricondotto il pensiero del matematico Gino Loria che annovera la costruzione grafica tra i metodi matematici nel capitolo "La costruzione come metodo di dimostrazione esistenziale".

4 Il paraboloide iperbolico è una superficie quadrica rigata a piano direttore e analogamente a quanto avviene nell'iperboloide iperbolico, ha la caratteristica di ammettere per ogni suo punto il passaggio di due rette che si appoggiano sulla superficie per tutta la loro indefinita estensione.

5 Il piano direttore costituisce la terza direttrice retta impropria utile a individuare il paraboloide iperbolico.

6 Nelle superfici NURBS aumentare il dettaglio significa inserire una nuova isoparametrica per l'intera estensione della superficie.

7 Una modellazione critica e allo stesso tempo consapevole da parte del progettista è garanzia della possibilità di generazione automatica delle molteplici forme del disegno: elaborati grafici tradizionali (piante, prospetti e sezioni) che descrivano l'aspetto metrico del progetto; prospettive e animazioni per la descrizione volumetrica delle parti e dei rapporti tra queste; la stampa tridimensionale la cui diffusione degli ultimi tempi la sta portando a delinearsi come un nuovo standard della progettazione architettonica al pari della maquette ma con notevoli vantaggi in termini di accuratezza; il calcolo strutturale agli elementi finiti.

## Bibliografia

Monge, G. (1798). *Géométrie descriptive. Leçons données aux Écoles normales, l'an 3 de la République*. Parigi: Impr. de Baudouin. p. 2.

Loria, G. (1935). *Metodi matematici*. Milano: Hoepli.

Aschieri, F. (1897). *Geometria Descrittiva*. Milano: Hoepli.

Baglioni, L. & Fallavollita, F. & Romeo, F., & Salvatore, M. (2010). *I dodici modelli del NerViLab*. In Olmo, C. & Fiorino C. (a cura di). *Pier Luigi Nervi Architettura come Sfida*, Milano: Silvana Editoriale. pp. 236-237.

Baglioni L. (2012). *I poliedri e le tecniche di tassellazione delle superfici continue: un nuovo punto di incontro*. In, Carlevaris L. & De Carlo L. & Migliari R. (a cura di). *Attualità della Geometria Descrittiva*. Roma: Gangemi editore. pp. 297-314.

Cinti Luciani, S. & Migliari, R. (2009). *Rappresentazione matematica*. In Migliari, R. (a cura di). *Geometria descrittiva*, voll. I-II. Novara: CittàStudi de Agostini. pp. 206-227.

Pottmann H. & Asperl A. & Hofer M. & Kilian A. (2007). *Architectural Geometry*. New York: Bentley Institute Press.

Migliari R. (2012). *La Geometria descrittiva nel quadro storico della sua evoluzione dalle origini alla rappresentazione digitale*. In, Carlevaris L. & De Carlo L. & Migliari R. (a cura di). *Attualità della Geometria Descrittiva*. Roma: Gangemi editore. pp. 15-42.

# The mathematical representation method for the shape control

### *Abstract*

Descriptive Geometry is the science that deals with the representation of shapes. The accurate representation of the shapes allows the subsequent analysis of their geometric properties. The advent of information technology has profoundly renewed this ancient discipline with new tools and new topics. Nowadays we can include among the traditional graphic methods of representation the method of *mathematical representation* and the method of *polygonal representation*. The first method of representation is characterized by a language, which makes use of mathematical equations of parametric type (NURBS equations), and therefore describes the entities in a continuous manner and with an accuracy estimated in the order of a thousandth of a millimeter (micron). For these reasons, mathematical representation is useful when we want to ensure the metrical control of shapes. The second method of digital representation instead, describes the entities through a set of polyhedral surfaces (which are composed by planar faces) called mesh. In this case, the language is characterized by a series of lists of data that describe the spatial coordinates of the vertices of the mesh, one list of data for defining the edges joining the adjacent vertices, and one list of data that define the faces identified by the various edges. Therefore, polygonal representation is an approximate representation that is aimed to the control of the perceptual aspects. As part of the workshop of master thesis in architectural design, it is advisable to investigate the principles of mathematical representation because of their importance as design tool. The foundations of the methods of digital representation are the main topics in courses of *Fundations and Applications of Descriptive Geometry* held in the second year of their studies. Understanding these principles allows a conscious and critical use of software that implements the method of mathematical representation (Rhinoceros, Catia, Think Design ...) and that only in this way can become useful design tools. The quality of the representation, in graphical, digital or physical mode, and the ability to show the studied shapes is of crucial importance in a design process, and, from this point of view, the computer can give its major contribution.

### *Keywords*

Descriptive Geometry, mathematical representation, polygonal representation, NURBS, digital modeling.

**Leonardo Baglioni**, architect, graduated at the University of Rome TRE in 2001. In 2009 he obtained the Ph.D. with a thesis about the discretization of continuous surfaces. In 2010 he won a research fellowship for research theories and techniques of digital modeling. In 2012 he joined, as Researcher for SSD ICAR / 17, the Department DSDRA, at Sapienza University of Rome, where he still performs research and teaches in degree courses Foundations and Applications of Descriptive Geometry and Drawings.