Astensionismo nei modelli di competizione politica spaziale e posizionamento strategico dei partiti.
Astensione dal voto per indifferenza e per alienazione

Silvia Pugliesi

Dottorato in Economia Politica

Dipartimento di Economia e Diritto, Università La Sapienza di Roma

Relatore: Prof. Debora Di Gioacchino

Dipartimento di Economia e Diritto, Università La Sapienza di Roma

Correlatore: Dott. Luca Correani

Dipartimento di Economia e Impresa, Università La Tuscia di Viterbo

A Stefania

INDICE

I Prefazione

Il diritto di voto è considerato una delle più importanti forme di partecipazione nelle democrazie rappresentative. Un'ampia parte della letteratura teorica ed empirica analizza, infatti, le componenti, i fattori determinanti e le conseguenze sugli esiti elettorali della partecipazione al voto dei cittadini. La teoria spaziale del voto è stata elaborata inizialmente da Anthony Downs (1957) che, inserendo la competizione elettorale nel quadro della competizione spaziale *à la* Hotelling (1929), ha proposto un modello bipartitico di competizione politica per cui ogni elettore vota per il partito che ha la posizione programmatica più vicina al proprio punto (politica) ideale, quindi che gli fornisce il livello di utilità più elevato. L'equilibrio politico del modello Downsiano si caratterizza per la completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica preferita dall'elettore mediano (teorema dell'elettore mediano). Poiché i (due) partiti hanno come unico obiettivo vincere la competizione elettorale, avvicinare la propria proposta politica a quella rivale consente di sottrarre all'avversario una parte degli elettori collocati tra le due piattaforme, senza perdere alcun voto dagli elettori periferici. La forza centripeta spinge i partiti l'uno verso l'altro e la piattaforma elettorale comune è la politica ideale dell'elettore mediano, in grado di sconfiggere (o pareggiare) ogni altra proposta politica nello spazio uni-dimensionale. Tuttavia, è ben noto come l'astensionismo giochi spesso un ruolo fondamentale negli esiti elettorali. Introdurre la possibilità di astensione nel modello Downsiano influenza il posizionamento strategico dei partiti in quanto avvicinarsi al partito rivale può significare *perdere voti* piuttosto che guadagnarne. L'importanza dell'astensione è riconosciuta dallo stesso Downs che, attuando un parallelismo fra la teoria economica della scelta razionale e la scelta del voto, introduce la teoria del voto razionale, per cui i cittadini scelgono di recarsi alle urne solo se il beneficio atteso dal votare il partito preferito giustifica il costo dell'atto di votazione. In altre parole, l'elettore sceglie di votare solo se il guadagno percepito dalla vittoria del partito preferito, cioè la differenza tra l'utilità che il cittadino ottiene se il partito preferito vince le elezioni e l'utilità che ottiene se, invece, a vincere le elezioni è l'altro partito, compensa il costo legato all'atto di recarsi alle urne. Il cittadino che si astiene è indifferente tra le politiche proposte dai due partiti (astensione per indifferenza). Poiché l'utilità associata ad ogni proposta politica è inversamente correlata alla distanza dalla propria politica ideale, le posizioni programmatiche appaiono così simili/vicine da non incentivare l'elettore a recarsi alle urne e contribuire con il proprio voto alla vittoria del partito preferito. Tuttavia, un elettore non-indifferente può ancora scegliere di astenersi se nessun partito è in grado di soddisfare sufficientemente i suoi interessi, vale a dire se nessuna proposta politica è tale da convincerlo a recarsi alle urne. Il cittadino che si astiene è disinteressato, alienato (astensione per alienazione): la proposta politica preferita, la più vicina, è comunque *troppo lontana* dalla sua politica ideale da garantire un livello minimo di utilità (utilità di aspirazione). L'utilità di aspirazione è inversamente correlata alla *tolleranza* che costituisce la distanza massima dal partito tale da persuadere il cittadino a votare.

In che modo la possibilità di astensione degli elettori influenza il posizionamento strategico dei partiti? Quale relazione intercorre tra le decisioni di partecipazione/astensione al voto e le proposte politiche in equilibrio? Nel tentativo di qualificare il teorema dell'elettore mediano, incapace di spiegare la differenziazione politica osservata nelle elezioni nazionali, un'ampia parte della letteratura sulla teoria spaziale del voto si è concentrata sull'astensione per indifferenza (Ledyard 1984, Irons 1997, Kirchgassner 2003, Hortala-Vallve e Esteve-Volart 2005), mentre sono pochi i contributi sull'astensione causata dall'alienazione (Llavador 2000, Leppel 2009). In effetti, per definizione, la possibilità di astensione per indifferenza introduce una forza centrifuga che spinge i partiti l'uno lontano dall'altro. Tuttavia, finché la funzione di utilità è lineare o concava e la distribuzione dei cittadini lungo lo spazio politico è a picco singolo (unimodale), un movimento verso la proposta politica rivale potrebbe non essere costoso a tal punto da scoraggiare i partiti dall'avvicinarsi l'uno all'altro. Ciò è dovuto al fatto che gli elettori periferici e lontani dai due partiti votano con maggiore probabilità rispetto agli elettori interni, posizionati cioè tra le due proposte politiche, per cui avvicinarsi alla piattaforma rivale risulta vantaggioso, sebbene aumenti l'astensione tra gli elettori interni e non sia possibile perciò sottrarre elettori al proprio avversario. L'astensionismo, infatti, aumenta anche tra gli elettori potenziali del partito rivale, così che il comportamento degli elettori periferici risulta determinante: finché tali elettori votano con maggiore probabilità degli elettori interni e collocati a ridosso di un partito, avvicinarsi al proprio avversario non è così costoso da persuadere i partiti a scegliere posizioni differenti.

Mentre con funzioni di utilità concave la differenziazione politica percepita risulta essere una funzione crescente della distanza dai partiti, con funzioni di utilità quasi-concave (Irons, 1997) gli elettori periferici valutano la distanza tra le due piattaforme *relativamente* alla propria politica ideale (distanza relativa), per cui sono i cittadini più distanti dai partiti ad astenersi con maggiore probabilità. L'astensionismo interessa gli elettori posizionati tra le due proposte politiche (astensione per indifferenza) e quelli particolarmente lontani dalle due piattaforme (astensione per alienazione). In altre parole, introdurre in un modello di competizione elettorale la possibilità di astensione per indifferenza e assumere utilità quasi-concave, così come identificare il beneficio atteso dal voto come la distanza relativa dai partiti (Kirchgassner, 2003), implica astensionismo dalle regioni periferiche dello spazio politico proprio come per l'astensione da alienazione. In questo caso, un movimento verso la proposta politica rivale può essere così costoso, in termini di perdita di elettori periferici, da indurre i partiti a scegliere posizioni differenti.

La letteratura empirica sulla partecipazione al voto degli elettori si è a lungo focalizzata sulle determinanti delle decisioni di partecipazione/astensione. In particolare un'ampia parte della ricerca mira ad individuare, tra le caratteristiche socio-demografiche individuali e le variabili attitudinali che possono influenzare le decisioni dei cittadini, i principali fattori predittivi della partecipazione al voto. Tuttavia, la maggior parte degli studi effettuati riporta correlazioni anziché effetti causali, lasciando irrisolta la questione sul modo in cui le variabili considerate aumentino la partecipazione al voto dei cittadini, ovvero riducano la propensione all'astensione, soprattutto in riferimento alle due principali cause (indifferenza e alienazione).
Al fine di analizzare i legami e le interrelazioni esistenti tra affluenza, scelte degli elettori e posizionamento politico dei partiti/candidati, alcuni recenti lavori hanno utilizzato *il modello unificato della partecipazione al voto e scelta dell'elettore*, anche denominato modello unificato indifferenza-alienazione, in base al quale la decisione di partecipazione o astensione e la decisione su quale candidato/partito votare sono incluse simultaneamente, vale a dire ogni cittadino sceglie simultaneamente se votare e per quale candidato/partito votare. Tale modello, sviluppato da Adams et al. (2001), Adams e Merrill (2003) e Adams et al. (2005)[1], considera entrambe le cause di astensionismo e cattura l'effetto sul comportamento degli elettori di fattori politici e non-politici, spaziali e non-spaziali, quali le caratteristiche socio-demografiche dei cittadini, le percezioni individuali sul sistema politico, le predisposizioni nei confronti dei partiti e le valutazioni delle abilità/competenze (la valenza) dei candidati. L'evidenza empirica fornita da Zipp (1985), Thurner e Eymann (2000), Plane e Gershtenson (2004), Adams e Merrill (2003), Adams et al. (2006), Katz (2007) individua una componente di *astensione politica*, per cui l'astensionismo è funzione delle posizioni percepite dei partiti/candidati su alcuni rilevanti temi politici (o delle ideologie in un contesto uni-dimensionale), vale a dire le tendenze dei cittadini ad essere indifferenti o alienati sono

[1] Questi lavori si basano sui contributi di Sanders (1998, 2001), Lacy e Burden (1999) e Thurner e Eymann (2000).

significativamente influenzate dalle proprie valutazioni circa le politiche dei partiti/candidati. In altre parole, l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo degli elettori dipende dalle piattaforme elettorali.

II Motivazione e struttura della tesi

Introdurre la possibilità di astensione nel modello di competizione politica *à la* Downs dovrebbe implicare che il movimento di un partito in direzione della proposta rivale sia *costoso*, in termini di perdita di elettori attivi e che, pertanto, l'equilibrio politico sia caratterizzato dalla differenziazione delle politiche proposte. Tuttavia, la coppia di politiche in equilibrio dipende dalla causa di astensione (indifferenza, alienazione o entrambe), dai valori soglia di indifferenza (il costo di votazione) e alienazione (la tolleranza) e dalla distribuzione delle politiche ideali dei cittadini.

In che modo le decisioni di partecipazione/astensione al voto, congiuntamente alla distribuzione degli elettori lungo lo spazio politico, influenzano il posizionamento strategico dei partiti e, quindi, l'equilibrio politico? Il presente lavoro, con l'intento di rispondere a questa domanda, dapprima espone ed analizza i più interessanti contributi esistenti in letteratura come *casi speciali di un unico modello generale*, in base al quale le decisioni di astensione dei cittadini considerano sia il movente dell'indifferenza sia il movente dell'alienazione. L'assunzione della tipologia di astensione (indifferenza, alienazione o entrambe), la specificazione delle funzioni di utilità dei cittadini e le caratteristiche dei valori soglia di indifferenza (costo di votazione) e alienazione (tolleranza), determinano il modello di volta in volta considerato ed il relativo equilibrio politico. Successivamente, al fine di colmare la lacuna in letteratura sull'astensione causata dall'alienazione, il lavoro si concentra sulla relazione intercorrente tra l'equilibrio politico, la tolleranza degli elettori e la loro distribuzione lungo l'intervallo di politiche.

Infine, lo studio empirico sulla partecipazione al voto degli elettori nelle elezioni politiche nazionali del 2008 mira ad individuare la relazione tra le caratteristiche individuali (socio-demografiche, attitudinali, di percezione del sistema politico) e la propensione all'astensione per indifferenza e/o alienazione, nonché ad esaminare la componente di astensione politica, ovvero verificare come l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo sia influenzato dalle posizioni politiche (ideologiche in un contesto uni-dimensionale) dei candidati.

Questa tesi svolge un'indagine sulla competizione politica spaziale e sulla partecipazione al voto degli elettori con l'obiettivo di:

- costruire un nuovo framework concettuale della competizione politica con astensionismo, cui possano essere ricondotti i principali contributi esistenti in letteratura, al fine di analizzare l'influenza delle decisioni degli elettori sul posizionamento strategico dei partiti;
- esaminare l'effetto congiunto di tolleranza e distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche sul posizionamento strategico dei partiti, con due finalità principali: riqualificare il teorema dell'elettore mediano e analizzare la possibilità di divergenza politica;
- determinare l'impatto relativo di indifferenza e/o alienazione sull'astensionismo nelle elezioni politiche italiane del 2008 ed analizzare il legame tra la propensione individuale all'astensione per alienazione o indifferenza e la distanza ideologica dai candidati.

La tesi è organizzata nel modo seguente.

Il ***capitolo 1*** consta di due parti distinte. La prima fornisce una rassegna dei più interessanti contributi teorici esistenti in letteratura sulla competizione politica spaziale con astensionismo; la seconda fornisce un breve excursus di alcuni tra i più interessanti studi empirici sull'astensione e le sue principali cause (alienazione e indifferenza). In particolare, nella prima parte si propone un modello teorico generale che possa aver originato i modelli considerati che, pertanto, sono presentati e discussi come casi speciali di un unico modello. Questo permette di rilevare le caratteristiche comuni tra i diversi modelli e di indagare così sul rapporto tra le decisioni di voto/astensione degli elettori e l'equilibrio politico.
La rassegna evidenzia come l'introduzione della possibilità di astensione per indifferenza in un modello di competizione elettorale *à la* Downs non sia sufficiente a garantire la differenziazione delle politiche proposte in equilibrio, a meno che gli elettori non siano uniformemente distribuiti lungo lo spazio politico (in questo caso gli equilibri di Nash sono multipli). Tale risultato vale sia nel caso di un unico costo di votazione per tutti i cittadini (Hortala-Vallve e Esteve-Volart, 2005) sia nel caso in cui il costo di votazione e la politica ideale dei cittadini sono indipendentemente distribuiti (Ledyard, 1984). La ragione principale risiede nell'assunzione di funzioni di utilità standard, lineari o concave nella distanza politica, e nelle peculiarità dell'astensione per indifferenza: gli elettori periferici votano con maggiore

probabilità degli elettori collocati nelle vicinanze di un partito ed un movimento in direzione della piattaforma avversaria arreca un danno al partito rivale, in quanto incrementa l'astensionismo nel suo bacino di attrazione. Pertanto, avvicinarsi alla proposta politica rivale non risulta essere così costoso, in termini di perdita di elettori attivi, da spingere i partiti a scegliere posizioni differenti. Con l'assunzione di funzioni di utilità quasi-concave (Irons, 1997) o convesse, invece, gli elettori periferici valutano la differenza tra le due piattaforme *relativamente* alla propria posizione (Kirchgassner, 2003), per cui quanto più il cittadino è lontano dalle posizioni correnti dei due partiti, quanto più le considera simili. Un elettore estremista non è in grado di cogliere sostanziali differenze tra due proposte politiche moderate che risultano, in ogni caso, lontane dalle sue preferenze; un elettore moderato invece, essendo più vicino, percepisce una maggiore differenziazione nelle piattaforme elettorali. In effetti, gli elettori periferici si comportano *come se* considerassero il movente dell'alienazione: la probabilità di astensione è una funzione crescente della distanza dal partito preferito. In questo caso il movimento di un partito in direzione di quello rivale può risultare talmente costoso da non migliorare la probabilità di vittoria o la percentuale di voti ottenuta. Tuttavia, al fine di individuare un equilibrio in cui i partiti scelgono posizioni differenti, più coerente con la realtà rispetto alla convergenza nella politica dell'elettore mediano, l'assunzione di utilità quasi-concave, in contrasto con la teoria dell'utilità standard, sembra costituire un'assunzione ad hoc. Mantenendo le funzioni di utilità "standard", lineari o concave, gli elettori più lontani si astengono con maggiore probabilità di quelli più vicini alle politiche proposte solo se viene introdotta la possibilità di *astensione per alienazione*. La considerazione di entrambe le cause di astensione (Llavador 2000) implica comunque la convergenza delle politiche in equilibrio, sebbene la piattaforma comune (la politica ideale dell'elettore centrale) differisca dall'elettore mediano in funzione del valore di soglia dell'alienazione (la tolleranza) e della distribuzione dei cittadini lungo lo spazio politico. Se, invece, l'unica causa di astensione è l'alienazione e la distribuzione dei cittadini è bimodale (Llavador, 2000), in particolare se i cittadini sono divisi in due gruppi o sub-popolazioni ciascuna delle quali presenta una sua distribuzione ed un elettore modale (picco), l'equilibrio è caratterizzato dalla differenziazione delle piattaforme elettorali a condizione che i due gruppi siano ugualmente numerosi, altrimenti i partiti risultano attratti dal gruppo relativamente più numeroso e le proposte politiche convergono nell'elettore centrale di tale gruppo.

In sintesi, la rassegna fornisce due importanti risultati:

- con utilità concave o lineari nella distanza, la possibilità di astensione per indifferenza non conduce ad una differenziazione delle politiche proposte in equilibrio, a meno che la distribuzione degli elettori non sia uniforme (in questo caso si hanno multipli equilibri politici all'interno di una regione dell'intervallo di politiche);
- con utilità quasi-concave o con l'introduzione della distanza relativa un movimento in direzione del partito rivale può risultare costoso a tal punto da incentivare i partiti ad assumere posizioni programmatiche differenti; in entrambi i casi, avvicinarsi alla piattaforma avversaria è costoso in termini di perdita di elettori periferici, esattamente come in un modello con astensione per alienazione.

Quindi la possibilità di divergenza politica sembra essere legata alla possibilità di perdere elettori periferici a seguito di uno spostamento verso la proposta rivale. Per introdurre l'astensione dalle regioni periferiche, un modello con astensione per sola indifferenza deve assumere utilità quasi-concave, considerare il concetto di distanza relativa o mantenere le funzioni di utilità standard ed introdurre la possibilità di astensione a causa dell'alienazione.

Capitolo 2

Dal momento che in letteratura manca un'analisi completa degli effetti sull'equilibrio politico della possibilità di astensione per sola alienazione (i due primi tentativi sono Llavador, 2000, e Leppel, 2009), il capitolo presenta ed esamina un modello di competizione elettorale *à la* Downs con astensione per alienazione e *tolleranza ideologica*, ovvero la tolleranza del cittadino è una funzione della sua politica ideale. Il principale obiettivo è analizzare in che modo la tolleranza e la distribuzione dei cittadini lungo la scala di politiche influenzino congiuntamente il posizionamento strategico dei partiti[2]. In particolare, il lavoro mira ad esaminare la possibilità di divergenza politica, vale a dire di differenziazione delle politiche proposte dai (due) partiti, e ad indagare, nel caso di convergenza delle politiche annunciate,

[2] Il presente lavoro, inoltre, studia l'equilibrio politico relativo a partiti che massimizzano l'ammontare dei voti ricevuti, piuttosto che la probabilità di vittoria del modello Downsiano, con l'intento di stabilire in quali condizioni il criterio di massimizzazione dei voti produca un risultato consistente. Infatti, se nel modello Downsiano senza astensionismo tale criterio è alternativo alla massimizzazione della probabilità di vittoria, in quanto conduce allo stesso equilibrio politico, ciò non si verifica introducendo la possibilità di astensione. Quando tutti i cittadini votano l'ammontare dei voti assegnati ad un partito coincide con la percentuale/quota di voti ricevuti perciò massimizzare la probabilità di vittoria o la quota di voti è equivalente. Se, invece, i cittadini possono astenersi i due criteri non sono alternativi e, in particolare, i partiti mirano ad allontanarsi l'uno dall'altro nel tentativo di catturare quanti più elettori possibile, indipendentemente dalla probabilità di vittoria. Secondo Osborne (1995) il criterio di massimizzazione dei voti ha "senso" solo se rispetta l'ordinamento di preferenza naturale in una competizione elettorale, in base al quale ogni partito preferisce vincere piuttosto che pareggiare e pareggiare piuttosto che perdere.

sulla relazione intercorrente tra la piattaforma comune e la politica preferita dall'elettore mediano, ai fini di una qualificazione del teorema dell'elettore mediano (Downs, 1957).

Il capitolo è così organizzato:

I fase In linea con la letteratura sull'astensione per alienazione, in particolare con il contributo di Llavador (2000), la soglia di tolleranza è uguale per tutti i cittadini. L'equilibrio politico può essere caratterizzato da divergenza politica solo se gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo lo spazio politico; in questo caso esiste un'intera regione di politiche di equilibrio, all'interno della quale qualunque combinazione di proposte politiche costituisce un equilibrio Downsiano. Se, invece, la distribuzione degli elettori è a picco singolo (*single-peaked*) subentra una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro così che, in equilibrio, le proposte politiche convergono in un'unica piattaforma: la politica dell'elettore centrale (Llavador, 2000) che, in generale, differisce dalla politica dell'elettore mediano a meno che la distribuzione degli elettori sia simmetrica, oppure asimmetrica ma con la tolleranza dei cittadini sufficientemente elevata.

II fase La tolleranza può assumere due possibili valori a seconda del gruppo di appartenenza del cittadino: il gruppo degli elettori moderati/tolleranti (centrali e con alta tolleranza) ed il gruppo degli elettori estremisti/critici (periferici e con bassa tolleranza). In questo contesto, una distribuzione di elettori uniforme implica una molteplicità di equilibri Downsiani, all'interno di una regione di politiche relative agli elettori moderati/tolleranti. Se, con una distribuzione di elettori uniforme, l'equilibrio politico può essere caratterizzato da divergenza politica, una distribuzione a picco singolo provoca inevitabilmente la convergenza delle proposte politiche annunciate. La piattaforma comune è la politica preferita dall'*elettore mediano locale* che appartiene al gruppo di elettori tolleranti e, a seconda dei casi, è posizionato nella regione centrale (elettore centrale) o periferica (elettore centrale locale).

III fase La tolleranza ideologica è una funzione continua delle politiche ideali degli elettori e presenta un unico massimo in corrispondenza dell'elettore più tollerante. Se gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo l'asse politico, le proposte politiche dei partiti convergono in un punto in cui la tolleranza degli *elettori cut-off*, ovvero gli elettori la cui distanza dal partito preferito eguaglia la propria tolleranza, è identica. Il teorema dell'elettore mediano può essere interpretato come un caso particolare in cui la tolleranza ideologica è simmetrica, vale a dire l'elettore mediano è anche l'elettore più tollerante. Estendendo l'analisi alle distribuzioni a picco singolo degli elettori, si rileva come le caratteristiche della tolleranza ideologica e della densità degli elettori determinino congiuntamente l'equilibrio politico. La combinazione tra densità e tolleranza degli elettori consente di analizzare sia la possibilità di divergenza politica sia di qualificare il teorema dell'elettore mediano. In generale, quando le politiche ideali degli elettori più tolleranti sono anche quelle più frequenti tra i cittadini le piattaforme elettorali convergono nella politica dell'elettore mediano locale, che diverge dall'elettore mediano e in direzione dell'elettore più tollerante. La divergenza politica è, invece, un possibile equilibrio nel caso in cui la regione di politiche tolleranti è significativamente diversa da quella delle politiche più popolari tra i cittadini; in questo caso un partito si posiziona nelle vicinanze dell'elettore modale e l'altro in prossimità dell'elettore più tollerante. Tuttavia, non sempre questo si verifica. L'alta tolleranza del proprio elettore cut-off (*effetto tolleranza*) o l'alta densità degli elettori periferici (*effetto densità*) potrebbero essere tali da compensarsi, vale a dire la riduzione della tolleranza del proprio elettore cut-off, in seguito ad un avvicinamento al partito rivale, potrebbe essere più che compensata dall'incremento della densità degli elettori; allo stesso modo l'allontanamento dalle politiche più frequenti tra gli elettori potrebbe essere più che compensato dall'incremento della tolleranza dell'elettore cut-off. Quando i due effetti si compensano le proposte politiche dei partiti, in equilibrio, convergono e la piattaforma comune è la politica dell'elettore mediano locale.

Al fine di un confronto diretto con i risultati ottenuti da Llavador (2000) relativi ad un unico parametro di tolleranza, l'analisi dell'influenza della tolleranza ideologica sul posizionamento strategico dei partiti si estende alle distribuzioni bi-modali, in base alle quali l'elettorato è suddiviso in due gruppi a seconda dell'orientamento politico (di sinistra o di destra) ed ogni sub-popolazione di cittadini è distribuita secondo una funzione triangolare simmetrica. Con distribuzioni di questo tipo l'equilibrio politico dipende da almeno due fattori: l'orientamento della tolleranza ideologica e la numerosità relativa dei due gruppi

di elettori. Dato il peso relativo dei due gruppi, la tolleranza dei cittadini influenza il posizionamento strategico dei partiti; dall'altro lato, data la tolleranza dei cittadini, la densità degli elettori, ovvero la numerosità relativa delle sub-popolazioni, determina l'equilibrio politico. In particolare, quando la popolazione dei cittadini si distribuisce equamente tra i due gruppi, i partiti scelgono politiche appartenenti a gruppi diversi se l'elettore più tollerante è posizionato al centro della scala politica (tolleranza simmetrica); se invece la tolleranza è orientata a destra, ovvero l'elettore più tollerante è nella seconda sub-popolazione, entrambi i partiti mirano a catturare il secondo gruppo di elettori, pertanto le posizioni programmatiche convergono. Quando la tolleranza è identica tra i cittadini i partiti differenziano le proposte politiche solo se i due gruppi di elettori sono ugualmente numerosi, altrimenti entrambi scelgono di catturare gli elettori del gruppo più numeroso (Llavador, 2000). Quando la tolleranza è ideologica e l'elettore più tollerante appartiene alla seconda sub-popolazione esiste la possibilità di differenziazione delle politiche annunciate se la maggioranza degli elettori è orientata a sinistra (e il divario numerico tra i due gruppi è contenuto), altrimenti i partiti mirano inevitabilmente a catturare gli elettori del secondo gruppo, in quanto relativamente più numerosi e tolleranti.
Nel caso di convergenza politica, la piattaforma comune è verosimilmente la politica preferita dall'elettore mediano locale la cui posizione dipende dalle caratteristiche della tolleranza ideologica e dalla numerosità relativa delle due sub-popolazioni.

Il ***capitolo 3*** mira ad esaminare le principali determinanti di alienazione e indifferenza ed il loro impatto relativo sull'astensionismo nelle elezioni politiche italiane del 2008. Lo studio impiega *il modello unificato della partecipazione al voto e scelta dell'elettore*, sviluppato da Adams et al. (2001), Adams e Merrill (2003) e Adams et al. (2005), in base al quale la decisione di partecipazione o astensione e la decisione su quale candidato/partito votare sono incluse simultaneamente, vale a dire ogni cittadino sceglie simultaneamente se votare e per quale candidato/partito votare. In particolare il modello proposto assume uno spazio politico uni-dimensionale (come in Katz, 2007), considera entrambe le cause di astensionismo e cattura l'effetto sul comportamento degli elettori di fattori politici e non-politici, spaziali e non-spaziali quali le caratteristiche socio-demografiche dei cittadini, le opinioni sul sistema politico, l’esposizione ai mass media e le valutazioni delle abilità/competenze (valenza) dei candidati. Lo studio ha tre finalità principali:

- individuare la relazione esistente tra le caratteristiche individuali, socio-demografiche, attitudinali, di percezione del sistema politico e la probabilità di astensione per indifferenza e/o alienazione, nonché l’influenza dei mass media sulla predisposizione all’indifferenza o all’alienazione;
- determinare l’impatto relativo di indifferenza e/o alienazione sull’astensionismo;
- analizzare la componente di astensione politica, ovvero il legame tra la propensione individuale all’astensione per alienazione o indifferenza e la distanza ideologica dai candidati.

Relativamente al primo punto, tra le due fonti di astensione l’alienazione sembra includere una componente strutturale, mentre l’indifferenza risulta più sensibile al contesto socio-politico, poiché fortemente influenzata dalle variabili che più riflettono il clima di instabilità politica e la delusione dei cittadini, come la disillusione verso la democrazia e la politica. Per quanto riguarda l’influenza dei mass media, le stime mostrano una correlazione negativa tra la probabilità di astensione e l’esposizione ai mass media, sebbene le due cause di astensione risultino influenzate da due fonti diverse di informazione: l’indifferenza dalla lettura dei quotidiani e l’alienazione dalla visione di programmi televisivi di approfondimento politico. Inoltre, in linea con la teoria spaziale del voto, la partecipazione al voto mostra un legame inverso con la distanza ideologica dal candidato. Tuttavia, il comportamento finale dell’elettore, vale a dire la scelta del candidato cui assegnare (eventualmente) il proprio voto, è influenzata congiuntamente dal fattore spaziale, la distanza ideologica, e dal fattore non spaziale, la valenza del candidato, che rappresenta la valutazione delle qualità personali e della potenziale efficacia futura del candidato.

La causa dell’astensione è influenzata dalla distanza ideologica dai candidati. In generale, l’astensione tra gli elettori centrali/moderati è guidata dall’indifferenza, mentre l’alienazione è la principale causa di astensione tra gli elettori con orientamento ideologico più estremista. Il maggiore impatto relativo dell’indifferenza nella regione centrale è la conseguenza della posizione ideologica dei candidati; gli elettori centrali/moderati si trovano, infatti, tra i due principali avversari politici, il candidato di centro-sinistra e di centro-destra, e in prossimità del candidato centrista, perciò la probabilità di essere confusi/indifferenti è elevata. La propensione all’indifferenza aumenta in prossimità del *punto di mezzo*, vale a dire degli elettori posizionati esattamente tra due candidati, mentre si riduce tra gli elettori

ideologicamente vicini ad uno dei candidati. Il contributo dell'alienazione sull'astensionismo aumenta con la distanza ideologica dai candidati, pertanto l'astensione degli elettori periferici, con un orientamento ideologico più estremista rispetto ai candidati, è guidata soprattutto dall'alienazione. Tuttavia, se tra gli elettori con orientamento ideologico di destra l'astensione per alienazione aumenta con la distanza ideologica dal candidato più vicino (S. Berlusconi), l'astensione tra gli elettori di estrema sinistra aumenta in prossimità del candidato di estrema sinistra (F. Bertinotti). Ciò si verifica in quanto l'utilità di aspirazione individuale, ovvero il livello minimo di utilità che persuade l'elettore ad andare a votare, è massima proprio tra gli elettori affini al candidato. Pertanto, l'effetto congiunto della distanza ideologica e della tolleranza individuale determina la probabilità di astensione per alienazione.
Infine, è possibile indagare sulle forme assunte dall'astensione selettiva e/o punitiva che ha colpito in modo particolare l'elettorato di sinistra e centro-sinistra, caratterizzante le elezioni politiche del 2008. L'astensionismo nel campione osservato raggiunge due picchi: uno al centro della scala ideologica e l'altro in corrispondenza del candidato di estrema sinistra. Nel primo caso la causa di astensione dominante è l'indifferenza tra i candidati, che riflette in parte l'insoddisfazione popolare derivante dal clima di instabilità politica caratterizzante il biennio 2006-2008 e, in parte, la confusione dell'elettorato in quanto collocato tra tre candidati differenti. Nel secondo caso, l'astensione è punitiva, o di protesta, e sotto forma di astensione per alienazione, conseguente alla delusione per il fallimento del governo di sinistra instauratosi solo due anni prima. L'astensione selettiva, che ha colpito e danneggiato in modo particolare l'elettorato di sinistra, si manifesta sotto forma di indifferenza tra il candidato moderato e estremista e sotto forma di alienazione, specialmente tra gli elettori più radicali.

III Ringraziamenti

In primo luogo, sono grata al mio supervisore Prof. Debora Di Gioacchino per la sua consulenza, collaborazione, supporto nei momenti più critici, i preziosi suggerimenti ed i validi contributi che mi hanno aiutato nei diversi stadi della tesi.
Sono particolarmente grata al mio correlatore Luca Correani per il continuo sostegno e incoraggiamento, l'entusiasmo nel condividere le proprie conoscenze e le tante conversazioni che da sempre forniscono idee e spunti brillanti.
Un particolare apprezzamento va anche al Prof. Giuseppe Garofalo per il costante interesse nella mia ricerca, l'inflessibile incoraggiamento e per aver ispirato ed arricchito la mia crescita personale come studente e ricercatore.

Ringrazio Fabio Di Dio per i suoi consigli costruttivi e per il tempo dedicatomi.

Ringrazio l'Associazione Itanes (*Italian National Election Studies*) per avermi fornito i dati indispensabili per la realizzazione dello studio empirico.

Le parole non riescono ad esprimere il mio apprezzamento per la mia famiglia, il cui affetto e la fiducia incondizionata costituiscono per me, da sempre, un sostegno fondamentale. Tutto ciò che sono e che possiedo è dovuto senza dubbio a mio padre e mia madre.

Mia sorella Alessia merita una menzione speciale per l'indispensabile sostegno ed incoraggiamento. Grazie per avermi aiutato nei momenti più critici della tesi e, in generale, della vita.

Questa tesi appartiene in parte a Roberto Andreani che con il suo aiuto, il conforto, la comprensione ed il suo amore ha contribuito inconsapevolmente alla realizzazione della tesi (e non solo!). Sono in debito con lui e lo amo più di quanto lui sappia.

Ringrazio le amiche di una vita: Silvia, Sara e Giorgia. Insieme, qualunque strada tortuosa intrapresa appare un comune rettilineo.

Infine un ringraziamento speciale va a Michael che, inconsapevolmente, con la sua determinazione e la costante voglia di mettersi in gioco costituisce per me un esempio da imitare.

Dedico questo lavoro a mia madre che è semplicemente la persona più straordinaria che io abbia mai…che abbia conosciuto.

CAPITOLO 1

ASTENSIONE PER INDIFFERENZA E ALIENAZIONE NEI MODELLI DI COMPETIZIONE POLITICA SPAZIALE: CONTRIBUTI TEORICI ED EVIDENZA EMPIRICA

1.1 Introduzione

Il voto costituisce la principale forma di partecipazione nelle democrazie rappresentative e l'affluenza degli elettori è un chiaro indicatore delle aspettative dei cittadini circa le capacità dei candidati/partiti di curare i loro interessi. Dato che l'astensionismo gioca spesso un ruolo fondamentale negli esiti elettorali, molti modelli di competizione politica spaziale esistenti in letteratura si sono concentrati sulle decisioni di voto/astensione dei cittadini, in particolare come queste possano influenzare l'equilibrio politico.

Il primo modello di competizione politica spaziale è stato proposto da Downs (1957) che ha esteso il framework concettuale della competizione spaziale tra imprese (Hotelling, 1929) alla competizione elettorale tra partiti politici. In particolare due partiti, il cui obiettivo è vincere le elezioni, scelgono simultaneamente dove posizionare le proprie proposte politiche in uno spazio uni-dimensionale. Gli elettori sono distribuiti lungo l'intervallo di politiche a seconda della loro politica ideale ed ogni elettore vota il partito a lui più "vicino". Il risultato è il *teorema dell'elettore mediano*, secondo il quale entrambi i partiti sceglieranno la politica preferita dall'elettore mediano (convergenza politica). Tuttavia, introdurre la possibilità di astensionismo potrebbe modificare tale risultato. Al fine di determinare in che modo l'astensionismo influenza l'equilibrio politico è necessario comprendere *perché* un cittadino decide di astenersi. Il primo tentativo di spiegare le decisioni di voto/astensione dei cittadini è dello stesso Downs che introduce la teoria del voto razionale: i cittadini sono agenti razionali e, in quanto tali, decidono di recarsi alle urne solo se il beneficio atteso dal votare il partito preferito supera il costo dell'atto di votazione[3]. Il beneficio atteso dal voto è il guadagno percepito dalla vittoria del partito preferito, cioè la differenza tra l'utilità che il cittadino ottiene se il partito preferito vince le elezioni e l'utilità che ottiene se, invece, a vincere le elezioni è l'altro partito. Tale beneficio è atteso, cioè moltiplicato per la probabilità che il suo

[3] Poiché la funzione di utilità dipende dalla distanza tra il partito e la posizione del cittadino, il partito preferito è quello più vicino al cittadino. Il costo di votazione è definito come un costo-opportunità in termini di tempo e risorse che il cittadino "spende" nel recarsi alle urne.

voto sia determinante (probabilità di essere un elettore *pivotale*). Il cittadino che decide di astenersi è, dunque, un cittadino indifferente: le proposte politiche appaiono così simili da non giustificare l'atto di recarsi alle urne. In altre parole le politiche proposte non sono sufficientemente diverse da incentivare l'elettore a votare la politica preferita.

Nel contesto della competizione spaziale, c'è sicuramente astensionismo per indifferenza quando le proposte politiche sono identiche oppure quando la politica ideale del cittadino è esattamente alla stessa distanza dalle politiche proposte; in entrambi i casi l'elettore ottiene la stessa utilità indipendentemente da quale politica venga implementata.

Tuttavia l'approccio razionale alla decisione di voto non è in grado di spiegare l'alta affluenza degli elettori tipica delle grandi elezioni. Infatti, nelle grandi elezioni ognuno considera il proprio voto ininfluente ai fini del risultato elettorale, cioè la probabilità di essere un elettore pivotale tende a 0. Secondo la teoria del voto razionale nessuno dovrebbe essere incentivato a recarsi alle urne e l'astensionismo dovrebbe essere totale. I risultati delle elezioni in molti Paesi dimostrano invece che gran parte degli elettori si reca alle urne per assegnare il proprio voto, nonostante esso sia percepito come non determinante. In questo consiste il cosiddetto *paradosso del non-voto*, che molti autori hanno cercato, negli anni, di "risolvere"[4]. In particolare i contributi di Palfrey e Rosenthal (1983) e Ledyard (1984), fondati sulla teoria dei giochi, considerano la probabilità pivotale una variabile endogena che deve essere determinata simultaneamente alle decisioni di voto. Inoltre Ledyard (1984) considera i partiti come giocatori attivi e formalizza la competizione politica come un gioco a due stadi: in un primo stadio i partiti scelgono simultaneamente le proposte politiche; nel secondo stadio i cittadini osservano le proposte e decidono se votare o astenersi. Le politiche proposte in equilibrio dipendono quindi dalle decisioni di voto/astensione dei cittadini; i partiti, il cui unico obiettivo è vincere le elezioni (partiti "opportunisti") decidono strategicamente dove posizionarsi, date le aspettative sul comportamento finale degli elettori.

Il modello di Ledyard è il primo modello di competizione politica con astensionismo analizzato in questo capitolo. Altri modelli possono essere considerati casi speciali del modello di Ledyard, sebbene con numerose differenze: Irons (1997), Hortala-Vallve e Esteve-Volart (2005), Kirchgassner (2003), introducono l'astensione per indifferenza come Ledyard.

Tuttavia esiste un'altra importante fonte di astensione: l'alienazione. Ricker e Ordeshook (1968) seguono l'approccio razionale alla teoria del voto ma considerano il *beneficio totale* atteso dall'elettore, composto dal guadagno di utilità percepito dalla vittoria del partito

[4] Si veda Geys (2006) per una rassegna delle principali teorie razionali del voto.

preferito e da un altro beneficio che gli autori individuano nel “senso civico”: votare aumenta l’utilità del cittadino e questo effetto “non dipende dal contributo individuale al risultato elettorale (….). Per molti elettori questo può essere l’aspetto più importante e politicamente significativo del voto” (Ricker e Ordeshook, 1968). Un elettore indifferente può ancora, dunque, decidere di votare. Il paradosso del non-voto non deriva dal fallimento della teoria del voto razionale, bensì dalla mancata considerazione dell’alienazione come causa di astensione alternativa all’indifferenza. Quando il partito più vicino è comunque troppo lontano dalla politica ideale dell’elettore, egli non è interessato a votare in quanto insoddisfatto: nessun partito è in grado di soddisfare sufficientemente i suoi interessi; nessuna proposta politica lo convince a recarsi alle urne. Anche se le proposte dei due partiti sono così differenti da giustificare il costo di votazione, un elettore può ancora astenersi per alienazione. Se l’indifferenza riguarda la distanza tra le due proposte politiche, l’alienazione si basa sulle caratteristiche individuali dell’elettore, in particolare sul livello di tolleranza: quanto più l’elettore è tollerante /accomodante quanto più è disposto a votare un partito lontano dalla sua politica ideale[5].

Dal punto di vista della ricerca empirica, pochi studi hanno evidenziato il contributo relativo di indifferenza e alienazione sull’astensionismo. Infatti la letteratura empirica si è in gran parte concentrata sulla ricerca delle variabili maggiormente esplicative del voto (ad esempio istruzione, reddito, informazione). Il limite principale di questi lavori risiede nell’incapacità di distinguere il *perché* i cittadini decidono di astenersi, ovvero se l’astensionismo è guidato da indifferenza e/o alienazione e quali caratteristiche socio-demografiche influenzano maggiormente i valori soglia di indifferenza (il costo di votazione) e alienazione (la tolleranza).

Un primo studio sull’astensione da indifferenza e alienazione è il lavoro di Brody e Page (1973): usando i dati delle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti gli autori rilevano che gli elettori che percepiscono i candidati come differenti votano con una probabilità significativamente più alta rispetto a coloro che percepiscono i candidati simili (indifferenza). Inoltre un elettore non indifferente può ancora decidere di astenersi se nessun candidato soddisfa i suoi interessi (alienazione). Se il lavoro di Brody e Page è il primo studio a riconoscere entrambe le cause di astensionismo, esso non assume un modello spaziale, ovvero

[5] Per quanto riguarda i modelli di competizione politica spaziale con astensione per alienazione, LLavador (2000) introduce entrambe le fonti di astensione mentre Leppel (2009) si concentra sull’alienazione.

non introduce misure di utilità basate sulla distanza ma piuttosto una valutazione di quanto l'elettore si senta favorevolmente disposto nei confronti di ogni candidato (una sorta di termometro). Zipp (1985) usa misure della distanza percepita dall'individuo dai principali candidati riguardo una gamma di temi politici. L'autore riconosce che i cittadini non votano se "i loro interessi non sono rappresentati da nessuno dei candidati principali" (alienazione). Questo lavoro è uno dei primi a determinare il peso relativo di indifferenza e alienazione sull'astensionismo, rilevando il maggior impatto dell'indifferenza rispetto all'alienazione.

Gli studi menzionati mancano di tre aspetti rilevanti: non c'è un'analisi delle principali determinanti di alienazione e indifferenza, con particolare riferimento ai valori soglia, ed inoltre la decisione di votare o astenersi e la decisione su quale candidato votare sono sequenziali. Negli ultimi anni diversi studi empirici sull'astensione si sono basati su un *modello unificato della partecipazione al voto e scelta degli elettori*, secondo il quale l'elettore sceglie simultaneamente *se* votare e *quale* candidato votare[6]. Inoltre, alienazione e indifferenza sono influenzati da fattori spaziali (la distanza politica e ideologica dai partiti/candidati), fattori non-spaziali (le caratteristiche socio-demografiche dell'elettore) e dalle valutazioni sulle politiche proposte dai candidati. Tale modello consente di esaminare la la relazione intercorrente tra partecipazione/astensione al voto e proposte politiche dei candidati[7] e di esaminare la componente di *astensione politica,* per cui le tendenze individuali all'astensione per alienazione o indifferenza sono significativamente influenzate dalle posizioni politiche dei partiti/candidati.

[6] Thurner e Eymann (1998) riconoscono la necessità di un modello simultaneo. Merrill e Grofman (1999) sviluppano il modello unificato di partecipazione e scelta dell'elettore, sulla base dei contributi di Sanders (1998) e Lacy e Burden (1999). Successivamente Adams, Dow e Merrill (2003, 2006) applicano il modello unificato (anche denominato modello unificato indifferenza-alienazione) alle elezioni presidenziali statunitensi, britanniche, svedesi, francesi. Una metodologia analoga è utilizzata da Katz (2007) che effettua la prima analisi dell'astensionismo per alienazione e indifferenza in un Paese dell'America latina, il Brasile, usando i dati relativi alle elezioni presidenziali del 2002.

[7] Alcuni lavori assumono una politica unidimensionale e quindi si concentrano sulla dimensione ideologica (ad esempio Katz, 2007); altri invece considerano la politica multi-dimensionale e tengono conto sia dell'ideologia che delle posizioni dei candidati e cittadini relative ad alcuni temi politici rilevanti (ad esempio Adams et al 2003, 2006, Hortala-Vallve e Esteve-Volart 2010). In questo caso le differenze nella propensione al voto tra gli elettori potrebbero dipendere in parte dai temi politici a cui maggiormente si interessano. Infatti i cittadini tipicamente si preoccupano solo di pochi argomenti politici, quelli ritenuti "salienti" e su questi temi basano le proprie decisioni di partecipazione al voto e scelte di votazione.

Pertanto potrebbe essere interessante sviluppare questi studi nella direzione della salienza degli argomenti politici, al fine di analizzarne il legame con la propensione all'astensione per indifferenza e/o alienazione. Tuttavia, l'informazione sulla salienza di un argomento politico potrebbe essere in parte "distorta" dalla presenza dei mass-media che tendono a enfatizzare un tema politico piuttosto che un altro, così come dalle strategie dei partiti riguardo i temi politici su cui maggiormente puntare in campagna elettorale. Si ritiene, dunque, che la relazione tra fonti di astensionismo e salienza dei temi politici possa costituire un'interessante area di ricerca per il futuro.

Il capitolo è così strutturato: la prossima sezione fornisce un breve excursus dei contributi alla teoria del voto, dalla teoria del voto razionale (Downs, 1957, Ricker et al. 1968) all'approccio fondato sulla teoria dei giochi (Palfrey et al. 1983, Ledyard 1984). Successivamente verranno analizzati e discussi i più interessanti modelli di competizione spaziale *à la* Downs con astensionismo. In particolare ogni modello sarà analizzato come caso speciale di un unico modello generale che considera entrambe le fonti di astensione. L'obiettivo finale è quello di fornire un'ampia visione d'insieme dei modelli spaziali con astensionismo, con particolare riguardo a:

- come introdurre in un modello di competizione elettorale spaziale la possibilità di astensione dovuta a indifferenza o alienazione; vedremo che la forma delle funzioni di utilità dei cittadini, così come la funzione del beneficio atteso dal voto, sono determinanti nel definire il peso di alienazione e indifferenza nel comportamento finale del cittadino;
- come l'equilibrio politico possa essere influenzato dalla partecipazione al voto. Al fine di individuare un equilibrio in cui i partiti scelgono posizioni differenti (divergenza politica), più coerente con la realtà rispetto alla convergenza nella politica dell'elettore mediano, la maggior parte della letteratura si è concentrata sull'astensione da indifferenza che, per definizione, introduce una forza centrifuga che spinge i partiti ad allontanarsi l'uno dall'altro. Tuttavia vedremo come questo non sia sufficiente a garantire divergenza politica, in particolare quando le funzioni di utilità sono concave e la funzione di distribuzione dei cittadini è a picco singolo (*single-peaked).*

1.2 Dal paradosso del non-voto all'astensione per indifferenza e alienazione

1.2.1 Il modello Hotelling-Downs e il paradosso del non-voto

Il primo modello di competizione elettorale spaziale risale al 1957 (Downs) ed è basato sul modello di competizione spaziale tra imprese (Hotelling, 1929). Esiste un continuum di cittadini I ed uno spazio di politiche P sottoinsieme di uno spazio reale, $P \subset \mathbb{R}^n$; se $n > 1$ lo spazio delle politiche è multi-dimensionale altrimenti è uni-dimensionale, ovvero P è un intervallo reale ($n = 1$). Ogni cittadino è caratterizzato dal suo tipo, $x_i \in P$, che denota la sua *politica ideale* in P; le preferenze dei cittadini sono rappresentate da una funzione di utilità $u: P \to \mathbb{R}$ tale che:

$$u(d_x) \geq u(d_y) \text{ solo se } d_x \leq d_y$$

dove d_x (d_y) è la distanza dalla politica x (y):

$$d_x = |x - x_i|$$

pertanto ogni cittadino preferisce il partito la cui proposta è più vicina alla sua politica ideale. Due partiti politici, denominati A e B, scelgono simultaneamente le proposte politiche p_J ,con $J = A, B$, al fine di massimizzare il proprio payoff $\Phi^J: P \times P \to \mathbb{R}$ ($J = A, B$). Entrambi i partiti conoscono la funzione di distribuzione dei cittadini lungo l'intervallo di politiche $F: P \to [0,1]$, dove $F(x)$ indica la frazione della popolazione di cittadini la cui politica ideale è minore di x. Nel modello Downsiano i partiti sono opportunisti, ovvero si preoccupano esclusivamente di vincere le elezioni[8]; il payoff è la probabilità di vittoria $\pi_J(p_A, p_B)$, definita come:

$$\pi_J(p_A, p_B) = \begin{cases} 0 \;\; if \; D_J(p_A, p_B) < 0 \\ \frac{1}{2} \;\; if \;\; D_J(p_A, p_B) = 0 \\ 1 \;\; if \; D_J(p_A, p_B) > 0 \end{cases}$$

dove $D_J(p_A, p_B)$ è la differenza di voti per il partito $J = A, B$ quando la coppia di politiche annunciate è (p_A, p_B). In particolare $V_J(p_A, p_B)$ indica la percentuale di cittadini che votano per il partito $J = A, B$, ovvero i voti che il partito ottiene:

$$V_J = \int_{X_J} f(x)dx$$

dove X_J è l'insieme di elettori per il partito J. Essendo $F(x)$ una misura di probabilità su P si ha che:

$$V_J \in [0,1]$$

La differenza dei voti per il partito J è $D_J: P \times P \to [-1,1]$, definita come:

$$D_J(p_A, p_B) = V_J(p_A, p_B) - V_{-J}(p_A, p_B)$$

---

[8] Nel modello di Wittman (1973) i partiti politici si preoccupano non solo di vincere le elezioni ma anche della politica implementata. In particolare i partiti sono ideologici, ovvero hanno una politica ideale all'interno dell'intervallo di politiche: $\hat{p}_A$ per il partito A e $\hat{p}_B$ per il partito B. La funzione di payoff del partito A (analogamente per B) tiene conto sia della probabilità di vittoria che della politica implementata:

$$\Phi^A = \pi^A(p_A, p_B)u^A(p_A) + \left(1 - \pi^A(p_A, p_B)\right)u^A(p_B)$$

dove $\pi^A(p_A, p_B)$ è la probabilità di vittoria del partito e $u^A(p_J) = f\left(\left|p_J - \hat{p}_A\right|\right)$ è l'utilità del partito negativamente correlata alla distanza tra la politica proposta (e implementata) e la politica ideale.

e

$$D_{-J}(p_A, p_B) = -D_J(p_A, p_B).$$

In una variante del modello di Downs l'obiettivo di ogni partito è massimizzare la quota di voti ottenuta piuttosto che la probabilità di vittoria. Con $S_J(p_A, p_B)$ indichiamo la quota ("*share*") di voti per il partito $J = A, B$ relativa alla coppia di politiche (p_A, p_B), ovvero:

$$S_J(p_A, p_B) = \frac{V_J(p_A, p_B)}{V_J(p_A, p_B) + V_{-J}(p_A, p_B)}$$

Dato che tutti i cittadini votano, la somma dei voti è sempre pari a 1:

$$V_J(p_A, p_B) + V_{-J}(p_A, p_B) = 1 \quad \forall\ (p_A, p_B)$$

pertanto massimizzare la quota di voti ottenuta è esattamente come massimizzare i voti che il partito riceve.

***Definizione*:** la coppia di proposte politiche (p_A^*, p_B^*) è un equilibrio politico se:

$$\Phi^A(p_A^*, p_B^*) \geq \Phi^A(p_A, p_B^*) \quad \forall\ p_A \in P$$
$$\Phi^B(p_A^*, p_B^*) \geq \Phi^B(p_A^*, p_B) \quad \forall\ p_B \in P.$$

dove $\Phi^J(p_A, p_B)$ è la probabilità di vittoria o la quota di voti.

Formalmente, le principali assunzioni del modello di Downs sono le seguenti:

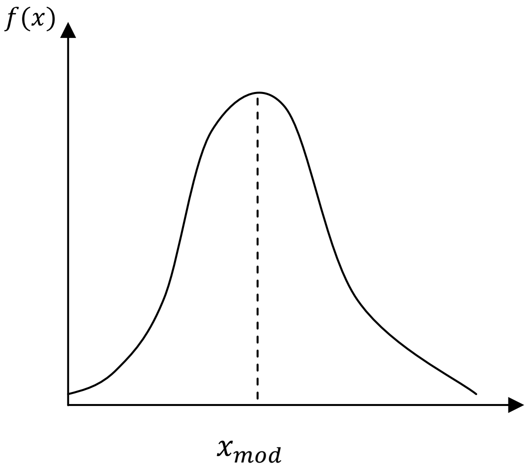
- **A1**. Informazione completa: ogni partito conosce la funzione di distribuzione F dei cittadini lungo l'intervallo di politiche P così come la funzione di utilità u.
- **A2**. Preferenze dei cittadini: la funzione di utilità dei cittadini è continua, simmetrica intorno a x_i, monotona crescente (decrescente) per politiche a sinistra (destra) della politica ideale; esiste un unico massimo in x_i:
  - *Simmetria:* $u(d_x) = u(d_y)\ \forall\ d_y = d_x$;
  - *Unico punto di massimo e monotonicità:* $u(|x - x_i|) = u(0) = u_{max}$ e:

$$u'(x)\begin{cases} \geq 0 & x \leq x_i \\ \leq 0 & x \geq x_i \end{cases}$$

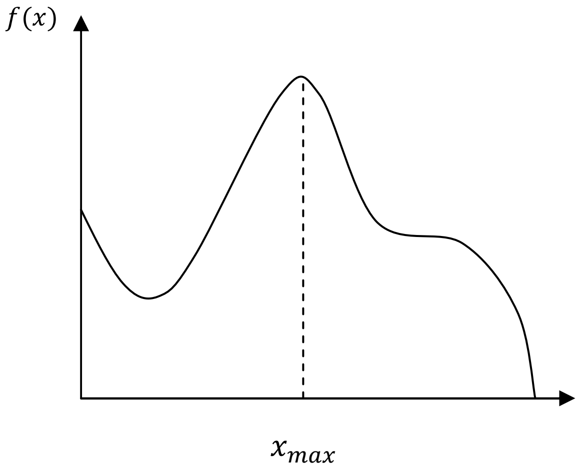
- **A3**. La funzione di densità continua $f: P \to \mathbb{R}$ è "a picco singolo" (*single-peaked*), ovvero presenta un unico massimo locale che è anche un massimo globale (un solo picco). Formalmente la definizione di funzione a picco singolo richiama il concetto di quasi-concavità.

***Definizione**:* la funzione $f: P \rightarrow \mathbb{R}$ è a picco singolo (*single-peaked*) se e solo se è strettamente quasi-concava in P.[9]

La funzione a picco singolo è sicuramente unimodale, mentre una funzione uni-modale non è sempre a picco singolo. La figura seguente riporta, a sinistra, una funzione di densità unimodale e a picco singolo e, a destra, un esempio di funzione unimodale non a picco singolo; in particolare la funzione non è quasi-concava[10].



funzione unimodale e single-peaked



funzione unimodale e non single-peaked (non quasi-concava)

- **A4**. Ogni cittadino vota il partito J la cui proposta politica massimizza l'utilità:

$$u(|p_J - x_i|)$$

dato che il legame tra utilità e distanza è inverso, il cittadino vota il partito più vicino alla sua politica ideale x_i.

Lemma 1.1

$F(p_J)$ è la frazione di cittadini la cui politica ideale è minore di p_J. Se le assunzioni A1-A4 sono valide allora $F(p_J)$ è continua e strettamente crescente in P.[11]

Dimostrazione

$F(p_J)$ indica la frazione della popolazione di individui la cui politica ideale è minore di p_J:

[9] Per una definizione formale si veda l'appendice a fine capitolo.
[10] L'esempio è tratto da Roemer, "Political Competition" (2001).
[11] Per ulteriori dettagli si veda Roemer (2001).

$$F(p_J) = \int_0^{p_J} f(p)dp$$

Dato che la funzione di densità f è continua, anche $F(p_J)$ è continua. Indichiamo con $C^{p_J} \subset C$ l'insieme dei cittadini in C la cui politica ideale è minore di p_J. Consideriamo la politica $p_H > p_J$. L'insieme di cittadini la cui politica ideale è minore di p_H include l'insieme C^{p_J} così come tutti i cittadini con politica ideale nell'intervallo (p_J, p_H), pertanto:

$$C^{p_H} \supset C^{p_J}$$

quindi,

$$F(p_J) < F(p_H)$$

■

Date le assunzioni A1-A4 ogni partito può aumentare il suo payoff avvicinandosi alla proposta politica del partito rivale. In altre parole, c'è una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro. Dato che nessun cittadino si astiene, muoversi verso il partito rivale consente di "rubare" gli elettori *interni*, ovvero i cittadini posizionati tra le due proposte politiche, senza perdere nessun voto *esterno*, cioè nessun elettore della coda sinistra (se il partito è a sinistra del rivale) o destra (se il partito è alla destra del rivale). Conseguentemente il movimento verso il partito rivale consente di ottenere un guadagno netto di voti così da incrementare la probabilità di vittoria.

Senza perdita di generalità, supponiamo che le proposte dei due partiti siano tali che $p_A < p_B$. Il partito A ottiene tutti gli elettori posizionati a sinistra del punto di mezzo, $x_i = \frac{p_A+p_B}{2}$, mentre il partito B ottiene gli elettori alla destra del punto di mezzo. Se il partito A si avvicina alla proposta di B in Δ-passi, può sottrarre al rivale gli elettori posizionati tra il vecchio e il nuovo punto di mezzo, $x_i = \frac{p_A+p_B}{2} + \frac{\Delta}{2}$, senza perdere nessun voto dalla coda sinistra. Poiché:

$$F\left(\frac{p_A + p_B}{2} + \frac{\Delta}{2}\right) > F\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right)$$

il partito A incrementa la quota di voti e migliora la probabilità di vittoria. Ogni partito può incrementare il suo payoff muovendosi in direzione del partito rivale[12]. Ciò implica la seguente proposizione.

[12] Se ogni cittadino vota l'assunzione di preferenze single-peaked non è cruciale, bensì è sufficiente che la funzione di distribuzione sia unimodale. Piuttosto, in presenza di astensione è importante distinguere tra funzioni single-peaked e "multi-peaked", come dimostrato da Llavador (2000).

Proposizione 1.1: $\pi^J(p_A, p_B)$ e $V^J(p_A, p_B)$ indicano rispettivamente la probabilità di vittoria e la quota di voti del partito $J = A, B$. Sia che i partiti massimizzino la probabilità di vittoria, $\Phi^J(p_A, p_B) = \pi^J(p_A, p_B)$, oppure la quota di voti, $\Phi^J(p_A, p_B) = V^J(p_A, p_B)$, l'equilibrio politico è unico:

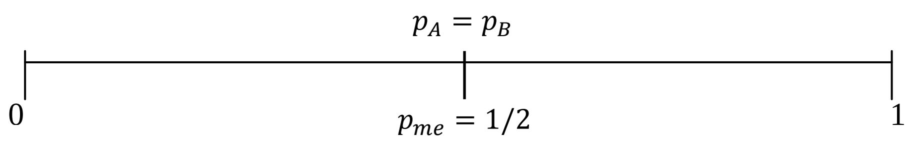
$$(p_A, p_B^*) = (p^*, p^*)$$

dove p^* è la politica preferita dall'elettore mediano, così che:

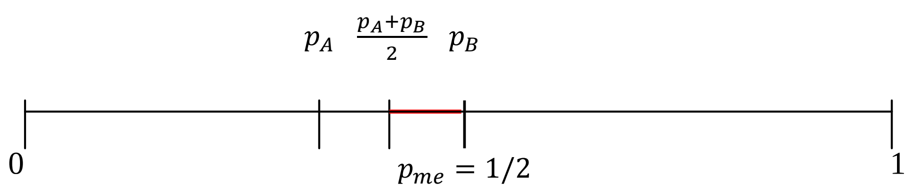
$$\pi^J(p^*, p^*) = V^J(p^*, p^*) = 1/2$$

Dimostrazione:

La politica p^* è l'unico *vincitore di Condorcet*, ovvero la politica che sconfigge (o pareggia) ogni altra politica in P. Supponiamo che $F(x)$ sia uniforme (il ragionamento per altre funzioni di distribuzione è simile). La politica dell'elettore mediano è $p_{me} = \frac{1}{2}$. Se il partito A sceglie una qualunque politica $p_A < p_{me}$ e invece il partito B la politica dell'elettore mediano, il partito A "regala" a B tutti gli elettori posizionati nell'intervallo $\left[\frac{p_A+p_B}{2}, p_{me}\right]$, come mostrato nella figura seguente. Allo stesso modo, se $p_A > p_{me}$, il partito perde (a vantaggio di B) tutti gli elettori all'interno di $\left[p_{me}, \frac{p_A+p_B}{2}\right]$.



I caso: $p_A = p_B = 1/2$ quindi entrambi i partiti ottengono ½ voti.



II caso: $p_A < p_B = 1/2$ il partito A perde i voti $(p_B - \frac{p_A+p_B}{2})$.

Dato che tutti i cittadini votano:

$$\pi^A(p_A, p_{me}) = 0 \qquad \forall\, p_A \neq p_{me}$$

così come:

$$V^A(p_A, p_{me}) < V^A(p_{me}, p_{me}) \qquad \forall\, p_A \neq p_{me}$$

E' facile constatare come il ragionamento sia valido anche per funzioni di distribuzione diverse da quella uniforme: in ogni caso nessun partito è incentivato a deviare da $p_{me} = 1/2$.[13]

■

Al fine di introdurre la possibilità di astensione nel modello si rimuove l'assunzione A4, per cui avvicinarsi al partito rivale può significare *perdere voti* piuttosto che guadagnarne. Questo perché le due proposte politiche diventano così simili che il guadagno di utilità atteso dal votare il partito preferito è così basso da non compensare un costo di votazione positivo. La teoria del voto come scelta razionale deriva dalle osservazioni di Downs (1957) che riconobbe per primo l'importanza dell'astensionismo. La teoria assume che il cittadino diventa elettore attivo solo se il beneficio atteso dal votare il partito preferito supera il costo di votazione c. In particolare ogni cittadino è un agente razionale e sceglie di recarsi alle urne solo se l'utilità attesa dal votare il partito preferito è più alta dell'utilità attesa dal non recarsi alle urne (astensione):

$$E[u(\text{voto})] = p_v u(|p_J - x_i|) - c$$

$$E[u(\text{astensione})] = p_v u(|p_{-J} - x_i|)$$

con $|p_J - x_i| \leq |p_{-J} - x_i|$. Il cittadino i-esimo è un elettore attivo solo se:

$$p_v B > c$$

dove B è il beneficio atteso dal voto:

$$B = |u(|p_J - x_i|) - u(|p_{-J} - x_i|)|$$

e p_v la probabilità di essere un elettore *pivotale*, cioè determinante ai fini del risultato elettorale.

- **A4'.** *Voto razionale secondo Downs*: il cittadino i decide di votare solo se:

$$p_v B > c.$$

[13] Nel modello di Wittman (1973) l'equilibrio è (p_{me}, p_{me}) solo se i partiti sono "polarizzati" cioè se le loro politiche ideali si trovano ai lati opposti del mediano:

$$\hat{p}_A < p_{me} < \hat{p}_B$$

Infatti la politica ideale non è la migliore strategia: se $(p_A, p_B) = (\hat{p}_A, \hat{p}_B)$ un partito può muoversi verso il mediano di ε e migliorare il proprio payoff:

$$\Phi^J(\hat{p}_J, \hat{p}_J - \varepsilon) > \Phi^{-J}(\hat{p}_J, \hat{p}_J - \varepsilon)$$

con $J = A, B$. Di conseguenza entrambi i partiti sceglieranno la politica dell'elettore mediano.

Nelle elezioni nazionali, la probabilità che il voto individuale sia decisivo è così bassa che $p_v B$ tende a 0. Pertanto qualunque costo di votazione positivo renderebbe la scelta di recarsi alle urne una scelta non proficua. Anche se il cittadino ha una forte preferenza per una delle due proposte politiche, si comporta razionalmente e decide di astenersi. Dunque nelle grandi elezioni l'affluenza positiva degli elettori è incoerente con un comportamento razionale. Il comportamento delle masse di elettori che si recano alle urne è essenzialmente irrazionale da un punto di vista "economico"; piuttosto ogni cittadino dovrebbe razionalmente decidere di astenersi. In ciò consiste il cosiddetto ***"paradosso del non-voto"***, oggetto negli anni di numerosi tentativi di risoluzione/spiegazione.
Downs suggerisce che se nelle grandi elezioni la probabilità di essere determinante sul risultato finale è approssimativamente nulla per ogni elettore, forse non è l'approccio razionale alla teoria del voto ad essere sbagliato, piuttosto c'è un beneficio percepito dall'elettore in aggiunta a $p_v B$.
Ricker e Ordeshook (1968) ipotizzano un beneficio diretto D generato dal voto; D è il "dovere civico" che ogni elettore percepisce in quanto membro attivo di una democrazia. Pertanto l'utilità attesa dal voto include anche il senso civico dei cittadini:

$$E[u(\text{voto})] = p_v u\left(\left|p_J - x_i\right|\right) + D - c$$

con $\left|p_J - x_i\right| \leq \left|p_{-J} - x_i\right|$. Il cittadino decide di votare solo se:

$$p_v B + D > c$$

- **A4''**. *Voto razionale secondo Ricker e Ordeshook*: il cittadino i decide di votare solo se:

  $$p_v B > c_n$$

  dove $c_n = c - D$ è il costo di votazione al netto del senso civico[14].

Se D è così elevato da superare il costo di votazione, l'affluenza positiva nelle grandi elezioni è il risultato di scelte razionali.

[14] La teoria del voto razionale secondo Downs può essere considerata un caso speciale della teoria di Riker e Ordeshook con $D = 0$.

1.2.2 Le teorie del voto razionale e il contributo della teoria dei giochi

I diversi tentativi di risolvere il paradosso del non-voto sembrano essere, tuttavia, piuttosto deboli. La probabilità di essere pivotale, infatti, deve essere *simultaneamente determinata* con le decisioni di partecipazione al voto. Se nelle elezioni p_v tende a 0 anche l'incentivo a votare, misurato da $p_v B$, tende a 0 così che nessun cittadino decide di votare; tuttavia, se tutti si astengono la probabilità di essere un elettore determinante ai fini dell'esito elettorale è 1. In altre parole p_v deve essere coerente con le decisioni di voto/astensione. In particolare, in equilibrio:

- la strategia di ogni cittadino è la miglior risposta alle sue aspettative razionali circa le strategie adottate dagli altri elettori; data la probabilità attesa di essere un elettore pivotale, p_v^e, ogni cittadino sceglie la strategia ottimale;
- in equilibrio le aspettative devono essere realizzate: $p_v^e = p_v$.

L'approccio alle decisioni di voto/astensione basato sulla teoria dei giochi nasce dai contributi di Palfrey e Rosenthal (1983) e Ledyard (1984). In questo contesto il paradosso del non-voto, secondo il quale ogni cittadino razionale decide di astenersi in quanto percepisce il suo voto irrilevante, non rappresenta un profilo di strategie di equilibrio; il totale astensionismo degli elettori non può costituire un equilibrio: se $p_v^e \to 0$ nessun cittadino vota, ma allora la probabilità di essere pivotale è pari a 1 e le aspettative non sono realizzate. Date le posizioni politiche dei partiti, un equilibrio di partecipazione al voto deve essere caratterizzato da:

$$p_v^e = p_v = 1$$

e questo avviene quando ogni elettore si aspetta che:

a. nessun altro voti;
b. tutti gli altri cittadini votino ma $M = N$, dove M, N indicano, rispettivamente, gli elettori potenziali del partito A e B[15].

Proposizione 1.2[16]: L'equilibrio di partecipazione al voto è unico: $M = N$ e $m = n$, dove m (n) è il numero di elettori attivi correnti del partito A (B). Nessun equilibrio può essere caratterizzato da $M > N$ o $M < N$.

[15] Il modello di Palfrey e Rosenthal giunge ad un unico equilibrio con piena affluenza degli elettori; tuttavia gli autori considerano esogene le posizioni dei due partiti e assumono payoff simmetrici per tutti i cittadini.
[16] Per la dimostrazione della proposizione si veda l'appendice posta a fine capitolo.

Corollario: in un modello di competizione politica spaziale con $P = [0,1]$ la proposizione è coerente con due possibili situazioni:

- $p_A = p_B$; poiché la distanza dalle due piattaforme è identica per ogni elettore:

$$d_i^A = d_i^B \quad \forall\, i \in I$$

  ogni elettore è indifferente tra votare il partito A o B e, pertanto, vota (potenzialmente) ogni partito con probabilità ½, così che $M = N$. Dato che $B = 0$ per ogni cittadino, l'astensionismo è totale e $p_v^e = p_v = 1$;
- $p_A \neq p_B$ tali che:

$$\int_{x \in X_A} f(x)dx = \int_{x \in X_B} f(x)dx$$

  dove $X_A = \{x_i | u(|p_A - x_i|) \geq u(|p_B - x_i|)\}$ e $X_B = \{x_i | u(|p_B - x_i|) \geq u(|p_A - x_i|)\}$; nel caso di una funzione di distribuzione simmetrica dei cittadini, le proposte politiche sono equidistanti dal centro.

In base al paradigma del voto razionale e tenendo conto del contributo della teoria dei giochi, l'introduzione della possibilità di astensione per indifferenza implica che, in equilibrio, i partiti si posizionano nello stesso punto (*convergenza politica*) e l'astensione è al 100% oppure scelgono proposte politiche differenti (*divergenza politica*). In quest'ultimo caso l'astensione può essere:

- nulla: tutti i cittadini votano in quanto le proposte politiche dei partiti sono sufficientemente diverse da compensare il costo di votazione;
- positiva, in particolare gli elettori attivi si trovano a sinistra di p_A e a destra di p_B, mentre tutti gli elettori interni si astengono per indifferenza; affinché questo sia un equilibrio di partecipazione al voto è necessario che $F(p_A) = 1 - F(p_B)$ così che $p_v^e = p_v = 1$.[17]

[17] Hortala-Vallve e Esteve-Volart (2005) sviluppano un modello basato sul paradigma del voto razionale, come nell'assunzione A4', dove la probabilità di essere pivotale è esogena e inclusa nel costo di votazione:

$$\frac{c}{p_v} = c$$

Nel caso di una distribuzione uniforme esiste un continuum di equilibri di Nash: ogni coppia di politiche (p_A^*, p_B^*), con $p_A^* \neq p_B^*$, collocate nell'intervallo:

$$\left[\frac{1-c}{2}, \frac{1+c}{2}\right]$$

è un equilibrio politico. Questo risultato è molto simile a Palfrey e Rosenthal; tuttavia, per convincere tutti gli elettori periferici a votare, la distanza minima tra i partiti deve essere $2c$ in Palfrey et al., mentre c in Hortala-Vallve et al.

Introdurre l'astensione per indifferenza nei modelli di competizione spaziale à la Downs può dunque comportare convergenza politica e totale astensionismo, o divergenza politica e astensione tra gli elettori interni, collocati cioè tra le due proposte politiche. L'equilibrio politico, ovvero le piattaforme politiche annunciate dai partiti in equilibrio, è determinato dalla forma delle funzioni di utilità e dalla distribuzione dei cittadini nello spazio politico. In particolare la concavità/convessità delle funzioni di utilità dei cittadini è cruciale nel modello di Ledyard (1984), che rimuove l'assunzione di un costo di votazione uguale per tutti i cittadini[18] ed introduce una funzione di distribuzione dei costi di votazione:

$$H(c) = Pr(C \leq c)$$

Nel caso di funzioni di utilità concave l'equilibrio politico è caratterizzato da convergenza politica, mentre nel caso di convessità le caratteristiche delle funzioni di distribuzione H, F risultano determinanti ai fini del posizionamento dei partiti in equilibrio.

Il modello di Ledyard costituisce una linea di confine nella letteratura sulla competizione spaziale con astensionismo. Infatti, prima di questo modello le posizioni dei partiti erano considerate esogene e l'analisi era focalizzata sul comportamento dell'elettore; tuttavia è fondamentale considerare il ruolo attivo dei partiti nella scelta delle piattaforme elettorali, al fine di individuare l'effetto delle decisioni di voto/astensione dei cittadini sull'equilibrio politico.

1.2.3 Il riconoscimento delle due cause di astensionismo: indifferenza e alienazione

Finora si è discusso dell'astensione causata dall'indifferenza dell'elettore tra le due proposte politiche. In effetti, la letteratura sull'astensionismo nei modelli di competizione politica spaziale ha dedicato ampio spazio al movente dell'indifferenza, con l'intento di individuare

[18] Hortala-Vallve e Esteve-Volart prima assumono un costo di votazione uguale per tutti i cittadini, poi rimuovono questa assunzione e introducono due possibili costi di votazione:

$$c_l, c_h$$

dove l sta per "*low*" (basso) e h sta per "*high*" (alto). Tuttavia c'è una relazione tra i due costi:

$$\frac{c_l}{c_h} = \gamma < 1$$

e questo permette di reinterpretare elettori eterogenei come elettori con uguale costo di votazione e utilità marginali differenti . In questo caso ogni coppia di politiche (p_A^*, p_B^*), con $p_B^* = 1 - p_A^*$, collocate nell'intervallo:

$$\left[\frac{1 - c_l}{2}, \frac{1 + c_l}{2}\right]$$

costituisce un equilibrio politico. In particolare, se $(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{1-c_l}{2}, \frac{1+c_l}{2}\right)$ gli elettori attivi sono tutti i cittadini con costo di votazione c_l posizionati a sinistra di p_A^* e a destra di p_B^*, mentre tutti i cittadini con costo c_h scelgono di astenersi.

un equilibrio politico caratterizzato da differenti piattaforme elettorali (divergenza politica). Nella realtà delle elezioni, infatti, i partiti scelgono diverse proposte politiche (nel caso di spazio multi-dimensionale) e diverse ideologie (nel caso di spazio uni-dimensionale); un risultato ben lontano dal teorema dell'elettore mediano. Pertanto molti modelli di competizione spaziale hanno introdotto la possibilità di astensione per indifferenza, per cui la probabilità che il cittadino voti dipende positivamente dalla distanza tra le politiche annunciate dai partiti: quanto più le politiche proposte sono differenti, tanto più il cittadino è incentivato a recarsi alle urne e contribuire con il proprio voto alla vittoria del partito preferito. Se entrambi i partiti scelgono la stessa politica e il costo di votazione è positivo nessun cittadino partecipa attivamente alle elezioni dato che, indipendentemente dal partito vincitore, la politica implementata è la proposta comune.

Tuttavia, esiste un'altra importante causa di astensione: l'***alienazione***. L'elettore alienato, o disinteressato, è un elettore che decide di astenersi perché insoddisfatto: nessun partito è in grado di soddisfare sufficientemente i suoi interessi; nessuna proposta politica è tale da convincerlo a recarsi alle urne. In questo caso la probabilità di votare dipende dalla distanza tra il cittadino e la proposta politica preferita. Se il partito più vicino è comunque *troppo lontano* dalla politica ideale, l'elettore decide di astenersi. In particolare, l'elettore si astiene se la politica preferita è troppo lontana relativamente ad un valore soglia individuale, identificato dalla *tolleranza* del cittadino: a parità di distanza dal partito preferito, un elettore tollerante/accomodante vota con maggiore probabilità rispetto ad un elettore critico.

Se una parte significativa della letteratura considera esplicitamente solo il movente dell'indifferenza, pochi modelli introducono entrambe le cause di astensione ed ancora meno si concentrano solo sull'astensione per alienazione[19]. In realtà vedremo come l'astensione per alienazione possa essere indirettamente incorporata in un modello che considera solo l'astensione da indifferenza; in particolare, la funzione di utilità determina il comportamento finale degli elettori.

L'approccio del voto razionale genera solo astensione per indifferenza, a meno che non venga introdotto nel beneficio percepito dal cittadino il dovere civico, per cui votare consente di ottenere non solo il guadagno di utilità (surplus) dalla politica annunciata preferita ma anche un'utilità relativa alla partecipazione al voto in quanto membro attivo di una democrazia.

In generale l'utilità percepita dall'elettore è una funzione del beneficio del voto B:

[19] Il dovere civico "D" riconosciuto dagli autori Ricker e Ordeshook è una prima forma di astensione per alienazione.

$$g(B)$$

con $g: P \to \mathbb{R}$ e $g'(\cdot) > 0$. Se l'assunzione A4' viene sostituita dalla A4'', la specificazione della funzione g determina il comportamento finale dell'elettore.

- **A4'''.** Voto razionale: il cittadino i decide di votare solo se:

  $$g(B) > c$$

  dove $g: P \to \mathbb{R}$, $g(0) = 0$ e $g'(\cdot) > 0$.

Nella teoria del voto razionale finora analizzata $g(B) = B$ e l'astensione è causata esclusivamente dall'indifferenza. Tuttavia, vedremo come una particolare specificazione di $g(\cdot)$, legata al concetto di distanza relativa delle proposte politiche, consente di introdurre implicitamente anche l'astensione dovuta ad alienazione, vale a dire gli elettori più distanti dalle proposte politiche si astengono con maggiore probabilità degli elettori più vicini. Un analogo risultato si verifica con $g(B) = B$ e funzioni di utilità quasi-concave o convesse.

Nella prossima sezione alcuni tra i più interessanti modelli di competizione politica con astensionismo sono analizzati e discussi alla luce di un unico modello generale che include entrambe le cause di astensione, seppur con un peso differente.

1.3 Un modello generale di competizione politica *à la* Downs con astensionismo

Due partiti politici, A e B, scelgono simultaneamente le proposte p_J $(J = A, B)$ politiche nello spazio politico uni-dimensionale $P \subset \mathbb{R}$; in particolare si assume un intervallo di politiche unitario: $P = [0,1]$. I partiti sono opportunisti, ovvero si preoccupano esclusivamente di vincere le elezioni. Ogni cittadino è caratterizzato dalla sua politica ideale $x_i \in P$. L'ordinamento di preferenza dei cittadini sulle politiche è rappresentato dalla funzione di utilità $u: P \to \mathbb{R}$. L'utilità che il cittadino x_i riceve dalla politica del partito $J = A, B$ è inversamente legata alla distanza $d_i{}^J$ tra la politica ideale del cittadino i e la proposta politica del partito J. Formalmente:

$$u_i(p_J) = u(d_i{}^J)$$

con:

$$d_i{}^J = |p_J - x_i|$$

e:

$$u'(\cdot) \leq 0 \text{ per } {d_i}^J \geq 0$$

Relativamente al modello originale di competizione politica spaziale *à la* Downs, il modello mantiene le assunzioni di informazione completa (A1), preferenze monotone e simmetriche dei cittadini (A2) e distribuzione a picco singolo degli elettori lungo lo spazio politico (A3). L'assunzione di completa partecipazione al voto degli elettori (A4) è invece sostituita dalla seguente:

- **A4***: il cittadino i decide di votare o astenersi secondo la probabilità $P({d_i}^A, {d_i}^B)$:

$$P\left({d_i}^A, {d_i}^B\right) = \begin{cases} 1 \; if \; \lambda[Max\,\{u_i(p_A), u_i(p_B)\} - u(d_i^*)] + (1-\lambda)[g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) - c_i] \geq 0 \\ 0 \quad altrimenti \end{cases} \tag{1.1}$$

Il modello include entrambe le cause di astensione ma vi attribuisce un peso diverso: $\lambda \in [0,1]$ è il peso dell'alienazione, mentre il suo complemento $(1-\lambda)$ il peso dell'indifferenza. L'importanza relativa di alienazione e indifferenza determinano la scelta finale dell'elettore. Un elettore indifferente e alienato sicuramente decide di astenersi; un elettore indifferente può comunque decidere di votare se non è alienato e se l'indifferenza non è dominante; allo stesso modo, un elettore alienato può decidere di votare se non indifferente e se l'alienazione non è così rilevante da dominare l'indifferenza.

Il modello presentato intende proporre un nuovo framework concettuale della competizione politica con astensionismo, in base al quale la partecipazione al voto di ogni elettore dipende da almeno tre fattori:

- il surplus ottenuto dalla politica preferita sull'*utilità di aspirazione* (una sorta di utilità di riserva):

$$Max\,\{u_i(p_A), u_i(p_B)\} - u(d_i^*)$$

- il beneficio percepito dal voto, legato alla differenza tra le due proposte politiche, al netto del costo di votazione:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) - c_i$$

- l'importanza relativa del surplus sull'utilità di aspirazione e del beneficio netto dell'atto di votazione, rispettivamente:

$$\lambda, (1-\lambda)$$

In base alle assunzioni A1-A4* i voti che il partito J ottiene sono:

$$V_J(p_A, p_B) = \int_{x \in X_J} P(d_x) f(x) dx \tag{1.2}$$

dove X_J rappresenta l'insieme di elettori potenziali del partito J, cioè tutti i cittadini che preferiscono la proposta politica del partito J per il quale sono, quindi, intenzionati a votare. Formalmente:

$$X_J = \{x_i | u_i(p_J) \geq u_i(p_{-J})\} \quad \forall J = A, B$$

Analizziamo più approfonditamente l'alienazione e indifferenza.

Alienazione

Un cittadino può astenersi perché alienato, disinteressato: l'utilità che riceve dal votare il partito preferito non consente di ottenere un livello minimo di utilità $u(d_i^*)$, dove:

$$d_i^* = d_i - h_i$$

Dato che l'utilità ha un legame inverso con la distanza dalla proposta politica del partito, il parametro d_i^* rappresenta, di fatto, la *distanza massima* dal partito tale da persuadere il cittadino a votare. Alti valori di d_i^* implicano bassi livelli dell'utilità di aspirazione e, dunque, una più alta probabilità di non essere alienato. In altre parole il parametro d_i^* è la tolleranza del cittadino i: più è tollerante, più alta è la probabilità di votare. Con elettori potenziali particolarmente tolleranti/accomodanti, un partito può allontanarsi e non perdere i loro voti. La tolleranza dei cittadini riflette il loro senso civico, il beneficio percepito dal partecipare all'elezione di una democrazia rappresentativa. Il parametro d_i sintetizza il beneficio legato alla partecipazione ed è positivamente correlato al senso civico, alla fiducia nella democrazia, nelle istituzioni, all'efficacia della politica; il parametro h_i rappresenta la disutilità del doversi recare a votare. Poiché una tolleranza negativa non ha senso si assume che $d_i > h_i$. Pertanto, un cittadino non è alienato solo se può ottenere un surplus sull'utilità di riferimento $u(d_i^*)$.

La funzione di utilità è negativamente correlata alla distanza tra il cittadino e il partito considerato, pertanto l'utilità cresce al ridursi della distanza ed è massima quando il partito sceglie la politica ideale del cittadino, vale a dire[20]:

$$u'(\cdot) \geq 0 \text{ per } p_J \leq x_i$$

$$u'(\cdot) \leq 0 \text{ per } p_J \geq x_i$$

[20] La derivate seconda non è specificata in quanto dipende dalla assunzioni circa la concavità o convessità della funzione.

e:

$$u(0) = u_{max}$$

La forma più semplice e comune in letteratura è la forma lineare nella distanza:

$$u_i(p_j) = -{d_i}^J$$

Il cittadino ottiene una disutilità pari alla distanza tra la sua politica ideale e la proposta politica del partito. Massimizzare l'ultilità significa, di fatto, minimizzare la perdita legata alla distanza politica. Pertanto, si ha che:

$$Max\{u_i(p_A), u_i(p_B)\} = -Min\{{d_i}^A, {d_i}^B\}$$

Poiché:

$$u(d^*) = -d_i^*$$

l'elettore non è alienato se:

$$Min\{{d_i}^A, {d_i}^B\} \leq d_i^*$$

dove d_i^* rappresenta la *tolleranza* dell'elettore i-esimo.

Indifferenza

Un cittadino può astenersi se indifferente tra le due proposte politiche, ovvero se il vantaggio ottenuto dal votare il partito preferito non giustifica il costo-opportunità del voto, c_i. Il vantaggio del voto è legato alla differenza tra l'utilità ricevuta dalle due proposte politiche:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|)$$

con $g'(\cdot) > 0$ e $g(0) = 0$.[21] Con la funzione di utilità lineare nella distanza il vantaggio del voto è:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = g\left(\left|{d_i}^A - {d_i}^B\right|\right)$$

Se il cittadino ottiene la stessa utilità nell'assegnare il voto ad un partito piuttosto che ad un altro, egli è completamente disincentivato dal recarsi alle urne e contribuire alla vittoria di un partito; indipendentemente da quale politica venga implementata il cittadino ottiene la stessa utilità. Piuttosto, se l'utilità ricevuta da un partito è significativamente più alta dell'altra, il cittadino si preoccupa della vittoria del partito preferito ed è quindi incentivato a recarsi alle urne.

[21] Anche in questo caso si preferisce non specificare la derivata seconda della funzione.

Un’ampia parte della letteratura si è concentrata sull’indifferenza, tuttavia negli ultimi anni anche l’alienazione è stata oggetto di interessanti lavori (Leppel, 2009) così come entrambe le cause di astensione (Llavador, 2000).

Il modello generale composto dalle espressioni (1.1) e (1.2) consente di analizzare i diversi modelli di competizione elettorale presenti in letteratura come *casi speciali* caratterizzati da:

- la specificazione della funzione di utilità;
- la specificazione del vantaggio del voto: la funzione g;
- le caratteristiche dei valori soglia di indifferenza e alienazione: c_i e d_i^*;
- il peso relativo dell’astensione dovuta ad alienazione e indifferenza, λ.

Nelle prossime sezioni studieremo come la possibilità di astensione per indifferenza e/o alienazione possa influenzare l’equilibrio politico. In particolare sarà analizzata la relazione tra alienazione, indifferenza e possibilità di divergenza politica. Introdurre l’astensione per indifferenza implica per definizione introdurre una forza centrifuga che spinge i partiti ad allontanarsi l’uno dall’altro. Tuttavia, mostreremo come questa forza non sia sufficiente a garantire la differenziazione delle politiche in equilibrio (Ledyard 1984), a meno che le funzioni di utilità non siano quasi-concave (Irons, 1997) o il vantaggio percepito dal voto dipenda positivamente dalla distanza relativa delle due proposte politiche (Kirchgassner, 2003). Con funzioni di utilità concave, infatti, i cittadini più lontani dalle proposte politiche votano con maggiore probabilità dei cittadini più vicini e questo implica che un movimento verso il partito rivale *non sia così costoso*, in termini di perdita di elettori periferici, da portare i partiti a scegliere posizioni differenti. Al contrario, con funzioni di utilità quasi-concave, gli elettori delle code valutano la distanza tra le due proposte *relativamente alla propria posizione* (distanza relativa), pertanto votano con una minore probabilità degli elettori più vicini ai partiti ed un eventuale movimento verso il partito rivale può essere tanto costoso da spingere i partiti ad allontanarsi piuttosto che avvicinarsi. In questi casi gli elettori delle code, cioè posizionati alla sinistra o alla destra dei due partiti, si astengono se troppo lontani dal partito preferito, esattamente come accade per l’astensione dovuta ad alienazione.

La tabella seguente riassume le principali caratteristiche ed i risultati dei modelli che saranno ampiamente analizzati di qui in avanti.

Variabile / Modello	$u_i(p_J)$	$g(\lvert u_i(p_J) - u_i(p_{-J})\rvert)$	(c_i, d_i^*) / λ	EN (p_A^*, p_B^*)
Ledyard (1984)	$-d_i{}^J$	$\lvert u_i(p_J) - u_i(p_{-J})\rvert$	$H(c_i) = Pr[c \leq c_i]$ λ=0	(p^{me}, p^{me}) $f(x)$ single-peaked
Irons (1997)	$l(\lVert d_i{}^J \rVert)$ $l(\cdot)$ funzione Gaussiana	$F(\lvert u_i(p_J) - u_i(p_{-J})\rvert)$ $F'(\cdot) > 0$	$c_i = c \quad \forall\, i$ λ=0	$p_A^* \neq p_B^*$ $f(x)$ uniforme
Kirchgassner (2003)	$-d_i{}^J$	$\lvert u_i(p_J) - u_i(p_{-J})\rvert$	$c_i = c(x_i, \varepsilon)$ $= \begin{cases} \varepsilon\lvert d_i{}^J + d_i{}^{-J}\rvert & x_i < p_J \cup x_i > p_{-J} \\ \varepsilon\lvert p_J - p_{-J}\rvert & p_J \leq x_i \leq p_{-J} \end{cases}$ λ=0	$p_A^* \neq p_B^*$ $f(x)$ uniforme
Hortala-Vallve Esteve-Volart (2005)	$-d_i{}^J$	$\lvert u_i(p_J) - u_i(p_{-J})\rvert$	$c_i = c \quad \forall\, i$ λ=0	$p_A^* \neq p_B^*$ $f(x)$ uniforme
Llavador (2000)	$-d_i{}^J$	$g_{ll}(\lvert p_A - p_B\rvert)$ $g'_{ll}(\cdot) > 0$	$c_i = c \quad \forall\, i$ $d_i^* = d^* \;\; \forall\, i$ λ=1/2	(p^{ce}, p^{ce}) $f(x)$ single-peaked
Leppel (2009)	$-d_i{}^J$	$\lvert u_i(p_J) - u_i(p_{-J})\rvert$	$d_i^* = d^* \;\; \forall\, x_i < p_A \;\cup\; x_i > p_B$ λ=1	$p_A^* \neq p_B^*$ $f(x)$ single-peaked

1.3.1 Ledyard-Hotelling (1984)

Le principali caratteristiche del modello sono:

- $u_i(p_J) = -d_i^J$;
- $g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |u_i(p_A) - u_i(p_B)|$;
- ogni cittadino i è caratterizzato da (x_i, c_i), dove x_i è la politica ideale e $c_i \in [0, \bar{c}]$ il valore soglia dell'indifferenza (il costo di votazione); le variabili c e x sono indipendenti, ovvero la funzione di distribuzione F delle politiche ideali dei cittadini non fornisce alcuna informazione sulla distribuzione dei costi di votazione $H(c)$. In particolare, $H(0) > 0$, perciò alcuni cittadini presentano un costo di votazione pari a 0. Entrambi i partiti conoscono sia F che H;
- $\lambda = 0$.

Il modello di Ledyard è fondato sulla teoria del voto razionale: la decisione di voto/astensione del cittadino si basa su un semplice calcolo costi-benefici, per cui il cittadino vota solo se il beneficio atteso dal votare il partito preferito, ad esempio A, supera il proprio costo di votazione:

$$\frac{P^A}{2}[u_i(p_A) - u_i(p_B)] > c_i \tag{1.3}$$

dove P^A indica la probabilità di influenzare il risultato elettorale in favore del partito A (probabilità pivotale). Il voto dell'elettore i è determinante sul risultato elettorale se provoca o rompe un pareggio tra i due partiti. In particolare P^A è la probabilità che il partito A pareggi o perda le elezioni per un solo voto. Assumendo che, in caso di pareggio, ogni partito vinca le elezioni con probabilità ½, il beneficio ottenuto dal votare il partito A è in ogni caso la differenza di utilità moltiplicata per ½. La probabilità di essere pivotale è endogena e calcolata come una funzione di Q^A, Q^B, Q^0 che indicano, rispettivamente, la probabilità che un elettore casualmente estratto voti il partito A, B, o si astenga. La probabilità di votare un partito è semplicemente la quota di cittadini che correntemente decidono di votare quel partito:

$$Q^A = \frac{V_A(p_A, p_B)}{V_A(p_A, p_B) + V_B(p_A, p_B) + V_0(p_A, p_B)} = V_A(p_A, p_B)$$

infatti:

$$V_A(p_A, p_B) + V_B(p_A, p_B) + V_0(p_A, p_B) = 1$$

dove $V_0(p_A, p_B)$ include tutti gli elettori astenuti. Pertanto la probabilità P^A è calcolata come la probabilità relativa all'unione di due eventi:

- un pareggio con n elettori attivi
- il partito A perde le elezioni per un solo voto.

La probabilità di essere un elettore pivotale è una funzione dei voti ricevuti da ciascun partito:

$$P^A = f(V^A, V^B)$$

dove $f(z, y)$ è definita come:

$$\sum_{k=0}^{|n/2|} \frac{n!}{k!\,k!\,(n-2k)!} z^k y^k (1-z-y)^{n-2k} + \sum_{k=0}^{|n-1/2|} \frac{n!}{(k+1)!\,k!\,(n-2k-1)!} z^k y^{k+1} (1-z-y)^{n-2k} - 1$$

In base alla (1.3) la quota di voti che il partito A riceve è la seguente:

$$V^A = \int_{x \in X_A} H\left[\frac{P^A}{2}\big(u_x(p_A) - u_i(p_B)\big)\right] f(x)dx = t(P^A, p_A, p_B) \qquad (1.4)$$

dove X_A è l'insieme degli elettori potenziali:

$$X_A = \{x | u_x(p_A) > u_x(p_B)\}$$

e:

$$H\left[\frac{P^A}{2}\big(u_x(p_A) - u_x(p_B)\big)\right] = \int_0^{\frac{P^A}{2}(u_x(p_A) - u_i(p_B))} h(c)dc$$

Date le posizioni dei due partiti, possiamo definire l'*equilibrio razionale degli elettori*:

$$(P^A, P^B, V^A, V^B)$$

come soluzione del seguente sistema:

$$\begin{cases} P^A = f(V^A, V^B) \\ P^B = f(V^B, V^A) \\ V^A = t(P^A, p_A, p_B) \\ V^B = t(P^B, p_A, p_B) \end{cases} \qquad (1.5)$$

Il sistema (1.5) determina, in equilibrio, le probabilità pivotali endogene come funzioni degli elettori attivi: data la coppia di politiche proposte dai partiti (p_A, p_B) la probabilità pivotale dipende dal numero di cittadini che votano il partito A, B o si astengono che, a loro volta, sono legati alla probabilità pivotale tramite la (1.3). In equilibrio la coppia (P^A, P^B) deve essere coerente con la coppia (V^A, V^B).

Tuttavia, finché le posizioni dei partiti sono considerate costanti, l'equilibrio è solo parziale. Prima di introdurre il ruolo attivo dei partiti nel posizionamento politico, è utile qualche osservazione:

- il modello assume che il cittadino vota se il beneficio atteso è strettamente maggiore del costo di votazione; questo implica che se $p_A = p_B$ il beneficio atteso dal voto è 0 e nessun cittadino deciderà di votare, nemmeno coloro che presentano un costo di votazione nullo;
- dal punto di vista della teoria dei giochi, in ogni equilibrio la coppia P^A, P^B è coerente con la coppia V^A, V^B; ad esempio:

  $$V^A = V^B \Rightarrow P^A = P^B = 1$$

  Questo esclude equilibri caratterizzati da $P^A = P^B = 0$; in questo caso, infatti, nessun cittadino vota, $V^A = V^B = 0$ e $P^A = P^B = 1$, contraddicendo l'ipotesi iniziale. Pertanto l'equilibrio deve essere caratterizzato da $P^A, P^B \neq 0$;
- un equilibrio razionale può essere caratterizzato da $p_A = p_B$; in questo caso tutti i cittadini si astengono (totale astensionismo) in quanto ottengono la stessa utilità da ogni partito, dunque $V^A = V^B = 0$, $P^A = P^B = 1$ e le aspettative sono realizzate. D'altro canto, un equilibrio razionale può essere caratterizzato da $p_A \neq p_B$, ma la condizione di equilibrio richiede che:

  $$V^A = V^B$$

  altrimenti, ad esempio se $V^A > V^B$, la probabilità di poter influenzare il risultato a favore di B è 0, pertanto nessun elettore potenziale di B andrà a votare; d'altra parte anche la probabilità di influenzare il risultato a favore di A è 0, per cui $V^A = V^B = 0$ contraddicendo l'ipotesi iniziale.

  Ad esempio consideriamo una funzione di distribuzione delle politiche ideali simmetrica ed una distribuzione uniforme dei costi di votazione: $h(c) = \frac{1}{\bar{c}}$. Esiste un equilibrio razionale in cui $p_A \neq p_B$ solo se $V^A = V^B$, vale a dire se:

$$\frac{1}{\bar{c}}\frac{1}{2}\left[\int_0^{\frac{p_A+p_B}{2}} \big(u_x(p_A) - u_x(p_B)\big) f(x)dx - \int_{\frac{p_A+p_B}{2}}^{1} \big(u_x(p_B) - u_x(p_A)\big) f(x)dx\right] = 0$$

$$\left[\int_0^{\frac{p_A+p_B}{2}} (|x - p_B| - |x - p_A|) f(x)dx - \int_{\frac{p_A+p_B}{2}}^{1} (|x - p_A| - |x - p_B|) f(x)dx\right] = 0 \qquad (1.6)$$

La condizione (1.6) è soddisfatta per ogni coppia di proposte politiche simmetriche:

$$p_A = 1 - p_B$$

Pertanto, l'equilibrio potrà essere caratterizzato da piattaforme politiche equidistanti dal centro o convergenza politica.

Un modello completo deve, tuttavia, incorporare il ruolo attivo dei due partiti. Pertanto introduciamo il posizionamento strategico dei partiti. Come nel modello generale, i due partiti scelgono dove posizionarsi al fine di massimizzare la probabilità di vittoria. L'informazione è completa: entrambi i partiti conoscono le funzioni di distribuzione delle politiche ideali e dei costi di votazione dei cittadini, rispettivamente, F e H. Di conseguenza, essi sono in grado di calcolare l'equilibrio degli elettori (P^A, P^B, V^A, V^B) per ogni coppia di politiche (p_A, p_B). Ledyard ritiene che, nel caso di grandi elezioni, la differenza dei voti ottenuti $(V^A - V^B)$ costituisca una buona approssimazione della probabilità di vittoria del partito A. L'*equilibrio politico razionale* è definito come la coppia di politiche (p_A^*, p_B^*) tale che:

$$U_A(p_A, p_B^*) = V_A(p_A^*, p_B^*) - V_B(p_A, p_B^*) \leq 0 \quad \forall\, p_A \neq p_A^*$$
$$U_B(p_A^*, p_B) = V_B(p_A^*, p_B^*) - V_A(p_A^*, p_B) \leq 0 \quad \forall\, p_B \neq p_B^* \tag{1.7}$$

dove (P^A, P^B, V^A, V^B) è l'equilibrio razionale degli elettori relativo alla coppia di politiche (p_A^*, p_B^*).

Si ricorda che (p_A^*, p_B^*) costituisce un equilibrio razionale solo se $V^A = V^B$ e, dunque, $P^A = P^B = 1$ in modo tale che le aspettative siano realizzate. Dalla (1.4) l'autore stabilisce che (p_A^*, p_B^*) è un equilibrio politico solo se:

$$J = \int_{x \in P} H\left[\frac{P^A}{2}(|D|)\right] I(D) f(x) dx \leq 0 \quad \forall\ p_A \neq p_A^* \tag{1.8}$$

dove D è la differenza dei voti:

$$D = u_i(p_A) - u_i(p_B^*)$$

e $I(D)$ una funzione identificatrice che assume il valore 1 se la differenza dei voti è positiva, -1 se negativa, 0 se nulla:

$$I(D) = \begin{cases} 1 & D > 0 \\ 0 & D = 0 \\ -1 & D < 0 \end{cases}$$

Proposizione (Ledyard, 1984) [22]:

Dati $f(x)$ e $h(c)$, con $h(0) > 0$, se $u_i(p_J)$ è concava per tutti i cittadini x_i ed ha derivate continue nell'intervallo di politiche P, allora l'equilibrio politico razionale è unico:

$$p_A^* = p_B^* = p^*$$

con:

$$p^* = argmax \int_P u_x(p^*) f(x) dx$$

e nessun cittadino vota.

Corollario (Ledyard, 1984):

p^* è la politica preferita dall'elettore mediano se $u_i(p_J) = -d_i{}^J$, mentre per altre funzioni di utilità concave, ad esempio $u_i(p_J) = -\left(d_i{}^J\right)^2$, p^* è la politica dell'elettore medio[23].

Il principale risultato di Ledyard implica un astensionismo al 100% e completa convergenza politica. Da cosa deriva tale risultato? Quali fattori garantiscono l'esistenza di una forza centripeta che spinge i partiti ad avvicinarsi l'uno verso l'altro? Nel determinare la convenienza di un movimento verso il partito rivale sono importanti almeno tre fattori: la densità, il beneficio percepito e il costo di votazione dei propri elettori potenziali. Supponiamo, ad esempio, che la funzione di distribuzione delle politiche ideali sia simmetrica e che i partiti assumano inizialmente posizioni simmetriche con $p_A < p_B$. La funzione di densità è rilevante: avvicinarsi al partito rivale sposta il punto di mezzo nella direzione del movimento consentendo al partito di sottrarre *potenzialmente* al rivale una parte di elettori interni e di catturare potenzialmente una quota di elettori più elevata rispetto all'avversario. Tuttavia avvicinarsi al rivale riduce la probabilità di votare degli elettori, in quanto riduce il beneficio percepito dal voto. Si ricorda che la probabilità di votare dell'elettore i-esimo è la probabilità che il costo di votazione dell'elettore sia minore o uguale al beneficio atteso dal voto, ovvero:

$$H\left[\frac{1}{2}\left(u_i(p_A) - u_i(p_B)\right)\right]$$

[22] Per la dimostrazione della proposizione e del corollario si veda l'appendice posta a fine capitolo.
[23] Nel caso di una funzione di densità simmetrica, la piattaforma comune sarà, per ogni tipo di utilità, la politica dell'elettore mediano, in quanto coincidente con la media e la moda.

dato che $V^A = V^B$, $P^A = P^B = 1$. A parità di beneficio questa probabilità è identica anche per elettori molto distanti tra loro. Infatti il costo di votazione e la politica ideale sono variabili indipendenti, per cui conoscere la politica ideale di un elettore non dà nessuna informazione sul suo costo di votazione; di conseguenza, a parità di beneficio atteso, la probabilità di votare quel partito è la stessa. Se la distribuzione dei costi di votazione non influenza, dunque, il movimento del partito, è sicuramente determinante il cambiamento nel beneficio atteso dal voto. Il modo in cui il movimento del partito influenza il beneficio percepito dipende dalla funzione di utilità. In particolare, il cambiamento della probabilità di voto, relativa al cambiamento della posizione del partito, è proporzionale all'utilità (o disutilità) extra che l'elettore ottiene.

Le funzioni di utilità concave sono caratterizzate da utilità marginale decrescente e disutilità marginale crescente: al ridursi della distanza dalla politica ideale l'utilità del cittadino aumenta a tassi decrescenti; d'altro lato, all'aumentare della distanza l'utilità diminuisce a tassi crescenti. In altre parole, il cittadino è *avverso al rischio*. Questo implica che gli elettori più lontani dai partiti percepiscano un beneficio dal voto maggiore rispetto agli elettori più vicini; quanto più i partiti sono distanti dal cittadino, quanto più egli li percepisce differenti. La probabilità di votare è una funzione crescente del beneficio percepito:

$$H\left[\frac{1}{2}\ \big(B_z(p_A, p_B)\big)\right] > H\left[\frac{1}{2}\ \big(B_i(p_A, p_B)\big)\right] \quad se\ e\ solo\ se\ B_z(p_A, p_B) > B_i(p_A, p_B)$$

pertanto gli elettori delle code votano con una *probabilità maggiore* degli elettori centrali, più vicini alle proposte politiche dei partiti.

Le funzioni di utilità convesse, invece, sono caratterizzate da utilità marginale crescente e disutilità marginale decrescente, per cui avvicinarsi alla politica ideale del cittadino incrementa la sua utilità a tassi crescenti, mentre allontanarsi provoca una disutilità decrescente. In altre parole, se con utilità concave il cittadino attribuisce alla disutilità un peso maggiore rispetto all'utilità, con utilità convesse l'utilità è più importante della disutilità. E' possibile interpretare il cittadino con utilità concava (convessa) come un cittadino avverso (non avverso) al rischio.

Un esempio di funzione di utilità concava e convessa è utile. La figura 1.1 confronta la funzione di utilità concava:

$$u_i(p_J) = -\left(x_i - p_J\right)^2$$

con la funzione di utilità convessa:

$$u_i(p_J) = \frac{1}{1 + |x_i - p_J|}$$

per $x_i = 0.5$ e $J = A$.

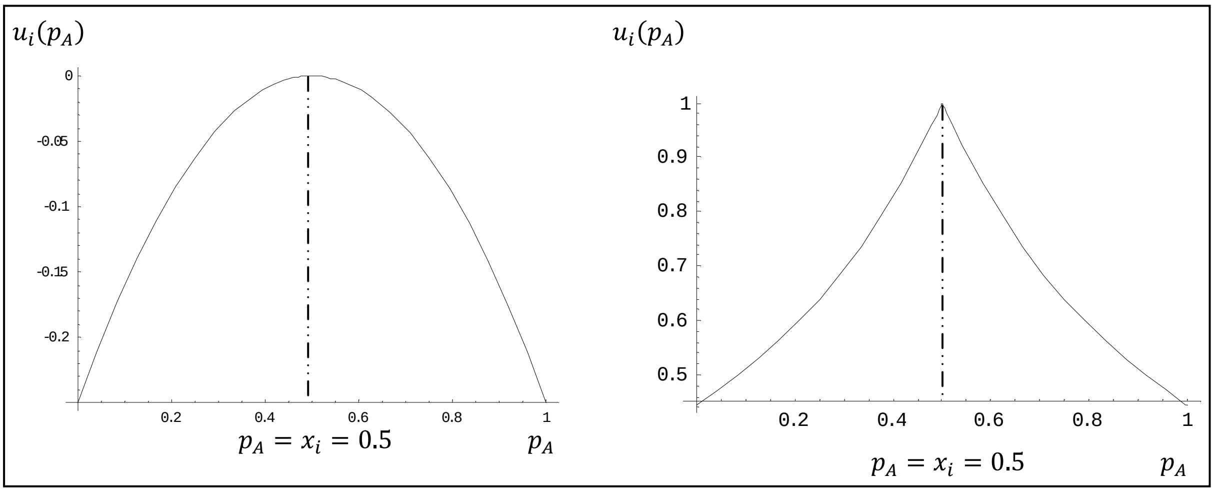


Figura 1.1: utilità concave (grafico a sinistra) e convessa (grafico a destra) per un cittadino la cui politica ideale è ½.

Le figure 1.2-1.3 confrontano le relative utilità marginali. Per l'utilità concava l'utilità marginale è:

$$u'_A(p_A; x) = 2(x_i - p_A)$$

mentre per l'utilità convessa è:

$$u'_A(p_A; x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(1 + |x_i - p_A|)^2} & p_A > x_i \\ -\dfrac{1}{(1 + |x_i - p_A|)^2} & p_A < x_i \end{cases}$$

E' facile osservare come l'utilità marginale, relativa agli avvicinamenti del partito alla politica ideale del cittadino, sia crescente (decrescente) per le utilità convesse (concave), mentre la disutilità marginale, relativa agli allontanamenti del partito dal cittadino, sia crescente (decrescente) per le utilità concave (convesse).

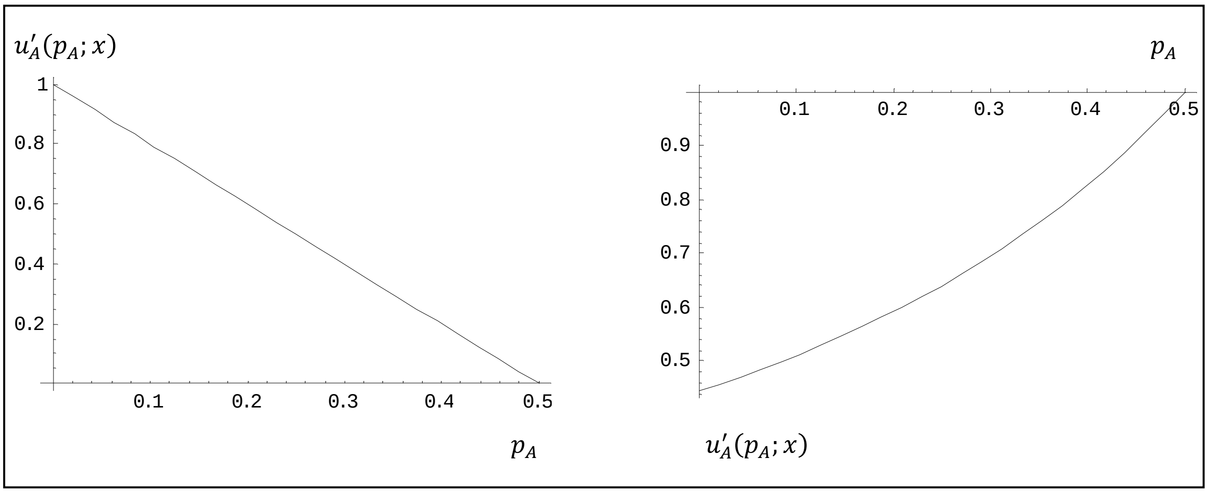


Figura 1.2: utilità marginale per l'utilità concava (grafico a sinistra) e convessa (grafico a destra) quando il partito A si avvicina alla politica ideale del cittadino $x_i = 0.5$.

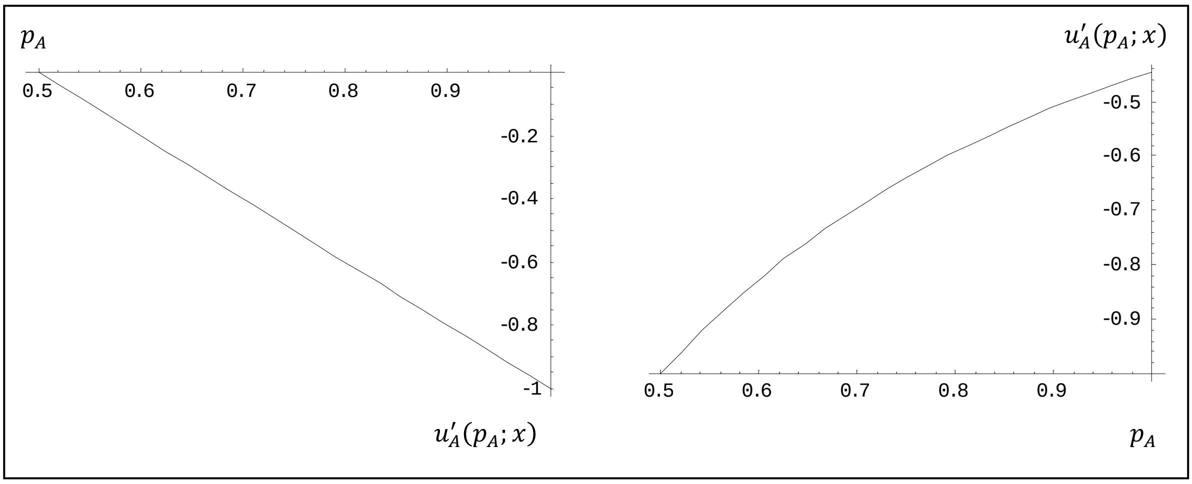


Figura 1.3: disutilità marginale per l'utilità concava (grafico a sinistra) e convessa (grafico a destra) quando il partito A si allontana dalla politica ideale del cittadino $x_i = 0.5$.

Nel caso di utilità concave, il guadagno di utilità o surplus ottenuto dalla politica preferita è in relazione inversa alla distanza tra il cittadino e i partiti politici: quanto più i partiti sono vicini quanto più le politiche annunciate conferiscono livelli di utilità simili, mentre se i partiti sono distanti dalla politica ideale del cittadino il differenziale di utilità è più elevato, data la disutilità marginale crescente. La conseguenza è che gli elettori delle code votano con una probabilità maggiore degli elettori più vicini alle proposte dei partiti. Finché questo è vero, avvicinarsi al partito rivale è vantaggioso. Infatti uno spostamento verso il partito rivale aumenta l'astensione al centro perché la distanza tra i partiti si riduce e gli elettori interni sono quelli con la più alta probabilità di astensione per indifferenza. Tuttavia, anche se il partito non riesce a sottrarre al rivale gli elettori interni in quanto astenuti, lo stesso vale per il partito rivale che risulta danneggiato dal movimento. Uno spostamento al centro, infatti, aumenta l'astensionismo al centro per entrambi i partiti. Ciò che fa la differenza è, dunque, il comportamento degli elettori delle code.

La forma delle funzioni di utilità è un argomento rilevante per tutti i modelli che considerano astensione per indifferenza. Infatti, abbiamo visto come la distribuzione dei costi dei cittadini non sia rilevante, almeno finché la politica ideale e il costo di votazione sono indipendentemente distribuiti. Lo stesso vale anche nel caso di un unico costo di votazione per tutti i cittadini. In particolare, dal modello generale, se:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |u_i(p_A) - u_i(p_B)|$$

e le utilità sono concave, gli elettori esterni si astengono con minore probabilità degli elettori interni: quanto più si è lontani dai partiti, quanto meno probabile è l'astensione. Al contrario se le utilità sono convesse gli elettori più lontani si astengono con maggiore probabilità degli elettori vicini[24], in quanto percepiscono le piattaforme politiche più simili data la disutilità marginale decrescente[25].

Al fine di analizzare il comportamento degli elettori in relazione alla distanza dai partiti e alla funzione di utilità, è utile calcolare il beneficio $|u_i(p_A) - u_i(p_B)|$ per tre differenti tipologie di utilità: l'utilità classica dei modelli di competizione elettorale, lineare nella distanza dal partito, l'utilità dipendente dal quadrato della distanza (utilità concava) ed un'utilità convessa.

Utilità lineare nella distanza: $u_i(p_J) = -|x_i - p_J|$

Senza perdita di generalità supponiamo che $p_A < p_B$. Il beneficio percepito dal voto è:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = \big||x_i - p_A| - |x_i - p_B|\big|$$

dunque:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |p_B - p_A| \quad \text{for } x_i \leq p_A$$

[24] In realtà è sufficiente che le funzioni di utilità siano quasi-concave (Irons, 1997) ovvero che abbiano un andamento dapprima convesso e poi concavo.

[25] Osborne (1995), nel descrivere le funzioni di utilità concave, sottolinea come gli elettori estremisti si preoccupino più intensamente delle differenze tra candidati moderati di quanto non facciano nel caso di utilità convesse. Questo deriva dall'avversione al rischio degli elettori: la disutilità dell'essere lontani dalla politica del partito ha un peso maggiore nella funzione di payoff del cittadino rispetto all'utilità di essere vicino al partito.

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |p_B + p_A - 2x_i| \quad \text{per } p_A \leq x_i \leq \frac{p_A + p_B}{2}$$

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |2x_i - p_B - p_A| \quad \text{per } \frac{p_A + p_B}{2} \leq x_i \leq p_B$$

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |p_B - p_A| \quad \text{per } x_i \geq p_B$$

La figura 1.4 mostra il beneficio percepito dai cittadini per la coppia di proposte politiche $(p_A, p_B) = (0.4,0.6)$. Gli elettori delle code, ovvero tutti coloro la cui politica ideale è a sinistra del partito A o a destra del partito B, si preoccupano *esclusivamente* della distanza tra i due partiti, mentre gli elettori interni si astengono con maggiore probabilità, in particolare a ridosso del punto di mezzo.

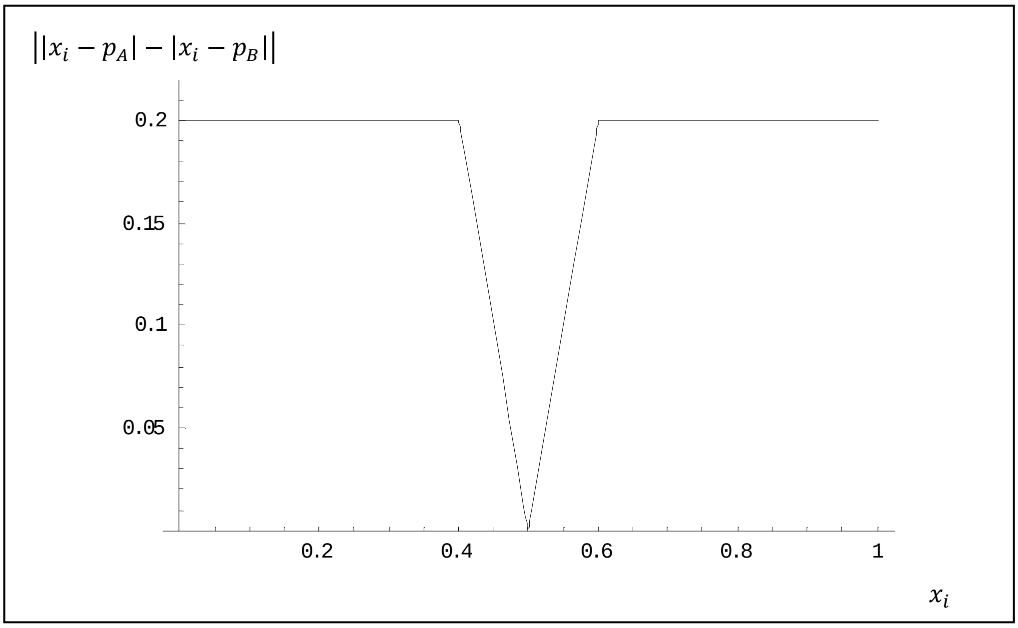


Figura 1.4: la differenza assoluta tra $u_i(p_A)$ e $u_i(p_B)$ quando $(p_A, p_B) = (0.4,0.6)$ e $u_i(p_J) = -|x_i - p_J|$.

Utilità concava: $u_i(p_J) = -(x_i - p_J)^2$

In questo caso il beneficio dal voto è:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |p_B^2 - p_A^2 - 2x_i(p_B - p_A)| \quad \text{per } 0 \leq x_i \leq \frac{p_A + p_B}{2}$$

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |p_A^2 - p_B^2 + 2x_i(p_B - p_A)| \quad \text{per } \frac{p_A+p_B}{2} \leq x_i \leq 1$$

La figura 1.5 mostra l'andamento del beneficio relativo alla coppia di politiche (0.4,0.6). In questo caso il beneficio è una funzione crescente della distanza dal punto di mezzo: gli elettori estremisti presentano il più alto beneficio, invece nel punto di mezzo il beneficio di annulla. Rispetto alla funzione di utilità lineare è facile osservare come, in questo caso, gli elettori vicini ai partiti politici percepiscano un beneficio più basso degli elettori più lontani, pertanto votano con minore probabilità.

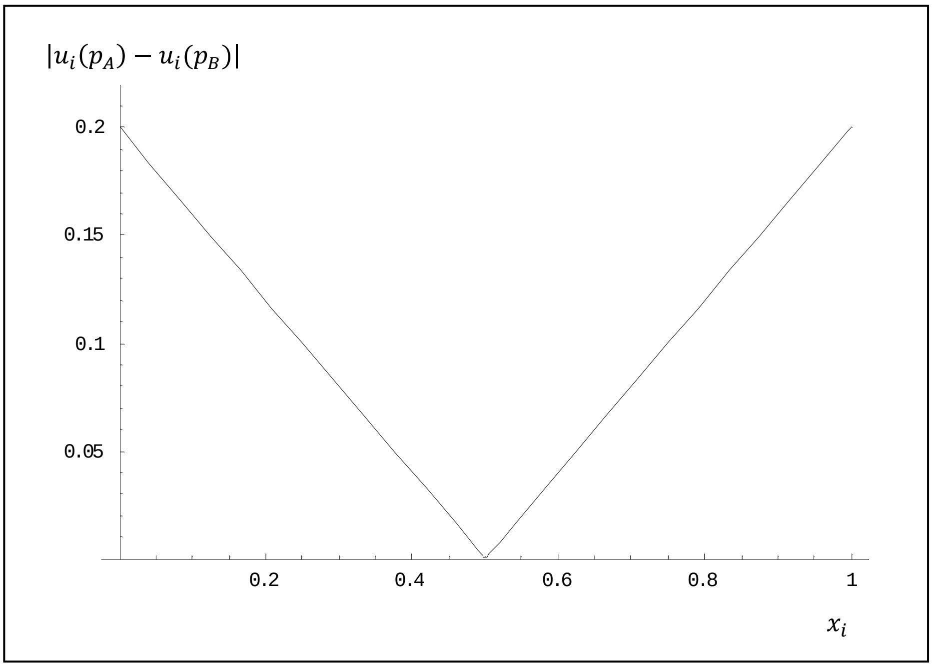


Figura 1.5: la differenza assoluta tra $u_i(p_A)$ e $u_i(p_B)$ quando $(p_A, p_B) = (0.4{,}0.6)$ e $u_i(p_j) = -(x_i - p_J)^2$.

Utilità convessa: $u_i(p_J) = \frac{1}{1+|x_i - p_j|}$

In questo caso il beneficio dal voto è:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = \frac{|p_B - p_A|}{[1 + (p_A - x_i)][1 + (p_B - x_i)]} \text{ per } x_i \le p_A$$

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = \frac{|p_B + p_A - 2x_i|}{[1 + (x_i - p_A)][1 + (p_B - x_i)]} \text{ per } p_A \le x_i \le \frac{p_A + p_B}{2}$$

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = \frac{|2x_i - p_B - p_A|}{[1 + (p_B - x_i)][1 + (x_i - p_A)]} \text{ per } \frac{p_A + p_B}{2} \le x_i \le p_B$$

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = \frac{|p_B - p_A|}{[1 + (x_i - p_A)][1 + (x_i - p_B)]} \quad \text{ per } x_i \ge p_B.$$

La figura 1.6 mostra l'andamento del beneficio dal voto in caso di utilità convessa. Per quanto riguarda gli elettori interni, l'andamento del beneficio è analogo a quello delle utilità concave, ovvero una funzione crescente della distanza dal punto di mezzo. Gli elettori periferici si comportano invece diversamente: il beneficio ha un legame inverso con la distanza dal partito preferito, per cui gli elettori estremisti si astengono con maggiore probabilità rispetto agli elettori posizionati a ridosso del partito. In particolare, la probabilità di partecipazione al voto più elevata appartiene agli elettori la cui politica ideale è esattamente quella proposta dai partiti, mentre la probabilità di astensione più elevata appartiene agli elettori posizionati nel punto di mezzo e agli estremi della scala politica.

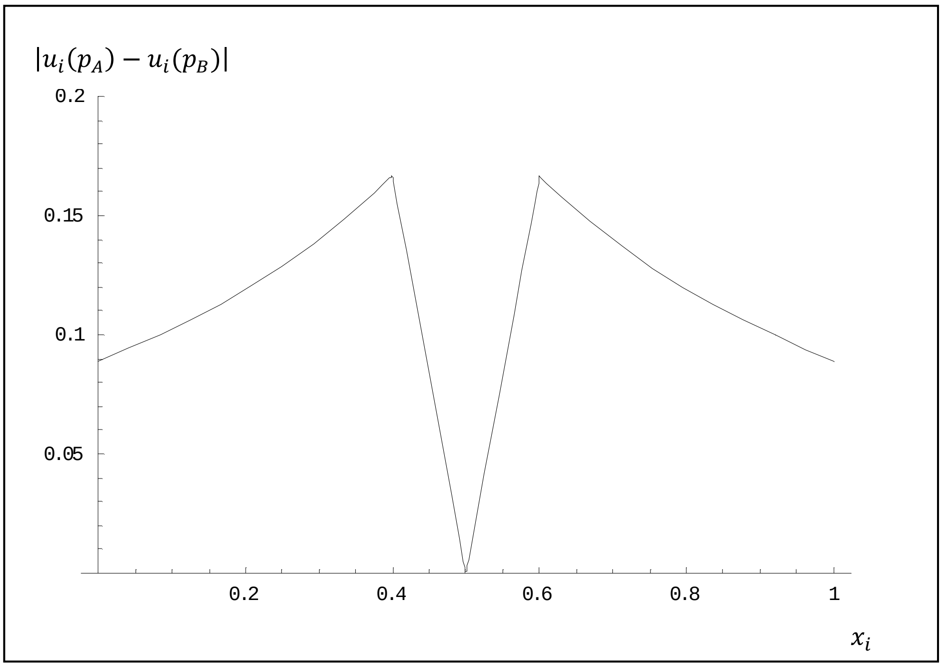


Figura 1.6: la differenza assoluta tra $u_i(p_A)$ e $u_i(p_B)$ quando $(p_A, p_B) = (0.4{,}0.6)$ e $u_i(p_J) = \frac{1}{1+|x_i - p_J|}$.

Finché gli elettori delle code votano con maggiore probabilità degli elettori interni e a ridosso del partito, avvicinarsi al partito rivale è vantaggioso. Infatti sebbene l'astensione al centro aumenti e non sia possibile sottrarre elettori centrali al rivale, l'astensione aumenta anche tra gli elettori potenziali del partito rivale. Un movimento verso la proposta politica avversaria arreca un danno anche al partito rivale. Di conseguenza il comportamento degli elettori delle code è determinante: finché questi votano avvicinarsi al partito rivale non è costoso o, meglio, non è così costoso da persuadere i partiti a scegliere posizioni differenti. Nel caso di una funzione simmetrica entrambi sceglieranno di posizionarsi al centro e l’astensionismo sarà il 100%. Da questa posizione nessun partito sarà incentivato a deviare in quanto allontanarsi consentirebbe di catturare una quota di elettori attivi dalla coda, tuttavia anche una parte degli elettori potenziali del rivale comincerebbero a votare e, data la funzione di densità, il partito catturerebbe comunque meno elettori attivi rispetto al rivale, finendo col perdere le elezioni.

Pertanto il risultato di convergenza politica di Ledyard è principalmente dovuto all’indipendenza della politica ideale dei cittadini dai costi di votazione ed alla funzione di utilità concava (o lineare). Se, infatti, le funzioni di utilità fossero convesse il movimento verso il partito rivale potrebbe essere molto costoso, in termini di perdita di elettori dalla coda, così come una deviazione dal centro potrebbe essere vantaggiosa in quanto gli elettori delle code si preoccupano della distanza tra le due piattaforme *relativamente* alla propria posizione, dunque la quota di elettori periferici ottenuta dal partito potrebbe essere maggiore rispetto agli elettori della coda attivi per il partito rivale.

In conclusione, finché le utilità sono concave (o lineari nella distanza) e la politica ideale è indipendente dal costo di votazione, entrambi i partiti spingeranno le proprie proposte politiche in direzione della massa di elettori. La piattaforma comune sarà la politica preferita dall’elettore mediano se l’utilità dipende dal valore assoluto della distanza, altrimenti, se l’utilità è funzione della distanza quadratica, la piattaforma comune sarà la politica preferita dall’elettore medio.

Il modello di Ledyard consente di giungere a due conclusioni rilevanti:

- introdurre l’astensione per indifferenza in un modello di competizione spaziale con funzioni di utilità tradizionali o concave non implica una forza centrifuga tale da garantire divergenza politica;
- in un modello di competizione politica à la Downs con astensione per indifferenza la piattaforma comune dei partiti è la politica preferita dall’elettore mediano solo se l’utilità dipende linearmente dalla distanza; invece, con utilità in funzione della distanza quadratica, la piattaforma comune è la politica preferita dall’elettore medio.

1.3.2 Irons (1997)

Le principali caratteristiche del modello sono:

- $u_i(p_J) = l\left(\left||x_i - p_J|\right|\right)$ dove l è una funzione Gaussiana con media 0 e varianza σ^2 tale che $l(0) = 0, l'(0) = +\infty, l'(\cdot) < 0$ e:

$$l''(\cdot) \begin{cases} \geq 0 & p_J \leq x_i - \sigma \ \cup \ p_J \geq x_i + \sigma \\ \leq 0 & p_J \in [x_i - \sigma, x_i + \sigma] \end{cases}$$

- $g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = F(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|)$; F è una funzione monotona crescente;
- ogni cittadino i è caratterizzato da (x_i, c^*), dove x_i è la politica ideale e c^* il valore soglia dell'indifferenza (il costo di votazione) uguale per tutti i cittadini;
- $\lambda = 0$.

Anche il modello di Irons, come il modello di Ledyard, fa parte della letteratura sul voto razionale: il cittadino x_i decide di votare solo se l'utilità attesa dal voto supera l'utilità attesa dall'astensione:

$$E[u_i(p_A, p_B)/voto] > E[u_i(p_A, p_B)/astensione]$$

in particolare, l'elettore si reca alle urne se:

$$\pi_v u_i(p_A) + (1 - \pi_v)u_i(p_B) + d^* - c > \pi_{nv} u_i(p_A) + (1 - \pi_{nv})u_i(p_B) \qquad (1.9)$$

dove π_v indica la probabilità che il partito A vinca la competizione elettorale condizionatamente al voto dell'elettore i, mentre π_{nv} è la probabilità che il partito A vinca le elezioni condizionatamente all'astensione dell'elettore i. In altre parole, π_v è la probabilità di essere pivotale dato che l'elettore decide di votare, mentre π_{nv} è la probabilità di essere pivotale dato che l'elettore si astiene. Il parametro d^* sintetizza il beneficio dalla partecipazione al voto (senso civico) e c il costo-opportunità relativo al tempo e risorse "spese" nel recarsi alle urne. Una semplice elaborazione della (1.9) porta alla forma canonica del'indifferenza:

$$(\pi_v - \pi_n)[u_i(p_A) - u_i(p_B)] > c - d^* \qquad (1.10)$$

dove $(\pi_v - \pi_n)$ rappresenta la probabilità di essere pivotale, la differenza tra le utilità ottenute dai partiti costituisce il beneficio dal voto e $(c - d^*)$ il costo di votazione netto. L'autore argomenta che, nelle elezioni caratterizzate da un ampio numero di elettori, la probabilità pivotale è approssimativamente 0, per cui il cittadino decide di votare solo se:

$$c - d^* < 0 \Rightarrow c < d^*$$

indipendentemente dalle posizioni politiche dei due partiti. Nell'ambito dell'approccio razionale al voto, il problema è che "la partecipazione al voto interessa l'utilità del cittadino solo nella misura in cui essa cambia la probabilità di influenzare il risultato elettorale" (Irons, 1997). Come lo stesso Downs suggerisce, esiste un beneficio percepito *addizionale* a $P^v[u_i(p_A) - u_i(p_B)]$, che Irons definisce il “valore di consumo” del voto. L’autore assume che l’utilità attesa percepita dal voto sia una funzione F del beneficio ottenuto dal votare il partito preferito, $|u_i(p_A) - u_i(p_B)|$, per cui il cittadino vota solo se:

$$F(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) \geq c - d^*$$

da cui:

$$F^{-1}(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) \geq F^{-1}(c - d^*)$$

dunque:

$$|u_i(p_A) - u_i(p_B)| \geq c^* \tag{1.11}$$

Il modello è tipicamente un modello di competizione elettorale con astensione per indifferenza, simile a quanto visto per Ledyard. Tuttavia, la funzione di utilità non è né lineare, né concava o convessa, bensì si tratta di una forma ibrida che inizialmente vede l’utilità crescere a tassi crescenti, poi decrescenti. Formalmente la funzione di utilità è quasi-concava, come nel caso di una funzione Gaussiana (di forma campanulare):

$$u_i(p_J) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(p_J - x_i)^2}{2\sigma^2}} \tag{1.12}$$

rappresentata in figura 1.7.

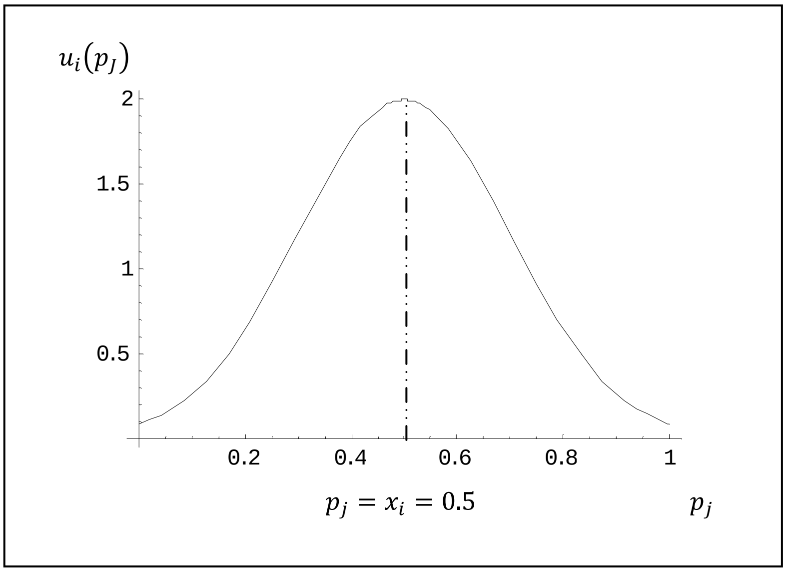


Figura 1.7: la funzione di utilità per un cittadino la cui politica ideale è 1/2.

La funzione di utilità rispetta l'assunzione A2 del modello generale, ovvero la proprietà di simmetria e di monotonicità, e presenta un unico massimo in corrispondenza di $p_J = x_i$. La funzione ha due punti di flesso in $p_J = x_i \pm \sigma$, per cui se $p_J < x_i - \sigma$ o $p_J > x_i + \sigma$ avvicinarsi alla politica ideale del cittadino dà luogo ad incrementi di utilità via via crescenti (componente dell'utilità convessa), mentre se $p_J \in [x_i - \sigma, x_i + \sigma]$ avvicinamenti successivi del partito incrementano l'utilità a tassi decrescenti (componente dell'utilità concava). Infatti, l'utilità marginale è dapprima crescente, fino a $p_J = x_i \pm \sigma$, poi decrescente (figura 1.8).

Il valore di σ determina il peso relativo della componente concava o convessa dell'utilità: alti valori del parametro σ implicano una curva di utilità "schiacciata" con i punti di flesso prossimi ai due estremi, pertanto la componente concava domina quella convessa[26].

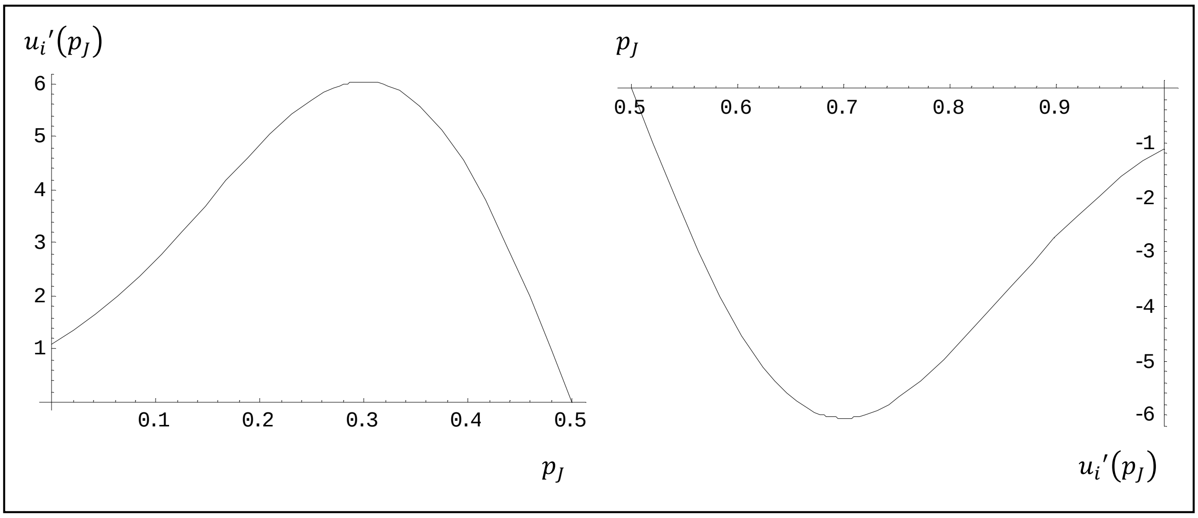


Figura 1.8: l'utilità marginale Gaussiana per un cittadino con politica ideale ½ quando il partito si avvicina (grafico a sinistra) o si allontana (grafico a destra).

Dalla (1.11) gli elettori attivi sono tutti quei cittadini tali che il surplus ottenuto dalla politica preferita supera il costo di votazione c^*. La figura 1.9 mostra la differenza assoluta tra le utilità relative ai due partiti, $|u_i(p_A) - u_i(p_B)|$, ed il costo di votazione comune a tutti i cittadini. Ai fini di un utile confronto con i grafici relativi al modello di Ledyard, le posizioni dei partiti sono $(p_A, p_B) = (0.4, 0.6)$.

[26] In particolare se $\sigma^2 \to \infty$ la funzione di utilità tende alla funzione della distanza assoluta $u_i(p_J) \to |p_J - x_i|$.

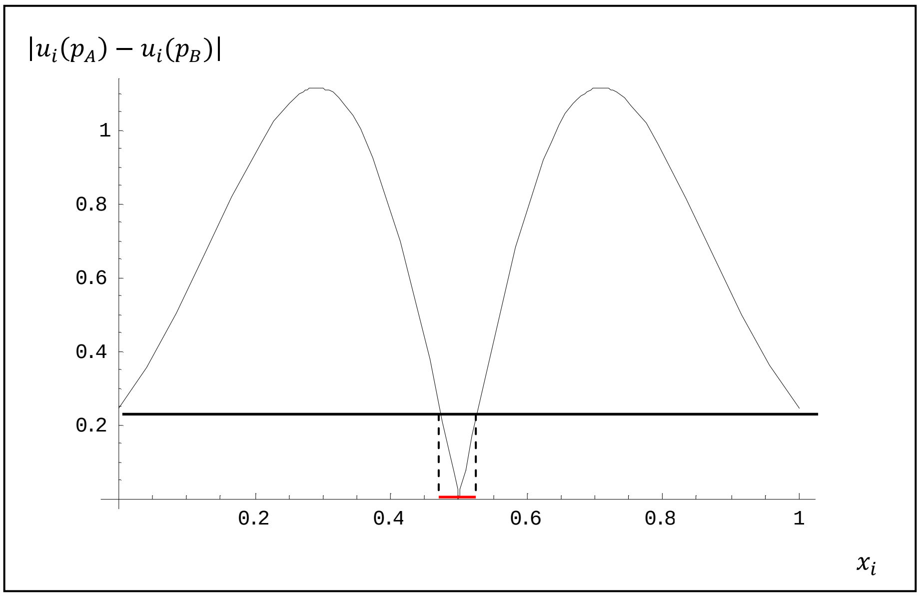


Figura 1.9: il beneficio connesso alla politica preferita $|u_i(p_A) - u_i(p_B)|$ quando la coppia di politiche è $(p_A, p_B) = (0.4{,}0.6)$ e la funzione di utilità $u_i(p_J)$ è la (14). La linea intera rappresenta il costo di votazione c^*; i cittadini collocati tra le due linee tratteggiate si astengono (linea rossa).

Nel grafico sono riportati anche gli *elettori cut-off* ovvero gli elettori il cui beneficio percepito è esattamente uguale al costo di votazione. Tutti i cittadini collocati tra i due cut-off si astengono per indifferenza. Comparando il grafico con quello relativo alle funzioni di utilità convesse, riportato nella sezione precedente, è facile osservare una certa somiglianza: tra gli elettori periferici, il beneficio percepito dalla politica preferita è una funzione decrescente della distanza dal partito, mentre per gli elettori interni è una funzione crescente della distanza dal punto di mezzo[27].

Ipotizziamo che il partito A si muova verso il centro, avvicinandosi alla proposta politica del partito B (figura 1.10). Il numero di elettori potenziali del partito aumentano, ma le piattaforme politiche diventano più simili pertanto l'astensione al centro aumenta. In particolare, i cittadini la cui politica ideale coincide con quella dei partiti, $x_i = p_A$ e $x_i = p_B$, decidono di astenersi: nonostante l'utilità ottenuta dalla politica preferita è massima, l'altra politica è così simile da non convincere il cittadino a recarsi alle urne e contribuire, così, alla vittoria del partito preferito. Inoltre il movimento del partito causa astensionismo sia dall'estrema sinistra che dall'estrema destra della scala politica, ma l'intervallo di politiche

[27] Tuttavia, con funzioni di utilità quasi-concave, il massimo beneficio è in un punto a sinistra del partito A (a destra del partito B) piuttosto che esattamente in corrispondenza del partito, come osservato per le utilità convesse. La ragione risiede nella forma della funzione di utilità quasi-concava, per cui il beneficio dapprima aumenta a tassi crescenti poi, dal punto di flesso, aumenta a tassi decrescenti.

all’interno del quale i cittadini si astengono è più ampio a sinistra che a destra. Infatti, con utilità quasi-concave, il comportamento degli elettori periferici è piuttosto simile al caso di utilità convesse: gli elettori valutano la distanza tra le due piattaforme politiche *relativamente alla propria posizione*, per cui gli elettori più distanti dai partiti tendono ad astenersi con probabilità maggiore degli elettori più vicini. Di conseguenza, il movimento verso il centro può risultare particolarmente costoso per il partito A, in termini di perdita di elettori attivi alla sua sinistra.

Con utilità quasi-concave (o convesse) e partiti moderati gli elettori delle code si comportano *come se* considerassero il movente dell’***alienazione***: la probabilità di astensione è una funzione crescente della distanza dal partito preferito.

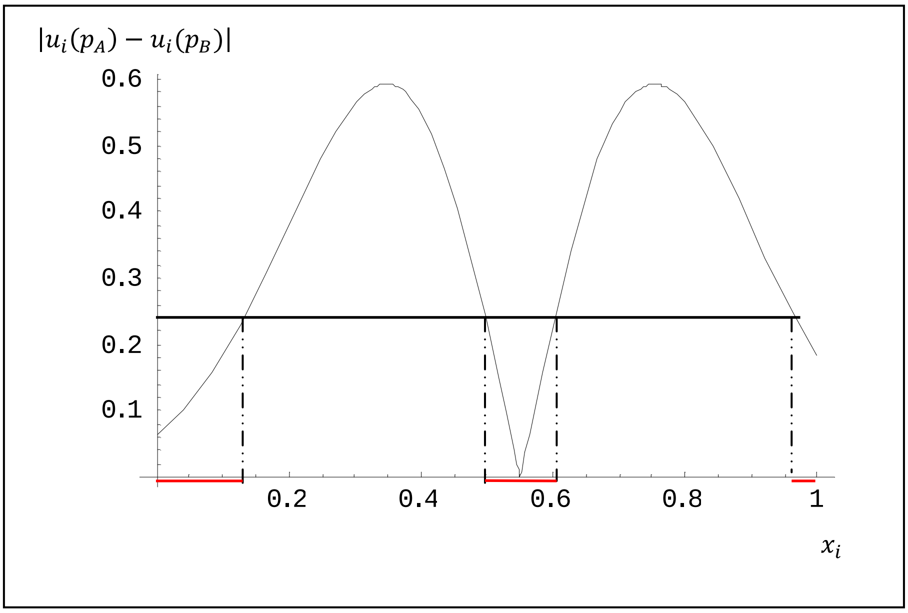


Figura 1.10: l’effetto sull’affluenza di un movimento del partito A da $p_A = 0.4$ a $p_A = 0.5$.

Finora non è stata fatta nessuna ipotesi sulla distribuzione dei cittadini lungo l’intervallo di politiche. In linea con il lavoro di Irons, supponiamo che i cittadini siano uniformemente distribuiti. Con $l^J(p_A, p_B), r^J(p_A, p_B)$ si denota, rispettivamente, l’elettore cut-off di sinistra e destra per il partito $J = A, B$. Tutti i cittadini posizionati tra i cut-off sono elettori attivi. Dato che la distribuzione è uniforme e il beneficio percepito dagli elettori interni è simmetrico rispetto al punto di mezzo, ogni partito riceve una quota di elettori interni pari a ½. Perciò gli elettori cut-off più esterni, $l^A(p_A, p_B), r^B(p_A, p_B)$, determinano il posizionamento dei due partiti in equilibrio. Formalmente:

$$l^A(p_A, p_B) = x_i^l | u_i(p_A) - u_i(p_B) = c^*$$
$$r^B(p_A, p_B) = x_i^r | u_i(p_B) - u_i(p_A) = c^*$$

Supponiamo che la probabilità di vittoria sia inizialmente ½ per ogni partito. Questo avviene solo se l'elettore cut-off sinistro si trova ad una distanza dal partito A esattamente uguale a quella tra il partito B e l'elettore cut-off destro, ovvero:

$$\left(p_A - l^A(p_A, p_B)\right) = (r^B(p_A, p_B) - p_B)$$

Nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria attraverso un movimento verso il partito rivale. Infatti l'astensione dalla coda risulterebbe maggiore del rivale (figura 1.10). Tuttavia un partito può migliorare la probabilità di vittoria allontanandosi dalla proposta politica del rivale (forza centrifuga); finché il guadagno netto di elettori attivi dalla coda supera quello del rivale, il partito preferisce allontanarsi dal centro nel tentativo di catturare quanti più elettori possibili.

Equilibrio[28]: se la distribuzione dei cittadini lungo l'intervallo di politiche è uniforme esistono multipli equilibri politici (p_A^*, p_B^*) tali che $p_A^* \neq p_B^*$, $l^A(p_A^*, p_B^*) > 0, r^B(p_A^*, p_B^*) < 1$ e:

$$\pi_A(p_A^*, p_B^*) = \pi_B(p_A^*, p_B^*) = \frac{1}{2}$$

L'equilibrio è caratterizzato da $l^A(p_A^*, p_B^*) > 0$, così come $r^B(p_A^*, p_B^*) < 1$. Infatti, se tutti gli elettori delle code decidessero di votare, cioè $l^A(p_A^*, p_B^*) \leq 0$ e $r^B(p_A^*, p_B^*) \geq 1$, entrambi i partiti sarebbero incentivati a spostarsi leggermente verso il centro in modo da sottrarre al rivale una parte di elettori centrali attivi.

Il principale risultato di questo modello è che esiste una regione dello spazio politico dove i partiti possono muoversi senza alterare in nessun modo il risultato elettorale[29].

Rispetto al modello di Downs con distribuzione dei cittadini uniforme, l'introduzione di astensione per indifferenza e l'assunzione di utilità quasi-concave implica possibilità di divergenza politica ed un continuum di equilibri politici.

[28] Per una dimostrazione completa si veda Irons (1997).

[29] Il risultato è limitato al caso di distribuzione uniforme. Altri tipi di distribuzione potrebbero comunque implicare convergenza politica oppure garantire possibilità di divergenza. Irons effettua alcune simulazioni per una distribuzione normale e constata la presenza di una regione "piatta", ovvero di un intervallo di politiche tali da garantire ai candidati una probabilità di vittoria pari a ½.

1.3.3 Kirchgassner (2003)

Le principali caratteristiche del modello sono:

- $u_i(p_J) = -d_i^J$;
- $g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |u_i(p_A) - u_i(p_B)|$;
- ogni cittadino i è caratterizzato da (x_i, c_i), dove x_i è la politica ideale e $c_i = c(x_i, \varepsilon)$ il valore soglia dell'indifferenza (il costo di votazione) per il cittadino i-esimo. In particolare ε è un parametro uguale per tutti i cittadini e:

$$c(x_i, \varepsilon) = \varepsilon\left|d_i^A - d_i^B\right| \quad \text{per } x_i \leq p_A \text{ e } x_i \geq p_B$$

$$c(x_i, \varepsilon) = \varepsilon\left||p_B - p_A|\right| \quad \text{per } p_A \leq x_i \leq p_B$$

- $\lambda = 0$.

I modelli finora esaminati hanno evidenziato come introdurre l'astensione per indifferenza, quando le funzioni di utilità sono concave (o lineari nella distanza), comporti astensionismo al centro e tra gli elettori più vicini ai partiti. In particolare, gli elettori più distanti dai partiti tendono ad astenersi con minore probabilità rispetto a coloro la cui politica ideale è vicina ai partiti. Tuttavia, dovrebbero essere proprio gli elettori più lontani dalle due proposte politiche ad astenersi con maggiore probabilità; nessun partito è, infatti, così vicino da incentivare il cittadino a recarsi alle urne e contribuire, così, alla sua vittoria. Ragionevolmente gli elettori lontani dai due partiti si astengono soprattutto per alienazione. Se l'assunzione di utilità concave non riesce a "spiegare" il maggior astensionismo degli elettori delle code, ovvero a riconoscere l'astensione per alienazione, funzioni di utilità quasi-concave (Irons) garantiscono la minore partecipazione al voto degli elettori più lontani dalle piattaforme politiche, esattamente come se fosse introdotto anche il movente dell'alienazione. Un'altra possibilità è assumere funzioni di utilità convesse. Tuttavia, tale assunzione è in contrasto con la teoria dell'utilità standard e, come Kirchgassner sottolinea, "senza una teoria addizionale, assumere che la teoria dell'utilità standard sia valida per scelte economiche ma non per scelte politiche sembra costituire un'assunzione ad hoc". Al fine di riconoscere l'astensionismo per alienazione, l'autore propone e sviluppa un modello alternativo in base al quale la partecipazione dei cittadini non dipende esclusivamente dalla differenza tra le utilità connesse alle due proposte politiche, piuttosto dall'abilità del cittadino di distinguere tali proposte. In particolare, questa abilità è catturata dal concetto di ***distanza relativa***: ogni cittadino valuta la differenza tra le due piattaforme politiche *relativamente alla sua posizione* lungo l'asse politico[30]. L'idea di base è che un cittadino percepisca la differenza tra le due proposte relativamente alla propria posizione: quanto più è lontano dalle posizioni attuali dei due partiti, quanto più le percepisce simili. In altre parole i cittadini con politiche ideali più lontane dalle proposte politiche sono meno in grado di distinguerle rispetto ai cittadini posizionati vicino ad uno dei due partiti.

La misura di distanza relativa è così definita:

$$D(x_i, p_A, p_B) = \left|\frac{|x_i - p_A| - |x_i - p_B|}{|x_i - p_A| + |x_i - p_B|}\right| \tag{1.13}$$

con $D: P \rightarrow [0,1]$, $D = 0$ per $p_A = p_B$ così come $|x_i - p_A| = |x_i - p_B|$, mentre $D = 1$ per $x_i = p_A$ o $x_i = p_B$. I cittadini decidono di votare in base alla probabilità $P(D_i)$:

$$P(D_i) = \begin{cases} 1 \ if \ D(\cdot) \geq \varepsilon \\ 0 \ if \ D(\cdot) < \varepsilon \end{cases} \tag{1.14}$$

Si noti come il numeratore della (1.13) non sia altro che la differenza tra le utilità connesse ai due partiti, ovvero il beneficio percepito dal voto:

$$g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = \big||x_i - p_A| - |x_i - p_B|\big|$$

dunque, la (1.14) può essere facilmente riscritta come:

$$P(D_i) = \begin{cases} 1 \ if \ \big||x_i - p_A| - |x_i - p_B|\big| \geq \varepsilon(|x_i - p_A| + |x_i - p_B|) \\ 0 \ if \ \big||x_i - p_A| - |x_i - p_B|\big| < \varepsilon(|x_i - p_A| + |x_i - p_B|) \end{cases} \tag{1.15}$$

In questo modo è possibile interpretare il modello di Kirchgassner come un caso speciale del modello generale (1.1), con λ = 0 e costo di votazione endogeno:

$$c_i = \varepsilon(|x_i - p_A| + |x_i - p_B|)$$

La misura della distanza relativa (1.13) è di seguito esplicitata:

$$D(x_i, p_A, p_B) = \left|\frac{p_B - p_A}{p_B + p_A - 2x_i}\right| \quad \text{per } x_i \leq p_A$$

$$D(x_i, p_A, p_B) = \left|\frac{p_B + p_A - 2x_i}{p_B - p_A}\right| \quad \text{per } p_A \leq x_i \leq \frac{p_A + p_B}{2}$$

[30] Tale misura nasce dalla psicologia: secondo la legge di Weber, infatti, un cambiamento di uno stimolo (y simboleggia lo stimolo iniziale e Δy il suo cambiamento) sarà visibile solo se il rapporto $\Delta y / y$ supera un certo valore soglia di riferimento. Il modello di Kirchgassner interpreta le proposte politiche dei due partiti come stimoli. Per una spiegazione formale e dettagliata si consulti la *Encyclopedia Britannica* (Dicembre 2002) a proposito della Legge di Weber. Tale legge, denominata anche legge di Weber-Fechner, si deve allo psicologo tedesco Ernst Heinrich Weber (1795 – 1878) ed a un suo studente Gustav Theodor Fechner (1801 – 1887). A tale riguardo, si veda H. Teigen e K.U. Tromso (2002).

$$D(x_i, p_A, p_B) = \left|\frac{2x_i - p_B - p_A}{p_B - p_A}\right| \quad \text{per} \quad \frac{p_A + p_B}{2} \leq x_i \leq p_B$$

$$D(x_i, p_A, p_B) = \left|\frac{p_B - p_A}{2x_i - p_B - p_A}\right| \quad \text{per} \quad x_i \geq p_B$$

La figura 1.11 riporta la distanza relativa per $p_A = 0.4, p_B = 0.6$ e $\varepsilon = 0.3$. Gli elettori collocati tra i due partiti che decidono di non votare si astengono per ***indifferenza*** (la linea verde), mentre coloro le cui politiche ideali si trovano a sinistra di p_A o a destra di p_B e non votano si astengono per ***alienazione*** (la linea blu).

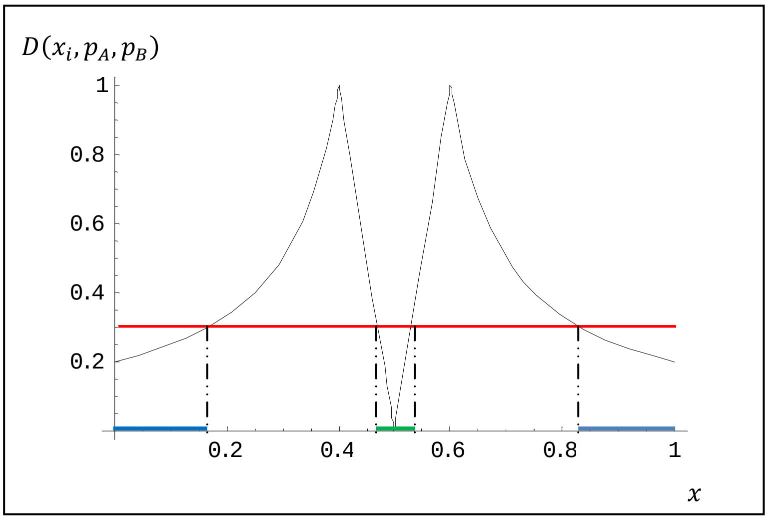


Figura 1.11: la distanza relativa e l'astensione per indifferenza (linea verde) e alienazione (linea blu) quando $p_A = 0.4, p_B = 0.6$ e $\varepsilon = 0.3$.

Comparando la distanza relativa con la differenza tra le utilità connesse ai due partiti nel caso di funzioni di utilità convesse (figura 1.6), è immediato osservare una forte somiglianza nelle caratteristiche delle due funzioni. Pertanto, un modello che considera il solo movente dell'indifferenza e che assume funzioni di utilità convesse, così come un modello che considera la distanza relativa, sono entrambi in grado di spiegare e riconoscere l'astensione per alienazione.

Ciò comporta un trade-off per il partito che sceglie di muoversi verso il centro: può catturare elettori attivi al centro ma a spese degli elettori periferici. Per poter capire meglio come l'equilibrio politico ne sia influenzato, analizziamo i voti che ciascun partito riceve:

$$V_A(p_A, p_B) = \int_{x_A^l}^{x_A^r} f(x)dx$$

$$V_B(p_A, p_B) = \int_{x_B^l}^{x_B^r} f(x)dx$$

dove $\left(x_J^l, x_J^r\right)$ rappresentano gli elettori cut-off del partito $J = A, B$, rispettivamente l'elettore cut-off sinistro e destro. Formalmente:

$$x_A^l = Max\left\{0, \frac{p_A + p_B}{2} - \frac{p_B - p_A}{2\varepsilon}\right\}$$

$$x_A^r = Min\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, \frac{p_A + p_B}{2} - \frac{\varepsilon}{2}(p_B - p_A)\right\}$$

$$x_B^l = Max\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, \frac{p_A + p_B}{2} + \frac{\varepsilon}{2}(p_B - p_A)\right\}$$

$$x_B^r = Min\left\{1, \frac{p_A + p_B}{2} + \frac{(p_B - p_A)}{2\varepsilon}\right\}$$

Essendo $p_A \leq p_B$:

$$x_A^r = \frac{p_A + p_B}{2} - \frac{\varepsilon}{2}(p_B - p_A)$$

$$x_B^l = \frac{p_A + p_B}{2} + \frac{\varepsilon}{2}(p_B - p_A)$$

Supponiamo per semplicità che i cittadini siano uniformemente distribuiti lungo l'intervallo politico. Gli elettori cut-off sono simmetrici rispetto al punto di mezzo, in particolare gli elettori cut-off esterni, x_A^l per il partito A e x_B^r per il partito B, distano dal punto di mezzo esattamente per una lunghezza pari a $\frac{p_B - p_A}{2\varepsilon}$; gli elettori cut-off interni, invece, sono distanti dal punto di mezzo per $\frac{\varepsilon}{2}(p_B - p_A)$-passi. Dato che la distribuzione è uniforme ogni partito ottiene lo stesso ammontare di voti del rivale dagli elettori interni, collocati cioè tra i due partiti, indipendentemente dalla coppia di politiche scelta. Evidentemente, i voti degli elettori periferici determinano la strategia di posizionamento ottimale dei partiti.

Supponiamo che l'obiettivo dei partiti sia massimizzare la percentuale di voti ottenuta. Data la proposta politica del rivale, ad esempio B, il partito A massimizza l'ammontare di voti dagli elettori esterni solo se non è troppo distante dalla politica del partito B; formalmente l'elettore cut-off del partito A, x_A^l, è collocato in 0 solo se:

$$p_A = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} p_B \tag{1.16}$$

La (1.16) è la risposta ottima del partito A per ogni possibile proposta politica di B. Infatti, poiché la percentuale di voti interni è ½ per ogni coppia di politiche proposta, il partito tenta di catturare più elettori esterni possibili rispetto al rivale. Data la posizione del partito B, l'ammontare massimo di voti che il partito A può ottenere dalla coda sinistra è esattamente $\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} p_B$. Analogamente la risposta ottima del partito B, data la posizione di A, è:

$$p_B = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} p_A + \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} \tag{1.17}$$

Consideriamo partiti Downsiani, il cui unico obiettivo è vincere le elezioni. E' facile constatare come ogni coppia di politiche all'interno dell'intervallo:

$$\left[\frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2}\right]$$

comporti una probabilità di vittoria pari a ½; se le politiche scelte sono esattamente:

$$(p_A, p_B) = \left(\frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2}\right)$$

ogni partito massimizza i voti ricevuti, ma spostarsi in direzione del partito rivale non migliora la probabilità di vittoria, che resta comunque ½. Infatti la distanza tra i cut-off esterni e il punto di mezzo è $\frac{\varepsilon}{2}(p_B - p_A)$ per entrambi i partiti. Dato che la distribuzione è uniforme ogni movimento verso il partito rivale implica in ogni caso una vittoria al 50%. Questo ragionamento è catturato dalla seguente proposizione.

Proposizione 1.3: Equilibrio politico[31]

Se la decisione di partecipazione al voto dipende dalla distanza relativa e la distribuzione dei cittadini lungo l'intervallo politico è uniforme, allora:

- ogni coppia di politiche all'interno dell'intervallo $\left[\frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2}\right]$ è un equilibrio politico per partiti Downsiani;
- l'equilibrio politico relativo a partiti che massimizzano la quota di voti è unico:

$$(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{1-\varepsilon}{2}, \frac{1+\varepsilon}{2}\right)$$

Assumere partiti che massimizzano la percentuale di voti, piuttosto che la probabilità di vittoria, dà luogo a equilibri politici diversi. Nel caso di massimizzazione dei voti l'equilibrio

[31] Per una dimostrazione completa si consulti l'appendice posta a fine capitolo.

è unico ed i partiti scelgono posizioni differenti, mentre con partiti opportunisti esiste un continuum di equilibri politici, tra cui la differenziazione delle proposte.

Da notare come, in equilibrio, i partiti che massimizzano la percentuale di voti siano equidistanti dal centro e la distanza tra di loro esattamente ε. Questo implica che con cittadini molti critici (tolleranti) i partiti si posizioneranno piuttosto vicino (lontano) dal centro. Inoltre, sia nel caso di partiti opportunisti che massimizzanti i voti, in equilibrio l'astensionismo è solo per indifferenza (figura 1.12).

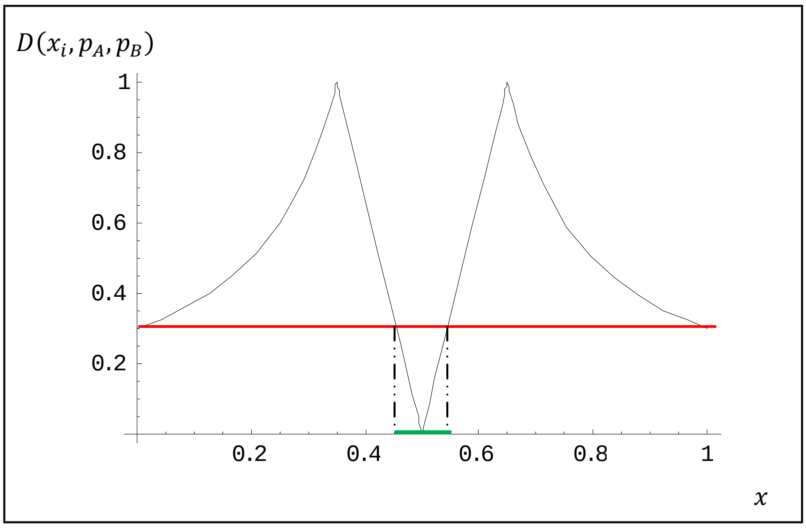


Figura 1.12: l'equilibrio politico con partiti che massimizzano la quota di voti, distribuzione uniforme e $\varepsilon = 0.3$: $p_A = 0.35, p_B = 0.65$.

1.3.4 Hortala-Vallve e Esteve-Volart (2005)

Le principali caratteristiche del modello sono:

- $u_i(p_J) = -d_i^J$;
- $g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = |u_i(p_A) - u_i(p_B)|$;
- ogni cittadino i è caratterizzato da (x_i, c), dove x_i è la politica ideale e c il valore soglia dell'indifferenza (il costo di votazione) uguale per tutti i cittadini;
- $\lambda = 0$.

In linea con la teoria del voto razionale, secondo la quale il cittadino diventa elettore attivo solo se il beneficio atteso dal voto supera il costo di votazione, il modello assume che il beneficio atteso dal voto sia la differenza tra le utilità connesse alle due proposte politiche moltiplicata per la probabilità pivotale p_v:

$$p_v|u_i(p_A) - u_i(p_B)|$$

Se il costo di votazione per ogni cittadino è C, si decide di recarsi alle urne solo se:

$$p_v|u_i(p_A) - u_i(p_B)| \geq C$$

Gli autori considerano esogena la probabilità pivotale; pertanto il cittadino i decide di votare solo se:

$$|u_i(p_A) - u_i(p_B)| \geq \frac{C}{p_v} \tag{1.18}$$

Con $\frac{C}{p_v} = c$ il modello di competizione elettorale basato sulla (1.18) non è altro che un caso speciale del modello generale caratterizzato dalla probabilità di voto (1.1), con astensione per indifferenza e funzioni di utilità "standard", linearmente dipendenti dalla distanza. In realtà questo modello dovrebbe essere considerato come un caso speciale del modello di Ledyard con un unico costo di votazione per tutti i cittadini. Tuttavia, rispetto al modello di Ledyard, questa assunzione influenza in modo differente il posizionamento strategico dei partiti.

Si è già evidenziato come, nel caso di utilità lineari nella distanza, gli elettori collocati alla sinistra di p_A e alla destra di p_B (elettori esterni) si preoccupino esclusivamente della distanza tra le due proposte politiche. Pertanto, se $(p_B - p_A) \geq c$, tutti decidono di partecipare attivamente al voto, indipendentemente da quanto essi siano distanti dai due partiti. I cittadini interni, invece, guardano anche alla propria posizione; in particolare, dato che:

$$|u_i(p_A) - u_i(p_B)| = (p_B + p_A - 2x_i) \quad \text{per } p_A \leq x_i \leq \frac{p_A+p_B}{2}$$

$$|u_i(p_A) - u_i(p_B)| = (2x_i - p_B - p_A) \quad \text{per } \frac{p_A+p_B}{2} \leq x_i \leq p_B$$

gli elettori cut-off sono posizionati nei punti $\left(\frac{p_A+p_B}{2} \pm \frac{c}{2}\right)$. Finché $(p_B - p_A) > c$ questi punti sono interni, ovvero appartengono all'intervallo $[p_A, p_B]$, per cui la differenziazione delle politiche proposte persuade una parte dei cittadini interni a partecipare attivamente al voto, precisamente tutti i cittadini posizionati nell'intervallo:

$$\left[p_A, \frac{p_A + p_B}{2} - \frac{c}{2}\right]$$

e nell'intervallo:

$$\left[\frac{p_A + p_B}{2} + \frac{c}{2}, p_B\right],$$

mentre tutti i cittadini la cui politica ideale appartiene a:

$$\left[\frac{p_A + p_B}{2} - \frac{c}{2}, \frac{p_A + p_B}{2} + \frac{c}{2}\right]$$

si astengono per indifferenza. Al contrario, se $(p_B - p_A) < c$, gli elettori cut-off sono esterni, pertanto nessun cittadino tra le due proposte politiche decide di andare a votare. Inoltre, dato che i cittadini esterni partecipano attivamente al voto solo se la distanza tra i due partiti è almeno c, nessun cittadino esterno andrà a votare e l'astensionismo sarà totale. In sintesi, se $(p_B - p_A) < c$ tutti i cittadini si astengono, mentre se $(p_B - p_A) \geq c$ l'insieme degli elettori attivi è composto dagli elettori esterni e una parte di quelli interni. Di conseguenza, una coppia di politiche tali che $(p_B - p_A) > c$ non può costituire un profilo di strategie di equilibrio: ogni partito è incentivato a muoversi verso il rivale in modo che la distanza tra loro sia almeno c. Infatti, se il partito A si muove verso il partito B di Δ e la distanza tra le due proposte politiche resta al di sopra del costo di votazione, tutti i cittadini esterni continuano a votare ed il partito A può guadagnare tutti gli elettori esterni collocati nell'intervallo:

$$[p_A, p_A + \Delta]$$

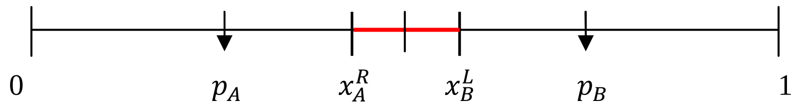
mentre l'astensione proviene dall'intervallo di politiche:

$$\left[\frac{p_A + p_B}{2} - \frac{c}{2} + \frac{\Delta}{2}, \frac{p_A + p_B}{2} + \frac{\Delta}{2} + \frac{c}{2}\right].$$

Supponiamo che i cittadini siano uniformemente distribuiti nello spazio delle politiche. Gli elettori cut-off interni sono simmetrici rispetto al punto di mezzo, quindi la quota di voti che ogni partito ottiene dall'interno è il 50%, indipendentemente dalle politiche scelte. Avvicinarsi al partito rivale consente di guadagnare esattamente Δ voti tra gli elettori esterni (figura 1.13). Analogamente al modello di Kirchgassner, esiste un continuum di equilibri politici per partiti Downsiani all'interno dell'intervallo di politiche:

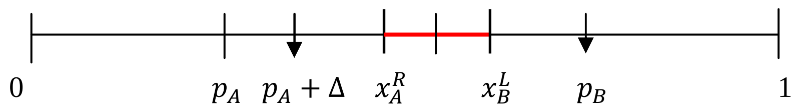
$$\left[\frac{1-c}{2}, \frac{1+c}{2}\right]$$

infatti se $(p_A, p_B) = \left[\frac{1-c}{2}, \frac{1+c}{2}\right]$ la distanza tra i due partiti è pari a c: tutti gli elettori interni si astengono mentre quelli esterni votano. Poiché le proposte politiche sono simmetriche e la distribuzione è uniforme, ogni partito vince le elezioni con probabilità ½. Avvicinarsi al partito rivale non migliora la probabilità di vittoria, ma causa l'astensionismo completo in quanto la distanza tra i due partiti diventerebbe inferiore al costo di votazione così che neanche gli elettori esterni sarebbero incentivati a votare.



a) $p_B = 1 - p_A$ e $(p_B - p_A) \geq c$; gli elettori cut-off x_A^R, x_B^L sono elettori interni e tutti i cittadini collocati tra i due cut-off si astengono (linea rossa); ogni partito ottiene i voti:

$$V_A = V_B = \frac{1}{2} - \frac{c}{2}.$$



b) il partito A si avvicina verso il centro ($p_A + \Delta$), con $\Delta > 0$ e tale che $(p_B - p_A - \Delta) \geq c$; il partito A vince le elezioni: $(V_A - V_B) = \frac{\Delta}{2}$.

Figura 1.13: con partiti Downsiani una coppia di politiche (p_A, p_B) tali che $(p_B - p_A) > c$ non può costituire un equilibrio politico.

Dall'altro lato, se l'obiettivo dei partiti è quello di massimizzare la quota di voti ottenuta, ogni coppia di politiche simmetriche e distanti tra loro almeno c costituisce un equilibrio politico. Infatti ogni partito ottiene la quota di voti:

$$\frac{1 - c}{2}$$

che non può aumentare cambiando la propria posizione. Mentre un equilibrio Downsiano con divergenza politica può portare al completo astensionismo degli elettori, un equilibrio "*vote-maximizing*" prevede sempre un'affluenza di elettori positiva.

Perciò, nel caso di distribuzione uniforme delle politiche ideali dei cittadini e un unico costo di votazione:

- esiste un continuum di equilibri politici per partiti Downsiani: ogni coppia di politiche (p_A^*, p_B^*) all'interno dell'intervallo

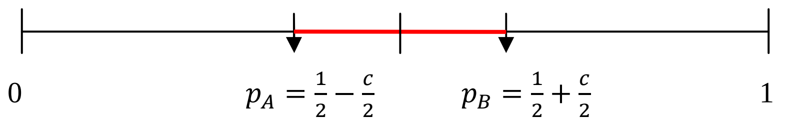
$$\left[\frac{1 - c}{2}, \frac{1 + c}{2}\right],$$

  costituisce un equilibrio politico (figura 1.14-a);
- esiste un continuum di equilibri politici per partiti che massimizzano la quota dei voti:

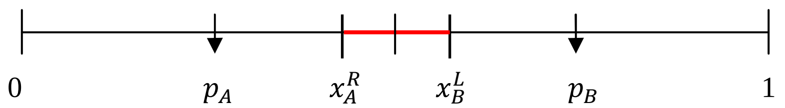
ogni coppia di politiche (p_A^*, p_B^*) simmetriche, $p_A^* = 1 - p_B^*$, e tale che:

$$|p_B^* - p_A^*| \geq c$$

costituisce un equilibrio politico (figura 1.14-b)



a) Se $(p_A, p_B) = \left(\frac{1-c}{2}, \frac{1+c}{2}\right)$ tutti gli elettori interni si astengono (linea rossa) e $V_A = V_B = \frac{1}{2} - \frac{c}{2}$. Ogni coppia di politiche all'interno di quell'intervallo non cambia la probabilità di vittoria, ma implica astensione al 100%.



b) Ogni coppia di politiche $p_B = 1 - p_A$ tali che $(p_B - p_A) \geq c$ assegna la quota di voti:

$$V_A = V_B = \frac{1}{2} - \frac{c}{2}.$$

Figura 1.14: equilibri Downsiani multipli (***a***), equilibri *vote-maximizing* multipli (***b***).

Questo semplice modello prevede la possibilità di divergenza politica per partiti Downsiani, analogamente a quanto previsto dal modello di Kirchgassner. Invece, per partiti che massimizzano la quota di voti, l'equilibrio politico è caratterizzato da divergenza politica (la distanza minima tra i partiti è c) ma non è unico, mentre se le decisioni di partecipazione al voto si basano sulla distanza relativa (Kirchgassner) l'equilibrio è unico. Inoltre, l'astensione in equilibrio è completa (nel caso di partiti Downsiani sufficientemente vicini) oppure solo al centro tra gli elettori collocati tra le due proposte politiche (nel caso di partiti Downsiani sufficientemente lontani o di partiti che massimizzano la quota di voti). Tuttavia, gli elettori estremisti, lontani, cioè, dalle proposte politiche, dovrebbero astenersi con una probabilità maggiore rispetto agli elettori più vicini ai partiti. Finché le funzioni di utilità sono concave o lineari nella distanza l'equilibrio politico è sempre caratterizzato da astensionismo al centro o totale.

Si consideri una distribuzione dei cittadini a picco singolo. Poiché la funzione di utilità è lineare nella distanza ed i cittadini possono astenersi solo per indifferenza, gli elettori periferici guardano esclusivamente alla distanza tra le due proposte politiche. Se i partiti scelgono posizioni sufficientemente diverse, $(p_B - p_A) > c$, tutti gli elettori esterni votano, mentre una parte dell'elettorato, posizionato tra i due partiti, sceglie di astenersi. In questo caso ogni partito preferisce avvicinarsi al rivale, in modo da sottrarre qualche elettore interno e catturare più elettori esterni possibili rispetto al partito rivale. D'altro canto, se la differenziazione politica è minima, $(p_B - p_A) = c$, nessun elettore tra i due partiti sceglie di recarsi alle urne. Poiché la percentuale di voti dalle code determina il vincitore della competizione elettorale, ogni partito tenderà a muoversi in direzione della massa di elettori; la conseguente forza centripeta spinge i partiti l'uno verso l'altro e l'equilibrio politico non può che essere caratterizzato da *convergenza politica e totale astensionismo*, esattamente come previsto da Ledyard. Fino a quando tutti gli elettori delle due code votano, il movimento verso il partito rivale non è costoso. Perciò ogni partito tenterà di catturare più elettori attivi del rivale. In equilibrio entrambi i partiti scelgono la *politica preferita dall'elettore mediano* e l'astensionismo è massimo; nessun partito, infatti, può migliorare la probabilità di vittoria allontanandosi dalla piattaforma comune: affinché gli elettori comincino a votare è necessario che il partito si allontani almeno c, ma così facendo la frazione di voti ottenuta sarebbe comunque inferiore a quella del rivale.

Il ragionamento è altrettanto valido per funzioni di utilità concave (anche se la piattaforma comune sarà la *politica preferita dall'elettore medio*). In questo caso gli elettori più distanti votano con maggiore probabilità rispetto agli elettori più vicini. Se le politiche proposte sono così simili da non persuadere nessun cittadino interno a recarsi alle urne, la percentuale di voti dalle code diventa cruciale ai fini dell'esito elettorale. Al fine di catturare più elettori esterni possibili rispetto al rivale, entrambi i partiti si avvicineranno alle politiche più frequenti tra l'elettorato. L'equilibrio politico è caratterizzato da convergenza politica ed astensionismo al 100%. Una funzione di utilità concava comporta un'utilità marginale decrescente e una disutilità marginale crescente, perciò i cittadini distanti dai due partiti partecipano al voto con una più alta probabilità dei cittadini vicini. Tuttavia, è noto come siano proprio questi elettori a doversi astenere con alta probabilità, a causa dell'alienazione. In particolare, con utilità concave, gli elettori periferici percepiscono una maggiore differenziazione politica che con utilità convesse (o quasi-concave), in funzione delle quali la decisione di partecipazione al voto si basa sulla distanza tra le due proposte politiche *relativamente* alla propria politica ideale (distanza relativa). Pertanto, l'assunzione di utilità quasi-concave (o convesse) implica che il movimento di un partito, in direzione di quello rivale, possa essere così costoso da non migliorare la probabilità di vittoria o la percentuale di voti ottenuta. Mantenendo le funzioni di utilità "standard", gli elettori più lontani si astengono con maggiore probabilità di quelli più vicini alle politiche proposte solo se viene introdotta la possibilità di *astensione per alienazione*.

1.3.5 Llavador (2000)

Le principali caratteristiche del modello sono:

- $u_i(p_J) = -d_i^J$;
- $g(|u_i(p_A) - u_i(p_B)|) = g_{ll}(|p_B - p_A|)$ dove g_{ll} è una funzione monotòna crescente e $g_{ll}(0) = 0$;
- ogni cittadino i è caratterizzato da (x_i, d_c^*) , dove x_i è la politica ideale e $d_c^* = d^* - c$ un parametro esogeno e uguale per tutti i cittadini;
- $\lambda = (1 - \lambda) = 1/2$.

Llavador introduce la possibilità di astensione per indifferenza e alienazione nel modello di competizione elettorale di Downs. L'insieme degli elettori attivi è così definito:

$$X_T = \{x_i \big| MIN[d_i{}^A, d_i{}^B] \leq d_c^* + g_{ll}(|p_A - p_B|)\}$$

I cittadini posizionati in un raggio d_c^* da una delle due proposte politiche decidono di votare, mentre i cittadini collocati ad una distanza maggiore di d_c^* si astengono (alienazione); tuttavia, alcuni di questi cittadini possono ancora votare se le proposte politiche sono sufficientemente diverse (indifferenza). Se i partiti scelgono la stessa politica, $p_A = p_B$, l'insieme X_T non è vuoto: tutti i cittadini collocati in un raggio d_c^* dalla proposta politica comune sono elettori attivi. Alla luce del modello generale di riferimento, il valore soglia dell'astensione per alienazione d_c^* è la differenza tra la tolleranza ed il costo di votazione dei cittadini, per cui cittadini molto accomodanti (o con un basso costo di votazione) votano con maggiore probabilità rispetto a cittadini molto critici (o con alto costo di votazione).

Un caso particolare: $\boldsymbol{d_c^* = 0 \Rightarrow d^* = c}$

I cittadini decidono di votare se e solo se:

$$d_i{}^J \leq g_{ll}\left(\left|p_J - p_{-J}\right|\right) \text{ per } d_i{}^J < d_i{}^{-J} \quad \forall \text{ J=A,B}$$

In questo caso il modello può essere interpretato come un caso speciale del modello generale con probabilità di voto (1.1) dove λ=1, ovvero l'astensione è solo per alienazione, ma *la tolleranza dei cittadini è una funzione delle proposte politiche dei partiti*, in particolare una funzione g_{ll} monotona crescente della distanza tra le due politiche annunciate, tale che $g_{ll}(0) = 0$. Non esiste, dunque, un unico valore soglia di riferimento d_c^* (d^* nel modello generale) ma i cittadini si rivelano più (meno) tolleranti in relazione alla maggiore (minore) differenziazione delle politiche annunciate. Ciò implica che il movimento di un partito verso il rivale causa un *effetto "stealing"* e un *effetto "damaging"*: il primo si riferisce alla possibilità di sottrarre, rubare, una parte degli elettori interni attivi, mentre il secondo è relativo alla perdita degli elettori delle code, la cui entità dipende dalla distribuzione dei cittadini lungo l'intervallo di politiche. La figura 1.15 mostra entrambi gli effetti nel caso di cittadini uniformemente distribuiti (l'effetto *stealing* è rappresentato dalla linea rossa, mentre quello *damaging* dalla linea verde).

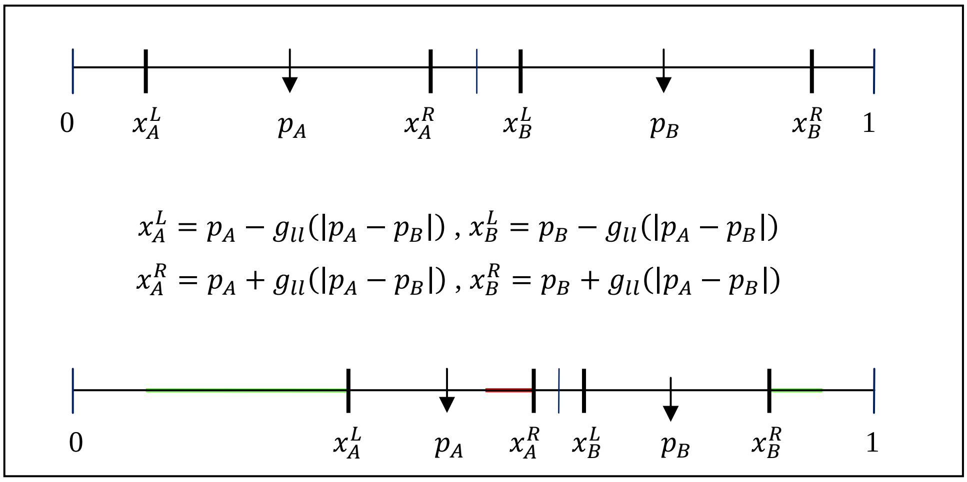


Figura 1.15: l'effetto *stealing* (linea rossa) e l'effetto *damaging* (linea verde) nel caso di una distribuzione uniforme ed un movimento del partito A verso il centro.

Supponiamo che l'obiettivo dei partiti sia massimizzare la quota dei voti ricevuti, piuttosto che la probabilità di vittoria. Quando i cittadini sono uniformemente distribuiti nello spazio politico, un movimento verso il partito rivale non consente di incrementare la percentuale di voti ottenuta; infatti, l'effetto *stealing* è una piccola porzione di quello *damaging*, perciò la quota di voti assegnati al partito A si è ridotta. Per quanto riguarda la probabilità di vittoria, la nuova posizione del partito A non comporta alcun cambiamento: dato che ogni elettore cut-off è collocato ad una distanza $g_{ll}(|p_A - p_B|)$ dal partito relativo, la probabilità di vittoria è ½ indipendentemente dalla coppia di politiche annunciate. Pertanto tutte le combinazioni $(p_A{}^*, p_B{}^*) \in [0,1]$, con $p_A{}^* = p_B{}^*$, oppure $p_A{}^* \neq p_B{}^*$ tali che:

$$x_A^L = p_A{}^* - g_{ll}(|p_A{}^* - p_B{}^*|)$$

$$x_B^R = p_B{}^* + g_{ll}(|p_A{}^* - p_B{}^*|)$$

costituiscono un equilibrio politico per partiti Downsiani[32]. Il ragionamento è differente nel caso di distribuzione dei cittadini a picco singolo; la convenienza di un movimento di avvicinamento verso il partito rivale dipende dall'entità dei due effetti, come evidenziato nelle figure 1.16-1.17 per una distribuzione simmetrica e con $g_{ll}(|p_A - p_B|) = (p_A - p_B)^2$. La figura 1.17 mostra come un movimento verso il centro consenta di catturare più elettori rispetto al partito rivale e, così, vincere le elezioni. In particolare, poiché $x_A^R > p^{me} = \frac{1}{2}$, il guadagno netto di voti per il partito A è positivo, ovvero l'effetto *stealing* supera quello *damaging*. Il partito B perde tutti gli elettori collocati nell'intervallo $\left[\frac{1}{2}, x_B^L\right]$, di cui una parte, precisamente gli elettori posizionati nell'intervallo $\left[\frac{1}{2}, x_A^R\right]$, votano la proposta politica del partito A. Perciò, data la posizione del partito rivale p_B (p_A), la migliore strategia del partito A (B) è di avvicinarsi in modo tale che $x_A^R \geq p^{me}$ $(x_B^L \leq p^{me})$ e l'effetto *stealing* sia dominante. Di conseguenza, la forza centripeta spinge i partiti l'uno verso l'altro e in direzione della politica preferita dall'elettore mediano. Quando entrambi i partiti si posizionano in tale punto l'astensionismo è totale e nessun partito è incentivato a spostarsi: allontanarsi dalla piattaforma comune implica persuadere gli elettori posizionati in un raggio $g_{ll}(|p_A - p_B|)$ *da ogni partito* a recarsi alle urne, perciò il partito la cui proposta politica è più vicina alla politica preferita dall'elettore mediano vince le elezioni.
In equilibrio entrambi i partiti scelgono di posizionarsi presso l'elettore mediano e l'astensionismo è totale.

Equilibrio: se $d_c^* = 0$ e la distribuzione dei cittadini è a picco singolo e simmetrica, l'equilibrio politico Downsiano è $(p_A^*, p_B^*) = (p^{me}, p^{me})$.

[32] E' facile constatare come questo risultato non dipenda dalla specifica forma funzionale di g_{ll}.

Il risultato è analogo a quanto ottenuto nei modelli di competizione elettorale con astensione per indifferenza e unico costo di votazione (Ledyard, Hortala-Vallve e Esteve-Volart). Pertanto, introdurre in un modello di competizione elettorale *à la* Downs la possibilità di astensione per indifferenza o per alienazione, con un valore soglia di tolleranza omogeneo tra i cittadini e dipendente dalla differenziazione delle politiche annunciate, comporta lo stesso risultato: i partiti si posizionano al centro e nessun cittadino vota.

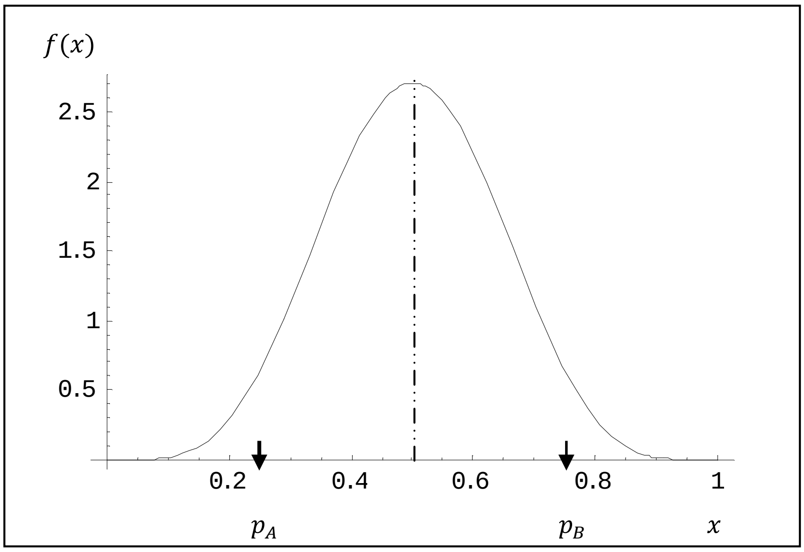


Figura 1.16: se $g_{II}(|p_A - p_B|) = (p_A - p_B)^2$ e la coppia di politiche annunciate è $(p_A, p_B) = (\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$, tutti i cittadini votano e la probabilità di vittoria è ½.

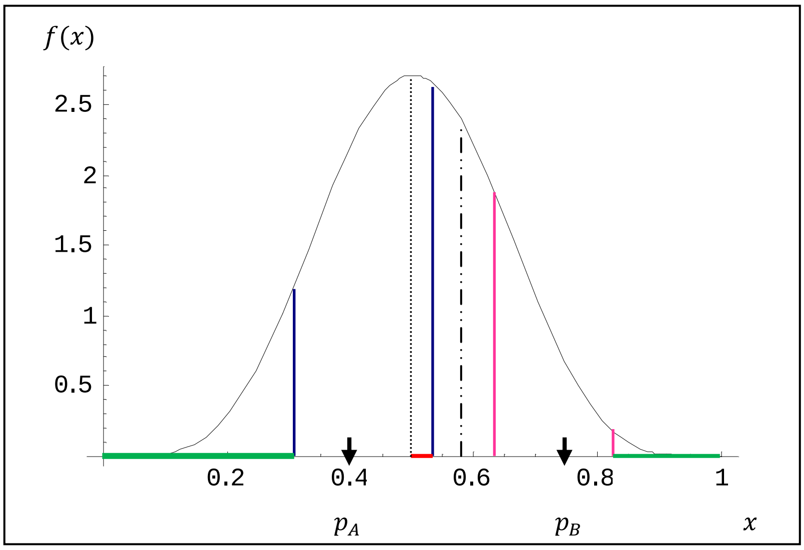


Figura 1.17: il partito A si avvicina a B, $(p_A, p_B) = (0.4, \frac{3}{4})$. Le linee blu (rosa) rappresentano gli elettori cut-off del partito A (B). L'effetto *stealing* (*damaging*) è evidenziato in rosso (verde).

Il caso generale: $\boldsymbol{d_c^*} > 0$

Gli elettori possono astenersi per alienazione o indifferenza. La figura 1.18 mostra l'astensione per indifferenza e alienazione nel caso di cittadini uniformemente distribuiti lungo l'intervallo di politiche. Date le posizioni dei due partiti, gli elettori cut-off sono i seguenti:

$$x_A^L = p_A - d_c^* - g_{II}(|p_A - p_B|)$$

$$x_A^R = Min\left\{p_A + d_c^* + g_{II}(|p_A - p_B|), \frac{p_A + p_B}{2}\right\}$$

$$x_B^L = Max\left\{p_B - d_c^* - g_{II}(|p_A - p_B|), \frac{p_A + p_B}{2}\right\}$$

$$x_B^R = p_B + d_c^* + g_{II}(|p_A - p_B|)$$

Se la coppia di politiche è tale che:

$$d_c^* \leq \frac{p_B - p_A}{2} - g_{II}(|p_A - p_B|)$$

c'è astensione per indifferenza e alienazione (figura 1.18-a), altrimenti l'astensione è solo per alienazione (1.18-b).

Ogni partito può ottenere d_c^* voti dagli elettori periferici a condizione che collochi la sua proposta politica all'interno dell'intervallo:

$$[d_c^*, 1 - d_c^*]$$

Inoltre, poiché la distanza tra l'elettore cut-off e la politica annunciata è la stessa per entrambi i partiti, vale a dire $d_c^* + g_{II}(|p_A - p_B|)$, e la distribuzione dei cittadini è uniforme, ogni coppia di politiche all'interno di quell'intervallo consente di vincere le elezioni con probabilità ½. I partiti ottengono la stessa percentuale di voti indipendentemente dalla differenziazione politica; se le politiche proposte coincidono ogni partito ottiene esattamente d_c^* voti, altrimenti, nel caso di politiche sufficientemente distanti, la quota di voti è:

$$d_c^* + g_{II}(|p_A - p_B|) + \frac{p_B - p_A}{2}$$

mentre per politiche sufficientemente vicine tali da comportare astensione per indifferenza, la quota di voti è:

$$2\left(d_c^* + g_{II}(|p_A - p_B|)\right).$$

Ogni coppia di politiche (p_A, p_B) all'interno dell'intervallo $[d_c^*, 1 - d_c^*]$ costituisce un profilo di strategie di equilibrio. Infatti, supponiamo che un partito scelga di posizionarsi a destra del punto $1 - d_c^*$. Il partito rivale può posizionarsi a destra di d_c^*, o esattamente in d_c^*, catturare una maggiore quota di voti dalla coda e, così, vincere le elezioni; infatti ogni partito ottiene il

50% degli elettori interni attivi pertanto i voti ottenuti dalle code sono determinanti ai fini della vittoria.

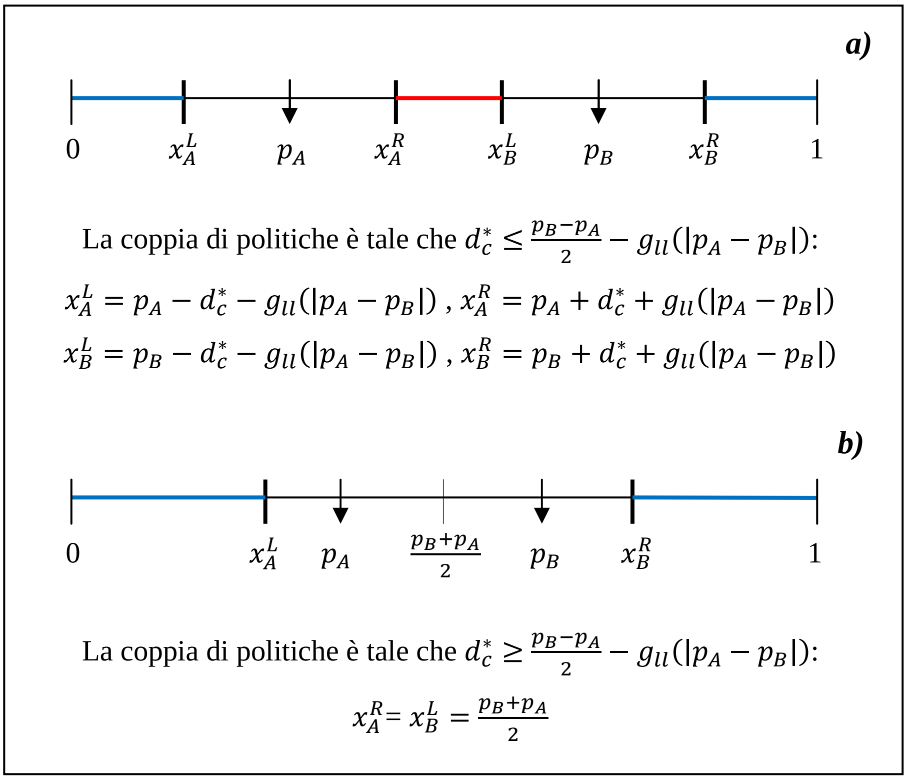


Figura 1.18: astensione per indifferenza e alienazione (1.18-a); astensione per alienazione (1.18-b).

Se nel caso di una distribuzione uniforme il valore di d_c^* non influenza l'equilibrio politico, per distribuzioni a picco singolo il parametro è determinante ai fini del posizionamento strategico dei partiti. Il *principio di minima differenziazione politica* nella competizione elettorale à la Downs, in base al quale in equilibrio i partiti annunciano la stessa politica, è ancora valido, ma la piattaforma politica comune può, tuttavia, divergere dalla politica dell'elettore mediano a seconda del parametro d_c^*. Ciò consente una riqualificazione del teorema dell'elettore mediano, che risulta valido solo nel caso di alti valori di d_c^*, ovvero di elettore particolarmente tolleranti/accomodanti.

Distribuzione a picco singolo

Supponiamo che i partiti scelgano posizioni differenti. Se la distanza tra le due politiche proposte è tale che:

$$d_c^* \leq \frac{p_B - p_A}{2} - g_{II}(|p_A - p_B|)$$

tutti i cittadini la cui politica ideale appartiene all'intervallo $[x_A^R, x_B^L]$ si astengono per indifferenza, dove:

$$x_A^R = p_A + d_c^* + g_{ll}(|p_A - p_B|)$$
$$x_B^L = p_B - d_c^* - g_{ll}(|p_A - p_B|)$$

mentre l'astensione per alienazione proviene dall'intervallo $[0, x_A^L]$ e $[x_B^R, 1]$ con:

$$x_A^L = p_A - d_c^* - g_{ll}(|p_A - p_B|)$$
$$x_B^R = p_B + d_c^* + g_{ll}(|p_A - p_B|)$$

Anche se le proposte annunciate coincidono, gli elettori esterni collocati in un raggio d_c^* dalla piattaforma comune decidono di votare. Pertanto esiste una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro, nel tentativo di catturare quanti più elettori esterni possibili rispetto al partito rivale. Inoltre avvicinarsi alla proposta politica dell'avversario consente di sottrarre una parte degli elettori interni attivi. Pertanto, entrambi i partiti sceglieranno di posizionarsi presso la politica preferita *dall'elettore centrale*, p^{ce}, in corrispondenza del quale la percentuale di elettori non alienati alla sua sinistra è uguale a quella dei cittadini non alienati alla sua destra[33]. Formalmente la politica dell'elettore centrale è tale che:

$$\int_{p^{ce}-d_c^*}^{p^{ce}} f(x)dx = \int_{p^{ce}}^{p^{ce}+d_c^*} f(x)dx$$

Poiché la funzione di densità presenta un solo massimo locale ed è crescente (decrescente) alla sua sinistra (destra), la politica dell'elettore centrale è unica e legata al valore del parametro d_c^*: quanto più elevato è d_c^* quanto più la politica dell'elettore centrale converge alla politica dell'elettore mediano (figura 1.19); invece per $d_c^* = 0$ la politica centrale coincide con la moda; per valori intermedi la politica centrale è collocata tra la moda e il mediano (figura 1.20). Il modello caratterizzato da $d_c^* = 0$ è, dunque, un caso particolare di un modello generale che considera entrambe le cause di astensionismo e comporta il seguente equilibrio politico:

Equilibro: se i cittadini possono astenersi per indifferenza e alienazione l'equilibrio politico Downsiano è unico: $p_A^* = p_B^* = p^{ce}$, dove p^{ce} indica la politica dell'elettore centrale tale che:

$$\int_{p^{ce}-d_c^*}^{p^{ce}} f(x)dx = \int_{p^{ce}}^{p^{ce}+d_c^*} f(x)dx$$

[33] Llavador definisce l'elettore centrale come l'elettore mediano locale. Per una dimostrazione formale si veda il secondo capitolo di questo lavoro o Llavador, H. G. (2000).

Per alti (bassi) valori di d_c^*, p^{ce} tende alla politica dell'elettore mediano p^{me} (la politica dell'elettore modale p^{mo}).

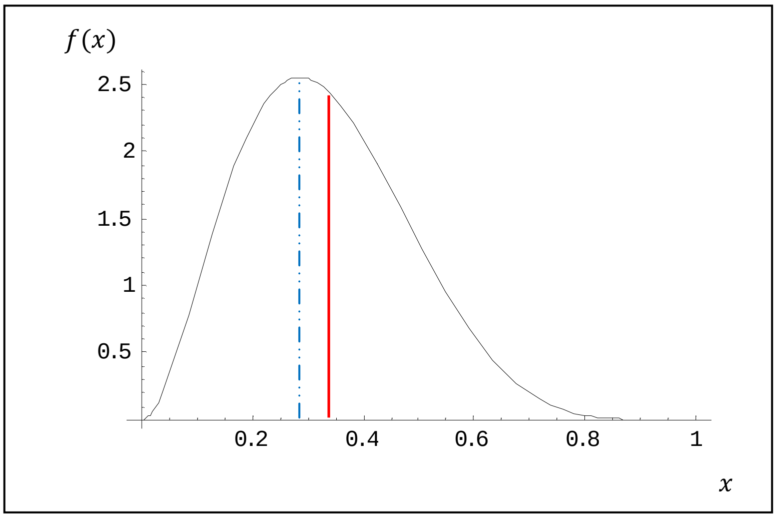


Figura 1.19: $x \sim Beta[3,6]$ con $p^{mo} = 0.28$ (linea blu tratteggiata) e $p^{me} = 0.32$ (linea rossa); per $d_c^* = 0.3$ la politica dell'elettore centrale è $p^{ce} = p^{me} = 0.32$.

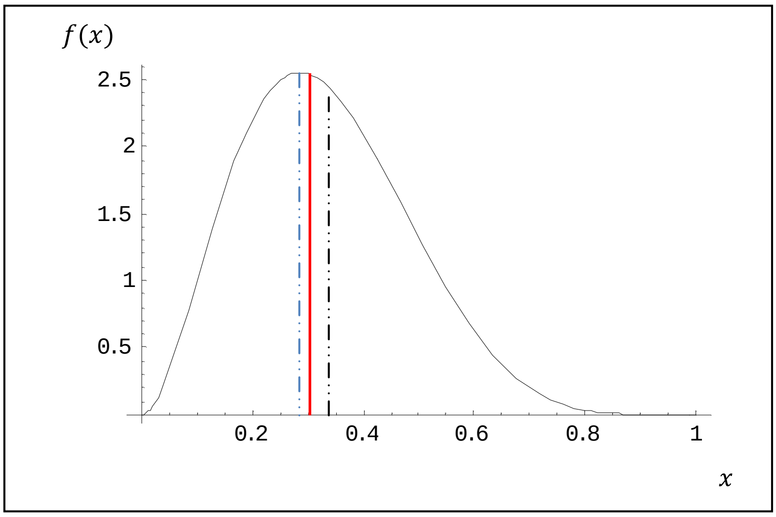


Figura 1.20: $x \sim Beta[3,6]$, $p^{mo} = 0.28$ (linea blu tratteggiata) e $p^{me} = 0.32$ (linea nera tratteggiata); per $d_c^* = 0.2$ la politica centrale è $p^{ce} = 0.3$.

Dato che il solo obiettivo dei partiti è vincere le elezioni e la distribuzione dei cittadini è a picco singolo, ogni partito ha convenienza ad avvicinarsi al rivale in modo tale da catturare una più alta percentuale di elettori periferici. Infatti, indipendentemente dalla distanza tra i due partiti, i cittadini collocati entro un raggio d_c^* da ogni proposta politica sono elettori attivi. Pertanto, data una qualsiasi posizione del rivale, ogni partito può avvicinarsi e vincere le elezioni. La piattaforma politica comune può, tuttavia, divergere dalla politica dell'elettore mediano. In particolare, il teorema dell'elettore mediano è valido solo per valori sufficientemente elevati del valore soglia riferito all'alienazione, d_c^*, ovvero solo in corrispondenza di elettori sufficientemente tolleranti.

Introdurre la possibilità di astensione per indifferenza o alienazione in un modello di competizione politica *à la* Downs sembra, dunque, non essere in grado di portare ad equilibri politici caratterizzati da divergenza politica. Tuttavia, se la distribuzione dei cittadini è *multi-peaked*[34] (bimodale) i partiti potrebbero essere incentivati a scegliere posizioni diverse. L'autore si concentra sull'astensionismo per alienazione ed assume una funzione di densità bimodale triangolare, ipotizzando che la popolazione dei cittadini sia divisa in due gruppi.

Distribuzione bimodale

Llavador considera una semplice famiglia di distribuzioni bimodali. I cittadini sono divisi in due gruppi o sub-popolazioni: i cittadini posizionati a sinistra di ½ appartengono al primo gruppo, mentre coloro la cui politica ideale è a destra di ½ costituiscono il secondo gruppo. Ogni sub-popolazione di cittadini è distribuita secondo una funzione triangolare con supporto $[0,1/2]$ e $[1/2,1]$ rispettivamente. La funzione di densità presenta, dunque, due "picchi": m_1 per il primo gruppo e m_2 per il secondo gruppo. Formalmente la funzione di densità è:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4(1-q)x}{m_1} & 0 \le x \le m_1 \\ \dfrac{4(1-q)\left(\frac{1}{2}-x\right)}{\left(\frac{1}{2}-m_1\right)} & m_1 < x \le \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{4q\left(x-\frac{1}{2}\right)}{\left(m_2-\frac{1}{2}\right)} & \dfrac{1}{2} < x \le m_2 \\ \dfrac{4q(1-x)}{(1-m_2)} & m_2 \le x \le 1 \end{cases} \tag{1.19}$$

dove $q \in [0,1]$ rappresenta il peso relativo del secondo gruppo, ovvero la percentuale di elettori che compongono la seconda sub-popolazione:

[34] La distribuzione dei cittadini è *multi-peaked* se esistono "picchi" multipli, cioè più politiche che compaiono con alta frequenza. Formalmente, la funzione di densità presenta diversi punti di massimo relativo (si veda la definizione di funzione *single-peaked*). Una distribuzione bimodale è un esempio di distribuzione *multi-peaked*.

$$q = 1 - F\left(\frac{1}{2}\right)$$

Il valore di q e la coppia (m_1, m_2) caratterizzano la funzione di densità. La figura 1.21-a) mostra la funzione di densità nel caso di perfetta simmetria dei due gruppi, $(m_1, m_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ e $q = \frac{1}{2}$; la figura 1.21-b) riporta la funzione di densità per $(m_1, m_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ e $q = 0.6$. Poiché il valore soglia di tolleranza è uguale per tutti i cittadini, difficilmente i partiti cercheranno di catturare gruppi di elettori differenti. Il gruppo di cittadini più attraente è quello relativamente più numeroso, pertanto l'equilibrio politico è caratterizzato dalla convergenza delle proposte politiche e la piattaforma comune è la politica preferita dall'elettore centrale del gruppo più numeroso. Infatti, se un partito sceglie la politica centrale del primo gruppo, p_1^{ce}, e il suo rivale quella del secondo gruppo, p_2^{ce}, chi sta catturando il gruppo più numeroso vince la competizione elettorale.

Le simulazioni effettuate dall'autore, assumendo $d_c^* = 0.2$, confermano tale ragionamento: i partiti scelgono la politica p_1^{ce} se $q < 0.5$, o p_2^{ce} se $q > 0.5$. Nel caso entrambi i gruppi siano simmetricamente distribuiti rispetto alle proprie mode, in equilibrio i partiti si posizionano in $m_1 = \frac{1}{4}$ se $q < 0.5$, in $m_2 = \frac{3}{4}$ se $q > 0.5$. Se i due gruppi sono ugualmente numerosi, $q = \frac{1}{2}$, i partiti possono scegliere di differenziare le proprie proposte politiche: un partito cattura il primo gruppo di elettore, l'altro il secondo gruppo. La divergenza politica non è, tuttavia, l'unico equilibrio politico. La differenziazione delle politiche, la convergenza in $m_1 = \frac{1}{4}$ o in $m_2 = \frac{3}{4}$ sono tutti equilibri politici Downsiani relativi al caso in cui $(m_1, m_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ e $q = \frac{1}{2}$.

Equilibrio: data la funzione di distribuzione bi-triangolare con $(m_1, m_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$, l'equilibrio politico Downsiano è:

- $p_A^* = p_B^* = p_1^{ce}$ se $q < 0.5$
- $p_A^* = p_B^* = p_2^{ce}$ se $q > 0.5$
- $(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$, $(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$, $(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ e $(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$ se $q = \frac{1}{2}$.

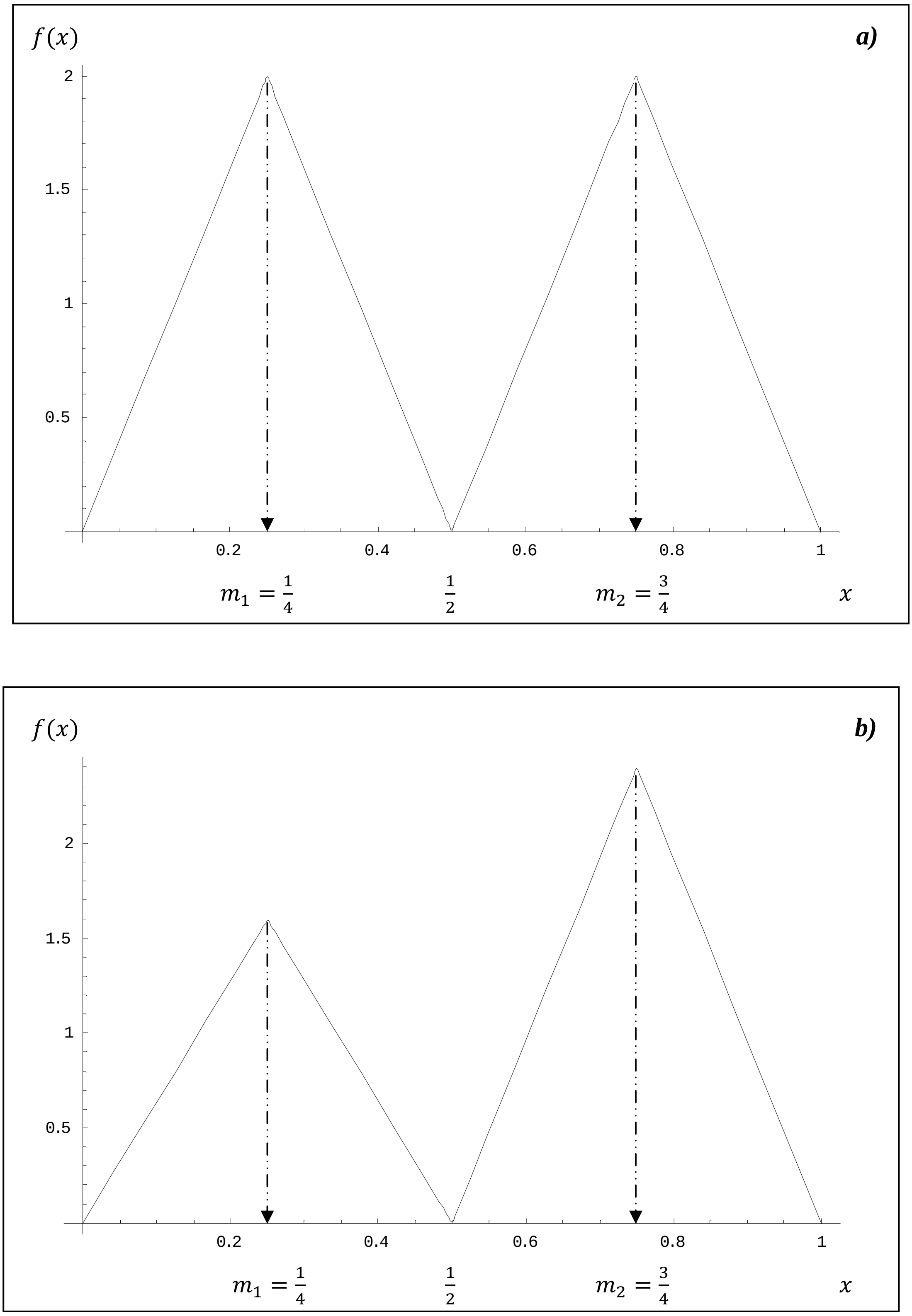


Figura 1.21: la densità degli elettori è la (1.19) con $(m_1, m_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ e $q = 0.5$ ($q = 0.6$) nella figura 1.21-a (b).

Tali risultati dipendono dall'assunzione di un unico valore soglia per l'alienazione d_c^*. Tuttavia, è ragionevole ipotizzare che le due sub-popolazioni di cittadini possano presentare valori soglia differenti, per cui la tolleranza è omogenea tra gli appartenenti al gruppo ed eterogenea tra i (due) gruppi. In questo caso ci aspettiamo che, se i gruppi sono ugualmente numerosi, esista un unico equilibrio politico in cui i partiti scelgono la politica centrale relativa al gruppo più tollerante (con il più alto d_c^*); d'altro lato, se il gruppo meno tollerante è il più numeroso esiste la possibilità la possibilità di divergenza politica, per cui un partito sceglie di catturare il gruppo più numeroso, l'altro il gruppo più tollerante. Chiaramente il peso relativo dei due gruppi, la tolleranza del primo e del secondo gruppo, rispettivamente il valore dei parametri $q, d_{c_1}^*$ e $d_{c_2}^*$, determinano congiuntamente l'equilibrio politico.

1.3.6 Leppel (2009)

Le principali caratteristiche del modello sono:

- $u_i(p_J) = -d_i^J$;
- ogni cittadino i è caratterizzato da (x_i, d_i^*), dove x_i è la politica ideale e d_i^* il livello di tolleranza individuale;
- $\lambda = 1$.

Questo modello è uno dei pochi contributi esistenti in letteratura che considerano l'astensione dei cittadini solo per alienazione. In particolare, l'autore analizza gli effetti dei movimenti dei partiti verso il centro della distribuzione politica (assumendo una distribuzione uniforme e, successivamente, una distribuzione normale standardizzata) quando *i cittadini delle code possono astenersi per alienazione*. In altre parole, il modello introduce la possibilità di astensione solo per i cittadini esterni, posizionati, cioè, a sinistra o a destra dei due partiti, mentre i cittadini collocati tra i partiti votano con certezza[35].

Ogni elettore potenziale i ha un livello di tolleranza individuale, d_i^*, e se la distanza dal partito preferito supera la tolleranza, il cittadino si astiene per alienazione. Ipotizzando che $p_A < p_B$, l'insieme degli elettori attivi è così definito:

[35] Questa assunzione è in linea con l'evidenza empirica relativa alle grandi elezioni, dove si evidenzia come gli elettori più moderati e interni siano più tolleranti rispetto agli elettori estremisti e periferici, ovvero la probabilità di astensione per alienazione sia più alta per gli elettori estremisti che per gli elettori centrali (Adams et al. 2003, 2006, Adams et al. 2005, Katz 2007). Ciò è dovuto, in parte, alla minore distanza ideologica (politica) degli elettori interni dal partito preferito e, in parte, alla maggiore tolleranza degli elettori moderati/centrali rispetto agli elettori estremisti/periferici.

$$X_T = \{x_i | x_i \in [x_A^k, x_B^w]\}$$

dove x_A^k, x_B^w indicano, rispettivamente, l'elettore cut-off sinistro e l'elettore cut-off destro, ovvero:

$$x_A^k : (p_A - x_A^k) = d_k^*$$

$$x_B^w : (x_B^w - p_B) = d_w^*$$

Supponiamo che i cittadini siano uniformemente distribuiti lungo l'asse politico. Dato che l'autore non introduce alcuna assunzione sul valore della tolleranza dei cittadini, possiamo ragionevolmente supporre che la tolleranza sia unica, pertanto $d_k^* = d_w^*$. In altre parole:

$$d_i^* = d^* \quad \forall\, x_i < p_A \,\cup\, x_i > p_B$$

Se il partito A si avvina al rivale, spostandosi di Δ-passi verso il centro, può sottrarre i voti degli elettori collocati tra $\frac{p_A+p_B}{2}$ e $\frac{p_A+p_B}{2} + \frac{\Delta}{2}$, cioè guadagnare esattamente $\frac{\Delta}{2}$ voti sul partito rivale. D'altro canto, il partito perde una parte degli elettori periferici alla sua sinistra, precisamente i Δ elettori collocati tra x_A^k e $x_A^k + \Delta$. Se il partito ha come obiettivo massimizzare la quota dei voti ottenuta (*vote-maximizing*) ha una perdita netta di voti pari a $\frac{\Delta}{2}$, ma se il partito ha come unico obiettivo vincere la competizione elettorale il movimento verso il centro non migliora la probabilità di vittoria, che resta pari a ½. Infatti, avvicinarsi al partito rivale consente di ottenere un guadagno di due volte $\frac{\Delta}{2}$, poiché il partito "ruba" questi voti all'avversario, ma implica la perdita di Δ voti dalla coda. Pertanto, il beneficio netto di un movimento verso il centro è pari a 0. Con funzioni di distribuzione differenti, invece, un movimento verso il partito rivale può essere vantaggioso. Supponiamo che ci sia esattamente 1 elettore per unità nelle code e n elettori per unità nel centro. Il movimento del partito A comporta il guadagno di $\frac{n\Delta}{2}$ voti dal centro e la perdita di Δ voti dalla coda sinistra; dato che il partito B perde esattamente $\frac{n\Delta}{2}$ voti a favore del partito rivale, il cambiamento nella differenza dei voti tra il partito A e B è:

$$\left(\frac{n\Delta}{2} - \Delta\right) - \left(-\frac{n\Delta}{2}\right) = \Delta(\mathrm{n} - 1)$$

Dato che $n > 1$ il movimento del partito A verso i centro risulta vantaggioso. Pertanto, finché le politiche centrali sono le più diffuse tra i cittadini, entrambi i partiti saranno incentivati a spingere le proprie proposte politiche verso il centro.

Al fine di confermare l'esistenza di questa forza centripeta, l'autore considera una distribuzione normale standardizzata: la media è 0 e le politiche ideali sono misurate in deviazioni standard (figura 1.22).

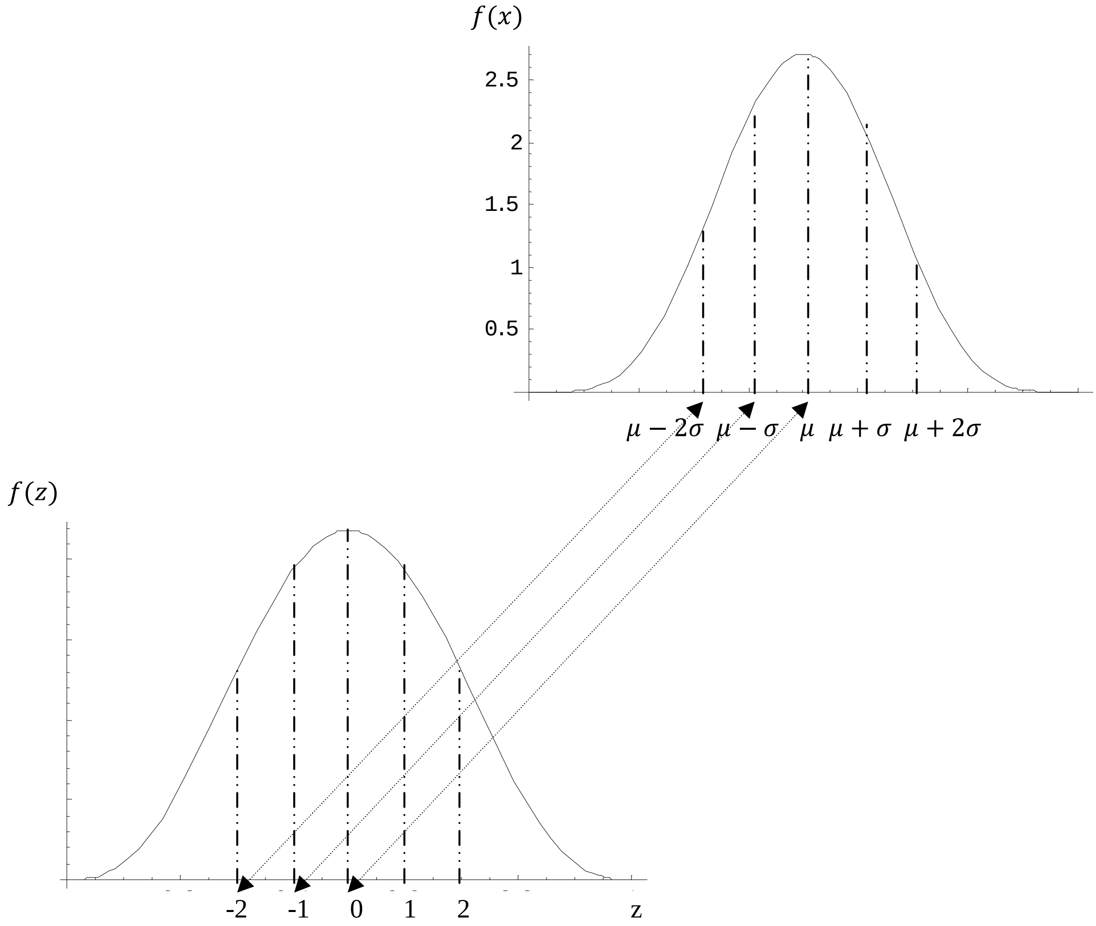


Figura 1.22: Dalla distribuzione normale, $f(x)$, alla distribuzione normale standard $f(z)$.

Gli elettori alienati sono coloro la cui politica ideale è distante più di una deviazione standard dal partito preferito. Formalmente:

$$d_i^* = \sigma \quad \forall\, x_i < p_A \,\cup\, x_i > p_B$$

L'autore effettua alcune simulazioni al fine di analizzare gli effetti del movimento del partito A verso il centro, quando il partito B è collocato a 0.5 deviazioni standard dalla media. La figura 1.23 illustra tale situazione. Le simulazioni sono effettuate per diversi valori di Δ.

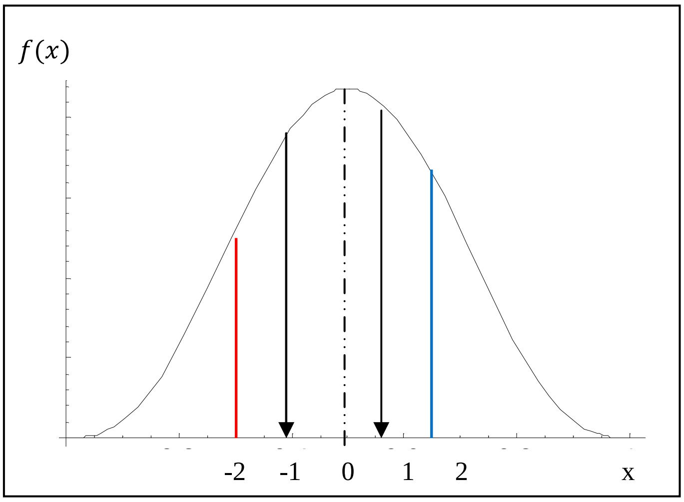


Figura 1.23: l'insieme degli elettori attivi quando $p_A = -1, p_B = 0.5$ (l'unità di misura è la deviazione standard). La linea rossa identifica x_A^k, mentre la linea blu x_B^w.

In assenza di uno sviluppo formale e analitico è piuttosto complesso stabilire il comportamento dei due partiti in equilibrio. Tuttavia, l'autore rileva che il movimento verso il centro può risultare vantaggioso a seconda della posizione iniziale del partito A:
"nei casi in cui il candidato (partito) si trova più lontano dal centro rispetto al rivale, egli guadagna sul rivale. Nel caso in cui il candidato (partito) si trova più vicino al centro rispetto al rivale, egli perde sul rivale. Quando partono dalla stessa distanza dal centro non c'è *nessun guadagno relativo* per nessun partito" (Leppel, 2009).
Le simulazioni effettate dall'autore sembrano, dunque, rilevare la possibilità di divergenza politica per cui, se i partiti sono posizionati simmetricamente, nessuno dei due è incentivato ad avvicinarsi ulteriormente al centro. La possibilità di astensione per alienazione per gli elettori periferici, in un modello di competizione elettorale *à la* Downs, può comportare equilibri politici caratterizzati da differenziazione delle politiche annunciate.

1.4 La ricerca empirica sulle due cause di astensione

Se in letteratura è ben noto come la probabilità di votare sia influenzata da caratteristiche socio-demografiche, quali età, livelli di istruzione (Dee 2003, Milligan et al. 2003), reddito (Wolfinger e Rosenthal 1980) e informazione (Matsusaka 1995, Ghirardato e Katz 2002, Larcinese 2002), un tema rilevante riguarda il legame tra le posizioni politiche dei partiti e le decisioni di partecipazione/astensione. Sebbene, a livello teorico, un'ampia parte della letteratura si sia focalizzata su questo argomento all'interno della teoria della competizione politica spaziale, esistono pochi lavori empirici sull'analisi del voto/astensione in una dimensione spaziale. Inoltre, se la teoria riconosce e distingue due principali cause di astensione, indifferenza e alienazione, solo una parte degli studi empirici distingue le due fonti di astensione.

Un primo studio sull'astensione per indifferenza e/o alienazione è di Brody e Page (1973): partendo dall'idea di un'astensione razionale, gli autori rilevano che i cittadini che assegnano lo stesso punteggio a due differenti candidati votano con minore probabilità rispetto a coloro che, più chiaramente, preferiscono uno dei due candidati (indifferenza); dall'altro lato, gli autori osservano che, anche se un cittadino ha una preferenza spiccata per un candidato, egli può, comunque, non essere favorevolmente disposto a votare tale candidato (alienazione). Utilizzando i dati sulle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti, gli autori rilevano che sia indifferenza che alienazione influenzano l'astensionismo degli elettori.

Zipp (1985), Plane e Gershtenson (2004) stimano la probabilità di partecipazione al voto come funzione dell'indifferenza e alienazione del cittadino: Zipp rileva che l'indifferenza è la fonte dominante dell'astensione nelle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti, mentre Plane e Gershtenson rilevano che è l'alienazione la maggiore causa di astensione nelle elezioni del Senato degli Stati Uniti[36].

Negli ultimi anni diversi lavori hanno analizzato gli effetti dell'indifferenza e alienazione *politica*, ovvero come le tendenze dei cittadini ad essere indifferenti o alienati possano essere significativamente influenzate dalle proprie valutazioni circa le politiche (o ideologie in un contesto uni-dimensionale) dei partiti/candidati. Per poter analizzare come le posizioni (percepite) dei partiti influenzino l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'affluenza degli elettori, alcuni lavori hanno utilizzato *il modello unificato della partecipazione al voto e scelta dell'elettore*, anche denominato modello unificato indifferenza-alienazione, in base al quale la decisione di partecipazione o astensione e la decisione su quale candidato/partito votare sono incluse simultaneamente: ogni cittadino sceglie simultaneamente se votare e per quale candidato/partito votare. Il modello, sviluppato da Adams, Dow e Merrill (2001), Adams e Merrill (2003) e Adams, Merrill, e Grofman (2005), si basa sui contributi di Sanders (1998, 2001), Lacy e Burden (1999) e Thurner e Eymann (2000). Nel modello di Sanders l'astensione è a causa dell'indifferenza tra i

[36] Il maggior peso relativo dell'alienazione rispetto all'indifferenza è anche il risultato di Guttman et al. (1994).

candidati, mentre in Lacy e Burden si assume implicitamente che l'astensione derivi dall'alienazione dai candidati. Adams et al. considerano entrambe le cause di astensionismo e includono nel modello anche fattori non-spaziali quali le caratteristiche socio-demografiche dei cittadini, le predisposizioni nei confronti dei partiti e le valutazioni delle abilità/competenze dei candidati (valenza). Il principale scopo del modello unificato è rilevare le determinanti dell'astensione per alienazione e indifferenza, in particolare verificare l'esistenza di una componente significativa di *astensione politica*, per cui l'astensionismo è funzione delle posizioni (percepite) dei partiti/candidati su alcuni rilevanti temi politici, vale a dire le tendenze individuali all'astensione per alienazione o indifferenza sono significativamente influenzate dalle piattaforme elettorali.

Thurner e Eymann (2000) conducono un'analisi multidimensionale e multi-partitica della partecipazione al voto nelle elezioni nazionali tedesche e considerano la decisione di partecipazione/astensione del cittadino simultanea alla scelta del partito cui votare. Lo spazio politico è multidimensionale, ovvero sono considerati K temi politici (tra cui immigrazione, aborto, energia nucleare). Il modello è a scelta discreta multinomiale (modello probabilistico) e segue l'approccio dell'utilità casuale (RUM, Random Utility Models). Ogni cittadino deve scegliere tra le alternative: votare il partito J ($J = 1{,}4$) o astenersi[37]. Gli autori suddividono l'insieme di scelta del cittadini in tre sotto-insiemi: nel primo il cittadino sceglie se votare o astenersi, nel secondo se votare un partito di sinistra o di destra, nel terzo quale partito votare. Le probabilità di scelta sono derivate seguendo l'approccio dell'utilità casuale, secondo il quale l'utilità di un'alternativa può esprimersi come la somma di una componente deterministica e casuale (il termine di errore). L'utilità che il cittadino i-esimo percepisce dal votare il partito J è la seguente:

$$U_i(d_J) = \sum_{k=1}^{K} -b_k |x_{ik} - p_{Jk}| + \varepsilon_{iJk}$$

dove x_{ik} è la politica ideale del cittadino e p_{Jk} è la posizione del partito, relativamente all'argomento k; il parametro b_k rappresenta la *salienza* del tema politico k, ovvero la rilevanza di tale argomento, ed è uguale per tutti i cittadini; ε_{iJk} è il termine di disturbo casuale. La componente sistematica dell'utilità del cittadino nella dimensione politica k-esima è la funzione di utilità standard, inversamente legata alla distanza dal partito, ovvero:

$$u_i(d_{Jk}) = -b_k d_{Jk}$$

[37] Il sistema elettorale tedesco è un sistema tipicamente multi-partitico. Lo studio si riferisce alle elezioni nazionali tedesche del 1990 (4 maggiori partiti politici).

dove $d_{Jk} = |x_{ik} - p_{Jk}|$. Di conseguenza, l'utilità totale dipende dal vettore $d_J = (d_{J1},, d_{JK})$. Assumendo che i termini di errore siano indipendenti e identicamente distribuiti la probabilità di scelta dell'alternativa J, facente parte dell'insieme A^1, è definita come:

$$\begin{aligned} P_{iJ} &= Prob(V_{iJ} + \varepsilon_{iJ} > V_{iH} + \varepsilon_{iH}, \forall\, H \neq J, H \in A^1) \\ &= Prob(\varepsilon_{iH} < \varepsilon_{iJ} + V_{iJ} - V_{iH}, \forall\, H \neq J, H \in A^1) \end{aligned}$$

dove V_{iJ} (V_{iH}) rappresenta la componente sistematica dell'utilità relativa all'alternativa J (H). Il modello di stima è un modello logit multinomiale: i termini di errore si distribuiscono secondo la *distribuzione del valore estremo di primo tipo EV 1* (la distribuzione generalizzata dei valori estremi di Gumbel), pertanto le loro differenze seguono una funzione logistica standard[38]. Dopo alcuni passaggi matematici, la probabilità di scelta dell'alternativa J è la seguente[39]:

$$P_{iJ} = \frac{exp(V_{iJ})}{\sum_{H \in A^1} exp(V_{iH})}$$

La probabilità di astensione è una funzione decrescente del beneficio percepito relativamente alla dimensione $k = 1, K$:

$$|u_i(d_{Jk}) - u_i(d_{Hk})|$$

---

[38] Le proprietà del modello logit multinomiale (McFadden 1974, 1981) sono le seguenti:

- la probabilità di scelta di ogni alternativa è compresa tra 0 e 1 e dipende dall'attrazione dell'alternativa rispetto alle altre nell'insieme di scelta;
- la somma delle diverse probabilità di scelta è pari a 1;
- proprietà di Indipendenza dalle Alternative Irrilevanti (IIA, Luce 1959), secondo la quale il rapporto tra le probabilità di due alternative non dipende dalla presenza/assenza di altre alternative. La IIA può essere definita anche come sostituzione proporzionale fra un alternativa e le altre: se un'alternativa migliora/peggiora, tale cambiamento fa diminuire/aumentare proporzionalmente le probabilità di scelta delle altre alternative. La proprietà IIA è un'assunzione valida se le alternative sono realmente percepite come distinte.

[39] Partendo da:

$$P_{iJ} = Prob(\varepsilon_{iH} < \varepsilon_{iJ} + V_{iJ} - V_{iH}, \forall\, H \neq J, H \in A^1) \tag{1}$$

assumendo che i termini di errore siano indipendenti e seguano la distribuzione generalizzata dei valori estremi di Gumbel, ovvero:

$$F(\varepsilon) = exp[-exp(-\varepsilon)]$$

la (1) diventa:

$$P_{iJ} = \int \left(\prod_{H \neq J} e^{-e^{-(\varepsilon_{iJ} + V_{iJ} - V_{iH})}} \right) e^{-\varepsilon_{iJ}} e^{-e^{-\varepsilon_{iJ}}} d\varepsilon_{iJ}$$

con opportune passaggi matematici la probabilità diventa:

$$P_{iJ} = \frac{exp(V_{iJ})}{\sum_{H \in A^1} exp(V_{iH})}$$

La proprietà IIA è evidente dal rapporto tra le probabilità di scelta relative a due alternative:

$$\begin{aligned} \frac{P_{iJ}}{P_{iZ}} &= \frac{exp(V_{iJ})}{\sum_{H \in A^1} exp(V_{iH})} \frac{exp(V_{iZ})}{\sum_{H \in A^1} exp(V_{iH})} \\ &= \frac{exp(V_{iJ})}{exp(V_{iZ})} = exp(V_{iJ} - V_{iZ}). \end{aligned}$$

dove $d_{Jk} < d_{Hk} < d_{Qk} \quad \forall\, Q \neq J \neq H$. Quanto più le posizioni dei partiti sono simili nelle diverse dimensioni della politica, quanto più è probabile che il cittadino si astenga (astensione per indifferenza). Tuttavia esiste anche un'altra causa di astensione. La probabilità di astensione è una funzione crescente della differenza tra l'utilità ricevuta dal partito preferito, più vicino nella dimensione politica k, e il valore soglia dell'alienazione t, identico tra i cittadini:

$$(d_{Jk} - t)$$

Utilizzando la metodologia di stima della massima verosimiglianza ed introducendo nell'utilità anche una variabile non-spaziale che cattura la predisposizione individuale nei confronti del partito, gli autori rilevano che il posizionamento dei partiti nei diversi argomenti politici influenza significativamente le decisioni di voto/astensione, ovvero esiste una componente di *astensione politica*. In particolare, quanto più alta è l'indifferenza percepita negli argomenti politici salienti, quanto più alta è la probabilità di astensione. Pertanto la componente di astensione politica è significativamente legata al tipo di astensione, l'indifferenza, e alla salienza del tema politico[40]. Inoltre, la probabilità di astensione mostra un legame inverso con la predisposizione personale (o fedeltà) verso uno qualsiasi dei partiti.

Il modello di Thurner e Eymann presenta tre limiti principali:

- l'astensione per indifferenza è imputata principalmente ai due partiti più vicini al cittadino; tuttavia, la probabilità di astensione potrebbe dipendere anche dalla somiglianza/vicinanza delle proposte politiche più lontane;
- non c'è alcuna analisi circa l'effetto delle caratteristiche socio-demografiche (fattori non-spaziali) sulla probabilità di astensione;

[40]Hortala-Vallve e Esteve-Volart (2010) sviluppano un modello multidimensionale ed assumono che l'astensione sia causata solo dall'indifferenza. Gli autori riconoscono che "molti elettori sono interessati solo a pochi argomenti politici. Conseguentemente, la distanza percepita tra le piattaforme in tutte le dimensioni politiche potrebbe non compensare il costo-opportunità di votazione dell'elettore. Infatti se i candidati non sono sufficientemente diversi negli argomenti politici a cui i cittadini sono più interessati, questi ultimi percepiscono i politici come "tutti uguali" e, pertanto, si astengono".
Questo lavoro conferma il legame tra indifferenza e salienza e rileva che la percezione dell'elettore di piattaforme differenti dipende da caratteristiche individuali (quali istruzione e reddito), così come dall'importanza attribuita ai diversi temi politici: "tra le caratteristiche individuali, gli elettori più informati riguardo le campagne elettorali, partigiani, anziani, educati, ricchi, sembrano percepire maggiori differenze tra i partiti sia in termini generali che considerando gli argomenti politici dove i partiti sono più differenti".
Idealmente, per misurare la salienza di argomenti differenti, è necessaria un'informazione specifica sull'importanza relativa che ogni osservazione attribuisce alle diverse dimensioni della politica. Anche se queste informazioni non erano disponibili nel data set di riferimento (i sondaggi elettorali sulle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti svolti da ANES, American National Election Studies), gli autori deducono questa informazione dalla risposta degli intervistati alla domanda "qual è il problema (del paese) che lei considera più importante?".

- i valori soglia di indifferenza (il costo di votazione) e di alienazione (la tolleranza) sono uguali per tutti i cittadini, così da non consentire un'analisi della relazione intercorrente tra le caratteristiche socio-demografiche e la probabilità di astensione per indifferenza e alienazione.

Il modello unificato della partecipazione al voto e scelta dell'elettore, implementato da Adams, Dow e Merrill (2001, 2006), Adams, Merrill e Grofman (2005) e da Katz (2007), assume che sia fattori spaziali (le posizioni dei partiti) sia fattori non-spaziali (caratteristiche socio-demografiche e di percezioni del sistema politico) influenzano l'astensione per indifferenza e/o alienazione, riconoscendo che le tendenze dei cittadini ad astenersi per indifferenza e/o alienazione possono variare significativamente in relazione alla distanza percepita dalle proposte politiche (astensione politica)[41].

Il modello teorico di riferimento è simile a quello appena presentato: ogni cittadino sceglie simultaneamente se votare uno dei candidati/partiti o astenersi. Seguendo l'approccio dell'utilità casuale e assumendo che gli errori siano indipendenti e identicamente distribuiti, il modello di stima è un modello logit multinomiale e la metodologia impiegata è la stima di massima verosimiglianza. Tale modello consente di analizzare:

- la componente di astensione politica, ovvero come le posizioni politiche dei candidati/partiti influenzano l'astensionismo, e l'*astensione ideologica*, ovvero la relazione tra astensione e ideologia dei cittadini;
- la relazione tra le caratteristiche individuali, socio-demografiche e attitudinali, e la probabilità di astensione per indifferenza e/o alienazione;
- l'impatto relativo di indifferenza e alienazione sull'astensionismo.

Effettuando un parallelismo con il modello teorico generale proposto nelle sezioni precedenti, l'analisi empirica in effetti mira a stimare i parametri λ_i, d_i^*, c_i al fine di valutare l'influenza delle caratteristiche socio-demografiche e dei fattori politici (spaziali e non) sulla decisione di partecipazione al voto degli elettori. In particolare il contributo relativo di indifferenza e alienazione nella probabilità che il cittadino i voti, λ_i, è una funzione delle posizioni politiche dei partiti, della differenziazione delle politiche e dell'ideologia del cittadino:

$$\lambda_i = \lambda(p_A, p_B, |p_A - p_B|; x_i)$$

[41] I lavori di Adams, Dow e Merrill (2003, 2006) stimano l'astensione per indifferenza e alienazione nelle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti dal 1980 al 1988; Adams, Merrill e Grofman (2005) applicano il modello alle elezioni nazionali di Francia, Norvegia, Gran Bretagna; Katz (2007) adatta lo stesso modello alle elezioni Presidenziali del Brasile del 2002.

Il valore soglia dell'indifferenza, il costo di votazione c_i, e dell'alienazione, l'utilità di aspirazione $u(d_i^*)$, dipendono, rispettivamente, dal vettore di variabili esplicative I_i e A_i che includono tutte le caratteristiche socio-demografiche (età, sesso, istruzione, etc.), le variabili attitudinali (informazione politica, interesse, etc.) e le percezioni del sistema politico (fiducia nella democrazia, etc.)[42] che ci si attende possano influenzare i valori soglia del cittadino[43]:

$$u(d_i^*) = \beta_A A_i + \varepsilon_i^A \tag{1.20}$$

$$c_i = \beta_I I_i \tag{1.21}$$

Il valore soglia dell'alienazione è l'utilità di aspirazione e, in quanto tale, ha una componente sistematica:

$$S_i{}^A = \beta_A A_i$$

ed una componente casuale, rappresentata dal termine di errore ε_i^A. La letteratura manca di contributi teorici o empirici che definiscano le variabili esplicative di sola pertinenza dell'alienazione, di sola pertinenza dell'indifferenza e relative ad entrambe, pertanto:

$$A_i = I_i$$

ed i vettori β_A, β_I, che costituiscono i parametri da stimare, esprimono, rispettivamente, l'influenza delle variabili considerate sui valori soglia di indifferenza e alienazione. I lavori di Adams et al. (2001, 2006) stimano l'astensione per indifferenza e alienazione nelle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti; i cittadini scelgono simultaneamente tra tre alternative: votare il partito repubblicano, votare il partito democratico o astenersi. Dato che la decisione di votare o astenersi e quale partito (eventualmente) votare sono simultanee, il cittadino sceglie di astenersi se:

- non c'è nessun candidato J tale da garantire al cittadino un'utilità sufficientemente più grande di quella fornita da ogni altro candidato (astensione per indifferenza). Formalmente il cittadino i è indifferente se non c'è un candidato J tale che:

  $$U_i^J - U_i^{-J} > c_i \quad J = R, D$$

  dove c_i, costituito dalla (1.21), rappresenta il valore soglia dell'indifferenza per il cittadino i e U_i^J è l'utilità percepita dal cittadino nel votare il partito J. In linea con la teoria spaziale del voto gli autori assumono che l'utilità dei cittadini sia:

  $$U_i(p_J) = \beta_J X_{iJ} - \beta\left(x_i - p_J\right)^2 + \varepsilon_{iJ}$$

[42] Adams et al considerano le seguenti variabili esplicative: razza, istruzione, efficacia politica, partecipazione al voto nelle elezioni precedenti, prossimità delle elezioni.
[43] Al fine di ottenere delle soluzioni in forma chiusa per le probabilità di scelta, il numero dei termini di errore casuale nel modello non può eccedere $J + 1$. Pertanto, il termine di errore nella specificazione del valore soglia di indifferenza è omesso (Sanders 1998, Adams e Merril 2003, Merril et al. 2006).

dove X_{iJ} è il vettore delle caratteristiche del partito J come percepite dal cittadino i (l'identificazione con il partito, la distanza ideologica quadratica, la qualità del candidato), p_J e x_i indicano, rispettivamente, il vettore della posizione del candidato e del cittadino nelle diverse dimensioni della politica. Pertanto l'approccio è multidimensionale e l'utilità dipende sia dalle caratteristiche, qualità del candidato come percepite dal cittadino (la *valenza* del candidato) sia dalla distanza politica quadratica[44];

- non c'è nessun candidato J in grado di soddisfare sufficientemente gli interessi del cittadino. Formalmente nessuno dei candidati garantisce al cittadino un livello minimo di utilità (utilità di aspirazione), ovvero:

$$U_i^J < u(d_i^*) \quad \forall\, J = 1{,}2$$

dove $u(d_i^*)$, costituito dalla (1.20), rappresenta il valore soglia dell'alienazione per il cittadino i. Tale valore soglia è l'utilità di aspirazione del cittadino che, coerentemente alla teoria spaziale del voto, è inversamente legata alla tolleranza del cittadino.

Assumendo che i termini di errore seguano la distribuzione del valore estremo di primo tipo, gli autori effettuano le stime dei parametri massimizzando la funzione di log-verosimiglianza (*log-likelihood*):

$$LL = \sum_{i=1}^{N} [V^R \log P_i(V^R) + V^D \log P_i(V^J) + NV \log P_i(NV)]$$

dove V^J, con $J = R, D$, è una varabile binaria che assume il valore 1 se il cittadino i ha votato per il candidato J e 0 altrimenti; analogamente NV assume il valore 1 se il cittadino non ha votato per nessun candidato (astensione) e 0 altrimenti. Le probabilità di scelta del cittadino i tra le tre diverse alternative sono le seguenti:

---

[44] Introdurre nelle funzioni di utilità la distanza politica (ideologica) assoluta o quadratica non cambia i risultati di stima. Infatti, in base all'approccio dell'utilità casuale, la probabilità di scelta di un'alternativa dipende dalla differenza delle utilità, pertanto la scala delle utilità non è rilevante. Ciò è evidente dalla probabilità di scelta dell'alternativa J:

$$P_{iJ} = \frac{exp(V_{iJ})}{\sum_{H \in A^1} exp(V_{iH})}$$

moltiplicando e dividendo per $exp(-V_{iJ})$ si ottiene:

$$P_{iJ} = \frac{1}{1 + \sum_{H \neq J} exp(V_{iH} - V_{iJ})}$$

di conseguenza considerare il valore assoluto della distanza politica/ideologica o la funzione di distanza quadratica non influenza il risultato.

$$P_i(V^J) = \frac{exp(S_i{}^J)}{exp(S_i{}^J) + exp(I_i)exp(S_i{}^{-J}) + exp(S_i{}^A)} \qquad J = R, D \qquad (1.22)$$

$$P_i(NV) = 1 - P_i(V^R) - P_i(V^D) \qquad (1.23)$$

dove $S_i{}^J$ e $S_i{}^A$ rappresentano la componente sistematica di, rispettivamente, U_i^J e d_i^*; quest'ultimo costituisce l'utilità minima di aspirazione e, in quanto tale, contiene una parte sistematica e un termine di errore casuale[45].

Le principali conclusioni a cui gli autori giungono sono le seguenti:

- entrambe le cause di astensione contribuiscono significativamente a ridurre la partecipazione al voto e l'influenza dell'alienazione è leggermente superiore rispetto all'indifferenza;
- l'astensione è in parte politica, ovvero l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo è fortemente influenzato dalle valutazioni dei cittadini circa le posizioni politiche dei partiti/candidati; l'astensione è, in parte, ideologica: le tendenze dei cittadini ad astenersi per sola alienazione sono fortemente dipendenti dalla distanza ideologica percepita dai candidati. Tra gli elettori sostenitori di un partito, la propensione ad essere alienati passa dal 30% circa per coloro che sono collocati nelle vicinanze del candidato, al 60% per gli elettori più distanti dal candidato. Inoltre la tendenza ad essere indifferenti è inversamente legata all'identificazione con il partito e alla vicinanza nella dimensione ideologica;
- proposte politiche convergenti non abbattono l'affluenza, come ipotizzato dai modelli teorici di competizione elettorale con astensione per sola indifferenza (Ledyard 1984, Hortala-Vallve e Esteve-Volart, 2005). Piattaforme simili e centriste implicano molti elettori indifferenti ma pochi elettori alienati, pertanto il livello aggregato di affluenza non cambia;
- coerentemente alla teoria spaziale del voto la distanza ideologica e politica dai partiti/candidati influenza significativamente la probabilità di votare, così come fattori non politici quali la valenza del candidato e l'identificazione con il partito.

---

[45] Un'importante caratteristica di questo modello è che, sebbene i termini di errori siano indipendenti, il modello non impone la proprietà di Indipendenza dalle Alternative Irrilevanti. I denominatori delle probabilità (1.22) e (1.23) sono infatti diversi. Pertanto, rimuovere o cambiare un'alternativa nell'insieme di scelta cambia il rapporto tra le probabilità delle alternative rimanenti (Sanders, 1998, p. 93).
Inoltre, questo modello teorico di riferimento si differenzia dal modello generale (1.1) in quanto ogni cittadino decide di votare solo se non è né indifferente, né alienato. Pertanto il modello prevede tre tipi di astensione: per sola indifferenza, per sola alienazione o per indifferenza e alienazione.

Katz (2007) adatta il modello unificato ad un contesto multi-partitico (le elezioni brasiliane del 2002) e unidimensionale (dimensione ideologica). L'obiettivo dell'autore è individuare le principali determinanti dell'astensione per alienazione e indifferenza e di verificare se il peso relativo delle due cause di astensione dipenda dalla distanza (percepita) dei cittadini dai candidati; in altre parole, esaminare la componente di astensione politica che, in uno spazio politico uni-dimensionale, è più squisitamente interpretabile come astensione ideologica, per cui l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo dipende dalla distanza ideologica dai partiti/candidati.

Il modello teorico di riferimento è analogo al modello di Adams et al.; le equazioni (1.20)-(1.23) sono altrettanto valide ma il numero di partiti è superiore a due e l'utilità del cittadino i dipende dalla distanza (quadratica) ideologica e dalla identificazione con il partito:

$$u_i(p_J) = b_{iJ} - \beta(x_i - p_J)^2 + \varepsilon_{iJ}$$

dove b_{iJ} rappresenta l'identificazione del cittadino i con il partito J, e β la salienza della dimensione ideologica. Il termine di errore è ε_{iJ}. L'autore considera tra le variabili esplicative dei valori soglia di indifferenza e alienazione sia caratteristiche socio-demografiche (quali età, sesso, istruzione), sia variabili politico-attitudinali (informazione politica, insoddisfazione dalla democrazia, livello percepito di corruzione etc.). I coefficienti stimati mostrano che:

- le determinanti di alienazione e indifferenza sono differenti; in particolare, la probabilità di essere alienati diminuisce all'aumentare dei livelli di informazione e i cittadini contattati dai partiti durante la campagna elettorale si astengono per indifferenza con minore probabilità;
- l'alienazione sembra essere più strutturale in quanto correlata a fattori di lungo termine, quali il livello di informazione, l'istruzione, l'esperienza politica, mentre l'indifferenza è influenzata da fattori mutevoli, di breve termine, legati alla campagna elettorale;
- sia l'alienazione che l'indifferenza contribuiscono a determinare il tasso di astensionismo, con il contributo dell'indifferenza di poco superiore a quello dell'alienazione;
- l'indifferenza è la fonte dominante di astensione tra i cittadini centristi-moderati, mentre l'alienazione è la fonte maggiore per i cittadini estremisti; le posizioni dei partiti/candidati influenzano le decisioni di partecipazione al voto: in linea con la teoria spaziale, quanto più il cittadino è distante dal partito preferito (più vicino), quanto più è probabile che sia alienato; la propensione all'indifferenza aumenta in

prossimità degli elettori posizionati esattamente tra due candidati, ovvero quanto più i candidati sono percepiti simili, quanto più è probabile che l'astensione sia dovuta all'indifferenza.

1.5 Conclusioni

I modelli di competizione politica spaziale à la Downs (1957) riconoscono due principali cause di astensione: indifferenza e alienazione. Un elettore decide di astenersi se le proposte politiche annunciate dai partiti sono così *simili* da non giustificare l'atto di recarsi alle urne (***astensione per indifferenza***); in particolare il cittadino non vota perché il beneficio atteso dal votare il partito preferito (il più vicino) non compensa un costo di votazione positivo. Inoltre, un elettore può decidere di astenersi se nessun partito è sufficientemente in grado di soddisfare i suoi interessi, ovvero se la proposta politica del partito preferito è *troppo lontana* dalla politica ideale del cittadino, che si sente insoddisfatto, alienato (***astensione per alienazione***). In particolare il cittadino si astiene se non può ottenere un livello minimo di utilità (utilità di aspirazione) perciò, nell'ottica spaziale, se la distanza dal partito più vicino supera un valore soglia di riferimento: la tolleranza del cittadino.

In questo capitolo viene proposto un modello teorico generale di competizione elettorale in base al quale le decisioni di voto/astensione dei cittadini considerano sia il movente dell'indifferenza sia il movente dell'alienazione. L'obiettivo è di esporre e analizzare i più interessanti contributi esistenti in letteratura come *casi speciali di un unico modello generale*: l'assunzione della tipologia di astensione (indifferenza, alienazione o entrambe), la specificazione delle funzioni di utilità dei cittadini e le caratteristiche dei valori soglia di indifferenza (costo di votazione) e alienazione (tolleranza), determinano il modello di volta in volta considerato e ne influenzano l'equilibrio politico.

Nel tentativo di qualificare il teorema dell'elettore mediano, incapace di spiegare la differenziazione politica osservata nelle elezioni nazionali, un'ampia parte della letteratura sulla teoria spaziale del voto si concentra sull'astensione per indifferenza. In generale, se la decisione di partecipazione al voto dei cittadini si basa sulla distanza tra le (due) proposte politiche, l'equilibrio politico dovrebbe essere caratterizzato da divergenza in quanto avvicinarsi al partito rivale implica perdere elettori piuttosto che guadagnarli (come previsto nel modello di Downs). In effetti l'indifferenza dovrebbe introdurre una forza centrifuga che spinge i partiti l'uno lontano dall'altro. Tuttavia, se con una distribuzione uniforme dei cittadini lungo l'intervallo delle politiche l'equilibrio può essere caratterizzato da divergenza (anche se gli equilibri di Nash sono multipli), questo non è possibile con funzioni di distribuzione "a picco singolo" (*single-peaked*). Infatti, con funzioni di utilità lineari nella distanza, gli elettori esterni, o periferici, tengono conto esclusivamente della distanza tra le due piattaforme; finché la distanza tra i partiti è almeno pari al costo di votazione, tutti i cittadini esterni votano e, conseguentemente, entrambi i partiti sono incentivati a muoversi in direzione della massa di elettori, al fine di catturare quanti più elettori periferici possibili rispetto al rivale. Se tutti i cittadini delle code votano, avvicinarsi al partito rivale non è costoso. L'equilibrio politico è caratterizzato dalla completa convergenza delle proposte politiche e dal totale astensionismo; nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria allontanandosi dalla piattaforma comune, in quanto la percentuale di elettori attivi catturata sarebbe inferiore a quella del rivale. Tale risultato vale sia nel caso di un unico costo di votazione per tutti i cittadini (Hortala-Vallve e Esteve-Volart, 2005) sia nel caso in cui il costo di votazione e la politica ideale dei cittadini siano indipendentemente distribuiti (Ledyard, 1984).

Il ragionamento è analogo per funzioni di utilità concave. Tuttavia, in questo caso, gli elettori esterni collocati in prossimità dei partiti si astengono con maggiore probabilità rispetto agli elettori più lontani. Se le posizioni dei partiti sono tali che tutti gli elettori interni, collocati tra le due piattaforme, scelgono di astenersi, gli elettori esterni diventano cruciali nel determinare il partito vincitore. Al fine di catturare più elettori periferici possibili rispetto al rivale, ogni partito cerca di muoversi in direzione delle politiche più frequenti tra i cittadini; in equilibrio i partiti propongono la stessa politica e nessun cittadino vota. Una funzione di utilità concava infatti, ad esempio la distanza quadratica, è caratterizzata da utilità marginale decrescente (disutilità marginale crescente), pertanto i cittadini più lontani dai partiti votano con maggiore probabilità rispetto ai cittadini collocati in prossimità di un partito. Tuttavia sono proprio i cittadini più distanti dai partiti a doversi astenere con maggiore probabilità in quanto insoddisfatti, alienati. Se l'assunzione di utilità concave non riesce a "spiegare" il maggior astensionismo degli elettori delle code, ovvero a riconoscere l'astensione per alienazione, funzioni di utilità quasi-concave (Irons, 1997) garantiscono la minore partecipazione al voto degli elettori più lontani dalle piattaforme politiche, esattamente come se fosse introdotto anche il movente dell'alienazione. Infatti, mentre con funzioni di utilità concave la percezione della differenziazione politica risulta essere una funzione crescente della distanza dai partiti, con funzioni di utilità quasi-concave o convesse, accade il contrario. In particolare, gli elettori periferici si preoccupano non solo della differenza tra le due piattaforme bensì anche della propria politica ideale. In altre parole, i cittadini considerano la distanza tra i due partiti *relativamente* alla propria posizione (Kirchgassner, 2003). Introdurre in un modello di competizione elettorale l'astensione per indifferenza e assumere utilità quasi-concave, così come identificare il beneficio atteso dal voto come la distanza relativa dai partiti, implica astensionismo dalle code proprio come per l'astensione da alienazione.

Dunque l'assunzione di utilità quasi-concave o convesse può rendere un movimento in direzione del partito rivale talmente costoso da scoraggiarlo, persuadendo così i partiti a scegliere posizioni differenti. La possibilità di divergenza politica in un modello di competizione elettorale à la Downs con astensione per indifferenza è direttamente legata all'assunzione di funzioni di utilità quasi-concave (Irons) o del beneficio atteso dal voto come la distanza relativa tra i partiti (Kirchgassner).

Tuttavia, l'assunzione di utilità quasi-concave o convesse è in contrasto con la teoria dell'utilità standard e, come Kirchgassner (2003) sottolinea, "senza una teoria addizionale, assumere che la teoria dell'utilità standard sia valida per scelte economiche ma non per scelte politiche sembra costituire un'assunzione ad hoc". La soluzione potrebbe essere mantenere le funzioni di utilità standard ma introdurre la possibilità di astensione per alienazione. Il modello di Llavador (2000) considera entrambe le cause di astensione. L'equilibrio politico dipende dalla distribuzione degli elettori lungo l'intervallo delle politiche: nel caso di distribuzioni a picco singolo, l'equilibrio è caratterizzato dalla completa convergenza delle proposte politiche ma la piattaforma comune (l'elettore centrale) può sensibilmente differire dalla politica dell'elettore mediano, a meno che la tolleranza dei cittadini non assuma valori sufficientemente elevati; nel caso di distribuzioni bi-modali, in particolare se i cittadini sono divisi in due gruppi o sub-popolazioni ciascuna delle quali presenta una sua distribuzione ed un elettore modale (picco), l'equilibrio è caratterizzato dalla differenziazione delle piattaforme elettorali solo se i due gruppi sono ugualmente numerosi, altrimenti i partiti risultano attratti dal gruppo relativamente più numeroso e le proposte politiche convergono nell'elettore centrale di tale gruppo.

Il modello di Leppel (2009) considera esclusivamente la possibilità di astensione per alienazione e solo per gli elettori esterni. Le simulazioni effettate dall'autore con una distribuzione dei cittadini normale standardizzata sembrano rilevare la possibilità di divergenza politica per cui, se i partiti sono posizionati simmetricamente, nessuno dei due è incentivato ad avvicinarsi ulteriormente al centro.

L'introduzione della possibilità di astensione dei cittadini nel modello di competizione elettorale *à la* Downs consente di raggiungere due importanti finalità:

- *riqualificare il teorema dell'elettore mediano* all'interno di una teoria spaziale del voto: se in equilibrio i partiti scelgono la stessa posizione lungo lo spazio politico, tale piattaforma comune dipende dalle decisioni di partecipazione/astensione al voto dei cittadini;
- *analizzare la possibilità di divergenza politica*: l'equilibrio politico può essere caratterizzato dalla differenziazione delle proposte politiche annunciate a seconda della distribuzione dei cittadini lungo lo spazio politico e delle decisioni di partecipazione/astensione al voto.

Relativamente al primo punto l'astensione per indifferenza sembra comportare inevitabilmente la convergenza delle politiche in equilibrio, eccetto nel caso in cui la distribuzione dei cittadini sia uniforme o le funzioni di utilità siano quasi-concave o le decisioni di partecipazione al voto dei cittadini siano basate sulla distanza relativa dei partiti. La piattaforma comune diverge dalla politica dell'elettore mediano a seconda della funzione di utilità considerata e delle assunzioni circa il valore soglia dell'indifferenza (il costo di votazione) tra i cittadini. La considerazione di entrambe le cause di astensione conferma la convergenza delle politiche in equilibrio e la piattaforma comune diverge dall'elettore mediano in funzione del valore di soglia dell'alienazione (la tolleranza) e della distribuzione dei cittadini lungo lo spazio politico. Se, invece, l'astensione dipende solo dall'alienazione e la distribuzione dei cittadini è bimodale o normale standardizzata, esiste la possibilità di differenziazione politica.

APPENDICE

A3. Funzioni a picco singolo (single-peaked) e quasi concave[46]

Definizione: La funzione $f: P \rightarrow \mathbb{R}$ è quasi-concava su un insieme convesso P se e solo se per ogni coppia $(x, y) \in P$ e $\lambda \in [0,1]$ si verifica che:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq min[f(x), f(y)]$$

Sia $P \subset \mathbb{R}^n$. L'insieme P è convesso se e solo se per ogni coppia $(x, y) \in P$ e $\lambda \in [0,1]$ la combinazione lineare tra i due punti è ancora un punto appartenente a P, ovvero:

$$\lambda x + (1 - \lambda)y \in P$$

Sia $f: P \rightarrow \mathbb{R}$; f è una funzione concava se e solo se per ogni $(x, y) \in P$ e $\lambda \in [0,1]$ si verifica che:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

In caso di disuguaglianza stretta la funzione è strettamente concava. Le definizioni di convessità e stretta convessità di f sono analoghe ma con segno di disuguaglianza opposto.
Sia $f: P \rightarrow \mathbb{R}$; l'insieme $\{x | f(x) \geq k\}$ è l'insieme di livello (o sezione) superiore, al valore k. Gli insiemi di livello superiore di una funzione concava sono insiemi convessi, mentre gli insiemi di livello inferiore di una funzione convessa sono insiemi convessi. La quasi-concavità è una proprietà più debole rispetto alla concavità: f è quasi-concava se tutti gli insiemi di livello superiore sono convessi, cioè se $f(x) \geq k$ e $f(y) \geq k$ cosicché:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq k$$

per ogni $k \in \mathbb{R}$, $(x, y) \in P$ e $\lambda \in [0,1]$. Se la disuguaglianza è stretta per ogni $x \neq y$ e $\lambda \in [0,1]$, la funzione è strettamente quasi-concava (il ragionamento è analogo per una funzione quasi-convessa o strettamente quasi-convessa).
In base alla definizione di quasi-concavità si ha il seguente enunciato.

Se f è una funzione quasi-concava sull'insieme convesso P e se $x_{max} \in P$ è un massimo locale di f, allora x_{max} è anche un massimo globale di f su P.

---

[46] I concetti qui presentati sono ampiamente esposti nella Appendice Matematica di "Microeconomic theory", Mas-Colell, Winston e Green (1995), così come in "Political Competition. Theroy and Applications", Roemer (2001).

Perciò se $f: P \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione di densità sullo spazio politico (unidimensionale) P e x_{max} è la moda (unico massimo locale), quest'ultima è anche un massimo globale e f è "a picco singolo" (*single-peaked*). La proprietà di "picco singolo" è una richiesta più forte dell'unimodalità. Infatti se f è a picco singolo necessariamente presenta un unico massimo locale che è anche l'unico massimo globale, pertanto f è sicuramente unimodale. Tuttavia, una funzione può essere unimodale ma non quasi-concava e, dunque, non essere a picco singolo[47].

Proposizione 1.2 e Corollario-Dimostrazione

In primo luogo definiamo le aspettative dell'elettore generico $i \in m$ e $j \in n$:

$$m = m^i + 1, n = n^j + 1$$

dove $m^i(n^j)$ rappresenta il numero di elettori per il partito A (B) atteso dall'elettore $i(j)$. Se, nel caso di pareggio, il partito vincitore è determinato dal lancio di una moneta, il payoff atteso dall'elettore i (j) che vota il partito A (B) è EV_v^i (EV_v^j); analogamente EV_{nv}^i, EV_{nv}^j definiscono i payoff attesi in caso di astensione:

$$EV_v^i = u(p_A)Pr(m^i + 1 > n) + \frac{1}{2}[u(p_A) + u(p_B)]Pr(m^i + 1 = n) + u(p_B)Pr(m^i + 1 < n) - c$$

$$EV_{nv}^i = u(p_A)Pr(m^i > n) + \frac{1}{2}[u(p_A) + u(p_B)]Pr(m^i = n) + u(p_B)Pr(m^i < n)$$

$$EV_v^j = u(p_B)Pr(n^j + 1 > m) + \frac{1}{2}[u(p_A) + u(p_B)]Pr(n^j + 1 = m) + u(p_A)Pr(n^j + 1 < m) - c$$

$$EV_{nv}^j = u(p_B)Pr(n^j > m) + \frac{1}{2}[u(p_A) + u(p_B)]Pr(n^j = m) + u(p_A)Pr(n^j < m).$$

L'elettore i e j decidono di votare solo se, dati m, n:

$$EV_v^i - EV_{nv}^i \geq c$$

$$EV_v^j - EV_{nv}^j \geq c$$

In equilibrio il comportamento di ogni elettore deve essere coerente con le ipotesi iniziali circa m, n: date le aspettative di m, n, le strategie ottimali degli elettori devono essere tali da verificare effettivamente m, n. Per dimostrare la proposizione è necessario provare che se $M = N$ e $m \neq n$ l'equilibrio non esiste, così come per $M > N$ e $M < N$. Per ognuno di questi casi analizzeremo 5 possibili situazioni.

[47] Ciò è quanto osservato sia da Roemer (2001) che da Llavador (2000).

I caso: $M = N$

- $m > n + 1$: in questo caso $m^i > n$; il partito A è in grado di vincere le elezioni anche senza il voto dell'elettore i che, dunque, ritiene non profittevole recarsi alle urne ($c > 0$). Per quanto riguarda l'elettore j, poichè $n^j < m$ il suo voto è ininfluente, pertanto decide di non votare; $m > n + 1$ non può costituire un equilibrio;
- $m + 1 < n$: il ragionamento è analogo al caso precedente, dunque non può costituire un equilibrio;
- $m = n$: entrambi gli elettori i e j sono determinanti ai fini dell'esito elettorale. Infatti $m^i + 1 = n$ e $n^j + 1 = m$. L'elettore i vota se:

  $$u(p_A) - u(p_B) \geq 2c$$

  e l'elettore j se:

  $$u(p_B) - u(p_A) \geq 2c$$

  Se la distribuzione dei cittadini lungo lo spazio politico è simmetrica, affinché si verifichi $M = N$ le posizioni dei partiti devono essere simmetriche ($p_B = 1 - p_A$) o coincidenti al centro ($p_B = p_A = 1/2$); pertanto, data la funzione di utilità standard $u(p_J) = -|x_i - p_J|$ gli elettori attivi sono:

  $$\begin{cases} x_i \leq p_A \ \text{ solo se } \ p_B - p_A \geq 2c \\ p_A < x_i \leq \dfrac{1}{2} \ \text{ solo se } p_B - 2x_i + p_A \geq 2c \ \Rightarrow \ x_i \leq \dfrac{1}{2} - c \\ \dfrac{1}{2} < x_i \leq p_B \ \text{ solo se } \ 2x_i - p_B - p_A \geq 2c \ \Rightarrow \ x_i \geq \dfrac{1}{2} + c \\ p_B \leq x_i \leq 1 \ \text{ solo se } \ p_B - p_A \geq 2c \end{cases}$$

  Queste condizioni implicano equilibri di Nash multipli dove i partiti scelgono posizioni simmetriche all'interno dell'intervallo $\left[\frac{1}{2} - c, \frac{1}{2} + c\right]$. La probabilità di vittoria è ½ per ogni partito e gli elettori attivi sono effettivamente $m = n$. In particolare se la coppia di politiche è:

  $$(p_A, p_B) = \left(\frac{1}{2} - c, \frac{1}{2} + c\right)$$

  la distanza tra i due partiti è pari a $2c$ e gli elettori attivi sono $m = n = \frac{1}{2} - c$; se, invece, la coppia di politiche è tale che $(p_B - p_A) < 2c$ la probabilità di vittoria è ancora ½ ma $m = n = 0$;

- $m = n - 1$: ogni non-elettore $i \in M - m$ percepisce il suo voto come determinante e, dunque, la sua strategia ottimale è recarsi alle urne e $M = m = n - 1$. Ciò contraddice l'ipotesi iniziale per cui $M = N$;
- $m = n + 1$: tale situazione è perfettamente speculare al caso precedente.

II caso: $M < N$ (analogamente $M > N$)

- $m > n + 1$: il partito A vince le elezioni anche senza il voto dell'elettore i che, pertanto, sceglie di astenersi poiché $c > 0$; il ragionamento è altrettanto valido per l'elettore j; evidentemente $m > n + 1$ non può realizzarsi;
- $m + 1 < n$: il ragionamento è analogo al caso precedente;
- $m = n$ con $m < M, n < N$. In questo caso una parte degli elettori potenziali di A e B si astiene. Tuttavia ognuno di loro può incrementare il proprio payoff di $\frac{1}{2} - c$ se decide di votare e, poiché $M < N$, non può verificarsi che $m = n$;
- $m = n - 1$: se $m \neq M$ una parte di elettori in M si sta astenendo ma tale strategia non è ottima dato che possono incrementare il proprio payoff decidendo di votare. D'altro canto, se $m = M$ gli elettori attivi del partito A preferiscono astenersi poiché $c > 0$. Di conseguenza non può esistere un equilibrio caratterizzato da $m = n - 1$;
- $m = n + 1$: il ragionamento per gli elettori $j \in N$ è analogo al caso precedente.

Proposizione (Ledyard, 1984)- Dimostrazione

Supponiamo che la coppia di politiche (p_A^*, p_B^*) costituisca l'equilibrio. Ogni equilibrio Downsiano è caratterizzato da probabilità di vittoria pari a ½ in quanto, se così non fosse, il partito sconfitto potrebbe scegliere la stessa politica del rivale e migliorare la propria probabilità di vittoria. Pertanto, se (p_A^*, p_B^*) è un equilibrio, lo sono anche $(p_B^*, p_A^*), (p_A^*, p_A^*)$ e (p_B^*, p_B^*): data la posizione del partito B, p_B^*, il partito A è indifferente tra posizionarsi in p_A^* o p_B^* poiché, in ogni caso, vince le elezioni con probabilità ½. Consideriamo l'equilibrio (p_A^*, p_A^*). Data la posizione ottimale del partito B, p_A^* è la miglior risposta del partito A, ovvero:

$$J = \int_{x \in P} H\left[\frac{P^A}{2}(|D|)\right] I(D) f(x) dx \ \leq 0 \ \ \forall \, p_A \neq p_A^* \qquad (A1)$$

Data la regolarità delle funzioni f, h e u la (A1) è soddisfatta se:

$$\frac{\partial J}{\partial p_A} = 0 \text{ in } p_A = p_A^*$$

Se $p_A = p_A^*$ si ha che $D = 0$ e $P^A = 1$, dunque:

$$\frac{\partial J}{\partial p_A} = \int_P h\left[\frac{P^A}{2}(|D|)\right]\left[\frac{\partial P^A}{\partial p_A}\frac{D}{2} + \frac{\partial D}{\partial p_A}\frac{P^A}{2}\right]f(x)dx = 0$$

$$= h(0)\int_P \frac{\partial u_x(p_A^*)}{\partial p_A}f(x)dx = 0 \qquad (A2)$$

poiché $h(0) > 0$, la (A2) è vera solo se la somma delle utilità marginali è pari a 0, ovvero se:

$$\int_P \frac{\partial u_x(p_A^*)}{\partial p_A}f(x)dx = 0$$

In altre parole, p_A^* massimizza la somma delle utilità degli elettori (l'utilità aggregata):

$$\int_P u_x(p_A^*)f(x)dx \qquad (A3)$$

Essendo la funzione di utilità, u_i, concava (o lineare nella distanza) per ogni x_i, la funzione (A3) è strettamente concava e, di conseguenza, esiste un unico punto p_A^* che massimizza l'utilità aggregata.

Infine, poiché anche (p_B^*, p_B^*) è un equilibrio, sia p_A^* che p_B^* massimizzano l'utilità aggregata ma, se la funzione di utilità è concava, tale punto è unico; di conseguenza, $p_A^* = p_B^* = p^*$ tale da massimizzare l'utilità aggregata:

$$p^* = argmax \int_P u_x(p^*)f(x)dx$$

Corollario (Ledyard, 1984)-Dimostrazione

- $u_i(p_J) = -|x_i - p_J|$; supponiamo che gli elettori siano distribuiti uniformemente. La piattaforma comune è p^* che massimizza:

  $$\int_0^1 -|x - p^*|f(x)dx$$

  ovvero che minimizza:

  $$\int_0^1 |x - p^*|dx$$

Dalle condizioni di primo ordine si ha che:

$$\left|\frac{1}{2} - p^*\right| = 0 \Rightarrow p^* = \frac{1}{2}$$

- $u_i(p_J) = -(x_i - p_J)^2$; supponiamo che le politiche ideali dei cittadini seguano una distribuzione di tipo Beta con parametri a, b; la funzione di densità f è la seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)+\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

con

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

La moda è $p^{mod} = \frac{a-1}{a+b-2}$ e la media è $p^{med} = \frac{a}{a+b}$. La piattaforma comune è p^* che minimizza:

$$\int_0^1 (x-p^*)^2 f(x)dx = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)} + p^{*2} - 2p^{*2}\frac{a}{a+b}$$

Dalle condizioni di primo ordine si ha che:

$$2p_A - 2\frac{a}{a+b} = 0$$

quindi:

$$p^* = \frac{a}{a+b}$$

Ad esempio se $a = b = 3$, ovvero se la distribuzione è simmetrica, la politica comune è:

$$p^* = \frac{1}{2} = p^{mod}$$

Se, invece, $a < b$ e $p^{med} = \frac{1}{20}$ allora:

$$2p^* - \frac{1}{10} = 0$$

vale a dire:

$$p^* = \frac{1}{20} = p^{med}$$

Proposizione 1.3-Dimostrazione

Partiti che massimizzano la quota di voti

I cittadini sono uniformemente distribuiti lungo lo spazio (unidimensionale) $P = [0,1]$. Data la posizione dei due partiti, (p_A, p_B), la quota di voti ottenuta dal partito A è:

$$V_A(p_A,p_B)=\begin{cases}\dfrac{p_A+p_B}{2}-\dfrac{\varepsilon}{2}(p_B-p_A) & se\ p_A>\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_B\\ \dfrac{p_B-p_A}{2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon}-\varepsilon\right) & se\ p_A<\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_B\end{cases}$$

Analogamente la quota di voti per il partito B è:

$$V_B(p_A,p_B)=\begin{cases}1-\dfrac{p_A+p_B}{2}-\dfrac{\varepsilon}{2}(p_B-p_A) & se\ p_B>\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_A+\dfrac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\\ \dfrac{p_B-p_A}{2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon}-\varepsilon\right) & se\ p_B<\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_A+\dfrac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\end{cases}$$

Le funzioni di reazione dei due partiti sono facilmente ottenibili derivando V_A (V_B) rispetto alla variabile decisionale p_A (p_B), data la posizione politica del partito rivale:

$$\frac{\partial V_A}{\partial p_A}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(1+\varepsilon)>0 & sese\ \ p_A>\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_B\\ -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon}-\varepsilon\right)<0 & se\ \ p_A<\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_B\end{cases}\quad \xRightarrow{best\ reply}\quad p_A^*=\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_B$$

$$\frac{\partial V_B}{\partial p_B}=\begin{cases}-\dfrac{1}{2}(1+\varepsilon)<0 & se\ \ p_B>\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_A+\dfrac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}\\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon}-\varepsilon\right)>0 & se\ \ p_B<\dfrac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_A+\dfrac{2\varepsilon}{1+\varepsilon_A}\end{cases}\quad \xRightarrow{best\ reply}\quad p_B^*=\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}p_A+\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}$$

La soluzione del sistema costituito dalle due funzioni di reazione rappresenta l'equilibrio politico:

$$(p_A^*,p_B^*)=\left(\frac{1-\varepsilon}{2},\frac{1+\varepsilon}{2}\right)$$

Partiti Downsiani

Supponiamo che la posizione del partito B sia $p_B=\frac{1+\varepsilon}{2}$. La probabilità di vittoria del partito A è ½ per ogni $p_A\geq\frac{1-\varepsilon}{2}$. Infatti:

$$V_A(p_A,p_B)=\frac{p_B-p_A}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon}-\varepsilon\right)=V_B(p_A,p_B)\quad \forall\ \ p_A\geq\frac{1-\varepsilon}{2}$$

mentre per $p_A<\frac{1-\varepsilon}{2}$ il partito A risulta sconfitto:

$$V_A(p_A,p_B)=\frac{p_A+p_B}{2}-\frac{\varepsilon}{2}(p_B-p_A)<V_B(p_A,p_B)=1-\frac{p_A+p_B}{2}-\frac{\varepsilon}{2}(p_B-p_A)$$

dato che $\frac{p_A+p_B}{2}<\frac{1}{2}$. Un analogo ragionamento per il partito B conclude la dimostrazione.

BIBLIOGRAFIA

Adams J., Dow J., Merrill S. III (2001). *The Political Consequences of Abstention Due to Alienation and Indifference: Applications to Presidential elections*, Paper presentato all'incontro annuale di American Political Science Association, San Francisco, 30 Agosto-2 Settembre.

Adams J., Dow J., Merrill S. III (2006). *The Political Consequences of Alienation-based and Indifference-based Voter Abstention: Applications to Presidential Elections*, Political Behaviour, 28: 65-86.

Adams J., Merrill S. III (2003). *Voter Turnout and Candidate Strategies in American Elections*, Journal of Politics 65: 161-189.

Adams J., Merrill S. III, Grofman B. (2005). *A Unified Theory of Party Competition. A Cross-National Analysis Integrating Spatial and Behavioral Factors*, New York: Cambridge University Press.

Besley T., Coate S. (1997). *An Economic Model of Representative Democracy, Quarterly Journal of Economics*, 112 (1): 85-114.

Brody R.A., Page B. (1973). *Indifference, Alienation and Rational Decisions: the Effects of Candidate Evaluation on Turnout and the Vote*, Public Choice, 15: 1-17.

Burden B. (2000). *Voter Turnout and the National Election Studies*, Political Analysis, 8: 389-398.

Burden B., Lacy D. (1999). *The Vote-Stealing and Turnout Effects of Third-Party Candidates in U.S. Presidential Elections, 1968–1996*. Paper presentato all'incontro annuale di American Political Science Association, Atlanta.

Calvert, Randall L. (1985*). Robustness of the Multidimensional Voting Model: Candidate Motivations, Uncertainty, and Convergence*, American Journal of Political Science, 29 (1): 69-95.

Campbell A., Converse P., Miller W., Stokes D.E. (1960). *The American Voter*, New York: John Wiley and Sons.

Carrillo Juan D., Mariotti T. (2002). *Electoral Competition and Politician Turnover*, European Economic Review, 45: 1-25.

Condorcet, De Caritat M.J. (1785). *Essay on the Applications of Analysis to the Probability of Majority Decisions*.

Coughlin P.J. (1975). *Probabilistic Voting Theory*, New York: Cambridge University Press.

D'Aspremont C., Jaskold Gabszewicz J., Thisse J-F (1979). *On Hotelling's "Stability in Competition"*, Econometrica, 47: 1145-1150.

Dee T.S. (2004). *Are There Civic Returns to Education*? Journal of Public Economics, 88(9-10):1697-1720.

Downs A. (1957). *An Economic Theory of Democracy*, New York : Harper and Row.

Enelow J.M., Hinich M.J. (1981). *A New Approach to Voter Uncertainty in the Downsian Spatial Model*, American Journal of Political Science, 25: 483-493.

Enelow J.M., Hinich M.J (1982). *Nonspatial Candidate Characteristics and Electoral Competition*, Journal of Politics, 44: 115-130.

Enelow J.M., Hinich M.J. (1984). *The Spatial Theory of Voting: an Introduction*, Cambridge: Cambridge University Press.

Farber H.S. (2009). *Rational Choice and Voter Turnout: Evidence from Union Representation Elections*, Princeton University CEPS Working Paper 196.

Ferejohn J. A., Fiorina M. P. (1974). *The Paradox of Not Voting: A Decision-theoretic Analysis*, American Political Science Review, 68: 525–36.

Feddersen T. J. (2004). *Rational Choice Theory and the Paradox of Not Voting*, Journal of Economic Perspectives, 18: 99–112.

Feddersen T. J., Pesendorfer W. (1996). *The Swing Voter's Curse*, American Economic Review, 86: 408–24.

Feddersen T. J., Pesendorfer W. (1997). *Voting Behaviour and Information Aggregation in Elections with Private Information*, Econometrica, 65:1029–58.

Fiorina M.P. (1981). *Retrospective Voting in American National Elections*, New York Haven: Yale University Press.

Geys B. (2006). *'Rational' Theories of Voter Turnout: A Review*, Political Studies Review, 4: 16–35.

Grossman G.M., Helpman E. (1996). *Electoral Competition and Special Interest Politics*, Review of Economic Studies, 63: 265-286.

Ghirardato P., Katz J. N. (2003). *Indecision Theory: Quality of Information and Voting Behaviour*, California Institute of Technology, Division of the Humanities and Social Sciences, Working papers 1106.

Guttman J.M., Hilger N., Shachmurove Y. (1994). *Voting as investment vs. voting as consumption: New evidence*. Kyklos 47: 197–207.

Hinich M.J. (1977). *Equilibrium in Spatial Voting: the Median Voter Result is an Artifact*, Journal of Economics Theory, 16: 208-219.

Hinich M.J, Ordeshook P.C. (1969). *Abstention and Equilibrium in Electoral Process*, Public Choice, 7: 81-106.

Hinich M.J, Ledyard J., Ordeshook P.C. (1972). *Nonvoting and the Existence of Equilibrium under Majority Rule*, Journal of Economic Theory, 4: 144-153.

Hinich M.J., Pollard W. (1981). *A New Approach to the Spatial Theory of Electoral Competition*, American Journal of Political Science, 25: 323-341.

Hotelling H. (1929). *Stability in Competition*, Economic Journal, 39: 41-57.

Hortala-Vallve R., Esteve-Volart B. (2005). *Voter turnout and electoral competition: Theory and Evidence.* Unpublished manuscript.

Hortala-Vallve R., Esteve-Volart B. (2011). *Voter turnout in a multidimensional policy space,* Economics of Governance, 12: 25-49.

Jensen T. (2005). *Can Ambiguity in Electoral Competition be Explained by Projection Effects in Voters Perceptions?*, Department of Economics, University of Copenhagen, Discussion Papers 05-25.

Katz G. (2007). *Policy-based abstention in Brazil's 2002 Election*, California Institute of Technology, Social Science Working Paper: 1288.

King D.C. (2003). *Congress, Polarization, and Fidelity to the Median Voter*, John F. Kennedy School of Government, Harvard University Working Paper March 10, 2003.

Kirchgassner G. (2003). *Abstention because of Indifference and Alienation and its Consequences for Party Competition: A simple Psychological Model,* Department of Economics, University of St. Gallen Working Paper series 2003: 12.

Kramer G.H. (1978). *Existence of electoral equilibrium*, Game Theory and Political Science, Cowles Foundation Paper 469, New York University Press.

Irons J. S. (1997). *Voter Turnout, Ideological Candidates, and Platforms Setting with Non Quadratic Preferences*, Research in economics, Santa Fe Institute 97-06-053e.

Larcinese V. (2002). *Information Acquisition, Ideology and Turnout: Theory and Evidence from Britain*, Manuscript LSE, November.

Lassen D. D. (2004). *The Effect of Information on Voter Turnout: Evidence from a Natural Experiment,* University of Copenhagen, Department of Economics EPRU (Economic Policy Research Unit) Working Paper Series: 04-03.

Ledyard J. O. (1984). *The Pure Theory of Large Two-candidate Elections,* Public Choice, 44: 7:41.

Leppel K. (2009). *A note on the median voter theory and voter alienation,* Elsevier, The Social Science Journal, 46: 369-374.

Li M., Majumdar D. (2006). *A psychologically-based model of voter turnout*, disponibile al link http://mpra.ub.uni-muenchen.de/10719/, MPRA Paper No. 10719.

Llavador H. G. (2000). *Abstention and political competition*, Review of Economic Design, 5(4): 411–432.

Luce R. D. (1959). *Individual Choice Behavior: A Theoretical Analysis*, New York, NY: Wiley.

Matsusaka J.G. (1995). *Explaining Voter Turnout Patterns: an Information Theory*, Public Choice 84: 91-117.

Merril S., Grofman B. (1999). *A Unified Theory of Voting: Directional and Proximity Spatial Models*. Cambridge: Cambridge University Press.

Mc Carty N., Poole K.T., Rosenthal H. (2006). *Polarized America: the Dance of Ideology and Unequal Riches*, Cambridge: MIT Press.

McFadden D. (1974). *Conditional logit analysis of qualitative choice behavior*. In P. Zarembka (Ed.), Frontiers in econometrics, 105–142. New York: Academic Press.

McFadden D. (1981). *Econometric models of probabilistic choice*. In C. Manski e D. McFadden (Eds.), Structural analysis of discrete data with econometric applications. Cambridge, Mass.: MIT Press.

McKelvey R.D., Ordeshook P.C. (1984). *Rational Expectations in Elections: Some Experimental Results Based on a Multidimensional Model*, Public Choice, 44: 61-102.

Milligan K., Moretti E., Oreopulos P. (2004). *Does Education Improve Citizenship? Evidence from the U.S and the U.K*. Journal of Public Economics, 88(9-10):1667-1695.

Ordeshook, P. C. (1976). *The Spatial Theory of Elections: a Review and a Critique*, in I. Budge, I. Crewe e D. Farlie (eds), Party Identification and Beyond: Representations of Voting and Party Identification. London: John Wiley and Sons, pp. 285–313.

Ortuno-Ortın, I. (1997). *A spatial model of political competition and proportional Representation*, Social Choice and Welfare, 14:427–438.

Osborne M.J. (1995). *Spatial Models of Political Competition under Plurality Rule: A Survey of Some Explanations of the Number of Candidates and the Positions They Take*, Canadian Journal of Economics, 28: 261 – 301.

Palfrey T.R., Rosenthal H. (1983). *A Strategic Calculus of Voting*. Public Choice, 41: 7 – 53.

Palfrey T.R., Rosenthal H. (1985). *Voter Participation and Strategic Uncertainty*, American Political Science Review, 79: 62–78.

Perrson T., Tabellini G. (2000). *Political Economics: Explaining Economic Policy*, Cambridge: MIT Press.

Plane D.L., Gershtenson J. (2004). *Candidates' Ideological Locations, Abstention and Turnout in U.S. Midterm Senate Elections*, Political Behaviour, 26: 69-93

Riker W.H., Ordeshook P.C. (1968). *A Theory of the Calculus of Voting*, American Political Science Review, 62:25 – 42.

Roemer J.E. (1994). *The Strategic Role of Party Ideology when Voter are Uncertain about how the Economy Works*, American Political Science Review, 88: 327-335.

Roemer J.E. (2004). *Modelling Party Competition in General Elections*, Cowles Foundation Discussion Paper 1488.

Roemer J.E (2006). *Political Competition: Theory and Applications*, Harvard University Press.

Sanders M. (1998). *Unified models of turnout and vote choice for two-candidate and three-candidate elections*. Political Analysis 7: 89–116.

Sanders M. (2001). *Uncertainty and Turnout*. Political Analysis 9: 45–57.

Shepsle K.A. (1991). *Models of Multiparty Electoral Competition*, Chur, Switzerland: Harwood Academic Publishers.

Smithies A. (1941). *Optimum Location in Spatial Competition*, Journal of Political Economy, 49: 423-439.

Thurner P., Eymann A. (2000). *Policy-Specific Alienation and Indifference in the Calculus of Voting: A Simultaneous model of party Choice and Abstention*, Public Choice, 102: 51 77.

Wittman D.A. (1973). *Parties as Utility Maximizers*, American Political Science Review, 67: 490:498.

Wittman D.A. (1977). *Candidates with Policy Preferences: a Dynamic Model*, Journal of Economic Theory, 14:180-189.

Wolfinger R.E., Rosenstone S.J. (1980). *Who Votes?* New Haven: Yale University Press.

Zakharov A.V. (2008). *A model of electoral competition with abstaining voters*, Mathematical and Computer Modeling 48: 1527–1553.

Zipp J.F. (1985). *Perceived Representativeness and Voting: an Assessment of "choices" versus "echoes"*, American Political Science Review, 79: 50-61.

CAPITOLO 2

ASTENSIONISMO PER ALIENAZIONE: LA DISTRIBUZIONE E LA TOLLERANZA DEGLI ELETTORI COME DETERMINANTI DELL'EQUILIBRIO POLITICO

2.1 Introduzione

La letteratura classica sulla teoria spaziale del voto assume che tutti gli elettori votino. Nel modello standard di competizione elettorale, nel quale i (due) partiti mirano esclusivamente a vincere le elezioni, tale assunzione comporta la completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica ideale dell'elettore mediano (Downs, 1957). Con l'introduzione della possibilità di astensione dal voto tra gli elettori, avvicinarsi al partito rivale può significare *perdere* elettori piuttosto che guadagnarne, così da scoraggiare un tale movimento e incentivare i partiti a proporre politiche divergenti. L'importanza dell'astensionismo fu riconosciuta dallo stesso Downs, pioniere della teoria del voto razionale: ogni cittadino decide di votare il partito preferito (il più vicino) solo se il beneficio atteso dal voto supera il costo di votazione. Il beneficio atteso è una funzione crescente della distanza tra i due partiti, pertanto, se le proposte politiche sono così simili da non giustificare un (positivo) costo di votazione, l'elettore non è incentivato a recarsi alle urne e contribuire, così, alla vittoria del partito più vicino; l'elettore si astiene per indifferenza. Ricker e Ordeshook (1968) riconobbero l'esistenza di un ulteriore beneficio diretto generato dal voto, legato al senso di "dovere civico" che ogni elettore percepisce in quanto membro attivo di una democrazia. Alla luce di ciò, l'elettore indifferente può ancora decidere di votare se soddisfatto, ovvero se votare il partito preferito permette di conseguire un'utilità almeno pari ad un livello di aspirazione; in caso contrario l'elettore si astiene per alienazione. Dato che l'utilità dipende dalla distanza dalla proposta politica del partito, l'utilità di aspirazione è funzione della *tolleranza* del cittadino, vale a dire la distanza massima tra la sua politica ideale e la proposta del partito tale da incentivarlo al voto. Quanto più l'elettore è tollerante quanto più il partito può allontanarvi senza perdere il suo voto; la probabilità di votare è direttamente legata alla tolleranza del cittadino.

Diversi autori hanno introdotto l'astensionismo nei modelli di competizione elettorale spaziale[48]. Tuttavia, solo una parte minore della letteratura esistente, teorica ed empirica, considera il movente dell'alienazione[49]. Zipp (1985) riconosce che i cittadini scelgono di non votare se "i propri interessi non sono rappresentati da nessuno tra i maggiori candidati" [50]. Llavador (2000) introduce entrambe le possibilità di astensione, alienazione e indifferenza, in un modello di competizione politica spaziale *à la* Downs e rileva che "le principali caratteristiche del teorema dell'elettore mediano sopravvivono, seppur con qualche qualificazione (…) le previsioni basate sulla politica preferita dall'elettore mediano soffrono di una sistematica distorsione". In particolare l'autore dimostra l'esistenza di una *politica centrale* che attrae i partiti e che, nel caso di distribuzioni asimmetriche degli elettori lungo l'intervallo di politiche, può sensibilmente differire dalla politica dell'elettore mediano. Leppel (2009) sviluppa un modello di competizione politica spaziale con astensionismo per alienazione e rileva la possibilità di divergenza politica, vale a dire di differenziazione delle proposte politiche in equilibrio, se gli elettori sono uniformemente distribuiti, mentre per distribuzioni simmetriche l'esistenza di una forza centrifuga dipende dalla concentrazione degli elettori al centro dell'intervallo politico[51]. Secondo Kirchgassner (2003) le decisioni di voto/astensione dipendono dalla *distanza relativa* tra le proposte politiche dei partiti, per cui ogni cittadino percepisce la differenza tra le due proposte in relazione alla propria posizione: quanto più è lontano dalle politiche annunciate dai partiti, quanto più sottile è la distanza percepita tra le piattaforme e, dunque, la motivazione a votare[52], mentre quanto più è vicino ai partiti quanto più è in grado di percepire la differenza tra le politiche proposte. L'astensionismo interessa, pertanto, la regione centrale, vale a dire gli elettori collocati tra le due piattaforme (astensionismo per indifferenza), e le regioni periferiche, ovvero gli elettori collocati tra gli estremi dell'intervallo politico e il partito più vicino (astensionismo per

---

[48] Ledyard (1984), così come Palfrey e Rosenthal (1983), costituiscono i primi contributi teorici riguardo l'influenza delle decisioni di voto/astensione dei cittadini sul posizionamento strategico dei partiti.

[49] L'analogia economica all'alienazione è stata introdotta da Smithies (1941) che migliorò il modello di competizione spaziale proposto da Hotelling introducendo una domanda elastica in ogni punto, cosicché le due imprese, o i due partiti, allontanandosi dagli estremi, perdono i consumatori, o gli elettori, che subiscono maggiori costi di trasporto, o di "distanza ideologica".

[50] Questo lavoro empirico è tra i primi a determinare l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo; Zipp rileva che l'indifferenza è la causa dominante dell'astensione nelle elezioni Presidenziali in America, mentre Plane e Gershtenson (2004) osservano come l'alienazione costituisca la principale fonte di astensione nelle elezioni del Senato.

[51] In particolare, le politiche ideali degli elettori sono misurati in deviazioni standard dalla media, così come tutte le unità di interesse; gli elettori alienati sono coloro la cui politica ideale dista più di una deviazione standard dal partito più vicino.

[52] Per la formulazione della distanza relativa, si veda Kirchgassner G., (2003) "*Abstention because of Indifference and Alienation and its Consequences for Party Competition: A simple Psychological Model*".

alienazione). Se la probabilità di astensione dal voto dipende dalla distanza relativa il comportamento degli elettori periferici è analogo al caso in cui l'astensione dipenda esclusivamente dall'alienazione. Ciò è quanto si verifica anche nei modelli di competizione elettorale con astensionismo per indifferenza e funzioni di utilità quasi-concave (Irons, 1997). La considerazione della distanza relativa nel processo di scelta degli elettori o l'assunzione di utilità quasi-concave possono rendere il movimento in direzione del partito rivale talmente costoso da scoraggiarlo, persuadendo così i partiti a scegliere posizioni differenti. Tuttavia, l'assunzione di utilità quasi-concave (o convesse) è in contrasto con la teoria dell'utilità standard e la distanza relativa non sembra in grado di "spiegare" la differenziazione delle piattaforme elettorali, rilevate nella realtà delle grandi elezioni, a meno che la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche sia uniforme.

I lavori empirici di Adams, Dow e Merrill (2001, 2006), Adams e Merrill (2003), Adams, Merrill e Grofman (2005) e Katz (2007), indagano sulle determinanti dell'astensione per indifferenza e/o alienazione e, in particolare, analizzano come le caratteristiche socio-demografiche e le variabili di percezione del sistema politico del cittadino possano influenzare i valori soglia dell'indifferenza (il costo del voto) e alienazione (la tolleranza).

Tali studi hanno ispirato il presente lavoro: poiché le caratteristiche socio-demografiche del cittadino ne influenzano il livello di tolleranza, così come la posizione lungo l'intervallo politico (la politica ideale), è ragionevole assumere una tolleranza eterogenea tra gli elettori e *ideologica*, dipendente, cioè, dalla posizione del cittadino nello spazio politico. Livelli di tolleranza differenti possono essere spiegati dalle differenti politiche ideali dei cittadini.

L'obiettivo del presente lavoro è di fornire un'analisi, il più possibile esaustiva, della relazione tra le piattaforme elettorali in equilibrio e la tolleranza dei cittadini, in un modello di competizione elettorale spaziale con funzioni di utilità standard e astensionismo per alienazione. In particolare, tale lavoro mira ad esaminare l'effetto congiunto di tolleranza e distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche sul posizionamento strategico dei partiti, con due finalità principali:

- *riqualificare il teorema dell'elettore mediano*: se in equilibrio i partiti scelgono la stessa posizione lungo lo spazio politico, tale piattaforma comune dipende dalla tolleranza e dalla densità dei cittadini lungo la scala politica;
- *analizzare la possibilità di divergenza politica*: l'equilibrio politico può essere caratterizzato dalla differenziazione delle proposte politiche annunciate a seconda della distribuzione dei cittadini lungo lo spazio politico e della loro tolleranza.

Il lavoro è organizzato nel modo seguente. Nella prima sezione, in linea con i contributi di Llavador (2000) e Leppel (2009), si assume che la tolleranza sia uguale per tutti i cittadini, mentre nella seconda sezione la tolleranza è in base all'ideologia, vale a dire può assumere due differenti valori in relazione a differenti insiemi di elettori: un'alta tolleranza per gli elettori moderati ed una bassa tolleranza per gli elettori estremisti. L'equilibrio politico è esaminato per differenti distribuzioni di elettori, uniforme e a picco singolo (*single-peaked*). Infine, nella terza ed ultima sezione, si introduce la *tolleranza ideologica* come una funzione continua delle politiche ideali dei cittadini. Le caratteristiche della funzione di tolleranza, in particolare la posizione dell'elettore più tollerante, e della distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche influenzano la possibilità di divergenza politica e la piattaforma comune, nel caso di convergenza delle proposte annunciate dai partiti.

Il presente lavoro, inoltre, studia l'equilibrio politico relativo a partiti che massimizzano l'ammontare dei voti ricevuti, piuttosto che la probabilità di vittoria del modello Downsiano, con l'intento di stabilire in quali condizioni il criterio di massimizzazione dei voti produca un risultato consistente. Infatti, se nel modello Downsiano senza astensionismo tale criterio è alternativo alla massimizzazione della probabilità di vittoria, ciò non si verifica introducendo la possibilità di astensione. Quando i tutti i cittadini votano l'ammontare dei voti assegnati ad un partito coincide con la percentuale/quota di voti ricevuti perciò massimizzare la probabilità di vittoria o la quota di voti è equivalente[53]. Se, invece, i cittadini possono astenersi i due criteri non sono alternativi e, in particolare, i partiti mirano ad allontanarsi l'uno dall'altro nel tentativo di catturare quanti più elettori possibile, indipendentemente dalla probabilità di vittoria. Secondo Osborne (1995) il criterio di massimizzazione dei voti ha "senso" solo se rispetta l'ordinamento di preferenza naturale in una competizione elettorale, in base al quale ogni partito preferisce vincere piuttosto che pareggiare e pareggiare piuttosto che perdere. L'autore osserva che il criterio di massimizzazione dei voti è consistente nel caso di una competizione politica bi-partitica e totale affluenza degli elettori, mentre è incoerente nel caso di tre partiti/candidati. Al fine di ampliare tale discussione e fornire ulteriori qualificazioni del criterio, l'equilibrio politico è esaminato anche in riferimento ai partiti che massimizzano i voti, con l'intento di stabilire le condizioni in base alle quali tale equilibrio è consistente o meno.

[53] Si veda Roemer (2006) per un'analisi formale e Osborne (1995) per una rassegna sui principali modelli di competizione politica spaziale.

2.2 Il modello

Due partiti politici, denominati A e B, scelgono simultaneamente le proposte p_J ($J = A, B$) lungo l'intervallo di politiche $P = [0,1]$. Esiste un continuum di cittadini di misura 1, ognuno del quale ha una politica ideale $p_i \in P$ ed un ordinamento di preferenza rappresentato dalla funzione di utilità $u: P \to \mathbb{R}$. In particolare, il cittadino i riceve una disutilità pari alla distanza tra la politica annunciata dal partito J, p_J, e la sua politica ideale p_i:

$$u_i(p_J) = -d_i^J$$

dove d_i^J rappresenta la distanza tra il partito J e il cittadino i:

$$d_i^J = |p_i - p_J|$$

La funzione di utilità è crescente in $(0, p_i)$, decrescente in $(p_i, 1)$ e simmetrica rispetto a p_i. Una funzione di utilità con tali caratteristiche è "a picco singolo" (*single-peaked*) e simmetrica.

Entrambi i partiti conoscono la funzione di distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche $F: P \to [0,1]$, dove $F(p)$ costituisce la frazione della popolazione dei cittadini la cui politica ideale è inferiore (o uguale) a p. Date le posizioni dei due partiti, (p_A, p_B), l'insieme degli *elettori potenziali* del partito $J = A, B$ è:

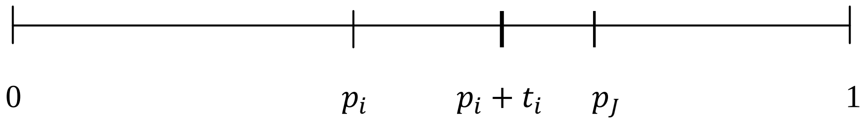
$$\tilde{P}_J = \{p_i | d_i^J \leq d_i^{-J}\}$$

Ogni cittadino preferisce il partito più vicino alla sua politica ideale ed è, pertanto, potenzialmente disposto a votare tale partito; se la distanza dalle due piattaforme è identica, cioè se $d_i^A = d_i^B$, il cittadino vota ogni partito con probabilità ½. Il timing del gioco elettorale è il seguente:

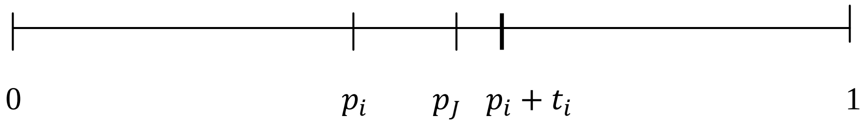
1. data $F(p)$ i partiti scelgono simultaneamente le proposte politiche (p_A, p_B);
2. ogni cittadino osserva la coppia di proposte (p_A, p_B) e decide *se* votare e (eventualmente) *quale* partito votare.

L'equilibrio politico è il profilo di strategie $({p_A}^*, {p_B}^*)$ che costituisce un equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi. Nel determinare l'equilibrio si procede dal basso, ovvero dalle decisioni di partecipazione/astensione al voto degli elettori.

Data la possibilità di astensione l'insieme degli elettori attivi di un partito è un sotto-insieme di $\tilde{P}_J$. Il cittadino si astiene se la distanza dal partito preferito supera un certo valore soglia di riferimento t_i (astensionismo per alienazione) dove t_i rappresenta la *tolleranza* del cittadino i. In altre parole, il partito più vicino è comunque *troppo lontano* dalla politica ideale del cittadino affinché egli sia persuaso ad assegnare il proprio voto contribuendo, così, alla vittoria elettorale del partito. La tolleranza costituisce la massima distanza che il cittadino i è disposto a “tollerare” affinché decida di recarsi alle urne (si veda la figura seguente).



Poiché $p_J > p_i + t_i$ il cittadino i si astiene.



Poiché $p_J < p_i + t_i$ il cittadino i decide di votare.

Il cittadino i si astiene se nessuna proposta politica è tale da garantirgli un livello minimo di utilità, l’utilità di aspirazione $u_i(t_i)$, inversamente legata alla tolleranza: cittadini più tolleranti/accomodanti presentano un’utilità di aspirazione più bassa rispetto ai cittadini critici. L’elettore decide, dunque, di votare solo se l’utilità ricevuta dal partito preferito supera il livello di aspirazione, ovvero se può ottenere un surplus sul valore di riferimento $u_i(t_i)$. Formalmente il cittadino i decide di votare secondo la probabilità $P(d_i^J; t_i)$:

$$P(d_i^J; t_i) = \begin{cases} 1 & se\ \ Max\{u_i(d_i^A), u_i(d_i^B)\} \geq u_i(t_i) \\ \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$

Poiché $u_i(p_j) = -d_i^J$:

$$P(d_i^J; t_i) = \begin{cases} 1 & se\ Min\{d_i^A, d_i^B\} \leq t_i \\ \\ 0 & altrimenti \end{cases} \tag{2.1}$$

la probabilità che il cittadino i voti dipende dalla distanza dal partito più vicino e dal parametro di tolleranza t_i.

Date le proposte politiche dei due partiti (p_A, p_B), il partito $J = A, B$ ottiene i voti di tutti i cittadini la cui politica ideale appartiene all’intervallo $[{p_J}^l, {p_J}^r]$ dove ${p_J}^l$, ${p_J}^r$ rappresentano, rispettivamente, l'elettore cut-off sinistro (*left*) e destro (*right*), ovvero il primo e l'ultimo elettore attivo per il partito J. L'insieme degli elettori attivi del partito J è dunque:

$$X_J = \left[{p_J}^l, {p_J}^r\right]$$

e le quote di voto ottenute da ciascun partito sono le seguenti:

$$V_A = \int_{X_A} f(p)dp \tag{2.2}$$

$$V_B = \int_{X_B} f(p)dp \tag{2.3}$$

Dato che la popolazione dei cittadini è caratterizzata da una misura di probabilità si ha che:

$$V_J \in [0,1]$$

Sia $D_J: P \times P \to [-1,1]$ la differenza dei voti ottenuti dal partito $J = A, B$ rispetto al partito rivale:

$$D_A(p_A, p_B) = V_A(p_A, p_B) - V_B(p_A, p_B)$$

e

$$D_B(p_A, p_B) = -D_A(p_A, p_B)$$

Con $U_J(p_A, p_B)$ si denoti l' utilità del partito $J = A, B$. Distingueremo due funzioni di utilità:

- nel *modello Downsiano* entrambi i partiti sono opportunisti, si preoccupano, cioè, esclusivamente di vincere le elezioni. I partiti non hanno preferenze circa la politica implementata né sulla percentuale di voti ottenuta, perciò l'utilità è la probabilità di vittoria $\pi_J(p_A, p_B)$ definita come:

$$\pi_J = \begin{cases} 0 \ \ se\ D_J(p_A, p_B) < 0 \\ \dfrac{1}{2} \ \ se\ \ D_J(p_A, p_B) = 0 \\ 1 \ \ se\ D_J(p_A, p_B) > 0 \end{cases}$$

  E' facile osservare che:

$$\pi_B(p_A, p_B) = 1 - \pi_A(p_A, p_B);$$

- nel *modello di massimizzazione dei voti* l'obiettivo dei partiti è massimizzare i voti ricevuti, perciò:

$$U_J(p_A, p_B) = V_J(p_A, p_B) \quad J = A, B$$

Nei modelli di competizione elettorale senza astensionismo massimizzare la quota di voti ottenuta è esattamente come massimizzare i voti che il partito riceve. Infatti, poiché tutti i cittadini votano, la somma dei voti è sempre pari a 1:

$$V_J(p_A, p_B) + V_{-J}(p_A, p_B) = 1$$

pertanto vincere le elezioni significa catturare più elettori possibile. Con l'introduzione della possibilità di astensione dal voto, invece, massimizzare la probabilità di vittoria è sostanzialmente diverso dal massimizzare la percentuale di voti ottenuta: data la posizione del partito rivale, un partito Downsiano mira ad ottenere almeno tanti voti quanti quelli ricevuti dal rivale, mentre un partito che massimizza i voti mira ad ottenere quanti più voti possibile *tout court*, non necessariamente migliorando la probabilità di vittoria. Ad esempio supponiamo che la tolleranza sia identica tra i cittadini: $t_i = t$ per ogni cittadino i. Se i partiti si posizionano nello stesso punto ogni elettore attivo vota entrambi i partiti con probabilità ½. I partiti ottengono la stessa percentuale di voti attesa:

$$V_A(p_A, p_B) = V_B(p_A, p_B) = \frac{1}{2}\int_{p^l}^{p^r} f(p)dp$$

dove p^l e p^r indicano, rispettivamente, l'elettore cut-off di sinistra e destra. A seconda della funzione di distribuzione dei cittadini lungo l'intervallo di politiche un partito può guadagnare dei voti allontanandosi dalla piattaforma comune, anche se tale movimento implica perdere le elezioni. Si consideri una distribuzione a picco singolo simmetrica. La politica dell'elettore mediano coincide con la politica dell'elettore modale: $p^{med} = p^{mod} = \frac{1}{2}$. Supponiamo che i partiti siano entrambi posizionati al centro. Ogni partito ottiene la percentuale di voti:

$$V_J(p_A, p_B) = \int_{p^l}^{\frac{1}{2}} f(p)dp = \int_{\frac{1}{2}}^{p^r} f(p)dp \quad \forall\, J = A, B$$

Un partito, ad esempio il partito A, potrebbe guadagnare voti spostandosi in ${p_A}' < \frac{1}{2}$. Il movimento consente di catturare tutti gli elettori collocati nell'intervallo $\left[{p_A}' - t, \frac{{p_A}' + p_B}{2}\right]$ che potrebbe contenere più elettori rispetto all'intervallo $\left[p^l, \frac{1}{2}\right]$, incrementando la percentuale di voti ottenuta dal partito. Tuttavia, tale movimento implica, inevitabilmente, perdere le elezioni: ogni partito ottiene i voti da un intervallo di politiche di lunghezza $\left(\frac{p_B - {p_A}'}{2} + t\right)$, ma il partito B è collocato al centro, in corrispondenza dell'elettore modale, perciò cattura più elettori rispetto al partito rivale.

Definiamo l'equilibrio politico relativo ai due modelli.

Definizione 2.1**: **equilibrio Downsiano

Un equilibrio Downsiano è la coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ tale che:

$$\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) \geq \pi_A(p_A, p_B{}^*) \quad \forall\, p_A \in P$$

così come

$$\pi_B(p_A{}^*, p_B) = 1 - \pi_A(p_A{}^*, p_B) \leq 1 - \pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*) \quad \forall\, p_B \in P$$

Definizione 2.2: equilibrio nei voti

Un equilibrio nei voti è definito come la coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ tale che:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) \geq V_A(p_A, p_B{}^*) \quad \forall\, p_A \in P$$

$$V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) \geq V_B(p_A{}^*, p_B) \quad \forall\, p_B \in P$$

Mentre l'equilibrio politico Downsiano è sempre caratterizzato da:

$$\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = 1/2$$

l'equilibrio politico nei voti può comportare probabilità di vittoria diverse, come stabilito dal seguente lemma.

Lemma 2.1

Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano allora $\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = 1/2$ perciò:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)$$

Dimostrazione

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ un equilibrio Downsiano con $\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) \neq \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*)$. Il partito sconfitto può sempre scegliere la proposta politica del partito vincitore e migliorare la propria probabilità di vittoria, che diventa pari a ½. Ciò contraddice l'ipotesi iniziale. ■

Il lemma 2.1 non vale per un equilibrio nei voti. Supponiamo che $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ sia un equilibrio nei voti con:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) < V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)$$

Scegliere la politica vincente non necessariamente aumenta la quota dei voti ricevuti. Infatti se la proposta politica è la stessa tutti gli elettori attivi votano entrambi i partiti con probabilità ½ perciò ogni partito ottiene esattamente la metà dei voti totali. Allontanarsi potrebbe significare aumentare i voti ottenuti dal partito nonostante implichi la sconfitta elettorale. Pertanto l'equilibrio politico nei voti non comporta necessariamente:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)$$

Affinché il criterio di massimizzazione dei voti abbia senso è necessaria una restrizione naturale delle preferenze dei partiti. In un modello di competizione politica, infatti, ogni partito deve preferire vincere piuttosto che pareggiare e pareggiare piuttosto che perdere le elezioni. Al fine di imporre tale condizione introduciamo nel modello di massimizzazione dei voti la seguente assunzione.

Assunzione A1: ordinamento di preferenza dei partiti

Sia (p_x, p_y, p_k) un profilo di politiche alternative per il partito J, con $J = A, B$. La relazione di preferenza $\succ_J$ del partito J è la seguente:

$$p_x \succ_J p_y \succ_J p_k \quad \text{se} \quad D_J(p_x) > 0, D_J(p_y) = 0, D_J(p_k) < 0 \tag{2.4}$$

dove $D_J(p_x)$ costituisce la differenza dei voti per il partito J che sceglie la politica p_x.

Mentre l'equilibrio Downsiano rispetta per definizione tale ordinamento "naturale" di preferenza dei partiti, come in effetti stabilito dal lemma 2.1, l'equilibrio nei voti può essere caratterizzato da probabilità di vittoria differenti tra i due partiti e, quindi, non essere coerente con la condizione naturale sulle preferenze dei partiti. Infatti il partito sconfitto può sempre scegliere la proposta politica del rivale e vincere le elezioni con probabilità ½ piuttosto che perderle. Di conseguenza, *l'equilibrio nei voti coerente con l'ordinamento di preferenza (2.4) deve essere un equilibrio Downsiano*.

Lemma 2.2

Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti coerente con l'assunzione A1, allora è un equilibrio Downsiano.

Dimostrazione

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ l'equilibrio nei voti coerente con la relazione di preferenza stabilita dall'assunzione A1. Supponiamo che la coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ non costituisca un equilibrio Downsiano, ovvero esista almeno un partito che possa aumentare la probabilità di vittoria cambiando la propria proposta politica. Ciò è incoerente con la relazione di preferenza (2.4); la contraddizione implica che $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ non può costituire un equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1. ∎

Il lemma 2.2 implica che se l'equilibrio Downsiano è unico, l'equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1 è uguale a quello Downsiano, mentre nel caso di equilibri Downsiani multipli l'equilibrio nei voti può essere unico. Formalmente, la caratteristica di equilibrio Downsiano è una condizione necessaria e sufficiente, affinché l'equilibrio nei voti rispetti l'assunzione A1, solo nel caso in cui l'equilibrio Downsiano è unico, altrimenti la condizione è necessaria ma non sufficiente: se $({p_A}^*, {p_B}^*)$ è uno degli equilibri Downsiani, l'equilibrio nei voti può essere significativamente diverso.
In quanto segue verrà analizzato sia l'equilibrio Downsiano sia l'equilibrio nei voti al fine di stabilire le condizioni per cui i partiti scelgono proposte politiche differenti (divergenza politica) o identiche (convergenza politica). Inoltre, verrà stabilito quando il criterio di massimizzazione dei voti è "accettabile" ovvero rispetta la relazione di preferenza (2.4).

2.2.1 La tolleranza comune tra gli elettori

Assumiamo inizialmente che il parametro di tolleranza sia identico per tutti i cittadini:

$$t_i = t \quad \forall\, i$$

L'informazione è completa, dunque entrambi i partiti conoscono il valore di t. Senza perdita di generalità supponiamo che $p_B > p_A$. Gli elettori cut-off sono così definiti:

$${p_A}^l = p_A - t$$

$${p_A}^r = Min\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, p_A + t\right\}$$

$${p_B}^l = Max\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, p_B - t\right\}$$

$${p_B}^r = p_B + t$$

L'ammontare dei voti che il partito $J = A, B$ riceve è:

$$V_J = \int_{{p_J}^l}^{{p_J}^r} f(p)dp.$$

Con X_V si denota l'insieme degli elettori attivi, ovvero tutti gli elettori posizionati tra i due cut-off di ogni partito:

$$X_V = \{p_i : p_i \in [{p_A}^l, {p_A}^r] \cup p_i \in [{p_B}^l, {p_B}^r]\}$$

L'astensionismo può interessare la regione interna, ovvero i cittadini posizionati tra i due partiti (astensionismo al centro), le regioni periferiche (astensionismo nelle code) o entrambe (astensionismo al centro e nelle code). C'è astensionismo tra gli elettori interni se le proposte politiche dei partiti sono così distanti da spingere l'elettore collocato nel punto di mezzo, $p_i = \frac{p_A+p_B}{2}$, ad astenersi. In particolare quando la distanza tra i due partiti supera la soglia $2t$, una parte degli elettori interni si astiene. Dato che il parametro di tolleranza è identico per tutti i cittadini l'astensione riguarda gli elettori collocati nell'intervallo $[p_A + t, p_B - t]$ (figura 2.1a). Dall'altro lato, quando le proposte politiche sono sufficientemente vicine da convincere ogni elettore interno a votare, l'astensione può interessare gli elettori periferici, esterni, la cui politica ideale si trova a sinistra di p_A o a destra di p_B. Finché il partito A si trova alla sinistra di (o esattamente in) $p_i = t$, tutti i cittadini a sinistra decidono di votare, altrimenti si astengono tutti gli elettori la cui politica ideale appartiene all'intervallo $[0, p_A - t]$. Analogamente, se il partito B si posiziona a sinistra del punto $p_i = 1 - t$ anche una parte degli elettori della coda destra scelgono di astenersi; in particolare si tratta degli elettori che appartengono all'intervallo $[p_B + t, 1]$ (figura 2.1b). Infine, l'astensionismo può interessare sia la regione interna che le regioni periferiche (figura 2.1c).

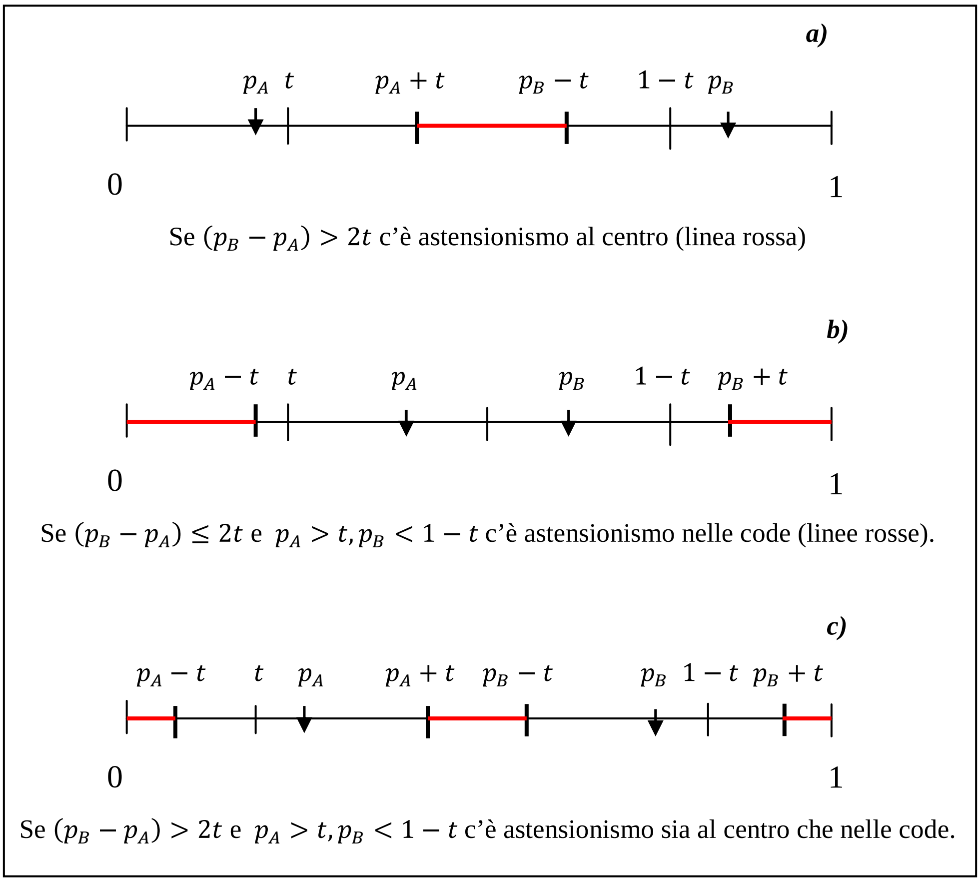


Figura 2.1: l'astensionismo interessa la regione interna (2.1a), le regioni periferiche (2.1b), o entrambe (2.1c).

Il modello di competizione elettorale senza astensione (Downs, 1957) implica una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro e in direzione della politica preferita dall'elettore mediano p_{med} tale che:

$$F(p_{med}) = \frac{1}{2}$$

Poiché tutti i cittadini votano ogni partito può avvicinarsi al partito rivale e sottrarre una parte degli elettori interni, senza perdere alcun voto tra gli elettori periferici. Il partito più vicino alla politica dell'elettore mediano vince le elezioni. Senza astensione la somma dei voti per il partito A e B è pari a 1 indipendentemente dalle posizioni scelte dai due partiti:

$$V_B(p_A, p_B) + V_A(p_A, p_B) = 1 \quad \forall\ (p_A, p_B)$$

Per vincere le elezioni l'ammontare dei voti ricevuti deve superare ½, perciò entrambi i partiti tenderanno ad avvicinarsi l'uno verso l'altro così da spingere il punto di mezzo al di là dell'elettore mediano. Ad esempio supponiamo che:

$$p_A < p_{med} < p_B$$

i voti che i partiti ricevono sono:

$$V_A(p_A, p_B) = F\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right)$$

$$V_B(p_A, p_B) = 1 - F\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right)$$

Se il partito B è più vicino all'elettore mediano rispetto al partito A il punto di mezzo si trova a sinistra dell'elettore mediano, perciò:

$$1 - F\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) > \frac{1}{2}$$

e il partito B vince le elezioni. Inoltre, avvicinarsi al partito rivale consente di guadagnare voti senza perderne alcuno; aumentare la propria quota di voti significa automaticamente ridurre quella del partito rivale. Dunque, avvicinarsi al partito rivale è una strategia ottima sia per un partito Downsiano che per un partito che massimizza la percentuale di voti. In equilibrio entrambe le proposte politiche dei partiti convergono nella politica preferita dall'elettore mediano.

Il modello di competizione elettorale appena descritto può essere interpretato come un caso particolare del modello con astensionismo per alienazione con:

$$t \geq p_{med}$$

Infatti un movimento verso l'elettore mediano consente di sottrarre al partito rivale una parte degli elettori interni senza perdere nessun voto tra gli elettori periferici. La forza centripeta che caratterizza tale modello è identica a quella relativa al modello senza astensionismo.

Al fine di analizzare in che modo la possibilità di astensione influenzi il posizionamento strategico dei partiti si assume che:

$$t < p_{med}$$

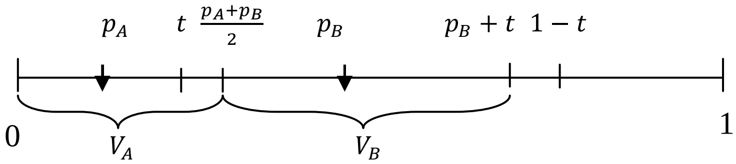
2.2.2 Distribuzione uniforme degli elettori lungo l'intervallo di politiche

Modello Downsiano

Gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo l'intervallo di politiche $P = [0,1]$, perciò la funzione di densità è data da:

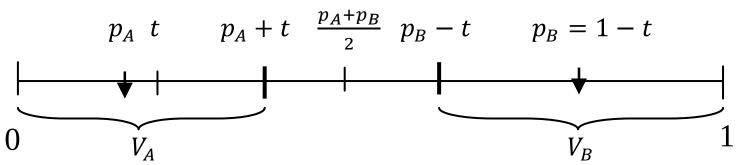
$$f(p) = \begin{cases} 1 & p \in P \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$

Nel modello di competizione elettorale senza astensionismo entrambi i partiti scelgono la politica preferita dall'elettore mediano $p_{med} = \frac{1}{2}$. Lo stesso succede se si introduce la possibilità di astensione per alienazione e $t \geq \frac{1}{2}$; infatti ogni partito trova ottimale avvicinarsi il più possibile al partito rivale (forza centripeta). L'equilibrio è caratterizzato dalla convergenza delle piattaforme politiche in corrispondenza dell'elettore mediano. Se, invece, $t < \frac{1}{2}$, scegliere una politica a destra del punto $p_i = t$ (o a sinistra di $p_i = 1 - t$) implica perdere una frazione di voti dalla coda, in quanto parte degli elettori collocati a sinistra (o a destra) del partito sceglie di astenersi. Inoltre avvicinarsi al partito rivale consente di sottrarre elettori centrali solo se non c'è astensione al centro, cioè se $(p_B - p_A) \leq 2t$. Ogni coppia di proposte politiche (p_A, p_B) appartenente all'intervallo $[t, 1 - t]$ consente di vincere le elezioni con probabilità ½. Se $p_A < t$ il partito B può scegliere una qualsiasi posizione in $[p_A, 1 - t]$ e vincere le elezioni. Analogamente se $p_B > 1 - t$ una qualunque posizione in $[t, p_B]$ assegna la vittoria al partito A. Infatti ogni qualvolta uno dei due partiti si trova a destra di $p_i = t$ (o a sinistra di $p_i = 1 - t$) perde una frazione degli elettori della coda sinistra (destra). Essendo la distribuzione uniforme, la percentuale di voti che ogni partito ottiene nella regione interna è ½ indipendentemente dalla posizione dei partiti: se $(p_B - p_A) \leq 2t$ nessun elettore interno si astiene perciò ogni partito riceve esattamente $\frac{p_B - p_A}{2}$ voti; se $(p_B - p_A) > 2t$ gli elettori posizionati nell’intervallo $[p_A + t, p_B - t]$ si astengono ed ogni partito riceve t voti. Pertanto i voti catturati tra gli elettori periferici determinano il partito vincitore (figura 2.2).



Gli elettori attivi per il partito A e B se $p_A < t$ e $(p_B - p_A) < 2t$;

$V_A = \frac{p_B - p_A}{2} + p_A$, $V_B = \frac{p_B - p_A}{2} + t$ quindi $\pi_B(p_A, p_B) = 1$.



Gli elettori attivi per il partito A e B se $p_A < t$ e $(p_B - p_A) > 2t$;

$V_A = p_A + t$, $V_B = 2t$ quindi $\pi_B(p_A, p_B) = 1$.

Figure 2.2: quando $p_A < t$ e il partito B si posiziona in prossimità di p_A (tutti i cittadini interni votano) o lontano da p_A (astensionismo al centro) ma con $p_B \leq 1 - t$, vince la competizione elettorale.

Da un profilo di strategie (p_A, p_B) con $p_A < t$ e $p_B > 1 - t$ ogni partito può migliorare la probabilità di vittoria avvicinandosi al partito rivale (forza centripeta). D’altro lato, quando $p_A \geq t$ e $p_B \leq 1 - t$ un movimento in direzione del partito rivale non reca nessun beneficio in quanto qualsiasi coppia di politiche (p_A, p_B) all’interno dell’intervallo $[t, 1 - t]$ attribuisce a entrambi i partiti una probabilità di vittoria pari a ½. In altre parole esistono multipli “*vincitori di Condorcet*”[54] e l’ammontare massimo di voti che ogni partito può ottenere è $2t$.

---

[54] La politica $p^* \in P$ è un vincitore di Condorcet se sconfigge o pareggia con ogni altra politica $p \in P$ in elezioni bi-partitiche, vale a dire p^* è tale che:

$$\pi_J(p^*, p) \geq \frac{1}{2} \quad \forall\, p \in P$$

dove J si riferisce al partito che sceglie la politica p^* ($J = A, B$). Tutte i punti all’interno dell’intervallo $[t, 1 - t]$ soddisfano la definizione di vincitore di Condorcet; infatti ogni politica $p^* \in [t, 1 - t]$ sconfigge tutte le altre al di fuori dell’intervallo e pareggia con tutte le politiche $p \in [t, 1 - t]$:

$$\pi_J(p^*, p) > \frac{1}{2} \quad \forall\, p < t \;\cup\; p > 1 - t$$

$$\pi_J(p^*, p) = \frac{1}{2} \quad \forall\, p \in [t, 1 - t]$$

Per le caratteristiche principali e la relazione con l’equilibrio Downsiano della politica denominata *vincitore di Condorcet* si veda Grossman e Helpman (2001), Roemer (2006).

Con una distribuzione di elettori uniforme il modello di competizione elettorale *à la* Downs con astensionismo per alienazione può essere caratterizzato da divergenza politica in equilibrio, a meno che il parametro di tolleranza non sia così elevato ($t \geq \frac{1}{2}$) da spingere entrambi i partiti in direzione dell'elettore mediano $p_{med} = \frac{1}{2}$.

Proposizione 2.1

Sia f la funzione di densità uniforme e $t < \frac{1}{2}$ il parametro di tolleranza comune tra i cittadini. Per ogni valore di t, ogni coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*) \in [t, 1-t]$ costituisce un equilibrio Downsiano[55].

Dimostrazione

In base al lemma 2.1 se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano allora ogni partito vince le elezioni con probabilità ½. Inoltre, il profilo di strategie $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio solo se nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria modificando la propria posizione. Ogni coppia di politiche all'interno dell'intervallo $[t, 1-t]$ implica $\pi_A = \pi_B = 1/2$ e nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria cambiando strategia. Se $p_A \in [t, 1-t]$ la differenza dei voti per il partito rivale è:

$$D_B(p_A, p_B) = \begin{cases} 0 & se \quad p_B \in [t, 1-t] \\ < 0 & se \quad p_B \in \{(1-t, 1] \cup [0, t)\} \end{cases}$$

pertanto la risposta ottima del partito B è una qualunque posizione p_B nell'intervallo:

$$[t, 1-t]$$

Il ragionamento è analogo per il partito A, dunque ogni coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ appartenenti all'intervallo$[t, 1-t]$ costituisce un equilibrio Downsiano in quanto:

$$\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = 1/2$$

[55] Se i partiti sono interessati alla politica implementata e non solo alla probabilità di vittoria (partiti ideologici, Wittman 1973), l'equilibrio politico è unico. Sia $(\hat{p}_A, \hat{p}_B)$ le politiche ideali dei due partiti, le cui funzioni di utilità includono sia la probabilità di vittoria che la distanza tra la politica implementata e la politica ideale del partito:

$$\pi_A(p_A, p_B)U_A(p_A) + \big(1 - \pi_A(p_A, p_B)\big)U_A(p_B) \quad \text{per il partito } A$$
$$\pi_A(p_A, p_B)U_B(p_A) + \big(1 - \pi_A(p_A, p_B)\big)U_B(p_B) \quad \text{per il partito } B$$

dove $U_J(p)$, con $J = A, B$, indica l'utilità del partito J quando la politica implementata è p; tale utilità ha un legame inverso con $|p - \hat{p}_J|$. L'equilibrio politico con partiti ideologici è unico e funzione delle politiche ideali dei partiti:

- $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (\hat{p}_A, \hat{p}_B)$ se $\hat{p}_A > t$ e $\hat{p}_B < 1-t$
- $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, 1-t)$ se $\hat{p}_A < t$ e $\hat{p}_B > 1-t$
- $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, \hat{p}_B)$ se $\hat{p}_A < t$ e $\hat{p}_B < 1-t$
- $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (\hat{p}_A, 1-t)$ se $\hat{p}_A > t$ e $\hat{p}_B > 1-t$.

e nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria modificando la propria strategia.

■

Quando gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo l'intervallo di politiche e i partiti si preoccupano esclusivamente di vincere le elezioni esiste un continuum di equilibri politici all'interno dell'intervallo $[t, 1-t]$. L'equilibrio può essere caratterizzato da divergenza o convergenza politica. Il valore di t è irrilevante ai fini dell'equilibrio politico ma influenza l'ampiezza dell'intervallo in cui ricadono gli equilibri: all'aumentare della tolleranza dei cittadini la (eventuale) divergenza politica si riduce in quanto si restringe l'intervallo di equilibrio. Al limite, $t \geq \frac{1}{2}$, l'equilibrio politico è unico e conferma il teorema dell'elettore mediano.

Modello di massimizzazione dei voti

Nel modello di massimizzazione dei voti il valore del parametro di tolleranza determina l'equilibrio politico.

Lemma 2.3

Sia f la funzione di densità uniforme e $t < \frac{1}{2}$ il parametro di tolleranza comune tra i cittadini. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti allora:

i. $(p_B{}^* - p_A{}^*) \leq 2t$ se $t \geq \frac{1}{4}$

ii. $(p_B{}^* - p_A{}^*) \geq 2t$ se $t < \frac{1}{4}$

Il lemma 2.3 stabilisce che in equilibrio non c'è astensionismo al centro se la tolleranza degli elettori è alta ($t \geq \frac{1}{4}$), mentre se i cittadini sono critici ($t < \frac{1}{4}$) le posizioni dei partiti in equilibrio possono causare astensionismo al centro (proprietà ii).

Supponiamo che una parte degli elettori interni decida di astenersi, cioè $(p_B - p_A) > 2t$. Affinché ciò si verifichi è necessario che, data la proposta politica del rivale, ogni partito scelga una piattaforma distante almeno $2t$. Ad esempio, data la posizione del partito B, la politica scelta dal partito A è:

$$p_A < p_B - 2t$$

Poichè l'intervallo delle politiche è $[0,1]$ la massima distanza del partito A dal partito B è p_B, perciò può esserci astensionismo al centro solo se:

$$p_B > 2t$$

Se la tolleranza dei cittadini è elevata le piattaforme politiche devono essere molto distanti l'una dall'altra. In particolare se $t \geq \frac{1}{3}$ si verifica che il punto $1 - t$ è a sinistra del punto $2t$ (per $t = \frac{1}{3}$ i due punti coincidono). Pertanto c'è astensionismo al centro solo se:

$$p_B > 2t \geq 1 - t$$

$$p_A < t$$

Pertanto la presenza di astensionismo al centro esclude la presenza di astensionismo nelle code. Se $t \geq \frac{1}{3}$ l'astensionismo può interessare la regione centrale o le code ma non entrambe.

Nel caso di astensionismo al centro i voti ricevuti dai partiti sono:

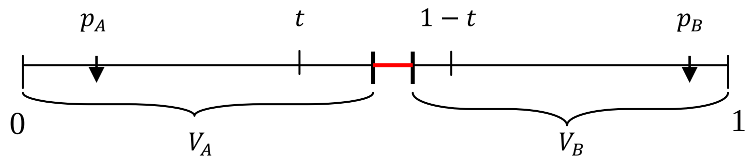
$$V_A(p_A, p_B) = p_A + t$$

$$V_B(p_A, p_B) = 1 - (p_B - t)$$

Ogni partito può incrementare i propri voti muovendosi in direzione del partito rivale (forza centripeta). Finché avvicinarsi non è costoso in termini di elettori periferici, vale a dire finché $p_A < t$ o $p_B > 1 - t$, il movimento è vantaggioso in quanto consente di catturare una parte degli elettori centrali (figura 2.3a). Pertanto, i partiti si avvicinano e tutti gli elettori interni scelgono di votare.

Se $t \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ l'astensionismo può interessare la regione interna, le due code o la regione interna e una sola coda. Infatti quando $p_B < 1 - t$ (astensionismo nella coda destra) c'è astensionismo al centro solo se la proposta politica del partito A si trova a sinistra del punto t e, perciò, tutti gli elettori a sinistra del partito A votano. Analogamente, se $p_A > t$ l'astensionismo al centro si verifica solo se il partito B è posizionato a destra di $1 - t$. Di conseguenza, ogni qualvolta le proposte politiche comportano astensione al centro almeno uno dei due partiti trova vantaggioso avvicinarsi all'altro (figura 2.3b).

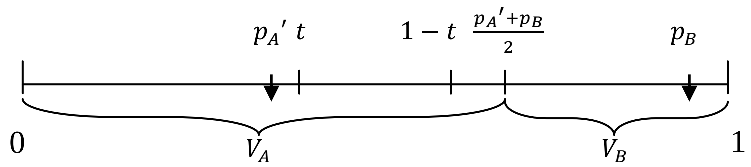
In caso di bassi livelli di tolleranza, $t < \frac{1}{4}$, l'astensionismo può interessare gli elettori interni, esterni o entrambi. I partiti possono incrementare i propri voti muovendosi verso i due punti limite t e $(1 - t)$, al di là dei quali ulteriori movimenti verso il centro provocano l'astensione di una parte degli elettori periferici. Inoltre, a partire da una coppia di politiche all'interno dell'intervallo $[t, 1 - t]$, ogni partito può migliorare la percentuale di voti allontanandosi dalla piattaforma rivale (forza centrifuga), come mostrato in figura 2.3c. La ragione è che ogni partito ha come obiettivo massimizzare i voti ricevuti e l'ammontare massimo di voti è $2t$: t voti dalla coda e t voti dai cittadini collocati tra i due partiti.



Gli elettori attivi se $t \geq \frac{1}{3}$ e $(p_B - p_A) > 2t$; $V_A = p_A + t$, $V_B = 1 - p_B + t$

e l'astensionismo è al centro (linea rossa).

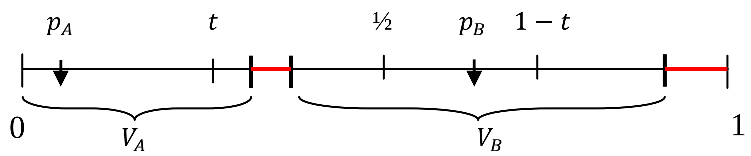
Le linee continue indicano gli elettori cut-off $p_A + t$ e $p_B - t$.



Lo spostamento del partito A in $p_A{}' < t$, con $(p_B - p_A{}') \leq 2t$, è vantaggioso:

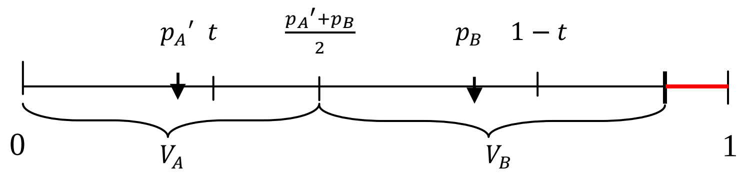
$V_A = \frac{p_A{}'+p_B}{2} > p_A + t$.

Figura 2.3a: se $t \geq \frac{1}{3}$ la forza centripeta implica che non si verifica astensionismo al centro e, pertanto, neanche nelle code (piena affluenza).



Gli elettori attivi se $t = \frac{1}{4}$ e $(p_B - p_A) > 2t$; $V_A = p_A + t$, $V_B = 2t$;

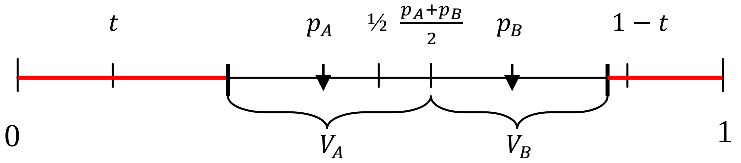
l'astensionismo è al centro e nella coda destra (linee rosse).



Lo spostamento del partito A in $p_A{}' < t$, con $(p_B - p_A{}') \leq 2t$, è vantaggioso:

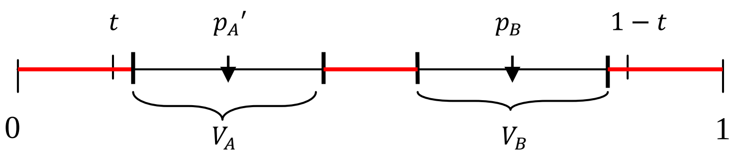
$V_A = \frac{p_A{}'+p_B}{2} > p_A + t$.

Figura 2.3b: se $t = \frac{1}{4}$ la forza centripeta implica che non si verifica astensionismo al centro che, tuttavia, non significa piena affluenza.



Gli elettori attivi se $t < \frac{1}{4}$ e $(p_B - p_A) < 2t$;

$V_A = V_B = \frac{p_B - p_A}{2} + t$ e l'astensionismo è nelle code (linee rosse).



Lo spostamento del partito A in $p_A{}' < p_A$, con $(p_B - p_A{}') > 2t$, è vantaggioso:

$V_A = 2t > \frac{p_B - p_A}{2} + t$.

Figura 2.3c: se $t < \frac{1}{4}$ la forza centrifuga comporta astensionismo sia al centro che nelle code.

Dunque, nel caso di bassi livelli di tolleranza tra i cittadini ,i partiti scelgono di differenziare le proprie proposte politiche e l'astensionismo può interessare la regione interna, così come le regioni periferiche; nel caso di cittadini sufficientemente tolleranti i partiti scelgono piattaforme divergenti e l'astensionismo interessa solo le regioni periferiche.

Se l'obiettivo di ogni partito è massimizzare i voti ricevuti il parametro di tolleranza t è rilevante ai fini dell'equilibrio politico. Nel caso di bassa tolleranza gli equilibri politici sono multipli e appartengono all'intervallo $[t, 1-t]$; in base al lemma 2.3 la distanza tra le due piattaforme è almeno $2t$ perciò l'equilibrio può essere caratterizzato da astensionismo sia al centro che nelle code. Nel caso di alta tolleranza degli elettori l'equilibrio politico è, invece, unico: i partiti si muovono verso il centro finché raggiungono i due punti limite $(t, 1-t)$; ulteriori movimenti in direzione del partito rivale non sono vantaggiosi. Poiché nessun cittadino interno si astiene un movimento Δ verso il centro consente di guadagnare $\frac{\Delta}{2}$ voti ma provoca la perdita di Δ voti dalla regione periferica, risultando in una perdita netta di voti.

Proposizione 2.2

Sia f la funzione di densità uniforme e $t < \frac{1}{2}$ il parametro di tolleranza comune tra i cittadini.

i. Se $t < \frac{1}{4}$ ogni coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*) \in [t, 1-t]$ tale che $(p_B{}^* - p_A{}^*) \geq 2t$ costituisce un equilibrio nei voti;

ii. se $t \geq \frac{1}{4}$ l'equilibrio nei voti è unico:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, 1-t)$$

Dimostrazione[56]

Assumiamo che il profilo di strategie $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, 1-t)$ costituisca un equilibrio nei voti. In base alla definizione 2.2 una coppia di politiche è un equilibrio nei voti solo se nessun partito può aumentare i propri voti spostandosi. Indipendentemente dal valore di t allontanarsi dal centro, vale a dire muoversi verso gli elettori più estremisti, non è vantaggioso poiché significa rinunciare ad una parte di elettori periferici potenzialmente disposti a votare il partito; se c'è astensionismo al centro il partito non perde alcun elettore interno (t voti) mentre se tutti gli elettori interni votano il partito perde una frazione di voti, a vantaggio del partito rivale. Di conseguenza allontanarsi dal centro comporta una perdita netta di voti.

Si consideri ora una deviazione, ad esempio del partito A, in direzione del partito rivale. In particolare, il partito A si sposta in $t + \Delta$, con $\Delta > 0$. Allora:

- se $t \geq \frac{1}{4}$, il partito ricava $\Delta/2$ voti dalla regione interna ma perde Δ voti dalla coda così da ottenere una perdita netta di $\frac{\Delta}{2}$; la deviazione non è vantaggiosa (si veda la figura seguente);
- se $t < \frac{1}{4}$ la distanza tra le due piattaforme è maggiore di $2t$ perciò una parte degli elettori interni sceglie di astenersi. Se $\Delta < \frac{1}{2} - 2t$ il movimento verso il centro non è sufficiente a persuadere tutti gli elettori interni a votare, vale a dire la distanza tra le due piattaforme è ancora superiore a $2t$:

$$p_B{}^* - (p_A{}^* + \Delta) > 2t$$

Il partito A ricava Δ dal centro ma ne perde esattamente Δ dalla coda, per un guadagno pari a 0;

- se $t < \frac{1}{4}$ e $\Delta \geq \frac{1}{2} - 2t$ la nuova posizione del partito A implica piena affluenza tra gli elettori interni:

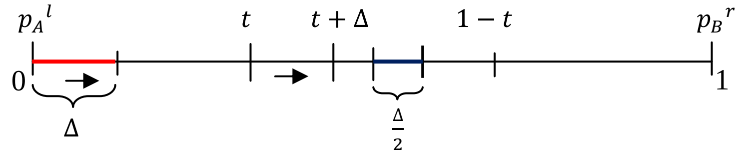
$$p_B{}^* - (p_A{}^* + \Delta) < 2t$$

Nella configurazione di equilibrio il partito A ottiene $2t$ voti, mentre nella nuova posizione i voti sono $\frac{1-\Delta}{2}$. Essendo $\Delta \geq \frac{1}{2} - 2t$ si verifica che:

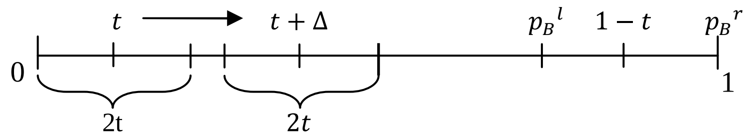
[56] Per una dimostrazione dettagliata si consulti l'appendice posta a fine capitolo.

$$\frac{1-\Delta}{2} < 2t$$

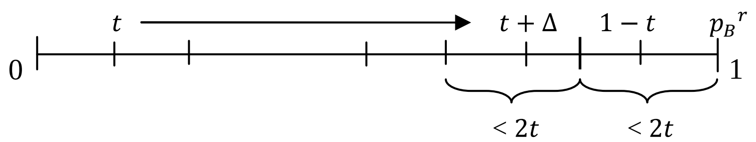
pertanto il partito A non ha nessun incentivo a deviare (il ragionamento per il partito B è analogo).



$(p_A, p_B) = (t, 1-t)$; $p_A \to t+\Delta$ e $t \geq \frac{1}{4}$; perdita netta = $\frac{\Delta}{2}$.



$p_A \to t+\Delta$ e $t < \frac{1}{4}$; se $\Delta < \frac{1}{2} - 2t$ il guadagno di voti è 0.



$p_A \to t+\Delta$ e $t < \frac{1}{4}$; se $\Delta \geq \frac{1}{2} - 2t$ si ha una perdita netta di voti.

Se $t < \frac{1}{4}$ ogni coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*) \in [t, 1-t]$ tale che:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) \geq 2t$$

costituisce un equilibrio nei voti: ogni partito ottiene $2t$ voti che non è possibile incrementare cambiando posizione. Se, invece, $t \geq \frac{1}{4}$ l'equilibrio nei voti è unico:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, 1-t)$$

tutti gli elettori votano (piena affluenza) e ogni partito cattura l'esatta metà dell'elettorato.

■

L'equilibrio nei voti è caratterizzato da divergenza politica: se $t \geq 1/4$ i partiti si posizionano in $(t, 1-t)$, la partecipazione al voto è totale perciò:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = 1/2$$

mentre se $t < 1/4$ i partiti scelgono posizioni differenti all'interno dell'intervallo $[t, 1-t]$ e l'astensionismo può interessare la regione interna, le regioni periferiche o entrambe. Inoltre ogni equilibrio nei voti è un equilibrio Downsiano, in altre parole l'equilibrio nei voti rispetta l'assunzione A1 e, dunque, il criterio di massimizzazione dei voti è consistente.

2.2.3 Distribuzioni a picco singolo degli elettori

Questa sezione analizza l'equilibrio Downsiano e nei voti nel caso di distribuzioni "a picco singolo" (*single-peaked*) degli elettori lungo l'intervallo di politiche. Una funzione di densità a picco singolo presenta un unico massimo locale che costituisce anche l'unico massimo globale. La condizione di singolo picco è più stringente rispetto all'uni-modalità: la funzione di densità è unimodale se ha un unico massimo, vale a dire un'unica politica con la più alta frequenza di elettori, perciò una distribuzione a picco singolo è sicuramente unimodale. Tuttavia, non vale il contrario: una distribuzione unimodale non è sempre a picco singolo. Formalmente il concetto di *single-peaked* richiama quello di quasi-concavità di una funzione.

Definizione 2.3: distribuzioni a picco singolo (single-peaked)

La funzione di densità continua $f: P \to \mathbb{R}$ è "a picco singolo" (*single-peaked*) se e solo se è strettamente quasi concava in P.[57]

Una distribuzione a picco singolo può essere simmetrica se la politica preferita dall'elettore mediano coincide con quella dell'elettore modale (e medio); nell'intervallo di politiche $P = [0,1]$ ciò significa che:

$$p_{med} = p_{medio} = p_{mod} = \frac{1}{2}$$

Una distribuzione a picco singolo è, invece, asimmetrica se le politiche preferite dall'elettore mediano, medio e modale non coincidono. In particolare la distribuzione è asimmetrica positiva (o a destra) se le politiche di sinistra sono le più frequenti tra gli elettori, vale a dire se:

$$p_{mod} < p_{med} < p_{medio}$$

viceversa se la distribuzione è asimmetrica negativa (o a sinistra):

$$p_{medio} < p_{med} < p_{mod}$$

[57] Per una definizione formale si veda l'appendice relativa al capitolo precedente.

2.2.3.1 Distribuzione simmetrica

Se la distribuzione delle politiche ideali dei cittadini è simmetrica, sia i partiti Downsiani sia i partiti che massimizzano i voti sono attratti dalla politica dell'elettore modale (e mediano). Finché le proposte politiche dei due partiti sono, rispettivamente, a sinistra di t e a destra di $1-t$, avvicinarsi al partito rivale consente di catturare più elettori al centro senza perdere alcun elettore periferico. La forza centripeta agisce esattamente come nel modello Downsiano senza astensionismo. Ulteriori movimenti verso il centro, oltre il punto t o $1-t$, causano la perdita di elettori periferici, tuttavia la densità degli elettori centrali è maggiore rispetto agli elettori delle due code. Se il partito è opportunista il suo obiettivo è catturare più elettori possibile rispetto al partito rivale; perciò si sposta verso il centro poiché la perdita degli elettori periferici è inferiore al guadagno di voti sul partito rivale. La forza centripeta spinge i partiti Downsiani l'uno verso l'altro. Se, invece, i partiti hanno come obiettivo massimizzare l'ammontare di voti si avvicinano al partito rivale solo se il ricavo di elettori centrali compensa la perdita di elettori periferici, indipendentemente dal guadagno di voti rispetto al partito rivale. Pertanto il modello di massimizzazione dei voti può essere caratterizzato da una forza centrifuga tale da spingere i partiti l'uno lontano dall'altro. Tuttavia, la distanza tra le due piattaforme è inferiore a $2t$, vale a dire non c'è astensionismo al centro. Si consideri la coppia di politiche (p_A, p_B) tale che:

$$(p_B - p_A) > 2t$$

L'insieme degli elettori attivi per il partito A e B, indicati rispettivamente da X_A e X_B, includono gli elettori collocati in un raggio t dalla proposta politica, ovvero:

$$X_A = \{p_i \in [p_A - t, p_A + t]\}$$

$$X_B = \{p_i \in [p_B - t, p_B + t]\}$$

L'insieme degli elettori attivi totale è indicato da X_V ed è composto dall'unione di X_A e X_B:

$$X_V = \{p_i \in X_A \cup p_i \in X_B\}$$

Dato che sia X_A che X_B hanno la stessa lunghezza ($2t$) e la distribuzione degli elettori è simmetrica, il partito più vicino all'elettore modale/mediano ottiene più voti del partito rivale e, pertanto, vince la competizione elettorale. La forza centripeta che spinge i due partiti ad avvicinarsi è presente nel modello Downsiano così come nel modello di massimizzazione dei voti: nel primo caso avvicinarsi al centro consente di catturare più elettori rispetto al partito rivale; nel secondo caso avvicinarsi al centro significa guadagnare voti. Di conseguenza la distanza tra le proposte politiche non potrà che essere inferiore (o uguale) a $2t$, perciò:

$$p_A{}^r = p_B{}^l = \frac{p_A + p_B}{2}$$

e nessun elettore interno decide di astenersi. In equilibrio l'insieme degli elettori attivi è:

$$X_V = \{p_i \in [p_A - t, p_B + t]\}.$$

e l'astensionismo si verifica solo nelle regioni periferiche.

Lemma 2.4*: *assenza di astensionismo al centro in equilibrio

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e t il parametro di tolleranza comune tra i cittadini, con $t < \frac{1}{2}$. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano o un equilibrio nei voti allora:

$$|p_B{}^* - p_A{}^*| \leq 2t$$

Modello Downsiano

Si consideri il profilo di strategie (p_A, p_B) con $p_B = 1 - p_A$ (piattaforme simmetriche). La distribuzione dei cittadini è simmetrica e la tolleranza è un parametro comune a tutti gli elettori, pertanto:

$$V_A(p_A, p_B) = V_B(p_A, p_B)$$

dunque:

$$\pi_A(p_A, p_B) = \pi_B(p_A, p_B) = \frac{1}{2}$$

In base al lemma 2.4 i partiti si spingono al centro così che $(p_B - p_A) \leq 2t$. Supponiamo che il partito A si sposti verso il centro in Δ-passi. L'elettore cut-off sinistro, vale a dire il primo elettore attivo della coda sinistra, si sposta esattamente di Δ, mentre il punto di mezzo di $\frac{\Delta}{2}$. Il movimento consente al partito A di "rubare" al rivale tutti gli elettori collocati nell'intervallo:

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\Delta}{2}\right]$$

ma, al contempo, causa la perdita degli elettori posizionati in:

$$[p_A - t, p_A + \Delta - t]$$

La differenza dei voti per il partito A è:

$$D_A(p_A + \Delta, p_B) = \int_{p_A+\Delta-t}^{\frac{1}{2}+\frac{\Delta}{2}} f(p)dp \; - \int_{\frac{1}{2}+\frac{\Delta}{2}}^{p_B+t} f(p)dp$$

il partito migliora la probabilità di vittoria solo se:

$$D_A(p_A + \Delta, p_B) > 0$$

vale a dire se:

$$\int_{p_A+\Delta-t}^{\frac{1}{2}+\frac{\Delta}{2}} f(p)dp > \int_{\frac{1}{2}+\frac{\Delta}{2}}^{p_B+t} f(p)dp \qquad (2.5)$$

Il primo (secondo) membro della (2.5) è l'ammontare di voti assegnati al partito A (B). Poiché il valore massimo e minimo che la funzione di densità assume all'interno dell'intervallo $\left[p_A + \Delta - t, \frac{1}{2} + \frac{\Delta}{2}\right]$ supera il massimo e minimo di $f(p)$ in $\left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta}{2}, p_B + t\right]$, la disequazione (2.5) è soddisfatta, vale a dire il partito A può aumentare la probabilità di vittoria spostandosi in direzione della politica centrale.

Quando la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche è simmetrica e la tolleranza omogenea tra i cittadini, i partiti Downsiani tendono a muoversi verso il centro al fine di catturare gli elettori la cui densità è più elevata rispetto agli elettori delle code. Dal lemma 2.4 la distanza tra i due partiti in equilibrio è tale che tutti i cittadini interni partecipano al voto, perciò ogni partito cattura tutti gli elettori collocati tra l'elettore cut-off e il punto di mezzo; tale intervallo di politiche ha una lunghezza pari a:

$$\frac{p_B - p_A}{2} + t$$

per entrambi i partiti, perciò ogni partito Downsiano spinge la propria piattaforma il più vicino possibile all'elettore mediano/modale. La forza centripeta caratterizza il posizionamento strategico dei partiti che, in equilibrio, convergono nella politica preferita dall'elettore mediano.

Proposizione 2.3

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e t il parametro di tolleranza comune tra i cittadini, con $t < \frac{1}{2}$. L'equilibrio Downsiano è $({p_A}^*, {p_B}^*) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Si supponga che il partito A sia più vicino al centro del partito B, ovvero $p_A > 1 - p_B$. La probabilità di vittoria del partito A è 1 solo se:

$$\int_{p_A-t}^{\frac{p_A+p_B}{2}} f(p)dp > \int_{\frac{p_A+p_B}{2}}^{p_B+t} f(p)dp \qquad (2.6)$$

che è sempre verificato. Infatti entrambe le aree della (2.6) si riferiscono ad un intervallo di lunghezza $\frac{p_B - p_A}{2} + t$, ma il membro di sinistra cattura una più alta densità di elettori rispetto al membro di destra (figura 2.3).

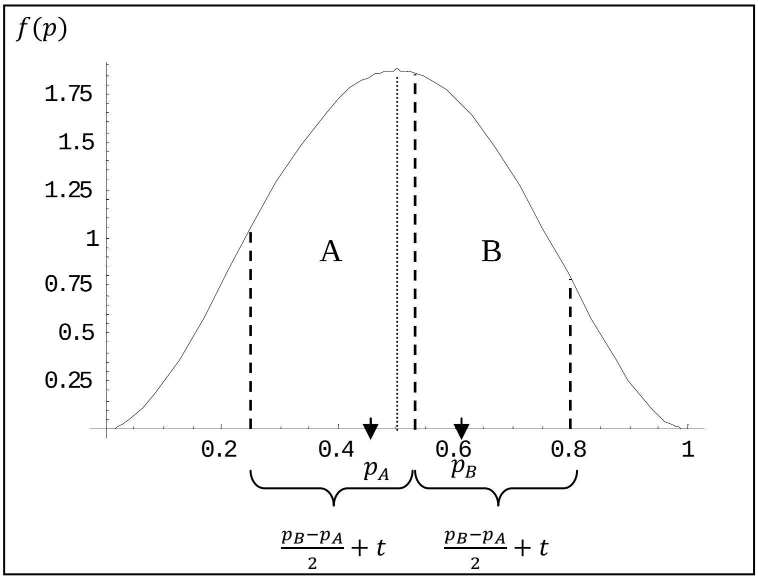


Figura 2.3: il partito A vince le elezioni poiché più vicino al centro rispetto al partito B: $(p_A, p_B) = (0.45{,}0.6)$, la funzione di distribuzione è una $Beta[3{,}3]$ e $t = 0.2$.

Quando la distribuzione dei cittadini è simmetrica e la tolleranza è un parametro comune la divergenza politica non può caratterizzare l'equilibrio Downsiano che, piuttosto, conferma il teorema dell'elettore mediano. L'astensionismo interessa le due code della distribuzione, vale a dire gli elettori più estremisti, ed ha un legame inverso con la tolleranza: quanto più gli elettori sono tolleranti quanto minore è l'astensionismo; quanto più gli elettori sono critici quanto più elevato è l'astensionismo.

Modello di massimizzazione dei voti

In base al lemma 2.4 un profilo di strategie (p_A, p_B) può costituire un equilibrio solo se la distanza tra i due partiti è inferiore (o uguale) a $2t$. Si consideri dunque una coppia di politiche tali che:

$$(p_B - p_A) \leq 2t$$

I voti assegnati ai partiti sono:

$$V_A(p_A, p_B) = \int_{p_A - t}^{\frac{p_A + p_B}{2}} f(p)dp \qquad (2.7)$$

$$V_B(p_A, p_B) = \int_{\frac{p_A+p_B}{2}}^{p_B+t} f(p)dp \tag{2.8}$$

Le funzioni obiettivo dei partiti sono continue e differenziabili. Esiste una forza centripeta che spinge ogni partito verso l'altro se:

$$\frac{\partial V_A(p_A, p_B)}{\partial p_A} > 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A, p_B)}{\partial p_B} < 0$$

mentre se:

$$\frac{\partial V_A(p_A, p_B)}{\partial p_A} < 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A, p_B)}{\partial p_B} > 0$$

esiste una forza centrifuga che spinge ogni partito lontano dall'altro. Calcolando le derivate prime della (2.7) e (2.8) si ricavano le seguenti condizioni per l'esistenza di una forza centripeta:

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) > 2f(p_A - t) \tag{2.9}$$

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) > 2f(p_B + t) \tag{2.10}$$

e

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) < 2f(p_A - t) \tag{2.11}$$

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) < 2f(p_B + t) \tag{2.12}$$

per l'esistenza di una forza centrifuga. La configurazione di equilibrio richiede che nessun partito possa aumentare i voti ricevuti allontanandosi o avvicinandosi alla proposta politica del partito rivale. In altre parole, le posizioni dei partiti in equilibrio devono soddisfare la seguente condizione:

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) = 2f(p_A - t) = 2f(p_B + t) \tag{2.13}$$

Poiché la distribuzione è simmetrica, la (2.13) è verificata solo se le proposte politiche sono simmetriche, ovvero:

$$p_B = 1 - p_A$$

In particolare, indichiamo con $(\tilde{p}, 1-\tilde{p})$ la coppia di politiche che soddisfa la condizione (2.13), cioè:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2f(\tilde{p} - t) = 2f(1 - \tilde{p} + t).$$

Supponiamo che $(p_A, p_B) = (\tilde{p}, 1-\tilde{p})$. Si distinguono tre possibili casi:

- se $\tilde{p}$ si trova a sinistra del punto $\frac{1}{2} - t$ la distanza tra i due partiti supera $2t$; in base al lemma 2.4 entrambi i partiti trovano conveniente muoversi verso il centro finché la distanza tra loro è esattamente pari a $2t$, cioè $(p_A, p_B) = \left(\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right)$. A questo punto ulteriori movimenti verso il centro non sono vantaggiosi. Infatti entrambe le condizioni (2.11) e (2.12) sono verificate: la forza centrifuga agisce per ogni coppia di politiche nell'intervallo $\left[\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right]$; inoltre, in base al lemma 2.4, la distanza tra i due partiti non può superare $2t$. Dunque l'equilibrio nei voti è:

$$({p_A}^*, {p_B}^*) = \left(\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right)$$

- se $\tilde{p} \geq \frac{1}{2} - t$ la distanza tra i due partiti è minore di $2t$ e nessun partito può aumentare i propri voti cambiando strategia. Infatti un movimento verso il centro del partito A comporta lo spostamento verso destra del punto di mezzo e, conseguentemente, la riduzione di $f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right)$; inoltre l'elettore cut-off si sposta verso destra così che $f(p_A - t)$ aumenta. La condizione (2.11) risulta verificata: il partito A può aumentare i propri voti allontanandosi dal centro, ovvero è vantaggioso ritornare alla politica $\tilde{p}$. Un ragionamento analogo per il partito B comporta l'equilibrio nei voti:

$$({p_A}^*, {p_B}^*) = (\tilde{p}, 1-\tilde{p});$$

- se la tolleranza è sufficientemente alta e/o la densità dell'elettore mediano/modale è sufficientemente alta i partiti spingono le proprie piattaforme in direzione della politica preferita dall'elettore mediano. Infatti se $p_B = p_A = \frac{1}{2}$ e:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \geq 2f\left(\frac{1}{2} - t\right) = 2f\left(\frac{1}{2} + t\right)$$

  le condizioni (2.9) e (2.10) sono verificate per ogni coppia di politiche (p_A, p_B). In questo caso l'equilibrio nei voti coincide con l'equilibrio Downsiano:

$$({p_A}^*, {p_B}^*) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

La seguente proposizione riassume tali ragionamenti e le figure 2.4, 2.5 e 2.6 mostrano l'equilibrio nei voti relativo a, rispettivamente, il primo, secondo e terzo caso.

Proposizione 2.4

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e t il parametro di tolleranza comune tra i cittadini, con $t < \frac{1}{2}$. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti allora $p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$ e:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2f(p_A{}^* - t) = 2f(p_B{}^* + t)$$

Corollario

Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti:

i. $(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right)$ se e solo se

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 2f\left(\frac{1}{2} - 2t\right) = 2f\left(\frac{1}{2} + 2t\right)$$

ii. $(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ se e solo se

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \geq 2f\left(\frac{1}{2} - t\right) = 2f\left(\frac{1}{2} + t\right)$$

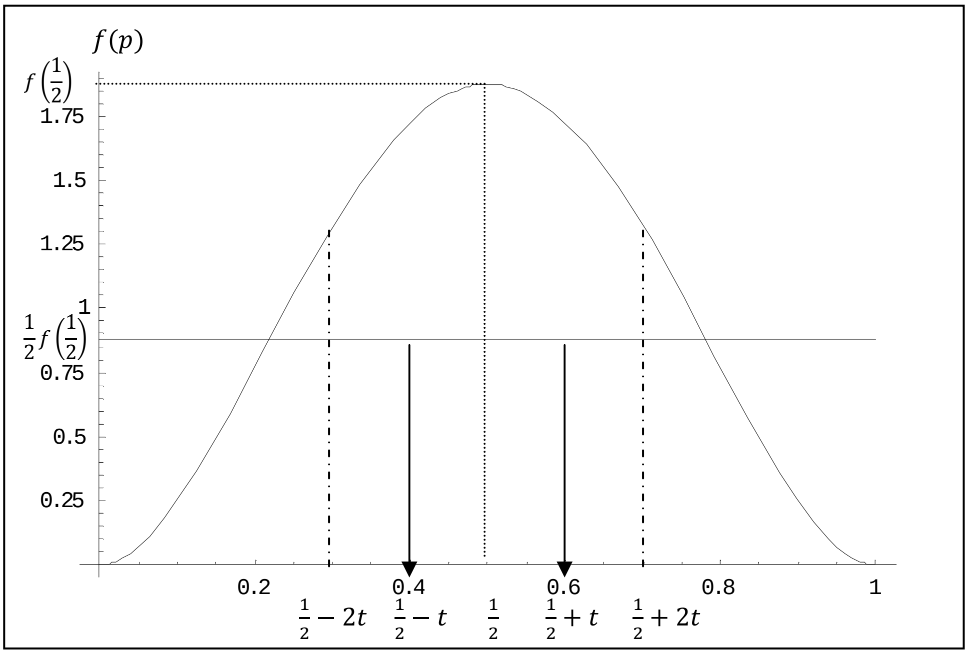


Figura 2.4:se $t = 0.1$ e $p \sim Beta[3,3]$ l'equilibrio nei voti è $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (0.4, 0.6)$. La distanza tra le due piattaforme è esattamente $2t$.

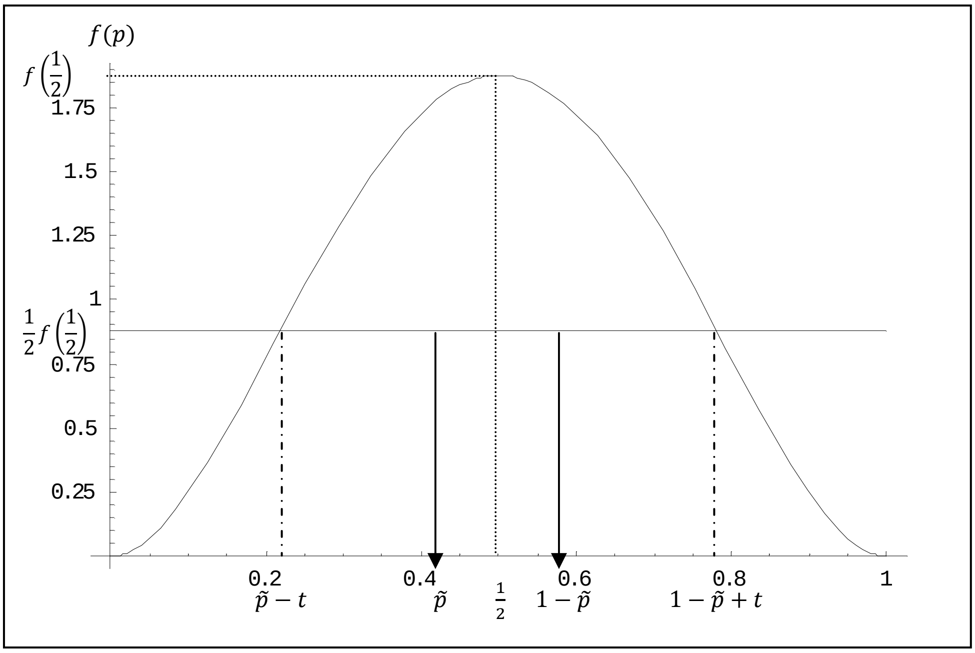


Figura 2.5*:* se $t = 0.2$ e $p \sim Beta[3,3]$ l'equilibrio nei voti è $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (0.43, 0.57)$. La distanza tra le due piattaforme è minore di 2t.

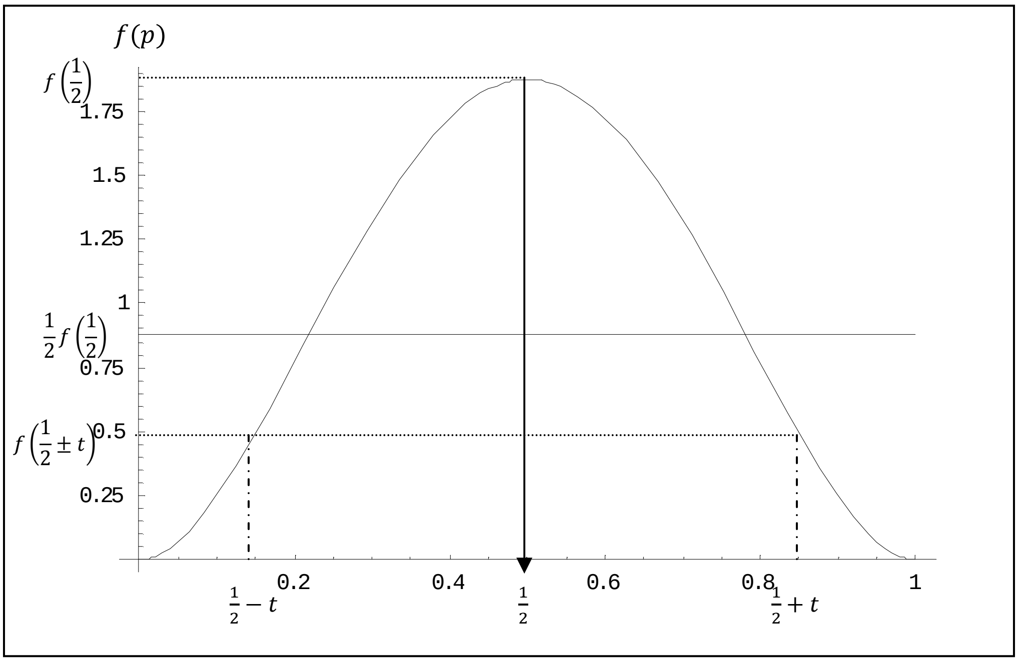


Figura 2.6*:* se $t = 0.35$ e $p \sim Beta[3,3]$ l'equilibrio nei voti coincide con l'equilibrio Downsiano: $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (0.5, 0.5)$.

Nel modello di massimizzazione dei voti l'equilibrio politico può significativamente differire dalla convergenza nella politica ideale dell'elettore mediano. La possibilità di divergenza politica è negativamente correlata alla tolleranza: se per bassi valori di t, vale a dire in presenza di elettori critici, i partiti annunciano politiche differenti, per grandi valori di t, cioè se gli elettori sono molto tolleranti, le proposte politiche coincidono e sono collocate in corrispondenza dell'elettore mediano. Quando gli elettori sono particolarmente critici avvicinarsi al partito rivale può essere molto costoso a causa dell'ampia perdita di elettori della coda; al contrario, elettori accomodanti/tolleranti persuadono i partiti a catturare la massa di elettori poiché il movimento verso il centro non è così "pericoloso" dal punto di vista della perdita di voti nella coda.

L'equilibrio nei voti è, tuttavia, incoerente con l'ordinamento di preferenza naturale dei partiti stabilito dall'assunzione A1, a meno che la tolleranza non sia così alta, o la distribuzione degli elettori così concentrata, da spingere entrambi i partiti verso l'elettore mediano.

Dal lemma 2.2 infatti, l'equilibrio nei voti rispetta l'assunzione A1 solo se è un equilibrio Downsiano. Mentre nel caso di elettori uniformemente distribuiti l'equilibrio nei voti è un equilibrio Downsiano e, dunque, rispetta la relazione di preferenza dei partiti (2.4), nel caso di distribuzione simmetrica degli elettori questo è vero solo se l'equilibrio è caratterizzato dalla completa convergenza delle piattaforme politiche nella politica preferita dall'elettore mediano.

2.2.3.2 Distribuzione asimmetrica

Consideriamo la coppia di proposte politiche (p_A, p_B) tale per cui una parte degli elettori interni sceglie di astenersi, vale a dire $(p_B - p_A) > 2t$. La distribuzione delle politiche ideali degli elettori è asimmetrica negativa (o a sinistra): le politiche di destra sono le più popolari tra gli elettori e:

$$p_{medio} < p_{med} < p_{mod}$$

I voti assegnati ai due partiti sono:

$$V_A(p_A, p_B) = \int_{p_A - t}^{p_A + t} f(p)dp$$

$$V_B(p_A, p_B) = \int_{p_B - t}^{p_B + t} f(p)dp$$

La differenza dei voti per il partito A è:

$$D_A(p_A, p_B) = \int_{p_A - t}^{p_A + t} f(p)dp \; - \int_{p_B - t}^{p_B + t} f(p)dp$$

e $D_B(p_A, p_B) = -D_A(p_A, p_B)$. Muoversi in direzione della moda permette di incrementare i voti ricevuti così come la probabilità di vittoria. Dunque sia i partiti Downsiani sia i partiti che massimizzano i voti sono incentivati a spingere le proprie piattaforme in direzione delle politiche con la più alta densità di elettori; pertanto l'equilibrio politico è caratterizzato da $(p_B - p_A) \leq 2t$, vale a dire non si verifica astensionismo al centro:

$$p_A{}^r = p_B{}^l = \frac{p_A + p_B}{2}$$

Lemma 2.5: ***assenza di astensionismo al centro in equilibrio***

Sia f una funzione di densità a picco singolo e asimmetrica e t il parametro di tolleranza comune a tutti i cittadini, con $t < p_{med}$. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano o nei voti:

$$|p_B{}^* - p_A{}^*| \leq 2t$$

Nel caso di una distribuzione dei cittadini simmetrica la politica preferita dall'elettore mediano è, in realtà, una particolare *politica dell'elettore centrale*, definita come quella politica che cattura la stessa quantità di voti dai cittadini non alienati alla sua sinistra e alla sua destra. Formalmente la politica dell'elettore centrale p_c soddisfa la seguente eguaglianza:

$$\int_{p_c - t}^{p_c} f(p)dp - \int_{p_c}^{p_c + t} f(p)dp = 0$$

Quando la distribuzione dei cittadini è simmetrica l'elettore mediano $p_{me} = \frac{1}{2}$ è l'unica politica dell'elettore centrale. Nel caso di una distribuzione asimmetrica, invece, l'elettore centrale può essere significativamente diverso dall'elettore mediano. In particolare al tendere della tolleranza a 0 la politica dell'elettore centrale converge alla moda, mentre per valori elevati l'elettore centrale converge al mediano; per valori intermedi l'elettore centrale si distingue sia dall'elettore modale che da quello mediano[58].

[58] Llavador (2000) sviluppa un modello di competizione elettorale dove gli elettori possono astenersi sia per alienazione che per indifferenza. L'equilibrio Downsiano è unico: entrambi i partiti propongono la politica dell'elettore centrale, che è unica nelle distribuzioni a picco singolo. L'autore descrive tale politica come la *politica dell'elettore mediano locale*. Per ulteriori dettagli si veda Llavador, H. G. (2000), *Abstention and political competition*, Review of Economic Design, 5(4):411–432. I nostri risultati confermano l'equilibrio Downsiano. L'equilibrio nei voti può essere invece caratterizzato da divergenza politica, tuttavia la convergenza nell'elettore centrale è un possibile equilibrio e dipende dalla densità e tolleranza degli elettori.

Lemma 2.6: politica dell'elettore centrale

Sia f una funzione di densità continua a picco singolo e t il parametro di tolleranza. La politica dell'elettore centrale p_c tale che:

$$\int_{p_c-t}^{p_c} f(p)dp = \int_{p_c}^{p_c+t} f(p)dp \tag{2.14}$$

esiste ed è unica.

Modello Downsiano

Supponiamo che la distribuzione degli elettori sia asimmetrica negativa e che il partito B scelga di posizionarsi presso l'elettore centrale p_c, con $p_{med} < p_c < p_{mod}$ (figura 2.7a). Se il partito A propone la politica $p_c + \varepsilon$, con $\varepsilon < 2t$, la differenza dei voti è:

$$D_A(p_c + \varepsilon, p_c) = \int_{p_c+\varepsilon-t}^{p_c+\frac{\varepsilon}{2}} f(p)dp - \int_{p_c+\frac{\varepsilon}{2}}^{p_c+t} f(p)dp \tag{2.15}$$

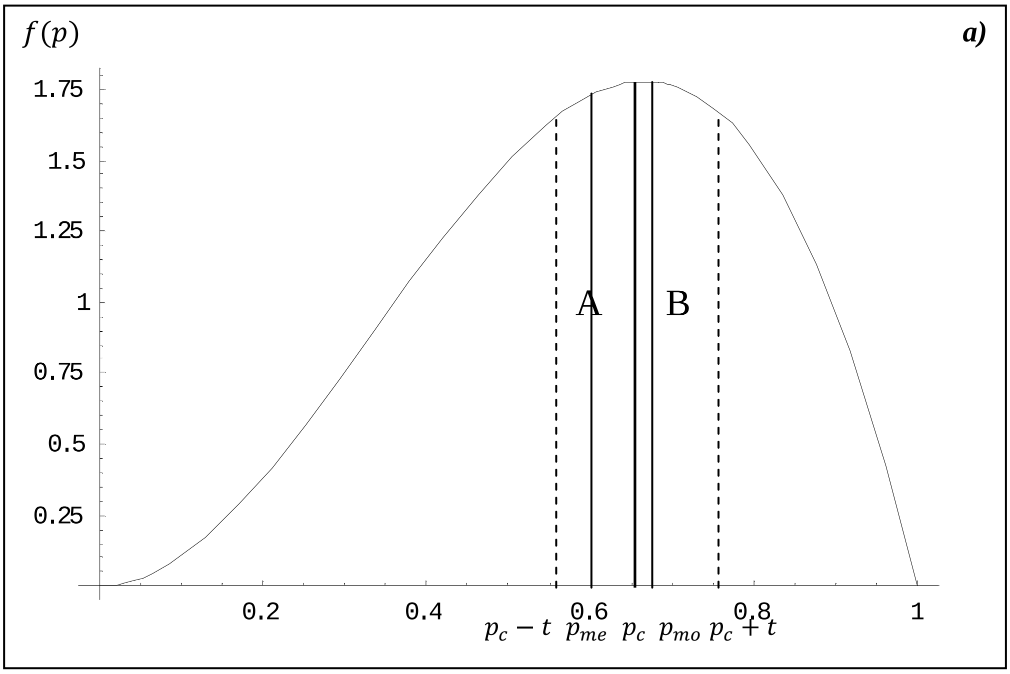
La figura 2.7b mostra le aree di pertinenza dei due partiti: il partito A cattura i voti nell'area $B + F - D$, mentre il partito B cattura l'area $A + D$. In base alla definizione dell'elettore centrale le aree A e B contengono la stessa frazione di elettori: $A = B$. Pertanto il partito A vince le elezioni solo se:

$$D_A(p_c + \varepsilon, p_c) = F - 2D > 0$$

Poiché:

$$Max_{p\in F} f(p) < Min_{p\in D} f(p)$$

la differenza dei voti (2.15) è negativa; la politica a destra dell'elettore centrale non sconfigge la politica dell'elettore centrale. E' facile constatare come, per distribuzioni a picco singolo, le politiche in prossimità della moda rappresentino le migliori candidate a sconfiggere la politica dell'elettore centrale. Non esiste, dunque, nessuna politica che possa battere l'elettore centrale.



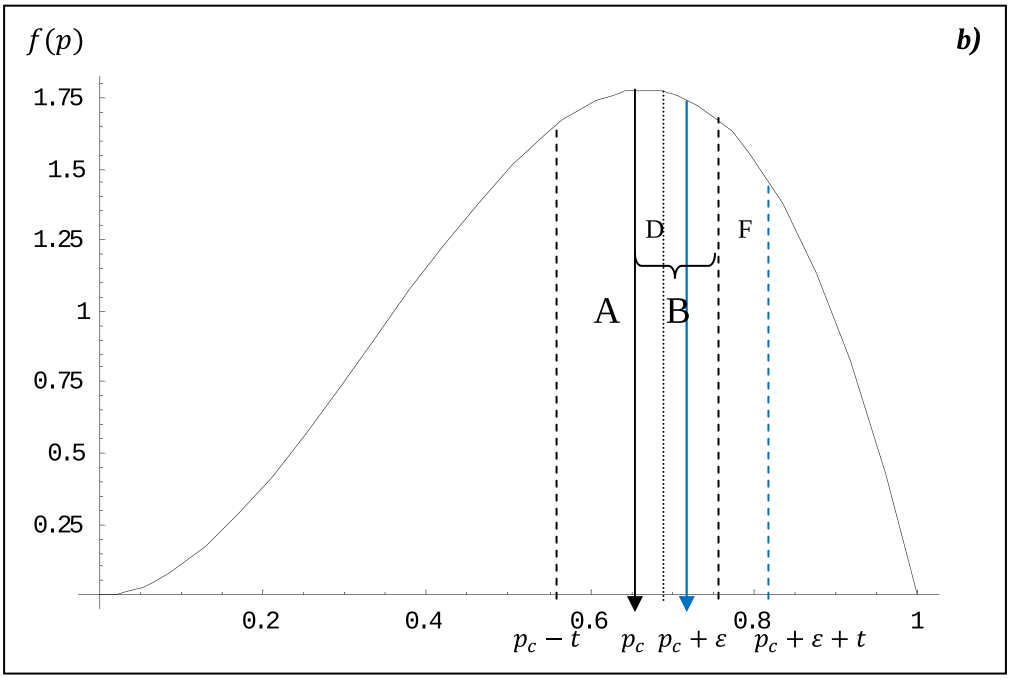


Figura 2.7:se $t = 0.1$ e $p \sim Beta[3,2]$ la politica dell'elettore centrale è 0.664*;* $p_c \in [p_{med}, p_{mode}]$ (2.7a); la politica dell'elettore centrale sconfigge la politica $p_c + \varepsilon$ *(2.7b).*

Indipendentemente dal valore di t l'equilibrio Downsiano è unico: $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_c, p_c)$ (figure 2.8 e 2.9).

Proposizione 2.5

Sia f una funzione di densità a picco singolo e asimmetrica e t il parametro di tolleranza comune a tutti i cittadini. L'equilibrio Downsiano è $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_c, p_c)$.

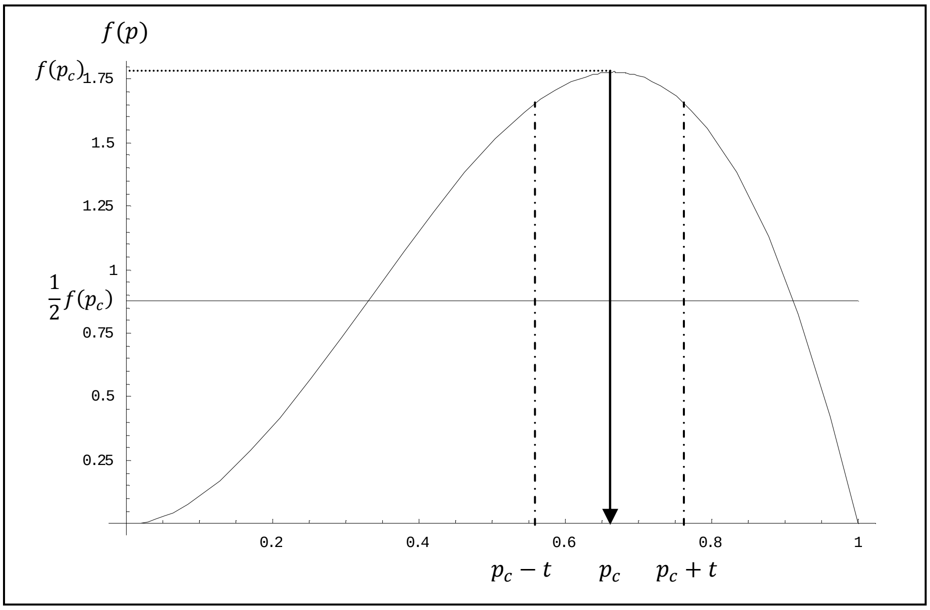


***Figura 2.8**:* se $t = 0.1$ e $p \sim Beta[3,2]$ l'equilibrio Downsiano è:

$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_c, p_c) = (0.664, 0.664)$.

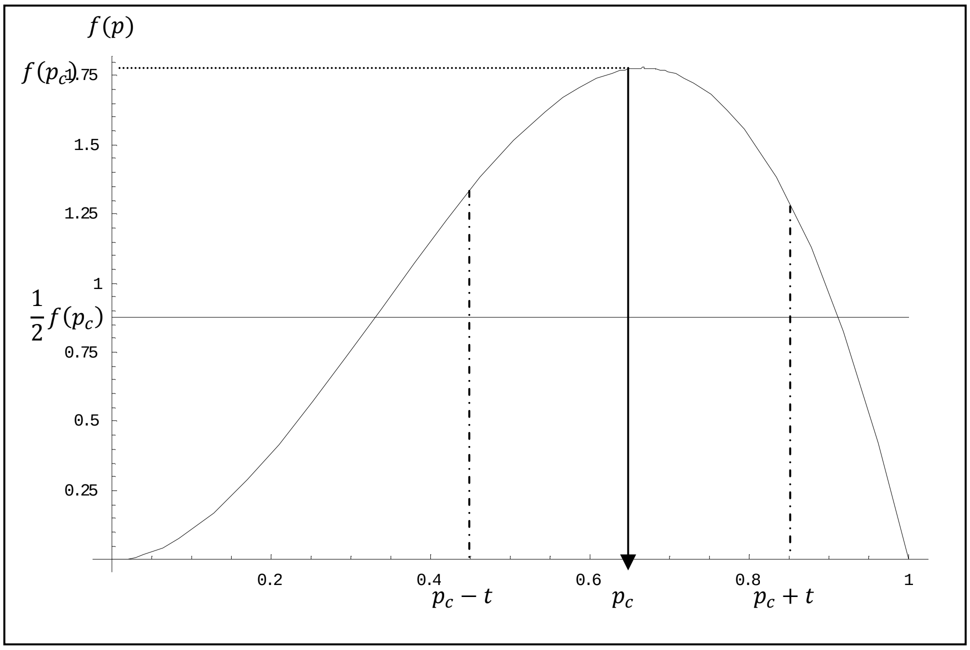


***Figura 2.9**:* se $t = 0.2$ e $p \sim Beta[3,2]$ l'equilibrio Downsiano è:

$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_c, p_c) = (0.65, 0.65)$.

Deviare dalla politica dell'elettore centrale non consente di migliorare la probabilità di vittoria in quanto il ricavo di voti tra gli elettori periferici non compensa la perdita degli elettori interni la cui densità è più elevata. Infatti, poiché quegli elettori interni sono catturati del partito rivale, la deviazione è proficua solo se la quota di elettori periferici catturati supera il doppio della quota di elettori persi. Dato che l'elettore centrale si trova in prossimità dell'elettore modale la percentuale di elettori persi è più elevata degli elettori periferici catturati. Di conseguenza entrambi i partiti sceglieranno di posizionarsi presso l'elettore centrale.

Modello di massimizzazione dei voti

In base al lemma 2.5 le piattaforme elettorali in equilibrio implicano la completa affluenza degli elettori interni. Pertanto supponiamo che $(p_B - p_A) \leq 2t$. I partiti possono incrementare la propria frazione di voti avvicinandosi al partito rivale (forza centripeta) se:

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) > 2f(p_A - t) \tag{2.16}$$

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) > 2f(p_B + t) \tag{2.17}$$

al contrario, possono incrementare i voti allontanandosi dal partito rivale (forza centrifuga) se:

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) < 2f(p_A - t) \tag{2.18}$$

$$f\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right) < 2f(p_B + t) \tag{2.19}$$

Il valore del parametro di tolleranza e le caratteristiche della funzione di densità influenzano il profilo di strategie in equilibrio.

Proposizione 2.6

Sia f una funzione di densità a picco singolo asimmetrica e t il parametro di tolleranza comune a tutti i cittadini. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti, allora:

i. $p_A{}^* \neq p_B{}^*$ con $|p_B{}^* - p_A{}^*| < 2t$ se e solo se:

$$f\left(\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2}\right) = 2f(p_A{}^* - t) = 2f(p_B{}^* + t);$$

ii. $p_A{}^* \neq p_B{}^*$ con $|p_B{}^* - p_A{}^*| = 2t$ se e solo se:

$$f\left(\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2}\right) \leq Min\,\{2f(p_A{}^* - t), 2f(p_B{}^* + t)\};$$

iii. $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_c, p_c)$ se e solo se:

$$f(p_c) \geq Max\{2f(p_c - t), 2f(p_c + t)\}.$$

A seconda della densità e della tolleranza degli elettori si distinguono i seguenti casi:

- se $(p_A, p_B) = (p_c - t, p_c + t)$ e:

$$f(p_c) < Min\,\{2f(p_c - 2t), 2f(p_c + 2t)\} \qquad (2.20)$$

  entrambe le disequazioni (2.18) e (2.19) sono soddisfatte. Pertanto entrambi i partiti possono incrementare i propri voti allontanandosi l'uno dall'altro. Il lemma 2.4 stabilisce la distanza massima tra le due piattaforme: $2t$. L'equilibrio nei voti è, dunque, $({p_A}^*, {p_B}^*) = (p_c - t, p_c + t)$ (figura 2.10);

- se $(p_A, p_B) = (p_c - t, p_c + t)$ e la condizione (2.20) non è verificata almeno uno dei due partiti può convenientemente spingersi verso l'altro. La potenza di tale forza centripeta influenza l'equilibrio: le piattaforme convergono nella politica dell'elettore centrale, $({p_A}^*, {p_B}^*) = (p_c, p_c)$, se e solo se:

$$f(p_c) > Max\,\{2f(p_c - t), 2f(p_c + t)\}$$

  altrimenti l'equilibrio nei voti è costituito dalla coppia $(\tilde{p}_L, \tilde{p}_R)$, con $(\tilde{p}_R - \tilde{p}_L) < 2t$, tale che:

$$f\left(\frac{\tilde{p}_L + \tilde{p}_R}{2}\right) = 2f(\tilde{p}_L - t) = 2f(\tilde{p}_R + t)$$

  e $\tilde{p}_R > 1 - \tilde{p}_L$ ($\tilde{p}_R < 1 - \tilde{p}_L$) se la distribuzione è asimmetrica negativa (positiva). Un esempio è riportato in figura 2.11.

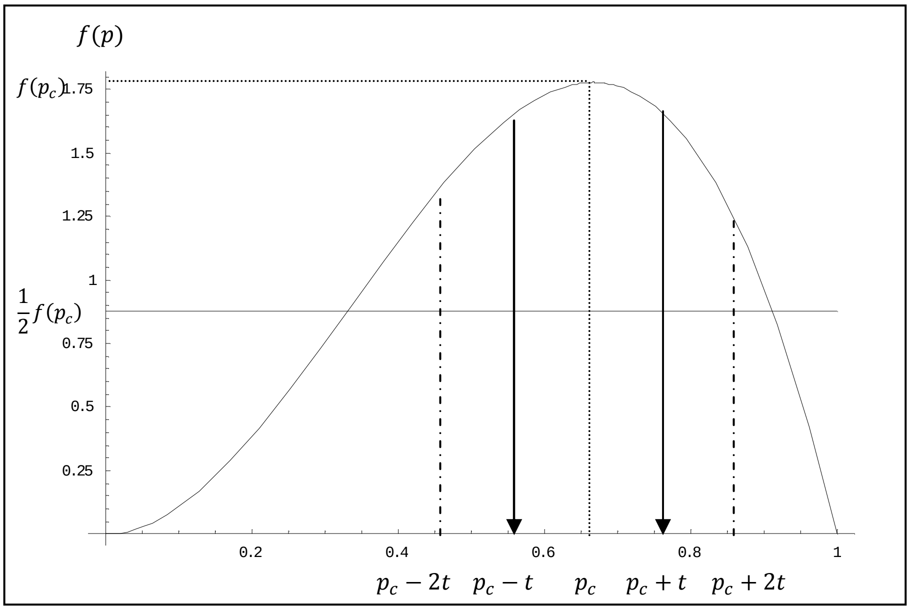


***Figura 2.10**:* se $t = 0.1$ e $p \sim Beta[3,2]$ l'equilibrio nei voti è $({p_A}^*, {p_B}^*) = (p_c - t, p_c + t)$. La distanza tra le due piattaforme è pari a $2t$.

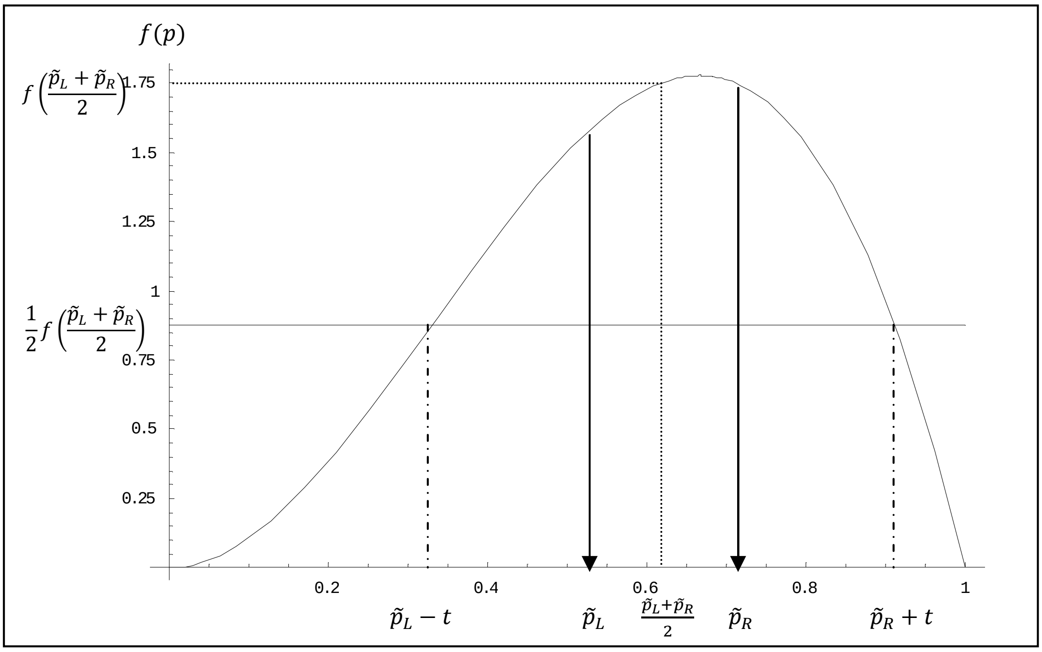


***Figura 2.11**:* se $t = 0.2$ e $p \sim Beta[3,2]$ l'equilibrio nei voti è $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (\tilde{p}_L, \tilde{p}_R)$ tale che $f\left(\frac{\tilde{p}_L+\tilde{p}_R}{2}\right) = 2f(\tilde{p}_L - t) = 2f(\tilde{p}_R + t)$. La distanza tra le piattaforme è inferiore a $2t$.

Se l'equilibrio Downsiano prevede la completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica preferita dall'elettore centrale, l'equilibrio nei voti può essere caratterizzato da divergenza politica e la distanza tra i due partiti è al massimo $2t$, vale a dire la partecipazione al voto degli elettori interni è totale. Il valore soglia di tolleranza e la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche influenzano la possibilità e l'ampiezza della divergenza politica in equilibrio. In particolare la differenziazione delle politiche è inversamente legata alla tolleranza e alla concentrazione degli elettori in prossimità della politica modale: quanto più gli elettori sono tolleranti o concentrati intorno alla moda, quanto meno i partiti sono incentivati ad allontanarsi dalla politica dell'elettore centrale. Infatti una deviazione dall'elettore centrale è vantaggiosa solo se il guadagno netto di voti è strettamente positivo. Poiché entrambi i partiti non si preoccupano di vincere le elezioni una deviazione può garantire un incremento dei voti rispetto a quelli ottenuti in corrispondenza della piattaforma comune (l'elettore centrale), nonostante ciò implichi la sconfitta elettorale. La forza centrifuga che (eventualmente) influenza i partiti dipende dalla funzione obiettivo: nella piattaforma comune ogni partito ottiene esattamente la metà del totale di elettori attivi, mentre la scelta di una differente piattaforma potrebbe aumentare il numero di voti ottenuti nonostante riduca la probabilità di vittoria che, tuttavia, non influenza direttamente l'utilità del partito deviante.

Tali considerazioni sono incoerenti con la naturale preferenza dei partiti in una competizione elettorale, per cui si preferisce vincere piuttosto che pareggiare e pareggiare piuttosto che perdere. Se si assume la relazione di preferenza (2.4) per ogni partito, l'unico equilibrio nei voti coincide con l'equilibrio Downsiano come stabilito dal lemma 2.2. Il criterio di massimizzazione dei voti è consistente solo se comporta la completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica dell'elettore centrale. Ciò si verifica ogni qualvolta che la condizione (*iii*) della proposizione 2.6 è soddisfatta, ovvero quando i cittadini sono molto tolleranti e/o la densità degli elettori in prossimità della politica centrale è sufficientemente elevata. Si noti come il lemma 2.1, secondo il quale in equilibrio ogni partito Downsiano vince le elezioni con probabilità ½, è altrettanto valido per l'equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1. Tuttavia non è vero il contrario: se l'equilibrio nei voti è caratterizzato da probabilità di vittoria al 50% non è detto che costituisca un equilibrio sotto l'assunzione A1. Infatti nel caso di una distribuzione simmetrica di elettori l'equilibrio nei voti prevede piattaforme divergenti e simmetriche, così che la probabilità di vittoria è pari a ½. Tuttavia tale profilo di strategie è incoerente con la relazione di preferenza (2.4). Dunque, il criterio di massimizzazione dei voti ha senso solo se conduce all'equilibrio Downsiano: ciò si verifica se la distribuzione di elettori è uniforme, mentre per le distribuzioni a picco singolo è necessario soddisfare alcune condizioni circa la tolleranza e la distribuzione dei cittadini.

Lemma 2.7: equilibrio nei voti consistente

Sia t_i la tolleranza del cittadino la cui politica ideale è p_i. Se la tolleranza è uguale per tutti i cittadini, i.e. $t_i = t$ per ogni $p_i \in P$, l'equilibrio nei voti è coerente all'ordinamento di preferenza dei partiti stabilito dall'assunzione A1 se:

- la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche è uniforme;
- la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche è a picco singolo e vale la seguente condizione:

$$f(p_c) \geq Max\{2f(p_c - t), 2f(p_c + t)\}$$

  dove p_c indica la politica dell'elettore centrale.

Dimostrazione

Quando i cittadini sono uniformemente distribuiti lungo l'intervallo di politiche l'equilibrio nei voti è unico solo se $t \geq \frac{1}{4}$, altrimenti esiste un continuum di equilibri $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ all'interno dell'intervallo $[t, 1 - t]$ tali che $|p_A{}^* - p_B{}^*| \geq 2t$. Poiché ogni coppia di politiche all'interno di quell'intervallo assegna una probabilità di vittoria pari a ½, l'equilibrio nei voti è un equilibrio Downsiano e soddisfa, così, l'assunzione A1.

Nel caso di distribuzioni a picco singolo l'equilibrio Downsiano è unico: $p_A{}^* = p_B{}^* = p_c$. In base al lemma 2.2 l'equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1 coincide con l'equilibrio Downsiano, perciò l'equilibrio nei voti è consistente solo se $p_A{}^* = p_B{}^* = p_c$. Le dimostrazioni relative alle proposizioni 2.2 e 2.3 concludono.

Se la distribuzione delle politiche ideali degli elettori è a picco singolo (simmetrica o asimmetrica) l'equilibrio Downsiano e l'equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1 prevedono la completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica preferita dall'elettore centrale. Se la distribuzione degli elettori è simmetrica tale punto coincide con la politica dell'elettore mediano/modale, mentre per distribuzioni asimmetriche l'elettore centrale è l'elettore mediano solo se la tolleranza è sufficientemente elevata; in presenza di elettori particolarmente critici, invece, la politica dell'elettore centrale coincide con la politica dell'elettore modale.

Finora si è considerato un valore-soglia dell'alienazione, la tolleranza, comune a tutti i cittadini. In quanto segue si propone una prima estensione del modello in cui si introduce e si qualifica una prima fonte di eterogeneità tra la tolleranza degli elettori.

2.3 Una prima estensione: la tolleranza in base all'ideologia

Nella sezione precedente si è assunto che gli elettori siano ugualmente tolleranti/critici. Tuttavia ipotizzare che gli elettori estremisti (collocati nelle due estremità 0 e 1) siano tanto tolleranti/critici quanto gli elettori moderati (collocati nel centro) è una richiesta piuttosto stringente. E' ragionevole supporre che gli elettori delle code presentino preferenze più radicali rispetto agli elettori centrali. Quando si considera l'astensione per alienazione si può immaginare che, dal punto di vista dell'elettore, la proposta politica del partito e la sua politica ideale siano *beni sostituti* e il parametro di tolleranza costituisca la misura in cui l'elettore è disposto a "rinunciare" al bene preferito, vale a dire quanto è disposto ad allontanarsi dalla sia politica ideale (analogamente al costo di trasporto nel modello di Hotelling, 1929). Gli elettori estremisti percepiscono la propria politica ideale quasi come un bene non sostituibile, perciò risultano essere meno accomodanti rispetto agli elettori più moderati[59].

Una prima semplice estensione del modello consiste nell'introdurre diversi valori di tolleranza legati a diversi insiemi di elettori. In particolare si introduce una partizione delle politiche ideali dei cittadini in modo da ottenere due insiemi: l'insieme degli elettori critici, denominato C e con tolleranza pari a t_{cr}:

$$C = \{p_i | p_i < p_\alpha \cup p_i > 1 - p_\alpha\}$$

e l'insieme degli elettori tolleranti (moderati) denominato M e con tolleranza t_m:

$$M = \{p_i | p_i \in [p_\alpha, 1 - p_\alpha]\}$$

i punti p_α e $(1 - p_\alpha)$ rappresentano contemporaneamente gli ultimi elettori critici /o i primi elettori tolleranti. La tolleranza dipende dalla politica ideale del cittadino (tolleranza in base all'ideologia).

Assunzione B1*: tolleranza in base all'ideologia*

Sia $t(p_i)$ la tolleranza del cittadino p_i, con:

$$t(p_i) = \begin{cases} t_{cr} & per\ \ p_i < p_\alpha \cup p_i > 1 - p_\alpha \\ \\ t_m & per\ p_i \in [p_\alpha, 1 - p_\alpha] \end{cases}$$

dove $t_m > t_{cr}$.

Secondo l'assunzione B1 la tolleranza di ogni elettore dipende dalla sua politica ideale[60]. La tolleranza è una funzione discontinua della posizione dei cittadini: gli elettori collocati a sinistra di p_α o a destra di $(1 - p_\alpha)$ sono più critici rispetto agli elettori posizionati tra i due punti limite (figura 2.12).

L'informazione è completa, perciò entrambi i partiti conoscono i valori di p_α, t_{cr}, t_m.

---

[59] Diversi studi empirici rilevano che gli elettori estremisti si astengono per alienazione con una maggiore probabilità rispetto agli elettori più moderati. Adams, Dow e Merrill (2006) studiano l'impatto relativo delle due principali fonti di astensione, indifferenza e alienazione, nelle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti dal 1980 al 1988; Katz (2007) stima il contributo di indifferenza e alienazione sull'astensionismo relativo alle elezioni Presidenziali in Brasile del 2007. Entrambi i lavori rilevano che la maggiore fonte di astensionismo tra gli elettori delle code è l'alienazione, sia a causa della maggiore distanza politica (o ideologica se lo spazio politico è unidimensionale) dai partiti/candidati sia dal più basso livello di tolleranza rispetto agli elettori moderati, che risultano astenersi principalmente per indifferenza.

[60] Il caso precedentemente esaminato di un unico valore di t può essere interpretato come un caso speciale della tolleranza in base all'ideologia $t(p_i)$, con $t_m = t_{cr} = t$.

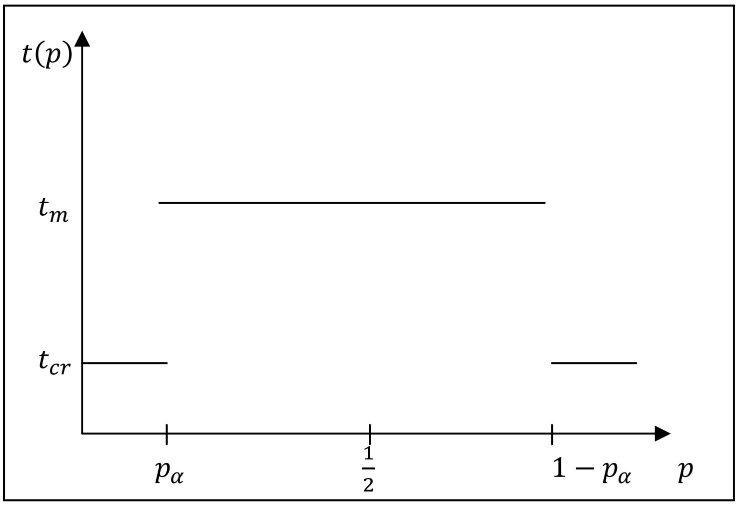


Figura 2.12: tolleranza in base all'ideologia.

Dato che la tolleranza degli elettori è discontinua lo è anche la perdita di elettori periferici conseguente ad un movimento verso il centro del partito. Si consideri uno spostamento verso il centro del partito A. La perdita di elettori periferici è funzione della posizione del partito:

- finché $p_A < p_\alpha + t_{cr}$ avvicinarsi al centro implica perdere una parte degli elettori critici;
- finché $p_A \in [p_\alpha + t_{cr}, p_\alpha + t_m]$ tutti gli elettori critici, cioè p_α, scelgono di astenersi, perciò un movimento verso il centro non causa alcuna perdita di elettori critici né di elettori moderati in quanto la distanza tra il partito ed il primo elettore moderato è inferiore, o al limite uguale, a t_m;
- infine se $p_A > p_\alpha + t_m$ il movimento verso il centro è costoso in termini di perdita di elettori moderati in quanto tutti gli elettori critici sono già astenuti.

Esiste dunque una "regione protetta", indicata con RP, all'interno del quale un partito può muoversi verso il centro e in direzione del partito rivale senza perdere alcun elettore periferico. In particolare le regioni protette sono due, sinistra e destra, e interessano rispettivamente la coda sinistra e destra dell'intervallo di politiche:

$$RP_l = [p_\alpha + t_{cr}, p_\alpha + t_m]$$
$$RP_r = [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$$

Assunzione B2

Sia $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia. Si assume che:

i. $t_{cr} < p_\alpha$

ii. $t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha$

L'assunzione (*i*) significa che un partito collocato in p_α (o $1-p_\alpha$) non può ottenere tutti i voti della coda sinistra (destra). L'assunzione (*ii*) esclude il caso in cui tutti i cittadini posizionati all'interno dell'intervallo $[p_\alpha, 1-p_\alpha]$ siano elettori attivi. Se, infatti, la tolleranza degli elettori moderati fosse:

$$t_m \geq \frac{1}{2} - p_\alpha$$

il punto $p_\alpha + t_m$ (così come $1 - p_\alpha - t_m$) si troverebbe a destra (sinistra) del centro, perciò allontanarsi dall'elettore $p_\alpha + t_{cr}$ $(1 - p_\alpha - t_{cr})$ e avvicinarsi, così, al centro non causerebbe alcuna perdita di elettori periferici moderati. Finché avvicinarsi al partito rivale non è costoso in termini di perdita di elettori, ogni partito è attratto dall'altro e in equilibrio la piattaforme elettorali finirebbero col convergere nella politica preferita dall'elettore mediano.

2.3.1 Distribuzione uniforme degli elettori lungo l'intervallo di politiche

Si consideri la coppia di politiche (p_A, p_B) con $p_B > p_A$. Dato che gli elettori sono uniformemente distribuiti nello spazio politico, il partito J, con $J = A, B$, ottiene i voti dei cittadini posizionati nell'intervallo $[p_J{}^l, p_J{}^r]$, ovvero:

$$V_A(p_A, p_B) = p_A{}^r - p_A{}^l$$
$$V_B(p_A, p_B) = p_B{}^r - p_B{}^l$$

dove $p_J{}^l, p_J{}^r$ indicano, rispettivamente, l'elettore cut-off sinistro e destro del partito J. In particolare:

$$p_A{}^l = \begin{cases} p_A - t_{cr} & se\; p_A \leq p_\alpha + t_{cr} \\ p_\alpha & se\;\; p_A \in RP_l \\ p_A - t_m & se\;\; p_A \geq p_\alpha + t_m \end{cases}$$

$$p_A{}^r = Min\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, p_A + t_m\right\}$$

$$p_B{}^l = Max\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, p_B - t_m\right\}$$

$$p_B{}^r = \begin{cases} p_B + t_m & se\; p_B \leq 1 - p_\alpha - t_m \\ 1 - p_\alpha & se\;\; p_B \in RP_r \\ p_B + t_{cr} & se\;\; p_B \geq 1 - p_\alpha - t_{cr} \end{cases}$$

Modello Downsiano

Una qualsiasi coppia di politiche all'interno dell'intervallo $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ assegna una probabilità di vittoria pari a ½. Se $p_A < p_\alpha + t_m$ il partito B può scegliere di posizionarsi nell'intervallo $[p_A, 1 - p_\alpha - t_m)$ e vincere le elezioni. Poiché l'elettore cut-off del partito A è p_α l'ammontare di voti che tale partito riceve dalla regione periferica sinistra è $(p_A - p_\alpha)$ mentre il partito B ottiene esattamente t_m voti dalla regione periferica destra. Dato che la distribuzione degli elettori è uniforme la percentuale di voti che ogni partito ottiene dagli elettori attivi interni è ½: se $(p_B - p_A) \leq 2t_m$ nessun elettore interno si astiene ed ogni partito ottiene $\frac{p_B - p_A}{2}$ voti, mentre se $(p_B - p_A) > 2t_m$ gli elettori interni appartenenti all'intervallo $[p_A + t_m, p_B - t_m]$ scelgono di astenersi, pertanto ogni partito ottiene t_m voti. La quota dei voti assegnati ai partiti tra gli elettori periferici è, dunque, determinante ai fini dell'esito elettorale. Il partito B vince la competizione elettorale. Analogamente se $p_B > 1 - p_\alpha - t_m$ e il partito A propone una politica nell'intervallo $(p_\alpha + t_m, p_B]$ la vittoria è assegnata al partito A. Dunque ogni coppia di politiche (p_A, p_B) contenute in $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ costituisce un equilibrio Downsiano[61]. Ogni partito ottiene un ammontare di voti pari a:

$$\frac{p_B - p_A}{2} + t_m$$

e il valore della tolleranza degli elettori moderati, t_m, non influenza l'equilibrio politico, piuttosto l'ampiezza dell'intervallo contenente gli equilibri politici.

Proposizione 2.7

Sia f la funzione di densità uniforme e $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia come stabilito dalle assunzioni B1 e B2. Ogni coppia di politiche $({p_A}^*, {p_B}^*)$ contenute nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

costituisce un equilibrio Downsiano, per ogni valore di t_m.

Il comportamento strategico dei partiti all'interno della regione $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ è analogo a quello osservato nella regione $[t, 1 - t]$ in presenza di un unico valore di tolleranza tra gli elettori. Se la distribuzione dei cittadini è uniforme e l'obiettivo di ogni partito è vincere la competizione elettorale, esiste un continuum di equilibri politici e ogni politica è, di fatto, un vincitore di Condorcet.

[61] Analogamente all'intervallo $[t, 1 - t]$ del modello con un unico parametro di tolleranza tutte le politiche sono in effetti vincitori di Condorcet.

Modello di massimizzazione dei voti

Supponiamo inizialmente che le proposte politiche dei partiti siano simmetriche e appartengano alle rispettive regioni protette, ovvero $p_A \in RP_l$ e $p_B \in RP_r$. Si distinguono tre possibili casi:

- la distanza tra i partiti supera la soglia $2t_m$, vale a dire:

$$p_A < \frac{1}{2} - t_m$$

$$p_B > \frac{1}{2} + t_m$$

l'elettore posizionato nel punto di mezzo, l'elettore mediano, si astiene. L'insieme degli elettori attivi è dunque:

$$X_V = \{p_i \in X_A \cup p_i \in X_B\}$$

dove X_A (X_B) è l'insieme degli elettori attivi del partito A (B):

$$X_A = \{p_i \in [p_\alpha, p_A + t_m]\}$$

$$X_B = \{p_i \in [p_B - t_m, 1 - p_\alpha]\}$$

Se $t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\propto}{2}$ ogni coppia di politiche (p_A, p_B) con $p_A \in RP_l$ e $p_B \in RP_r$ è caratterizzata da:

$$(p_B - p_A) \geq 2t_m$$

Infatti il punto $\left(\frac{1}{2} - t_m\right)$ si trova a destra del punto limite della regione protetta sinistra, $p_\alpha + t_m$, così come il punto $\left(\frac{1}{2} + t_m\right)$ si trova a sinistra del punto limite della regione protetta destra, $1 - p_\alpha - t_m$. La distanza tra le due piattaforme non può che essere superiore a $2t_m$. Al fine di catturare più elettori possibili ogni partito si spinge oltre il limite della propria regione protetta avvicinandosi al partito rivale. E' facile constatare come ogni coppia di politiche all'interno dell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

tali che $(p_B - p_A) \geq 2t_m$ assegni esattamente $2t_m$ voti ad ogni partito; a questo punto ulteriori movimenti in direzione del partito rivale sono inefficaci se la distanza tra le due piattaforme resta al di sopra di $2t_m$, altrimenti sono controproducenti. Infatti se $(p_B - p_A) < 2t_m$ ogni partito riceve una quota di voti pari a:

$$\left(\frac{p_B - p_A}{2} + t_m\right)$$

che è inferiore a $2t_m$.

- la distanza tra i partiti è al di sotto di $2t_m$ così che tutti gli elettori interni scelgono di partecipare al voto. Ciò si verifica se:

$$p_A \geq \frac{1}{2} - t_m$$

$$p_B \leq \frac{1}{2} + t_m$$

  Supponiamo che il punto $\left(\frac{1}{2} - t_m\right)$ appartenga alla regione protetta sinistra, così come il punto $\left(\frac{1}{2} + t_m\right)$ alla regione protetta destra. Ciò è vero se:

$$\frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2} \leq t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}.$$

  Finché ogni partito rimane all'interno della propria regione protetta l'insieme degli elettori attivi è:

$$X_V = \{p_i \in [p_\alpha, 1 - p_\alpha]\}$$

  e un movimento di Δ in direzione del partito rivale consente di ottenere voti dal centro senza perdere elettori periferici (figura 2.13), perciò ogni partito può incrementare i propri voti spostandosi in prossimità del limite della regione protetta. Da questo punto ulteriori avvicinamenti alla piattaforma rivale sono svantaggiosi; infatti se:

$$(p_A, p_B) = (p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m)$$

  ogni partito cattura esattamente $2t_m$ voti, mentre qualunque altra coppia di politiche (p_A, p_B) all'interno dell'intervallo $(p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m)$ assegna i voti:

$$\left(\frac{p_B - p_A}{2} + t_m\right)$$

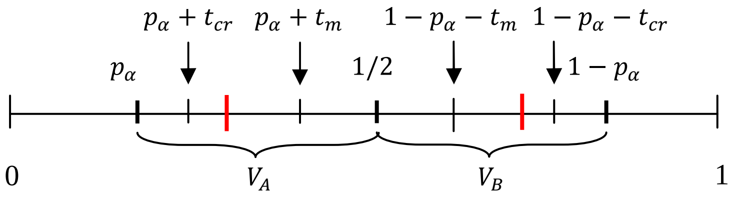
  che sono inferiori a $2t_m$;
- la distanza tra i partiti è inferiore a $2t_m$ e la tolleranza degli elettori moderati è così elevata che:

$$\left(\frac{1}{2} - t_m\right) < p_\alpha + t_{cr}$$

$$\left(\frac{1}{2} + t_m\right) > 1 - p_\alpha - t_{cr}$$

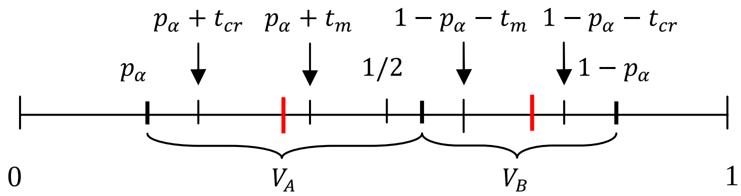
  L'ammontare dei voti che ogni partito ottiene è $\left(\frac{1}{2} - p_\alpha\right)$; entrambi i partiti possono incrementare i propri voti allontanandosi dal centro. Supponiamo che il partito A scelga la piattaforma $p_A{}' = p_A - \Delta$ in modo che $p_A{}'$ sia vicina al punto $\left(\frac{1}{2} - t_m\right)$, ovvero $\Delta > p_A - (p_\alpha + t_{cr})$. Il partito ricava tutti gli elettori attivi compresi nell'intervallo

$[p_A{}' - t_{cr}, p_\alpha]$ ma perde esattamente $\frac{\Delta}{2}$ voti tra gli elettori interni (figura 2.14). Poiché il guadagno netto di voti è positivo entrambi i partiti sono incentivati a spingersi l'uno lontano dall'altro (forza centrifuga).



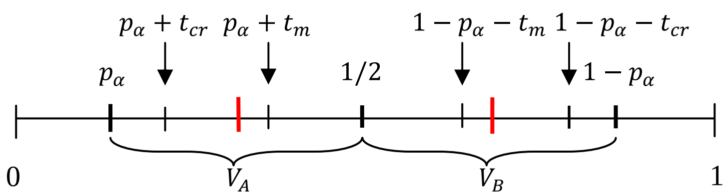
Gli elettori attivi del partito A e B (indicati dalle linee rosse); $p_A \in PR_l$, $p_B \in PR_r$

con $p_B = 1 - p_A$ e $p_A \geq \frac{1}{2} - t_m$; $V_A = V_B = \frac{1}{2} - p_\alpha$.



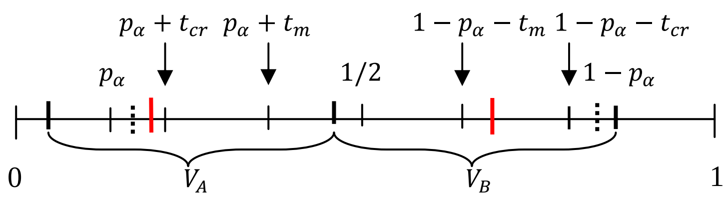
$p_A \rightarrow p_A + \Delta$ e $p_A + \Delta \in PR_l$; guadagno di voti = $\frac{\Delta}{2}$.

Figura 2.13: se $\frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2} \leq t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$ un movimento del partito A all'interno della regione protetta RP_l e in direzione del centro consente di incrementare i voti ricevuti.



Gli elettori attivi del partito A e B (indicati dalle linee rosse); $p_A \in PR_l$, $p_B \in PR_r$

con $p_B = 1 - p_A$ e $p_A \geq \frac{1}{2} - t_m$; $V_A = V_B = \frac{1}{2} - p_\alpha$.



$p_A \rightarrow \frac{1}{2} - t_m$ (indicato dalla linea tratteggiata) e $\Delta > p_A - (p_\alpha + t_{cr})$;

guadagno di voti = $p_\alpha - (p_A - \Delta - t_{cr}) - \frac{\Delta}{2}$.

Figura 2.14: se $t_m \geq \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$, un allontanamento del partito A dal centro consente di incrementare i voti ricevuti.

Proposizione 2.8

Sia f la funzione di densità uniforme e $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia come stabilito dalle assunzioni B1 e B2.

i. Se $t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$ ogni coppia di politiche $({p_A}^*, {p_B}^*)$ contenute nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

tale che $({p_B}^* - {p_A}^*) \geq 2t_m$ costituisce un equilibrio nei voti.

ii. Se $\frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2} \leq t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$ l'equilibrio nei voti è unico:

$$({p_A}^*, {p_B}^*) = (p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m)$$

iii. Se $t_m \geq \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$ l'equilibrio nei voti è unico:

$$({p_A}^*, {p_B}^*) = \left(\frac{1}{2} - t_m, \frac{1}{2} + t_m\right).$$

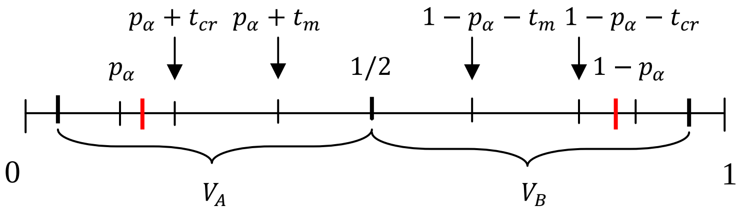
Come nel modello Downsiano anche nel modello di massimizzazione dei voti il comportamento strategico dei partiti all'interno dell'intervallo $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ è analogo a quello osservato nell'intervallo $[t, 1 - t]$ in presenza di un unico valore di tolleranza tra gli elettori: l'equilibrio nei voti prevede la possibilità di divergenza politica e la differenzazione delle piattaforme elettorale è almeno $2t_m$. Pertanto la tolleranza degli elettori moderati influenza positivamente la distanza tra le due piattaforme. Tuttavia l'equilibrio nei voti relativo al caso:

$$t_m \geq \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$$

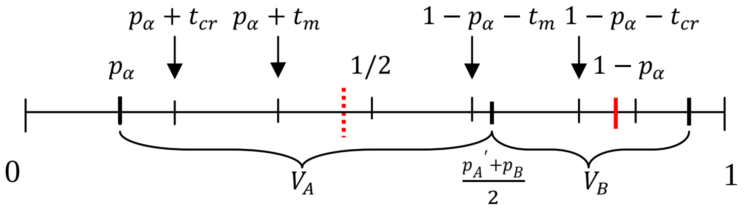
non è consistente in quanto non rispetta l'ordinamento di preferenza dei partiti stabilito dall'assunzione A1. Infatti le piattaforme di equilibrio sono esterne alla regione contenente gli equilibri Downsiani e, in base al lemma 2.2, l'equilibrio nei voti è consistente solo è un equilibrio Downsiano. Ogni volta che:

$$({p_A}^*, {p_B}^*) = \left(\frac{1}{2} - t_m, \frac{1}{2} + t_m\right)$$

ogni partito può migliorare la propria probabilità di vittoria avvicinandosi al partito rivale. In particolare, attraverso una deviazione verso la regione $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$, il partito cattura gli elettori periferici collocati in un raggio t_m, mentre il partito rivale ne cattura al massimo t_{cr}. La tolleranza degli elettori moderati è così elevata che nessun cittadino interno di astiene. Poiché la distribuzione degli elettori è uniforme, la deviazione risulta proficua in quanto migliora la probabilità di vittoria (figura 2.15). L'equilibrio nei voti relativo al punto *iii* della proposizione non rispetta dunque la relazione di preferenza (2.4).



Quando $(p_A, p_B) = \left(\frac{1}{2} - t_m, \frac{1}{2} + t_m\right)$ (le linee rosse) la probabilità di vittoria è ½.



Il partito A si sposta in $p_A' > p_\alpha + t_m$ (linea rossa tratteggiata).

$V_A(p_A', p_B) = \frac{p_B - p_A'}{2} + t_m$, $V_B(p_A', p_B) = \frac{p_B - p_A'}{2} + t_{cr}$ perciò $\pi_A(p_A', p_B) = 1$.

Figura 2.15: se $t_m \geq \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$ l'equilibrio nei voti è inconsistente.

Il criterio di massimizzazione dei voti è consistente solo se:

$$t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$$

altrimenti l'equilibrio nei voti non è un equilibrio Downsiano, come richiesto dal lemma 2.2.

2.3.2 Distribuzione a picco singolo e simmetrica degli elettori

Modello Downsiano

La distribuzione delle politiche ideali nella popolazione dei cittadini è a picco singolo e simmetrica. Si consideri la coppia di politiche (p_A, p_B) entrambe collocate all'esterno delle rispettive regioni protetto, ovvero:

$$p_A < p_\alpha + t_{cr}$$
$$p_B > 1 - p_\alpha - t_{cr}$$

Ogni partito è incentivato a muoversi in direzione della regione protetta in quanto può incrementare i voti tra gli elettori periferici e sottrarre al partito rivale una parte degli elettori interni. All'interno della regione protetta qualsiasi movimento in direzione del partito rivale non è costoso in termini di perdita di elettori periferici, perciò entrambi i partiti possono convenientemente spingersi verso i due punti limite delle regioni protette. Supponiamo dunque che:

$$(p_A, p_B) = (p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m)$$

I partiti sono posizionati simmetricamente e, pertanto, ognuno vince le elezioni con probabilità ½. Indipendentemente dalla partecipazione al voto degli elettori interni/centrali, ogni partito può migliorare la propria probabilità di vittoria avvicinandosi al centro della distribuzione. Infatti una piattaforma elettorale nell'intervallo $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ permette di catturare gli elettori periferici posizionati in un raggio t_m dalla piattaforma e una parte degli elettori centrali. La proposta politica più vicina all'elettore mediano/modale vince la competizione elettorale: la percentuale degli elettori attivi interni che assegnano il proprio voto a tale proposta supera quella della proposta rivale, così come la percentuale relativa agli elettori periferici. Infatti, quanto più si è vicini all'elettore mediano/modale (centro della distribuzione) quanto più elevata è la densità degli elettori periferici collocati in un raggio t_m dalla piattaforma.

Al fine di portare il proprio elettore cut-off il più possibile vicino all'elettore mediano/modale, entrambi i partiti si spingono l'uno verso l'altro finendo con il convergere nel centro della distribuzione. La situazione è analoga al caso di un'unica tolleranza per tutti i cittadini (proposizione 2.3): l'equilibrio Downsiano è unico e conferma il teorema dell'elettore mediano.

Proposizione 2.9

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia come stabilito dalle assunzioni B1 e B2. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano allora $p_A{}^* = p_B{}^* = \frac{1}{2}$.

Modello di massimizzazione dei voti

In base al lemma 2.2 l'equilibrio nei voti è coerente con l'ordinamento di preferenza dei partiti, stabilito dall'assunzione A1, solo se è un equilibrio Downsiano. Poiché quest'ultimo è unico, l'equilibrio nei voti è consistente solo se prevede la convergenza delle piattaforme elettorali nella politica preferita dall'elettore mediano/modale. Ogni altro profilo di strategie, pur costituendo un equilibrio nei voti, non rispetterebbe la naturale relazione di preferenza dei partiti secondo la quale una politica che consente di vincere le elezioni è preferibile rispetto ad una che consente solo di pareggiare, così come una politica che consente di pareggiare è preferibile rispetto ad una che provoca la sconfitta elettorale. Pertanto, un equilibrio nei voti caratterizzato da divergenza politica non è consistente: ogni partito può vincere le elezioni avvicinandosi al rivale. Il criterio di massimizzazione dei voti ha "senso" solo se le piattaforme elettorali in equilibrio coincidono con la politica preferita dall'elettore mediano/modale.

Proposizione 2.10

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia come stabilito dalle assunzioni B1 e B2. Se $({p_A}^*, {p_B}^*)$ è un equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1 allora ${p_A}^* = {p_B}^* = \frac{1}{2}$ e:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \geq 2f\left(\frac{1}{2} - t_m\right) = 2f\left(\frac{1}{2} + t_m\right)$$

2.3.3 Distribuzione a picco singolo e asimmetrica degli elettori

Modello Downsiano

La politica dell'elettore mediano nel caso di una distribuzione simmetrica degli elettori è, in effetti, la ***politica dell'elettore centrale*** p_c appartenente all'intervallo $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ e tale che:

$$\int_{p_c - t_m}^{p_c} f(p)dp = \int_{p_c}^{p_c + t_m} f(p)dp \qquad (2.21)$$

Analogamente al caso di una tolleranza omogenea tra gli elettori, esiste una forza centripeta che spinge ogni partito verso l'altro. Tuttavia la piattaforma comune in equilibrio può appartenere alla regione centrale degli elettori moderati:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

oppure alla regione protetta con la più alta densità di elettori.

Si consideri una distribuzione di elettori asimmetrica negativa, vale a dire:

$$p_{medio} < p_{med} < p_{mod}$$

Gli elettori collocati nella coda destra della distribuzione sono più critici rispetto agli elettori centrali ma anche più numerosi. Supponiamo che il partito B, nel tentativo di catturare la massa di elettori, scelga una proposta politica estremista: $p_B \geq 1 - p_\alpha - t_{cr}$. Il partito A può trarre vantaggio dal posizionare la propria proposta politica nelle vicinanze del partito rivale. Infatti l'elettore cut-off (sinistro) del partito A ha una tolleranza pari a t_m, maggiore delle tolleranza dell'elettore cut-off (destro) del partito B, t_{cr}. Tutti gli elettori collocati entro un raggio t_m a sinistra del partito A sono elettori attivi, perciò il partito può sfruttare il maggior livello di tolleranza dei propri elettori scegliendo una proposta politica sufficientemente vicina al partito rivale, così che l'intervallo politico di ampiezza t_m contenga più elettori possibile. D'altro canto il partito B, avvicinandosi al partito rivale, potrebbe guadagnare voti determinanti; scegliendo una politica all'interno della regione protetta è in grado di catturare tutti gli elettori di destra collocati tra la piattaforma e il punto $(1 - p_\alpha)$. L'ampiezza di tale intervallo è maggiore di t_{cr} e la densità degli elettori qui collocati è più elevata rispetto a quella degli elettori periferici del partito A. Inoltre, avvicinarsi al partito A consente di sottrarre parte degli elettori centrali attivi, perciò il partito B è incentivato a schiacciare il proprio rivale nella regione con gli elettori meno numerosi. Il punto di convergenza delle due piattaforme dipende dai parametri p_α, t_{cr} e t_m così come dalla densità degli elettori. La piattaforma comune è funzione delle caratteristiche degli elettori più tolleranti e degli elettori più numerosi. In altre parole la combinazione tra la tolleranza e la densità degli elettori determina la piattaforma comune di equilibrio. Se allontanarsi dalle politiche più frequenti tra gli elettori (la politica dell'elettore modale) è troppo costoso, la piattaforma comune appartiene alla regione protetta; se, invece, a risultare particolarmente costoso è l'allontanamento dall'insieme degli elettori tolleranti allora la piattaforma comune appartiene alla regione centrale. In entrambi i casi si tratta della *politica di un elettore mediano locale*.

Sia $p_{cl} \in RP_r$ la ***politica dell'elettore centrale locale***, tale che:

$$\int_{p_{cl}-t_m}^{p_{cl}} f(p)dp = \int_{p_{cl}}^{1-p_\alpha} f(p)dp \tag{2.22}$$

dove $(1 - p_\alpha)$ è l'elettore cut-off destro e $(p_{cl} - t_m)$ l'elettore cut-off sinistro. Tutti gli elettori estremisti/critici si astengono. La differenza $(t_m - t_{cr})$ influenza l'ampiezza della regione protetta mentre la frazione di elettori critici p_α ne determina la posizione. L'esistenza di un punto p_{cl} dipende dunque dalla porzione di elettori critici e dalla differenza tra le due tolleranze.

Considerazioni analoghe per una distribuzione asimmetrica positiva implicano una politica dell'elettore centrale locale posizionata nella regione protetta sinistra $[p_\alpha + t_{cr}, p_\alpha + t_m]$ e tale che:

$$\int_{p_\alpha}^{p_{cl}} f(p)dp = \int_{p_{cl}}^{p_{cl}+t_m} f(p)dp \tag{2.23}$$

Tuttavia, la politica dell'elettore centrale locale non sempre esiste. Nel caso di distribuzioni asimmetriche l'elettore centrale locale e l'elettore centrale non possono coesistere: se è presente l'uno non può essere presente l'altro. In particolare i parametri del modello e la densità degli elettori stabiliscono l'esistenza della politica dell'elettore centrale locale oppure della politica dell'elettore centrale.

Lemma 2.8

Sia f una funzione di densità a picco singolo asimmetrica. Se le assunzioni B1 e B2 sono valide, esiste una *politica centrale* p_c o una *politica centrale locale* p_{cl} così definite:

- ***politica centrale***: $p_c \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ tale che:

$$\int_{p_c - t_m}^{p_c} f(p)dp = \int_{p_c}^{p_c+t_m} f(p)dp$$

- ***politica centrale locale***: p_{cl} contenuta in RP_r (RP_l) nel caso di distribuzione asimmetrica negativa (positiva) tale che:

$$\int_{p_{cl}-t_m}^{p_{cl}} f(p)dp = \int_{p_{cl}}^{1-p_\alpha} f(p)dp \quad per\ p_{cl} \in RP_r$$

$$\int_{p_\alpha}^{p_{cl}} f(p)dp = \int_{p_{cl}}^{p_{cl}+t_m} f(p)dp \quad per\ p_{cl} \in RP_l$$

Il seguente lemma riassume le condizioni di esistenza della politica centrale e della politica centrale locale.

Lemma 2.9[62]

Se esiste una politica centrale p_c, allora:

- $t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$;
- $t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$ e $p_{mod} \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$.

Se esiste una politica centrale locale $p_{cl} \in PR_r$, allora:

- $t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$ e $p_{mod} \geq 1 - p_\alpha - t_m$.

Se esiste una politica centrale locale $p_{cl} \in PR_l$, allora:

- $t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$ e $p_{mod} \leq p_\alpha + t_m$.

Nel caso di una distribuzione asimmetrica i parametri del modello e la densità degli elettori caratterizzano l'esistenza di una politica centrale, appartenente alla regione centrale degli elettori tolleranti $[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$, o di una politica centrale locale, collocata all'interno della regione protetta RP_r (RP_l) se la distribuzione degli elettori è asimmetrica negativa (positiva). La politica centrale così come la politica centrale locale sono, di fatto, le politiche ideali di un *elettore mediano locale*. In base al lemma 2.9 se si verifica che:

$$t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

sicuramente esiste una politica centrale; in caso contrario, vale a dire se:

$$t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

la posizione dell'elettore modale determina l'esistenza di p_c o p_{cl}.

Con p_{lm} si denota la politica preferita dall'elettore mediano locale. In base al lemma 2.9:

$$p_{lm} = \{p_c, p_{cl}\}$$

Proposizione 2.11

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia come stabilito dalle assunzioni B1 e B2. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano allora $p_A{}^* = p_B{}^* = p_{lm}$.

[62] La dimostrazione del lemma 2.9 è implicita nella dimostrazione del lemma 2.8.

Modello di massimizzazione dei voti

Poiché l'equilibrio Downsiano è unico, l'equilibrio nei voti è consistente solo se coincide con l'equilibrio Downsiano, vale a dire se prevede la convergenza delle piattaforme elettorali nella politica preferita dall'elettore mediano locale.

Proposizione 2.12

Sia f una funzione di densità a picco singolo simmetrica e $t(p_i)$ la tolleranza in base all'ideologia come stabilito dalle assunzioni B1 e B2. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1 allora $p_A{}^* = p_B{}^* = p_{lm}$ e:

$$f(p_{lm}) \geq Max\{2f(p_{lm}{}^l), 2f(p_{lm}{}^r)\}$$

dove $p_{lm}{}^l$ $(p_{lm}{}^r)$ indica l'elettore cut-off sinistro (destro).

Se la tolleranza dei cittadini assume due differenti valori a seconda dell'ideologia, i partiti, in equilibrio, scelgono la stessa proposta politica. La piattaforma comune è a tutti gli effetti un elettore mediano locale che appartiene alla regione centrale o estremista degli elettori più tolleranti. Nonostante la tolleranza sia eterogenea tra i cittadini avvicinarsi al partito rivale è comunque vantaggioso, perciò il posizionamento strategico dei partiti è caratterizzato da una forza centripeta che spinge l'uno verso l'altro. Alla luce di quanto osservato a proposito del caso con un unico parametro di tolleranza si rileva che la principale ragione della convergenza delle piattaforme elettorali risiede nell'invariabilità della tolleranza di almeno uno dei due elettori cut-off, vale a dire uno spostamento in Δ-passi di (almeno un) partito provoca un uguale spostamento del proprio elettore cut-off. Se la tolleranza è identica tra i cittadini lo è anche per entrambi gli elettori cut-off, pertanto i partiti sono incentivati a muoversi in direzione della massa di elettori al fine di catturare quanti più elettori possibile. Se la tolleranza del proprio cut-off è costante ogni partito "punta" sulla numerosità degli elettori periferici; poiché avvicinarsi al partito rivale non causa la riduzione della tolleranza del proprio elettore cut-off il movimento non risulta costoso.

Quando la popolazione dei cittadini è suddivisa in due gruppi, il gruppo degli elettori moderati/tolleranti e quello degli elettori estremisti/critici, i partiti si trovano di fronte ad un *trade-off*: avvicinarsi alle politiche più popolari tra i cittadini, caratterizzate cioè da un'alta densità degli elettori ivi collocati, potrebbe significare allontanarsi dagli elettori più tolleranti, così come avvicinarsi agli elettori tolleranti può comportare l'allontanamento dalla massa di elettori. Tuttavia, tale trade-off non è sufficiente a persuadere i partiti a scegliere proposte politiche differenti. Supponiamo che l'elettore cut-off del partito A sia più tollerante di quello del partito B che, tuttavia, è più vicino alla politica dell'elettore modale. Finché un partito si trova all'interno della regione protetta può avvicinarsi al rivale senza nessuno spostamento del proprio elettore cut-off, pertanto il partito può muoversi in direzione del rivale, sottrarre una parte degli elettori centrali senza perdere alcun elettore periferico. Se le proposte politiche dei partiti appartengono alle rispettive regioni protette la forza centripeta, che spinge i due partiti l'uno verso l'altro, agisce esattamente come nel modello Downsiano tradizionale. Se, invece, uno dei due partiti è all'esterno della regione protetta avvicinarsi al partito rivale comporta uno spostamento del proprio elettore cut-off che, tuttavia, è identico allo spostamento del partito. In altre parole la tolleranza dell'elettore cut-off è costante, vale a dire la distanza tra il partito e l'elettore cut-off non muta al variare della posizione del partito. Il partito B, più vicino all'elettore modale, può vincere le elezioni muovendosi in direzione del partito A in quanto sottrae una parte degli elettori interni al rivale e compensa il basso livello di tolleranza del proprio elettore cut-off con la sua alta densità (*effetto compensativo*). La forza centripeta agisce anche per il partito A: avvicinarsi al rivale significa poter sfruttare a proprio vantaggio l'alto livello di tolleranza dell'elettore cut-off (*effetto strategico*). Dunque, se la distanza tra un partito ed il proprio elettore cut-off è costante, e questo vale per almeno uno dei (due) partiti, l'equilibrio politico Downsiano è unico e caratterizzato da completa convergenza delle piattaforme elettorali. Inoltre, nel caso in cui la tolleranza sia costante per entrambi gli elettori cut-off, la piattaforma comune è una politica centrale tale da catturare la stessa quota di elettori collocati entro un raggio t (o t_m) alla sua sinistra e alla sua destra; dall'altro lato, se la tolleranza di uno solo dei (due) elettori cut-off è costante, la piattaforma comune è una politica centrale locale appartenente alla regione protetta di sinistra (destra) se la distribuzione degli elettori è asimmetrica negativa (positiva). L'intervallo di politiche contenente (eventualmente) la politica centrale ha una lunghezza pari a:

$$(1 - 2p_\alpha - 2t_m)$$

mentre l'intervallo contenente (eventualmente) la politica centrale locale ha una lunghezza di[63]:

$$(t_m - t_{cr})$$

L'esistenza della politica centrale o della politica centrale locale è direttamente legata all'ampiezza dell'intervallo. I parametri p_α, t_m e t_{cr} così come la funzione di densità degli

[63] La differenza tra i due possibili valori della tolleranza, $(t_m - t_{cr})$, è l'ampiezza di ogni regione protetta.

elettori determinano la piattaforma comune di equilibrio: la politica centrale o la politica centrale locale.

2.4 La tolleranza ideologica: una funzione continua

2.4.1 Modellizzare la tolleranza ideologica

Nella sezione precedente si è introdotta una tolleranza in base all'ideologia, ovvero la tolleranza del cittadino i-esimo poteva assumere due differenti valori a seconda che la sua politica ideale p_i fosse estremista o moderata. In effetti si tratta di una prima semplice versione di ***tolleranza ideologica***, vale a dire la tolleranza come funzione della politica ideale del cittadino. In quanto segue si introduce una funzione di tolleranza continua, vale a dire la tolleranza può assumere diversi valori tra gli elettori:

$$t_i = t(p_i)$$

Entrambi i partiti conoscono la funzione di tolleranza $t: P \rightarrow T \subseteq P$, con $T = [0, \bar{t}]$ e $\bar{t} > 0$. Si assume che gli elettori moderati siano più tolleranti degli elettori estremisti; in particolare, la tolleranza aumenta a sinistra di $p_i = \hat{p}$, raggiunge il suo valore massimo in $\hat{p}$ e diminuisce a destra di $\hat{p}$. La politica $\hat{p}$ appartiene all'elettore più tollerante[64], $t(\hat{p}) = \bar{t}$, mentre gli elettori polarizzati sono i più estremisti: $t(0) = t(1) = 0$. Si assume inoltre la concavità della funzione di tolleranza[65].

Assunzione C3: tolleranza ideologica $\boldsymbol{t(p)}$

Sia $t(p)$ la tolleranza del cittadino la cui politica ideale è p. La funzione di tolleranza $t: P \rightarrow T$, con $T = [0, \bar{t}]$, è così definita:

$$t(p) = \gamma p^{\alpha}(1-p)^{\beta} \tag{2.24}$$

con $\alpha, \beta \leq 1$ e $\gamma \leq 1$ che costituisce un fattore di scala.

[64] La tolleranza del cittadino dipende solo dalla sua politica ideale. Pertanto si assume implicitamente che tutti gli elettori con politica ideale p_i siano ugualmente tolleranti.

[65] Poiché la politica ideale è l'unico fattore determinante la tolleranza dell'elettore l'assunzione di concavità della funzione di tolleranza mira ad evidenziare la diversa predisposizione di elettori estremisti e moderati; si consideri una posizione moderata, p_m, ed una posizione estremista, p_e, con $p_m > p_e$. La tolleranza cambia più lentamente tra gli elettori moderati rispetto agli elettori estremisti, ovvero per un piccolo $\varepsilon > 0$:

$$t(p_m + \varepsilon) - t(p_m) < t(p_c + \varepsilon) - t(p_c)$$
$$t(p_c) - t(p_c - \varepsilon) > t(p_m) - t(p_m - \varepsilon)$$

In base all'assunzione C3 la tolleranza è una funzione dapprima crescente (a sinistra di $\hat{p}$) poi decrescente (a destra di $\hat{p}$) delle politiche ideali dei cittadini. Gli elettori polarizzati, la cui politica ideale è agli estremi dell'intervallo di politiche, costituiscono gli elettori più critici. L'elettore collocato in $\hat{p}$ è il più tollerante tra tutti i cittadini; la sua posizione dipende dai parametri α e β:

$$\hat{p} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

Se $\alpha > \beta$ l'elettore più tollerante si trova nella regione destra dello spazio politico, ovvero $\hat{p} > 1/2$. In questo caso diremo che la tolleranza è *orientata a destra*. Analogamente, se $\alpha < \beta$, l'elettore più tollerante è collocato nell'intervallo politica di sinistra, $\hat{p} < 1/2$, e la tolleranza è *orientata a sinistra*. Un caso speciale si verifica per $\alpha = \beta$: l'elettore più tollerante è posizionato al centro dello spazio politico, $\hat{p} = 1/2$, e la tolleranza è simmetrica; il cittadino i è tollerante esattamente come il cittadino k la cui posizione è simmetrica rispetto ad i, ovvero:

$$t(p_i) = t(p_k) \text{ con } p_k = 1 - p_i$$

Se invece $\alpha \neq \beta$ la tolleranza è asimmetrica. Le figure 2.15 e 2.16 mostrano un esempio di tolleranza simmetrica e asimmetrica, in particolare orientata a destra. E' facile notare come, in presenza di una tolleranza orientata a destra, la tolleranza aumenti a sinistra di $\hat{p}$ ad un tasso minore rispetto a quanto diminuisca a destra di $\hat{p}$. Ciò deriva dall'assunzione in base alla quale $t(0) = t(1) = 0$.

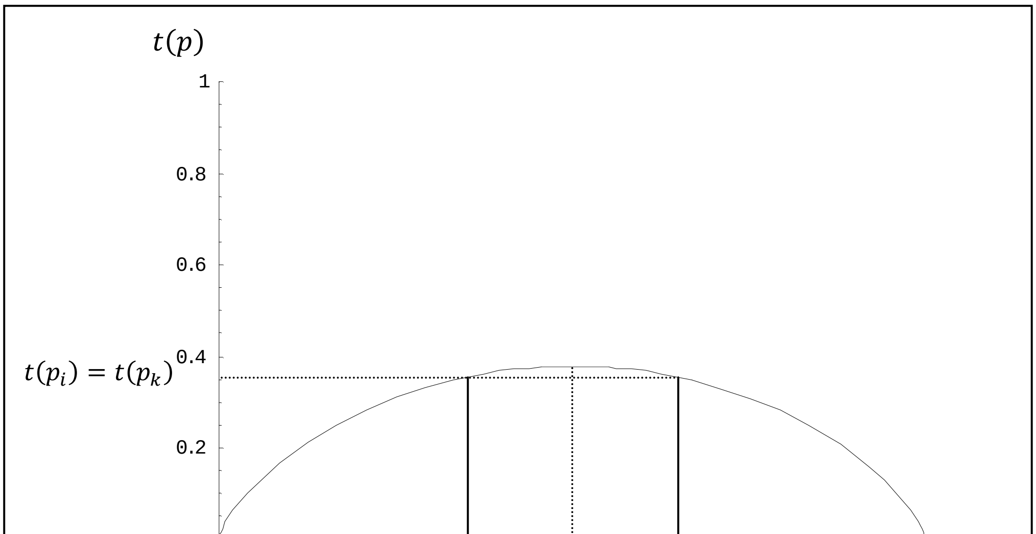


Figura 2.15: la tolleranza ideologica con $\gamma = 1$ e $\alpha = \beta = 0.7$; $\hat{p} = \frac{1}{2}$ e la tolleranza è simmetrica.

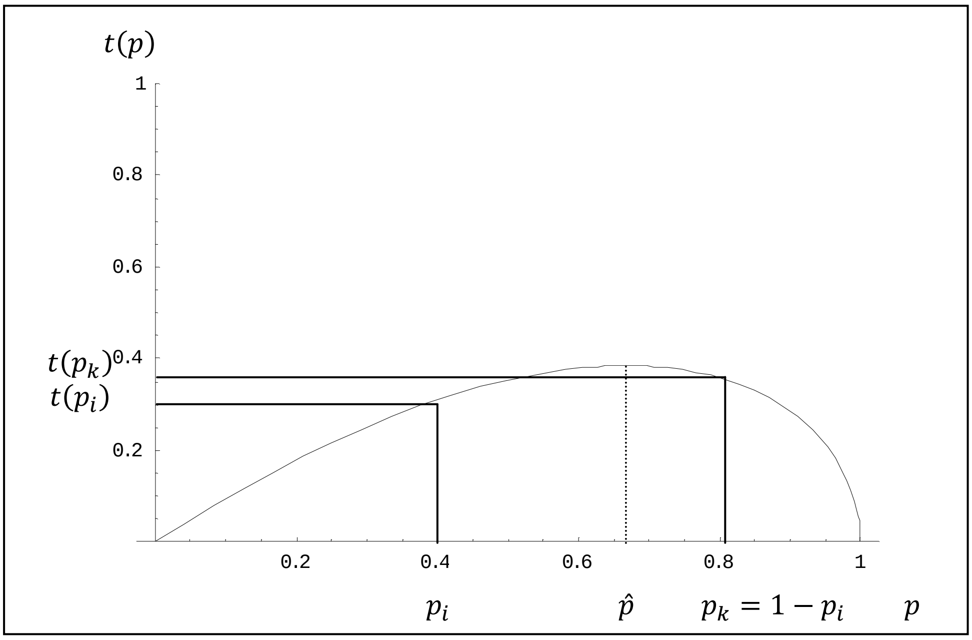


***Figura 2.16**:* la tolleranza ideologica con $\gamma = 1$ e $\alpha = 2\beta$; $\hat{p} = \frac{2}{3}$ e la tolleranza è asimmetrica: $t(p_i) < t(1 - p_i)$

Considerando una coppia di cittadini posizionati simmetricamente rispetto a $\hat{p}$, ovvero collocati ad una stessa distanza dall'elettore più tollerante, il cittadino a sinistra di $\hat{p}$ risulta essere più tollerante rispetto al cittadino a destra di $\hat{p}$. Formalmente, si consideri la coppia di politiche p_i, p_k con:

$$p_i = \hat{p} - \varepsilon$$
$$p_k = \hat{p} + \varepsilon$$

e $\varepsilon > 0$. Poiché $\hat{p} > 1/2$ il cittadino i è più moderato del cittadino k, ovvero è più distante dal cittadino estremista/critico e, dato che $t(0) = t(1) = 0$, risulta essere anche più tollerante rispetto al cittadino k:

$$t(p_i) > t(p_k)$$

Tale considerazione non è, tuttavia, sempre vera. Se la tolleranza è lievemente orientata a destra il cittadino i è più tollerante del cittadino k solo se entrambi sono vicini all'elettore più tollerante, altrimenti vale il contrario, come catturato dal seguente lemma.

Lemma 2.10

Sia $t(p)$ la tolleranza ideologica dell'assunzione C3, con $\alpha > \beta$ (l'enunciazione è analoga per $\alpha < \beta$). Dati p_i, p_k tali che $p_i < \hat{p} < p_k$:

- per $\hat{p} \geq \frac{2}{3}$, $t(p_i) = t(p_k)$ se e solo se:

$$(\hat{p} - p_i) > (p_k - \hat{p})$$

- per $\frac{1}{2} < \hat{p} < \frac{2}{3}$, $t(p_i) = t(p_k)$ se e solo se:

$$(\hat{p} - p_i) > (p_k - \hat{p}) \text{ e } p_i > 1 - \hat{p}$$
$$(\hat{p} - p_i) < (p_k - \hat{p}) \text{ e } p_i < 1 - \hat{p}$$

Il cittadino i decide di votare il partito preferito, vale a dire quello più vicino alla sua politica ideale, solo se:

$$d_i^J \leq t(p_i)$$

con

$$d_i^J \leq d_i^{-J} \qquad J = A, B$$

I voti assegnati al partito J sono:

$$V_J\big(p_J, p_{-j}; t(p)\big) = \int_{p^l}^{p^r} f(p)dp \qquad J = A, B$$

dove p^l indica l'elettore cut-off sinistro la cui distanza dal partito, p_J, è esattamente pari al suo livello di tolleranza:

$$p^l: \big(p_J - p^l\big) = t(p^l) \qquad J = A, B$$

analogamente p^r indica l'elettore cut-off destro:

$$p^r: \big(p^r - p_J\big) = t(p^r) \qquad J = A, B$$

Si consideri l'elettore cut-off sinistro (il ragionamento è simile per l'elettore cut-off destro). Quando l'intersezione tra la distanza dal partito e la tolleranza ideologica avviene nel tratto crescente di quest'ultima gli elettori collocati a sinistra di p^l scelgono di astenersi, in quanto più distanti dal partito e meno tolleranti rispetto all'elettore cut-off:

$$\big(p_J - p_i\big) > \big(p_J - p^l\big) \ \forall \, p_i \leq p^l$$
$$t(p_i) < t(p^l) \ \ \forall \, p_i \leq p^l$$

Quando la distanza dalla proposta politica del partito interseca la funzione di tolleranza nel suo tratto decrescente gli elettori a sinistra di p^l scelgono di astenersi poiché, nonostante presentino una maggiore tolleranza rispetto all'elettore cut-off, tale tolleranza non compensa la più ampia distanza dal partito.

Senza perdita di generalità supponiamo che $p_A < p_B$. I voti assegnati a ciascun partito sono:

$$V_A(p_A, p_B; t(p)) = \int_{p_A{}^l}^{p_A{}^r} f(p)dp \tag{2.25}$$

$$V_B(p_A, p_B; t(p)) = \int_{p_B{}^l}^{p_B{}^r} f(p)dp \tag{2.26}$$

con

$$p_A{}^l \stackrel{\text{def}}{=} p_A - t(p_A{}^l)$$

$$p_A{}^r = Min\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, p_A + t(p_A{}^r)\right\}$$

$$p_B{}^l = Max\left\{\frac{p_A + p_B}{2}, p_B - t(p_B{}^l)\right\}$$

$$p_B{}^r \stackrel{\text{def}}{=} p_B + t(p_B{}^r)$$

L’elettore posizionato nel punto di mezzo, $p_{mp} = \frac{p_A+p_B}{2}$, sceglie di votare solo se la distanza dai partiti è minore o, al limite, uguale al suo livello di tolleranza t_{mp}, perciò solo se la distanza tra i partiti è minore o uguale a $2t_{mp}$. Ciò implica che tutti gli elettori collocati tra i due partiti sono elettori attivi. Si consideri l’intervallo di politiche $[p_A, p_{mp}]$ (il ragionamento è analogo per il partito B). Se il partito A si trova a destra dell’elettore più tollerante la funzione di tolleranza in quell’intervallo è decrescente, perciò l’elettore posizionato nel punto di mezzo è il più critico tra tutti gli elettori in $[p_A, p_{mp}]$, oltre ad essere il più distante dal partito. Dunque se tale elettore sceglie di votare lo fanno anche tutti gli altri. Dall’altro lato, se la tolleranza in quel tratto è crescente l’elettore del punto di mezzo è il più tollerante. Supponiamo che l’elettore cut-off destro del partito A non sia il punto di mezzo bensì un punto $p_A{}^r$ in corrispondenza del quale la retta della distanza interseca la curva di tolleranza. L’elettore la cui posizione coincide con quella del partito sceglie di votare: la distanza dal partito è nulla mentre la tolleranza è positiva o, se l’elettore è estremista, pari a 0; in ogni caso è intenzionato a votare. Tale considerazione implica che, se l’elettore del punto di mezzo è attivo ma non è l’elettore cut-off, vale a dire $p_A{}^r \neq p_{mp}$, la funzione di tolleranza dovrebbe essere convessa (figura 2.17), contraddicendo l’assunzione C3. E’ evidente dunque che, se l’elettore collocato nel punto di mezzo è attivo, lo sono anche tutti gli elettori collocati tra i due partiti.

Lemma 2.11: elettori interni attivi

Sia t_{mp} la tolleranza dell'elettore collocato nel punto di mezzo, ovvero $t_{mp} = t\left(\frac{p_A+p_B}{2}\right)$. Data l'assunzione C3, se:

$$(p_B - p_A) \leq 2t_{mp}$$

tutti gli elettori interni sono attivi, vale a dire:

$$p_A{}^r = p_B{}^l = \frac{p_A + p_B}{2}$$

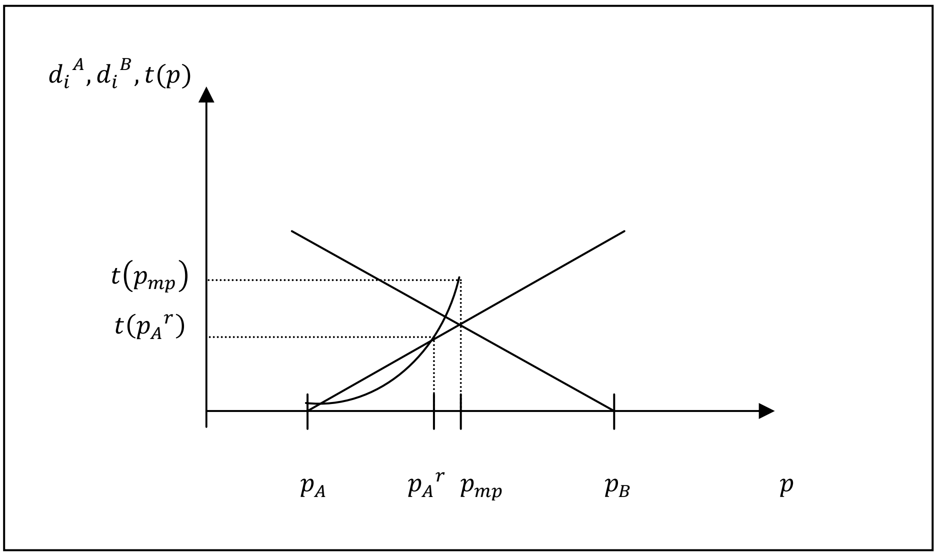


Figura 2.17*:* se l'elettore del punto di mezzo sceglie di votare allora $p_A{}^r = \frac{p_A+p_B}{2}$, altrimenti la proprietà di concavità della tolleranza è violata.

Cambiamenti della proposta politica di un partito provocano lo spostamento degli elettori cut-off la cui posizione è, pertanto, una funzione della posizione del partito:

$$p^l(p_J)$$

$$p^r(p_J)$$

In base alla definizione di elettore cut-off i cambiamenti della proposta politica del partito cambiano, in effetti, la tolleranza dei propri elettori cut-off; tale tolleranza risulta essere, pertanto, una *tolleranza politica*:

$$t(p^l) = t\left(p^l(p_J)\right) \xrightarrow{allora} t(p_J)$$

$$t(p^r) = t\left(p^r(p_J)\right) \xrightarrow{allora} t(p_J)$$

Come l'elettore cut-off si sposti e, dunque, in che modo la sua tolleranza vari al variare della proposta politica del partito, determina la presenza di una forza centripeta o centrifuga che influenza il posizionamento strategico dei partiti. In altre parole la derivata della tolleranza dell'elettore cut-off rispetto alla politica del partito influisce sull'equilibrio politico. Con $t'(p_J)$ si denota tale derivata:

$$t'(p_J) = \frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l}\frac{\partial p^l}{\partial p_J} = t'(p^l)p^{l'}(p_J) \tag{2.27}$$

analogamente per l'elettore cut-off destro:

$$t'(p_J) = \frac{\partial t(p^r)}{\partial p^r}\frac{\partial p^r}{\partial p_J} = t'(p^r)p^{r'}(p_J) \tag{2.28}$$

L'elettore cut-off segue la direzione del movimento del partito: se la proposta del partito si sposta verso destra (sinistra) l'elettore cut-off sinistro si sposta verso destra (sinistra), così come per l'elettore cut-off destro. Formalmente:

$$p^{l'}(p_J) > 0$$
$$p^{r'}(p_J) > 0$$

Inoltre, se l'elettore cut-off si trova a sinistra dell'elettore più tollerante ed il partito si avvicina a quest'ultimo, la tolleranza dell'elettore cut-off aumenta, altrimenti diminuisce (figure 2.18-2.21).

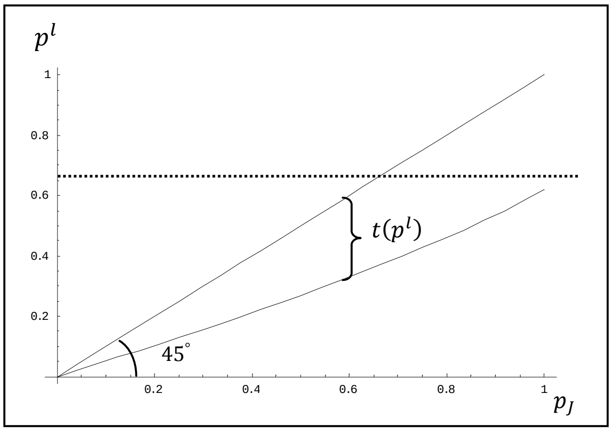


Figura 2.18: l'elettore cut-off sinistro $p^l(p_J)$ e la sua tolleranza $t(p^l) \stackrel{\text{def}}{=} (p_J - p^l)$, se $\hat{p} = \frac{2}{3}$. La linea tratteggiata indica $p^l = \hat{p}$.

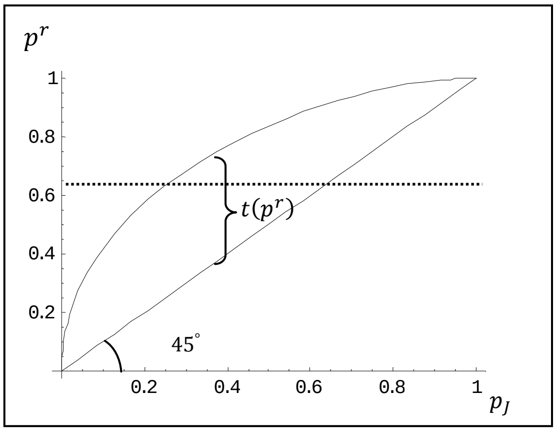


Figura 2.19: l'elettore cut-off destro $p^r(p_J)$ e la sua tolleranza $t(p^r) \stackrel{\text{def}}{=} (p^r - p_J)$, se $\hat{p} = \frac{2}{3}$. La linea tratteggiata indica $p^r = \hat{p}$.

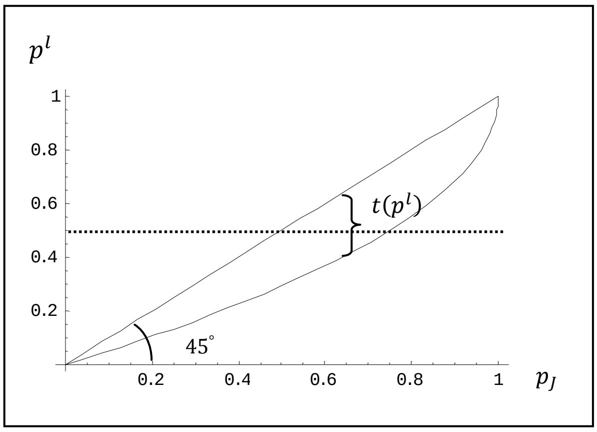


Figura 2.20: l'elettore cut-off sinistro $p^l(p_J)$ e la sua tolleranza $t(p^l) \stackrel{\text{def}}{=} (p_J - p^l)$, se $\hat{p} = \frac{1}{2}$. La linea tratteggiata indica $p^l = \hat{p}$.

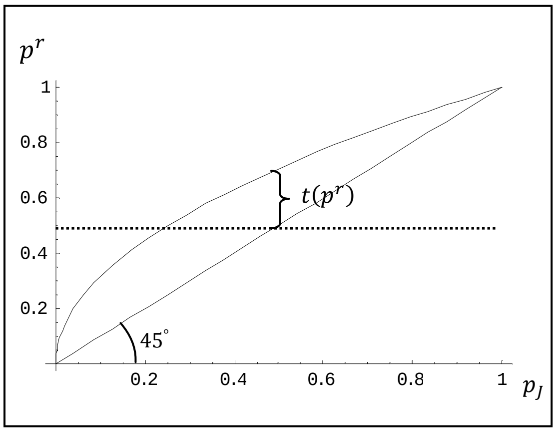


Figura 2.21: l'elettore cut-off destro $p^r(p_J)$ e la sua tolleranza $t(p^r) \stackrel{\text{def}}{=} (p^r - p_J)$, se $\hat{p} = \frac{1}{2}$. La linea tratteggiata indica $p^r = \hat{p}$.

Lemma 2.12: la posizione e la tolleranza degli elettori cut-off

Data l'assunzione C3, la posizione e la tolleranza degli elettori cut-off dipende dalla posizione del partito:

- $p^{l\prime}(p_J) > 0,\ p^{r\prime}(p_J) > 0\ \forall\, p_J \in P$
- $t'(p_J)\begin{cases} \geq 0 \text{ for } p^l \leq \hat{p} \\ \leq 0 \text{ for } p^l \geq \hat{p} \end{cases}$
- $t'(p_J)\begin{cases} \geq 0 \text{ for } p^r \leq \hat{p} \\ \leq 0 \text{ for } p^r \geq \hat{p} \end{cases}$

Se la tolleranza è uguale tra tutti gli elettori, ovvero se $t(p) = t$ per ogni $p \in P$, e il partito J si muove da p_J a $p_J + \Delta$, con $\Delta > 0$, l'elettore cut-off si sposta esattamente di Δ, ovvero:

$$p^l(p_J + \Delta) = p^l(p_J) + \Delta$$

così come l'elettore cut-off destro:

$$p^r(p_J + \Delta) = p^r(p_J) + \Delta$$

Quando invece la tolleranza è eterogenea tra gli elettori lo spostamento dell'elettore cut-off non coincide con lo spostamento del partito, perciò la variazione dell'elettore cut-off non è Δ. Supponiamo che l'elettore cut-off si trovi a sinistra dell'elettore più tollerante. I due casi estremi sono:

– la tolleranza è costante, $t(p) = t$, perciò lo spostamento dell'elettore cut-off è pari a Δ;
– la tolleranza aumenta esattamente di Δ e l'elettore cut-off non cambia (figura 2.22).

Poiché la tolleranza è crescente lo spostamento dell'elettore cut-off è minore di Δ; in particolare se la tolleranza aumenta più di $\frac{\Delta}{2}$ l'elettore cut-off si sposta in misura minore di $\frac{\Delta}{2}$, vale a dire appartiene all'intervallo $\left[p^l(p_J), p^l(p_J) + \frac{\Delta}{2}\right]$, altrimenti si sposta in misura maggiore e, dunque, si trova in $\left[p^l(p_J) + \frac{\Delta}{2}, p^l(p_J) + \Delta\right]$. Il movimento dell'elettore cut-off è negativamente correlato alla *sensibilità* ("elasticità") della funzione di tolleranza: tanto maggiore è il tasso di variazione della tolleranza tanto minore è lo spostamento dell'elettore cut-off.

Se invece l'elettore cut-off si trova a destra dell'elettore più tollerante ed il partito sceglie una nuova posizione più estremista di quella precedente lo spostamento dell'elettore cut-off è superiore a Δ. Tali considerazioni sono facilmente estendibili all'elettore cut-off destro.

Lemma 2.13: un movimento del partito in direzione dell'elettore più tollerante modifica posizione e tolleranza dell'elettore cut-off

Data l'assunzione C3, se il partito $J = A, B$ si muove in direzione dell'elettore più tollerante:

- per $p^l < \hat{p}$, $p^{l\prime}(p_J) \geq \frac{1}{2}$ se e solo se $t'(p^l) \leq \frac{1}{2}$; per $p^l \geq \hat{p}$, $p^{l\prime}(p_J) \geq \frac{1}{2}$ se e solo se $|t'(p^l)| \leq \frac{1}{2}$;
- per $p^r < \hat{p}$, $p^{r\prime}(p_J) \geq \frac{1}{2}$ se e solo se $t'(p^r) \leq \frac{1}{2}$; per $p^r \geq \hat{p}$, $p^{r\prime}(p_J) \geq \frac{1}{2}$ se e solo se $|t'(p^r)| \leq \frac{1}{2}$.

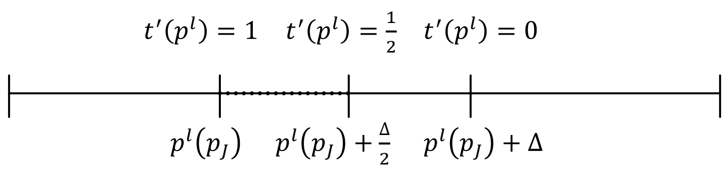


Figura 2.22: se il partito J si sposta di Δ in direzione dell'elettore più tollerante lo spostamento dell'elettore cut-off sinistro è minore di $\frac{\Delta}{2}$ solo se la tolleranza aumenta più di $\frac{\Delta}{2}$.

2.4.2 Distribuzione uniforme degli elettori lungo l'intervallo di politiche

Modello Downsiano

Se la distribuzione degli elettori lungo lo spazio politico è uniforme ogni partito tenta di catturare l'elettore più tollerante. Data una coppia di politiche (p_A, p_B) tali da provocare astensionismo tra gli elettori interni, ovvero tali che:

$$(p_B - p_A) > 2t_{mp}$$

i partiti ottengono i seguenti voti:

$$V_A\big(p_A, p_B; t(p)\big) = t(p^r(p_A)) + t(p^l(p_A))$$
$$V_B(p_A, p_B; t(p)) = t(p^r(p_B)) + t(p^l(p_B))$$

I voti assegnati a ciascun partito dipendono solo dalla posizione del partito stesso; in particolare l'ammontare dei voti ricevuti dipende positivamente dalla tolleranza dei due elettori cut-off: quanto più il partito è vicino all'elettore più tollerante quanto più tolleranti sono gli elettori cut-off e, dunque, distanti dal partito. La differenza dei voti per il partito A è:

$$D_A\big(p_A, p_B; t(p)\big) = t(p^r(p_A)) - t(p^r(p_B)) + t(p^l(p_A)) - t(p^l(p_B)) \tag{2.29}$$

e per il partito B:

$$D_B\big(p_A, p_B; t(p)\big) = -D_A\big(p_A, p_B; t(p)\big) \tag{2.30}$$

Poiché la distribuzione è uniforme i partiti, al fine di vincere la competizione elettorale, puntano sulla tolleranza dei propri elettori cut-off. Pertanto, data la proposta politica del rivale, ogni partito mira a catturare gli elettori più tolleranti, ovvero massimizza la tolleranza degli elettori cut-off $t(p^l)$ e $t(p^r)$. I movimenti del partito non influenzano gli elettori cut-off del partito rivale, perciò massimizzare la (2.29) e la (2.30) significa massimizzare l'ammontare dei voti ricevuti. Entrambi i partiti, Downsiani e non, trovano conveniente spostarsi in direzione dell'elettore più tollerante e, così, la distanza tra le due piattaforme si riduce finché tutti gli elettori interni scelgono di votare.

Quando la distanza tra i due partiti è inferiore a $2t_{mp}$, vale a dire non si verifica astensionismo al centro, il partito con l'elettore cut-off più tollerante vince le elezioni. Infatti, data la coppia di politiche (p_A, p_B) con $|p_B - p_A| \leq 2t_{mp}$, la differenza dei voti per il partito A è:

$$D_A\big(p_A, p_B; t(p)\big) = t(p^l(p_A)) - t(p^r(p_B))$$

mentre per il partito B:

$$D_B\big(p_A, p_B; t(p)\big) = t(p^r(p_B)) - t(p^l(p_A))$$

I partiti Downsiani mirano a catturare l'elettore più tollerante: ogni partito si avvicina a $\hat{p}$ affinché il proprio elettore cut-off sia più tollerante rispetto all'elettore cut-off del partito rivale. La situazione ideale si ha quando l'elettore cut-off è esattamente l'elettore più tollerante, pertanto entrambi i partiti si muoveranno strategicamente in direzione di $\hat{p}$.

Formalmente il partito A vince le elezioni se e solo se:

$$t(p^l(p_A)) > t(p^r(p_B))$$

Il posizionamento dei partiti è caratterizzato da una forza centripeta, tale da spingerne l'uno verso l'altro, se:

$$t'(p_A) > 0 \tag{2.31}$$

$$t'(p_B) < 0 \tag{2.32}$$

dove $t'\big(p_J\big)$ è la derivata della tolleranza dell'elettore cut-off del partito J rispetto alla posizione del partito:

$$t'\big(p_J\big) = \frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l}\frac{\partial p^l}{\partial p_J} = t'(p^l)p^{l\prime}\big(p_J\big)$$

per l'elettore cut-off sinistro, e:

$$t'\big(p_J\big) = \frac{\partial t(p^r)}{\partial p^r}\frac{\partial p^r}{\partial p_J} = t'(p^r)p^{r\prime}\big(p_J\big)$$

per il cut-off destro. Dal lemma 2.12 le disequazioni (2.31) e (2.32) sono soddisfatte per:

$$p^l < \hat{p}$$

$$p^r > \hat{p}$$

Ogni coppia di politiche implica una forza centripeta per almeno uno dei due partiti: se $p_A < p_B < \hat{p}$ la forza centripeta interessa il partito A, se $\hat{p} < p_A < p_B$ interessa il partito B, infine se $p_A < \hat{p} < p_B$ la forza centripeta agisce per entrambi i partiti[66]. Di conseguenza l'equilibrio Donwsiano è caratterizzato dalla convergenza delle piattaforme elettorali. Tuttavia la piattaforme comune non è, come ci si aspetta, la politica relativa all'elettore più tollerante. In realtà nessuna politica caratterizzata da differenti livelli di tolleranza dei due elettori cut-off può costituire un equilibrio politico. Si supponga che la piattaforma comune si trovi in un punto tale per cui l'elettore cut-off sinistro sia più tollerante di quello destro. Se la tolleranza è simmetrica, ovvero se $\hat{p} = 1/2$ ciò si verifica per una politica a destra

[66] Per qualunque coppia di proposte politiche almeno uno dei due partiti è incentivato ad avvicinarsi all'altro, a meno che entrambi gli elettori cut-off siano uguali a $\hat{p}$. Tuttavia non esiste alcuna coppia di politiche (p_A, p_B) tale che $p^l = p^r = \hat{p}$; sia per $p_A = p_B$ che per $p_A \neq p_B$ l'elettore cut-off sinistro è diverso da quello destro.

dell’elettore più tollerante, mentre se la tolleranza è orientata a destra e $\hat{p} \geq \frac{2}{3}$ la piattaforma comune deve essere maggiore o uguale a $\hat{p}$. In entrambi i casi un partito può migliorare la propria probabilità di vittoria muovendosi lievemente a sinistra così da catturare elettori più tolleranti rispetto al rivale. La figura 2.23 mostra tale deviazione nel caso di una tolleranza orientata a destra e $p_A = p_B = \hat{p} = \frac{2}{3}$.

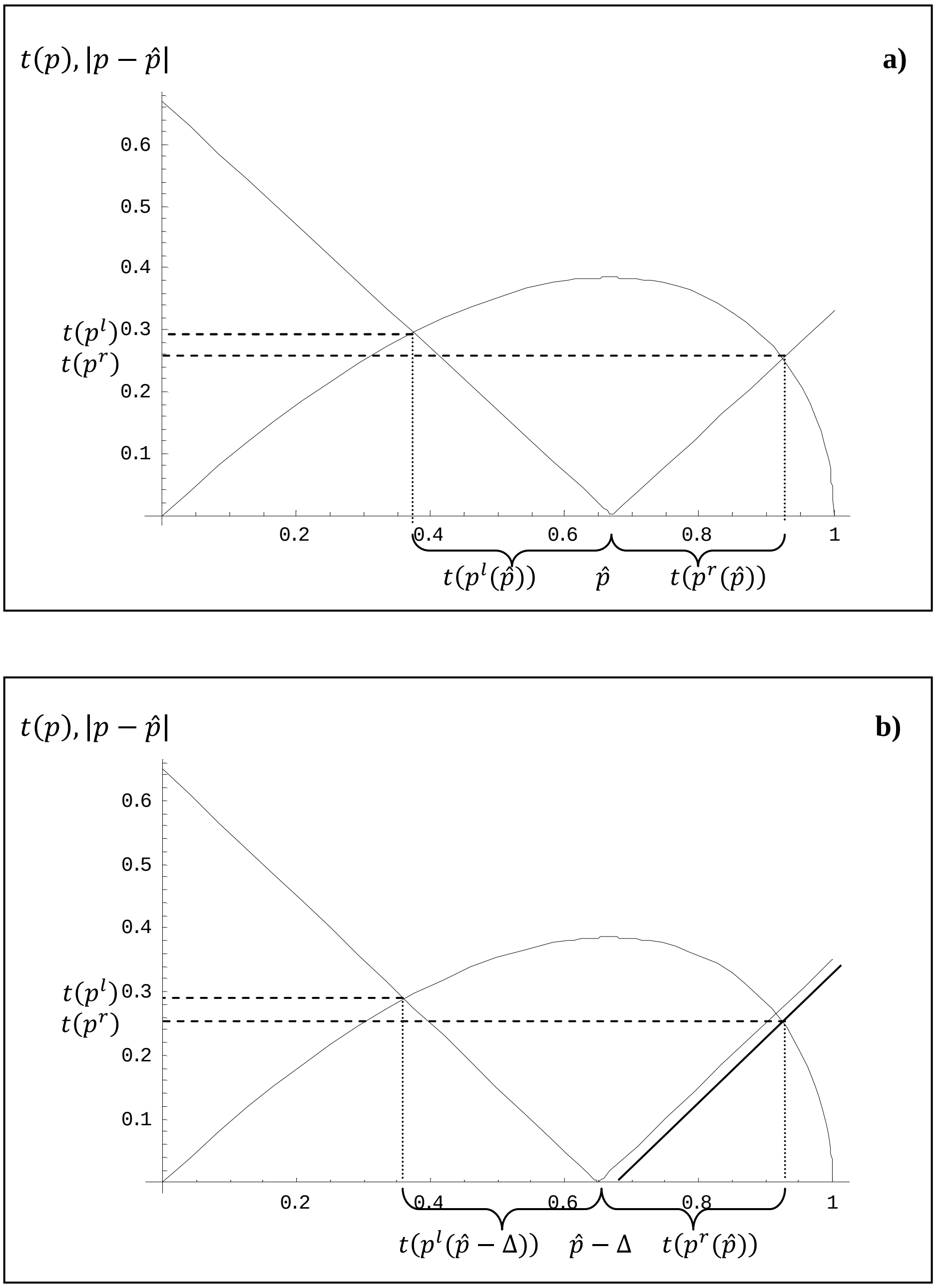


Figura 2.23*:* se entrambi i partiti si posizionano in $\hat{p} = \frac{2}{3}$ l’elettore cut-off sinistro è più tollerante di quello destro (a). Uno spostamento a sinistra consente di vincere le elezioni (b).

In equilibrio i partiti si posizionano nello stesso punto p^* tale che l'elettore cut-off sinistro sia tollerante quanto l'elettore cut-off destro:

$$t(p^l(p^*)) = t(p^r(p^*))$$

Nel caso di una tolleranza simmetrica tale punto coincide con la politica dell'elettore più tollerante, che è anche la politica dell'elettore mediano, mentre nel caso di una tolleranza orientata a destra (a sinistra) il punto si trova a sinistra (destra) dell'elettore più tollerante, coerentemente al lemma 2.10.

Proposizione 2.13

Sia f la funzione di densità uniforme e $t(p)$ la tolleranza ideologica come stabilito dall'assunzione C3. L'equilibrio Downsiano è unico: $({p_A}^*, {p_B}^*) = (p^*, p^*)$ con:

- $p^* = \hat{p}$ se e solo se $\hat{p} = \frac{1}{2}$;
- $p^* < \hat{p}$ se $\hat{p} > \frac{1}{2}$;
- $p^* > \hat{p}$ se $\hat{p} < \frac{1}{2}$.

Le figure 2.24 e 2.25 mostrano l'equilibrio Downsiano nel caso di una tolleranza orientata a destra e $\hat{p} = 2/3$; la piattaforma comune di equilibrio è:

$$p^* = 0.625$$

e nessun partito può migliorare la propria probabilità di vittoria spostandosi a sinistra o destra: una politica a sinistra di p^* riduce la tolleranza dell'elettore cut-off (figura 2.24), così come una politica a destra di p^* (figura 2.25). La figura 2.26 riporta una deviazione $p^* = 0.625$.

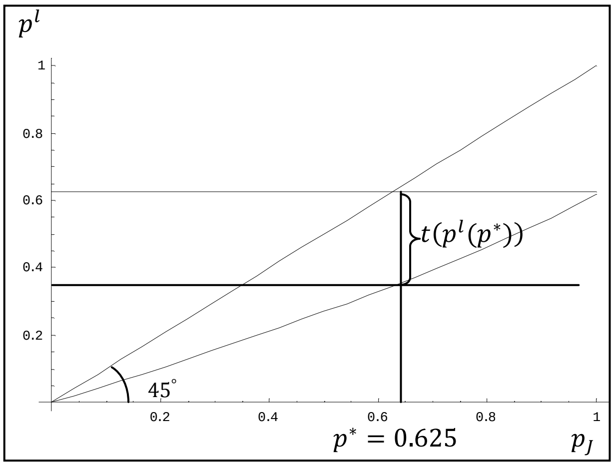


Figura 2.24: se $\hat{p} = \frac{2}{3}$, $p^* = 0.625$ e $t(p^l(p_J)) < t(p^l(p^*))$ per ogni $p_J < p^*$.

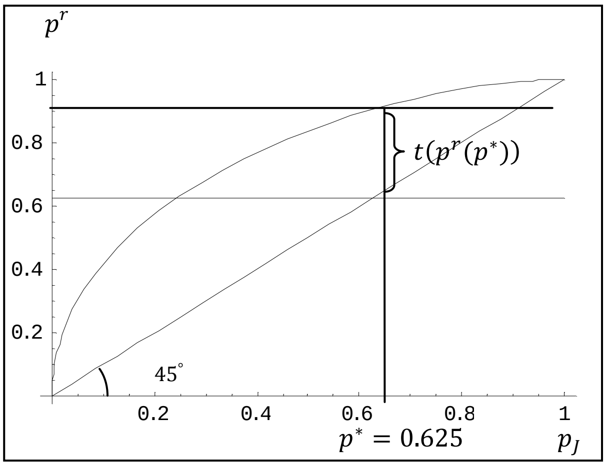
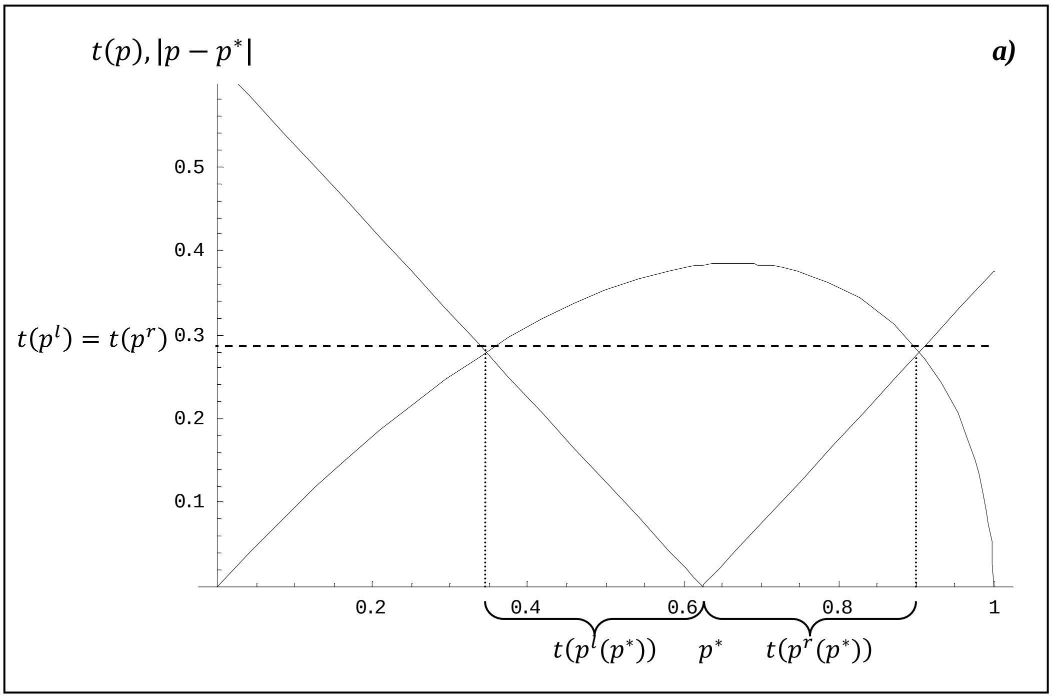


Figura 2.25: se $\hat{p} = \frac{2}{3}$, $p^* = 0.625$ e $t(p^r(p_J)) < t(p^r(p^*))$ per ogni $p_J > p^*$.



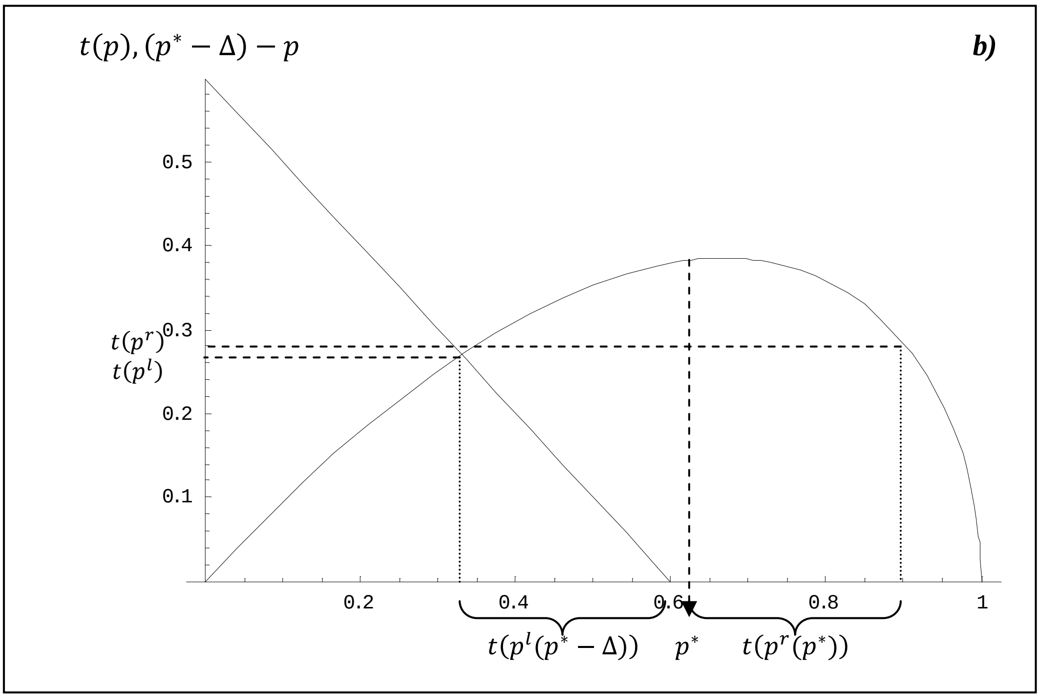


Figura 2.26: se $\hat{p} = 2/3$ entrambi i partiti propongono la politica $p^* = 0.625$ tale che $t(p^l(p^*)) = t(p^r(p^*))$ (a). Una deviazione a sinistra causa la sconfitta elettorale (b).

Modello di massimizzazione dei voti

L'equilibrio Downsiano è unico pertanto l'equilibrio nei voti rispetta l'assunzione A1 solo se coincide con l'equilibrio Downsiano. Questo è vero se spostarsi dalla piattaforma comune p^* non consente alcun incremento di voti.

Allontanarsi dalla politica comune causa la perdita degli elettori collocati tra la nuova posizione del partito e il punto di mezzo. Si consideri una deviazione del partito A in $p^* - \Delta$, con $\Delta > 0$. Il punto di mezzo è:

$$p_{mp} = p^* - \frac{\Delta}{2}$$

dunque il partito A perde tutti gli elettori contenuti nell'intervallo $\left[p^* - \Delta, p_{mp}\right]$ che assegnano il proprio voto al partito B. Dall'altro lato il movimento del partito ha persuaso tutti gli elettori posizionati tra il nuovo ed il vecchio elettore cut-off a recarsi alle urne ed assegnare il proprio voto al partito A. Il ricavo netto di voti è positivo solo se:

$$t(p^l(p^*)) - t\left(p^l(p^* - \Delta)\right) < \frac{\Delta}{2} \tag{2.33}$$

ovvero solo se il nuovo elettore cut-off non è troppo critico relativamente al precedente cut-off. Dato il legame inverso tra lo spostamento dell'elettore cut-off ed il suo livello di tolleranza (lemma 2.13) la disequazione (2.33) vale se il movimento dell'elettore cut-off è sufficientemente ampio. In altre parole la nuova posizione del partito è in grado di catturare una porzione consistente di nuovi elettori.

Considerando movimenti infinitesimi il partito è incentivo ad allontanarsi dal rivale (forza centrifuga) se:

$$t'(p^l(p^*)) < \frac{1}{2}$$

$$|t'(p^r(p^*))| < \frac{1}{2}$$

La piattaforma comune è un equilibrio nei voti solo se nessun partito è incentivato ad allontanarsi, ovvero se:

$$t'(p^l(p^*)) \geq \frac{1}{2}$$

$$|t'(p^r(p^*))| \geq \frac{1}{2}$$

Proposizione 2.14: equilibrio nei voti

Sia f la funzione di densità uniforme e $t(p)$ la tolleranza ideologica come stabilito dall'assunzione C3. Se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti sotto l'assunzione A1 allora $p_A{}^* = p_B{}^* = p^*$ e:

$$t'(p^l(p^*)) \geq \frac{1}{2}$$

$$|t'(p^r(p^*))| \geq \frac{1}{2}$$

La possibilità di astensione dal voto per alienazione con tolleranza dei cittadini ideologica comporta la convergenza delle (due) proposte politiche in un punto p^* che può sensibilmente differire dall'elettore mediano: se la tolleranza è orientata a sinistra (a destra) la piattaforma comune è orientata a sinistra (destra) ed è maggiore (minore) della politica preferita dall'elettore più tollerante[67]. Un caso speciale si verifica in presenza di una tolleranza ideologica simmetrica, ovvero l'elettore più tollerante è posizionato al centro e, data la distribuzione uniforme dei cittadini, coincide con l'elettore mediano: l'unica politica che soddisfa le condizioni di equilibrio è $\hat{p} = p_{med} = 1/2$.

In conclusione il teorema dell'elettore mediano può essere interpretato come un caso particolare: se gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo l'intervallo di politiche, le piattaforme elettorali scelte dai partiti coincidono e *la politica comune è quella preferita dall'elettore mediano solo se è anche l'elettore più tollerante*.

2.4.3 Distribuzioni a picco singolo degli elettori

Modello Downsiano

Se la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo politico è a picco singolo l'equilibrio Downsiano dipende dalle caratteristiche della funzione di densità, così come della funzione di tolleranza. Il posizionamento strategico dei partiti è influenzato sia dalla densità degli elettori sia dalla loro tolleranza. La possibilità di divergenza politica ed il teorema dell'elettore

[67] Ad esempio se $\hat{p} = 2/3$ la piattaforma comune è $p^* = 0.625$, mentre per $\hat{p} = 0.76$ è $p^* = 0.67$. In generale si osserva che, se la tolleranza ideologica è orientata a destra, $\frac{1}{2} < p^* < \hat{p}$; analogamente per una tolleranza orientata a sinistra: $\hat{p} < p^* < \frac{1}{2}$.

mediano vanno dunque analizzati e discussi alla luce di due importanti elementi: la distribuzione degli elettori e la tolleranza ideologica.

Si consideri una distribuzione *Beta*, di parametri a, b, delle politiche ideali degli elettori, vale a dire:

$$f(p) = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)+\Gamma(b)} p^{a-1}(1-p)^{b-1} & 0 < p < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

I parametri a e b determinano le caratteristiche principali della densità degli elettori: se a=b la funzione è simmetrica, se $a > b$ la densità è asimmetrica negativa e se $a < b$ è asimmetrica positiva. Tali parametri determinano, di fatto, la posizione dell'elettore modale, mediano e medio. Le caratteristiche della funzione di tolleranza sono invece rappresentate dai parametri γ, α e β con α e β determinanti la posizione dell'elettore più tollerante. Se le politiche più frequenti tra i cittadini appartengono a cittadini critici, ovvero se l'elettore più tollerante è sostanzialmente diverso dall'elettore modale, i partiti si trovano di fronte ad un *trade-off* nella scelta della propria proposta politica: scegliere una politica "popolare" nel tentativo di catturare la massa di elettori significa trovarsi nella regione degli elettori critici e, pertanto, rischiare che il partito rivale adotti una politica tale da catturare un'ampia parte di elettori tolleranti e, pertanto, vincere le elezioni. Dall'altro lato, avvicinarsi agli elettori più tolleranti significa perdere molti elettori periferici critici. Il risultato è che, se densità e tolleranza degli elettori si compensano, ovvero l'alta densità compensa la bassa tolleranza così come la bassa densità compensa l'alta tolleranza, l'equilibrio politico è caratterizzato da convergenza delle piattaforme elettorali, altrimenti può esistere la possibilità di divergenza politica.

Nel caso in cui, invece, l'elettore più tollerante è vicino all'elettore modale entrambi i partiti ne sono attratti e, in equilibrio, propongono la stessa politica. Dunque, se una forza centrifuga può agire sul posizionamento strategico dei partiti quando l'insieme degli elettori più tolleranti è diverso da quello degli elettori più numerosi, una forza centripeta sicuramente agisce quando gli elettori più tolleranti sono anche i più numerosi.

Formalmente la differenziazione delle politiche in equilibrio dipende da tutti i parametri a, b, α, β:

$$({p_B}^* - {p_A}^*) = h(a, b, \alpha, \beta)$$

dove la funzione h esprime la forza centripeta o centrifuga: nel primo caso $h'(\cdot) < 0$, nel secondo $h'(\cdot) > 0$.

La combinazione di densità e tolleranza degli elettori consente, dunque, sia di analizzare la *possibilità di divergenza politica* sia di *qualificare il teorema dell'elettore mediano*. In quali casi i partiti scelgono la politica ideale dell'elettore mediano? Quando, invece, la piattaforma comune vi differisce? Formalmente, se c'è convergenza politica, i parametri a, b, α, β determinano la differenza tra la piattaforma comune e la politica dell'elettore mediano:

$$|p^* - p_{med}| = k(a, b, \alpha, \beta)$$

Stabilire un'unica funzione h o k è estremamente complesso in quanto i parametri influenzano sia le inclinazioni che le altezze delle funzioni di densità e tolleranza. Al fine di analizzare l'effetto congiunto della tolleranza ideologica e della funzione di densità sul posizionamento dei partiti, saranno fornite alcune interessanti considerazioni sia sulla possibilità di divergenza politica sia sulla riqualificazione del teorema dell'elettore mediano[68].

Supponiamo che l'elettore più tollerante si trovi in prossimità dell'elettore modale così da spingere i partiti l'uno verso l'altro e, così, convergere le proprie proposte politiche. La piattaforma comune è la politica dell'elettore mediano locale, che può essere diversa dall'elettore mediano. In particolare, la proposta comune è la politica dell'elettore mediano solo se:

$$F\big(p^r(p_{med})\big) = 1 - F\Big(p^l(p_{med})\Big)$$

dove $p^r(p_{med}), p^l(p_{med})$ indicano, rispettivamente, l'elettore cut-off destro e sinistro relativo alla piattaforma comune p_{med} (elettore mediano). Si supponga che sia la distribuzione degli elettori che la tolleranza ideologica siano simmetriche:

$$p_{med} = \hat{p} = \frac{1}{2}$$

Entrambi i partiti sono attratti dalla politica centrale in quanto appartenente simultaneamente agli elettori più tolleranti e più numerosi. La piattaforma comune di equilibrio è, pertanto,

$$p^* = \hat{p} = 1/2$$

Una deviazione a destra o a sinistra dell'elettore mediano causa una perdita netta di voti e, dunque, la sconfitta elettorale: la distanza tra il partito ed il proprio elettore cut-off si riduce, vale a dire tale elettore è meno tollerante rispetto all'elettore cut-off del partito rivale il quale ottiene, inoltre, la maggiore quota di elettori attivi interni.

[68] Da qui in avanti verrà considerata una tolleranza ideologica orientata a destra. Tutte le considerazioni sono analoghe per una tolleranza orientata a sinistra.

Se invece la tolleranza è orientata a destra la politica dell'elettore mediano non costituisce un equilibrio Downsiano: poiché l'elettore cut-off destro è più tollerante di quello sinistro ogni partito può spostarsi lievemente verso destra, in modo tale che l'elettore cut-off sia così tollerante da compensare la minore quota di elettori attivi interni rispetto al partito rivale. Quando i partiti si posizionano al centro la quota di elettori posizionati a destra supera la quota di elettori posizionati a sinistra, perciò un partito ha la possibilità di scegliere una politica lievemente a destra e vincere le elezioni. Quando i partiti si posizionano, invece, nella politica ideale dell'elettore più tollerante la quota di elettori a sinistra supera la quota di elettori a destra, pertanto i partiti sono incentivati ad avvicinarsi al centro. Di conseguenza la piattaforma comune si troverà tra l'elettore mediano e l'elettore più tollerante.

Tali considerazioni sono altrettanto valide per distribuzioni asimmetriche degli elettori e $p_{med} < \hat{p}$:

- se la politica dell'elettore modale è più vicina a $\hat{p}$ rispetto alla politica dell'elettore mediano (distribuzione asimmetrica negativa) entrambi i partiti mirano a catturare quanti più elettori (tolleranti) possibile e, pertanto, spingono le proprie politiche a destra dell'elettore mediano;
- se la politica dell'elettore modale è a sinistra della politica dell'elettore mediano (distribuzione asimmetrica positiva) e, in corrispondenza dell'elettore mediano, la quota di voti a sinistra è inferiore della quota di voti a destra, i partiti sono incentivati a deviare verso destra, mirando alla cattura di una così elevata frazione di elettori tolleranti da vincere le elezioni. Pertanto, se l'equilibrio politico esiste ed è caratterizzato da convergenza politica, la piattaforma comune si trova a destra dell'elettore mediano.

Nel caso di convergenza politica la proposta comune dei due partiti è il punto p^* tale che l'area dei voti a sinistra sia uguale all'area dei voti a destra:

$$\int_{p^l(p^*)}^{p^*} f(p)dp = \int_{p^*}^{p^r(p^*)} f(p)dp \qquad (2.34)$$

Se un elettore cut-off è più tollerante dell'altro la sua politica ideale deve essere meno frequente nella popolazione degli elettori affinché la (3.34) sia soddisfatta. In corrispondenza della piattaforma comune p^* *la tolleranza e la densità degli elettori si compensano*: la tolleranza è negativamente correlata alla densità, vale a dire l'alta tolleranza è associata alla bassa densità e l'alta densità è associata alla bassa tolleranza.

Proposizione 2.15: convergenza politica

Sia f una funzione di densità a picco singolo e $t(p)$ la tolleranza ideologica come stabilito dall'assunzione C3, con $\hat{p} \geq \frac{1}{2}$. Se $({p_A}^*, {p_B}^*)$ è un equilibrio Downsiano e ${p_A}^* = {p_B}^* = p^*$, allora:

i. p^* è tale che:

$$\int_{p^l(p^*)}^{p^*} f(p)dp = \int_{p^*}^{p^r(p^*)} f(p)dp$$

ii. $p^* = p_{med}$ se e solo se:

$$F\big(p^r(p_{med})\big) = 1 - F\Big(p^l(p_{med})\Big)$$

Corollario

i. se $f(p)$ e $t(p)$ sono entrambe simmetriche:

$$p^* = p_{med} = \frac{1}{2}$$

ii. se $f(p)$ è simmetrica e $t(p)$ orientata a destra:

$$p_{med} < p^* < \hat{p}$$

iii. se $f(p)$ è asimmetrica negativa, $t(p)$ è orientata a destra e $p_{med} < \hat{p}$:

$$p^* > p_{med}$$

iv. se $f(p)$ è asimmetrica positiva, $t(p)$ è orientata a destra e $p_{med} < \hat{p}$:

$$p^* < \hat{p}$$

Nel caso di convergenza delle piattaforme elettorali, la politica scelta da entrambi i partiti è quella preferita dall'elettore mediano solo se:

$$F\big(p^r(p_{med})\big) = 1 - F\Big(p^l(p_{med})\Big)$$

Ciò significa che la somma della percentuale di elettori con politica ideale minore di $p^l(p_{med})$ e con politica ideale minore di $p^r(p_{med})$ è pari a 1. Se, ad esempio, il 20 percento dei cittadini è posizionato a sinistra di $p^l(p_{med})$ e la politica dell'elettore mediano costituisce l'equilibrio Downsiano di convergenza, allora l'80 percento dei cittadini preferisce una politica a destra di $p^r(p_{med})$. Se la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche è simmetrica, ciò si verifica solo se i due elettori cut-off sono posizionati simmetricamente e, pertanto, solo se la tolleranza ideologica è simmetrica. In questo caso, il teorema dell'elettore mediano costituisce un caso speciale di competizione elettorale spaziale, con astensione da alienazione e tolleranza ideologica, dove:

$$\hat{p} = p_{mod} = p_{med} = 1/2$$

Qualora la distribuzione degli elettori sia asimmetrica negativa (positiva) la politica dell'elettore mediano costituisce la piattaforma comune di equilibrio solo se l'elettore cut-off destro (sinistro) è meno tollerante dell'elettore cut-off sinistro (destro) e vale la seguente condizione:

$$F\left(p^r(p_{med})\right) + F\left(p^l(p_{med})\right) = 1$$

La proposta politica comune in equilibrio può, tuttavia, divergere dalla politica dell'elettore mediano. In generale, sia per distribuzione simmetriche che asimmetriche, la piattaforma comune di equilibrio è la politica ideale dell'*elettore mediano locale* p^*, tale che la percentuale di elettori attivi posizionati alla sinistra di tale punto sia uguale alla percentuale di elettori attivi a destra. Formalmente:

$$\int_{p^l(p^*)}^{p^*} f(p)dp = \int_{p^*}^{p^r(p^*)} f(p)dp$$

Se la tolleranza è orientata a destra e gli elettori sono simmetricamente distribuiti nello spazio politico, la piattaforma comune di equilibrio è posizionata tra l'elettore mediano e l'elettore più tollerante; se, invece, la maggioranza dei cittadini è orientata a destra, la proposta politica comune si trova a destra dell'elettore mediano, in prossimità delle politiche associate ai più alti livelli di densità e tolleranza degli elettori. Infine, nel caso in cui le politiche più frequenti tra i cittadini siano orientate a sinistra, la piattaforma comune è a sinistra dell'elettore più tollerante, in direzione dell'elettore mediano.

Alla luce di tali considerazioni è possibile riqualificare il teorema dell'elettore mediano, come evidenziato nel riquadro seguente.

Qualificazione del teorema dell'elettore mediano

La piattaforma comune di equilibrio è $p^* = p_{med}$ se:

- la distribuzione degli elettori e la tolleranza ideologica sono entrambe simmetriche
- la distribuzione degli elettori è uniforme e la tolleranza ideologica è simmetrica
- la distribuzione degli elettori è asimmetrica negativa e l'elettore cut-off destro è meno tollerante di quello sinistro:

  $$t\left(p^r(p_{med})\right) < t\left(p^l(p_{med})\right)$$

  in modo tale che:

  $$F\left(p^r(p_{med})\right) = 1 - F\left(p^l(p_{med})\right)$$

- la distribuzione degli elettori è asimmetrica positiva e l'elettore cut-off sinistro è meno tollerante di quello destro:

$$t(p^r(p_{med})) > t\left(p^l(p_{med})\right)$$

in modo tale che:

$$F(p^r(p_{med})) = 1 - F\left(p^l(p_{med})\right)$$

La combinazione tra densità e tolleranza degli elettori determina, oltre ad una qualificazione del teorema dell'elettore mediano, la possibilità di divergenza politica. Le figure 2.27-2.29 mostrano tre differenti funzioni di densità associate ad una tolleranza orientata a destra. A parità di tolleranza, la funzione di densità può essere simmetrica (figura 2.27), asimmetrica negativa (2.28) e asimmetrica positiva (2.29).

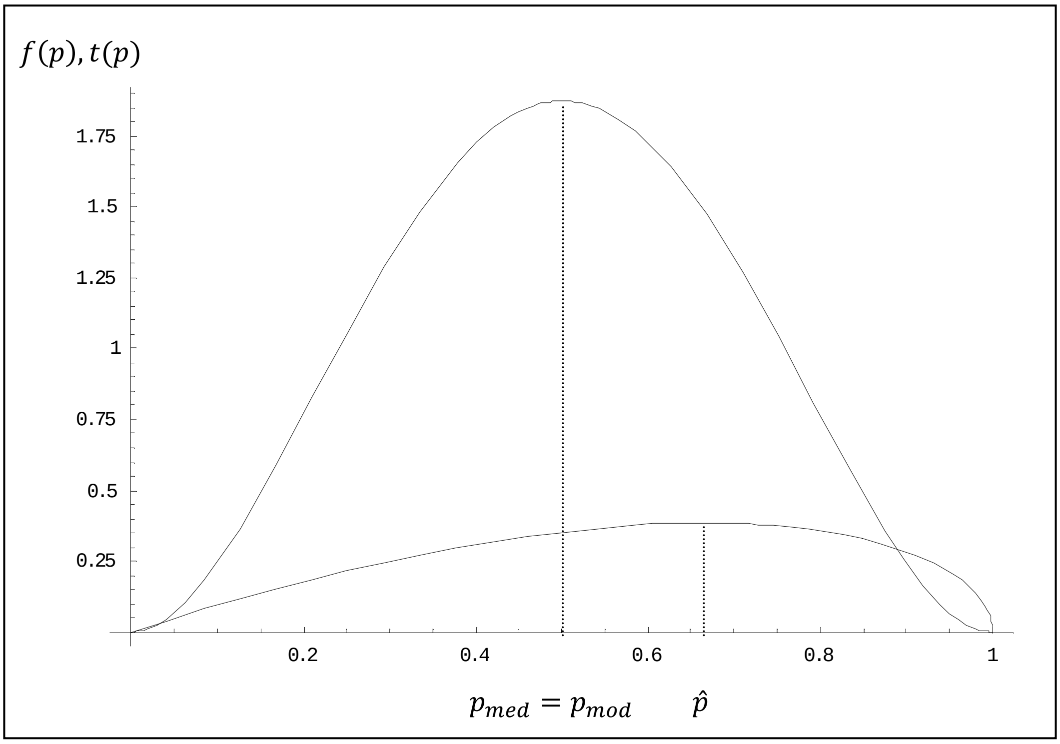


Figura 2.27: la tolleranza ideologica $t(p)$ con $\hat{p} = \frac{2}{3}$ $(\alpha = 2\beta)$; la funzione di densità se $p \sim Beta[3,3]$; $p_{med} = p_{mod} = \frac{1}{2}$.

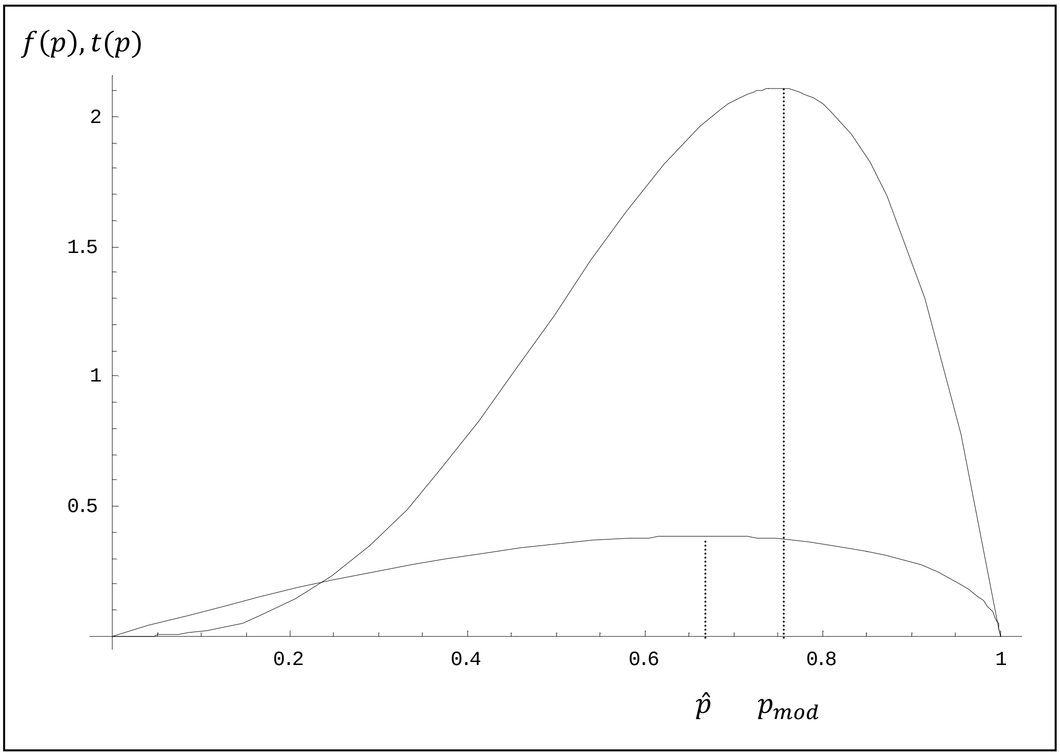


Figura 2.28: la tolleranza ideologica $t(p)$ con $\hat{p} = \frac{2}{3}$ *($\alpha = 2\beta$);* la funzione di densità se $p \sim Beta[4,2]$*;* $p_{mod} = \frac{3}{4}$

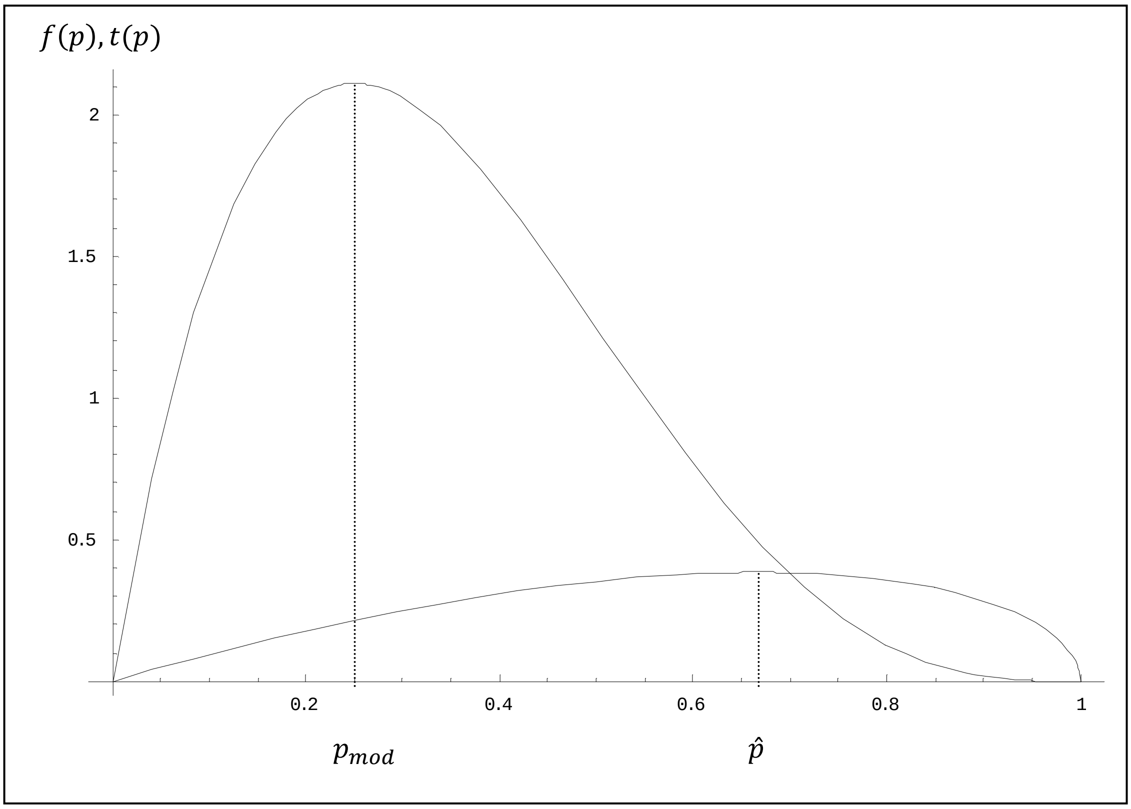


Figura 2.29: la tolleranza ideologica $t(p)$ con $\hat{p} = \frac{2}{3}$ ($\alpha = 2\beta$); la funzione di densità se $p \sim Beta[2,4]$; $p_{mod} = \frac{1}{4}$.

Supponiamo che un partito si posizioni presso l'elettore più tollerante ed il suo rivale presso la politica dell'elettore modale. In altre parole, il primo punta sulla maggiore tolleranza del proprio elettore cut-off e, quindi, sulla maggiore ampiezza dell'intervallo di politiche a cui appartengono i propri elettori attivi, mentre il secondo punta sulla densità dei propri elettori attivi. Se la distribuzione degli elettori è simmetrica il partito collocato nella politica dell'elettore più tollerante è incentivato a muoversi in direzione del partito rivale, poiché ha la possibilità di sottrarre una parte di elettori attivi interni e può "contare" sulla maggiore tolleranza del proprio cut-off; d'altro canto anche il partito posizionato al centro preferisce avvicinarsi al rivale in quanto ciò comporta un incremento della tolleranza del proprio elettore cut-off e poter, così, contare sulla maggiore densità dei propri elettori. Pertanto, se la distribuzione delle politiche ideali degli elettori è simmetrica e la tolleranza ideologica è orientata a destra, i partiti propongono la stessa politica. In generale, una forza centripeta agisce ogni volta che l'elettore modale è vicino all'elettore più tollerante: le politiche ideali degli elettori più tolleranti sono anche le più frequenti tra gli elettori, perciò i partiti si spingono l'uno verso l'altro al fine di aumentare la tolleranza del proprio elettore cut-off e la numerosità dei propri elettori attivi.

Se, invece, la maggior parte degli elettori è collocato a sinistra i partiti si avvicinano l'uno all'altro finché:

$$p^l(p_A) < p_{mod} \text{ e } p^r(p_B) \leq \hat{p}. \tag{2.35}$$

La figura 2.30 mostra una deviazione del partito B in direzione del partito rivale tale da soddisfare la (2.35). Lo spostamento dell'elettore cut-off destro è più ampio rispetto al movimento del partito, in quanto la tolleranza è decrescente e la distanza dal partito aumenta.

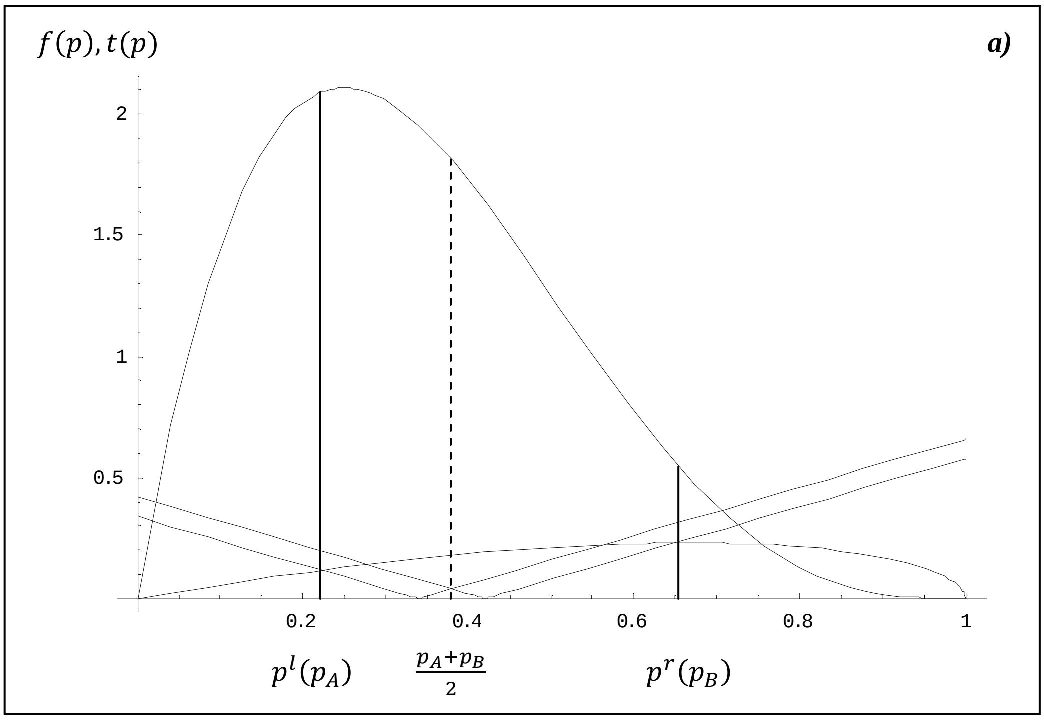
La perdita degli elettori periferici potrebbe essere superiore ai voti guadagnati tra gli elettori interni. Inoltre, il movimento in direzione del partito rivale potrebbe essere costoso anche per il partito A: anche se la tolleranza dell'elettore cut-off aumenta e, dunque, lo spostamento di tale elettore è minore del movimento del partito, gli elettori persi sono così numerosi da superare il guadagno di elettori interni. Tuttavia, non sempre questo si verifica. L'alta tolleranza del proprio elettore cut-off (*effetto tolleranza*) o l'alta densità degli elettori periferici (*effetto densità*) potrebbero essere tali da compensarsi, vale a dire la riduzione della tolleranza del proprio elettore cut-off, in seguito ad un avvicinamento al partito rivale, potrebbe essere più che compensata dall'incremento della densità degli elettori; allo stesso modo l'allontanamento dalle politiche più frequenti tra gli elettori potrebbe essere più che compensato dall'incremento della tolleranza dell'elettore cut-off. Quando i due effetti si compensano le proposte politiche dei partiti, in equilibrio, convergono e la piattaforma comune è la politica dell'elettore mediano locale (proposizione 2.15), altrimenti l'equilibrio potrebbe essere caratterizzato da divergenza politica.

Proposizione 2.16: possibilità di divergenza politica

Sia f una funzione di densità a picco singolo e $t(p)$ la tolleranza ideologica come stabilito dall'assunzione C3, con $\hat{p} > \frac{1}{2}$. Se $({p_A}^*, {p_B}^*)$ è un equilibrio Downsiano e ${p_A}^* \neq {p_B}^*$ allora ${p_A}^* > p_{mod}$ e ${p_B}^*$ è tale che:

$$p^r({p_B}^*) \leq \hat{p}$$

Finché avvicinarsi al rivale è troppo costoso perché la riduzione della tolleranza del proprio elettore cut-off, o l'allontanamento dalle politiche più popolari tra i cittadini, implica una perdita di elettori periferici superiore al guadagno di elettori interni sul partito rivale, l'equilibrio politico può essere caratterizzato da divergenza politica. In caso contrario, se l'effetto tolleranza e densità si compensano, il movimento in direzione del partito rivale non è così costoso da scoraggiare i partiti dallo spingersi l'uno verso l'altro (forza centripeta); l'equilibrio politico prevede la convergenza delle piattaforme elettorali nella politica preferita dall'elettore mediano locale.



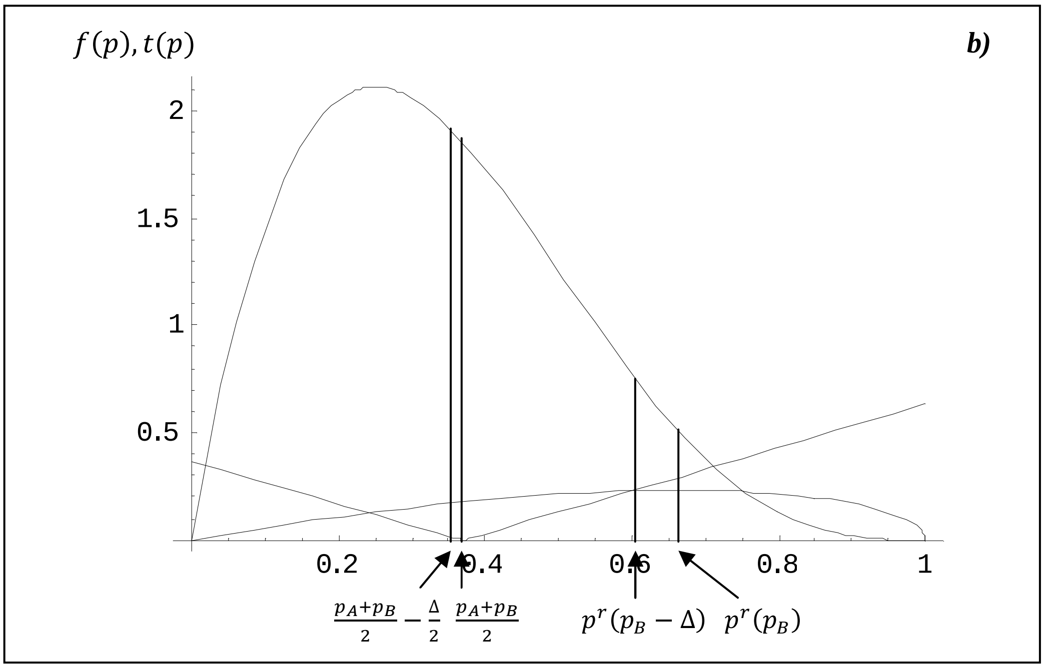


Figura 2.30*:*se $p \sim Beta[2,4]$ *$(\alpha = 2\beta)$* e le proposte politiche dei partiti sono tali che $p^l(p_A) < p_{mode}$ *e* $p^r(p_B) \leq \hat{p}$ ***(a)****;* il partito B non è incentivato ad avvicinarsi al rivale ***(b)****.*

Modello di massimizzazione dei voti

In linea generale, i partiti che mirano a massimizzare la quota dei voti ricevuti tendono a differenziare la proposte politiche in modo tale da catturare più elettori possibili, a meno che la piattaforma comune dell'equilibrio Downsiano di convergenza assicuri una significativa affluenza e allontanarsi da essa permetta di catturare solamente una piccola parte di elettori periferici. Se, in equilibrio, i partiti Downsiani scelgono differenti piattaforme politiche, l'equilibrio Downsiano è multiplo e consiste in quattro profili di strategie: se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano e $p_A{}^* \neq p_B{}^*$, anche i profili di strategie $(p_B{}^*, p_A{}^*), (p_A{}^*, p_A{}^*)$ e $(p_B{}^*, p_B{}^*)$ costituiscono equilibri Downsiani. In base al lemma 2.1 la probabilità di vittoria in equilibrio è ½ perciò, data la proposta politica di equilibrio del rivale, ogni partito è indifferente tra scegliere la stessa politica o una politica differente: in ogni caso vince le elezioni con una probabilità del 50%. L'equilibrio nei voti è consistente se è un equilibrio Downsiano (lemma 2.2), pertanto la coppia di politiche divergenti $(p_A{}^*, p_B{}^*)$, o $(p_B{}^*, p_A{}^*)$, è l'equilibrio nei voti solo se:

i. assegna ad ogni partito l'ammontare massimo di voti rispetto alla convergenza in $p_A{}^*$ o $p_B{}^*$;

ii. nessun partito è incentivato ad allontanarsi ulteriormente l'uno dall'altro.

Analogamente a quanto visto in precedenza per la tolleranza unica o basata sull'ideologia, il criterio di massimizzazione dei voti è consistente, vale a dire rispetta l'ordinamento naturale di preferenza dei partiti, solo se è l'equilibrio Downsiano con la più alta affluenza di elettori e sono soddisfatte determinate condizioni.

2.5 Tolleranza unica e ideologica in una distribuzione bi-modale di elettori

Quando la tolleranza è identica per tutti i cittadini la distribuzione delle politiche ideali, insieme al valore della tolleranza, determina l'equilibrio politico. Se la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo politico è unimodale (a picco singolo) le piattaforme elettorali dei due partiti convergono nella politica preferita dall'elettore centrale che tende a coincidere con la politica dell'elettore mediano (modale) all'aumentare (ridursi) della tolleranza dei cittadini (Llavador, 2000). Nel caso di distribuzioni bi-modali, se i cittadini sono divisi in due gruppi o sub-popolazioni ciascuna delle quali presenta una sua distribuzione ed un elettore modale (picco), l'equilibrio è caratterizzato dalla differenziazione delle piattaforme elettorali solo se i due gruppi sono ugualmente numerosi, altrimenti i partiti risultano attratti dal gruppo relativamente più numeroso e le proposte politiche convergono nell'elettore centrale di tale gruppo (Llavador, 2000). L'assunzione di una tolleranza eterogenea tra gli elettori in funzione della propria politica ideale (tolleranza ideologica) implica che le caratteristiche della funzione di tolleranza e di densità degli elettori determinano congiuntamente l'equilibrio politico. In particolare, se la distribuzione degli elettori è unimodale e le politiche ideali degli elettori più tolleranti sono anche quelle più popolari tra i cittadini, le piattaforme elettorali convergono nella politica dell'elettore mediano locale, che diverge dall'elettore mediano, e in direzione dell'elettore più tollerante. La divergenza politica è, invece, un possibile equilibrio nel caso in cui la regione di politiche tolleranti sia significativamente diversa da quella delle politiche più frequenti. In questo caso un partito si posiziona nelle vicinanze dell'elettore modale e confida, così, nella maggiore numerosità dei propri elettori potenziali; l'altro si colloca invece in prossimità dell'elettore più tollerante e punta sulla maggiore tolleranza (distanza dal partito) del proprio elettore cut-off. Tuttavia, l'alta tolleranza del proprio elettore cut-off (*effetto tolleranza*) e l'alta densità degli elettori periferici (*effetto densità*) potrebbero essere tali da compensarsi, così che le proposte politiche dei partiti, in equilibrio, convergano nella politica ideale dell'elettore mediano locale. Cosa accade invece se la distribuzione degli elettori è bi-modale? Al fine di un confronto diretto con i risultati di Llavador (2000) relativi ad un unico parametro di tolleranza, si consideri la stessa famiglia di distribuzioni bimodali proposta dall'autore: i cittadini sono divisi in due gruppi o sub-popolazioni, il primo dei quali comprende i cittadini posizionati a sinistra della politica centrale $p_i = \frac{1}{2}$, il secondo i cittadini la cui politica ideale è a destra di ½. Ogni sub-popolazione di cittadini è distribuita secondo una funzione triangolare con supporto $[0,1/2]$ e $[1/2,1]$ rispettivamente. La funzione di densità presenta, dunque, due "picchi": m_1 per il primo gruppo e m_2 per il secondo gruppo. Formalmente la funzione di densità è la seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4(1-q)x}{m_1} & 0 \le x \le m_1 \\ \dfrac{4(1-q)\left(\frac{1}{2}-x\right)}{\left(\frac{1}{2}-m_1\right)} & m_1 < x \le \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{4q\left(x-\frac{1}{2}\right)}{\left(m_2-\frac{1}{2}\right)} & \dfrac{1}{2} < x \le m_2 \\ \dfrac{4q(1-x)}{(1-m_2)} & m_2 \le x \le 1 \end{cases} \tag{2.36}$$

dove $q \in [0,1]$ rappresenta il peso relativo del secondo gruppo, ovvero la percentuale di elettori che compongono la seconda sub-popolazione:

$$q = 1 - F\left(\frac{1}{2}\right)$$

Il valore di q e la coppia (m_1, m_2) caratterizzano la distribuzione degli elettori lungo la scala politica. Con distribuzioni bi-triangolari di questo tipo l'equilibrio politico è congiuntamente determinato da almeno tre fattori:

- la numerosità dei due gruppi di elettori (densità), sintetizzata nel parametro q;
- la politica più popolare (moda) in ogni gruppo; formalmente la coppia (m_1, m_2);
- la tolleranza ideologica degli elettori costituita dalla funzione $t: P \to T$, con $T = \left[0, \bar{t}\right]$, e così definita:

$$t(p) = \gamma p^{\alpha}(1-p)^{\beta}$$

dove $\gamma \le 1$ è un fattore di scala e $\alpha, \beta \le 1$ determinano la posizione dell'elettore più tollerante:

$$\hat{p} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

Se $\alpha > \beta$ $(\alpha < \beta)$ l'elettore più tollerante appartiene alla seconda (prima) sub-popolazione; se $\alpha = \beta$ l'elettore più tollerante è invece posizionato al centro dello spazio politico, $\hat{p} = 1/2$.

Le caratteristiche della distribuzione degli elettori e della tolleranza ideologica influenzano il posizionamento strategico dei partiti. Formalmente, la differenziazione delle politiche in equilibrio dipende da tutti i parametri $q, m_1, m_2, \alpha, \beta$:

$$|p_A^* - p_B^*| = h(q, m_1, m_2, \alpha, \beta, \gamma)$$

dove la funzione h esprime la forza centripeta, tale da spingere i partiti l'uno verso l'altro, o centrifuga, per cui i partiti sono incentivati ad allontanarsi l'uno dall'altro: nel primo caso $h'(\cdot) < 0$, nel secondo $h'(\cdot) > 0$. La combinazione di densità e tolleranza degli elettori consente sia di analizzare la *possibilità di divergenza politica* sia di *qualificare il teorema dell'elettore mediano*.

Per semplicità e per un diretto confronto con i risultati relativi ad un unico parametro di tolleranza, assumiamo che la distribuzione di ogni gruppo di elettori sia simmetrica, vale a dire:

$$(m_1, m_2) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$$

Il posizionamento strategico dei partiti è influenzato, dunque, dalla numerosità dei due gruppi (il parametro q) e dalla posizione dell'elettore più tollerante, ovvero dai parametri α e β.

Al fine di individuare la forza centripeta o centrifuga che influenza i partiti, sono state effettuate alcune simulazioni per quattro differenti scenari:

I i due gruppi sono ugualmente numerosi, $q = \frac{1}{2}$, e la tolleranza degli elettori è simmetrica, ovvero $\hat{p} = 1/2$. In particolare la tolleranza ideologica è la seguente:

$$t(p) = 0.8p^{0.8}(1-p)^{0.8}$$

II i due gruppi sono ugualmente numerosi, $q = \frac{1}{2}$, ma la tolleranza è orientata a destra, ovvero gli elettori appartenenti al secondo gruppo sono più tolleranti di quelli del primo gruppo; in particolare, l'elettore più tollerante è $\hat{p} = 2/3$ e la tolleranza ideologica è la seguente:

$$t = p(1-p)^{0.5} \tag{2.37}$$

III l'elettore più tollerante appartiene al secondo gruppo e la tolleranza ideologica è la (2.37); il secondo gruppo è più tollerante del primo ma meno numeroso, ovvero comprende meno del 50% degli elettori totali:

$$q < 0.5$$

IV la seconda sub-popolazione è la più tollerante e la più numerosa: la tolleranza è la (2.37) e:

$$q > 0.5$$

La tabella 1 riporta le simulazioni effettuate per i primi tre scenari, con la funzione di densità (2.36). In particolare, le prime due colonne identificano lo scenario di volta in volta considerato, caratterizzato dal parametro q e dalla posizione dell'elettore più tollerante. La terza colonna stabilisce la combinazione di politiche iniziale (p_A, p_B); la quarta e quinta colonna riportano, rispettivamente, la differenza tra i voti assegnati al partito A ed i voti assegnati al partito B relativamente alla coppia di politiche iniziali e ad una deviazione del partito A $(p_A \to p_A + \Delta)$ in direzione del partito rivale $(\Delta > 0)$, nella direzione opposta $(\Delta < 0)$ e in corrispondenza della politica ideale dell'*elettore mediano locale* p_{ml}, tale che la percentuale di elettori attivi posizionati alla sua sinistra è uguale alla percentuale di elettori attivi a destra, ovvero:

$$\int_{p^l(p_{ml})}^{p_{ml}} f(p)dp = \int_{p_{ml}}^{p^r(p_{ml})} f(p)dp \tag{2.38}$$

dove $p^l(p_{ml})$ e $p^r(p_{ml})$ indicano l'elettore cut-off sinistro e destro, vale a dire gli elettori la cui distanza dal mediano locale coincide con la tolleranza individuale. Formalmente:

$$p^l(p_{ml}): [p_{ml} - p^l(p_{ml})] = t\left(p^l(p_{ml})\right)$$

$$p^r(p_{ml}): [p^r(p_{ml}) - p_{ml}] = t\left(p^r(p_{ml})\right)$$

L'elettore mediano locale è calcolato per ogni scenario ed è riportato nell'ultima colonna della tabella 1. Se con distribuzioni a picco singolo e tolleranza ideologica l'elettore mediano locale esiste ed è unico, con distribuzioni bimodali possono esistere diversi punti p_{ml} che soddisfano la (2.38), oppure nessuno. Quest'ultimo caso si verifica nel terzo scenario con $q < 0.3$. Non potendo testare la forza attrattiva del mediano locale e non ritenendo di particolare interesse il caso in cui il secondo gruppo di elettori comprenda meno del 30% di elettori, si preferisce non considerare tali situazioni.

La tabella 2 riporta le simulazioni effettuate riguardo al quarto scenario, in cui il secondo gruppo di elettori costituisce il più numeroso $(q > 0.5)$ e il più tollerante $(\hat{p} = 2/3)$. In questo caso, poiché i partiti risultano attratti dal secondo gruppo e l'elettore mediano locale è unico, le simulazioni consistono nel verificare l'equilibrio di convergenza nella politica ideale dell'elettore mediano. Pertanto si assume che il partito B scelga la politica dell'elettore mediano locale e si calcola la differenza dei voti associata ad una deviazione del partito A ($p_{ml} \rightarrow p_{ml} + \Delta$) a sinistra ($\Delta < 0$) o a destra ($\Delta > 0$) dell'elettore mediano locale.

Tabella 1: Simulazioni con distribuzioni bi-triangolari e tolleranza ideologica negli scenari I-III

$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{\hat{p}}$	$(\boldsymbol{p_A}, \boldsymbol{p_B})$	$\boldsymbol{D_A}(\boldsymbol{p_A}, \boldsymbol{p_B})$	$\boldsymbol{D_A}(\boldsymbol{p_A} + \Delta, \boldsymbol{p_B})$ $\Delta =$						$\boldsymbol{p_{ml}}$
				0.1	0.2	0.4	$\lvert p_{ml} - p_A \rvert$	-0.1	-0.2	
0.5	**1/2**	(0.25,0.75)	0	-0.051	-0.101	-0.08	$p_{ml} = 0.5$ -0.122	-0.019	-0.025	0.5
		(0.3,0.7)	0	-0.069	-0.091	0	-0.091	-0.083	-0.091	
		(0.5,0.5)	0	0.11	0.136	-0.023	0	0.11	0.136	
0.5	**2/3**	(0.25,0.75)	-0.058	-0.107	-0.143	-0.095	0.016	-0.035	-0.074	0.74
		(0.25,0.74)	-0.057	-0.109	-0.149	-0.108	0	-0.038	-0.080	
0.45	**2/3**	(0.25,0.75)	0.034	-0.023	-0.07	-0.07	p_{ml}=0.74 0.0178 p_{ml}=0.257 0.03	0.06	0.017	0.26 0.74
		(0.26,0.74)	0.031	-0.03	-0.084	-0.078	p_{ml}=0.74 0	0.057	0.014	
		(0.3,0.7)	0.007	-0.06	-0.13	-0.097	p_{ml}=0.74 -0.059	0.046	0.013	
0.4	**2/3**	(0.25,0.75)	0.126	0.06	-0.007	-0.045	p_{ml}=0.735 0.016 p_{ml}=0.27 0.113	0.155	0.108	0.27 0.73
		(0.27,0.27)	0	-0.015	-0.063	-0.129	p_{ml}=0.735 -0.128	-0.248	-0.405	
		(0.25,0.25)	0	0.033	-	-	p_{ml}=0.735	-0.301	-0.444	

					0.025	0.118	-0.127			
		(0.73,0.73)	0	/	/	/	p_{ml}=0.27 0.114	-0.068	-0.065	
		(0.3,0.7)	0.095	0.013	-0.068	-0.077	p_{ml}=0.74 -0.0466	0.138	0.105	
0.3	**2/3**	(0.25,0.75)	0.311	0.228	0.129	0.005	p_{ml}=0.36 0.218 p_{ml}=0.54 0.045 p_{ml}=0.725 0.021	0.344	0.289	0.36 0.54 0.72
		(0.36,0.36)	0	-0.193	-0.22	-0.212	p_{ml}=0.54 -0.217 p_{ml}=0.725 -0.210	0.058	-0.118	
		(0.25,0.25)	0	-0.032	-0.145	-0.237	p_{ml}=0.36 -0.044 p_{ml}=0.54 -0.229 p_{ml}=0.725 -0.312	-0.327	-0.494	

Tabella 2: Simulazioni con distribuzioni bi-triangolari e tolleranza ideologica nello scenario IV							
$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{D_A(p_{ml} + \Delta, p_{ml})}$ $\Delta =$						$\boldsymbol{p_{ml}}$
	-0.1	-0.2	-0.3	-0.4	$p_{ml} + \Delta = 0.25$	$p_{ml} + \Delta = 0.75$	
0.6	-0.169	-0.26	-0.285	-0.275	-0.242	-0.012	0.742
0.7	-0.221	-0.357	-0.424	-0.444	-0.427	-0.008	0.743
0.8	-0.262	-0.447	-0.558	-0.611	-0.612	-0.011	0.746
0.9	-0.299	-0.532	-0.689	-0.777	-0.798	-0.016	0.749
1	-0.342	-0.61	-0.723	-0.844	-0.876	0.014	0.749

Le simulazioni consentono di trarre alcune interessanti conclusioni. In particolare la possibilità di divergenza politica in equilibrio sembra riguardare gli scenari I e III, vale a dire il caso di perfetta simmetria tra le due sub-popolazioni (ogni gruppo comprende il 50 percento degli elettori e la tolleranza ideologica è simmetrica) e il caso di eterogeneità tra i due gruppi per cui il primo si rileva più numeroso, ma meno tollerante dell'altro. Quando ogni sub-popolazione comprende il 50 percento degli elettori e l'elettore più tollerante appartiene al secondo gruppo (II scenario) entrambi i partiti risultano attratti dalla seconda sub-popolazione, così come nel caso in cui il secondo gruppo di elettori sia simultaneamente il più numeroso ed il più tollerante (IV scenario).

Nel primo scenario le due sub-popolazioni di elettori sono ugualmente numerose e l'elettore più tollerante si trova al centro della scala politica. Ogni coppia di proposte politiche simmetriche assegna una probabilità di vittoria del 50 percento. Se i partiti scelgono di posizionarsi presso i due elettori modali, uno spostamento in direzione dell'elettore più tollerante e, perciò, del partito rivale non consente di migliorare la probabilità di vittoria; piuttosto, tale movimento si rileva costoso in quanto provoca la sconfitta elettorale. Se entrambi i partiti sono posizionati al centro, ognuno è incentivato ad allontanarsi e catturare il primo o il secondo gruppo di elettori; esiste, pertanto, una forza centrifuga che spinge i partiti l'uno lontano dall'altro (figura 2.31) e la differenziazione delle politiche proposte in equilibrio è un risultato più che plausibile.

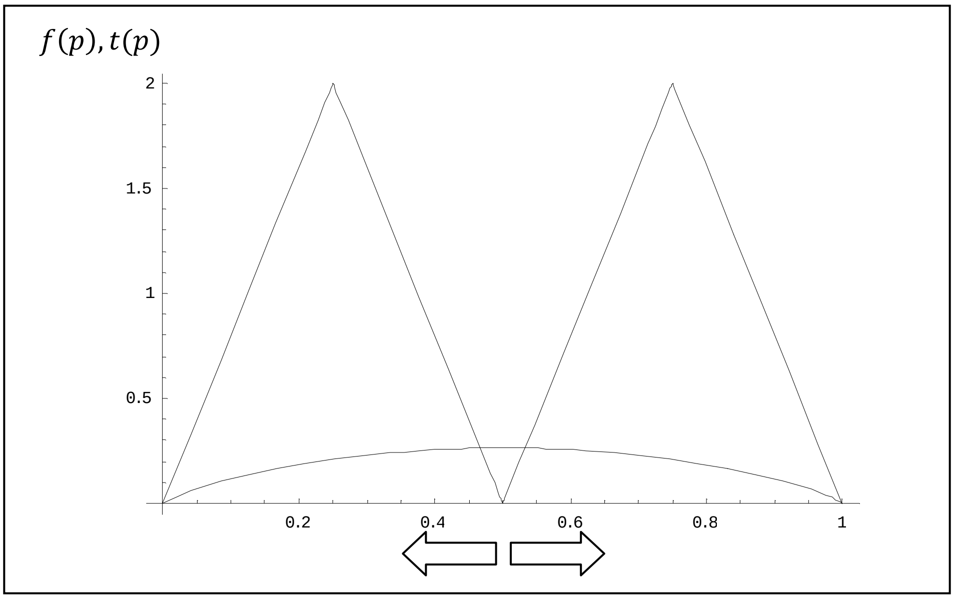


Figura 2.31: I due gruppi sono ugualmente numerosi, $q = \frac{1}{2}$, e la tolleranza degli elettori è simmetrica, ovvero $\hat{p} = 1/2$ (I scenario). Possibilità di divergenza politica.

Nel secondo scenario, sebbene la numerosità delle due sub-popolazioni sia identica, i partiti risultano attratti dal secondo gruppo di politiche, in quanto più tollerante rispetto al primo. In corrispondenza della coppia:

$$(p_A, p_B) = \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$$

il partito B si aggiudica la vittoria elettorale in quanto, data la più alta tolleranza dei suoi elettori potenziali, riesce a catturare una frazione maggiore di elettori rispetto al partito rivale. Pertanto il secondo gruppo di elettori esercita una forza attrattiva per entrambi i partiti (figura 2.32); inoltre, allontanarsi dall'elettore mediano locale si rileva dannoso sia per piccoli che per ampi movimenti.

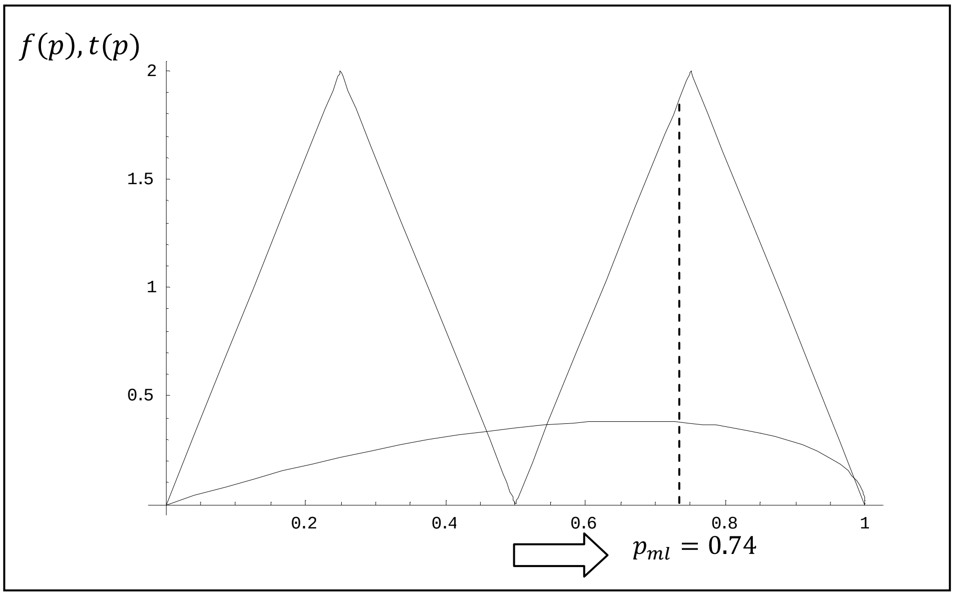
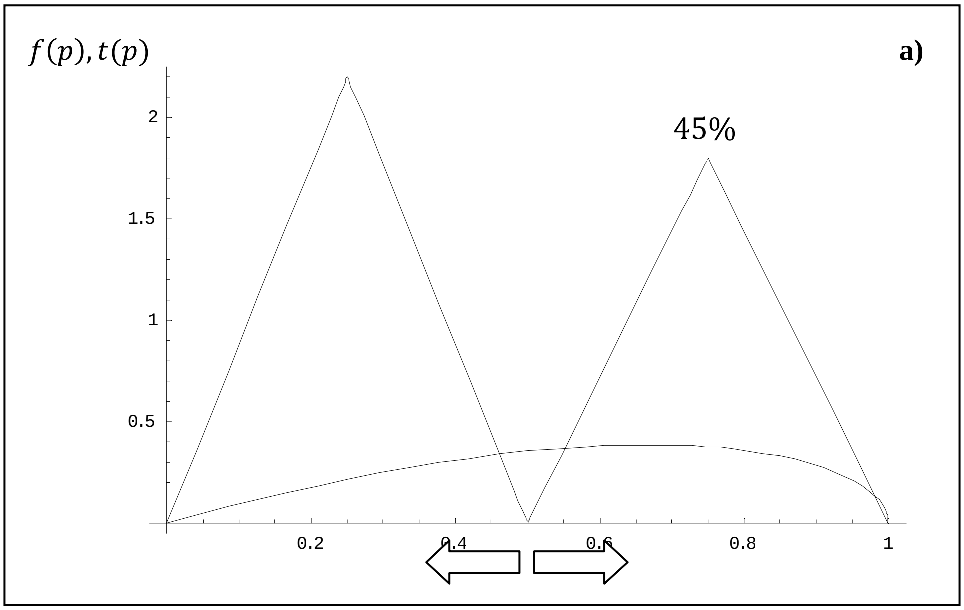


Figura 2.32: I due gruppi sono ugualmente numerosi, $q = \frac{1}{2}$, ma la tolleranza ideologica è orientata a destra, $\hat{p} = 2/3$ (II scenario). Convergenza politica nel secondo gruppo di elettori. La linea tratteggiata indica l'elettore mediano locale.

Il terzo scenario è caratterizzato dalla eterogeneità dei due gruppi, il primo dei quali si presenta più numeroso ma meno tollerante dell'altro. Partendo da una situazione iniziale in cui i partiti annunciano le politiche dei due elettori modali, la vittoria elettorale è assegnata al partito collocato nel primo gruppo di elettori che cattura una quota di voti tanto più ampia quanto più alta è la numerosità di tale sub-popolazione. Il vantaggio relativo di un movimento in direzione del secondo gruppo di elettori si riduce all'aumentare di q: se la seconda sub-popolazione comprende solo il 30 percento di elettori qualunque movimento in direzione del partito rivale consente di incrementare il margine di voti, mentre se il primo gruppo rappresenta il 60 percento degli elettori totali il partito può ancora aggiudicarsi la vittoria solo se il movimento è molto contenuto, altrimenti risulta costoso a tal punto da provocare la sconfitta elettorale. Se il partito rivale è posizionato nelle vicinanze dell'elettore modale del secondo gruppo è in grado di catturare un'ampia quota di voti nella seconda sub-popolazione, poiché comprende elettori particolarmente tolleranti/accomodanti. Avvicinarsi a tale piattaforma risulta costoso in quanto l'incremento della tolleranza dei propri elettori potenziali non riesce a compensare la perdita di elettori nel primo gruppo. Piuttosto, il partito collocato all'interno della prima sub-popolazione di elettori può sfruttarne la maggiore numerosità. Quando l'avversario sceglie una politica nel secondo gruppo, il partito può puntare sulla maggiore popolarità delle politiche orientate a sinistra. Tuttavia, partendo da proposte politiche simmetriche e collocate nelle vicinanze dei due elettori modali, il guadagno relativo ottenuto da un movimento in direzione del gruppo di elettori più numeroso si presenta differente a seconda del valore di q. In particolare, se la coppia di politiche è :

$$(p_A, p_B) = (0.3, 0.7)$$

il partito A si aggiudica la vittoria elettorale con un margine di voti decrescente all'aumentare della numerosità del secondo gruppo; inoltre, un ulteriore spostamento in direzione dell'elettore modale del primo gruppo arreca un beneficio via via inferiore. Ciò lascia supporre che, se la percentuale di elettori nel primo gruppo non è troppo elevata ($q \geq 0.45$) possa esistere una coppia di politiche in un intorno di $(p_A, p_B) = (0.3, 0.7)$ tali da attribuire una probabilità di vittoria pari a ½ e da cui nessuno dei due partiti sia incentivato ad allontanarvi (figura 2.33-a). Quando invece la maggioranza degli elettori ha una politica ideale orientata a sinistra ($q = 0.4$) il primo gruppo attrae entrambi i partiti: la maggiore tolleranza degli elettori appartenenti alla seconda sub-popolazione non è sufficiente a compensarne la minore numerosità; proporre una politica all'interno del secondo gruppo è rischioso in quanto, sebbene catturi gli elettori più tolleranti, non può vincere contro una politica del primo gruppo. L'equilibrio politico è dunque caratterizzato dalla convergenza delle politiche annunciate dai partiti e la piattaforma comune è verosimilmente l'elettore mediano locale appartenente al primo gruppo, vale a dire $p_{ml} = 0.27$ (figura 2.33-b).



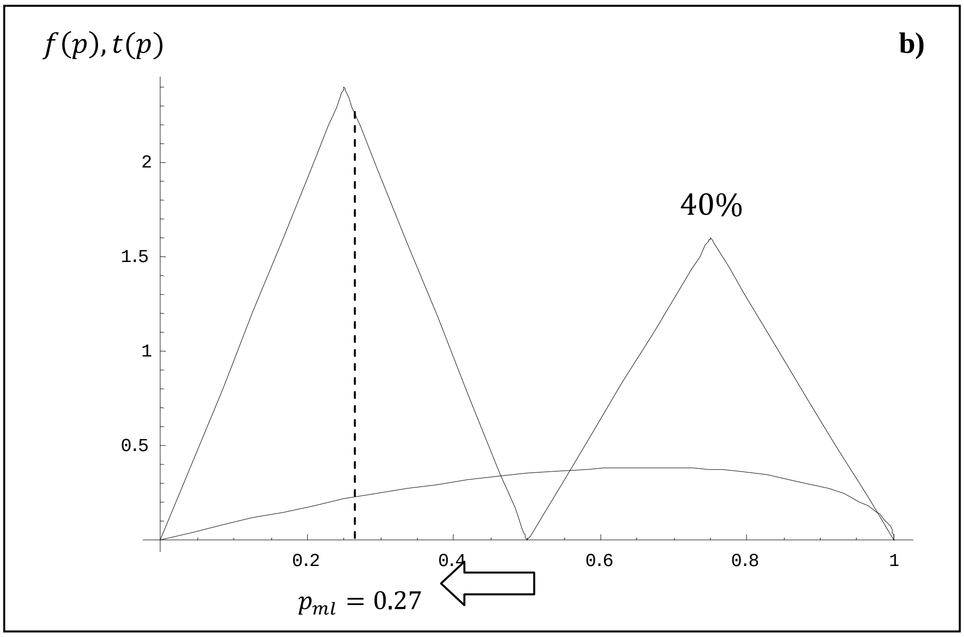


Figura 2.33: Il secondo gruppo è più tollerante del primo ($\hat{p} = 2/3$) ma meno numeroso (III scenario). Possibilità di divergenza politica se il secondo gruppo comprende il 45% di elettori, $q = 0.45$ (figura 2.33-a); convergenza politica nel primo gruppo di elettori se, invece, $q = 0.4$ (figura 2.33-b). La linea tratteggiata indica l'elettore mediano locale del primo gruppo.

Quando il secondo gruppo di elettori è simultaneamente il più numeroso ed il più tollerante (IV scenario) entrambi i partiti mirano a catturare tali elettori (figura 2.34). Le simulazioni riportate nella tabella 2 evidenziano come allontanarsi dall'elettore mediano locale risulti sistematicamente costoso, a meno che tutti gli elettori appartengano al secondo gruppo. In questo caso entrambi i partiti sono attratti dalla politica preferita dall'elettore modale. Inoltre, si noti come l'elettore mediano locale sia unico e tenda alla moda all'aumentare della percentuale di elettori del secondo gruppo.

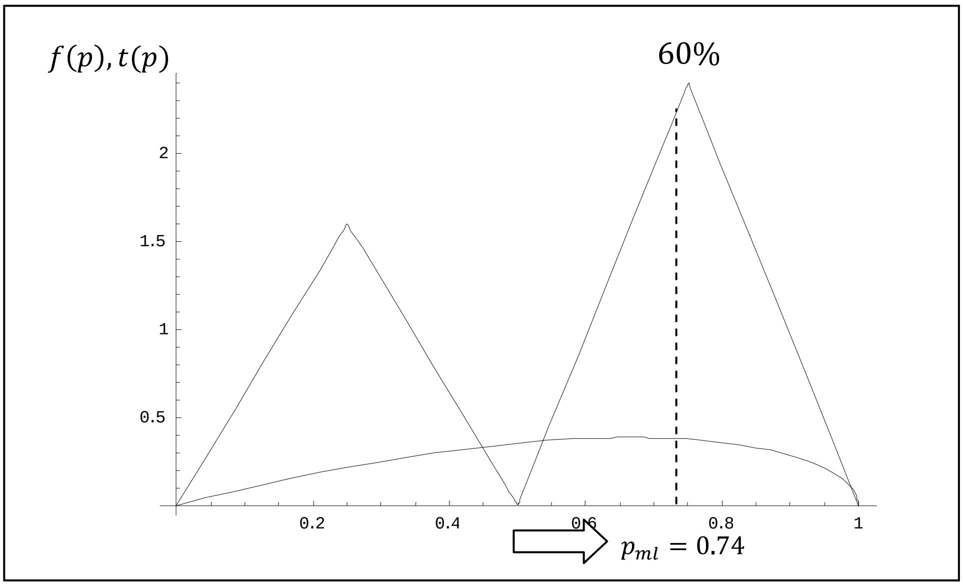


Figura 2.34: La seconda sub-popolazione è la più numerosa e la tolleranza ideologica è orientata a destra, $\hat{p} = 2/3$ (IV scenario). Convergenza politica nel secondo gruppo di elettori. La linea tratteggiata indica l'elettore mediano locale.

Il posizionamento strategico dei partiti risulta influenzato sia dalla densità degli elettori all'interno dei due gruppi, sia dal livello di tolleranza individuale. Si consideri il caso in cui la popolazione dei cittadini si distribuisca equamente tra i due gruppi, ovvero ogni sub-popolazione comprenda l'esatta metà degli elettori. Le piattaforme elettorali in equilibrio dipendono dalle caratteristiche della tolleranza ideologica. In altre parole, a parità di densità di elettori, la tolleranza determina le piattaforme elettorali in equilibrio: se l'elettore più tollerante è posizionato al centro della scala politica (tolleranza simmetrica) i partiti scelgono politiche appartenenti a gruppi diversi; se invece la tolleranza è orientata a destra, ovvero l'elettore più tollerante è nella seconda sub-popolazione, entrambi i partiti mirano a catturare il secondo gruppo di elettori, pertanto le posizioni programmatiche convergono e la piattaforma comune è la politica preferita dall'elettore mediano locale, collocato in prossimità dell'elettore modale. Si consideri il caso in cui la tolleranza sia identica tra i cittadini (Llavador, 2000). I partiti differenziano le proposte politiche solo se i due gruppi di elettori sono ugualmente numerosi, altrimenti entrambi scelgono di catturare gli elettori del gruppo più numeroso. Se invece la tolleranza è ideologica e l'elettore più tollerante appartiene alla seconda sub-popolazione esiste la possibilità di differenziazione delle politiche annunciate solo se la numerosità dei due gruppi di elettori è sufficientemente omogenea; in caso contrario entrambi i partiti mirano a catturare gli elettori del gruppo più numeroso e le piattaforme elettorali convergono nella politica preferita dall'elettore mediano locale. Ciò significa che, a parità di tolleranza dei cittadini, la densità degli elettori, vale a dire il peso relativo dei due gruppi, influenza il posizionamento strategico dei partiti.

La tabella 3 riassume le principali conclusioni ed effettua una comparazione con i risultati ottenuti da Llavador (2000) con un unico valore della tolleranza.

Tabella 3: Tolleranza unica e ideologica nella distribuzione bi-triangolare		
$\boldsymbol{q}$	$\boldsymbol{t(p_i)}$	**In equilibrio…**
$\frac{1}{2}$	$t(p_i) = t \; \forall \; p_i \in P$	$p_A^* \neq p_B^*$ (Llavador, 2000)
$> \frac{1}{2}$	$t(p_i) = t \; \forall \; p_i \in P$	$p_A^* = p_B^* = p^*$ con $p^* = m_1$ (Llavador, 2000)
$< \frac{1}{2}$	$t(p_i) = t \; \forall \; p_i \in P$	$p_A^* = p_B^* = p^*$ con $p^* = m_2$ (Llavador, 2000)
$\frac{1}{2}$	$t(p_i) = \gamma {p_i}^{\alpha}(1-p_i)^{\beta}$ $\hat{p} = 1/2$	$p_A^* \neq p_B^*$
$\frac{1}{2}$	$t(p_i) = \gamma {p_i}^{\alpha}(1-p_i)^{\beta}$ $\hat{p} = 2/3$	$p_A^* = p_B^* = p^*$ con $p^* \cong m_2$
$< \frac{1}{2}$	$t(p_i) = \gamma {p_i}^{\alpha}(1-p_i)^{\beta}$ $\hat{p} = 2/3$	$\begin{cases} p_A^* \neq p_B^* \; se \; 0.45 \leq q < 0.5 \\ p_A^* = p_B^* = p^* \; con \; p^* \cong m_1 \; altrimenti \end{cases}$
$> \frac{1}{2}$	$t(p_i) = \gamma {p_i}^{\alpha}(1-p_i)^{\beta}$ $\hat{p} = 2/3$	$p_A^* = p_B^* = p^*$ con $p^* \cong m_2$

In generale, la considerazione di una tolleranza eterogenea tra i cittadini e dipendente dalla politica ideale dell'individuo conferma la forza attrattiva che il gruppo di elettori relativamente più numeroso esercita sui due partiti. La densità degli elettori gioca un ruolo rilevante nel posizionamento strategico. Tuttavia, la tolleranza è altrettanto importante sia nell'incentivare i partiti ad assumere posizioni programmatiche differenti, sia nella determinazione della piattaforma comune di equilibrio, nel caso di convergenza delle politiche. In particolare:

- se la densità e la tolleranza degli elettori sono entrambe orientate a destra i partiti risultano attratti dal secondo gruppo di politiche;
- se la tolleranza è orientata a destra ma la maggioranza degli elettori è collocata a sinistra, esiste la possibilità di divergenza politica solo se il divario numerico tra i due gruppi è contenuto, altrimenti entrambi i partiti si muovono in direzione del gruppo relativamente più numeroso;
- se la tolleranza e la densità degli elettori sono entrambe simmetriche rispetto al centro, i partiti assumono posizioni differenti e simmetriche.

Infine, nel caso di convergenza politica, la piattaforma comune di equilibrio è determinata congiuntamente dalle caratteristiche della tolleranza ideologica e della funzione di densità.

2.5 Conclusioni

Il presente lavoro analizza l'influenza delle decisioni di partecipazione/astensione al voto sul posizionamento strategico dei partiti quando i cittadini scelgono di votare il partito preferito (il più vicino) solo se non è *troppo distante*, ovvero se la distanza tra la proposta politica del partito e la politica ideale del cittadino è inferiore ad un determinato valore soglia (la tolleranza); in caso contrario, il cittadino si astiene per alienazione. Il parametro di tolleranza e la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche giocano un ruolo determinante ai fini dell'equilibrio politico. Il lavoro mira ad esaminare la possibilità di divergenza politica, vale a dire di differenziazione delle politiche proposte dai (due) partiti, e ad indagare, nel caso di convergenza delle politiche annunciate, sulla relazione intercorrente tra la piattaforma comune e la politica preferita dall'elettore mediano, ai fini di una qualificazione del ben noto teorema dell'elettore mediano (Downs, 1957).

In linea con la letteratura rilevante sull'astensionismo per alienazione in modelli di competizione politica spaziale *à la* Downs (Llavador, 2000) si assume inizialmente che la tolleranza sia uguale per tutti i cittadini. L'equilibrio politico può essere caratterizzato da divergenza politica solo se gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo lo spazio politico.

In questo caso esiste un'intera regione di politiche di equilibrio, all'interno della quale qualunque combinazione di proposte politiche costituisce un equilibrio Downsiano. Se, invece, la distribuzione degli elettori è a picco singolo (*single-peaked*) subentra una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro così che, in equilibrio, le proposte politiche convergono in un'unica piattaforma. Infatti, poiché la tolleranza è costante, ogni partito ottiene gli elettori collocati entro un raggio t dalla sua posizione e, pertanto, si muove strategicamente in direzione delle politiche con più alta densità di elettori, al fine di catturare quanti più elettori possibili rispetto al rivale. La piattaforma comune è la politica preferita dall'*elettore centrale* (come in Llavador, 2000) che, in generale, differisce dalla politica dell'elettore mediano a meno che la distribuzione degli elettori sia simmetrica, oppure asimmetrica ma con la tolleranza dei cittadini sufficientemente elevata.

Successivamente si rimuove l'assunzione di un'unica tolleranza tra i cittadini, introducendo la tolleranza ideologica, vale a dire la tolleranza in funzione della politica ideale. Formalmente, la tolleranza del cittadino i-esimo dipende dalla sua politica ideale p_i:

$$t_i = t(p_i)$$

Si introduce inizialmente una forma semplificata di tolleranza ideologica, che può assumere due possibili valori secondo il gruppo di appartenenza del cittadino: la popolazione degli elettori è suddivisa in due gruppi a cui è associata una determinata tolleranza; in particolare, il gruppo degli elettori moderati/tolleranti (centrali e con alta tolleranza) ed il gruppo degli elettori estremisti/critici (periferici e con bassa tolleranza). In questo contesto, una distribuzione di elettori uniforme implica una molteplicità di equilibri Downsiani, all'interno di una regione di politiche relative agli elettori moderati/tolleranti; inoltre, tutti gli elettori critici si astengono. Se, con una distribuzione di elettori uniforme, l'equilibrio politico può essere caratterizzato da divergenza politica, una distribuzione a picco singolo provoca inevitabilmente la convergenza delle proposte politiche annunciate. La piattaforma comune è, di fatto, la politica preferita dall'*elettore mediano locale* che appartiene al gruppo di elettori tolleranti e, a seconda dei casi, è posizionato nella regione centrale (politica centrale) o periferica (politica centrale locale). Poiché la forza centripeta caratterizza il posizionamento strategico dei partiti, come nel caso di un'unica tolleranza tra i cittadini, si deduce che la principale causa della convergenza politica sia nella costante tolleranza di almeno uno dei due *elettori cut-off*, ovvero gli elettori la cui distanza dal partito preferito eguaglia la propria tolleranza. In altre parole, la distanza tra il partito e l'elettore cut-off non muta al variare della posizione del partito, pertanto avvicinarsi al partito rivale comporta uno spostamento del proprio elettore cut-off che, tuttavia, è identico allo spostamento del partito. Muoversi in direzione del partito rivale è, in ogni caso, vantaggioso: il partito con elettore cut-off critico si avvicina in modo tale da compensare il basso livello di tolleranza del proprio elettore cut-off con la sua alta densità (*effetto compensativo*); il partito con elettore tollerante si avvicina poiché sfrutta a proprio vantaggio l'alto livello di tolleranza dell'elettore cut-off (*effetto strategico*). Dunque, se la distanza tra un partito ed il proprio elettore cut-off è costante, e questo vale per almeno uno dei (due) partiti, l'equilibrio politico Downsiano è unico e caratterizzato da completa convergenza delle piattaforme elettorali.

Infine, si considera il caso più generale di una tolleranza ideologica come funzione continua delle politiche. Si assume che gli elettori moderati siano più tolleranti degli elettori estremisti[69] e, in particolare, che la tolleranza aumenti (diminuisca) a sinistra di (destra di):

$$p = \hat{p}$$

che identifica l'elettore più tollerante. Con elettori uniformemente distribuiti, le proposte politiche dei partiti convergono in un punto in cui la tolleranza degli elettori cut-off è identica. In particolare, la piattaforma comune è orientata a sinistra (destra) se la tolleranza è orientata a sinistra (a destra). Un caso speciale si verifica in presenza di una tolleranza ideologica simmetrica, ovvero l'elettore più tollerante è posizionato al centro e, data la distribuzione uniforme dei cittadini, coincide con l'elettore mediano: l'unica politica che soddisfa le condizioni di equilibrio è $\hat{p} = p_{med} = 1/2$. Il teorema dell'elettore mediano può essere, dunque, interpretato come un caso particolare: se gli elettori sono uniformemente distribuiti lungo l'intervallo di politiche, le piattaforme elettorali scelte dai partiti coincidono e la politica comune è quella preferita dall'elettore mediano solo se è anche l'elettore più tollerante.

Estendendo l'analisi alle distribuzioni degli elettori a picco singolo, si rileva come le caratteristiche della tolleranza ideologica e della densità degli elettori determinino congiuntamente l'equilibrio politico. La combinazione tra densità e tolleranza degli elettori consente di analizzare sia la *possibilità di divergenza politica* sia di *qualificare il teorema dell'elettore mediano*. Quando le politiche ideali degli elettori più tolleranti sono anche quelle più frequenti tra i cittadini le piattaforme elettorali convergono nella politica dell'elettore

[69] Tale assunzione è coerente con l'evidenza empirica. A proposito dell'astensionismo nelle elezioni Presidenziali del 2002 in Brasile, Katz (2007) osserva che "l'incidenza relativa di alienazione e indifferenza sull'astensionismo varia in base alla posizione ideologica dei cittadini. Mentre, per i cittadini situati agli estremi della scala ideologica, la propensione all'astensione è principalmente guidata dall'alienazione e cresce all'aumentare della distanza dal candidato più vicino, l'indifferenza è la fonte predominante dell'astensione tra gli elettori più centrali". Adams, Dow e Merrill (2006) studiano l'astensione per indifferenza e alienazione nelle elezioni Presidenziali americane 1980–1988 e rilevano che "le tendenze dei cittadini ad astenersi per alienazione sono fortemente legate alle distanze politiche percepite dai candidati. Tra i cittadini sostenitori del partito Repubblicano la propensione ad astenersi per alienazione passa dal 30% circa per coloro che condividono il posizionamento ideologico del candidato George H. W. Bush a oltre il 60% per i cittadini più liberali e distanti da Bush".

mediano locale, che diverge dall'elettore mediano, e in direzione dell'elettore più tollerante, a meno che non valga la seguente condizione:

$$F\big(p^r(p_{med})\big) = 1 - F\Big(p^l(p_{med})\Big)$$

In questo caso la piattaforma comune coincide con la politica ideale dell'elettore mediano.
La divergenza politica è, invece, un possibile equilibrio nel caso in cui la regione di politiche tolleranti è significativamente diversa da quella delle politiche più popolari tra i cittadini; in questo caso un partito si posiziona nelle vicinanze dell'elettore modale e l'altro in prossimità dell'elettore più tollerante. La divergenza politica è un equilibrio solo se il movimento in direzione del partito rivale è così costoso, in termini di perdita di elettori, da ridurre la probabilità di vittoria. Avvicinarsi al partito rivale è costoso per il partito con l'elettore cut-off più tollerante solo se lo spostamento di quest'ultimo è più ampio rispetto al movimento del partito così che la perdita degli elettori periferici è superiore ai voti guadagnati tra gli elettori interni. Il movimento in direzione del rivale è costoso anche per il partito che cattura gli elettori più numerosi: anche se la tolleranza dell'elettore cut-off aumenta e, dunque, lo spostamento di tale elettore è minore del movimento del partito, gli elettori persi sono così numerosi da superare il guadagno di elettori interni. In questo caso, muoversi in direzione del partito rivale non consente di migliorare la probabilità di vittoria ed i partiti mantengono posizioni differenti. Tuttavia, non sempre questo si verifica. L'alta tolleranza del proprio elettore cut-off (*effetto tolleranza*) o l'alta densità degli elettori periferici (*effetto densità*) potrebbero essere tali da compensarsi, vale a dire la riduzione della tolleranza del proprio elettore cut-off, in seguito ad un avvicinamento al partito rivale, potrebbe essere più che compensata dall'incremento della densità degli elettori; allo stesso modo l'allontanamento dalle politiche più frequenti tra gli elettori potrebbe essere più che compensato dall'incremento della tolleranza dell'elettore cut-off. Quando i due effetti si compensano le proposte politiche dei partiti, in equilibrio, convergono e la piattaforma comune è la politica dell'elettore mediano locale.
Al fine di un confronto diretto con i risultati ottenuti da Llavador (2000) relativi ad un unico parametro di tolleranza, l'analisi dell'influenza della tolleranza ideologica sul posizionamento strategico dei partiti si estende alle distribuzioni bi-modali, in base alle quali l'elettorato è suddiviso in due gruppi a seconda dell'orientamento politico (di sinistra o di destra) ed ogni sub-popolazione di cittadini è distribuita secondo una funzione triangolare simmetrica. L'effetto congiunto di tolleranza e densità, ovvero l'orientamento della tolleranza ideologica e la numerosità relativa dei due gruppi di elettori, determina la forza centripeta o centrifuga che

caratterizza il posizionamento strategico dei partiti. Le caratteristiche della tolleranza dei cittadini ed il peso relativo dei due gruppi di elettori costituiscono i fattori determinanti della possibilità di divergenza politica e, nel caso di convergenza politica, della piattaforma comune. Mentre, nel caso in cui la tolleranza sia identica tra i cittadini (Llavador, 2000), i partiti differenziano le proposte politiche solo se l'elettorato si ripartisce equamente tra i due gruppi, altrimenti entrambi scelgono di catturare gli elettori del gruppo più numeroso, quando la tolleranza è ideologica la possibilità di divergenza politica si riscontra sia nel caso di gruppi di elettori ugualmente numerosi e tolleranza simmetrica, sia quando la tolleranza è orientata a destra ma la maggioranza degli elettori è collocata a sinistra. Tuttavia, ciò si verifica solo il divario numerico tra i due gruppi è contenuto, altrimenti entrambi i partiti si muovono in direzione del gruppo relativamente più numeroso. Dall'altro lato, quando i due gruppi sono ugualmente numerosi e la tolleranza è orientata a destra i partiti risultano attratti dal secondo gruppo di elettori, così come quando quest'ultimo rappresenta simultaneamente il gruppo più numeroso e più tollerante. Nel caso di convergenza politica, la piattaforma comune è verosimilmente la politica preferita dall'elettore mediano locale la cui posizione dipende dalle caratteristiche della tolleranza ideologica e dalla numerosità relativa delle due sub-popolazioni: quando la densità e la tolleranza sono entrambe orientate a destra l'elettore mediano locale tende alla moda all'aumentare della percentuale di elettori del secondo gruppo; quando la tolleranza è orientata a destra ma il secondo gruppo di elettori è meno numeroso dell'altro, l'elettore mediano locale si trova a destra della politica modale della prima sub-popolazione; quando la popolazione dei cittadini si distribuisce equamente tra i due gruppi e la tolleranza ideologica è orientata a destra l'elettore mediano locale è collocato a sinistra della politica modale del secondo gruppo di cittadini.

Infine, il lavoro stabilisce quando, e per quali condizioni, il criterio di massimizzazione dei voti è consistente, cioè quando assumere partiti che massimizzano l'ammontare dei voti, anziché la probabilità di vittoria, comporta un equilibrio politico coerente con l'ordinamento di preferenza "naturale" di una competizione elettorale, in base al quale ogni partito preferisce vincere piuttosto che pareggiare e pareggiare piuttosto che perdere (Osborne, 1995). In generale, l'equilibrio politico relativo ai partiti che massimizzano i voti ricevuti (equilibrio nei voti) è consistente solo se costituisce anche un equilibrio Downsiano, vale a dire un equilibrio per partiti che mirano esclusivamente alla vittoria elettorale. Pertanto, se l'equilibrio Downsiano è unico, il criterio di massimizzazione dei voti ha "senso" solo se comporta tale equilibrio; nel caso di equilibri Downsiani multipli, l’equilibrio nei voti consistente è l’equilibrio Downsiano con la massima affluenza di elettori.

APPENDICE

Lemma 2.3-Dimostrazione

- $t < \frac{1}{4}$

  Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ l'equilibrio nei voti, con:

  $$(p_B{}^* - p_A{}^*) < 2t$$

  Se $p_B{}^* \geq 1 - t$ la proposta politica del partito A si trova a destra di t, altrimenti a sinistra. Si consideri il caso in cui $p_A{}^* \geq t$. In equilibrio nessun partito può incrementare i voti ricevuti cambiando strategia. Formalmente:

  $$V_A(p_A{}', p_B{}^*) \leq V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)\ \forall\ p_A{}' \in P$$
  $$V_B(p_A{}^*, p_B{}') \leq V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)\ \forall\ p_B{}' \in P$$

  dove:

  $$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \frac{(p_B{}^* - p_A{}^*)}{2} + t$$

  Supponiamo che il partito A cambi la propria posizione in $p_A{}'$, tale che:

  $$(p_B{}^* - p_A{}') = 2t$$

  Poiché:

  $$V_A(p_A{}', p_B{}^*) = 2t > V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)$$

  la deviazione è vantaggiosa; ciò contraddice l'assunzione iniziale che la coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ sia un equilibrio. Inoltre, è facile notare come $V_A(p_A{}', p_B{}^*) = 2t$ per ogni:

  $$t \leq p_A{}' \leq p_B{}^* - 2t$$

  Si consideri ora il caso $p_A{}^* \geq t$. Poiché $t < \frac{1}{4}$ e la distanza tra i due partiti è inferiore a $2t$, la proposta politica del partito B si trova a sinistra di $1 - t$; i voti assegnati al partito B sono:

  $$V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = \frac{(p_B{}^* - p_A{}^*)}{2} + t.$$

  Uno spostamento in $p_B{}'$, tale che:

  $$(p_B{}' - p_A{}^*) = 2t$$

  è vantaggioso:

  $$V_B(p_A{}', p_B{}^*) = 2t > V_B(p_A{}^*, p_B{}^*).$$

  e ciò contraddice l'ipotesi iniziale che $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ sia un equilibrio. Dunque, la coppia di politiche che soddisfa la condizione di equilibrio deve essere tale che:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) \geq 2t$$

Infatti, avvicinarsi al partito rivale riduce i voti ottenuti, mentre allontanarsi non aumenta né riduce l'ammontare dei voti:

$$V_A(p_A{}', p_B{}^*) = 2t = V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) \quad \forall\, p_A{}' \in [t, p_B{}^* - 2t]$$

così come:

$$V_B(p_A{}^*, p_B{}') = 2t = V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) \quad \forall\, p_B{}' \in [p_A{}^* + 2t, 1 - t]$$

- $t \geq \frac{1}{4}$

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ l'equilibrio nei voti con:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$$

Poiché l'intervallo di politiche è $[0,1]$ la distanza massima del partito A dal partito B è pari a $p_B{}^*$, pertanto deve verificarsi che:

$$2t < p_B{}^*$$

Se $t \geq \frac{1}{3}$ il punto $2t$ si trova a destra di $(1 - t)$ e, dunque:

$$p_B{}^* \geq 1 - t$$

Inoltre, il partito A è a sinistra di t; infatti:

$$p_A{}^* < p_B{}^* - 2t.$$

e il punto $p_B{}^* - 2t$ è a sinistra di t. Pertanto, essendo $t \geq \frac{1}{3}$, la coppia di politiche è necessariamente:

$$p_A{}^* < t$$

e

$$p_B{}^* \geq 1 - t$$

I voti assegnati a ciascun partito sono:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = p_A{}^* + t$$
$$V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = 1 - (p_B{}^* - t)$$

Supponiamo che il partito A sposti la propria proposta politica nel punto $p_A{}' \leq t$ tale che:

$$(p_B{}^* - p_A{}') \leq 2t$$

I voti nella nuova situazione sono:

$$V_A(p_A{}', p_B{}^*) = \frac{p_B{}^* + p_A{}'}{2}$$

e la deviazione è vantaggiosa solo se $V_A(p_A{}', p_B{}^*) > V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)$, vale a dire se:

$$\frac{p_B{}^* + p_A{}'}{2} > p_A{}^* + t$$

che è agevole riscrivere come:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) + (p_A{}' - p_A{}^*) > 2t$$

Dato che $(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$ e $p_A{}' > p_A{}^*$ la deviazione si rileva vantaggiosa e, perciò, la coppia di politiche iniziali non può costituire un equilibrio nei voti.

Si consideri ora il caso in cui $t \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$. Se $p_B{}^* < 1 - t$ il partito A deve trovarsi a sinistra di t, affinché la distanza tra i due partiti sia superiore a $2t$. Infatti il punto $p_B{}^* - 2t$ è a sinistra di t, perciò:

$$p_B{}^* - 2t < 1 - 3t$$

Dunque, poiché $t \geq \frac{1}{4}$, il fatto che $p_B{}^*$ sia a sinistra di $1 - t$ implica che $p_A{}^*$ sia a sinistra di t. Di nuovo, il partito A può convenientemente spostarsi in un punto $p_A{}' \leq t$ tale che:

$$(p_B{}^* - p_A{}') \leq 2t$$

Se $p_B{}^* > 1 - t$, invece, la proposta politica del partito può essere a sinistra così come a destra di t. Il partito B può aumentare i propri voti spostandosi in $p_B{}' \leq 1 - t$ tale che $(p_B{}' - p_A{}^*) \leq 2t$. Infatti:

$$V_B(p_A{}^*, p_B{}') = 1 - \frac{p_B{}' + p_A{}^*}{2}$$

e la deviazione è vantaggiosa solo se $V_B(p_A{}^*, p_B{}') > V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)$, vale a dire se:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) + (p_B{}^* - p_A{}') > 2t.$$

Poiché $(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$ e $p_B{}' < p_B{}^*$ il partito B è incentivato a cambiare la propria posizione, contraddicendo l'assunzione iniziale di equilibrio.

Proposizione 2.2-Dimostrazione

Il calcolo dei voti assegnati ai partiti a seconda delle posizioni assunte lungo l'intervallo politico consente di determinare le funzioni di reazione di ogni partito.

$$V_A(p_A; p_B \geq 3t) = \begin{cases} p_A + t & per \;\; p_A < t \\ 2t & per \;\; t \leq p_A < p_B - 2t \\ \frac{p_A + p_B}{2} - (p_A - t) & per \;\; p_A \geq p_B - 2t \end{cases}$$

$$V_A(p_A; p_B < 3t) = \begin{cases} p_A + t & per\ \ p_A < p_B - 2t \\ \frac{p_A+p_B}{2} & per\ \ p_B - 2t \le p_A < t \\ \frac{p_A+p_B}{2} - (p_A - t) & per\ \ p_A \ge t \end{cases}$$

$$V_B(p_B; p_A > 1 - 3t) = \begin{cases} p_B + t - \frac{p_A+p_B}{2} & per\ \ p_B \le 1 - t \\ 1 - \frac{p_A+p_B}{2} & per\ \ 1 - t < p_B < p_A + 2t \\ 1 - (p_B - t) & per\ \ p_B \ge p_A + 2t \end{cases}$$

$$V_B(p_B; p_A \le 1 - 3t) = \begin{cases} p_B + t - \frac{p_A+p_B}{2} & per\ \ p_B \le p_A + 2t \\ 2t & per\ \ p_A + 2t < p_B < 1 - t \\ 1 - (p_B - t) & per\ \ p_B \ge 1 - t \end{cases}$$

La funzione di reazione del partito A (B) si ottiene derivando V_A (V_B) rispetto alla variabile decisionale $p_A(p_B)$, data la proposta politica del partito rivale p_B (p_A), e calcolando la miglior risposta del partito A (B) come soluzione “d’angolo”:

$$\frac{\partial V_A}{\partial p_A} = \begin{cases} 1 > 0 & se\ \ p_A < t \\ 0 & se\ t \le p_A < p_B - 2t \\ -\frac{1}{2} < 0 & se\ p_A \ge p_B - 2t \end{cases} \xRightarrow{best\ reply} p_A^*(p_B \ge 3t) \in [t, p_B - 2t]$$

$$\frac{\partial V_A}{\partial p_A} = \begin{cases} 1 > 0 & se\ p_A < p_B - 2t \\ \frac{1}{2} > 0 & se\ \ p_B - 2t \le p_A < t \\ -\frac{1}{2} < 0 & se\ \ p_A \ge t \end{cases} \xRightarrow{best\ reply} p_A^*(p_B < 3t) = t$$

$$\frac{\partial V_B}{\partial p_B} = \begin{cases} \frac{1}{2} > 0 & se\ \ p_B \le 1 - t \\ -\frac{1}{2} < 0 & se\ \ 1 - t < p_B < p_A + 2t \\ -1 < 0 & se\ p_B \ge p_A + 2t \end{cases} \xRightarrow{best\ reply} p_B^*(p_A \ge 1 - 3t) = 1 - t$$

$$\frac{\partial V_B}{\partial p_B} = \begin{cases} \frac{1}{2} > 0 & se\ p_B \le p_A + 2t \\ 0 & se\ \ p_A + 2t < p_B < 1 - t \\ -1 < 0 & se\ \ p_B \ge 1 - t \end{cases} \xRightarrow{best\ reply} p_B^*(p_A < 1 - 3t) \in [p_A + 2t, 1 - t]$$

L’equilibrio politico è la soluzione al sistema composto dalle funzioni di reazione. Se:

$$t \ge \frac{1}{3}$$

si verifica che $1 - 3t \le 0$ e $3t \ge 1$. Poiché:

$$0 \le p_J \le 1\ \ \forall J = A, B$$

l'unica situazione che può presentarsi è $p_A \geq 1-3t$ e $p_B < 3t$. Pertanto l'equilibrio nei voti è unico:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, 1-t)$$

Se, invece:

$$t < \frac{1}{3}$$

ogni coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ con:

$$p_A{}^* \in [t, p_B{}^* - 2t]$$

e

$$p_B{}^* \in [p_A{}^* + 2t, 1-t]$$

costituisce un equilibrio nei voti. Per $t = \frac{1}{4}$ esiste una sola coppia di politiche che soddisfa tali condizioni:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (t, 1-t)$$

Di conseguenza, se $t \geq \frac{1}{4}$ l'equilibrio è unico, mentre per $t < \frac{1}{4}$ tutte le coppie $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ nell'intervallo $[t, 1-t]$ e tali che:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) \geq 2t$$

costituiscono un equilibrio nei voti.

Lemma 2.4-Dimostrazione

Modello Downsiano

In base al lemma 2.1 la coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano se:

$$\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = \frac{1}{2} \qquad (A1)$$

inoltre, nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria modificando la propria posizione; formalmente:

$$\pi_A(p_A{}', p_B{}^*) < \frac{1}{2} \quad \forall\, p_A{}' \neq p_A{}^* \qquad (A2)$$

$$\pi_B(p_A{}^*, p_B{}') < \frac{1}{2} \quad \forall\, p_B{}' \neq p_B{}^* \qquad (A3)$$

Poiché gli elettori sono simmetricamente distribuiti lungo l'intervallo di politiche e la tolleranza è un valore comune, la condizione (A1) è soddisfatta se i partiti sono posizionati simmetricamente, vale a dire $p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$, oppure se le proposte politiche sono uguali, così che tutti gli elettori attivi votano con probabilità ½ ciascun partito.

Si dimostra che, se $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano, la (eventuale) distanza tra le due piattaforme elettorali è strettamente inferiore a $2t$. Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ un equilibrio Downsiano, con $p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$ e tale che:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$$

Avvicinarsi al centro della distribuzione consente di vincere la competizione elettorale. Supponiamo che il partito A sposti la propria proposta politica in $p_A{}'$, con $p_A{}' \in (p_A{}^*, p_B{}^*)$. La differenza dei voti assegnati al partito A rispetto al partito B è:

$$D_A(p_A{}', p_B{}^*) = \int_{p_A{}'-t}^{\frac{p_A{}'+p_B{}^*}{2}} f(p)dp - \int_{\frac{p_A{}'+p_B{}^*}{2}}^{p_B{}^*+t} f(p)dp$$

$$= 2F\left(\frac{p_A{}' + p_B{}^*}{2}\right) - F(p_A{}' - t) - F(p_B{}^* + t) \qquad (A4)$$

Poiché il punto di mezzo $\frac{p_A{}'+p_B{}^*}{2}$ si trova a destra dell'elettore mediano/modale, si ha che:

$$2F\left(\frac{p_A{}' + p_B{}^*}{2}\right) < 1$$

inoltre, l'elettore cut-off del partito A si sposta verso il centro:

$$p_A{}' - t > p_A{}^* - t$$

Dato che $p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$, si ha che:

$$F(p_A{}' - t) + F(p_B{}^* + t) < 1$$

La (A4) è strettamente positiva; la deviazione verso il centro è vantaggiosa in quanto consente di vincere le elezioni. Ciò contraddice l'ipotesi iniziale per cui $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio Downsiano.

Modello di massimizzazione dei voti

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ un equilibrio nei voti, con:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$$

I voti assegnati ai due partiti in equilibrio sono:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \int_{p_A{}^*-t}^{p_A{}^*+t} f(p)dp \qquad (A5)$$

$$V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = \int_{p_B{}^*-t}^{p_B{}^*+t} f(p)dp \qquad (A6)$$

L'equilibrio richiede che nessun partito possa incrementare i voti ricevuti cambiando proposta politica. Supponiamo che:

$$p_A{}^* < \frac{1}{2} < p_B{}^*$$

Si presentano due possibili casi: i partiti sono così distanti che:

$$p_A{}^* + t < \frac{1}{2} < p_B{}^* - t$$

oppure gli elettori cut-off di un partito, ad esempio il partito B, sono entrambi a destra dell'elettore mediano/modale, vale a dire:

$$\frac{1}{2} < p_A{}^* + t < p_B{}^* - t$$

Nel primo caso entrambi i partiti sono incentivati ad avvicinarsi al rivale (forza centripeta). Poiché le funzioni dei voti assegnati a ciascun partito, (A5) e (A6), sono differenziabili, allora:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} = f(p_A{}^* + t) - f(p_A{}^* - t) > 0 \qquad (A7)$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} = f(p_B{}^* + t) - f(p_B{}^* - t) < 0 \qquad (A8)$$

Muoversi in direzione del centro della distribuzione permette di incrementare i voti ricevuti. Nel secondo caso, la disequazione (A8) è verificata, pertanto il partito B è incentivato ad avvicinarsi al rivale. Tali considerazioni implicano che il profilo di strategie $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ non può costituire un equilibrio nei voti.

Infine, se i partiti sono collocati a sinistra, ovvero:

$$p_A{}^* < p_B{}^* < \frac{1}{2}$$

entrambi sono attratti dal centro della distribuzione in quanto:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} = f(p_A{}^* + t) - f(p_A{}^* - t) > 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} = f(p_B{}^* + t) - f(p_B{}^* - t) > 0$$

Ciò si verifica anche quando i partiti sono posizionati a destra, vale a dire:

$$\frac{1}{2} < p_A{}^* < p_B{}^*$$

Infatti:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} = f(p_A{}^* + t) - f(p_A{}^* - t) < 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} = f(p_B{}^* + t) - f(p_B{}^* - t) < 0$$

Dunque, un profilo di strategie (p_A^*, p_B^*), con $(p_B^* - p_A^*) > 2t$, non può costituire un equilibrio nei voti.

Proposizione 2.3-Dimostrazione

La dimostrazione consta di due fasi.

- ✓ *I fase:* $p_A^* = p_B^* = p^*$

  Dal lemma 2.1 il profilo di strategie (p_A^*, p_B^*) di un equilibrio Downsiano è tale che:

$$\pi_A(p_A^*, p_B^*) = \pi_B(p_A^*, p_B^*) = \frac{1}{2} \qquad (A9)$$

  ovvero $D_A(p_A^*, p_B^*) = 0$. In equilibrio nessun partito è incentivato a modificare la propria posizione, vale a dire:

$$\frac{\partial D_A(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_A} \leq 0 \;\; per\; p_A \geq p_A^*$$

$$\frac{\partial D_A(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_A} \geq 0 \;\; per\; p_A \leq p_A^*$$

  per il partito A, così come:

$$\frac{\partial D_B(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_B} \leq 0 \;\; per\; p_B \geq p_B^*$$

$$\frac{\partial D_B(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_B} \geq 0 \;\; per\; p_B \leq p_B^*$$

  per il partito B. Dato che la differenza nei voti è derivabile in (p_A^*, p_B^*), le condizioni di equilibrio richiedono che:

$$\frac{\partial D_A(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_A} = \frac{\partial D_B(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_B} = 0 \qquad (A10)$$

  La (A9) è verificata per ogni coppia di politiche simmetriche $p_B^* = 1 - p_A^*$, oppure uguali: $p_B^* = p_A^*$, in quanto ogni elettore attivo vota ciascun partito con probabilità ½. Si consideri il caso di piattaforme simmetriche. La condizione (A10) è verificata se:

$$f\left(\frac{p_A^* + p_B^*}{2}\right) - f(p_A^* - t) = f(p_B^* + t) - f\left(\frac{p_A^* + p_B^*}{2}\right) = 0$$

  da cui:

$$f\left(\frac{p_A^* + p_B^*}{2}\right) = f(p_A^* - t) = f(p_B^* + t)$$

Poiché i partiti sono posizionati simmetricamente, il punto di mezzo coincide con l'elettore mediano/modale, cioè:

$$\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2} = \frac{1}{2}$$

perciò:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) - f(p_A{}^* - t) > 0 \qquad (A11)$$

$$f(p_B{}^* + t) - f\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \qquad (A12)$$

Dato che $D_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = 0$, la (A11) e la (A12) spiegano l'esistenza di una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro. Ciò contraddice l'ipotesi iniziale per cui $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è l'equilibrio Downsiano. Dunque, in equilibrio:

$$p_A{}^* = p_B{}^* = p^*$$

- ✓ *II fase:* $p^* = \frac{1}{2}$

Sia p^* la piattaforma comune di equilibrio, con $p^* > \frac{1}{2}$. Si consideri uno spostamento del partito A nel punto $p^* - \varepsilon$, con $\varepsilon > 0$ e, dal lemma 2.3:

$$\varepsilon \leq 2t$$

In equilibrio nessun partito trova conveniente muoversi a sinistra o a destra della piattaforma comune, pertanto:

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) \leq 0 \quad \forall\, \varepsilon \in (0,2t] \qquad (A13)$$

In particolare:

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) = \int_{p^*-\varepsilon-t}^{p^*-\frac{\varepsilon}{2}} f(p)dp - \int_{p^*-\frac{\varepsilon}{2}}^{p^*+t} f(p)dp$$

Poiché f è continua e a picco singolo, per ogni coppia $(p_x, p_y) \subset P$ si ha che:

$$|p_y - p_x| \operatorname*{Min}_{p\in[p_x,p_y]} f(p) < \int_{p_x}^{p_y} f(p)dp < |p_y - p_x| \operatorname*{Max}_{p\in[p_x,p_y]} f(p) \qquad (A14)$$

La (A14) può essere utilizzata per limitare il valore di ogni integrale nella (A13). Si consideri il caso in cui:

$$p^* - \frac{\varepsilon}{2} > \frac{1}{2}$$

La differenza nei voti del partito A, la (A13), è compresa tra un valore minimo ed un valore massimo, vale a dire:

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) > \left(\frac{\varepsilon}{2} + t\right)\left[\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t,p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Min} f(p) - Max\left\{f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right), f(p^*+t)\right\}\right] \quad (A15)$$

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) < \left(\frac{\varepsilon}{2} + t\right)\left[Max_{p\in[p^*-\varepsilon-t,p^*-\frac{\varepsilon}{2}]} f(p) - Min\left\{f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right), f(p^*+t)\right\}\right] \quad (A16)$$

La funzione di densità è simmetrica, perciò:

$$\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t,p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Max} f(p) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t,p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Min} f(p) = f(p^* - \varepsilon - t)$$

$$Max\left\{f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right), f(p^*+t)\right\} = f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

infatti:

$$p^* - \varepsilon - t < \frac{1}{2} < p^* - \frac{\varepsilon}{2} < p^* + t$$

Di conseguenza, il limite inferiore della differenza dei voti del partito A, il secondo membro della (A15) è strettamente negativo, mentre il limite superiore, cioè il secondo membro della (A16), è strettamente positivo. Ciò vale per ogni $\varepsilon \leq 2t$, pertanto esiste un valore di ε per cui:

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) > 0$$

e la deviazione risulta vantaggiosa, contraddicendo l'ipotesi iniziale di equilibrio.

Si consideri ora il caso in cui:

$$p^* - \frac{\varepsilon}{2} < \frac{1}{2}$$

Analogamente:

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) > \left(\frac{\varepsilon}{2} + t\right)\left[f(p^* - \varepsilon - t) - f\left(\frac{1}{2}\right)\right] \quad (A17)$$

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) < \left(\frac{\varepsilon}{2} + t\right)\left[f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right) - f(p^* + t)\right] \quad (A18)$$

Il limite inferiore della differenza dei voti, il secondo membro della (A17), è strettamente negativo, mentre il limite superiore, il secondo membro della (A18), è strettamente positivo solo se $\varepsilon < 2t$, così che:

$$p^* - \frac{\varepsilon}{2} > 1 - (p^* + t)$$

Di conseguenza, il partito A può scegliere una politica $p^* - \varepsilon$, con $\varepsilon < 2t$, e migliorare la probabilità di vittoria. In altre parole, la piattaforma $p^* > \frac{1}{2}$ non può costituire un equilibrio Downsiano.

Un ragionamento analogo per il caso $p^* < \frac{1}{2}$ implica che la sola politica candidata a costituire la piattaforma comune in equilibrio è:

$$p^* = \frac{1}{2}$$

Uno spostamento nel punto $\frac{1}{2} - \varepsilon$ consente di catturare gli elettori contenuti nell'intervallo $\left[\frac{1}{2} - \varepsilon - t, \frac{1}{2} - t\right]$ ma comporta la perdita degli elettori collocati nell'intervallo $\left[\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{2}, \frac{1}{2}\right]$, catturati dal partito rivale. La deviazione è vantaggiosa solo se:

$$\int_{\frac{1}{2}-\varepsilon-t}^{\frac{1}{2}-t} f(p)dp > 2\int_{\frac{1}{2}-\frac{\varepsilon}{2}}^{\frac{1}{2}} f(p)dp$$

ovvero se:

$$F\left(\frac{1}{2} - t\right) - F\left(\frac{1}{2} - \varepsilon - t\right) > 1 - F\left(\frac{1}{2} - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

Dato che gli elettori sono simmetricamente distribuiti, tale condizione può essere così riscritta:

$$F\left(\frac{1}{2} - t\right) - F\left(\frac{1}{2} - \varepsilon - t\right) > F\left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

La funzione di distribuzione F è continua e crescente, dunque la deviazione non può essere proficua. Un simile ragionamento per una deviazione a destra $p^* > \frac{1}{2}$ conclude la dimostrazione.

Proposizione 2.4-Dimostrazione

La dimostrazione è composta da due fasi: la prima mostra come l'equilibrio nei voti sia necessariamente simmetrico, vale a dire $p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$; la seconda, invece, dimostra l'equilibrio nei voti enunciato dal corollario.

- ✓ *I fase:* $p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ l'equilibrio nei voti, per cui nessun partito può incrementare i voti ricevuti modificando la propria proposta politica, vale a dire:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \leq 0 \quad per \quad p_A \geq p_A{}^*$$

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \geq 0 \quad per \quad p_A \leq p_A{}^*$$

e:

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} \leq 0 \quad per \quad p_B \geq p_B{}^*$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} \geq 0 \quad per \; p_B \leq p_B{}^*$$

Poiché i voti assegnati a ciascun partito sono una funzione continua e differenziabile, la condizione di equilibrio implica che:

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t) \leq 0 \quad per \quad p_A \geq p_A{}^*$$

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t) \geq 0 \quad per \quad p_A \leq p_A{}^*$$

così come:

$$2f(p_B + t) - f\left(\frac{p_A{}^* + p_B}{2}\right) \leq 0 \quad per \quad p_B \geq p_B{}^*$$

$$2f(p_B + t) - f\left(\frac{p_A{}^* + p_B}{2}\right) \geq 0 \quad per \quad p_B \leq p_B{}^*$$

Pertanto, la coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è un equilibrio nei voti solo se:

$$f\left(\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2}\right) = 2f(p_A{}^* - t) = 2f(p_B{}^* + t) \qquad (A19)$$

La distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche è simmetrica perciò la condizione (A19) è soddisfatta solo se i partiti sono posizionati simmetricamente, ovvero:

$$p_B{}^* = 1 - p_A{}^*$$

Inoltre, la coppia di politiche simmetriche tali che:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2f(p_A{}^* - t) = 2f(p_B{}^* + t) \qquad (A20)$$

è unica e dipende dal valore della tolleranza dei cittadini, t, e dalle caratteristiche della funzione di densità. Il profilo di strategie $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ che soddisfa la (A20) è un equilibrio nei voti. Supponiamo che il partito A si avvicini al centro e si posizioni nel punto $p_A > p_A{}^*$. Il punto di mezzo è ora a destra del mediano e l'elettore cut-off sinistro aumenta, di conseguenza:

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f(p_A - t) > f(p_A{}^* - t)$$

e, dunque:

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t) < 0$$

Ciò significa che il partito A è incentivato a ritornare nel punto iniziale $p_A{}^*$ in quanto in grado di ottenere una quota di voti maggiore. Supponiamo invece che $p_A < p_A{}^*$. Il punto di mezzo è ora a sinistra del mediano e l'elettore cut-off sinistro si riduce, di conseguenza:

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f(p_A - t) < f(p_A{}^* - t)$$

E' facile constatare come lo spostamento del punto di mezzo, in valore assoluto, sia pari a:

$$\left(\frac{p_A{}^* - p_A}{2}\right)$$

mentre lo spostamento dell'elettore cut-off, in valore assoluto, sia:

$$(p_A{}^* - p_A)$$

perciò si verifica che:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) < f(p_A{}^* - t) - f(p_A - t)$$

dunque:

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t) > 0$$

Ciò significa che il partito A è incentivato ad avvicinarsi al partito rivale e ritornare, così, alla posizione iniziale $p_A{}^*$. Un ragionamento analogo per il partito B conclude la dimostrazione.

✓ *II fase:* $(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right)$; $(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

La coppia di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right)$ è un equilibrio nei voti se soddisfa la condizione (A20); inoltre, in base al lemma 2.3, la distanza tra i due partiti in equilibrio è al massimo pari a $2t$, perciò, in corrispondenza di $(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2} - t, \frac{1}{2} + t\right)$ nessun partito è incentivato ad allontanarsi dal rivale. Dunque, la coppia di piattaforme elettorali costituisce un equilibrio solo se i partiti non sono incentivati ad avvicinarsi l'uno all'altro, vale a dire se:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 2f\left(\frac{1}{2} - 2t\right) = 2f\left(\frac{1}{2} + 2t\right)$$

La convergenza delle due proposte nella politica preferita dall'elettore mediano è un equilibrio se soddisfa la condizione (A20); inoltre, è sufficiente che nessun partito sia incentivato ad allontanarsi da tale punto, ovvero:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \geq 2f\left(\frac{1}{2}-t\right) = 2f\left(\frac{1}{2}+t\right)$$

Lemma 2.5-Dimostrazione

Modello Downsiano

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ l'equilibrio Downsiano con:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$$

In base al lemma 2.1 l'equilibrio implica uguale probabilità di vittoria per i partiti, cioè:

$$D_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = D_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = 0 \qquad (A21)$$

La distribuzione degli elettori lungo l'intervallo di politiche è asimmetrica, pertanto la (A21) è verificata solo se:

$$p_A{}^* < p_{mod} < p_B{}^*$$

dove p_{mod} rappresenta la politica dell'elettore modale. Infatti, ogni partito ottiene gli elettori contenuti in un raggio t dalla sua proposta politica. Nel caso in cui:

$$p_A{}^* < p_B{}^* < p_{mod}$$

il partito B cattura un maggior numero di elettori rispetto al partito A e, così, vince le elezioni; analogamente, se:

$$p_{mod} < p_A{}^* < p_B{}^*$$

il partito A è più vicino alla massa di elettori e vince le elezioni.

In equilibrio nessun partito può migliorare la propria probabilità di vittoria modificando la politica annunciata. La distanza tra le due piattaforme elettorali comporta astensionismo tra gli elettori interni; in particolare gli elettori collocati nell'intervallo:

$$[p_A{}^* + t, p_B{}^* - t]$$

scelgono di astenersi. La differenza dei voti per il partito A è:

$$D_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \int_{p_A{}^*-t}^{p_A{}^*+t} f(p)dp - \int_{p_B{}^*-t}^{p_B{}^*+t} f(p)dp$$

Si consideri uno spostamento Δ del partito A in direzione del partito rivale tale che la distanza tra le due piattaforme sia ancora superiore a $2t$, vale a dire:

$$p_A{}^* + \Delta < p_B{}^* - 2t$$

La funzione di densità f è crescente (decrescente) a sinistra (destra) dell'elettore modale e la funzione di distribuzione F è convessa (concava) a sinistra (destra) della moda. Ciò implica che:

$$F(p_A{}^* + \Delta + t) - F(p_A{}^* + \Delta - t) > F(p_A{}^* + t) - F(p_A{}^* - t)$$

dunque:

$$D_A(p_A{}^* + \Delta, p_B{}^*) > D_A(p_A{}^*, p_B{}^*)$$

Avvicinarsi alla politica preferita dall'elettore modale consente di vincere la competizione elettorale. Il partito A è incentivato a deviare dalla piattaforma $p_A{}^*$ che, pertanto, non può costituire la miglior risposta alla proposta politica del partito B $p_B{}^*$. Un analogo ragionamento per il partito B conclude la dimostrazione.

Modello di massimizzazione dei voti

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ il profilo di strategie di equilibrio, con:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) > 2t$$

I voti assegnati ai due partiti sono:

$$V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \int_{p_A{}^*-t}^{p_A{}^*+t} f(p)dp \qquad (A22)$$

$$V_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = \int_{p_B{}^*-t}^{p_B{}^*+t} f(p)dp \qquad (A23)$$

In equilibrio nessun partito può aumentare i propri voti cambiando posizione. Supponiamo che:

$$p_A{}^* < p_{mod} < p_B{}^*$$

Possono verificarsi due casi. I partiti sono così distanti che:

$$p_A{}^* + t < p_{mod} < p_B{}^* - t$$

oppure entrambi gli elettori cut-off di un partito si trovano a sinistra o a destra dell'elettore modale; ad esempio, gli elettori cut-off del partito B si trovano entrambi alla destra della moda:

$$p_{mod} < p_A{}^* + t < p_B{}^* - t$$

Nel primo caso ogni partito preferisce avvicinarsi al rivale (forza centripeta). Derivando la (A22) e la (A23) in $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ si ottiene:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} = f(p_A{}^* + t) - f(p_A{}^* - t) > 0 \qquad (A24)$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} = f(p_B{}^* + t) - f(p_B{}^* - t) < 0 \qquad (A25)$$

vale a dire entrambi i partiti possono aumentare i voti ricevuti tramite un movimento in direzione del partito rivale.

Nel secondo caso il partito B è incentivato a spostare la propria proposta politica in direzione del rivale catturando, così, un maggior numero di elettori attivi. Formalmente la (A25) è verificata e ciò contraddice l'ipotesi iniziale di equilibrio Downsiano.

Supponiamo ora che:

$$p_A{}^* < p_B{}^* < p_{mod}$$

Entrambi i partiti sono attratti dall'elettore modale. Formalmente:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} = f(p_A{}^* + t) - f(p_A{}^* - t) > 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} = f(p_B{}^* + t) - f(p_B{}^* - t) > 0$$

Analogamente, se $p_{mod} < p_A{}^* < p_B{}^*$, si ha che:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} = f(p_A{}^* + t) - f(p_A{}^* - t) < 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} = f(p_B{}^* + t) - f(p_B{}^* - t) < 0$$

Anche in questo caso ciò contraddice l'ipotesi iniziale di equilibrio nei voti.

Lemma 2.6 - Dimostrazione[70]

La politica dell'elettore centrale è definita come il punto $p_c \in P$ tale che:

$$F(p_c) - F(p_c - t) = F(p_c + t) - F(p_c)$$

Con p_{mod} si indica la politica preferita dall'elettore modale. Si considerino i punti:

$$p_{mod} \pm t$$

e:

$$p_{mod} \pm 2t$$

Poiché la funzione di distribuzione è concava a destra della moda, gli elettori contenuti nel primo intervallo di lunghezza t sono più numerosi rispetto al secondo intervallo, vale a dire:

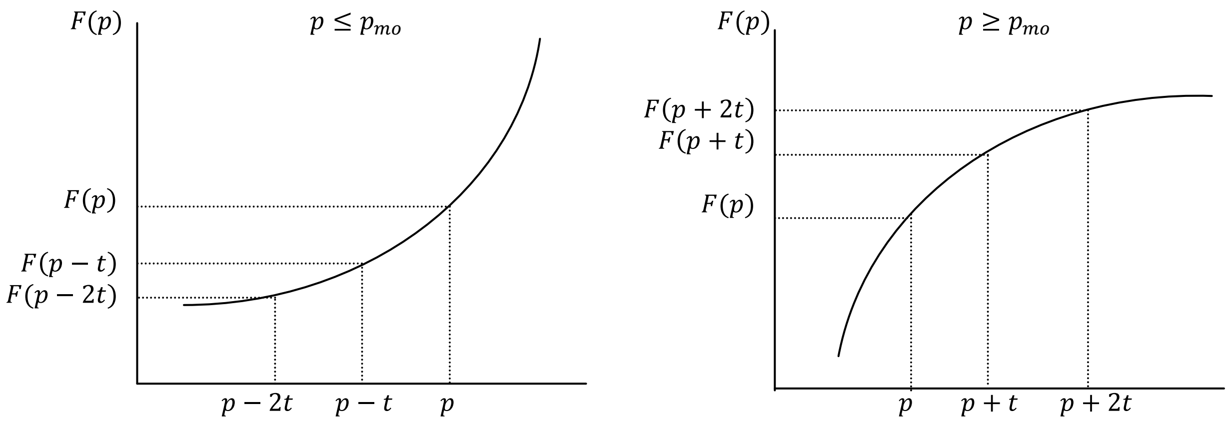
$$F(p + 2t) - F(p + t) < F(p + t) - F(p) \quad \text{per} \quad p \geq p_{mod}$$

La funzione di distribuzione è convessa a sinistra della moda, per cui il secondo intervallo di politiche di lunghezza t include più elettori del primo intervallo:

[70] La dimostrazione si basa sul contributo di Llavador H. G. (2000).

$$F(p) - F(p-t) > F(p-t) - F(p-2t) \text{ per } p \le p_{mod}$$

come mostrato nella figura seguente.



Definiamo la funzione:

$$\beta(p;t) = F(p+t) - F(p)$$

e la funzione:

$$\alpha(p;t) = F(p) - F(p-t)$$

Considerando i due punti:

$$\underline{p} = p_{mod} - t$$

$$\overline{p} = p_{mod} + t$$

si verifica che:

$$\beta\left(\underline{p};t\right) = F(p_{mod}) - F(p_{mod} - t) > \alpha(\underline{p};t) = F(p_{mod} - t) - F(p_{mod} - 2t)$$

$$\beta(\overline{p};t) = F(p_{mod} + 2t) - F(p_{mod} + t) < \alpha(\overline{p};t) = F(p_{mod} + t) - F(p_{mod})$$

Pertanto, esiste almeno un punto $p_c \in \left(\underline{p}, \overline{p}\right)$ tale che:

$$\beta(p_c;t) = \alpha(p_c;t) \qquad (A26)$$

vale a dire:

$$F(p_c) - F(p_c - t) = F(p_c + t) - F(p_c)$$

E' importante notare come la politica dell'elettore modale si trovi tra il punto $p_c - t$ ed il punto $p_c + t$; poiché $p_c \in \left(\underline{p}, \overline{p}\right)$, allora:

$$p_c - t < p_{mod} < p_c + t$$

Se così non fosse, ad esempio se la moda si trovasse a destra di $p_c + t$, la condizione (A26) non potrebbe essere soddisfatta in quanto $\beta(p_c;t)$ sarebbe maggiore di $\alpha(p_c;t)$.

La posizione dell'elettore centrale dipende dal parametro di tolleranza e dalla distribuzione degli elettori lungo lo spazio politico; in particolare, se la distribuzione è asimmetrica positiva:

$$p_{mod} < p_c < p_{med}$$

altrimenti, se la distribuzione è asimmetrica negativa:

$$p_{med} < p_c < p_{mod}$$

Il caso in cui:

$$p_c = p_{med} = p_{mod} = \frac{1}{2}$$

si verifica solo per distribuzioni simmetriche.

La politica centrale è unica. Supponiamo che esista una seconda politica centrale, indicata con $p_c{}'$ e tale che:

$$F(p_c{}') - F(p_c{}' - t) = F(p_c{}' + t) - F(p_c{}') \qquad (A27)$$

Dato che:

$$p_c{}' - t < p_{mod} < p_c{}' + t$$

la politica $p_c{}'$ può trovarsi a sinistra o a destra della politica centrale p_c. Dimostriamo l'unicità della politica centrale per il caso in cui[71]:

$$p_c{}' > p_c$$

Si considerino le aree θ, γ, μ, definite come:

$$\theta = \int_{p_c+t}^{p_c{}'+t} f(p)dp$$

$$\gamma = \int_{p_c-t}^{p_c{}'-t} f(p)dp$$

$$\mu = \int_{p_c}^{p_c{}'} f(p)dp$$

così che:

$$F(p_c{}' + t) = F(p_c + t) + \theta$$

$$F(p_c{}' - t) = F(p_c - t) + \gamma$$

$$F(p_c{}') = F(p_c) + \mu.$$

In questo modo è possibile riscrivere la (A27) come:

[71] La dimostrazione relativa al caso in cui $p_c{}' < p_c$ è analoga.

$$\theta - \mu = \mu - \gamma \qquad (A28)$$

Supponiamo che la distribuzione degli elettori sia asimmetrica positiva e la politica centrale sia collocata, perciò, a destra della politica modale. Poiché $p_c' > p_c$ si ha che:

$$p_c' - p_{mod} > p_c - p_{mod}$$

pertanto:

$$\theta < \mu$$

e:

$$\mu > \gamma$$

Ciò significa che il primo membro della (A28) è negativo, mentre il secondo membro è positivo; l'equazione non può essere soddisfatta, a meno che:

$$p_c' = p_c$$

così che:

$$\theta = \mu = \gamma = 0$$

Proposizione 2.5-Dimostrazione

La dimostrazione consiste in due fasi successive.

i. *I fase:* $p_A^* = p_B^* = p^*$

   Sia (p_A^*, p_B^*) l'equilibrio Downsiano e, dal lemma 2.1:

$$\pi_A(p_A^*, p_B^*) = \pi_B(p_A^*, p_B^*) = \frac{1}{2} \qquad (A29)$$

   vale a dire $D_A(p_A^*, p_B^*) = 0$. In base al lemma 2.5 la distanza tra le due piattaforme è inferiore (o al limite uguale) a $2t$, per cui tutti gli elettori interni decidono di votare e ogni partito riceve i voti dei cittadini contenuti in un intervallo di lunghezza:

$$\frac{p_B^* - p_A^*}{2} + t$$

   A parità di lunghezza di intervallo, la densità degli elettori è determinante ai fini della competizione elettorale. Essendo la distribuzione degli elettori asimmetrica, il partito con gli elettori attivi più vicini alla politica preferita dall'elettore modale, vince le elezioni. Pertanto qualunque coppia di politiche (p_A^*, p_B^*) con:

$$p_A^* \neq p_B^*$$

   non può costituire un equilibrio Downsiano, in quanto la condizione (A29) non è verificata. L'unica coppia di politiche tali da soddisfare la condizione (A29) è:

$$p_B^* = p_A^* = p^*$$

ii. *II fase:* $p^* = p_c$

In equilibrio nessun partito è incentivato ad allontanarsi dalla piattaforma comune p^*. In altre parole, il partito che si allontana trova conveniente tornare nel punto p^*. Formalmente:

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*) \geq 0 \qquad (A30)$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_B(p^*, p^* + \varepsilon) \geq 0 \qquad (A31)$$

Dato che $D_B(p_A, p_B) = -D_A(p_A, p_B)$, la condizione (A31) è equivalente alla seguente:

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon) \leq 0$$

Calcoliamo i limiti:

$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*)$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0^+} \left(2F\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right) - F(p^* - \varepsilon - t) - F(p^* + t)\right) \geq 0$$

$$= 2F(p^*) - F(p^* - t) - F(p^* + t) \geq 0$$

e:

$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon)$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0^+} \left(2F\left(p^* + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F(p^* + \varepsilon + t) - F(p^* - t)\right) \leq 0$$

$$= 2F(p^*) - F(p^* + t) - F(p^* - t) \leq 0$$

Di conseguenza, deve essere:

$$2F(p^*) - F(p^* - t) - F(p^* + t) = 0$$

Ciò coincide con la definizione della politica dell'elettore centrale, dunque:

$$p^* = p_c$$

Proposizione 2.6-Dimostrazione

Si dimostrano gli enunciati di ogni punto.

i. $p_A{}^* \neq p_B{}^*$ con $|p_B{}^* - p_A{}^*| < 2t$

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ il profilo di strategie di equilibrio, con:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) < 2t$$

In equilibrio nessun partito può incrementare i voti ricevuti modificando la propria proposta politica, vale a dire:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \leq 0 \quad per \quad p_A \geq p_A{}^*$$

$$\frac{\partial V_A({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_A} \geq 0 \quad per \quad p_A \leq {p_A}^*$$

e:

$$\frac{\partial V_B({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_B} \leq 0 \quad per \quad p_B \geq {p_B}^*$$

$$\frac{\partial V_B({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_B} \geq 0 \quad per \quad p_B \leq {p_B}^*$$

Derivando la funzione dei voti ricevuti da ciascun partito, le condizioni di equilibrio sono:

$$f\left(\frac{p_A + {p_B}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t) \leq 0 \quad per \quad p_A \geq {p_A}^*$$

$$f\left(\frac{p_A + {p_B}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t) \geq 0 \quad per \quad p_A \leq {p_A}^*$$

e:

$$2f(p_B + t) - f\left(\frac{{p_A}^* + p_B}{2}\right) \leq 0 \quad per \quad p_B \geq {p_B}^*$$

$$2f(p_B + t) - f\left(\frac{{p_A}^* + p_B}{2}\right) \geq 0 \quad per \quad p_B \leq {p_B}^*$$

Pertanto, la coppia di politiche $({p_A}^*, {p_B}^*)$ è un equilibrio nei voti solo se:

$$f\left(\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2}\right) = 2f({p_A}^* - t) = 2f({p_B}^* + t) \qquad (A32)$$

Si noti come, nel caso di una distribuzione asimmetrica negativa (positiva), la (A32) sia valida per piattaforme asimmetriche, ${p_B}^* > 1 - {p_A}^*$ (${p_B}^* < 1 - {p_A}^*$).

ii. ${p_A}^* \neq {p_B}^*$ con $|{p_B}^* - {p_A}^*| = 2t$

Sia $({p_A}^*, {p_B}^*)$ il profilo di strategie di equilibrio, con:

$$({p_B}^* - {p_A}^*) = 2t$$

Dal lemma 2.5 i partiti non sono incentivati ad allontanarsi ulteriormente l'uno dall'altro, perciò, affinché il posizionamento dei partiti sia di equilibrio, è sufficiente che non agisca alcuna forza centripeta, ovvero che nessun partito possa incrementare i propri voti avvicinandosi alla proposta politica rivale. Formalmente:

$$f\left(\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2}\right) - 2f({p_A}^* - t) \leq 0$$

$$2f({p_B}^* + t) - f\left(\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2}\right) \geq 0$$

Entrambe le disequazioni sono verificate se:

$$f\left(\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2}\right) \leq Min\,\{2f(p_A{}^* - t), 2f(p_B{}^* + t)\}$$

iii. $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_c, p_c)$

La politica dell'elettore centrale è tale che[72]:

$$p_c - t < p_{mod} < p_c + t$$

dove p_{mod} rappresenta la politica preferita dall'elettore modale. Si consideri la coppia di politiche (p_A, p_B) con:

$$p_A < p_{mod} < p_B$$

e:

$$(p_B - p_A) > 2t$$

In base al lemma 2.5 entrambi i partiti si avvicinano al fine di catturare gli elettori attivi più numerosi. Supponiamo che il partito A si posizioni nel punto $p_c - t$, mentre il partito B scelga la politica $p_c + t$, così che la distanza tra le due piattaforme sia pari a $2t$. Avvicinarsi al partito rivale consente di incrementare i voti ricevuti solo se:

$$\frac{\partial V_A(p_A, p_B)}{\partial p_A} \geq 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_A, p_B)}{\partial p_B} \leq 0$$

vale a dire se:

$$f(p_c) - 2f(p_c - 2t) \geq 0$$

$$2f(p_c + 2t) - f(p_c) \leq 0$$

Entrambe le disequazioni sono verificate se:

$$f(p_c) \geq Max\{2f(p_c - 2t), 2f(p_c + 2t)\} \qquad (A33)$$

La condizione (A33) implica l'esistenza di una forza centripeta che spinge i partiti l'uno verso l'altro e in direzione della politica ideale dell'elettore centrale. La convergenza delle proposte politiche in tale punto costituisce un equilibrio nei voti solo se nessun partito è incentivato ad allontanarvi, vale a dire se:

$$\frac{\partial V_A(p_c, p_c)}{\partial p_A} \geq 0$$

$$\frac{\partial V_B(p_c, p_c)}{\partial p_B} \leq 0$$

quindi, se:

$$f(p_c) - 2f(p_c - t) \geq 0$$

[72] Si veda la dimostrazione relativa al lemma 2.6.

$$2f(p_c + t) - f(p_c) \leq 0$$

Tali condizioni sono verificate se:

$$f(p_c) \geq Max\{2f(p_c - t), 2f(p_c + t)\} \qquad (A34)$$

Poiché la funzione di densità è crescente (decrescente) a sinistra (destra) della politica dell'elettore modale, la (A34) implica la (A33) per cui se $(p_A, p_B) = (p_c - t, p_c + t)$ i partiti sono entrambi attratti dalla politica centrale e, una volta giunti in tale punto, nessuno dei due è incentivato ad allontanarvi.

Proposizione 2.7- Dimostrazione

In base al lemma 2.1, se il profilo di strategie (p_A^*, p_B^*) è un equilibrio Downsiano ogni partito vince le elezioni con probabilità ½. Inoltre, nessun partito può migliorare la probabilità di vittoria modificando la propria posizione. Una qualunque coppia di politiche (p_A, p_B) contenute nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

attribuisce una probabilità di vittoria del 50 percento e nessun partito è in grado di vincere le elezioni cambiando strategia. Infatti, i voti assegnati ai partiti sono uguali e pari a:

$$V_A(p_A, p_B) = V_B(p_A, p_B) = \frac{p_B - p_A}{2} + t_m$$

se la distanza tra le due piattaforme è inferiore a $2t$; altrimenti:

$$V_A(p_A, p_B) = V_B(p_A, p_B) = 2t_m$$

in quanto ogni partito riceve esattamente t_m voti tra gli elettori periferici e t_m voti tra gli elettori interni. In entrambi i casi allontanarsi dal partito rivale, al fine di catturare più elettori periferici, non è vantaggioso. Supponiamo che il partito A si sposti in:

$$p_A' = p_\alpha + t_m - \Delta$$

Se tutti gli elettori interni sono attivi, ovvero se:

$$(p_B - p_A') < 2t_m$$

la differenza dei voti del partito A è:

$$D_A(p_A', p_B) = (t_m + t_{cr}) - 2t_m < 0$$

Se parte degli elettori interni si astengono, vale a dire se:

$$(p_B - p_A') \geq 2t_m$$

la differenza dei voti è:

$$D_A(p_A', p_B) = \left(\frac{p_B - p_A'}{2} + t_{cr}\right) - \left(\frac{p_B - p_A'}{2} + t_m\right) < 0$$

Pertanto qualunque combinazione di politiche $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

costituisce un equilibrio Downsiano. All'interno della regione di politiche la probabilità di vittoria è ovunque al 50 percento, mentre allontanarsi significa perdere le elezioni.

Proposizione 2.8-Dimostrazione

Si dimostrano gli enunciati di ogni punto.

i. $t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$

Si consideri il profilo di strategie:

$$(p_A, p_B) = (p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m)$$

Poiché $t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$ si ha che:

$$p_A{}^r = p_\alpha + 2t_m$$
$$p_B{}^l = 1 - p_\alpha - 2t_m$$

I voti assegnati ai partiti sono uguali e pari a:

$$V_A(p_A, p_B) = V_B(p_A, p_B) = 2t_m$$

Supponiamo che il partito A si muova in direzione del partito rivale, in modo tale che la distanza tra le due piattaforme sia inferiore a $2t_m$. I voti ottenuti sono:

$$V_A(p_A{}', p_B) = V_B(p_A{}', p_B) = \frac{p_B - p_A{}'}{2} + t_m$$

dove $p_A{}'$ indica la nuova posizione politica del partito A. Essendo:

$$(p_B - p_A{}') < 2t_m$$

il movimento provoca una perdita netta di elettori attivi. Qualunque coppia di politiche (p_A, p_B) nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

e tali che:

$$(p_B - p_A) > 2t_m$$

assegna ai partiti voti pari a:

$$V_A(p_A, p_B) = V_B(p_A, p_B) = 2t_m$$

e costituisce, dunque, un equilibrio nei voti.

ii. $\frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2} \leq t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$

Sia:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m)$$

l'equilibrio nei voti. Analogamente a quanto osservato per la tolleranza unica tra i cittadini e maggiore (o uguale) a $\frac{1}{4}$, quando un partito, ad esempio il partito A, si avvicina al rivale, scegliendo la posizione:

$$p_A{}' = p_A{}^* + \Delta$$

si ricavano esattamente $\frac{\Delta}{2}$ voti tra gli elettori interni, ma se ne perdono Δ tra gli elettori periferici, realizzando una perdita netta di voti pari a $\frac{\Delta}{2}$. Formalmente:

$$V_A(p_A{}', p_B{}^*) = \left(\frac{1-\Delta}{2} - p_\alpha\right) < V_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \frac{1}{2} - p_\alpha$$

Supponiamo ora che il partito A si allontani dal rivale, ovvero scelga la posizione:

$$p_A{}' = p_A{}^* - \Delta$$

Se la nuova proposta politica appartiene alla regione protetta di sinistra PR_l, l'elettore cut-off resta p_α e il punto di mezzo diventa $\frac{1-\Delta}{2}$. Pertanto, il partito perde una parte degli elettori moderati/tolleranti. Se, invece, la nuova proposta politica è esterna alla regione protetta, vale a dire se:

$$\Delta \geq (t_m - t_{cr})$$

il partito guadagna una parte di elettori periferici/critici, in particolare gli elettori collocati nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m - \Delta - t_{cr}, p_\alpha]$$

Tuttavia, il movimento è così ampio da causare astensionismo tra gli elettori centrali. Infatti, tutti gli elettori interni scelgono di votare solo se:

$$\Delta \leq 4t_m + 2p_\alpha - 1 \qquad (A35)$$

Data l'assunzione B2, il secondo membro della (A35) è minore della differenza tra t_m e t_{cr}. Essendo:

$$\Delta \geq (t_m - t_{cr})$$

la condizione (A35) non può essere soddisfatta. Avvicinarsi agli elettori periferici/critici consente di guadagnare voti nella coda sinistra, in particolare i voti nell'intervallo:

$$[p_A{}' - t_{cr}, p_\alpha]$$

ma causa la perdita di parte degli elettori centrali/tolleranti collocati nell'intervallo:

$$\left[p_A' + t_m, \frac{1}{2}\right]$$

Dato che:

$$t_m < \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$$

il partito A realizza una perdita netta di voti:

$$V_A(p_A', p_B^*) = t_m + t_{cr} < V_A(p_A^*, p_B^*) = \frac{1}{2} - p_\alpha$$

iii. $t_m > \frac{1}{2} - p_\alpha - t_{cr}$

Sia:

$$(p_A^*, p_B^*) = \left(\frac{1}{2} - t_m, \frac{1}{2} + t_m\right)$$

l'equilibrio nei voti. Tutti gli elettori posizionati tra le due piattaforme votano ed ogni partito ottiene voti per:

$$V_A(p_A^*, p_B^*) = V_B(p_A^*, p_B^*) = t_m + t_{cr}$$

Si consideri una deviazione del partito A in $p_A' = p_A^* + \Delta$, con:

$$p_A' < p_\alpha + t_m$$

ovvero:

$$\Delta \leq p_\alpha + 2t_m - \frac{1}{2} \qquad (A36)$$

Il partito A guadagna $\frac{\Delta}{2}$ voti tra gli elettori interni ma perde esattamente:

$$\left(p_\alpha - \frac{1}{2} + t_m + t_{cr}\right)$$

tra gli elettori periferici di sinistra, ottenendo così una quota di voti pari a:

$$V_A(p_A', p_B^*) = \frac{1+\Delta}{2} - p_\alpha$$

La deviazione è vantaggiosa solo se:

$$V_A(p_A', p_B^*) > V_A(p_A^*, p_B^*)$$

dunque, se:

$$\Delta > 2(p_\alpha + t_m + t_{cr}) - 1 \qquad (A37)$$

Dato il valore elevato di t_m, il secondo membro della (A37) è strettamente superiore al secondo membro della (A36), pertanto la deviazione non è proficua.

Infine, si consideri una deviazione del partito A in $p_A' = p_A^* + \Delta$, con:

$$p_A' > p_\alpha + t_m$$

ovvero:

$$\Delta \geq p_\alpha + 2t_m - \frac{1}{2} \quad (A38)$$

I voti ricevuti sono:

$$V_A(p_A', p_B^*) = \frac{1-\Delta}{2} - p_\alpha - 2t_m$$

Il movimento consente di incrementare i voti ricevuti solo se:

$$\Delta < 1 - 2p_\alpha + 2t_m - 2t_{cr} \quad (A39)$$

Poiché il secondo membro della (A39) è strettamente inferiore del secondo membro della (A38), la deviazione non è vantaggiosa.

Proposizione 2.9-Dimostrazione

La dimostrazione consiste in due fasi successive.

- ✓ *I fase:* $p_A^* = p_B^* = p^*$

  Dal lemma 2.1 l'equilibrio Downsiano (p_A^*, p_B^*) è tale che:

$$\pi_A(p_A^*, p_B^*) = \pi_B(p_A^*, p_B^*) = \frac{1}{2} \quad (A40)$$

ovvero $D_A(p_A^*, p_B^*) = 0$. In equilibrio nessun partito può migliorare la propria probabilità di vittoria modificando la politica annunciata. Formalmente:

$$\frac{\partial D_A(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_A} \leq 0 \;\; per\; p_A \geq p_A^*$$

$$\frac{\partial D_A(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_A} \geq 0 \;\; per\; p_A \leq p_A^*$$

e:

$$\frac{\partial D_B(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_B} \leq 0 \;\; per\; p_B \geq p_B^*$$

$$\frac{\partial D_B(p_A^*, p_B^*)}{\partial p_B} \geq 0 \;\; per\; p_B \leq p_B^*$$

La tolleranza è simmetrica, così come la distribuzione degli elettori lungo l'intervallo politico, perciò la condizione (A40) è verificata per piattaforme simmetriche:

$$p_B^* = 1 - p_A^*$$

oppure identiche:

$$p_B^* = p_A^*$$

Si consideri il caso di piattaforme simmetriche. La differenza nei voti è derivabile nel punto $({p_A}^*, {p_B}^*)$, pertanto:

$$\frac{\partial D_A({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_A} = f\left(\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2}\right) - f\left({p_A}^{*l}\right)$$

$$\frac{\partial D_B({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_B} = f({p_B}^{*r}) - f\left(\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2}\right)$$

dove ${p_A}^{*l}$ e ${p_B}^{*r}$ indicano, rispettivamente, l'elettore cut-off sinistro e destro. In particolare:

$$ {p_A}^{*l} = \begin{cases} {p_A}^* - t_{cr} \quad if\ {p_A}^* < p_\alpha + t_{cr} \\ p_\alpha \quad if \quad {p_A}^* \in PR_l \\ {p_A}^* - t_m \quad if \quad {p_A}^* > p_\alpha + t_m \end{cases} $$

$$ {p_B}^{*r} = \begin{cases} {p_B}^* + t_{cr} \quad if\ {p_B}^* > 1 - p_\alpha - t_{cr} \\ 1 - p_\alpha \quad if \quad {p_B}^* \in PR_r \\ {p_B}^* + t_m \quad if \quad {p_B}^* < 1 - p_\alpha - t_m \end{cases} $$

Dato che:

$$\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2} = \frac{1}{2}$$

gli elettori cut-off sono simmetrici e si verifica che:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) - f\left({p_A}^{*l}\right) > 0 \qquad (A41)$$

$$f({p_B}^{*r}) - f\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \qquad (A42)$$

Ciò significa che i partiti sono attratti l'uno dall'altro, vale a dire sono incentivati ad avvicinarsi al rivale, contraddicendo l'ipotesi iniziale di equilibrio Downsiano.

Un equilibrio politico Downsiano deve essere, dunque, caratterizzato da piattaforme convergenti:

$${p_A}^* = {p_B}^* = p^*$$

- ✓ *II fase:* $p^* = \frac{1}{2}$

Si supponga che la piattaforma comune appartenga alla regione protetta di destra[73]. Tale piattaforma costituisce un equilibrio Downsiano se nessun partito è incentivato ad allontanarvi. Consideriamo, ad esempio, uno spostamento del partito A nel punto:

$$p^* - \varepsilon$$

[73] Il ragionamento è analogo per la regione protetta di sinistra.

in modo tale che tutti gli elettori posizionati tra i due partiti scelgano di votare, vale a dire:

$$\varepsilon \leq 2t_m$$

L'elettore cut-off sinistro ${p_A}^l$ è più tollerante del cut-off destro p^{*r}. Infatti:

$$p^{*r} = 1 - p_\alpha$$

$${p_A}^l = p^* - \varepsilon - t_m$$

La differenza nei voti del partito A rispetto al partito B è:

$$D_A(p^* - \varepsilon, p^*) = \int_{p^*-\varepsilon-t_m}^{p^*-\frac{\varepsilon}{2}} f(p)dp - \int_{p^*-\frac{\varepsilon}{2}}^{1-p_\alpha} f(p)dp \qquad (A43)$$

L'area sottesa dalla funzione di densità nel primo integrale della (A43) si riferisce ad un intervallo di politiche più esteso rispetto al secondo integrale. Poiché la piattaforma comune appartiene alla regione protetta destra, si ha che:

$$\frac{\varepsilon}{2} + t_m > (1 - p_\alpha - p^*) + \frac{\varepsilon}{2}$$

Inoltre, sia il valore massimo che il valore minimo assunto dalla funzione di densità nell'intervallo di politiche del primo integrale supera quello assunto nel secondo integrale. Formalmente:

$$\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t_m, p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Max} f(p) = Max\left\{f\left(\frac{1}{2}\right), f(p^* - \varepsilon - t_m)\right\}$$

$$\underset{p\in[p^*-\frac{\varepsilon}{2}, 1-p_\alpha]}{Max} f(p) = f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t_m, p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Min} f(p) = f\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$\underset{p\in[p^*-\frac{\varepsilon}{2}, 1-p_\alpha]}{Min} f(p) = f(1 - p_\alpha)$$

perciò:

$$\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t_m, p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Max} f(p) > \underset{p\in[p^*-\frac{\varepsilon}{2}, 1-p_\alpha]}{Max} f(p)$$

$$\underset{p\in[p^*-\varepsilon-t_m, p^*-\frac{\varepsilon}{2}]}{Min} f(p) > \underset{p\in[p^*-\frac{\varepsilon}{2}, 1-p_\alpha]}{Min} f(p)$$

Di conseguenza, la (A43) è strettamente positiva e la deviazione dalla proposta politica comune risulta vantaggiosa, contraddicendo l'ipotesi iniziale di equilibrio Downsiano.

Si consideri ora il caso in cui la piattaforma comune di equilibrio appartenga alla regione centrale, vale a dire:

$$p^* \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

con:

$$p^* > \frac{1}{2}$$

Un movimento in direzione dell'elettore mediano/modale consente di vincere le elezioni. Il partito deviante ottiene i voti degli elettori collocati nell'intervallo:

$$\left[p^* - \varepsilon - t_m, p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right]$$

mentre il partito collocato in p^* cattura tutti gli elettori posizionati nell'intervallo:

$$\left[p^* - \frac{\varepsilon}{2}, p^* + t_m\right]$$

E' facile constatare come la lunghezza degli intervalli sia identica e pari a:

$$\frac{\varepsilon}{2} + t_m$$

Pertanto, la proposta politica più vicina all'elettore mediano/modale vince le elezioni, in quanto cattura una più alta percentuale di elettori attivi rispetto alla proposta rivale.

Un analogo ragionamento, per il caso in cui $p^* < \frac{1}{2}$, implica che l'unica politica candidata a costituire un equilibrio Downsiano è:

$$p^* = \frac{1}{2}$$

La dimostrazione dell'equilibrio è analoga a quella relativa al caso di un'unica tolleranza tra i cittadini (proposizione 2.3). Infatti nessun partito è incentivato ad allontanarsi dalla regione centrale degli elettori moderati/tolleranti, in quanto ciò comporta una minore percentuale di voti sia tra gli elettori periferici (meno tolleranti e meno numerosi) sia tra gli elettori interni (meno numerosi). Pertanto l'eventuale deviazione vantaggiosa va ricercata nelle politiche della regione:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

all'interno della quale la tolleranza dei cittadini è costante e pari a:

$$t = t_m$$

La dimostrazione della proposizione 2.3 conclude.

Proposizione 2.10-Dimostrazione

L'equilibrio nei voti coerente all'assunzione A1, è un equilibrio Downsiano, come stabilito dal lemma 2.2. Poiché l'equilibrio Downsiano è unico e caratterizzato dalla completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica dell'elettore mediano, l'equilibrio nei voti $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è consistente solo se:

$$p_A{}^* = p_B{}^* = \frac{1}{2}$$

In caso contrario, il profilo di strategie di equilibrio non rispetta l'ordinamento di preferenza "naturale" dei partiti, stabilito dall'assunzione A1. Sia:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

l'equilibrio nei voti, ovvero nessun partito può incrementare i voti ricevuti modificando la propria posizione. Formalmente:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \leq 0 \quad per \quad p_A \geq p_A{}^*$$

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \geq 0 \quad per \quad p_A \leq p_A{}^*$$

e:

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} \leq 0 \quad per \quad p_B \geq p_B{}^*$$

$$\frac{\partial V_B(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_B} \geq 0 \quad per \quad p_B \leq p_B{}^*$$

Essendo la funzione dei voti ricevuti derivabile, si ottiene:

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t_m) \leq 0 \quad per \quad p_A \geq p_A{}^*$$

$$f\left(\frac{p_A + p_B{}^*}{2}\right) - 2f(p_A - t_m) \geq 0 \quad per \quad p_A \leq p_A{}^*$$

e:

$$2f(p_B + t_m) - f\left(\frac{p_A{}^* + p_B}{2}\right) \leq 0 \quad per \quad p_B \geq p_B{}^*$$

$$2f(p_B + t_m) - f\left(\frac{p_A{}^* + p_B}{2}\right) \geq 0 \quad per \quad p_B \leq p_B{}^*$$

Poiché $p_A{}^* = p_B{}^* = \frac{1}{2}$ si ha che:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) - 2f\left(\frac{1}{2} - t_m\right) \geq 0$$

$$2f\left(\frac{1}{2} + t_m\right) - f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0$$

Tali condizioni sono entrambe soddisfatte se:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \geq 2f\left(\frac{1}{2} - t_m\right) = 2f\left(\frac{1}{2} + t_m\right)$$

Nessun partito è incentivato ad allontanarsi dalla politica dell'elettore mediano.

Lemma 2.8 e 2.9–Dimostrazione

Si dimostra dapprima l'esistenza della politica centrale e successivamente l'esistenza della politica centrale locale. Infine si evidenzia come l'una sia alternativa all'altra.

- *Esistenza della politica centrale* p_c

  In base al lemma 2.6 la politica dell'elettore centrale esiste, è unica e:

  $$p_{mod} - t < p_c < p_{mod} + t$$

  Pertanto la politica dell'elettore centrale con:

  $$t = t_m$$

  esiste se:

  $$p_c \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

  e:

  $$p_{mod} - t_m < p_c < p_{mod} + t_m$$

  Si consideri il caso in cui:

  $$t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

  La regione centrale delle politiche appartenenti agli elettori moderati/tolleranti:

  $$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

  contiene la politica preferita dall'elettore modale; inoltre:

  $$p_{mod} - t_m > p_\alpha + t_m$$

  e:

  $$p_{mod} + t_m < 1 - p_\alpha - t_m$$

  ovvero la regione include anche i punti $p_{mo} \pm t_m$. La dimostrazione dell'esistenza della politica centrale è analoga a quella relativa al caso di un'unica tolleranza tra i cittadini (lemma 2.6).

  Se invece:

  $$t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

  la politica dell'elettore modale può appartenere alla regione centrale o meno. Quando la moda si trova a sinistra del punto $p_\alpha + t_m$ (a destra del punto $1 - p_\alpha - t_m$) la funzione di distribuzione F è concava (convessa) per ogni punto p nell'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

Definendo $\alpha(p;t_m)$ e $\beta(p;t_m)$ come:

$$\alpha(p;t_m) = F(p) - F(p - t_m)$$

$$\beta(p;t_m) = F(p + t_m) - F(p)$$

la politica dell'elettore centrale p_c è tale che:

$$\alpha(p_c;t_m) = \beta(p_c;t_m)$$

Supponiamo che:

$$p_{mod} < p_\alpha + t_m$$

La funzione di distribuzione nella regione centrale è concava, perciò:

$$\alpha(p;t_m) > \beta(p;t_m) \quad \forall\, p \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

e una politica dell'elettore centrale non può esistere. Analogamente, se:

$$p_{mod} > 1 - p_\alpha - t_m$$

la funzione di distribuzione è convessa e si verifica che:

$$\alpha(p;t_m) < \beta(p;t_m) \quad \forall\, p \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

Dunque, se esiste una politica dell'elettore centrale $p_c \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$ tale che:

$$\int_{p_c - t_m}^{p_c} f(p)dp = \int_{p_c}^{p_c + t_m} f(p)dp$$

allora:

$$t_m < \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

oppure:

$$t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

e la politica ideale dell'elettore modale appartiene all'intervallo:

$$[p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

- *Esistenza della politica centrale locale* p_{cl}

  Si dimostra l'esistenza della politica centrale locale per una distribuzione asimmetrica negativa[74]. La politica centrale locale $p_{cl} \in RP_r$ è definita come:

$$\int_{p_{cl} - t_m}^{p_{cl}} f(p)dp = \int_{p_{cl}}^{1 - p_\alpha} f(p)dp \qquad (A44)$$

[74] La dimostrazione relativa ad una distribuzione asimmetrica positiva è analoga.

L’area sottesa dalla funzione di densità nel primo integrale della (A44) è associata ad un intervallo di politiche più esteso rispetto al secondo integrale. Infatti, poiché:

$$p_{cl} \in [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$$

la lunghezza dell’intervallo a sinistra della politica centrale locale è pari a t_m, che è maggiore della lunghezza dell’intervallo a destra.

Definendo $\alpha(p; t_m)$ e $\beta(p; p_\alpha)$ come:

$$\alpha(p; t_m) = F(p) - F(p - t_m)$$

$$\beta(p; p_\alpha) = F(1 - p_\alpha) - F(p)$$

la politica dell’elettore centrale locale p_{cl} è tale che:

$$\alpha(p_{cl}; t_m) = \beta(p_{cl}; p_\alpha)$$

Supponiamo che la politica modale si trovi all’esterno della regione protetta. In particolare:

$$p_{mod} < 1 - p_\alpha - t_m$$

La funzione di distribuzione è, pertanto, concava in ogni punto della regione protetta. Inoltre, dato che:

$$(1 - p_\alpha - p) < t_m \qquad \forall\, p \in [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$$

si ha che:

$$\beta(p; p_\alpha) < \alpha(p; t_m) \qquad \forall\, p \in [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$$

pertanto una politica centrale locale non può esistere.

Supponiamo ora che:

$$p_{mod} > 1 - p_\alpha - t_{cr}$$

In questo caso la funzione di distribuzione è convessa in ogni punto della regione protetta, perciò:

$$\beta(p; p_\alpha) \geq \alpha(p; t_m) \;\; per\; p \in [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$$

e una politica centrale locale può esistere, così come nel caso in cui la politica modale appartenga alla regione protetta, ovvero:

$$1 - p_\alpha - t_m \leq p_{mod} \leq 1 - p_\alpha - t_{cr}$$

Dunque, se la politica dell’elettore centrale locale $p_{cl} \in [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$ tale che:

$$\int_{p_{cl}-t_m}^{p_{cl}} f(p)dp \;=\; \int_{p_{cl}}^{1-p_\alpha} f(p)dp$$

esiste, allora:

$$t_m \geq \frac{1}{4} - \frac{p_\alpha}{2}$$

e l'elettore modale appartiene alla regione protetta di destra o all'estrema destra dell'intervallo politico[75]. Formalmente:

$$p_{mo} \geq 1 - p_\alpha - t_m$$

Proposizione 2.11-Dimostrazione

La dimostrazione si riferisce ad una distribuzione degli elettori asimmetrica negativa[76] e consiste in due fasi successive.

I fase: $p_A{}^* = p_B{}^* = p^*$

Dal lemma 2.1 l'equilibrio Downsiano $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è tale che:

$$\pi_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = \pi_B(p_A{}^*, p_B{}^*) = \frac{1}{2} \qquad (A45)$$

ovvero $D_A(p_A{}^*, p_B{}^*) = 0$. La condizione (A45) è verificata per ogni:

$$p_B{}^* = p_A{}^* = p^*$$

oppure per piattaforme divergenti $p_B{}^* \neq p_A{}^*$ tali che:

$$\int_{p_A{}^{*l}}^{\frac{p_B{}^* + p_A{}^*}{2}} f(p)dp = \int_{\frac{p_B{}^* + p_A{}^*}{2}}^{p_B{}^{*r}} f(p)dp \qquad (A46)$$

dove $p_A{}^{*l}$ e $p_B{}^{*r}$ indicano, rispettivamente, l'elettore cut-off sinistro (del partito A) e l'elettore cut-off destro (del partito B). Poiché le politiche più popolari tra i cittadini sono orientate a destra, le piattaforme elettorali che soddisfano la (A46) devono essere tali che:

$$|p_B{}^* - p_{mod}| < |p_A{}^* - p_{mod}| \qquad (A47)$$

$$\left(p_A{}^* - p_A{}^{*l}\right) > (p_B{}^{*r} - p_B{}^*) \qquad (A48)$$

Il partito B è più vicino alla politica dell'elettore modale rispetto al partito A il cui elettore cut-off è, tuttavia, più tollerante rispetto a quello del partito B. In altre parole la più alta densità degli elettori del partito B è compensata dalla maggiore

[75] Analogamente, data una distribuzione di elettori asimmetrica positiva, se la politica centrale locale:

$$p_{cl} \in [p_\alpha + t_{cr}, p_\alpha + t_m]$$

esiste, allora l'elettore modale appartiene alla regione protetta di sinistra o all'estrema sinistra dell'intervallo politico, vale a dire:

$$p_{mod} \leq p_\alpha + t_m$$

[76] Il ragionamento è facilmente estendibile al caso in cui la distribuzione degli elettori sia asimmetrica positiva.

tolleranza degli elettori del partito A, in modo tale che la percentuale di voti assegnati ai partiti sia identica.

Sia $({p_A}^*, {p_B}^*)$ il profilo di strategie di equilibrio. Si consideri una deviazione del partito A in direzione della politica rivale; in particolare il partito sceglie la politica ${p_A}^* + \varepsilon$, con $\varepsilon > 0$. La differenza nei voti per il partito A rispetto al partito B è data da:

$$D_A({p_A}^* + \varepsilon, {p_B}^*) = \int_{{p_A}^{*l}+\varepsilon}^{\frac{{p_B}^*+{p_A}^*}{2}+\frac{\varepsilon}{2}} f(p)dp - \int_{\frac{{p_B}^*+{p_A}^*}{2}+\frac{\varepsilon}{2}}^{{p_B}^{*r}} f(p)dp \qquad (A49)$$

Le politiche sono entrambe orientate a destra e lo spostamento dell'elettore cut-off del partito A è pari a ε. Infatti, le condizioni (A47)-(A48) sono verificate solo se:

$${p_A}^* \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

vale a dire il partito A si trova nella regione centrali delle politiche appartenenti agli elettori più tolleranti. Un avvicinamento al partito rivale non cambia la tolleranza del proprio elettore cut-off (pari a t_m) che, pertanto, si sposta nella stessa misura del partito A. In equilibrio:

$$D_A({p_A}^*, {p_B}^*) = 0$$

ovvero:

$$F\left(\frac{{p_B}^* + {p_A}^*}{2}\right) - F\left({p_A}^{*l}\right) = F({p_B}^{*r}) - F\left(\frac{{p_B}^* + {p_A}^*}{2}\right).$$

La (A49) può essere riscritta come:

$$D_A({p_A}^* + \varepsilon, {p_B}^*) = 2\left[F\left(\frac{{p_B}^* + {p_A}^*}{2} + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F\left(\frac{{p_B}^* + {p_A}^*}{2}\right)\right] - F\left({p_A}^{*l} + \varepsilon\right) + F\left({p_A}^{*l}\right)$$

Dopo alcuni semplici passaggi algebrici, si ottiene:

$$D_A({p_A}^* + \varepsilon, {p_B}^*) = (\delta - \gamma) + (\delta - \theta)$$

con:

$$\delta = F\left(\frac{{p_B}^* + {p_A}^*}{2} + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F\left(\frac{{p_B}^* + {p_A}^*}{2}\right)$$

$$\gamma = F\left({p_A}^{*l} + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F\left({p_A}^{*l}\right)$$

$$\theta = F\left({p_A}^{*l} + \varepsilon\right) - F\left({p_A}^{*l} + \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

E' facile constatare come l'intervallo di politiche associato a δ, γ e θ sia pari a $\frac{\varepsilon}{2}$.

Inoltre, il punto di mezzo tra i due partiti $\frac{{p_B}^*+{p_A}^*}{2}$ è più vicino all'elettore modale rispetto all'elettore cut-off sinistro. Di conseguenza:

$$(\delta - \gamma) > 0$$

$$(\delta - \theta) > 0$$

La (A49) è positiva e ciò contraddice l'ipotesi iniziale di equilibrio Downsiano. L'unico profilo di strategie tale da soddisfare la condizione (A45) è:

$$p_A{}^* = p_B{}^* = p^*$$

II fase: $p^* = p_{lm}$

In equilibrio nessun partito è incentivato ad allontanarsi dalla piattaforma comune p^*. In particolare, il partito che si allontana trova conveniente tornare nel punto p^*. Formalmente:

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*) \geq 0 \qquad (A50)$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_B(p^*, p^* + \varepsilon) \geq 0 \qquad (A51)$$

Dato che $D_B(p_A, p_B) = -D_A(p_A, p_B)$, la (A51) è equivalente alla seguente condizione:

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon) \leq 0$$

Supponiamo che la politica comune appartenga alla regione centrale:

$$p^* \in [p_\alpha + t_m, 1 - p_\alpha - t_m]$$

e calcoliamo i limiti:

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*)$$
$$= \lim_{\varepsilon \to 0^+} \left(2F\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right) - F(p^* - \varepsilon - t_m) - F(p^* + t_m)\right) \geq 0$$
$$= 2F(p^*) - F(p^* - t_m) - F(p^* + t_m) \geq 0$$

e:

$$\lim_{\varepsilon \to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon)$$
$$= \lim_{\varepsilon \to 0^+} \left(2F\left(p^* + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F(p^* + \varepsilon + t_m) - F(p^* - t_m)\right) \leq 0$$
$$= 2F(p^*) - F(p^* + t_m) - F(p^* - t_m) \leq 0$$

Di conseguenza, deve essere:

$$2F(p^*) - F(p^* - t_m) - F(p^* + t_m) = 0$$

Ciò coincide con la definizione della politica dell'elettore centrale, dunque:

$$p^* = p_c$$

Supponiamo, invece, che la politica comune appartenga alla regione protetta di destra:

$$p^* \in PR_r = [1 - p_\alpha - t_m, 1 - p_\alpha - t_{cr}]$$

Calcoliamo i limiti:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*)$$
$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+} \left(2F\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right) - F(p^* - \varepsilon - t_m) - F(1 - p_\alpha)\right) \geq 0$$
$$= 2F(p^*) - F(p^* - t_m) - F(1 - p_\alpha) \geq 0$$

e:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon)$$
$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+} \left(2F\left(p^* + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F(1 - p_\alpha) - F(p^* - t_m)\right) \leq 0$$
$$= 2F(p^*) - F(1 - p_\alpha) - F(p^* - t_m) \leq 0$$

Di conseguenza, deve essere:

$$2F(p^*) - F(p^* - t_m) - F(1 - p_\alpha) = 0$$

Ciò coincide con la definizione della politica centrale locale, dunque:

$$p^* = p_{cl}$$

Proposizione 2.12-Dimostrazione

L'equilibrio nei voti coerente all'assunzione A1, è un equilibrio Downsiano, come stabilito dal lemma 2.2. Poiché l'equilibrio Downsiano è unico e caratterizzato dalla completa convergenza delle piattaforme elettorali nella politica dell'elettore mediano locale p_{lm}, l'equilibrio nei voti $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è consistente solo se:

$$p_A{}^* = p_B{}^* = p_{lm}$$

dove p_{lm} denota la politica preferita dall'elettore mediano locale che, in base al lemma 2.9, è l'elettore centrale o l'elettore centrale locale. In caso contrario, il profilo di strategie di equilibrio non rispetta l'ordinamento di preferenza "naturale" dei partiti, stabilito dall'assunzione A1. Sia:

$$(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p_{lm}, p_{lm})$$

l'equilibrio nei voti, ovvero nessun partito può incrementare i voti ricevuti modificando la propria posizione. Formalmente:

$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \leq 0 \quad per \quad p_A \geq p_A{}^*$$
$$\frac{\partial V_A(p_A{}^*, p_B{}^*)}{\partial p_A} \geq 0 \quad per \quad p_A \leq p_A{}^*$$

e:

$$\frac{\partial V_B({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_B} \leq 0 \quad per \quad p_B \geq {p_B}^*$$

$$\frac{\partial V_B({p_A}^*, {p_B}^*)}{\partial p_B} \geq 0 \quad per \; p_B \leq {p_B}^*$$

Essendo la funzione dei voti ricevuti derivabile e dato che:

$${p_A}^* = {p_B}^* = p_{lm}$$

si ottiene:

$$f(p_{lm}) - 2f({p_{lm}}^l) \geq 0$$

$$2f({p_{lm}}^r) - f(p_{lm}) \leq 0$$

dove ${p_{lm}}^l$ e ${p_{lm}}^r$ rappresentano, rispettivamente, l'elettore cut-off sinistro e destro. Entrambe le disequazioni sono verificate se:

$$f(p_{lm}) \geq Max\{2f({p_{lm}}^l), 2f({p_{lm}}^r)\}$$

Lemma 2.10-Dimostrazione

Si consideri il caso in cui la tolleranza sia orientata a destra, ovvero:

$$\alpha > \beta$$

I punti p_x, p_y sono collocati ad una stessa distanza dall'elettore più tollerante; in particolare:

$$p_x = \hat{p} - \varepsilon$$

$$p_y = \hat{p} + \varepsilon$$

con $\varepsilon > 0$. In base all'assunzione C3 la tolleranza dell'elettore con politica ideale p_x è:

$$t(p_x) = \gamma {p_x}^\alpha (1 - p_x)^\beta$$

e per l'elettore collocato in p_y:

$$t(p_y) = \gamma {p_y}^\alpha (1 - p_y)^\beta$$

Pertanto, si verifica che:

$$t(p_y) < t(p_x)$$

se e solo se:

$$\left(\frac{\hat{p} + \varepsilon}{\hat{p} - \varepsilon}\right)^\alpha < \left(\frac{1 - \hat{p} + \varepsilon}{1 - \hat{p} - \varepsilon}\right)^\beta \qquad (A52)$$

Dato che $\alpha > \beta$ ed entrambi i rapporti della (A52) sono maggiori di 1, tale condizione è soddisfatta solo se:

$$\frac{\hat{p} + \varepsilon}{\hat{p} - \varepsilon} < \frac{1 - \hat{p} + \varepsilon}{1 - \hat{p} - \varepsilon}$$

quindi se:

$$\varepsilon < 2\hat{p} - 1 \qquad (A53)$$

Il valore di ε è necessariamente inferiore a $1 - \hat{p}$, altrimenti si verificherebbe che:

$$p_y > 1$$

Inoltre, se $\hat{p} \geq \frac{2}{3}$, il valore soglia nella (A53) è maggiore (o al limite uguale) a $1 - \hat{p}$, ovvero:

$$2\hat{p} - 1 \geq 1 - \hat{p}$$

Di conseguenza la condizione (A53) è soddisfatta e, perciò, la tolleranza associata alla politica p_x è maggiore rispetto alla tolleranza di p_y. Al fine di individuare una coppia di politiche p_i, p_k tali che:

$$t(p_i) = t(p_k)$$

la politica a destra deve essere più vicina all'elettore più tollerante $\hat{p}$ rispetto alla politica a sinistra.

Dall'altro lato, se:

$$\frac{1}{2} < \hat{p} < \frac{2}{3}$$

il valore di ε può rispettare la (A53) o meno. Si consideri un valore di ε tale da soddisfare la (A53). Questo implica che la coppia di politiche con uguale tolleranza sia caratterizzata da:

$$(\hat{p} - p_i) > (p_k - \hat{p})$$

e ciò è coerente con la condizione (A53) solo se:

$$(\hat{p} - p_i) < 2\hat{p} - 1$$

dunque, se:

$$p_i > 1 - \hat{p}$$

Per un valore di ε superiore alla soglia $2\hat{p} - 1$, la coppia di politiche con uguale tolleranza è tale che:

$$(\hat{p} - p_i) < (p_k - \hat{p})$$

Ciò è coerente con l'ipotesi per cui:

$$\varepsilon > 2\hat{p} - 1$$

solo se:

$$(\hat{p} - p_i) > 2\hat{p} - 1$$

che è verificata per:

$$p_i < 1 - \hat{p}$$

Lemma 2.11-Dimostrazione

Si consideri la coppia di proposte politiche (p_A, p_B), con:

$$(p_B - p_A) \leq 2t_{mp}$$

vale a dire l'elettore collocato nel punto di mezzo tra i due partiti decide di votare. La tolleranza di tale elettore è indicata da t_{mp}:

$$t_{mp} = t\left(\frac{p_A + p_B}{2}\right)$$

Supponiamo che l'elettore cut-off destro del partito A sia:

$$p^r \neq \frac{p_A + p_B}{2}$$

così come l'elettore cut-off sinistro del partito B:

$$p^l \neq \frac{p_A + p_B}{2}$$

L'elettore cut-off è definito come il punto in cui la tolleranza ideologica interseca la distanza dal partito. Dato che l'elettore collocato nel punto di mezzo è attivo, in corrispondenza di tale punto la tolleranza è superiore alla distanza dal partito e, per la concavità di $t(p)$, esiste un elettore cut-off diverso dal punto di mezzo solo se:

$$\exists\, p \in \left(p_A, \frac{p_A+p_B}{2}\right] \text{ tale che } t(p) = p - p_A$$

$$\exists\, p \in \left(\frac{p_A+p_B}{2}, p_B\right] \text{ tale che } t(p) = p_B - p$$

In base all'assunzione C3, la tolleranza è continua, aumenta (diminuisce) a sinistra (destra) di $\hat{p}$ ed è concava. Ciò implica che, se l'elettore cut-off destro è diverso dal punto di mezzo, esiste un punto:

$$p' \in \left(p_A, \frac{p_A + p_B}{2}\right]$$

tale che:

$$t(p') = 0$$

Analogamente, se esiste un elettore cut-off sinistro diverso dal punto di mezzo, significa che c'è un punto:

$$p' \in \left(\frac{p_A + p_B}{2}, p_B\right]$$

tale che:

$$t(p') = 0$$

Poiché ciò si verifica solo in corrispondenza degli estremi dell'intervallo politico ($p' = 0$ e $p' = 1$), è necessario che:

$$p_A < 0$$

$$p_B > 1$$

che, nell'intervallo di politiche $P = [0,1]$, non è possibile.

Lemma 2.12-Dimostrazione

Si dimostra l'enunciato con riferimento al partito A e all'elettore cut-off sinistro[77].

Sia $p_A < \hat{p}$. L'elettore cut-off sinistro p^l è a sinistra dell'elettore più tollerante e, pertanto, nel tratto crescente della tolleranza. Il partito A si muove di Δ-passi in direzione dell'elettore più tollerante. Indicando il nuovo elettore cut-off del partito A con $p^l(\Delta)$, si ha che:

$$p^l(\Delta) < p^l + \Delta \tag{A54}$$

Infatti, se la tolleranza fosse identica tra i cittadini, lo spostamento dell'elettore cut-off sarebbe tale e quale allo spostamento del partito A, ovvero:

$$p^l(\Delta) = p^l + \Delta$$

Invece, se la tolleranza fosse decrescente, si verificherebbe uno spostamento maggiore rispetto al partito:

$$p^l(\Delta) > p^l + \Delta.$$

Poiché la tolleranza è crescente, l'elettore cut-off si sposta meno che proporzionalmente rispetto al partito A. Data la definizione di elettore cut-off, la tolleranza di $p^l(\Delta)$ è pari a:

$$t\left(p^l(\Delta)\right) = p_A + \Delta - p^l(\Delta)$$

mentre la tolleranza dell'elettore cut-off di partenza p^l è:

$$t(p^l) = p_A - p^l$$

In seguito al movimento del partito, la tolleranza dell'elettore cut-off aumenta, ovvero la differenza tra $t\left(p^l(\Delta)\right)$ e $t(p^l)$ è positiva, solo se:

$$p^l(\Delta) - p^l < \Delta$$

Ciò è verificato dalla (A54). Considerando spostamenti infinitesimi del partito, si ha che:

$$\frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l} \geq 0 \text{ per } p^l \leq \hat{p}$$

Si consideri il caso in cui l'elettore cut-off è a destra dell'elettore più tollerante:

$$p^l \geq \hat{p}$$

Il partito A si sposta verso destra in Δ-passi. L'elettore cut-off segue la direzione del movimento del partito; inoltre, poiché la tolleranza è decrescente, lo spostamento dell'elettore cut-off è superiore a quello del partito:

$$p^l(\Delta) > p^l + \Delta \tag{A55}$$

[77] La dimostrazione per l'elettore cut-off destro è speculare.

Infatti, se la tolleranza fosse identica tra i cittadini, lo spostamento dell'elettore cut-off sarebbe uguale allo spostamento del partito A, ovvero:

$$p^l(\Delta) = p^l + \Delta$$

Invece, se la tolleranza fosse crescente, si verificherebbe uno spostamento minore rispetto al partito:

$$p^l(\Delta) < p^l + \Delta$$

La tolleranza del nuovo elettore cut-off è:

$$t\left(p^l(\Delta)\right) = p_A + \Delta - p^l(\Delta)$$

che è inferiore alla tolleranza dell'elettore cut-off iniziale solo se:

$$p^l(\Delta) - p^l > \Delta$$

Ciò è confermato dalla (A55). Per infinitesimi spostamenti del partito A, si ha che:

$$\frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l} \leq 0 \ \text{ per } p^l \geq \hat{p}$$

Data l'assunzione C3, l'elettore cut-off è una funzione continua e crescente della politica annunciata dal partito, ovvero:

$$\frac{\partial p^l}{\partial p_A} = p^{l'}(p_A) > 0 \ \ \forall \ p_A \in P$$

Con $t'(p_A)$ si denoti la derivata prima della tolleranza dell'elettore cut-off rispetto alla posizione del partito, ovvero:

$$t'(p_A) = \frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l}\frac{\partial p^l}{\partial p_A}$$

La tolleranza dell'elettore cut-off è una funzione crescente della politica annunciata dal partito se e solo se:

$$\frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l} \geq 0$$

altrimenti è una funzione decrescente della proposta politica del partito. Formalmente:

$$t'\left(p_J\right) \leq 0$$

se e solo se:

$$\frac{\partial t(p^l)}{\partial p^l} \leq 0$$

Lemma 2.13-Dimostrazione

Si dimostra l'enunciato con riferimento al partito A e all'elettore cut-off sinistro[78]. Inoltre la dimostrazione si concentra sul caso in cui[79]:

$$p^l < \hat{p}$$

Si consideri un movimento Δ del partito A, con $\Delta > 0$. Poiché la tolleranza è crescente, lo spostamento dell'elettore cut-off è inferiore a quello del partito, ovvero:

$$p^l(\Delta) < p^l + \Delta$$

In altre parole, $p^l(\Delta)$ appartiene all'intervallo di politiche:

$$[p^l, p^l + \Delta)$$

Se, in quel tratto, la tolleranza cresce esattamente di Δ, l'elettore cut-off non cambia, ovvero:

$$p^l(\Delta) = p^l$$

Invece, se la tolleranza cresce ad un tasso costante di ½, lo spostamento dell'elettore cut-off è pari a $\frac{\Delta}{2}$, vale a dire:

$$p^l(\Delta) = p^l + \frac{\Delta}{2}$$

Di conseguenza, il movimento dell'elettore cut-off è più ampio di $\frac{\Delta}{2}$ se e solo se il tasso di crescita della tolleranza è inferiore a ½.

Proposizione 2.13-Dimostrazione

La dimostrazione consta di due fasi successive.

i. *I fase:* $p_A^* = p_B^*$

Dal lemma 2.1 l'equilibrio Downsiano (p_A^*, p_B^*) è tale che:

$$\pi_A(p_A^*, p_B^*) = \pi_B(p_A^*, p_B^*) = \frac{1}{2} \qquad (A56)$$

La condizione (A56) è verificata per ogni:

$$p_B^* = p_A^*$$

oppure per piattaforme divergenti $p_B^* \neq p_A^*$ tali che:

$$D_A\big(p_A^*, p_B^*; t(p)\big) = 0$$

Sia (p_A^*, p_B^*) l'equilibrio Downsiano, con $p_A^* \neq p_B^*$ e:

$$(p_B^* - p_A^*) > 2t_{mp}$$

[78] La dimostrazione per l'elettore cut-off destro è speculare.

[79] La sola differenza con il caso $p^l \geq \hat{p}$ è il segno di $t'(p^l)$.

dove t_{mp} rappresenta la tolleranza dell'elettore posizionato nel punto di mezzo tra i due partiti. I voti assegnati ai due partiti sono:

$$V_A\left(p_A{}^*, p_B{}^*; t(p)\right) = t(p^r(p_A{}^*)) + t(p^l(p_A{}^*))$$

$$V_B(p_A{}^*, p_B{}^*; t(p)) = t(p^r(p_B{}^*)) + t(p^l(p_B{}^*))$$

Pertanto la differenza dei voti per il partito A rispetto al partito B è:

$$D_A\left(p_A{}^*, p_B{}^*; t(p)\right) = \left(t(p^r(p_A{}^*)) - t(p^l(p_B{}^*))\right) + \left(t(p^l(p_A{}^*)) - t(p^r(p_B{}^*))\right)$$

e, data la condizione (A56), si verifica che:

$$\left(t(p^r(p_A{}^*)) - t(p^l(p_B{}^*))\right) + \left(t(p^l(p_A{}^*)) - t(p^r(p_B{}^*))\right) = 0$$

Supponiamo che:

$$p_A{}^* < p_B{}^* \leq \hat{p}$$

L'elettore cut-off interno del partito A è meno tollerante rispetto a quello del partito B:

$$t(p^r(p_A{}^*)) - t(p^l(p_B{}^*)) < 0$$

pertanto deve essere:

$$t(p^l(p_A{}^*)) - t(p^r(p_B{}^*)) > 0$$

affinché la (A56) sia vera. Attraverso un movimento in direzione del partito B, il partito A può incrementare la tolleranza di entrambi i propri elettori cut-off e vincere, così, la competizione elettorale. Ciò contraddice l'ipotesi iniziale di equilibrio Downsiano. Analogamente, se:

$$\hat{p} \leq p_A{}^* < p_B{}^*$$

l'elettore cut-off interno del partito A più tollerante rispetto a quello del partito B. Affinché la (A56) sia valida, è necessario che:

$$t(p^l(p_A{}^*)) - t(p^r(p_B{}^*)) < 0$$

Il partito B può avvinarsi al rivale ed incrementare, così, la tolleranza dei propri elettori cut-off. Ciò contraddice l'ipotesi iniziale di equilibrio. Infine, se:

$$p_A{}^* < \hat{p} < p_B{}^*$$

e l'elettore cut-off interno del partito A è più (meno) tollerante di quello del partito B, la condizione (A56) implica che l'elettore cut-off esterno del partito A è meno (più) tollerante di quello del partito B. In ogni caso almeno uno dei due partiti è incentivato ad avvicinarsi alla proposta politica rivale e, dunque, alla politica ideale dell'elettore più tollerante. Pertanto, l'equilibrio Downsiano $(p_A{}^*, p_B{}^*)$ è necessariamente caratterizzato da:

$$(p_B{}^* - p_A{}^*) \leq 2t_{mp}$$

Tutti gli elettori interni decidono di votare e, data la distribuzione uniforme, la (A56) è valida se e solo se gli elettori cut-off periferici presentano la stessa tolleranza:

$$t\left(p^l({p_A}^*)\right) = t\left(p^r({p_B}^*)\right) \tag{A57}$$

Quando la tolleranza è simmetrica la (A57) è vera per ogni coppia di politiche simmetriche, vale a dire per ogni $({p_A}^*, {p_B}^*)$ tale che:

$$\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2} = \hat{p} = \frac{1}{2}.$$

Dal lemma 2.10, nel caso di tolleranza orientata a destra e $\hat{p} \geq \frac{2}{3}$, la (A57) è vera se:

$$(\hat{p} - p^l) > (p^r - \hat{p}) \tag{A58}$$

dove, al fine di semplificare la notazione, p^l (p^r) indica l'elettore cut-off del partito A (B) in equilibrio.

Invece, se $\frac{1}{2} < \hat{p} < \frac{2}{3}$, la condizione è soddisfatta per:

$$(\hat{p} - p^l) > (p^r - \hat{p})$$

e:

$$p^l > 1 - \hat{p}$$

oppure per:

$$(\hat{p} - p^l) < (p^r - \hat{p}) \tag{A59}$$

e:

$$p^l < 1 - \hat{p}$$

Sia $\hat{p} \geq \frac{2}{3}$. La (A58) implica:

$$\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2} < \hat{p}$$

vale a dire:

$${p_A}^* < \hat{p} \leq {p_B}^*$$

Dalla dimostrazione del lemma 2.10 si ha che:

$$t(p_x) > t\left(p_y\right)$$

per:

$$p_x = \hat{p} - \varepsilon$$

$$p_y = \hat{p} + \varepsilon$$

con $\varepsilon > 0$. Sia ε la distanza tra la proposta politica del partito B e l'elettore più tollerante $\hat{p}$:

$$\varepsilon = ({p_B}^* - \hat{p})$$

Il partito A può vincere le elezioni scegliendo la posizione:

$$p_A{}^{*\prime} = \hat{p} - \varepsilon$$

Infatti:

$$t\left(p^l(p_A{}^{*\prime})\right) > t\left(p^r(p_B{}^*)\right)$$

Ciò contraddice l'assunzione iniziale di equilibrio.

Sia $\frac{1}{2} < \hat{p} < \frac{2}{3}$ e la (A58) è valida. Anche in questo caso il partito A è incentivato a deviare, posizionandosi simmetricamente al partito B rispetto all'elettore più tollerante. Sia $\frac{1}{2} < \hat{p} < \frac{2}{3}$ e la (A59) è valida, così che:

$$\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2} > \hat{p}$$

vale a dire:

$$p_A{}^* \leq \hat{p} < p_B{}^*$$

Dalla dimostrazione del lemma 2.10 si ha che:

$$t(p_x) < t(p_y)$$

perciò il partito B può posizionarsi nel punto:

$$p_B{}^{*\prime} = \hat{p} + \varepsilon$$

con:

$$\varepsilon = (\hat{p} - p_A{}^*)$$

e vincere, così, la competizione elettorale. Ciò contraddice l'assunzione iniziale di equilibrio Downsiano. Poiché piattaforme elettorali divergenti non costituiscono un equilibrio politico, dev'essere:

$$p_A{}^* = p_B{}^*$$

ii. *II fase:* $p_A{}^* = p_B{}^* = p^*$

In equilibrio nessun partito può aumentare la probabilità di vittoria allontanandosi dalla piattaforma comune, vale a dire:

$$D_A\left(p^* \pm \Delta, p^*; t(p)\right) < 0$$

dove $D_A(\cdot)$ è la differenza tra i voti assegnati al partito A, che si allontana dalla politica comune, e il partito rivale. Ciò si verifica se:

$$t\left(p^l(p^* - \Delta)\right) < t\left(p^r(p^*)\right)$$

$$t\left(p^r(p^* + \Delta)\right) < t\left(p^l(p^*)\right)$$

per ogni $\Delta > 0$; pertanto, considerando movimenti infinitesimi:

$$\left(p^l(p^*)\right) \leq t\left(p^r(p^*)\right) \tag{A60}$$

$$t\left(p^r(p^*)\right) \leq t\left(p^l(p^*)\right) \tag{A61}$$

E’ facile constatare come le condizioni (A60) e (A61) siano verificate solo se:

$$t\left(p^l(p^*)\right) = t\left(p^r(p^*)\right)$$

Di conseguenza, la piattaforma comune in equilibrio coincide con l’elettore più tollerante solo se la tolleranza è simmetrica; altrimenti, se la tolleranza è orientata a destra (sinistra), la politica comune si trova a sinistra (destra) dell’elettore più tollerante. Infatti, in base al lemma 2.10, il punto di mezzo tra due politiche con uguale tolleranza si trova a sinistra (destra) dell’elettore più tollerante se quest’ultimo è orientato a destra (sinistra). Il lemma 2.10 conclude la dimostrazione.

Proposizione 2.14-Dimostrazione

Dal lemma 2.2, l’equilibrio nei voti è consistente solo se coincide con l’equilibrio Downsiano:

$$p_A{}^* = p_B{}^* = p^*$$

Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p^*, p^*)$ l’equilibrio nei voti. La piattaforma comune è tale che:

$$t\left(p^l(p^*)\right) = t\left(p^r(p^*)\right)$$

pertanto i voti assegnati a ciascun partito sono:

$$V_J\left(p^*, p^*; t(p)\right) = \frac{1}{2}\left[t\left(p^l(p^*)\right) + t\left(p^r(p^*)\right)\right] \quad \forall\, J = A, B$$

In equilibrio nessun partito può aumentare la quota di voti ricevuti cambiando la propria proposta politica, ovvero:

$$V_J\left(p^* \pm \Delta, p^*; t(p)\right) < V_J\left(p^*, p^*; t(p)\right)$$

per ogni $\Delta > 0$. In particolare:

$$V_J\left(p^* + \Delta, p^*; t(p)\right) = \frac{\Delta}{2} + t\left(p^r(p^* + \Delta)\right)$$

$$V_J\left(p^* - \Delta, p^*; t(p)\right) = \frac{\Delta}{2} + t\left(p^l(p^* - \Delta)\right)$$

Nessun partito è incentivato ad allontanarsi dalla piattaforma comune se si verifica che:

$$t\left(p^l(p^*)\right) - t\left(p^l(p^* - \Delta)\right) \geq \frac{\Delta}{2} \tag{A62}$$

$$t\left(p^r(p^*)\right) - t\left(p^r(p^* + \Delta)\right) \geq \frac{\Delta}{2} \tag{A63}$$

per ogni $\Delta > 0$. Considerando spostamenti infinitesimi, la piattaforma comune p^* è un equilibrio nei voti solo se:

$$t'(p^l(p^*)) \geq \frac{1}{2}$$

$$|t'(p^r(p^*))| \geq \frac{1}{2}$$

Proposizione 2.15-Dimostrazione

Si dimostrano gli enunciati di ogni punto.

i. Sia $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p^*, p^*)$ l'equilibrio Downsiano. In equilibrio la probabilità di vittoria è ½ e nessun partito può vincere le elezioni allontanandosi dalla proposta politica comune. In particolare, data la posizione del partito rivale nel punto p^*, la miglior risposta del partito posizionato alla sua sinistra o destra è p^*, vale a dire:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*) \geq 0 \qquad (A64)$$

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_B(p^*, p^* + \varepsilon) \geq 0 \qquad (A65)$$

Poiché $D_B(p_A, p_B) = -D_A(p_A, p_B)$, la condizione (A65) può essere riscritta come:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon) \leq 0$$

Calcoliamo i limiti:

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_A(p^* - \varepsilon, p^*)$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+} \left[2F\left(p^* - \frac{\varepsilon}{2}\right) - F\left(p^* - \varepsilon - t\left(p^l(p^* - \varepsilon)\right)\right) - F\left(p^* + t\big(p^r(p^*)\big)\right)\right] \geq 0$$

$$= 2F(p^*) - F\left(p^* - t\Big(p^l(p^*)\Big)\right) - F\left(p^* + t\big(p^r(p^*)\big)\right) \geq 0$$

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} D_A(p^*, p^* + \varepsilon)$$

$$= \lim_{\varepsilon\to 0^+} \left[2F\left(p^* + \frac{\varepsilon}{2}\right) - F\left(p^* - t\left(p^l(p^*)\right)\right) - F\left(p^* + \varepsilon + t\big(p^r(p^* + \varepsilon)\big)\right)\right] \leq 0$$

$$= 2F(p^*) - F\left(p^* - t\Big(p^l(p^*)\Big)\right) - F\left(p^* + t\big(p^r(p^*)\big)\right) \leq 0$$

Di conseguenza, se $(p_A{}^*, p_B{}^*) = (p^*, p^*)$ è l'equilibrio Downsiano, si ha che:

$$2F(p^*) - F\left(p^* - t\Big(p^l(p^*)\Big)\right) - F\left(p^* + t\big(p^r(p^*)\big)\right) = 0$$

vale a dire:

$$\int_{p^l(p^*)}^{p^*} f(p)dp = \int_{p^*}^{p^r(p^*)} f(p)dp \qquad (A66)$$

ii. La politica preferita dall'elettore mediano p_{med} è un equilibrio Downsiano di convergenza politica se e solo se:

$$p^* = p_{med}$$

verifica la (A66), perciò:

$$F(p_{med}) - F\left(p_{med} - t\left(p^l(p_{med})\right)\right) = F\left(p_{med} + t\left(p^r(p_{med})\right)\right) - F(p_{med}) \quad (A67)$$

Poiché, per definizione, la politica dell'elettore mediano è tale che:

$$F(p_{med}) = \frac{1}{2}$$

l'equazione (A67) è vera se e solo se:

$$F\left(p_{med} + t\left(p^r(p_{med})\right)\right) = 1 - F\left(p_{med} - t\left(p^l(p_{med})\right)\right)$$

ovvero:

$$F\left(p^r(p_{med})\right) = 1 - F\left(p^l(p_{med})\right)$$

Corollario-Dimostrazione

Sia:

$$a(p) = F(p) - F\left(p^l(p)\right)$$

e:

$$b(p) = F\left(p^r(p)\right) - F(p)$$

La piattaforma comune di equilibrio p^* è tale che:

$$\int_{p^l(p^*)}^{p^*} f(p)dp = \int_{p^*}^{p^r(p^*)} f(p)dp$$

vale a dire:

$$a(p^*) = b(p^*) \quad (A68)$$

Si dimostrano gli enunciati di ogni punto.

i. In base alla proposizione 2.15, la politica dell'elettore mediano è la piattaforma comune di equilibrio se:

$$F(p_{med}) - F\left(p^l(p_{med})\right) = F\left(p^r(p_{med})\right) - F(p_{med})$$

vale a dire se:

$$a(p_{med}) = b(p_{med}) \quad (A69)$$

Se la distribuzione degli elettori è simmetrica, la condizione (A68) è soddisfatta per ogni coppia (p^r, p^l) tale che:

$$p^r(p_{med}) = 1 - p^l(p_{med})$$

In base al lemma 2.10, ciò si verifica solo se la tolleranza è simmetrica, vale a dire se:

$$\hat{p} = p_{med} = \frac{1}{2}$$

ii. La distribuzione degli elettori è simmetrica e la tolleranza è orientata a destra, pertanto:

$$\frac{1}{2} = p_{med} < \hat{p}$$

In corrispondenza della politica dell'elettore mediano si ha che:

$$a(p_{med}) < b(p_{med})$$

in quanto l'elettore cut-off destro è più tollerante di quello sinistro. Dall'altro lato, nella politica dell'elettore più tollerante, accade il contrario:

$$a(\hat{p}) > b(\hat{p})$$

Infatti l'area a sinistra di $\hat{p}$ include le politiche con la più alta densità di elettori.

Di conseguenza, se l'equazione (A68) è verificata allora:

$$p_{med} < p^* < \hat{p}$$

iii. La distribuzione degli elettori è asimmetrica negativa e la tolleranza è orientata a destra, con $p_{med} < \hat{p}$, perciò:

$$\frac{1}{2} < p_{med} < p_{mod}$$

e le politiche più frequenti tra i cittadini sono anche quelle associate ai livelli di tolleranza più elevati. Poiché $p_{med} < \hat{p}$ l'elettore cut-off destro è più tollerante di quello sinistro; inoltre le politiche a destra dell'elettore mediano sono le più popolari tra i cittadini, pertanto:

$$a(p_{med}) < b(p_{med})$$

Si consideri un punto p a destra dell'elettore mediano. Essendo più vicino all'elettore più tollerante:

$$t\left(p^l(p)\right) > t\left(p^l(p_{med})\right)$$

Inoltre, poiché la distribuzione di elettori è asimmetrica negativa, si ha che:

$$a(p_{med}) < a(p)$$

Analogamente:

$$b(p) < b(p_{med})$$

Dall'altro lato, in un punto p a sinistra dell'elettore mediano la differenza tra $b(p_{med})$ e $a(p_{med})$ aumenta, in quanto la tolleranza dell'elettore cut-off sinistro si riduce, così come la densità degli elettori lì collocati. Pertanto, la piattaforma comune p^* dell'equazione (A68) non può che essere collocata a destra dell'elettore mediano.

iv. La distribuzione degli elettori è asimmetrica positiva e la tolleranza è orientata a destra, con $p_{med} < \hat{p}$, perciò:

$$p_{mod} < p_{med} < \frac{1}{2} < \hat{p}$$

Le politiche più frequenti tra i cittadini sono orientate a sinistra, mentre gli elettori più tolleranti sono posizionati a destra. Si consideri la politica dell'elettore più tollerante $\hat{p}$. Poiché la maggioranza degli elettori è orientata a sinistra e l'elettore più tollerante è, invece, orientato a destra, si verifica che:

$$a(\hat{p}) > b(\hat{p})$$

In un punto p a sinistra dell'elettore più tollerante, la tolleranza dell'elettore cut-off destro aumenta, così come la densità degli elettori ivi collocati, perciò:

$$b(p) > b(\hat{p})$$

Analogamente:

$$a(p) < a(\hat{p})$$

Dall'altro lato, in un punto p a destra dell'elettore più tollerante la differenza tra $a(\hat{p})$ e $b(\hat{p})$ si amplifica, in quanto la tolleranza dell'elettore cut-off sinistro aumenta. Pertanto, la piattaforma comune p^* dell'equazione (A68) non può che essere collocata a sinistra dell'elettore più tollerante.

Proposizione 2.16-Dimostrazione

Sia $({p_A}^*, {p_B}^*)$ l'equilibrio politico Downsiano, con ${p_A}^* < {p_B}^*$. In base al lemma 2.1, ogni partito vince le elezioni con probabilità ½, perciò:

$$\pi_A({p_A}^*, {p_B}^*) = \pi_B({p_A}^*, {p_B}^*) = \frac{1}{2} \qquad (A70)$$

ovvero $D_A({p_A}^*, {p_B}^*) = 0$. Poiché la tolleranza è orientata a destra, il partito B è più vicino all'elettore più tollerante $\hat{p}$ rispetto al partito rivale. Al fine di soddisfare la (A70) il partito A deve essere più vicino alla politica dell'elettore modale rispetto al proprio rivale, vale a dire:

$$|{p_A}^* - p_{mode}| < |{p_B}^* - p_{mode}|$$

L'elettore cut-off del partito A è meno tollerante di quello del partito B, ma la densità degli elettori che votano il partito A è maggiore della densità di elettori del partito B, in modo tale che i voti assegnati ad ogni partito siano uguali. In equilibrio nessun partito è incentivato a modificare la propria proposta politica. Data l'assunzione di divergenza politica in equilibrio, è ragionevole supporre che la differenziazione delle proposte politiche sia la più ampia possibile, ovvero che nessun partito sia incentivato ad allontanarsi ulteriormente dalla proposta politica rivale. Pertanto, è sufficiente dimostrare che avvicinarsi al partito rivale non migliora la probabilità di vittoria.

Poiché ${p_A}^* < {p_B}^*$ e la tolleranza è orientate a destra, si ha che:

$$p^l({p_A}^*) < \hat{p}$$

Si consideri un movimento Δ del partito A in direzione del partito B, con $\Delta > 0$. In equilibrio tale movimento comporta un peggioramento della probabilità di vittoria, vale a dire:

$$D_A({p_A}^* + \Delta, {p_B}^*) = \int_{p^l({p_A}^*+\Delta)}^{\frac{{p_A}^*+{p_B}^*}{2}+\frac{\Delta}{2}} f(p)dp - \int_{\frac{{p_A}^*+{p_B}^*}{2}+\frac{\Delta}{2}}^{p^l({p_B}^*)} f(p)dp < 0 \qquad (A71)$$

per ogni $\Delta > 0$. Alcuni semplici passaggi consentono di riscrivere la (A71) come:

$$2\int_{\frac{{p_A}^*+{p_B}^*}{2}}^{\frac{{p_A}^*+{p_B}^*}{2}+\frac{\Delta}{2}} f(p)dp - \int_{p^l({p_A}^*)}^{p^l({p_A}^*+\Delta)} f(p)dp < 0 \qquad (A72)$$

dove il primo membro costituisce il guadagno di elettori interni sul partito B, mentre il secondo la perdita degli elettori periferici. Sia ε la differenza tra l'elettore cut-off sinistro corrente e l'elettore cut-off sinistro in equilibrio:

$$\varepsilon = p^l({p_A}^* + \Delta) - p^l({p_A}^*)$$

Poiché f è continua e a picco singolo, per ogni coppia $(p_x, p_y) \subset P$ si ha che:

$$|p_y - p_x| \operatorname*{Min}_{p\in[p_x,p_y]} f(p) < \int_{p_x}^{p_y} f(p)dp < |p_y - p_x| \operatorname*{Max}_{p\in[p_x,p_y]} f(p) \qquad (A73)$$

La (A73) può essere utilizzata per limitare il valore di ogni integrale nella (A72): la differenza nei voti del partito A è compresa tra un valore minimo ed un valore massimo, vale a dire:

$$D_A({p_A}^* + \Delta, {p_B}^*) > \Delta \operatorname*{Min}_{p\in G} f(p) - \varepsilon \operatorname*{Max}_{p\in L} f(p) \qquad (78)$$

$$D_A({p_A}^* + \Delta, {p_B}^*) < \Delta \operatorname*{Max}_{p\in G} f(p) - \varepsilon \operatorname*{Min}_{p\in L} f(p) \qquad (77)$$

dove G (L) è l'intervallo di politiche in cui sono collocati gli elettori che il partito A guadagna (perde):

$$G = \left[\frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2}, \frac{{p_A}^* + {p_B}^*}{2} + \frac{\Delta}{2}\right]$$

$$L = [p^l({p_A}^*), p^l({p_A}^*) + \varepsilon]$$

Se il limite inferiore della (A72) è minore (o uguale a) 0 ed il limite superiore è negativo, la (A72) è sicuramente vera e la deviazione risulta, così, svantaggiosa. Pertanto, le seguenti condizioni devono essere valide per ogni $\Delta > 0$:

$$\frac{\Delta}{\varepsilon} \leq \frac{\underset{p \in L}{\operatorname{Min}} f(p)}{\underset{p \in G}{\operatorname{Max}} f(p)} \tag{79}$$

$$\frac{\Delta}{\varepsilon} < \frac{\underset{p \in L}{\operatorname{Max}} f(p)}{\underset{p \in G}{\operatorname{Min}} f(p)} \tag{80}$$

Poiché $p^l(p_A{}^*) < \hat{p}$ si ha che $\Delta > \varepsilon$ (lemma 2.10 e 2.12), perciò:

$$\frac{\Delta}{\varepsilon} > 1$$

Di conseguenza, se le condizioni (A76) e (A77) sono soddisfatte:

$$\underset{p \in L}{\operatorname{Min}} f(p) > \underset{p \in G}{\operatorname{Max}} f(p) \tag{81}$$

$$\underset{p \in L}{\operatorname{Max}} f(p) > \underset{p \in G}{\operatorname{Min}} f(p) \tag{82}$$

Si consideri il caso in cui:

$$p_A{}^* < p_{mod}$$

L'intervallo di politiche G include molti più elettori rispetto all'intervallo L, pertanto nè la condizione (A78), né la (A79) risultano verificate. Pertanto, è necessario che:

$$p_A{}^* > p_{mod}$$

Si consideri ora un movimento del partito B in direzione del rivale. Un procedimento analogo porta alle condizioni (A76) e (A77), con:

$$G = \left[\frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2} - \frac{\Delta}{2}, \frac{p_A{}^* + p_B{}^*}{2}\right]$$

$$L = [p^r(p_B{}^*) - \varepsilon, p^r(p_B{}^*)]$$

dove ε rappresenta lo spostamento dell'elettore cut-off destro.

Supponiamo che:

$$p^r(p_B{}^*) > \hat{p}$$

L'elettore cut-off destro si avvicina all'elettore più tollerante, perciò $\Delta > \varepsilon$ (lemma 2.10 e 2.12), così che:

$$\frac{\Delta}{\varepsilon} > 1$$

Di conseguenza, se la (A76) e la (A77) sono vere, le condizioni (A78) e (A79) sono verificate. Dato che:

$$p_{mod} < p_A{}^* < p_B{}^*$$

la densità di elettori collocati nell'intervallo G è maggiore rispetto all'intervallo L. Ciò implica che le condizioni (A78) e (A79) non risultano verificate e, pertanto, è necessario che:

$$p^r(p_B{}^*) \leq \hat{p}$$

Infatti, in seguito ad un avvicinamento del partito B al rivale, la tolleranza dell'elettore cut-off destro si riduce e:

$$\Delta < \varepsilon$$

così che entrambi i membri della (A76) e della (A77) sono minori di 1.

BIBLIOGRAFIA

Adams J., Dow J., Merrill S. III (2001). *The Political Consequences of Abstention Due to Alienation and Indifference: Applications to Presidential elections*, Paper presentato all'incontro annuale di American Political Science Association, San Francisco, 30 Agosto-2 Settembre.

Adams J., Dow J., Merrill S. III (2006). *The Political Consequences of Alienation-based and Indifference-based Voter Abstention: Applications to Presidential Elections*, Political Behaviour, 28: 65-86.

Adams J., Merrill S. III (2003). *Voter Turnout and Candidate Strategies in American Elections*, Journal of Politics 65: 161-189.

Adams J., Merrill S. III, Grofman B. (2005). *A Unified Theory of Party Competition. A Cross-National Analysis Integrating Spatial and Behavioral Factors,* New York: Cambridge University Press.

Downs A. (1957). *An Economic Theory of Democracy*, New York: Harper and Row.

Geys B. (2006). *'Rational' Theories of Voter Turnout: A Review*, Political Studies Review, 4: 16–35.

Grossman G.M., Helpman E. (1996). *Electoral Competition and Special Interest Politics*, Review of Economic Studies, 63: 265-286.

Hinich M.J. (1977). *Equilibrium in Spatial Voting: the Median Voter Result is an Artifact*, Journal of Economics Theory, 16: 208-219.

Hinich M.J, Ordeshook P.C., (1969). *Abstention and Equilibrium in Electoral Process*, Public Choice, 7: 81-106.

Hinich M.J, Ledyard J., Ordeshook P.C. (1972). *Nonvoting and the Existence of Equilibrium under Majority Rule*, Journal of Economic Theory, 4: 144-153.

Hinich M.J., Pollard W. (1981). *A New Approach to the Spatial Theory of Electoral Competition*, American Journal of Political Science, 25: 323-341.

Hotelling H. (1929). *Stability in Competition*, Economic Journal, 39: 41-57.

Katz G. (2007). *Policy-based abstention in Brazil's 2002 Election*, California Institute of Technology, Social Science Working Paper: 1288.

King D.C. (2003). *Congress, Polarization, and Fidelity to the Median Voter*, John F. Kennedy School of Government, Harvard University Working Paper March 10, 2003.

Kirchgassner G. (2003). *Abstention because of Indifference and Alienation and its Consequences for Party Competition: A simple Psychological Model*, Department of Economics, University of St. Gallen Working Paper series 2003: 12.

Kramer G.H. (1978). *Existence of electoral equilibrium*, Game Theory and Political Science, Cowles Foundation Paper 469, New York University Press.

Leppel K. (2009). *A note on the median voter theory and voter alienation*, Elsevier, The Social Science Journal, 46: 369-374.

Llavador H. G. (2000). *Abstention and political competition*, Review of Economic Design, 5(4): 411–432.

Ordeshook, P. C. (1976). *The Spatial Theory of Elections: a Review and a Critique*, in I. Budge, I. Crewe e D. Farlie (eds), Party Identification and Beyond: Representations of Voting and Party Identification. London: John Wiley and Sons, pp. 285–313.

Osborne M.J. (1995). *Spatial Models of Political Competition under Plurality Rule: A Survey of Some Explanations of the Number of Candidates and the Positions They Take*, Canadian Journal of Economics, 28: 261 – 301.

Plane D.L., Gershtenson J. (2004). *Candidates' Ideological Locations, Abstention and Turnout in U.S. Midterm Senate Elections*, Political Behaviour, 26: 69-93

Riker W.H., Ordeshook P.C. (1968). *A Theory of the Calculus of Voting*, American Political Science Review, 62:25 – 42.

Roemer J.E (2006). *Political Competition: Theory and Applications*, Harvard University Press.

Smithies A. (1941). *Optimum Location in Spatial Competition*, Journal of Political Economy, 49: 423-439.

Wittman D.A. (1973). *Parties as Utility Maximizers*, American Political Science Review, 67: 490:498.

Wittman D.A. (1977). *Candidates with Policy Preferences: a Dynamic Model*, Journal of Economic Theory, 14:180-189.

Zipp J.F. (1985). *Perceived Representativeness and Voting: an Assessment of "choices" versus "echoes"*, American Political Science Review, 79: 50-61.

CAPITOLO 3

ASTENSIONISMO PER INDIFFERENZA E ALIENAZIONE NELLE ELEZIONI POLITICHE ITALIANE DEL 2008

3.1 Introduzione

I fattori determinanti le decisioni di astensione dal voto costituiscono il tema rilevante di un'ampia parte della letteratura empirica sull'affluenza degli elettori. Tra le caratteristiche socio-demografiche e le variabili attitudinali dei cittadini che possono influenzare le decisioni di voto/astensione, l'istruzione, il reddito e l'informazione politica assumono un peso rilevante negli studi empirici. E' un fatto stilizzato che i cittadini con più alti livelli di istruzione partecipino più spesso alle elezioni, come gli individui con maggiore ricchezza e reddito (Wolfinger e Rosenstone, 1980). Gli studi di Dee (2004) e Milligan et al. (2004) mostrano un legame diretto tra istruzione e propensione al voto; in particolare Milligan et al. rilevano come gli alti livelli di istruzione siano associati ad un'ampia informazione e interesse nei temi rilevanti della politica. Riguardo gli effetti dell'informazione sulla partecipazione al voto, Matsusaka (1995) e Ghirardato et al. (2003) rilevano che l'incertezza e la qualità dell'informazione aumentano il rischio percepito di compiere la scelta sbagliata e, pertanto, incrementano la probabilità di astensione. Larcinese (2002) esamina la relazione tra informazione politica e affluenza degli elettori e rileva che la lettura dei quotidiani di qualità influenza congiuntamente l'informazione politica e la partecipazione al voto dei cittadini. Studi recenti, infatti, analizzano l'influenza dell'esposizione ai mass media sulla propensione al voto, così come l'incidenza della parzialità dei media (*media bias*) sulle decisioni di partecipazione/astensione degli elettori. George e Waldfogel (2003, 2006) mostrano che, nelle aree caratterizzate dalla diffusione del New York Times negli anni 90, la partecipazione al voto dei lettori del quotidiano nazionale nelle elezioni locali si riduce; la diffusione del quotidiano nazionale nei mercati locali interessa principalmente i lettori più istruiti e, poiché lo spazio del quotidiano dedicato alle notizie locali è limitato, l'informazione politica locale si riduce, causando una minore partecipazione al voto nelle elezioni a livello locale[80].

[80] Gentzkow (2006) rileva un simile effetto negativo dell'espansione della televisione sull'affluenza degli elettori tra il 1940 e il 1972. Sugli effetti del mercato locale dei media sulla partecipazione politica locale si veda Oberholzer-Gee e Waldfogel (2001, 2009), Gentzkow e Shapiro (2004) e Stromberg (2004) per un'analisi dell'influenza dei mass media sugli esiti elettorali. In particolare, Stromberg (2002, 2004) esamina gli effetti delle distorsioni introdotte dai mass media, che tendono a dirottare l'attenzione degli organi di governo su temi politici di particolare interesse per quei gruppi di consumatori destinatari degli investimenti pubblicitari delle

Sebbene la letteratura empirica sull'affluenza degli elettori sia voluminosa, la maggior parte degli studi effettuati riporta correlazioni anziché effetti causali, lasciando irrisolta la questione sul modo in cui le variabili considerate aumentino la partecipazione al voto dei cittadini, soprattutto in riferimento alle due principali cause di astensione (indifferenza e alienazione): aumentano la tolleranza degli elettori, vale a dire riducono la probabilità di astensione per alienazione, oppure riducono il valore soglia dell'indifferenza, così che i cittadini si astengono con minore probabilità per indifferenza? Inoltre, si conosce ben poco circa i legami e le interrelazioni esistenti tra affluenza, scelte degli elettori e posizionamento politico dei partiti/candidati. L'evidenza empirica fornita da Zipp (1985), Thurner e Eymann (2000), Plane e Gershtenson (2004), Adams e Merrill (2003) e Adams et al. (2006), individua una componente di *astensione politica,* per cui l'astensionismo è funzione delle posizioni (percepite) dei partiti/candidati su alcuni rilevanti temi politici, vale a dire le tendenze individuali all'astensione per alienazione o indifferenza sono significativamente influenzate dalle piattaforme elettorali. In uno spazio politico uni-dimensionale, come in Katz (2007), l'astensione politica è squisitamente interpretabile come astensione ideologica, per cui l'impatto relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo dipende dalla distanza ideologica dai partiti/candidati. Coerentemente alla teoria spaziale del voto, questi lavori rilevano che la distanza ideologica e politica dai partiti/candidati influenza significativamente la probabilità di votare. Inoltre, il peso relativo della componente di astensione per indifferenza e alienazione è influenzato, in parte, da fattori non politici quali *l'identificazione con il partito*[81] e la *valenza* del candidato, vale a dire la competenza, l'integrità, il carisma etc. (Stokes 1963, Shepsle 1991, Ansolabehere e Snyder 2000, Groseclose 2001).

---

imprese. Di fatto i media agiscono come "lobby" che curano gli interessi dei consumatori più attraenti dal punto di vista pubblicitario (principalmente consumatori giovani e benestanti). Ciò implica una distorsione nelle politiche pubbliche che risultano, pertanto, indirizzate a tali gruppi di elettori. L'autore mostra come l'ingresso della radio abbia incrementato la capacità delle comunità rurali americane di attrarre politiche governative a loro favore.

[81] L'influenza dell'identificazione con il partito sul comportamento dell'elettore è la caratteristica centrale del "modello Michigan" di voto (Campbell et al. 1960) in cui le scelte di voto sono il risultato di fattori di lungo termine - l'orientamento ideologico del cittadino e del contesto familiare/culturale in cui vive – e di fattori di breve termine, quali l'immagine del candidato, la campagna elettorale, le condizioni economiche. L'identificazione con il partito è, pertanto, un fattore psicologico, a lungo termine, che spesso deriva dai gruppi sociali cui appartiene il cittadino. Sull'impatto elettorale dell'identificazione con i partiti, la letteratura empirica fornisce risultati divergenti; alcuni autori ritengono che l'identificazione eserciti un'influenza dominante sul voto (Campbell et al. 1960, Converse e Pierce 1986, 1993; Endersby e Galatas 1997), altri sostengono che il voto sia guidato principalmente dal senso di appartenenza ai gruppi sociali (Baker, Dalton et al. 1981, Bartle 1998); infine, alcuni autori rilevano che l'impatto dell'identificazione con il partito varia significativamente con il contesto istituzionale (Lewis-Beck e Chlarson 2002).

Al fine di analizzare le interrelazioni tra la partecipazione al voto e le scelte dell’elettore, alcuni recenti lavori hanno utilizzato *il modello unificato della partecipazione al voto e scelta dell’elettore*, anche denominato modello unificato indifferenza-alienazione, in base al quale la decisione di partecipazione o astensione e la decisione su quale candidato/partito votare sono incluse simultaneamente, vale a dire ogni cittadino sceglie simultaneamente se votare e per quale candidato/partito votare. Tale modello, sviluppato da Adams et al. (2001), Adams e Merrill (2003) e Adams et al. (2005)[82], considera entrambe le cause di astensionismo e cattura l’effetto sul comportamento degli elettori di fattori politici e non-politici, spaziali e non-spaziali, quali le caratteristiche socio-demografiche dei cittadini, le predisposizioni nei confronti dei partiti e le valutazioni delle abilità/competenze dei candidati (valenza). Il principale scopo del modello unificato è rilevare i fattori determinanti l’astensione per alienazione e/o indifferenza e verificare l’esistenza di una componente significativa di *astensione politica*.

Alla luce di tali considerazioni, il presente lavoro applica il modello unificato alle elezioni Parlamentari italiane del 2008 e, assumendo uno spazio politico uni-dimensionale, mira ad individuare:

- la relazione tra le caratteristiche individuali, socio-demografiche e attitudinali, e la probabilità di astensione per indifferenza e/o alienazione;
- l’impatto relativo di indifferenza e/o alienazione sull’astensionismo;
- la componente di astensione politica/ideologica, ovvero come l’impatto relativo di alienazione e indifferenza sull’astensionismo sia influenzato dalle posizioni politiche/ideologiche dei candidati.

Il capitolo è così organizzato. La sezione 2 introduce il lavoro e fornisce un’analisi descrittiva del dataset utilizzato; la sezione 3 presenta il modello implementato e la sezione 4 espone la metodologia di stima; la sezione 5 riporta le stime e, infine, la sezione 6 riassume i principali risultati.

[82] Questi lavori si basano sui contributi di Sanders (1998, 2001), Lacy e Burden (1999) e Thurner e Eymann (2000).

3.2 Dati e analisi descrittiva

Allo scopo di analizzare le interrelazioni tra la partecipazione al voto, i fattori politici (il posizionamento dei partiti) e non-politici (le caratteristiche socio-demografiche individuali) nelle elezioni nazionali italiane del 2008, si utilizza l'indagine campionaria post-elettorale svolta dall'Associazione Itanes (Italian National Election Studies) [83]. Le elezioni nazionali del 2008, oltre ad essere le più recenti, costituiscono un caso di studio piuttosto interessante dal punto di vista dell'astensionismo e, in generale, del comportamento degli elettori. Le elezioni si sono svolte, infatti, a seguito dello scioglimento anticipato delle Camere avvenuto nel febbraio 2008 come conseguenza della crisi del governo di centro-sinistra, in carica dal 2006 e rappresentato dalla coalizione dell'Unione, il cui leader era Romano Prodi. In tale coalizione confluivano sia i partiti moderati di centro-sinistra (inclusi nel partito dell'Ulivo) che di estrema sinistra (Rifondazione Comunista) e radicale (Partito dei Radicali italiani).

La distanza ideologica rendeva il rapporto tra le principali forze della maggioranza molto teso e, data l'esigua maggioranza in Parlamento, ciò costituiva un serio ostacolo al compimento della legislatura. L'esecutivo ha, infatti, affrontato due crisi di governo: la prima nel febbraio 2007, dopo che la risoluzione della maggioranza di centrosinistra per l'approvazione delle linee guida di politica estera non aveva ottenuto il quorum di maggioranza al Senato; la seconda, nel gennaio 2008, a seguito dell'uscita del ministro della Giustizia Clemente Mastella e del proprio partito (Udeur) dalla maggioranza. Inoltre, lo strappo avvenuto con l'estrema sinistra, rappresentata da Fausto Bertinotti, riguardo l'impegno militare estero e il *protocollo welfare* su previdenza sociale, lavoro e competitività, ha contribuito al fallimento dell'esecutivo, analogamente a quanto accaduto al precedente Governo Prodi (maggio 1996-ottobre 1998)[84].

La disillusione degli elettori di centro-sinistra e, in particolare, dell'estrema sinistra, a seguito della conclusione anticipata della legislatura, contribuisce alla vittoria elettorale della coalizione di centro-destra (il Popolo delle Libertà). Infatti, la delusione degli elettori di

[83] Il dataset è fornito dall'Associazione Itanes e disponibile, su richiesta, al link: http://www.itanes.org/dati/. In particolare, il presente lavoro utilizza i dati relativi alle elezioni della Camera dei Deputati. Poiché è necessario aver compiuto almeno 25 anni per poter eleggere un membro del Senato, contro i 18 per l'elezione della Camera, si preferisce concentrare l'attenzione sulle elezioni di quest'ultima, in modo tale da poter analizzare l'effetto dell'età sul comportamento degli elettori senza alcun limite inferiore.

[84] La crisi di governo del 1998 ha gli stessi protagonisti. Nelle elezioni politiche del 1996 il partito di estrema sinistra (Rifondazione Comunista), il cui leader era Fausto Bertinotti, si accorda con il partito di centro-sinistra (l'Ulivo) e, con la vittoria elettorale di Romano Prodi, entra a far parte della maggioranza di governo, anche se si tratta di un appoggio esterno. Il rapporto con la maggioranza sarà sempre molto teso e nell'ottobre '98 Bertinotti, in disaccordo sulla legge finanziaria proposta dall'esecutivo, provoca la crisi di governo. In extremis, i deputati Armando Cossutta e Oliviero Diliberto cercano di salvare l'esecutivo staccandosi da Rifondazione comunista e fondando i Comunisti italiani. Per un solo voto Prodi viene sfiduciato alla Camera dei Deputati.

sinistra, insieme ad una scarsa valutazione della capacità di governo della nuova coalizione di centro-sinistra, composta dal Partito Democratico e dall'Italia dei Valori, si manifesta sia sotto forma di astensione che di spostamento di quote significative di elettori verso il centro-destra.

Alla luce di tali considerazioni, l'astensione nelle elezioni politiche del 2008 risulta essere *selettiva*, in quanto colpisce il centrosinistra più del centrodestra, e *punitiva* o "di protesta", poiché nasce da un clima di instabilità politica. La competizione elettorale del 2008 è, infatti, caratterizzata da un'elevata percentuale di astensionismo (figura 3.1). Inoltre, la vittoria elettorale, con ampio margine, della coalizione di centro-destra, è determinata congiuntamente dalla delusione dei cittadini, in particolare degli elettori di centro-sinistra, e dalla tendenza al voto (o non-voto) di protesta[85].

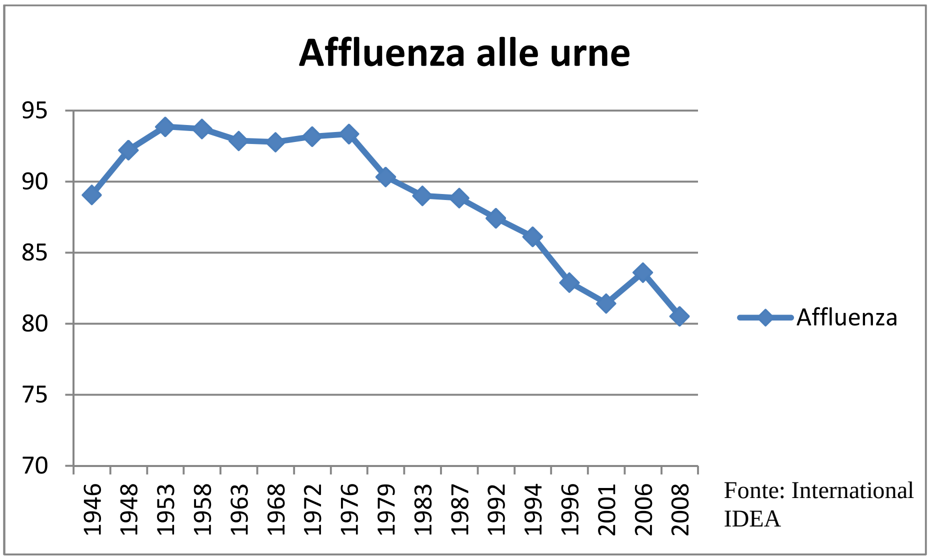


Figura 3.1: L'affluenza degli elettori italiani nelle elezioni Parlamentari dal 1946 al 2008.

[85] La coalizione di centro-destra (il Popolo delle Libertà) ha ottenuto 344 seggi nella Camera dei Deputati e 174 nel Senato della Repubblica, mentre la coalizione avversaria, di centro-sinistra, ne ha ottenuti 247 nella Camera e 134 al Senato. Il margine di vittoria della coalizione di centro-destra è significativamente più elevato rispetto a quello del centro-sinistra nelle elezioni politiche precedenti del 2006, dove l'Unione si aggiudicò il *premio di maggioranza* alla Camera dei deputati con un vantaggio di 24.755 voti, ovvero dello 0,06% che assicurò alla coalizione vincente una consistente maggioranza di seggi (340 poi saliti a 348 con gli eletti all'estero e in Valle d'Aosta). Al Senato, invece, nonostante un vantaggio di circa lo 0,6% per il centrodestra, l'Unione risultò avere la maggioranza dei seggi, con uno scarto positivo consistente in due senatori grazie al voto estero: tale vantaggio risultò poi rafforzato dall'appoggio quasi certo di un senatore indipendente della circoscrizione estero (che avrebbe appoggiato la coalizione vincente) e di almeno quattro senatori a vita. Il premio di maggioranza, introdotto nel 2005, consiste nell'attribuire un premio in seggi alla lista che ha ottenuto il più alto numero di voti. In particolare, al fine di garantire una maggioranza solida, alla coalizione o al partito che ottiene la maggioranza dei voti ma meno di 340 seggi nella Camera dei Deputati (il 55%), sono assegnati i seggi addizionali tali da garantire il raggiungimento di tale soglia. Se tale premio è stato determinante nelle elezioni politiche del 2006, la vittoria elettorale del Popolo delle Libertà nel 2008 può essere attribuita, in parte, proprio al premio di maggioranza. Un recente studio (Borghese, 2011) analizza gli effetti in Parlamento di una nuova legge elettorale senza premio di maggioranza, proposta da Passigli (2009), sulla base dei risultati elettorali. L'autore rileva che la coalizione di centro-destra avrebbe ottenuto 318 seggi anziché 344 ottenendo, così, una maggioranza del 51,5%.

Il presente lavoro mira a rispondere alle seguenti domande:

- in che misura l'astensionismo influenza i risultati elettorali? Quanto contano le preferenze ideologiche dei candidati?
- Qual è il contributo relativo dell'indifferenza e dell'alienazione sull'astensionismo? In che modo le caratteristiche socio-demografiche individuali possono influenzare la decisione di partecipazione/astensione?

Il dataset è composto da 2923 osservazioni (interviste) e contiene informazioni dettagliate sulle caratteristiche individuali, sulle preferenze ideologiche, sulle percezioni del sistema politico degli elettori intervistati[86]. La *posizione ideologica* di ogni intervistato deriva dall'auto-posizionamento lungo una scala sinistra-destra da 1 a 10 (1 sta per estrema sinistra e 10 per estrema destra). La distribuzione degli elettori intervistati lungo la scala ideologica è riportata nella figura 3.2, dove è evidente la concentrazione degli intervistati al centro ed una maggiore frequenza di un orientamento politico di centro-sinistra.

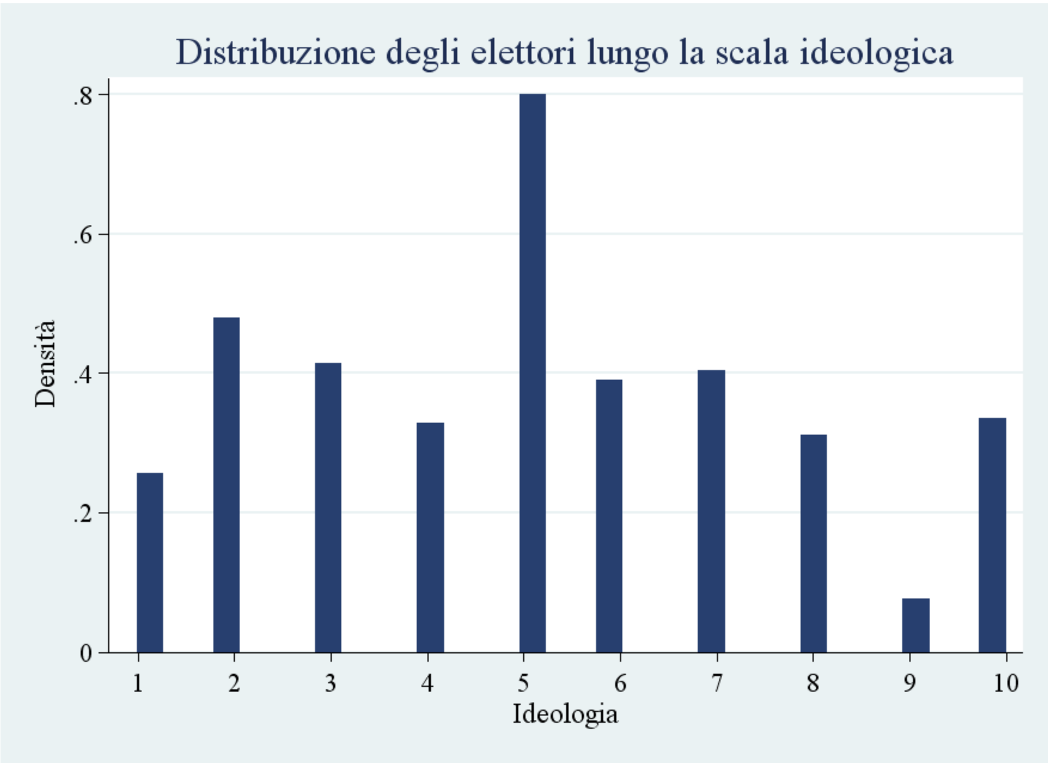


Figura 3.2

[86] L'indagine campionaria è effettuata tramite interviste dirette, pertanto il dataset è composto dalle risposte degli intervistati a diverse domande. L'allegato posto a fine capitolo riporta le domande da noi utilizzate per implementare il presente studio.

La variabile dipendente è basata sulla risposta dell'intervistato alla domanda sul voto e indica se l'individuo si è astenuto o ha votato per uno dei quattro principali candidati: Fausto Bertinotti della coalizione di estrema sinistra (Sinistra Arcobaleno), Walter Veltroni della coalizione di centro-sinistra (composta dal Partito Democratico e dall' Italia dei Valori), PierFerdinando Casini della coalizione di centro (Unione di Centro) e Silvio Berlusconi della coalizione di centro-destra (composta dal Popolo delle libertà e Lega Nord). In linea con la letteratura empirica, il voto non valido (scheda in bianco o nulla) è considerato come astensione[87]. Inoltre, gli intervistati che dichiarano di aver votato o di essere intenzionati a votare uno dei candidati minori, non considerati nell'indagine, sono esclusi dal campione[88].
La collocazione sulla scala ideologica di ogni candidato è la *media percepita*, ovvero la media del posizionamento attribuito al candidato dagli elettori intervistati. La figura 3.3 mostra la distribuzione degli intervistati astensionisti lungo la scala ideologica.

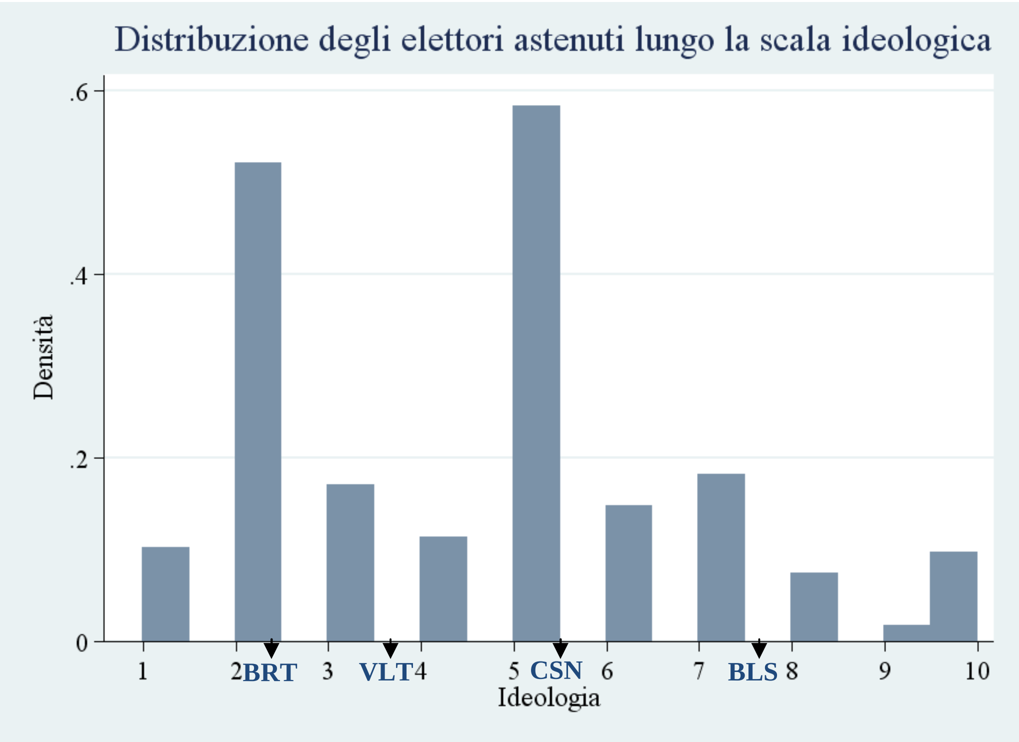


Figura 3.3: Le frecce indicano le posizioni dei diversi candidati.

L'astensione proviene soprattutto dal centro e, a conferma della componente di astensione selettiva, interessa soprattutto l'orientamento ideologico di sinistra. In particolare, l'astensione

[87] A tale riguardo si veda Lavareda (1991), Power e Roberts (1995).
[88] In particolare, si tratta degli intervistati che dichiarano di aver votato per il candidato Daniela Santanchè (coalizione di estrema destra), Enrico Boselli (Partito Socialista) e altri partiti/coalizioni minori. Ciò comporta l'esclusione di 77 osservazioni su 3000.

presenta due picchi: uno in corrispondenza della sinistra più estrema (il punto 2 della scala) e l'altro nel centro (il punto 5 della scala). Considerando le posizioni dei candidati, l'astensionismo interessa principalmente l'elettorato del candidato F. Bertinotti e P.F. Casini. Nel primo caso, ciò conferma la presenza di un'astensione punitiva, o di protesta, derivante dalla delusione per il fallimento del governo di sinistra instauratosi nel 2006, che segue un analogo fallimento nel 1998 (il primo governo Prodi), in cui F. Bertinotti causò la fatale crisi di governo. Nel secondo caso, invece, l'astensione riflette in parte l'insoddisfazione popolare derivante dal clima di instabilità politica caratterizzante il biennio 2006-2008 e, in parte, la confusione dell'elettorato in quanto collocato tra i due maggiori avversari (W. Veltroni e S. Berlusconi) ma ideologicamente vicino al candidato P.F. Casini. Inoltre, l'auto-collocazione al centro della scala ideologica rivela un orientamento politico incerto e, pertanto, un minor stimolo a recarsi alle urne e contribuire alla vittoria del candidato preferito.

La tabella 1 riporta i dati sul voto nel campione: la coalizione di centro-destra ottiene la maggioranza di voti, seppur con un minore margine di vittoria rispetto ai dati osservati. Ciò è dovuto ad una sovra-rappresentazione dell'elettorato di sinistra (in particolare del Partito Democratico e di Rifondazione Comunista) ed una sotto-rappresentazione dell'elettorato di centro (Unione di Centro) e centro-destra (Popolo delle Libertà). Tuttavia, si tratta di una caratteristica comune dei campioni osservati nelle diverse indagini elettorali: gli elettori ideologicamente orientati a destra mostrano una maggiore reticenza, rispetto agli elettori di sinistra, nel dichiarare il partito per cui hanno votato[89].

Tab. 1: Posizioni dei candidati, voti e astensionismo

Candidati e astensionismo	Posizione ideologica (media percepita)	Voti (% elettori intervistati)	Voti (% elettori attivi)
S. Berlusconi	7,7	35,34%	40,21%
W. Veltroni	3,77	35,1%	39,39%
F. Bertinotti	2,2	14,1%	16,03%
P. Casini	5,49	3,4%	3,85%
Astensionismo		12,11%	

[89] Come suggerisce l'associazione Itanes, è preferibile non usare alcuna ponderazione sui dati relativi al voto. Infatti, la ponderazione sul voto produce marginali coretti sul sottocampione di coloro che hanno dichiarato il voto; ma genera un campione distorto sul campione totale, se – come è probabile – il rifiuto a rispondere alla domanda sul voto è correlato con gli orientamenti politici della persona. Considerando, inoltre, che il voto costituisce la variabile dipendente nel modello di stima, si ritiene corretto non usare alcuna ponderazione.

In linea con la letteratura sulla competizione politica spaziale, il cui pioniere fu Anthony Downs (1957), il cittadino valuta ogni candidato in base alla distanza tra la sua politica ideale e quella proposta e annunciata dal candidato: votare per un candidato significa, di fatto, contribuire alla sua vittoria e, pertanto, ottenere una disutilità pari alla distanza tra la politica ideale del cittadino e la politica annunciata dal candidato. Di conseguenza, il cittadino è intenzionato a votare il candidato associata alla massima utilità, ovvero alla minima distanza. In altre parole, il candidato preferito di ogni elettore è quello, tra tutti, più vicino alla sua politica ideale. Quando lo spazio politico è uni-dimensionale la valutazione dei candidati da parte del cittadino si basa sulla distanza ideologica, perciò il candidato preferito di ogni elettore è quello più vicino nella scala ideologica (*candidato ideologico*). Alla luce di tali considerazioni, si è determinato il candidato ideologico di ogni elettore intervistato (tabella 2). Tra gli elettori attivi, il 55,5 percento ha effettivamente votato il proprio candidato ideologico, mentre il restante 44,88 percento ha votato per un candidato diverso da quello ideologico. Sebbene il bacino di attrazione, ovvero la percentuale di elettori ideologici potenziali, appartenente al candidato P.F. Casini sia il più elevato (31,4%), seguito dal candidato S. Berlusconi (29,63%), quest'ultimo riesce a catturare l'80,95 percento del proprio elettorato ideologico (la più alta frazione) mentre il candidato centrista ne ottiene soltanto l'8,5. Inoltre, sebbene i due candidati di sinistra presentino un bacino di attrazione simile, è il candidato di centro-sinistra a catturarne la più ampia fetta: 73,95 percento contro il 37,74 percento del candidato F. Bertinotti.

I candidati di centro e centro destra catturano le maggiori quote di elettori ideologici attivi (voti catturati). Ciò significa che l'elettorato di centro-destra tiene in considerazione la distanza ideologica più di quanto faccia l'elettorato di centro-sinistra. Inoltre, considerando la percentuale di voti ideologici, vale a dire gli elettori che hanno scelto di votare e hanno votato per il proprio candidato ideologico, S. Berlusconi ottiene la percentuale più alta (27,29) seguito da W. Veltroni (16,46), mentre i due candidati minori di estrema sinistra e centro ottengono, rispettivamente, l'8,33 e il 3,04 percento. Esiste, pertanto, un flusso di mobilitazione di elettori ideologicamente vicini ai candidati F. Bertinotti o P.F. Casini, in direzione dei due principali avversari: S. Berlusconi e W. Veltroni. In altre parole, esiste una componente di *voto strategico* tra gli elettori: nelle competizioni elettorali con più di due candidati l'elettore, al fine di prevenire un esito elettorale sgradito, tende a supportare un candidato che non riflette le sue preferenze reali[90]. Il cittadino il cui candidato ideologico è F. Bertinotti o P.F. Casini preferisce assegnare il proprio voto al candidato ritenuto migliore tra S. Berlusconi e W. Veltroni, in modo tale da conferire efficacia al proprio voto, vale a dire non essere ininfluente sulla "principale" competizione elettorale e quantomeno "favorire" la sconfitta del candidato più sgradito.

Tab. 2: Candidati ideologici; bacini di attrazione e voti ideologici

Candidato ideologico	Elettori ideologici potenziali (bacino di attrazione)	Frazione catturata[1]	Voti catturati[2]	Voti ideologici[3]
Bertinotti	19,4%	37,74%	51,94%	8,33%
Veltroni	19,57%	73,95%	41,27%	16,46%
Casini	31,4%	8,5%	78,8%	3,04%
Berlusconi	29,63%	80,95%	67,86%	27,29%
Tutti i cand.	100%	48,44%		55,12%

1: % elettori ideologici potenziali che hanno votato per il candidato
2: % elettori ideologici potenziali attivi che hanno votato per il candidato
3: % elettori attivi che ha votato per il candidato ideologico

Dalla tabella 3 è evidente la presenza di una componente di voto strategico: il candidato F. Bertinotti perde il 62,26 percento dei propri elettori ideologici, mentre il candidato centrista ne perde il 91,5 percento. Tuttavia, una parte di questi elettori sceglie di astenersi, vale a dire

[90] L'esame delle forme sofisticate di espressione del voto costituisce una parte importante dello studio dei sistemi elettorali. I contributi iniziali in questo settore di ricerca si sono perlopiù incentrati su una forma particolare di voto sofisticato, definito voto strategico (Duverger 1970), praticato in presenza di un sistema elettorale uninominale maggioritario. Nelle competizioni elettorali con più di due partiti/candidati, infatti, è possibile che il comportamento degli elettori non rifletta le reali preferenze. Gli elettori che hanno come prima preferenza un partito minore si trovano nella condizione di sprecare il proprio voto sostenendo un partito che non sarà presente in Parlamento. Di conseguenza, questi elettori scelgono di votare il partito preferito tra i due principali avversari. Il voto strategico si realizza proprio quando un elettore non vota per il partito preferito al fine di conferire efficacia al proprio voto. Gli elettori potenziali dei partiti minori, non avendo la possibilità di fare vincere il proprio candidato preferito, possono favorire quantomeno la sconfitta del candidato più sgradito. Nel tempo, il ricorso al voto strategico produce la scomparsa dei partiti minori, costituendo così una delle cause principali degli effetti riduttivi dei sistemi maggioritari individuati dalle leggi di Duverger (Duverger 1986). Palfrey (1989), Myerson e Weber (1993) sviluppano dei modelli formali di competizione elettorale in cui il supporto al terzo candidato scompare. Gli equilibri sono strettamente *Duvergeriani* (Duverger 1954), vale a dire tutti gli elettori si coordinano sui due principali avversari; si veda, tra gli altri, Mueller (2003), Kousser (2004) e Myatt (2007). In letteratura la stima della percentuale di voto strategico varia considerevolmente: è molto bassa (il 5%) secondo Johnston e Pattie (1991) in un'analisi riguardante il Regno Unito, mentre raggiunge il 14% negli Stati Uniti secondo Abramson et. al. (1992). Degan e Merlo (2004) valutano la misura in cui il voto sincero riesce a spiegare i modelli osservati di partecipazione e voto nelle elezioni Presidenziali degli Stati Uniti dal 1972 al 2000. Gli autori rilevano come, in ogni elezione, una frazione non indifferente dell'elettorato americano non voti sinceramente. Inoltre, nel caso di ballottaggio, solo una frazione relativamente piccola del voto *split-ticket*, assegnato a candidati di liste diverse nei due turni elettorali, è dettata dalle sincere preferenze degli elettori.

non attribuire il proprio voto a nessun altro candidato. Pertanto è necessario considerare anche la percentuale di astensionismo. Il flusso di mobilitazione degli elettori sembra interessare prevalentemente l'elettorato del candidato P.F. Casini, in corrispondenza del quale si rileva la perdita netta più elevata (77,45 percento), seguito dal candidato di estrema sinistra (42,86), a conferma dell'esistenza di voto strategico tra gli elettori, in particolare nell'elettorato del candidato centrista. Infatti, il 44,88 percento degli elettori intervistati vota per un candidato diverso da quello ideologico. Ciò implica che, nel valutare i diversi candidati, il cittadino non tenga conto esclusivamente della distanza ideologica ma anche di altre caratteristiche riguardanti il candidato, che ne influenzano l'utilità percepita, come la valenza del candidato, ovvero la competenza, il carisma, la credibilità percepite dal cittadino.

Tab. 3: perdita netta di elettori ideologici

Candidato ideologico	Perdita lorda di elettori nel bacino di attrazione	Astensionismo	Perdita netta di elettori nel bacino di attrazione [1]-[2]
Bertinotti	62,26%	19,4%	42,86%
Veltroni	26,05%	8,74%	17,31%
Casini	91,5%	14,05%	77,45%
Berlusconi	19,05%	7,51%	11,54%

Il bacino di attrazione di ogni candidato, riportato nella tabella 4, è calcolato mediante l'individuazione del *candidato preferito* di ogni osservazione. Per alcuni elettori tale candidato coincide con quello ideologico, per altri invece è la migliore alternativa al candidato ideologico. Il candidato preferito è il candidato che l'elettore attivo dichiara di aver votato; se l'elettore non dichiara per quale candidato ha votato o se si è astenuto, il candidato preferito è determinato sulla base delle risposte riguardanti:

- la predisposizione nei confronti dei partiti o coalizioni e l'identificazione con essi;
- l'indicazione della probabilità di votare i diversi candidati;
- il giudizio sulla valenza/abilità dei candidati.

La tabella 4 riporta, oltre ai bacini di attrazione, anche la posizione ideologica media degli elettori potenziali, i voti catturati e il tasso di astensione tra gli elettori potenziali. Il candidato vincente, S. Berlusconi, ha il maggior numero di elettori potenziali collocati, in media, 0.5 punti a sinistra del candidato; per il candidato rivale, invece, gli elettori potenziali si trovano, in media, 0.1 punti a destra del candidato. Pertanto, il flusso di mobilitazione degli elettori collocati al centro della scala ideologica si muove principalmente in direzione del candidato vincente, che può contare su un bacino di attrazione più ampio rispetto al diretto rivale. Il bacino di attrazione del candidato F. Bertinotti è il più ampio in assoluto: gli elettori potenziali sono collocati, in media, 0.96 punti a destra del candidato che, quindi, sottrae una parte di elettori potenziali al candidato di centro-sinistra. Quest'ultimo, sebbene riesca a catturare una parte degli elettori potenziali del candidato centrista, cede al candidato di sinistra una fetta consistente del proprio elettorato.

Considerando la perdita di elettori potenziali, il candidato vincente registra la perdita più elevata che, tuttavia, è associata ad un maggior tasso di astensione rispetto al diretto rivale. Inoltre, il bacino di attrazione del candidato S. Berlusconi interessa la regione centrale della scala ideologica, caratterizzata da un'alta densità di elettori, in misura maggiore del bacino di attrazione del candidato W. Veltroni. La coalizione con il partito orientato a destra (Lega Nord) e la maggiore capacità, rispetto al diretto rivale, di sottrarre elettori potenziali al candidato centrista hanno permesso alla coalizione di centro-destra di vincere la competizione elettorale. Dall'altro lato, la sconfitta della coalizione di centro-sinistra è dovuta alla mancata capacità di catturare elettori potenziali dai due candidati outsider; in particolare, la delusione dell'elettorato di centro-sinistra e la separazione dal partito di estrema sinistra risulta essere molto costosa, in quanto ha provocato lo spostamento, e la conseguente perdita, di una frazione significativa di elettori in direzione del candidato F. Bertinotti che, tuttavia, è stato il principale oggetto dell'astensione selettiva e punitiva.

Tab. 4: Candidati preferiti: bacini di attrazione, voti e astensionismo

Candidato preferito	Bacino di attrazione[1]	Posizione ideologica media degli elettori (d.s.)	Voti[2]	Perdita di elettori [1]-[3]	Astensionismo[3]
Bertinotti	17,14%	3.16 (2.03)	14,1%	3,04%	17,76%
Veltroni	38,08%	3.87 (1.72)	35,1%	3,07%	7,91%
Casini	5,51%	5.45 (1.05)	3,4%	2,11%	38,51%
Berlusconi	39,27%	7.2 (2.08)	35,34%	3,93%	8,34%

1: % elettori intervistati
2: % elettori potenziali attivi
3: % di astensionisti nel bacino di attrazione

La figura 3.4 mostra il tasso di astensione per ogni punto della scala ideologica, calcolato come la frazione di elettori lì collocati che hanno scelto di astenersi. Formalmente:

$$r_A(p) = \frac{\#\,\{p_i: p_i = p\ \cap voto = 0\}}{\#\,\{p_i: p_i = p\}} \quad con\ p \in \{1{,}10\}$$

dove il numeratore è la cardinalità dell'insieme di elettori con politica ideale p e astenuti, mentre il denominatore è la cardinalità dell'insieme di elettori con politica ideale p.

E' evidente come l'astensione colpisca soprattutto la regione periferica sinistra, in prossimità del candidato F. Bertinotti, così come la regione centrale. L'astensione è, piuttosto, decisamente inferiore tra gli elettori collocati nella regione periferica di destra, a conferma del fenomeno di astensione selettiva.

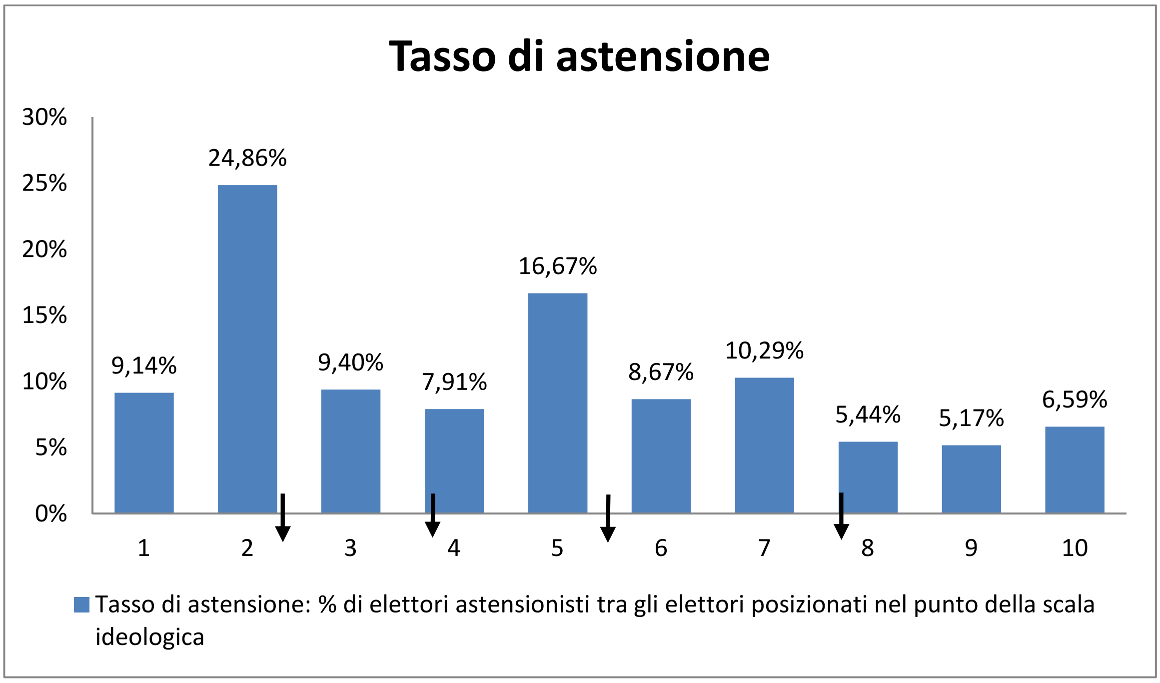


Figura 3.4: Tasso di astensione calcolato come la percentuale di intervistati collocati nel punto della scala ideologica, che si dichiarano astenuti. Le frecce indicano le posizioni dei diversi candidati.

Relativamente alle caratteristiche socio-demografiche del campione osservato, i dati mostrano come, in media, gli elettori astensionisti siano di sesso maschile, più giovani e meno istruiti rispetto agli elettori attivi (tabella 5). Utilizzando le informazioni relative alle opinioni sul sistema politico, i partiti e la democrazia, nonché le risposte riguardanti il livello di informazione politica e di interesse politico degli intervistati, si è potuto costruire una serie di variabili attitudinali, che ci si attende possano influenzare le decisioni di partecipazione/astensione al voto:

- *Informazione politica*, calcolata come il numero di risposte corrette fornite dall'intervistato su tre domande riguardanti il sistema politico nazionale[91];
- *Fiducia nei partiti*, *Fiducia nelle istituzioni* (Parlamento e Presidente della Repubblica), rappresentata dall'auto-posizionamento dell'intervistato lungo una scala da 1 (minima fiducia) a 4 (massima fiducia);
- *Complessità della politica*, catturata dal parere dell'intervistato in merito alla seguente affermazione: "Talvolta la politica sembra così complicata che non si riesce a capire che cosa sta succedendo";
- *Disillusione verso la politica*, ovvero la valutazione dell'intervistato circa l'inefficacia della politica; il dato deriva dal grado di approvazione dell' affermazione: "Che governi la destra o la sinistra le cose non cambiano";
- *Disillusione verso la democrazia*, vale a dire la percezione di essere ininfluente sulle decisioni politiche del Governo; tale informazione è contenuta nel parere dell'intervistato in merito all'affermazione: "La gente come me non ha alcuna influenza su quello che fa il Governo";
- *Interesse nella politica*; tale variabile misura il grado di interesse dell'intervistato nella politica ed è determinata dall'auto-posizionamento dell'intervistato lungo una scala da 1 (minimo interesse) a 4 (massimo interesse);
- le ultime due variabili mirano a catturare l'influenza sul comportamento degli elettori dell'esposizione ai mass media:
  - *Televisione* è una variabile binaria (o *dummy*) che assume valore 1 se l'intervistato dichiara di aver guardato i dibattiti politici o i programmi televisivi di informazione politica, e 0 altrimenti;
  - *Quotidiani* è una variabile binaria che assume valore 1 se l'intervistato dichiara di aver letto articoli riguardanti i temi politici principali della campagna elettorale e 0 altrimenti[92].

---

[91] In particolare, le tre domande si riferiscono al Presidente della Camera dei Deputati, il Ministro degli Esteri e all'elezione del Presidente della Repubblica. Tali domande sono riportate nell'allegato posto a fine capitolo.

[92] Un'ampia parte della letteratura analizza le distorsioni introdotte dai mass media (*media bias*) e i loro effetti sul comportamento degli elettori. Tra gli altri, si veda Groseclose e Milyo (2005), DellaVigna e Kaplan (2007), George e Waldfogel (2006), Gerber et al. (2009). Il modo in cui la parzialità dei mass media italiani, intesa come lo scarso pluralismo ed il controllo delle principali emittenti televisive, ha influenzato il comportamento degli elettori italiani è il principale oggetto di studio di Durante e Knight (2009); in particolare, gli autori analizzano il

Tab. 5: affluenza degli elettori intervistati, caratteristiche socio-demografiche e variabili attitudinali – statistica descrittiva			
	Elettori attivi	Astensionisti	Totale elettori
	Media (Deviazione Standard)	Media (Deviazione Standard)	Media (Deviazione Standard)
Età =1 per 18-34 =2 per 35-64 =3 per ≥65	2.02 (0.69)	1.97 (0.76)	2.013 (0.70)
Sesso =1 maschile =0 femminile	0.47 (0.49)	0.52 (0.5)	0.48 (0.49)
Istruzione (da 0 a 4) = 0 nessuna = 4 formazione universitaria	1.77 (1.3)	1.65 (1.34)	1.76 (1.31)
Informazione politica (da 0 a 3) = 0 nessuna risposta corretta = 3 tutte le risposte corrette	1.36 (1.18)	1.19 (1.21)	1.34 (1.19)
Fiducia nei partiti (da 1 a 4)	1.98 (0.69)	1.66 (0.64)	1.94 (0.69)
Fiducia nelle istituzioni (da 1 a 4)	3.08 (0.88)	2.75 (0.96)	3.04 (0.89)
Complessità della politica (da 1 a 4)	3.23 (0.97)	3.19 (1.02)	3.22 (0.97)
Disillusione verso la politica (da 1 a 4)	2.45 (1.07)	2.91 (1.05)	2.5 (1.07)
Disillusione verso la democrazia (da 1 a 4)	2.9 (1.05)	3.1 (1.01)	2.93 (1.05)
Interesse nella politica (da 1 a 4)	2.27 (0.88)	1.93 (0.88)	2.23 (0.89)

controllo dei media nel contesto dell'Italia di Silvio Berlusconi, dalle elezioni politiche del 2001. Lo studio rileva che il cambiamento nel controllo della televisione di Stato dalla coalizione di centro-sinistra a quella di centro-destra ha provocato un cambiamento nel contenuto ideologico-politico delle emittenti televisive, consistente in un maggiore spazio dedicato ai rappresentanti politici del centro-destra rispetto ai rappresentanti del centro-sinistra. Come risposta, l'elettorato di destra si è rilevato più propenso a guardare i notiziari trasmessi dai canali televisivi pubblici, rispetto a quanto faceva prima, mentre l'elettorato di sinistra ha spostato le proprie preferenze dal canale pubblico principale (RaiUno) al canale pubblico controllato dalle forze politiche di sinistra (Raitre). Infine, l'elettorato collocato al centro della scala ideologica ha lievemente modificato le proprie scelte a favore della programmazione televisiva dei canali pubblici e a scapito della tv privata. Ciò ha avuto un effetto compensativo del *media bias* per cui, sebbene la programmazione del principale canale televisivo pubblico si sia spostata a destra, l'orientamento ideologico è rimasto a sinistra rispetto al principale avversario della televisione privata; dall'altro lato il canale RaiTre ha rafforzato il proprio orientamento politico.
Tuttavia, gli autori si concentrano sull'orientamento ideologico degli elettori e non sulla propensione alla partecipazione/astensione al voto che, invece, rappresenta uno dei principali temi d'interesse del presente lavoro.

Televisione = 1 ha guardato programmi politici e/o dibattiti televisivi = 0 altrimenti	0.83 (0.37)	0.65 (0.47)	0.81 (0.39)
Quotidiani = 1 ha letto articoli di politica = 0 altrimenti	0.63 (0.48)	0.46 (0.49)	0.61 (0.49)

In generale gli astensionisti presentano, rispetto agli elettori attivi, un minor livello di informazione politica, fiducia nei partiti e nelle istituzioni, interesse nella politica e una minore esposizione ai contenuti politici dei mass media. Inoltre, l'astensionismo è direttamente legato alla disillusione verso la politica e la democrazia. I dati suggeriscono che il livello medio di complessità della politica percepita è elevato, in particolare tra gli elettori attivi. Ciò può derivare dalla maggiore attenzione e interesse nei temi politici da parte degli elettori attivi che, dovendo scegliere quale candidato votare, valutano attentamente le differenti politiche proposte in campagna elettorale apprezzandone, pertanto, la complessità.

Al fine di esaminare le interrelazioni tra partecipazione/astensione al voto e le caratteristiche individuali degli elettori, nelle prossime sezioni si introduce, dapprima, il modello di stima nelle sue principali equazioni, l'utilità dell'elettore e i valori soglia individuali di indifferenza e alienazione, poi la metodologia impiegata. In particolare, l'analisi si basa sul modello unificato di partecipazione e scelta dell'elettore, sviluppato in Adams e Merrill (2003), Adams et al. (2006) e Katz (2007), in base al quale la decisione di partecipazione e la decisione su quale candidato/partito votare sono incluse simultaneamente; ogni cittadino ha cinque scelte alternative: astenersi o votare uno dei quattro candidati principali. Le stime effettuate consentono di esaminare:

- il modo in cui le caratteristiche socio-demografiche individuali e le percezioni sul sistema politico influenzano i valori soglia di indifferenza e alienazione;
- il peso relativo dell'astensione causata dall'indifferenza, dall'alienazione o da entrambe;
- l'effetto della distanza ideologica dai candidati sulla propensione ad astenersi per indifferenza o alienazione; in altre parole la componente di astensione politica.

3.3 Astensione per indifferenza e alienazione: il modello a scelta simultanea[93]

Il modello utilizzato è *il modello unificato della partecipazione al voto e scelta dell'elettore*, anche denominato modello unificato indifferenza-alienazione, in base al quale la decisione di partecipazione o astensione e la decisione del candidato/partito cui assegnare il proprio voto sono incluse simultaneamente: ogni cittadino effettua una scelta tra cinque diverse alternative: votare il partito J ($J = 1{,}4$) o astenersi. Il modello è a scelta discreta multinomiale (modello probabilistico) e segue l'approccio dell'utilità casuale (RUM, Random Utility Models), secondo il quale l'utilità di un'alternativa può esprimersi come la somma di una componente deterministica e casuale (il termine di errore).

In linea con la teoria spaziale del voto, si assume che gli elettori intervistati siano posizionati secondo le proprie preferenze lungo una scala ideologica sinistra-destra e che, pertanto, valutino i diversi candidati sulla base della *distanza ideologica*, ovvero la distanza dalla posizione (media percepita) del candidato. Oltre al fattore spaziale, l'utilità percepita del cittadino è influenzata anche da un fattore non-spaziale: la *valenza* del candidato, ovvero la qualità (la competenza, il carisma, l'integrità, etc.) percepita dall'elettore.

L'utilità dell'elettore i-esimo, la cui politica ideale è p_i, dal candidato J, con $J = 1,..4$, è definita come:

$$U_i^J = \alpha_J v_i^J - \beta_J |p_i - c_J| + \varepsilon_i^J \qquad (3.1)$$

dove c_J è la posizione (media percepita) del candidato J lungo la scala ideologica; v_i^J identifica la valenza del candidato J percepita dall'elettore i; α_J rappresenta il peso della valenza del candidato nell'utilità del cittadino ed è un parametro da stimare. In linea con la teoria spaziale del voto, il cittadino i riceve una disutilità pari alla distanza ideologica (in valore assoluto) dal candidato; il parametro β_J, da stimare, rappresenta l'importanza della distanza ideologica nell'utilità del cittadino e ε_i^J è il termine di disturbo casuale. Con $S_i{}^J$ si denota la componente sistematica dell'utilità del cittadino i-esimo, vale a dire:

$$S_i{}^J = \alpha_J v_i^J - \beta_J |p_i - c_J|$$

L'elettore può astenersi per indifferenza o alienazione. Nel primo caso il cittadino non percepisce i candidati sufficientemente diversi l'uno dall'altro da giustificare il *costo* (positivo) dell'atto di recarsi alle urne e contribuire, così, alla vittoria di un candidato. Nel

[93] Il modello unificato, sviluppato da Adams, Dow e Merrill (2001), Adams e Merrill (2003) e Adams, Merrill, e Grofman (2005), si basa sui contributi di Sanders (1998, 2001), Lacy e Burden (1999) e Thurner e Eymann (2000). In particolare, il modello qui proposto fa riferimento agli studi di Adams et al. (2003, 2006) sulle elezioni Presidenziali americane, di Adams et al. (2005) sulle elezioni politiche nazionali in Francia, Gran Bretagna, Norvegia e di Katz (2007) sulle elezioni politiche in Brasile.

secondo caso il cittadino si astiene in quanto disinteressato, vale a dire nessun candidato è in grado di assicurargli un livello minimo di utilità: l'*utilità di aspirazione* (una sorta di utilità di riserva). Pertanto, l'elettore scegli di astenersi se:

- non c'è nessun candidato J tale da garantire al cittadino un'utilità sufficientemente più grande di quella fornita da ogni altro candidato (astensione per indifferenza). L'utilità ricevuta da ogni candidato è così simile a quella ottenuta da (almeno) uno degli altri candidati, da non compensare il costo di votazione (valore soglia dell'indifferenza). In altre parole, il cittadino non percepisce sostanziali differenze tra un candidato e l'altro risultando, così, completamente disincentivato dal recarsi alle urne e contribuire alla vittoria elettorale di un candidato. D'altro canto, se l'utilità associata ad uno dei candidati consente di ottenere un surplus, sufficientemente elevato, sull'utilità ottenuta da ogni altro candidato, l'elettore è interessato alla vittoria elettorale del candidato preferito, pertanto è motivato a recarsi alle urne ed assegnare il proprio voto.

  Formalmente il cittadino i è ***indifferente*** se non c'è un candidato J tale che:

  $$U_i^J - U_i^K > I_i \quad \forall\, K \neq J, J = 1,..,4 \tag{3.2}$$

  dove I_i rappresenta il valore soglia dell'indifferenza per il cittadino i (il costo di votazione);

- non c'è nessun candidato J in grado di soddisfare sufficientemente gli interessi del cittadino (astensione per alienazione). Formalmente, il cittadino i è ***alienato*** se nessuno dei candidati gli garantisce un livello minimo di utilità, ovvero:

  $$U_i^J < A_i \quad \forall\, J = 1,..,4 \tag{3.3}$$

I valori soglia individuali dell'indifferenza, I_i, e dell'alienazione, A_i, dipendono da un vettore di variabili esplicative che include le caratteristiche socio-demografiche (età, sesso, istruzione, etc.), le variabili attitudinali (informazione politica, interesse, etc.) e le percezioni del sistema politico (fiducia nella democrazia, etc.) che ci si attende possano influenzare i valori soglia del cittadino e, quindi, il comportamento elettorale. Poiché la letteratura manca di contributi teorici o empirici che definiscano le variabili esplicative di sola pertinenza dell'alienazione, di sola pertinenza dell'indifferenza e relative ad entrambe, si assume che:

$$I_i = exp(\beta^I X_i) \tag{3.4}$$

$$A_i = \beta^A X_i + \varepsilon_i^A \tag{3.5}$$

dove X_i è il vettore di variabili esplicative comune e i vettori β^I, β^A costituiscono i parametri da stimare ed esprimono, rispettivamente, l'influenza delle variabili considerate sui valori soglia di indifferenza[94] e alienazione. Il valore soglia dell'alienazione è l'utilità di aspirazione e, in quanto tale, ha una componente sistematica:

$$S_i{}^A = \beta^A X_i.$$

e una componente casuale, rappresentata dal termine di errore ε_i^A.

Ogni elettore sceglie simultaneamente se astenersi o votare uno dei quattro candidati principali. Formalmente, l'insieme delle scelte di ogni elettore è:

$$\{V^1, V^2, V^3, V^4, NV\}$$

dove V^J, con $J = 1,..,4$, assume valore 1 se l'elettore sceglie di votare il candidato J, e 0 altrimenti; analogamente, la variabile binaria NV assume valore 1 se l'elettore sceglie di non votare e 0 altrimenti. Assumendo che i termini di errore siano indipendenti e identicamente distribuiti si determinano le probabilità di scelta di ogni alternativa: $P_i(V^J)$ indica la probabilità che l'elettore i-esimo voti il candidato J, con $J = 1,..,4$, e $P_i(NV)$ la probabilità che l'elettore si astenga. L'elettore i vota il candidato J se non è indifferente:

$$\left(S_i{}^J + \varepsilon_i^J\right) - \left(S_i{}^K + \varepsilon_i^K\right) > I_i \;\; \forall\, K \neq J$$

né alienato, vale a dire:

$$S_i{}^J + \varepsilon_i^J > S_i{}^A + \varepsilon_i^A$$

Pertanto si ha che:

$$\begin{aligned} P_i(V^J) &= P\left(S_i{}^J + \varepsilon_i^J - S_i{}^K - \varepsilon_i^K > I_i \;\forall\, K \neq J, S_i{}^J + \varepsilon_i^J > S_i{}^A + \varepsilon_i^A\right) \\ &= P\left(\varepsilon_i^K < \varepsilon_i^J + S_i{}^J - S_i{}^K - I_i \;\forall\, K \neq J, \varepsilon_i^A < \varepsilon_i^J + S_i{}^J - S_i{}^A\right) \end{aligned}$$

I termini di errore sono indipendenti e identicamente distribuiti secondo la *distribuzione del valore estremo di primo tipo EV 1* (la distribuzione generalizzata dei valori estremi di Gumbel)[95]. Dopo alcuni passaggi matematici, la probabilità di votare il candidato J è la seguente[96]:

$$P_i(V^J) = \frac{exp\left(S_i{}^J\right)}{exp\left(S_i{}^J\right) + exp(I_i)\sum_{K\neq J} exp\left(S_i{}^K\right) + exp\left(S_i{}^A\right)} \quad J = 1,..,4 \qquad (3.6)$$

Poiché:

[94] La forma esponenziale dell'equazione (3.4) garantisce il segno positivo del valore soglia di indifferenza. Inoltre, al fine di ottenere delle soluzioni in forma chiusa per le probabilità di scelta, il numero dei termini di errore casuale nel modello non può eccedere $J + 1$. Pertanto, coerentemente a Sanders (1998), Adams e Merril (2003), Merril et al. (2006), si omette il termine di errore nella specificazione del valore soglia di indifferenza.

[95] Le espressioni della funzione di ripartizione e di densità di una distribuzione generalizzata dei valori estremi di Gumbel sono le seguenti:

$$f(\varepsilon) = exp(-\varepsilon)exp[-exp(-\varepsilon)]$$
$$F(\varepsilon) = exp[-exp(-\varepsilon)]$$

[96] Si veda Adams et al. (2005) e Katz (2007) per una dimostrazione completa.

$$\sum_{J=1}^{4} P_i(V^J) + P_i(NV) = 1$$

la probabilità che il cittadino i si astenga è:

$$P_i(NV) = 1 - \sum_{J=1}^{4} P_i(V^J) \tag{3.7}$$

Sebbene il modello di stima sia un modello logit multinomiale[97], esso non impone la proprietà di Indipendenza dalle Alternative Irrilevanti (IIA, Luce 1959), secondo la quale il rapporto tra le probabilità di due alternative non dipende dalla presenza/assenza di altre alternative. I denominatori delle probabilità (3.6) e (3.7) sono infatti diversi, quindi rimuovere o cambiare un'alternativa nell'insieme di scelta cambia il rapporto tra le probabilità delle alternative rimanenti (Sanders, 1998, p. 93). Un'ulteriore considerazione riguarda la distanza ideologica contenuta nella componente sistematica dell'utilità (3.1). Introdurre nelle funzioni di utilità la distanza assoluta o quadratica non cambia i risultati di stima. Infatti, in base all'approccio dell'utilità casuale, la probabilità di scelta di un'alternativa dipende dalla differenza delle utilità, pertanto la scala delle utilità non è rilevante. Ciò è evidente dalla probabilità di scelta dell'alternativa V^J: moltiplicando e dividendo la (3.6) per $exp(-S_{iJ})$, si ottiene:

$$P_i(V^J) = \frac{1}{1 + \sum_{K \neq J} exp\left(I_i + S_i{}^K - S_{iJ}\right) + exp\left(S_i{}^A - S_{iJ}\right)}$$

che dipende dalla differenza delle utilità. Pertanto, considerare il valore assoluto della distanza ideologica o la funzione di distanza quadratica non influenza il risultato. Infine, ogni elettore decide di votare solo se non è né indifferente, né alienato. Pertanto il modello prevede tre tipi di astensione: per sola indifferenza, per sola alienazione o per indifferenza e alienazione.

Le equazioni (3.1), (3.4) e (3.5) sono di seguito specificate:

[97] Le proprietà del modello logit multinomiale (McFadden 1974, 1981) sono le seguenti:

- la probabilità di scelta di ogni alternativa è compresa tra 0 e 1 e dipende dall'attrazione dell'alternativa rispetto alle altre nell'insieme di scelta;
- la somma delle diverse probabilità di scelta è pari a 1;
- proprietà di Indipendenza dalle Alternative Irrilevanti (IIA, Luce 1959), secondo la quale il rapporto tra le probabilità di due alternative non dipende dalla presenza/assenza di altre alternative. La IIA può essere definita anche come sostituzione proporzionale fra un alternativa e le altre: se un'alternativa migliora/peggiora, tale cambiamento fa diminuire/aumentare proporzionalmente le probabilità di scelta delle altre alternative. La proprietà IIA è un'assunzione valida se le alternative sono realmente percepite come distinte.

$$U_i^J = \beta_{J0} + \beta_{J1}(\text{valenza del candidato}) + \beta_{J2}(\text{distanza ideologica}) + \varepsilon_i^J \qquad J = 1,..,4 \qquad (3.8)$$

$$\begin{aligned} I_i = exp[\beta_3(\text{Età}) &+ \beta_4(\text{Sesso}) + \beta_5(\text{Istruzione}) + \beta_6(\text{Informazione politica}) \\ &+ \beta_7(\text{Fiducia nei partiti}) + \beta_8(\text{Fiducia nelle istituzioni}) \\ &+ \beta_9(\text{Complessità della politica}) + \beta_{10}(\text{Disillusione verso la politica}) \\ &+ \beta_{11}(\text{Disillusione verso la democrazia}) + \beta_{12}(\text{Interesse politico}) \\ &+ \beta_{13}(\text{Televisione}) + \beta_{14}(\text{Quotidiani})\,] \qquad (3.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_i = \beta_{15}(\text{Età}) &+ \beta_{16}(\text{Sesso}) + \beta_{17}(\text{Istruzione}) + \beta_{18}(\text{Informazione politica}) \\ &+ \beta_{19}(\text{Fiducia nei partiti}) + \beta_{20}(\text{Fiducia nelle istituzioni}) \\ &+ \beta_{21}(\text{Complessità della politica}) + \beta_{22}(\text{Disillusione verso la politica}) \\ &+ \beta_{23}(\text{Disillusione verso la democrazia}) + \beta_{24}(\text{Interesse politico}) \\ &+ \beta_{25}(\text{Televisione}) + \beta_{26}(\text{Quotidiani}) + \varepsilon_i^A \qquad (3.10) \end{aligned}$$

Si noti come non è imposta l'uguaglianza dei coefficienti relativi ai diversi candidati (intercetta, valenza e distanza ideologica). Ciò consente di esaminare il diverso impatto sull'utilità dei cittadini della valenza e della distanza ideologica tra i candidati[98].

3.4 La metodologia impiegata

Ogni elettore intervistato è rappresentato dal vettore:

$$(V^1, V^2, V^3, V^4, NV)$$

dove V^J, con $J = 1,..,4$, assume valore 1 se l'elettore dichiara di aver votato il candidato J, e 0 altrimenti; analogamente, la variabile binaria NV assume valore 1 se l'elettore dichiara di non aver votato e 0 altrimenti. Pertanto, il vettore contiene una sola variabile con valore 1, che costituisce la scelta dell'elettore. A questo punto si stima il modello usando il metodo della massima verosimiglianza. Il logaritmo della funzione di verosimiglianza (*Log-Likelihood*) è:

$$LL = \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{J} V^J \log P_i(V^J) + NV \log P_i(NV) \right]$$

[98] Le stime effettuate sotto il vincolo di uguali parametri tra i candidati, ovvero:

$$(\beta_{J0}, \beta_{J1}, \beta_{J2}) = (\beta_{K0}, \beta_{K1}, \beta_{K2}) \;\; \forall\, K \neq J, J = 1,..,4$$

non producono sostanziali differenze nei risultati. Al fine di un'analisi esaustiva, si preferisce evitare l'imposizione di tale vincolo.

dove $P_i(V^J)$ e $P_i(NV)$ sono costituite, rispettivamente, dalla (3.6) e (3.7). La massimizzazione della verosimiglianza, eseguita con il software Stata 11 e con il metodo lf, restituisce le stime dei coefficienti e gli errori standard.

La probabilità che l'elettore i-esimo sia alienato, vale a dire che nessun candidato sia in grado di garantirgli l'utilità di aspirazione, è definita come:

$$P_i(AL) = \frac{exp\left(S_i{}^A\right)}{\sum_J exp\left(S_i{}^J\right) + exp\left(S_i{}^A\right)} \tag{3.11}$$

La probabilità che l'elettore sia indifferente, ovvero che nessun candidato sia percepito come sufficientemente diverso dagli altri, è:

$$P_i(IND) = 1 - \sum_J \frac{exp\left(S_i{}^J\right)}{exp\left(S_i{}^J\right) + exp(I_i) \sum_{K \neq J} exp\left(S_i{}^K\right)} \tag{3.12}$$

Utilizzando i coefficienti stimati si possono calcolare le probabilità predette, (3.6), (3.7), (3.11) e (3.12), per ogni elettore intervistato. Inoltre, poiché si sceglie di votare un candidato se non si è indifferenti, né alienati, ci si astiene se si è indifferenti ma non alienati, alienati ma non indifferenti o indifferenti e alienati. Pertanto, in linea con Adams e al. (2005, 2006), si determinano le probabilità che l'elettore sia *solo* alienato, *solo* indifferente, alienato e indifferente; rispettivamente:

$$P_i(solo\ AL) = P_i(NV) - P_i(IND) \tag{3.13}$$

$$P_i(solo\ IND) = P_i(NV) - P_i(AL) \tag{3.14}$$

$$P_i(AL\ e\ IND) = P_i(NV) - P_i(solo\ AL) - P_i(solo\ IND) \tag{3.15}$$

Al fine di individuare il contributo relativo di alienazione e indifferenza sull'astensionismo, si calcolano per ogni elettore intervistato le probabilità (3.7) e (3.13)-(3.15); le medie delle suddette probabilità consentono di stimare le percentuali di elettori che rientrano in ciascuna categoria.

3.5 I risultati

La tabella 6 riporta le stime dei parametri e gli errori standard. Il test di Wald indica una buona significatività congiunta delle variabili incluse nel modello (all'1%) e lo Pseudo R^2 riporta una buona capacità esplicativa delle variabili considerate.

Tab. 6: Stime dei parametri (errori standard)			
	Parametri Candidato	Valore soglia Indifferenza	Valore soglia Alienazione
Età		-0.012 (0.035)	-0.015 (0.31)
Sesso		0.01 (0.046)	0.719** (0.331)
Istruzione		0.028* (0.166)	-0.185* (0.136)
Informazione politica		0.024* (0.02)	-0.104 (0.21)
Fiducia nei partiti		-0.037* (0.034)	-0.324* (0.24)
Fiducia nelle istituzioni		-0.08 (0.031)	-0.215* (0.177)
Complessità della politica		0.014 (0.019)	-0.357*** (0.142)
Disillusione verso la politica		0.032* (0.022)	-0.068 (0.164)
Disillusione verso la democrazia		0.041** (0.019)	-0.017 (0.156)
Interesse politico		0.012 (0.029)	-0.455** (0.267)
Televisione		-0.033 (0.101)	-0.752** (0.489)
Quotidiani		-0.077** (0.049)	0.018 (0.342)
Valenza del candidato			
Bertinotti	0.346*** (0.031)		
Veltroni	0.668*** (0.033)		
Casini	0.842*** (0.068)		
Berlusconi	0.527*** (0.031)		
Distanza ideologica			
Bertinotti	-0.294*** (0.036)		
Veltroni	-0.522*** (0.049)		
Casini	-0.831*** (0.119)		
Berlusconi	-0.374*** (0.04)		
Intercetta			
Bertinotti	-2.33*** (0.97)		
Veltroni	-3.55*** (0.97)		
Casini	-4.64*** (1.06)		
Berlusconi	-2.83*** (0.98)		
Log-likelihood (N=2923) -2580.6588			
Wald Chi2: 60.48*** Ll-Ll(solo-costanti)=1458.9273 Pseudo R2=36,13%			
Wald Test (sui coefficienti dei valori soglia di indifferenza e alienazione): Wald Chi2 (con 26 g.d.l.): 109.66***			
% previsioni corrette astensionisti: 92.93			
* significativo al 10%, ** significativo al 5%, *** significativo all'1%			

Diversi parametri sono statisticamente significativi e mostrano il segno atteso. In particolare, in linea con i modelli teorici del voto, l'utilità degli elettori si riduce all'aumentare della distanza ideologica dal candidato. Inoltre, la valenza (percepita) del candidato influenza positivamente l'utilità che dipende, pertanto, sia dal fattore spaziale (la distanza ideologica) sia dal fattore non-spaziale (la valenza). Entrambi i coefficienti sono statisticamente significativi all'1 percento e ciò spiega il motivo per cui gli elettori possono votare un candidato diverso da quello ideologico. Nel valutare i diversi candidati l'elettore si trova di fronte ad un *trade-off* tra distanza nell'orientamento ideologico e valenza, per cui il candidato più vicino all'orientamento ideologico dell'elettore può risultare meno attraente rispetto ad un altro candidato; l'*effetto-valenza* può compensare l'*effetto-ideologia* e l'elettore è disposto a votare un candidato distante dalla sua politica ideale. Il concetto di valenza può comprendere, oltre alla valutazione delle qualità personali del candidato, anche la *valutazione prospettiva* della potenziale efficacia futura del candidato e/o del suo partito. In questo contesto, il voto strategico è interpretabile come una scelta razionale del candidato che, seppur ideologicamente lontano dalle preferenze del cittadino, è potenzialmente il più efficace.

Le stime dei parametri mostrano le caratteristiche individuali determinanti l'astensione per alienazione o indifferenza. L'età riduce entrambi i valori soglia di alienazione e indifferenza, perciò aumenta la probabilità di partecipazione al voto; tuttavia non ha un effetto statisticamente significativo né sulla probabilità di essere indifferenti né sulla probabilità di essere alienati. Il sesso è una variabile statisticamente significativa solo per l'alienazione: gli elettori di sesso maschile mostrano un'utilità di aspirazione più elevata rispetto alle donne e pertanto sono più inclini all'astensione. Il livello di istruzione influenza positivamente la predisposizione all'indifferenza e negativamente la predisposizione all'alienazione. Ciò implica che una maggiore istruzione comporta un'alta probabilità di essere indifferente tra i diversi candidati e una bassa probabilità di essere alienato. In linea con i modelli di competizione politica spaziale, l'utilità di aspirazione è interpretabile come l'inverso della *tolleranza* del cittadino, per cui un'alta tolleranza significa un basso livello dell'utilità di aspirazione e viceversa. Dunque, un livello di istruzione elevato riduce l'utilità di aspirazione, ovvero aumenta la tolleranza del cittadino, ma aumenta il valore soglia dell'indifferenza, vale a dire il cittadino sceglie di votare solo se i candidati sono molto diversi l'uno dall'altro. Anche l'informazione politica incrementa la soglia dell'indifferenza ma riduce quella relativa all'alienazione; tuttavia, il legame è statisticamente significativo solo per l'indifferenza. Tra le variabili individuali rappresentanti le percezioni del sistema politico, sia la fiducia nei partiti che nelle istituzioni riducono i due valori soglia. Tuttavia, la fiducia nelle istituzioni risulta essere statisticamente significativa solo per l'alienazione, mentre la fiducia nei partiti per entrambe le cause di astensione. L'effetto negativo della complessità della politica sul valore soglia dell'alienazione conferma il legame diretto tra il grado (percepito) di complessità della politica e la partecipazione al voto, riscontrato nelle statistiche descrittive. Sia la disillusione verso la democrazia che verso la politica mostrano un legame statisticamente significativo solo con il valore soglia dell'indifferenza, per cui la tendenza ad essere indifferenti tra i candidati cresce all'aumentare della delusione del cittadino. L'interesse nella politica ha un effetto negativo e significativo solo sull'utilità di aspirazione; pertanto, il livello di interesse politico influenza positivamente la tolleranza del cittadino e, dunque, la predisposizione al voto. Relativamente all'influenza dei mass media, si rileva come l'esposizione ai programmi televisivi politici riduca significativamente l'utilità di aspirazione e, quindi, l'inclinazione ad essere alienati; analogamente, la lettura dei quotidiani riduce la tendenza ad essere indifferenti tra i candidati. Pertanto, l'esposizione ai contenuti politici dei mass media influenza positivamente la partecipazione al voto, in quanto riduce la probabilità di astensione; in particolare, guardare i programmi televisivi di approfondimento politico riduce la probabilità di astensione per alienazione, mentre la lettura di articoli sui temi politici riduce la probabilità di astensione per indifferenza. La tabella 7 riassume l'influenza delle caratteristiche socio-demografiche, delle percezioni del sistema politico e dell'esposizione ai mass media sulla partecipazione al voto, limitandosi alle relazioni statisticamente significative ed evidenziando la causa di tale influenza, ovvero se la variabile considerata incide sull'utilità di aspirazione, sul valore soglia dell'indifferenza o su entrambi. Ad esempio, il sesso influenza negativamente la partecipazione al voto in quanto aumenta l'utilità di aspirazione e, dunque, la tendenza all'astensione per alienazione.

Tab. 7: Relazioni statisticamente significative

Caratteristiche socio-demografiche, variabili attitudinali ed esposizione ai media	**Influenza sulla partecipazione al voto**	**Causa: incidenza sul valore soglia di Alienazione (A), Indifferenza (I), entrambi (AI)**
Sesso	-	A
Istruzione	+ -	+ (A); - (I)
Informazione politica	-	I
Fiducia nei partiti	+	AI
Fiducia nelle istituzioni	+	A
Complessità della politica	+	A
Disillusione verso la politica	-	I
Disillusione verso la democrazia	-	I
Interesse politico	+	A
Televisione	+	A
Quotidiani	+	I

I fattori determinanti della propensione all'indifferenza e all'alienazione sono differenti. L'astensione per indifferenza è legata all'istruzione, all'informazione politica, alla fiducia nei partiti, alla disillusione verso la politica e la democrazia, all'influenza dei quotidiani. L'astensione per alienazione dipende, invece, dal sesso, dall'istruzione, dalla fiducia nei partiti e nelle istituzioni, dalla complessità percepita della politica, dall'interesse politico e dall'influenza della televisione. L'istruzione e la fiducia nei partiti sono le uniche caratteristiche ad esercitare un'influenza sia sull'indifferenza che sull'alienazione, seppur l'istruzione con segni contrapposti. L'alienazione sembra essere associata a fattori strutturali, di lungo termine, come il sesso, la fiducia nelle istituzioni, la complessità della politica e l'interesse politico. Piuttosto, l'indifferenza risulta fortemente influenzata dalle variabili che più riflettono il clima di instabilità politica e la delusione dei cittadini, quali la disillusione verso la democrazia e la politica. Tra le due fonti di astensione, l'indifferenza sembra essere più sensibile al contesto socio-politico rispetto all'alienazione che, invece, sembra includere una componente sistematica. L'impatto dello scenario politico nazionale agisce perlopiù sull'astensione per indifferenza.

In generale, le stime mostrano una buona corrispondenza con i valori osservati. Tuttavia, il modello sottostima l'astensionismo tra gli elettori di estrema sinistra e sovrastima lievemente l'astensionismo tra gli elettori di centro-sinistra e centro-destra, come è evidente dal confronto tra il tasso di astensione osservato e stimato, riportato in figura 3.6.

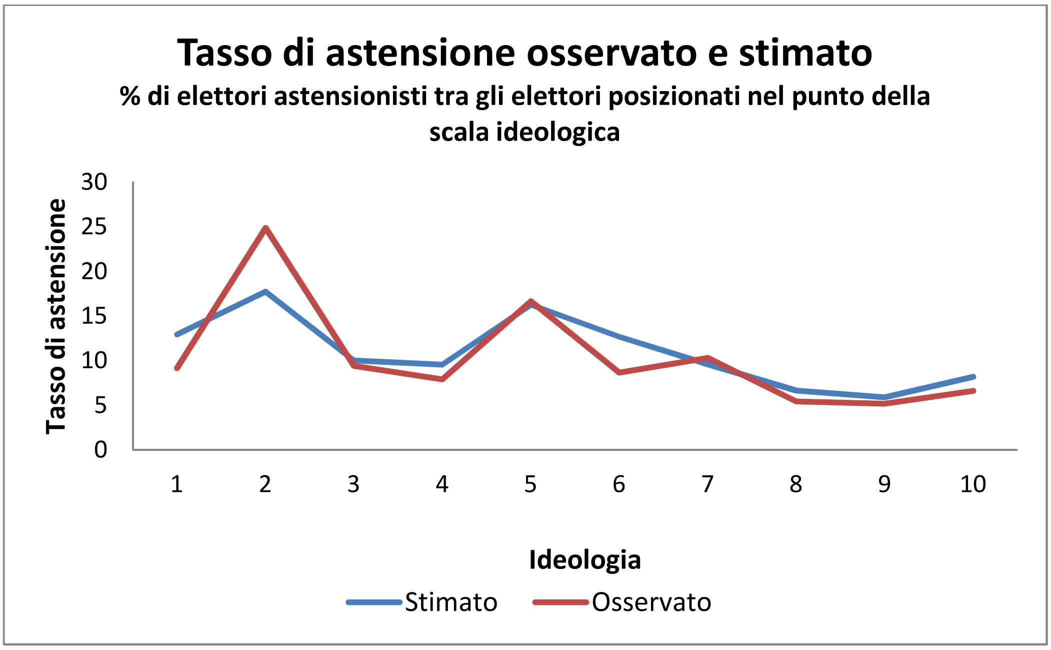


Figura 3.6: Il tasso di astensione osservato e stimato dal modello.

I coefficienti stimati consentono di calcolare le probabilità di astensione per alienazione, indifferenza, alienazione e indifferenza, per ogni elettore intervistato e, pertanto, la frazione media di elettori che rientrano in ciascuna categoria (tabella 8). Le stime suggeriscono che sia l'alienazione che l'indifferenza determinano l'astensionismo, con il contributo dell'alienazione lievemente superiore rispetto all'indifferenza (il 48,44 percento contro il 43,68). La componente di astensione per alienazione e indifferenza è invece marginale (7,88 percento).

Tab. 8: Stima dell'astensionismo per causa (% intervistati)*			
Alienazione	Indifferenza	Alienazione e indifferenza	Astensione
5.90 (3.2,8.5)	5.32 (1.7,7.3)	0.96 (0.2,1.5)	12.18 (10.4,15.1)
* gli intervalli di confidenza del 90 percento sono riportati in parentesi			

La tabella 9 distingue gli elettori a seconda del candidato ideologico e ne riporta la frazione media (stimata) di astensionisti, suddivisa nella componente di alienazione, indifferenza, alienazione e indifferenza.

Tab. 9: Stima del tasso di astensione per candidato ideologico e causa (%)*				
Candidato Ideologico	Alienazione	Indifferenza	Alienazione e indifferenza	Tasso di astensione
Bertinotti	9.64 (5.4,12.6)	6.61 (1.9,10.3)	1.71 (1,2.8)	17.96 (14.4,18.3)
Veltroni	4.55 (2.1,7.5)	5.64 (0.9,7.3)	0.79 (0.02,1.1)	10.98 (5.6,13.2)
Casini	6.55 (3.9,9.8)	6.93 (4.5,10.8)	2.27 (1.9,2.7)	15.75 (13.6,17.1)
Berlusconi	4.93 (1.2,8.1)	3.95 (2,5.5)	0.63 (0.03,0.8)	9.51 (4.3,10.2)
* gli intervalli di confidenza del 90 percento sono riportati in parentesi				

Le percentuali stimate di elettori astensionisti nel bacino di attrazione di ogni candidato sono coerenti con i tassi di astensione osservati (tab. 3). Infatti, l'astensionismo più elevato si registra in corrispondenza dei candidati F. Bertinotti e P.F. Casini, mentre la percentuale più bassa interessa il bacino di attrazione del candidato S. Berlusconi. Per quanto riguarda la causa di astensione, l'alienazione è dominante tra gli elettori di estrema sinistra (il 53,67 percento) e di centro-destra (il 52 percento). L'indifferenza costituisce, invece, la maggiore fonte di astensione per gli elettori ideologici del candidato di centro-sinistra (51,4 percento) e del candidato centrista (44 percento). L'astensione causata sia da alienazione che da indifferenza ha un ruolo marginale, soprattutto per i principali candidati, e raggiunge il suo massimo tra gli elettori ideologici del candidato Casini, costituendo il 14,4 percento dell'astensione totale. Ciò suggerisce che gli elettori collocati nelle due estremità della scala ideologica, ovvero coloro il cui orientamento è palesemente di sinistra o di destra, sono più inclini all'astensione per alienazione rispetto agli elettori moderati che, al contrario, si astengono principalmente a causa dell'indifferenza. Ciò implica l'esistenza di una dimensione squisitamente politica dell'astensionismo, vale a dire l'impatto relativo di alienazione e indifferenza dipende dalle posizioni (percepite) dei candidati. In altre parole il posizionamento dei candidati influenza la causa dell'astensione. Al fine di esaminare la relazione tra l'orientamento ideologico dei cittadini, la causa di astensione e il posizionamento dei partiti, la figura 3.7 mostra il tasso di astensione stimato per ogni punto della scala ideologica e distinto a seconda della causa di astensione: indifferenza, alienazione o entrambe.

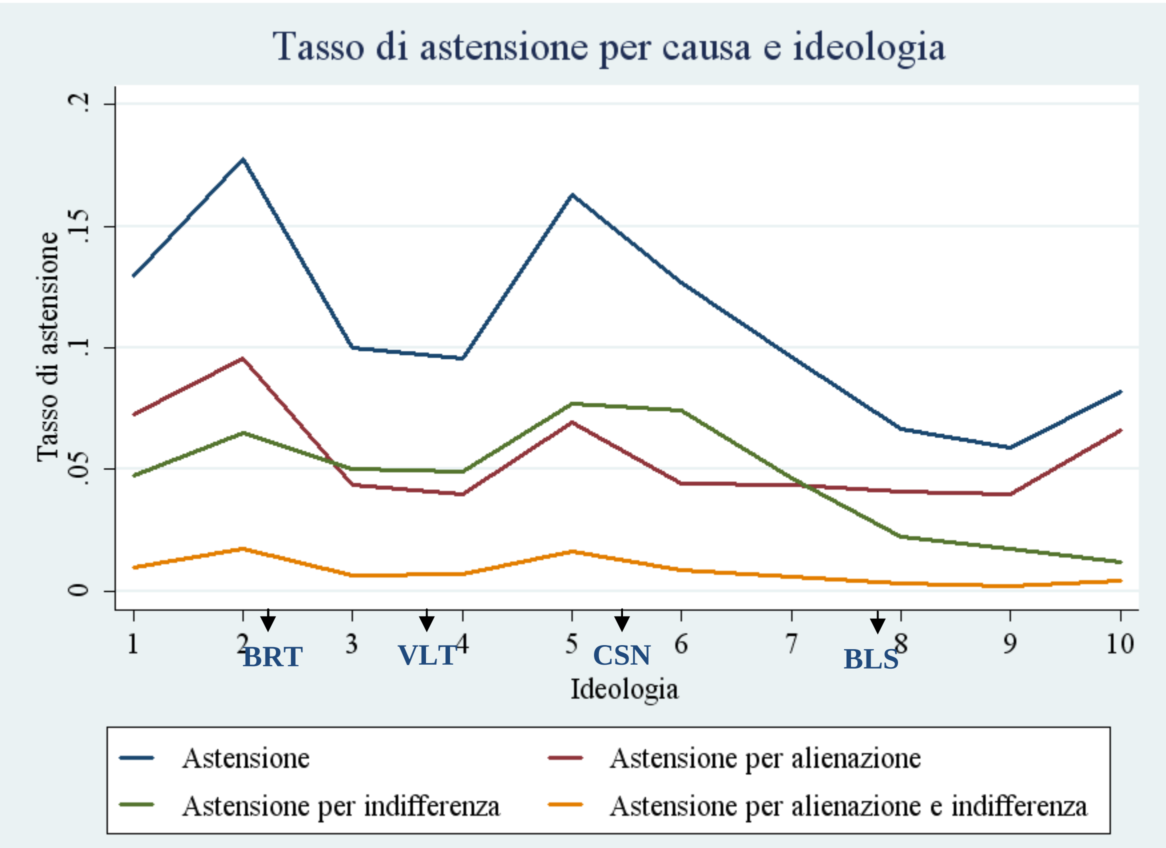


Figura 3.7: il tasso di astensione stimato e scomposto per causa di astensione.

Gli intervistati la cui politica ideale appartiene all'intervallo [3,7] si astengono principalmente a causa dell'indifferenza, mentre gli elettori posizionati nelle regioni periferiche/estremiste della scala ideologica si astengono soprattutto per alienazione. L'intervallo di politiche moderate [3,7] può essere suddiviso in due sub-intervalli: le ideologie di centro-sinistra e di centro-destra contenute, rispettivamente, nell'intervallo [3,5] e [5,7]. Tra gli elettori con orientamento ideologico di centro-sinistra il peso relativo dell'indifferenza è lievemente superiore rispetto a quello dell'alienazione, mentre tra gli elettori di centro-destra il maggiore impatto dell'astensione per indifferenza è netto. Ciò è probabilmente dovuto, in parte, ad una minore inclinazione all'alienazione degli elettori di centro-destra rispetto al centro-sinistra e, in parte, alla percezione di una maggiore affinità ideologica tra il candidato Casini e Berlusconi rispetto alla coppia Casini-Veltroni. Infatti, il partito del candidato centrista (UDC) e il partito del candidato di centro-destra (Forza Italia) si presentarono alle elezioni politiche del 2006 nella stessa coalizione (il Popolo delle Libertà), pertanto la probabilità che un elettore sia indifferente tra Casini e Berlusconi è sensibilmente più elevata rispetto alla probabilità di esserlo tra Veltroni e Casini.
L'indifferenza è la principale causa di astensione tra gli elettori moderati per almeno tre possibili ragioni:

- dal punto di vista puramente ideologico, gli elettori moderati tendono ad astenersi per indifferenza, mentre gli elettori estremisti per alienazione[99];
- al fine di effettuare la propria scelta, l'elettore moderato valuta almeno tre candidati: i due principali avversari e il candidato centrista, pertanto la probabilità di essere confuso, ovvero indifferente, aumenta;
- in linea con la teoria spaziale del voto, l'astensione per indifferenza aumenta in prossimità del *punto di mezzo*, vale a dire dell'elettore posizionato esattamente tra due candidati, che è indifferente per definizione. Infatti, l'astensione per indifferenza raggiunge il suo massimo al centro, precisamente nell'intervallo [5,6], in corrispondenza del punto di mezzo tra i due principali avversari, il candidato di centro-sinistra e di centro-destra.

[99] A proposito dell'astensionismo nelle elezioni Presidenziali del 2002 in Brasile, Katz (2007) osserva che "l'incidenza relativa di alienazione e indifferenza sull'astensionismo varia in base alla posizione ideologica dei cittadini. Mentre, per i cittadini situati agli estremi della scala ideologica, la propensione all'astensione è principalmente guidata dall'alienazione e cresce all'aumentare della distanza dal candidato più vicino, l'indifferenza è la fonte predominante dell'astensione tra gli elettori più centrali".

Coerentemente ai modelli teorici sul voto, tra gli elettori periferici l'astensione per indifferenza si riduce all'aumentare della distanza ideologica dai due candidati principali. Ciò si verifica nell'intervallo [6,10], mentre nell'elettorato di centro-sinistra, oltre ad un calo dell'astensione per indifferenza meno marcato, si rileva un suo incremento in prossimità del candidato di estrema sinistra. La maggiore predisposizione all'indifferenza dell'elettorato di centro-sinistra è interpretabile, da un lato, come una forma di astensione punitiva o di protesta a seguito della delusione per il fallimento del governo Prodi; dall'altro, la mancata alleanza con il partito estremista fa sì che gli elettori orientati ideologicamente a sinistra si trovino di fronte a due candidati diversi, pertanto la probabilità di essere indifferente aumenta significativamente. Comparando l'astensione per indifferenza nell'intervallo [1,4] con l'intervallo [6,10], è evidente come la presenza di un ulteriore candidato di sinistra aumenti la predisposizione all'indifferenza.

L'astensione tra gli elettori collocati all'esterno della regione centrale/moderata è principalmente guidata dall'alienazione, seppur con sostanziali differenze tra l'elettorato di estrema sinistra e destra. Nella regione periferica di destra l'astensione per alienazione aumenta con la distanza ideologica dal candidato più vicino (S. Berlusconi)[100]. Invece, l'astensione tra gli elettori di estrema sinistra si riduce all'aumentare della distanza dal candidato F. Bertinotti. Tale risultato sembra incoerente con la teoria spaziale del voto per cui una maggiore distanza dal candidato aumenta il disinteresse del cittadino e, dunque, la probabilità di astenersi per alienazione. Tuttavia, questo è vero se tutti gli individui hanno lo stesso livello di utilità di aspirazione, ovvero se il parametro di tolleranza è uguale per tutti i cittadini[101], ma se gli elettori presentano utilità di aspirazione diverse e, dunque, la tolleranza è eterogenea, la probabilità di astensione dipende sia dalla distanza ideologica sia dalla tolleranza individuale; un elettore, sebbene ideologicamente vicino al candidato, può essere così poco tollerante da non votare, così come un elettore distante dal candidato può scegliere di votare se particolarmente tollerante. Il picco raggiunto dall'astensione per alienazione in corrispondenza della posizione ideologica del candidato Bertinotti deriva dalla scarsa tolleranza del suo elettorato, evidente dal grafico della tolleranza (media) degli elettori nella

[100] Adams, Dow e Merrill (2006) studiano l'astensione per indifferenza e alienazione nelle elezioni Presidenziali americane 1980–1988 e rilevano che "le tendenze dei cittadini ad astenersi per alienazione sono fortemente legate alle distanze percepite dai candidati. Tra i cittadini sostenitori del partito Repubblicano la propensione ad astenersi per alienazione passa dal 30% circa per coloro che condividono il posizionamento ideologico del candidato George H. W. Bush a oltre il 60% per i cittadini più liberali e distanti da Bush".

[101] Ciò è quanto assunto nei modelli di Llavador (2000) e Leppel (2009), ampiamente discussi nei capitolo precedenti.

scala ideologica (figura 3.8). E' facile osservare come la tolleranza degli elettori intervistati subisca un crollo nel punto 2 della scala ideologica, vale a dire in corrispondenza del candidato Bertinotti, a conferma dell'astensione selettiva che ha colpito particolarmente l'elettorato di estrema sinistra. Inoltre, il brusco calo della tolleranza al centro della scala ideologica ed il conseguente picco dell'astensione per alienazione, è interpretabile come una forma di astensione punitiva o di protesta, causata dal clima di instabilità politica.

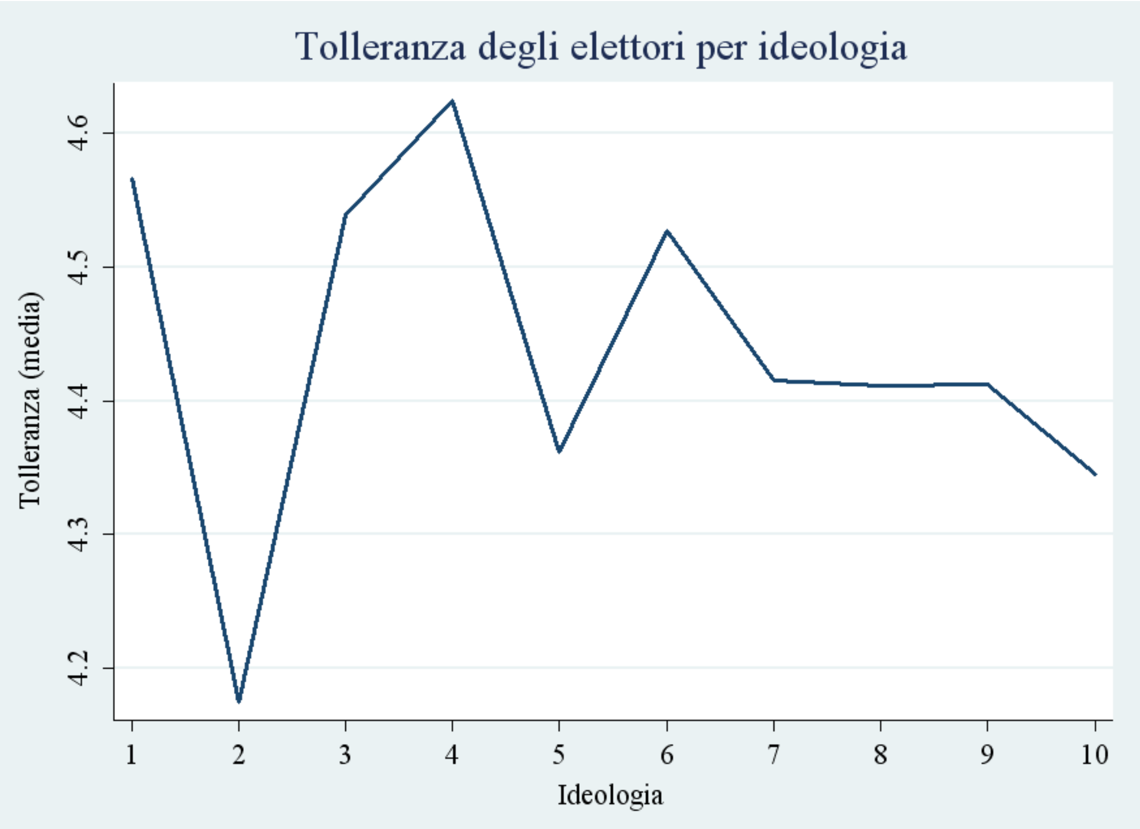


Figura 3.8: La tolleranza media degli elettori intervistati, per posizione ideologica.

3.6 Conclusioni

Questo lavoro mira ad esaminare le principali determinanti di alienazione e indifferenza ed il loro impatto relativo sull'astensionismo nelle elezioni politiche nazionali del 2008. In particolare, lo studio ha tre obiettivi fondamentali:

- individuare la relazione esistente tra le caratteristiche individuali, socio-demografiche, attitudinali, di percezione del sistema politico e la probabilità di astensione per indifferenza e/o alienazione;

- determinare l’impatto relativo di indifferenza e/o alienazione sull’astensionismo;
- analizzare la componente di astensione politica, ovvero il legame tra la propensione individuale all’astensione per alienazione o indifferenza e la distanza ideologica dai candidati.

L’astensione per indifferenza è significativamente legata all’istruzione, all’informazione politica, alla fiducia nei partiti, alla disillusione verso la politica e la democrazia, all’influenza dei quotidiani. L’astensione per alienazione dipende, invece, dal sesso, dall’istruzione, dalla fiducia nei partiti e nelle istituzioni, dalla complessità percepita della politica, dall’interesse politico e dall’influenza della televisione. In particolare, la probabilità di astensione per indifferenza aumenta con il livello di istruzione, di informazione politica e con il grado di disillusione dei cittadini verso la politica e la democrazia; si riduce, invece, all’aumentare della fiducia nei partiti e dell’attitudine alla lettura dei quotidiani. L’astensione per alienazione è positivamente correlata al sesso maschile e negativamente correlata all’istruzione, alla fiducia nei partiti e nelle istituzioni, alla complessità percepita della politica, all’interesse politico e alla visione dei programmi televisivi di approfondimento politico. Se l’alienazione risulta essere associata a fattori strutturali, di lungo termine, quali il sesso, la fiducia nelle istituzioni, la complessità della politica e l’interesse politico, l’indifferenza risulta fortemente influenzata dalle variabili che più riflettono il clima di instabilità politica e la delusione dei cittadini, come la disillusione verso la democrazia e la politica. Tra le due fonti di astensione, l’indifferenza sembra essere più sensibile al contesto socio-politico rispetto all’alienazione che, invece, sembra includere una componente sistematica. Inoltre, in linea con la teoria spaziale del voto, la partecipazione al voto mostra un legame inverso con la distanza ideologica dal candidato. Tuttavia, il comportamento finale dell’elettore, vale a dire la scelta del candidato cui assegnare (eventualmente) il proprio voto, è influenzata congiuntamente dal fattore spaziale, la distanza ideologica, e dal fattore non spaziale, la valenza del candidato, che rappresenta la valutazione delle qualità personali e della potenziale efficacia futura del candidato. Pertanto, la scelta finale dell’elettore può ricadere su un candidato che non rappresenta le reali preferenze ideologiche, ma è considerato il più attraente e/o potenzialmente efficace.

I risultati più interessanti riguardano il legame tra il peso relativo dell’astensione per indifferenza o alienazione e la posizione (percepita) dei candidati. La figura 3.9 riporta l’impatto relativo dell’indifferenza, dell’alienazione e di entrambe le cause sull’astensionismo medio stimato, nonché le posizioni ideologiche dei candidati.

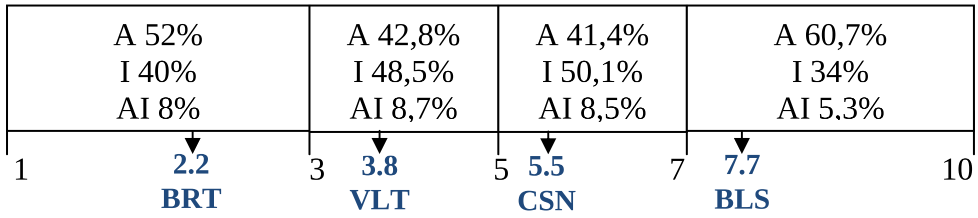


Figura 3.9: l'impatto relativo di alienazione (A), indifferenza (I), alienazione e indifferenza (AI) sul tasso di astensione stimato per orientamento ideologico.

La causa dell'astensione è influenzata dalla distanza ideologica dai candidati. In generale, l'astensione tra gli elettori centrali/moderati è guidata dall'indifferenza, mentre l'alienazione è la principale causa di astensione tra gli elettori con orientamento ideologico più estremista. Il maggiore impatto relativo dell'indifferenza nella regione centrale è la conseguenza della posizione ideologica dei candidati; gli elettori centrali/moderati si trovano, infatti, tra i due principali avversari politici, il candidato di centro-sinistra e di centro-destra, e in prossimità del candidato centrista, perciò la probabilità di essere confusi/indifferenti è elevata. La propensione all'indifferenza aumenta in prossimità del *punto di mezzo*, vale a dire degli elettori posizionati esattamente tra due candidati, mentre si riduce tra gli elettori ideologicamente vicini ad uno dei candidati. Tale risultato supporta gli studi teorici sui modelli di competizione politica spaziale. In particolare, la più alta componente di astensione per indifferenza si rileva al centro, in corrispondenza del punto di mezzo tra i due principali avversari: il candidato di centro-sinistra W. Veltroni e di centro-destra, S. Berlusconi. Data la presenza di un candidato centrista, P.F. Casini, è evidente come l'indifferenza riguardi principalmente i due maggiori avversari politici. Inoltre, si rileva una maggiore predisposizione all'indifferenza dell'elettorato di sinistra rispetto all'elettorato di destra. La mancata alleanza con il partito di estrema sinistra fa sì che gli elettori si trovino di fronte a due candidati diversi, pertanto la probabilità di essere indifferente aumenta significativamente. Comparando l'astensione per indifferenza nell'intervallo [1,4] con l'intervallo [6,10], è evidente come la presenza di un ulteriore candidato di sinistra aumenti il peso relativo dell'indifferenza.

Il contributo dell'alienazione sull'astensionismo aumenta con la distanza ideologica dai candidati, pertanto l'astensione degli elettori periferici, con un orientamento ideologico più estremista rispetto ai candidati, è guidata soprattutto dall'alienazione. Tuttavia, se nella regione di destra l'astensione per alienazione aumenta con la distanza ideologica dal candidato più vicino (S. Berlusconi), l'astensione tra gli elettori di estrema sinistra aumenta in prossimità del candidato F. Bertinotti. Ciò si verifica in quanto l'utilità di aspirazione individuale, ovvero il livello minimo di utilità che persuade l'elettore ad andare a votare, è massima proprio tra gli elettori affini al candidato. In altre parole, l'astensione selettiva che ha colpito in modo particolare l'elettorato di estrema sinistra è dovuta principalmente alla scarsa tolleranza dei sostenitori del partito, conseguente alla delusione per il fallimento del (secondo) tentativo di una coalizione di governo con le forze politiche moderate di centro-sinistra. Pertanto, l'effetto congiunto della distanza ideologica e della tolleranza individuale determina la probabilità di astensione per alienazione. Alla luce di tali considerazioni, la propensione all'astensione per alienazione o indifferenza è influenzata dalla distanza ideologica dai candidati (astensione politica) e dai valori soglia individuali, sui quali incidono le caratteristiche socio-demografiche individuali, le valutazioni del sistema politico e l'esposizione ai mass media.

Infine, è possibile esaminare nel dettaglio le ragioni dell'astensione dal voto osservata e indagare sulle forme assunte dall'astensione selettiva e/o punitiva, caratterizzante le elezioni politiche del 2008. L'astensionismo nel campione osservato raggiunge due picchi: uno al centro della scala ideologica e l'altro in corrispondenza del candidato di estrema sinistra. Nel primo caso la causa di astensione dominante è l'indifferenza tra i candidati, che riflette in parte l'insoddisfazione popolare derivante dal clima di instabilità politica caratterizzante il biennio 2006-2008 e, in parte, la confusione dell'elettorato in quanto collocato tra tre candidati differenti. Nel secondo caso, l'astensione è punitiva, o di protesta, e sotto forma di astensione per alienazione, conseguente alla delusione per il fallimento del governo di sinistra instauratosi solo due anni prima. L'astensione selettiva, che ha colpito e danneggiato in modo particolare l'elettorato di sinistra, si manifesta sotto forma di indifferenza tra il candidato moderato e estremista e sotto forma di alienazione, specialmente tra gli elettori più radicali.

BIBLIOGRAFIA

Abramson P.R, Aldrich J.H., Paolino P., Rohde D.W. (1992). *Sophisticated Voting in the 1988 Presidential Primaries*. American Political Science Review, 86: 55-69.

Adams J., Dow J., Merrill S. III (2001). *The Political Consequences of Abstention Due to Alienation and Indifference: Applications to Presidential elections*, Paper presentato all'incontro annuale di American Political Science Association, San Francisco, 30 Agosto-2 Settembre.

Adams J., Dow J., Merrill S. III (2006). *The Political Consequences of Alienation-based and Indifference-based Voter Abstention: Applications to Presidential Elections*, Political Behaviour, 28: 65-86.

Adams J., Merrill S. III (2003). *Voter Turnout and Candidate Strategies in American Elections*, Journal of Politics 65: 161-189.

Adams J., Merrill S. III, Grofman B. (2005). *A Unified Theory of Party Competition. A Cross-National Analysis Integrating Spatial and Behavioral Factors,* New York: Cambridge University Press.

Ansolabehere S., Snyder J. (2000). *Valence Politics and Equilibrium in Spatial Elections Models*. Public Choice, 103: 327-36.

Baker, Kendall, Dalton R., Kai H. (1981). *Germany Transformed: Political Culture and the New Politics*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bartle J. (1998). *Left-Right Position Matters, but Does Social Class? Causal Models of the 1992 British General Election*. British Journal of Political Science, 28: 501-29.

Borghese S. (2011). *Il Passiglium alla prova*. Articolo per il Termometro Politico, disponibile al link: http://www.termometropolitico.it/referendum-passigli-simulazione-elezioni/.

Brody R.A., Page B. (1973). *Indifference, Alienation and Rational Decisions: the Effects of Candidate Evaluation on Turnout and the Vote*, Public Choice, 15: 1-17.

Burden B. (2000). *Voter Turnout and the National Election Studies*, Political Analysis, 8: 389-398.

Burden B., Lacy D. (1999). *The Vote-Stealing and Turnout Effects of Third-Party Candidates in U.S. Presidential Elections, 1968–1996*. Paper presentato all'incontro annuale di American Political Science Association, Atlanta.

Campbell A., Converse P., Miller W., Stokes D.E. (1960). *The American Voter*, New York: John Wiley and Sons.

Converse P., Pierce R. (1986). *Political Representation in France*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Converse P., Pierce R. (1993). *Comment on Fleury and Lewis-Beck*. Journal of Politics, 55: 1110-17.

Downs A. (1957). *An Economic Theory of Democracy*, New York : Harper and Row.

Dee T.S. (2004). *Are There Civic Returns to Education*? Journal of Public Economics, 88(9-10):1697-1720.

Degan A., Merlo A. (2004). *Do Citizens Vote Strategically (if they vote at all)? Evidence from U.S. National Elections*. Paper presentato all'incontro annuale di Society for Economic Dynamics, Firenze 1-3 Luglio.

DellaVigna S., Kaplan E. (2007). *The Fox News Effect: Media Bias and Voting*. The Quarterly Journal of Economics, 122 (3), 1187–1234.

Durante R., Knight B.G. (2009). *Partisan Control, Media Bias, and Viewer Responses: Evidence from Berlusconi's Italy*. NBER Working Paper 14762.

Duverger M. (1954). *Political Parties*. New York: Wiley.

Duverger M. (1970), *I partiti politici*, Milano, Comunità.

Duverger M. (1986), *Duverger's Law: Forty Years Later*, in B. Grofman e A. Lijphart (a cura di), *Electoral Laws and Their Political Consequences*, New York, Agathon Press.

Endersby J, Galatas S. (1997). *British Parties and Spatial Competition: Dimensions of Evaluation in the 1992 Election.* Paper presentato all'incontro annuale di Public Choice Society, San Francisco, CA, 21-23 Marzo.

Gerber A.S., Karlan D., Bergan D. (2009). *Does the Media Matter? A Field Experiment Measuring the Effect of Newspapers on Voting Behavior and Political Opinions*. American Economic Journal: Applied Economics, 1(2): 35–52.

George L., Waldfogel J. (2006). *The New York Times and the Market for Local Newspapers*. American Economic Review, Vol. 96, No. 1, pp. 435-477.

George L., Waldfogel J. (2003). *Who Affects Whom in Daily Newspaper Markets?* Journal of Political Economy, Vol. 11, pp. 765-785.

Gentzkow M. (2006). *Television and Voter Turnout*, Quarterly Journal of Economics, August.

Gentzkow M., Shapiro J.M. (2004). *Media Bias and Reputation*. Harvard University, Department of Economics. Mimeograph.

Ghirardato P., Katz J. N. (2003). *Indecision Theory: Quality of Information and Voting Behaviour*, California Institute of Technology, Division of the Humanities and Social Sciences, Working papers 1106.

Groseclose T. (2001). *A Model of Candidate Location When One Candidate Has a Valence Advantage*. American Journal of Political Science, 45: 862-86.

Groseclose T., Milyo J. (2005). *A Measure of Media Bias*. The Quarterly Journal of Economics, 120 (4):1191–1237.

Johnston R. J., Pattie C.J. (1991). *Tactical Voting in Great Britain in 1983 and 1987: an Alternative Approach*. British Journal of Political Science, 21:95-128.

Katz G. (2007). *Policy-based abstention in Brazil's 2002 Election*, California Institute of Technology, Social Science Working Paper: 1288.

King D.C. (2003). *Congress, Polarization, and Fidelity to the Median Voter*, John F. Kennedy School of Government, Harvard University Working Paper March 10, 2003.

Kousser T. (2004). *Retrospective Voting and Strategic Behavior in European Parliament Elections*. Electoral Studies, 23:1-21.

Larcinese V. (2002). *Information Acquisition, Ideology and Turnout: Theory and Evidence from Britain*, Manuscript LSE, November.

Lassen D. D. (2004). *The Effect of Information on Voter Turnout: Evidence from a Natural Experiment*, University of Copenhagen, Department of Economics EPRU (Economic Policy Research Unit) Working Paper Series: 04-03.

Leppel K. (2009). *A note on the median voter theory and voter alienation*, Elsevier, The Social Science Journal, 46: 369-374.

Lewis-Beck M., Chlarson K. (2002). *Party, Ideology, Institutions, and the 1995 French Presidential Election*. British Journal of Political Science, 32: 489-512.

Llavareda, A. (1991). *A democracia nas urnas: o processo partitario eleitoral brasileiro*. Rio de Janeiro: Rio Fundo Editora.

Llavador H. G. (2000). *Abstention and political competition*, Review of Economic Design, 5(4): 411–432.

Luce R. D. (1959). *Individual Choice Behavior: A Theoretical Analysis,* New York, NY: Wiley.

Matsusaka J.G. (1995). *Explaining Voter Turnout Patterns: an Information Theory*, Public Choice 84: 91-117.

Matsusaka, J.G., Palda F. (1999). *Voter Turnout: How Much Can we Explain?*, Public Choice 98: 431-446.

McFadden D. (1974). *Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior*. In P. Zarembka (Ed.), Frontiers in econometrics, 105–142. New York: Academic Press.

McFadden D. (1981). *Econometric Models of Probabilistic Choice*. In C. Manski e D. McFadden (Eds.), Structural analysis of discrete data with econometric applications. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Merril S., Grofman B. (1999). *A Unified Theory of Voting: Directional and Proximity Spatial Models*. Cambridge: Cambridge University Press.

Milligan K., Moretti E., Oreopulos P. (2004). *Does Education Improve Citizenship? Evidence from the U.S and the U.K*. Journal of Public Economics, 88(9-10):1667-1695.

Myatt D. P. (2007). *On the Theory of Strategic Voting*. Review of Economic Studies, 74(1), 255–281.

Myerson R., Weber R. (1993). *A Theory of Voting Equilibria*. American Political Science Review, 87:102-14.

Mueller D.C. (2003). *Public Choice III*. Cambridge University Press.

Oberholzer-Gee F., Waldfogel J. (2001). *Electoral acceleration: The Effect of Minority Population on Minority Voter Turnout*. National Bureau of Economic Research Working Paper No. 28.

Oberholzer-Gee F., Waldfogel J. (2009). *Media Markets and Localism: Does Local News en Español Boost Hispanic Voter Turnout?* American Economic Review 99, no. 5.

Palfrey T. (1989). *A Mathematical Proof of Duverger's Law*. In Peter C. Ordeshook (ed), Models of Strategic Choice in Politics, Ann Arbor: Univeristy of Michigan Press.

Plane D.L., Gershtenson J. (2004). *Candidates' Ideological Locations, Abstention and Turnout in U.S. Midterm Senate Elections*, Political Behaviour, 26: 69-93

Power, T., Roberts T. (1995). *Compulsory Voting, Invalid Ballots, and Abstention in Brazil*. Political Research Quarterly 48: 795-826.

Sanders M. (1998). *Unified models of turnout and vote choice for two-candidate and three-candidate elections*. Political Analysis 7: 89–116.

Sanders M. (2001). *Uncertainty and Turnout*. Political Analysis 9: 45–57.

Schlozman K.L. (2002). *Citizen Participation in America: What Do We Know? Why Do We Care?*, in Katzenelson I. and Miller H. (eds), Political Science: The State of the Discipline, New York: W.W. Norton, 433-61.

Shepsle K.A. (1991). *Models of Multiparty Electoral Competition*, Chur, Switzerland: Harwood Academic Publishers.

Stokes D. (1963). *Spatial Models of Party Competition*. American Political Science Review, 57: 368-77.

Strömberg D. (2002). *Mass Media Competition, Political Competition, and Public Policy*, Institute for International Economic Studies, Stockholm University, 2002.

Stromberg D. (2004). *Radio Impact on Public Spending*. Quarterly Journal of Economics 119: 189-221.

Thurner P., Eymann A. (2000). *Policy-Specific Alienation and Indifference in the Calculus of Voting: A Simultaneous model of party Choice and Abstention*, Public Choice, 102: 51 77.

Wolfinger R.E., Rosenstone S.J. (1980). *Who Votes?* New Haven: Yale University Press.

Zipp J.F. (1985). *Perceived Representativeness and Voting: an Assessment of "choices" versus "echoes"*, American Political Science Review, 79: 50-61.

ALLEGATO
ITANES 2008 – Indagine Post-Elettorale
QUESTIONARIO[102]

A1
Genere
[1] Maschio
[2] Femmina

A2
Classe di età
[1] 18-34
[2] 35-64
[3] 65 e oltre

A3
Qual è il suo titolo di studio?
[01] Nessun titolo
[02] Licenza elementare
[03] Licenza media inferiore/avviamento
[04] Diploma qualifica professionale (2-3 anni)
[05] Diploma maturità professionale (compreso istituto d'arte)
[06] Diploma maturità tecnica
[07] Diploma maturità liceo classico o scientifico
[08] Altro diploma maturità (istituto magistrale, liceo linguistico, liceo artistico, liceo socio-psico-pedagogico)
[09] Laurea Scientifica (4/5 anni, laurea triennale, laurea specialistica) (include medicina, biologia ed economia)
[10] Laurea Umanistica (4/5 anni, laurea triennale, laurea specialistica) (include psicologia, sociologia e scienza politica)
[99] Non risponde

B01
In generale, Lei si interessa di politica
[1] per niente
[2] poco
[3] abbastanza
[4] molto
[88] non sa
[99] non risponde

[102] Il questionario include le sole domande impiegate nel processo di stima.

B02
Le leggerò ora alcune affermazioni che vengono fatte correntemente. Mi dica per ognuna se lei è per niente, poco, abbastanza o molto d'accordo

B02_01
La gente come me non ha nessuna influenza su quello che fa il Governo
[1] per niente d’accordo
[2] poco d’accordo
[3] abbastanza d’accordo
[4] molto d’accordo
[88] non sa
[99] non risponde

B02_02
Talvolta la politica sembra così complicata che non si riesce a capire che cosa sta succedendo
[1] per niente d’accordo
[2] poco d’accordo
[3] abbastanza d’accordo
[4] molto d’accordo
[88] non sa
[99] non risponde

B03
Cosa pensa della seguente frase? Che governi la destra o la sinistra le cose non cambiano
[1] Non è per niente vero
[2] Non è tanto vero
[3] E’ abbastanza vero
[4] E’ proprio vero
[88] non sa
[99] non risponde

B04
Mi può dire quanta fiducia ha nelle seguenti Istituzioni? (nessuna, poca, abbastanza, molta fiducia)

B04_01
Il Parlamento
[1] nessuna fiducia
[2] poca fiducia
[3] abbastanza fiducia
[4] molta fiducia
[88] Non sa

[99] Non risponde

B04_02
I Partiti

B04_03
Il Presidente della Repubblica

B04_04
La Magistratura

B04_05
I Sindacati

B05
C'è un partito politico al quale Lei si sente più vicino rispetto agli altri?
[1] Si
[2] No
[88] Non sa
[99] Non risponde

B06
***(Se sì)* Può indicare qual è questo partito?**
[01] Sinistra Arcobaleno (Bertinotti)
[02] Partito Democratico (Veltroni)
[03] Italia dei Valori (Di Pietro)
[04] Popolo delle Libertà (Berlusconi)
[05] Lega Nord (Bossi)
[06] Unione di Centro (Casini)
[07] La Destra (Santanchè/Storace)
[08] Rifondazione Comunista (Bertinotti)
[09] Partito dei Comunisti Italiani (Diliberto)
[10] Verdi (Pecoraro Scanio)
[11] SDI (Boselli)
[12] Democratici di Sinistra (Fassino)
[13] UDeuR (Mastella)
[14] La Margherita (Rutelli)
[15] Lista Pannella-Bonino (Radicali)
[16] Fiamma Tricolore
[17] Forza Italia (Berlusconi)
[18] Alleanza Nazionale (Fini)
[66] Altro (specificare)
[77] Nessuno

[88] Non sa
[99] Non risponde

B07
Le leggerò ora i nomi di alcuni politici. Se li conosce, mi dica come li giudica, dando loro un voto da 1 a 10, dove 1 significa un giudizio completamente negativo, 10 uno completamente positivo e 6 la sufficienza.

B07_01
Bertinotti
[01] 1
[02] 2
[03] 3
[04] 4
[05] 5
[06] 6
[07] 7
[08] 8
[09] 9
[10] 10
[77] Non lo conosce
[88] Non sa dare un voto
[99] Non risponde

B07_02
Veltroni

B07_03
Casini

B07_04
Berlusconi

B08
Molta gente quando parla di politica usa i termini “sinistra” e “destra”. Pensando alle Sue opinioni politiche, Lei dove si collocherebbe su una scala da 1 a 10 dove 1 significa la sinistra e 10 la destra?
[01] 1 = SINISTRA
[02] 2
[03] 3
[04] 4
[05] 5
[06] 6

[07] 7
[08] 8
[09] 9
[10] 10 = DESTRA
[88] Non sa
[99] Non risponde

B09
Pensando ai partiti che ora Le dirò, dove collocherebbe ognuno di questi, utilizzando sempre una scala da 1 a 10 dove 1 significa sinistra e 10 destra? Se Lei non conosce il partito o non sa che risposta dare, risponda "Non so".

B09_01
Popolo della Libertà (Berlusconi)
[01] 1 = SINISTRA
[02] 2
[03] 3
[04] 4
[05] 5
[06] 6
[07] 7
[08] 8
[09] 9
[10] 10 = DESTRA
[88] Non sa
[99] Non risponde

B09_02
Partito Democratico (Veltroni)

B09_03
La Sinistra L'Arcobaleno (Bertinotti)

B09_04
Unione di Centro (Casini)

B10
Le è capitato di fare alcune delle seguenti cose durante l'ultima campagna elettorale?

B10_01
Guardato programmi televisivi sulle elezioni
[1] Sì
[2] No

[99] Non risponde

B10_02
Letto articoli sulle elezioni su giornali o riviste
[1] Sì
[2] No
[99] Non risponde

B11
In genere Lei guarda il telegiornale? Se sì, con che frequenza?
[1] No, mai
[2] Meno di 1 volta alla settimana
[3] 1 giorno alla settimana
[4] 2 giorni alla settimana
[5] 3 giorni alla settimana
[6] 4 giorni alla settimana
[7] 5 giorni alla settimana
[8] 6 giorni alla settimana
[9] Tutti i giorni
[99] Non risponde

B12
In generale Lei legge un giornale quotidiano (esclusi i giornali sportivi)? Se sì, con quale frequenza?
[1] No, mai
[2] Meno di 1 volta alla settimana
[3] 1 giorno alla settimana
[4] 2 giorni alla settimana
[5] 3 giorni alla settimana
[6] 4 giorni alla settimana
[7] 5 giorni alla settimana
[8] 6 giorni alla settimana
[9] Tutti i giorni
[99] Non risponde

B13
E' andato a votare alle elezioni politiche che si sono tenute il 13 e 14 aprile scorso?
[1] No, non sono andato a votare
[2] Sì, sono andato a votare
[99] Non risponde

B13_01
Ha dato un voto valido oppure ha votato scheda bianca o ha annullato la scheda?

[1] Ho dato un voto valido
[2] Ho votato scheda bianca o nulla
[99] Non risponde

B14
Le leggerò ora l'elenco delle principali liste di partito che si sono presentate alla Camera. Mi può dire per quale partito ha votato alla Camera?
[1] Sinistra Arcobaleno (Bertinotti)
[2] Partito Democratico (Veltroni)
[3] Italia dei Valori (Di Pietro)
[4] Popolo delle Libertà (Berlusconi)
[5] Lega
[6] Unione di Centro (Casini)
[7] La Destra (Santanchè/Storace)
[8] Partito Socialista (Boselli)
[81] Movimento Per l'Autonomia (Lombardo)
[82] Aborto? No, Grazie (Ferrara)
[87] Altro (specificare)
[88] Non ricorda
[99] non risponde

B15
Indipendentemente dal suo voto nelle ultime elezioni quanto è probabile, su una scala da 0 a 10, che Lei possa votare per i seguenti partiti o schieramenti, dove 0 significa "per niente probabile" e 10 significa "molto probabile"?

B15_01
La Sinistra L'Arcobaleno (Bertinotti)
[00] 0
[01] 1
[02] 2
[03] 3
[04] 4
[05] 5
[06] 6
[07] 7
[08] 8
[09] 9
[10] 10
[88] Non sa
[99] Non risponde

B15_02
Partito Democratico (Veltroni)

B15_03
Italia dei Valori (Di Pietro)

B15_04
Unione di Centro (Casini)

B15_05
Popolo delle Libertà (Berlusconi)

B15_06
Lega Nord (Bossi)

B16
Al momento delle elezioni del 13 aprile scorso Lei mi sa dire il nome del Presidente della Camera dei Deputati? (Risposta corretta: Fausto Bertinotti)
(*Intervistatore: In questa e nelle domande seguenti non dire all'intervistato se la sua risposta è esatta oppure no*)
[1] Risposta esatta
[2] Risposta sbagliata
[88] Non sa
[99] Non risponde

B17
Al momento delle elezioni del 13 aprile scorso Lei mi sa dire il nome del Ministro degli Esteri? (Risposta corretta: Massimo D'Alema)
[1] Risposta esatta
[2] Risposta sbagliata
[88] Non sa
[99] Non risponde

B18
Lei sa da chi viene eletto il Presidente della Repubblica?
[Risposte corrette: deputati e senatori, Parlamento, Parlamentari o Camera e Senato; risposte sbagliate: solo Camera o solo Senato]
[1] Risposta esatta
[2] Risposta sbagliata
[88] Non sa
[99] Non risponde