TITOLO: MODELLI D'INFERENZA PLAUSIBILE

Dott. Emiliano Ippoliti

DOTTORATO IN LOGICA ED EPISTEMOLOGIA

DIPARTIMENTO DI STUDI FILOSOFICI ED EPISTEMOLOGICI,

UNIVERSITA' LA SAPIENZA DI ROMA

DIRETTORE: Prof. Carlo CELLUCCI

TUTORE: Prof. Carlo CELLUCCI

DOCENTI ESAMINATORI: Prof. Massimo STANZIONE, Prof. Antonio RAINONE,

Prof. Roberto CORDESCHI

Ringrazio il professor Carlo Cellucci per la sua preziosa guida, la professoressa Mirella Capozzi e il dottor Luigi Laura, caro amico, per la disponibilità e il suo apporto nello studio della teoria delle reti

Abstract: la tesi analizza la nozione di plausibilità e dei suoi principali modelli teorici. Essa è suddivisa in due parti principali: nella prima si analizza la concezione probabilistica della plausibilità ed alcune delle sue principali articolazioni storiche e concettuali; se ne illustrano le assunzioni e i modelli teorici e si evidenziano i loro limiti sia interni sia esterni. Nella seconda parte si analizza la concezione non probabilistica della plausibilità e le sue principali articolazioni storiche e concettuali, se ne discutono le assunzioni e i modelli teorici e si evidenziano i loro limiti. Infine nel nono capitolo si discutono alcune nuove linee di ricerca, legate all'applicazione di due teorie non standard (teoria dei sistemi aperti e teoria delle reti), al fine di individuare alcuni punti chiave per lo sviluppo di una teoria generale del ragionamento plausibile.

“L’unica cosa certa è che nulla è certo”.
Plinio Il Vecchio

Indice

Introduzione

La tesi intende porre in rilievo e analizzare le seguenti questioni: che cosa è plausibile; quando un'ipotesi o una inferenza può essere ritenuta plausibile; che differenza esiste, quando e se esiste, tra il concetto di plausibilità e di probabilità; è possibile, ed eventualmente come, determinare quale ipotesi sia più plausibile; esiste una "logica del plausibile" e possono esserne esplicitate le regole.

La plausibilità è un concetto che è chiamato in causa in un numero notevole di contesti e di processi inferenziali: di conseguenza esistono diversi modi di intendere il ragionamento plausibile, di definirne la natura, le funzioni, le principali e caratteristiche forme inferenziali.

In particolare esistono approcci e concezioni eterogenee della plausibilità, che affondano le proprie radici teoriche e fanno riferimento a tradizioni e domini diversi, ma per le quali esiste comunque un comune denominatore: il riferimento all'incertezza e al carattere non monotono dell'inferenza plausibile. Una teoria della plausibilità ha infatti, in ogni caso, il compito di trattare il ragionamento in condizioni di incertezza: lo sviluppo di una teoria dell'inferenza plausibile, dunque, passa attraverso una preliminare definizione (o concezione) di cosa sia "incerto" e di come, e a quale livello, esso intervenga nel corso del processo inferenziale. Un'inferenza plausibile può inoltre essere invalidata, corretta o semplicemente aggiornata in corrispondenza dell'ingresso di nuovi dati o informazioni. In questo senso, la plausibilità non solo è di natura non monotona, ma opera in uno spazio concettuale aperto: non solo i dati e le informazioni disponibili, la conoscenza di sfondo, ma le stesse regole inferenziali sono in continuo cambiamento, di natura provvisoria e rivedibile.

Così, ad esempio, Polya (1954) definisce il ragionamento plausibile in aperta contrapposizione con quello strettamente dimostrativo: l'inferenza plausibile serve ad acquisire nuova conoscenza, a sostenere e valutare congetture e ipotesi, e a trattare, per quanto possibile, le situazioni di "incertezza" che le caratterizza; essa ha un carattere fluido, provvisorio, controverso e azzardato, e le sue forme tipiche sono l'induzione e l'analogia ("una delle più cospicue forme di ragionamento plausibile"), che per loro natura non sono certe e non trasmettono la verità. Esse sono comunque interpretabili in termini probabilistici.

Rescher (1976), dal canto suo, concepisce il ragionamento plausibile come una forma di deduzione a partire da premesse incerte, finalizzato al trattamento delle "dissonanze cognitive": sono dunque le premesse e le conclusioni, e non i metodi attraverso i quali si giunge a tracciare le conclusioni, a essere provvisorie, controverse, fluide. Essa si distingue in modo essenziale e molteplice dalla probabilità.

Ancora, Dezert (2002), intende il ragionamento plausibile come una estensione della teoria dell'evidenza di Dempster-Shafer, e quindi della probabilità bayesiana, che permette di trattare informazioni non solo incerte, ma anche paradossali (ammettendo informazioni contradditorie grazie al cosiddetto insieme "iper-potenza").

Walton (2001a), richiamandosi esplicitamente alle radici dialettiche e retoriche del ragionamento plausibile proprie della tradizione del pensiero greco antico (in particolare all'argomento "eikotico"), concentra l'attenzione sulla sua natura incerta e provvisoria ("tentative"). La plausibilità può qui fungere da guida all'azione e alla decisione, permettendo di valutare ipotesi, congetture, fatti. Essa si distingue dalla probabilità, e in quanto basata sul senso comune e su forme d'inferenza entimematiche.

Collins-Michalsky (1989), basandosi su un largo numero di protocolli umani, offrono a loro volta una spiegazione della plausibilità in termini di parametri, non necessariamente di natura logica, che influiscono sulla certezza delle conclusioni, arrivando a trattare sia ipotesi sia forme di inferenza provvisorie e incerte.

Sebbene la tesi non abbia obiettivi storici, una risposta a tali domande passa anche attraverso l'analisi di alcuni momenti particolarmente significativi della storia della nozione di "plausibilità", di un approfondimento di quali siano stati nel corso del tempo, e siano oggi, i vari modi di intendere questo concetto, al fine di portare chiarezza e di distinguerne le principali caratteristiche.

La tesi è suddivisa in due parti principali. Nel corso della prima, si analizzerà la concezione probabilistica della plausibilità ed alcune delle sue principali articolazioni storiche e concettuali; se ne illustreranno le assunzioni e i modelli teorici e si evidenzieranno i loro limiti sia interni sia esterni. Nella seconda parte si analizzerà la concezione non probabilistica della plausibilità e le sue principali articolazioni storiche e concettuali, se ne discuteranno le assunzioni e i modelli teorici e si evidenzieranno i loro limiti. Infine nel nono ed ultimo capitolo verranno discusse alcune nuove linee di ricerca che possono contribuire allo sviluppo di una teoria generale del ragionamento plausibile.

1
La nozione di plausibilità

1. Funzioni e caratteristiche della nozione di plausibilità

La plausibilità è un concetto che può occorrere in molti contesti, servire molti scopi e assumere molte forme: dalle previsioni sull'andamento della Borsa, alla generazione di ipotesi scientifiche, fino alla valutazione di una giustificazione data da un bambino in seguito ad una malefatta, il ricorso a questa nozione sembra infatti davvero un "fenomeno ineluttabile" (Connell e Keane, 2003, 269). In particolare questa nozione gioca un ruolo centrale nello studio dei processi di scoperta e nell'euristica: "infatti la scoperta non consiste nel formulare ipotesi a caso, bensì nel formulare ipotesi plausibili" (Cellucci, 2002, 146). La nozione di plausibilità è dunque così importante per l'impresa scientifica che si può sostenere non solo che il compito di quest'ultima è quello di produrre ipotesi plausibili (costruendo e raffinando costantemente modelli concettuali che permettano di generare tale ipotesi) ma che tutte le conoscenze siano affette dalla natura provvisoria e incerta della plausibilità, comprese quelle matematiche: infatti "nessuna delle nostre conoscenze matematiche è assolutamente certa, è soltanto plausibile, cioè compatibile con la conoscenza esistente, e tale compatibilità non ne assicura la certezza, poiché la conoscenza esistente non è assolutamente certa, è soltanto plausibile" (ivi, XIX).

La tesi si propone di fornire un'analisi della plausibilità, nozione che, sebbene sia diffusamente usata non solo nel linguaggio e nei ragionamenti quotidiani, ma anche nella letteratura scientifica e filosofica, denuncia una diffusa "mancanza di specificità nella sua definizione" (Connel e Keane, 2003, 264), o quantomeno di chiarezza e profondità. Infatti "nonostante l'autonomia del ragionamento plausibile dalla logica in tempi moderni, e nonostante il diffuso e crescente interesse per il ragionamento plausibile, l'argomento non ha mai acquisito una terminologia standard e un nucleo teorico condiviso come è per la logica deduttiva" (Shafer e Pearl, 1990, 651) e, come avremo modo di discutere in dettaglio nella prima parte, "una ragione per questo è che il trattamento formale del ragionamento plausibile ha sempre teso ad essere assorbito dalla teoria della probabilità" (*idib.*). La tesi si propone dunque di effettuare un'indagine delle teorie dell'inferenza plausibile alla luce di una prospettiva filosofica, di una riflessione critica che risalga e discuta i principi, le assunzioni implicite e agli assiomi da cui prende le mosse questa nozione e i sui principali modelli.

La varietà, l'ambiguità e la variabilità che circonda questa nozione non è casuale: la plausibilità e i suoi modelli inferenziali, infatti, vengono spesso pensati come fondati su concetti come l'evidenza introspettiva, il senso comune, la soggettività, che non solo non sembrano completamente formalizzabili, ma si basano su metodi e producono approssimazioni e conclusioni incerte, che minano il suo status di inferenza razionale.

Nella tesi si mostrerà come l'inferenza plausibile nasca e si sviluppi come un tentativo di trattare l'incertezza, esplicitando e formalizzando un modello dei processi soggettivi e del comportamento razionale che può e deve essere distinto da altri modelli concettuali che condividono tale fine, come la teoria della probabilità, la teoria dei giochi o la teoria delle decisioni. La discussione di quest'ultime va oltre gli scopi della tesi, in quanto richiederebbe di affrontare lo studio di una "logica dell'incerto" in generale. Nel presente lavoro mi concentrerò dunque su teorie che trattano espressamente la nozione di plausibilità. Con queste teorie, comunque, nonostante l'ambiguità terminologica che circonda nozioni come "plausibile", "probabile", "credibile", lo studio dell'inferenza plausibile condivide solo il fine di formalizzare in termini oggettivi tali processi, ma spesso poggia su basi filosofiche e produce modelli e calcoli essenzialmente diversi.

La plausibilità può essere molto generalmente, e in prima istanza, concepita come una nozione che tratta le forme di ragionamento che candidano conclusioni e valutano ipotesi incerte. La modellizzazione dell'incertezza è dunque il principale obiettivo delle teorie dell'inferenza plausibile e di conseguenza lo sviluppo di una qualsiasi teoria della plausibilità dipende dal tipo di incertezza che si vuole modellare. La natura dell'incertezza a sua volta, come avremo modo di evidenziare, dipende dal dominio che si vuole trattare. La plausibilità può perciò essere concepita e modellata in modi così vari ed eterogenei che tali si rivelano anche le caratteristiche, le dinamiche, i domini di riferimento e le funzioni che le possono esserle di volta in volta attribuite. Il risultato è che questa nozione gode di una sorta di "ubiquità" (Connell e Keane 2003, 264) nell'indagine scientifica, che produce una conseguente frammentazione della trattazione teorica. Infatti, sebbene esista un minimale per quanto unanime accordo sul fatto che questo concetto entri in gioco nella trattazione del ragionamento sotto condizioni di incertezza, i modi di concepirla possono articolarsi a partire da tradizioni e su assunzioni completamente differenti, producendo modelli molto diversi.

La plausibilità può essere chiamata ad assolvere diverse funzioni, ma due sono quelle principali:

- può avere una funzione *pratica*, ossia servire come *guida all'azione* fornendo argomenti per l'accettazione razionale di fatti o ipotesi.

- può avere una funzione *teoretica*, per condurre il ragionamento nel processo di candidatura di ipotesi esplicative o congetture

Mantenendo valida, ma solo provvisoriamente, la classica distinzione dell'empirismo logico tra contesto della giustificazione e contesto della scoperta, bisogna osservare che la plausibilità gioca un ruolo decisivo in entrambi i momenti. Essa partecipa alla fase della scoperta, mediante forme d'inferenza (come l'induzione e l'analogia) che permettono la candidatura delle ipotesi, e prende parte alla fase della giustificazione fornendo argomenti che permettono di valutare le ipotesi e fatti, sostenendoli o meno.

Esistono due tradizioni storiche e concettuali ben diverse, che danno a luogo a due concezioni e tradizioni ben distinte dell'inferenza plausibile. La prima si richiama alla tradizione greca dell'argomento plausibile, la seconda alla sviluppo della teoria della probabilità.

2. Cenni storici sulla nozione di plausibilità: la tradizione greca

La nozione di plausibilità trova una teorizzazione esplicita già a partire dal mondo greco antico, dove viene introdotta e sviluppata in ambito retorico e dialettico, a partire dal cosiddetto argomento *eikotico*, attribuito da Aristotele e Platone alla scuola sofista, in particolare a Corace e Tisia, (ossia l'inferenza basata sull'*eikòs*, la probabilità greca, che è cosa diversa da quella statistica, sviluppatasi in età moderna). La plausibilità è qui pensata come "un'inferenza tracciata sulla base delle normali, comuni attese, basate sulla condizioni con le quali una persona è familiare" (Walton, 2001a, 153), in particolare come "basata su una comprensione soggettiva di una persona su come qualcosa si possa normalmente ritenere che vada in una situazione familiare"; dunque "la plausibilità è basata su qualcosa che oggi potremmo chiamare 'empatia', l'abilità di porsi dentro una situazione familiare in una storia o una descrizione nella quale sono descritte le azioni di qualche protagonista" (Walton, 2001b, 104). La sua utilità può dunque essere anche solo pratica ("una guida all'azione", ibid.), limitata all'accettazione razionale di fatti o ipotesi. La nozione di plausibilità, così come si configura nel mondo greco antico, è dunque connessa all'apparenza, alla soggettività e alla credenza individuale, e dà luogo ad inferenze condotte su assunzioni implicite, che risiedono nell'ambito del senso comune, e quindi "qualcosa su cui il ragionamento logico non può essere basato" (Walton, 2001b, 105).

La forma tipica d'inferenza plausibile così concepita viene esemplificata in un paradigmatico caso legale, che Platone attribuisce a Corace e Tisia e Aristotele a Corace. Una giuria viene chiamata a dirimere un caso di lotta tra due uomini, i quali asseriscono entrambi di essere stati aggrediti dall'altro. L'uomo che è indiziato di aver dato inizio alla lotta è più piccolo e notoriamente più debole dell'altro. Per discolparsi agli occhi dei giurati, egli fa dunque ricorso a un argomento eikotico: può sembrare plausibile che egli, più piccolo e più debole, possa aver assalito un uomo più grande e forte? Alla giuria ciò non può che apparire non plausibile, e quindi l'argomento ha l'effetto di spostare il peso dell'evidenza da una parte.

La plausibilità in questo caso "non è una prova empirica che descrive cosa è accaduto realmente, ma ha a che fare con le apparenze. Ha a che fare con come la situazione appare alla giuria, e come coloro che vi partecipano avrebbero plausibilmente reagito in quel tipo di situazione" (Walton, 2001a, 150); così "un giudice, con un atto di empatia, può porsi nella situazione proprio prima che la lotta cominci" (ibid.). Ciò permette alla giuria, sulla base delle precedenti conoscenze e del senso comune - e poste come uguali tutte le altre condizioni - di ritenere come imprudente l'attacco dell'uomo più piccolo e debole, in quanto le possibilità di vincere la lotta sono davvero poche e quindi è un tentativo destinato ad un misero fallimento. Ciò non significa ovviamente che non possa essere vero.

L'aspetto interessante dell'esempio di argomento plausibile appena riassunto è che esso può essere invertito. L'uomo più grande ricorre infatti al seguente contro-argomento per spostare il peso dell'evidenza a sua favore: dal momento che egli è visibilmente più forte e grande, è per lui manifesto che se avesse lui portato l'attacco all'altro uomo, ciò avrebbe deposto a suo sfavore di fronte ad una giuria. Dunque, essendo egli a conoscenza di questo fatto, si può ancora ritenere davvero plausibile che sia stato lui ad attaccare l'altro uomo? In questo modo "l'uomo più grande asserisce di essere consapevole delle probabili conseguenze del suo attacco ad uno uomo più piccolo. Sarebbe imprudente per lui farlo. Fintantoché ogni membro della giuria è consapevole che l'uomo più grande è consapevole di queste conseguenze, può capire perché l'uomo più grande avrebbe dovuto essere riluttante all'idea di attaccare un uomo più piccolo. Dunque da una forma di atto di empatia, e dalla conoscenza di fatti che sarebbero familiari sia ai giudici sia a coloro che prendono parte alla situazione, ogni membro della giuria può tracciare un'inferenza plausibile. Questa inferenza dà una ragione del perché non è plausibile che un uomo più grande attacchi un uomo più piccolo. Si può vedere che esistono argomenti plausibili su entrambi i lati" (*idib.*).

La reversibilità dell'argomento eikotico si basa dunque su ciò che viene definita, come avremo modo di vedere discutendo l'approccio cognitivo alla plausibilità, una conoscenza comune, ossia una informazione che è nota ai componenti di un gruppo di persone, ed essi sanno che gli altri la conoscono, sanno che altri sanno che loro la conoscono e così via. Essa è qualcosa di più di una conoscenza reciproca, "che implica solo il possesso di quella determinata informazione e non anche la consapevolezza della conoscenza altrui" (Paulos 2004, 15). La reversibilità dell'argomento per *eikos* rivela inoltre un aspetto decisivo del ragionamento plausibile, che lo differenzia in modo sostanziale, come si avrà modo di vedere in particolare trattando la concezione della plausibilità di Rescher, dalla nozione di probabilità: il suo non essere un'inferenza "a somma 1". Possono cioè esistere, o meglio co-esistere, ipotesi opposte supportate da prove della stessa forza. Va inoltre sottolineato come parte fondamentale per tracciare inferenze plausibili in questo esempio è la premessa che tutti gli altri fattori siano uguali. Se infatti si viene a scoprire che l'uomo più piccolo è, per esempio, un pugile, o un praticante di una disciplina di lotta, la prima inferenza plausibile, che sembrerebbe discolparlo, sarebbe inefficace. Ciò significa che la plausibilità è essenzialmente non-monotona: l'arrivo di nuova informazione la può inficiare.

Aristotele offre un'ulteriore trattazione della plausibilità, in ambito retorico e dialettico, che gioca un ruolo decisivo nello sviluppo successivo della teoria della plausibilità, in particolare per la concezione non probabilistica, poiché affronta alcune questione centrali per la nozione di plausibilità. Questa trattazione è sviluppata mediante la teoria degli 'endoxa', che non solo può essere legittimamente guardata come una vera e propria teoria della plausibilità, ma mostra anche che:

a) la plausibilità è ciò che è ragionevole accettare per un interlocutore all'interno di un certo assetto sociale;
b) la plausibilità ha una sua natura precipua e una sua relazione con la verità;
c) esiste un metodo degli endoxa, nella fattispecie la deduzione da endoxa (premesse incerte);
d) esiste una 'logica' della plausibilità;

Il termine endoxos, opposto a 'adoxos', è "piuttosto equivoco" (Renon 1998, 95): esso può significare tanto illustre, famoso, rinomato riferito a persone e città, quanto designare un certo grado d'approvazione di una credenza, opinione o 'detto' riferito a punti di vista o principi all'interno di un argomento. Sebbene "Aristotele usa il termine in entrambi i sensi" (ibid.), è il secondo significato ad essere molto più sviluppato: infatti "gli endoxa sono principalmente le premesse caratteristiche del sillogismo dialettico" (ivi, 96). In particolare Aristotele sottolinea come sia endoxon ciò che "appare tale a chiunque, o alla maggioranza, o ai saggi – e o a tutti loro, o alla maggioranza, o ai più noti o rispettati tra loro" (Top. 100b 21-23). Sebbene non sia propriamente una definizione, "ma una classificazione di tipi e criteri di endoxalità" (Renon 1998, 101), questa rappresenta la base per la comprensione di endoxon quale 'plausibile' e di una trattazione concettuale e formale della plausibilità.

La teoria della plausibilità viene sviluppata in ambito dialettico, nei "Topici", dove si mostra che l'endoxa è una sorta di "aspettativa ragionevole" (ivi, 100), in particolare ciò che è ragionevole accettare o ritenere fondato per un interlocutore all'interno di un certo assetto sociale di discussione. La plausibilità è così caratterizzata da una natura pragmatica, graduale e potenzialmente conflittuale. Essa ha che fare con l'incertezza, la provvisorietà e mutevolezza del regno della *doxa*, dell'opinione, ma va comunque considerata con grande attenzione poiché attraverso essa noi possiamo raggiungere una "certa conoscenza" (ivi, 97). Essa inoltre si differenzia dalla verità ovviamente non poiché "sia falsa – alcune opinioni plausibili sono infatti vere - , ma per i criteri sui quali i giudizi sono basati" (Top. 19.22-26). Nel caso della verità, secondo Aristotele, il giudizio viene formato attraverso il riferimento alla cosa in sé con cui l'opinione ha a che fare (e l'opinione è vera quando coincide con la cosa); nel caso della plausibilità, il giudizio viene formato attraverso il riferimento agli ascoltatori e alla loro assunzioni sulle cose, piuttosto che in riferimento alla cose in sé. La plausibilità inoltre è concepita non semplicemente come "ridotta ad un questione di 'deduzione da endoxa' "(ivi, 97), e quindi a una teoria della deduzione, ma come una più generale linea di ricerca mediante la quale affrontare razionalmente, a partire da endoxa, qualsiasi argomento di discussione.

La teoria degli 'endoxa' viene perciò concepita e sviluppata come un vero e proprio metodo, che può dunque essere applicato a domini diversi, e che consiste nel:

1) raccogliere un insieme iniziale di endoxa, o endoxa putativi, rilevanti per il punto in questione;
2) valutare le difficoltà ed esaminare gli endoxa, verificandoli – infatti essi potrebbero essere o in conflitto, o ambigui o apparentemente contraddittori;
3) ritornare all'insieme degli endoxa, una volta che "la dottrina corretta sia stata fissata" (*ibid.*) e testarli di nuovo in modo da tenere quelli meglio fondati o meglio revisionati.

Inoltre alla teoria di Aristotele è sottesa, anche in maniera non sempre esplicita, una logica, con alcune regole caratteristiche che vengono ad esempio analizzate da Cavini (1989). La prima è quella che, in accordo con l'obiettivo generale della teoria (quello di "trovare un metodo che consenta di ragionare su qualsiasi problema sulla base della plausibilità, senza cadere in alcuna contraddizione" (ivi, 106)), fornisce un criterio esplicito per la conduzione corretta del ragionamento plausibile: le premesse non possono essere meno plausibili delle conclusioni. Quindi le conclusioni non possono mai essere più plausibili delle loro premesse. Inoltre Aristotele individua tre classi di appartenenza delle proposizione: quelle plausibili – endox -, quelle implausibili - adox -, e quelle neutre - neut - (ossia quelle per cui non esistono evidenze né a favore né contro). Sullo spazio delimitato da queste tre classi operano le seguenti relazioni:

- se *endox(A)*, allora non-*endox(¬A)* – ovvero se A è plausibile, allora la sua negazione non lo è – se A è implausibile, allora la sua negazione non lo è (che corrisponde alla condizione di somma uno)*;*
- se *adox(A)*, allora non-*adox(¬A);*
- se non-*endox(A)*, allora o *adox(A)* o *neut*(*A*);
- se non-*adox(A)*, allora o *endox(A)* o *neut*(*A*);
- se *neut(A),* allora *neut*(*¬A*).

Queste relazioni sanciscono dunque la validità del seguente principio, costitutivo della logica della plausibilità di Aristotele:

se A è più/meno plausibile (o implausibile), allora ¬A *è più/meno implausibile (o plausibile).*

Sebbene "tale tentativo di dare all'argomento plausibile aristotelico una precisa concettualizzazione e una struttura logica portante non appaia molto promettente" (Renon 1998, 109), la correlazione plausibile/implausibile - nella fattispecie l'idea che "la plausibilità di una proposizione o di una dimostrazione sia determinata dalla plausibilità di una alternativa contro-proposizione o contro-argomento" (*ibid.*) - chiaramente espressa da Aristotele, è il risultato dell'accettazione di due condizioni precise quali la monodimensionalità e la somma uno, che implicano il principio del terzo escluso. Esse delineano dunque un quadro preciso, per quanto dotato di "difficoltà strutturali" (*idib.*), della teoria della plausibilità aristotelica che ispira direttamente alcune delle tematiche tra alcune delle successive e più note teorie dell'inferenza plausibile (in particolare quella di Rescher).

La formulazione di una teoria della plausibilità più nota nell'antichità probabilmente non è quella aristotelica, ma quella di Sesto Empirico, o meglio quella che egli attribuisce a Carneade di Cirene e che descrive nel suo saggio "Contro i logici". Essa si inserisce esplicitamente all'interno della corrente scettica e fornisce tre criteri che l'accettazione di fatti o ipotesi deve soddisfare per poter essere ritenuta plausibile. Con plausibile qui si rende il termine πιθανον, che viene spesso reso in letteratura erroneamente con "probabile", e che invece non solo è distinto da tale nozione, soprattutto nell'accezione moderna, ma deriva dal verbo πειθω, che significa "persuadere". I criteri sono:

criterio 1) *qualcosa è plausibile se sembra essere vera,* oppure

criterio 2) *è ancora più plausibile se sembra essere vera ed è compatibile con altre cose che sembrano essere vere (ovvero è* stabile*),* oppure

criterio 3) *è stabile ed è testata*

Anche secondo questa descrizione, come per quella aristotelica, non è dunque necessario che qualcosa, per essere plausibile, *sia* vera o solo anche *creduta* tale. Essa deve semplicemente soddisfare certi requisiti di concordanza, in modo da permettere di valutare un fatto come in accordo o coerente con altri fatti ad esso connesso (ossia che lo precedono o lo seguono).

La descrizione di Sesto Empirico si avvale di alcuni esempi per illustrate in dettaglio i criteri di plausibilità. Nel caso del primo criterio non c'è bisogno di addurre esempi: esso asserisce semplicemente che quando un soggetto si trova ad esperire una "presentazione" - qualcosa che gli appare -, essa può rivelarsi come essere apparentemente vera, o sembrare essere vera in modo convincente. Ovviamente ciò non significa che lo sia: può sempre rivelarsi erronea ed è comunque soggetta al dubbio. Tuttavia questa presentazione rappresenta una proposizione che, per fini pratici, dovrebbe ad ogni modo essere ritenuta, almeno provvisoriamente, come vera.

Il secondo criterio asserisce che la qualcosa è plausibile (possibilmente ancora più plausibile) se la sua presentazione soddisfa il criterio 1 e un ulteriore criterio, quello che Sesto Empirico definisce della irreversibilità: l'accordo tra la presentazione attuale e altre presentazioni che appaiono vere (ovvero soddisfano a loro volta il criterio 1). Un esempio tratto dalla medicina può illustrare chiaramente il funzionamento di tale criterio: un medico inferisce in prima battuta che un paziente ha la febbre dalla sua temperatura alta (presentazione che sembra vera), e quindi sostiene questa inferenza con altre presentazioni che sembrano vera, come la sete del paziente.

Il terzo criterio mette in gioco la nozione di verifica (o test), e può essere esemplificato attraverso il famoso esempio della fune. Un uomo scorge una fune arrotolata in una stanza poco illuminata. Essa ha le sembianze di un serpente, e arriva così alla conclusione che essa è effettivamente un serpente (presentazione che sembra vera). Convinto di ciò, salta oltre esso e girandosi constata che non si è mosso. Ciò lo porta a correggere la sua prima conclusione, inferendo che non è un serpente, ma effettivamente una fune. Tuttavia, ricordandosi di alcuni serpenti che rimangono immobili, effettua un successivo test: prende un bastoncino e dà un colpo all'oggetto. Nel caso in cui rimanga ancora immobile, allora l'uomo può inferire che essa è realmente una fune.

La teoria della plausibilità di Carneade nasce in un contesto ben definito, quello della tradizione scettica, e con un intento ben preciso, quello di mostrare che sebbene la realtà sia inconoscibile, possono esistere dei gradi di conoscibilità, per cui esistono cose più vere o meno vere, più persuasive o meno persuasive. Tutto ciò inerisce comunque alla sfera "soggettiva": è la relazione tra la presentazione e il soggetto che la percepisce, e non tra la presentazione l'oggetto in sé, ad essere più o meno plausibile e persuasiva. Ovviamente l'evoluzione della tradizione greca della nozione di plausibilità, intesa come forma d'accettazione razionale, e della sua ricezione in ambito latino, ha una storia ricca e articolata la cui intera trattazione va oltre gli scopi di questa tesi. Ai fini della presente discussione è sufficiente mostrare le radici di questa tradizione, che rimane essenzialmente diversa (concettualmente, ma non sempre terminologicamente) rispetto alla nozione di probabilità.

La nascita delle teoria della probabilità, a sua volta, ha infatti cambiato radicalmente questo scenario, offrendo uno strumento per valutare fatti e formulare ipotesi straordinariamente fecondo e preciso. Essa ha proposto e raffinato un modello razionale e altamente formalizzato per assolvere a molti dei compiti per i quali la nozione di plausibilità antica era sorta e sviluppata.

Dopo l'ingresso della teoria della probabilità, la nozione di plausibilità, almeno quella del tipo espresso dalla teoria di Carneade, ha così subito una lunga eclissi e numerosi tentativi di riduzionismo. Tuttavia l'opportunità di un recupero della nozione di plausibilità così come si presenta nel pensiero greco antico è esplicitamente teorizzata da Rescher (1976) e Walton (2001a, 2001b), che approdano mediante questa tradizione all'elaborazione di modelizzazioni dell'inferenza plausibile ben distinte dal calcolo probabilistico.

3. Incertezza dei metodi e incertezza delle premesse

Le riflessioni intorno alla nozione di plausibilità - e d'inferenza plausibile - nascono già nell'antichità, come abbiamo sottolineato, come un tentativo di delineare e modellare il ragionamento incerto, che conduce a conclusioni incerte, in senso lato. L'incertezza può essere di due tipi:

1) *aleatoria* (anche nota come stocastica), ovvero quando riguarda la casualità e l'imprevedibilità intrinseca del sistema oggetto di conoscenza;
2) *epistemica* (anche nota come soggettiva), ovvero quando si riferisce allo stato di conoscenza del soggetto rispetto al sistema.

L'incertezza di cui si occupa la plausibilità, almeno così come è concepita in tutti gli approcci, è di natura epistemica e legata quindi alla sfera dell'interazione soggettiva con un dato sistema. L'incertezza delle conclusioni proprie dell'inferenza plausibile si riferisce principalmente a due aspetti di questo tipo di ragionamento: i metodi e le premesse. Infatti la plausibilità è pensabile come ragionamento "che conduce a conclusioni incerte poiché i suoi metodi sono fallibili oppure le sue premesse sono incerte" (Shafer e Pearl, 1990, 652).

Questa distinzione dà luogo ad una delle principali distinzioni nella letteratura dedicata all'argomento: quella che in ambiente anglosassone è meglio identificata come la distinzione tra il "defeasible reasoning" e il "plausible reasoning".

La prima esprime un approccio secondo il quale "un argomento è considerato come un frammento fallibile di ragionamento fondato su premesse ferme" (Vreewsijk, 1992, 1), basato dunque su metodi incerti ma premesse certe. Con l'espressione metodi incerti ci si riferisce alle forme di inferenza fallibili in generale - come l'analogia, l'induzione, l'abduzione, etc. - che per loro natura non sono in grado di trasmettere la verità dalle premesse alla conclusioni, e che possono dunque solo conferire un certo grado di "probabilità", o meglio di attendibilità, alle conclusioni candidate. Le premesse in sè non sono qui messe in discussione e rimangono ferme nel loro status.

La seconda, richiamandosi ad una nozione di plausibilità già teorizzata da Aristotele e posta a fondamento della teoria della plausibilità non probabilistica di Rescher, esprime un approccio secondo il quale "un argomento è una prova rigorosa su basi plausibili" (ibid.), ed è dunque basato su premesse incerte. Incerte sono quelle premesse che possono essere incomplete, approssimate, non esplicite o conflittuali, che hanno l'effetto di trasmettere la propria incertezza alle conclusioni, che sono comunque raggiunte per via strettamente rigorosa (ossia mediante deduzioni). Per effetto delle inferenze prodotte, lo status di queste premesse può essere rivisto e aggiornato a valori conformi al resto della conoscenza di cui si dispone nel corso dell'argomento.

Questa distinzione non è ovviamente categorica: si può concepire naturalmente il ragionamento sotto premesse incerte come di due tipi, quello condotto con metodi fallibili oppure quello condotto con metodi certi (viz. la deduzione), come proposto da Rescher. Non solo, infatti, esiste una chiara e formalizzabile relazione tra ragionamenti basati su premesse incerte e ragionamenti basati su metodi incerti, ma essi fanno entrambi parte di una visione ampia della teoria dell'argomentazione plausibile, che concepisce la teoria della plausibilità come inferenza che può essere condotta con metodi incerti a partire da premesse incerte.

4. Incertezza e allocazione della credenza globale

L'incertezza epistemica è espressione di una relazione soggettiva, e dunque una teoria della plausibilità è fondata su una precisa, sebbene spesso implicita, concezione della "soggettività". Tale concezione è caratterizzata da un insieme di ipotesi e assunzioni sul comportamento e le caratteristiche proprie del soggetto che compie valutazioni e previsioni sotto condizioni di incertezza.

In particolare, alla base di ogni teoria della plausibilità vi sono, implicitamente o esplicitamente, alcune ipotesi sulla questione centrale dell'*allocazione della credenza globale di una agente*, ossia la disposizione di un agente a credere a qualcosa in una certa misura, o credere al suo contrario in una certa misura. Dalla risposta a questa domanda segue infatti in gran parte la trattazione della nozione di plausibilità dei vari approcci alla teoria dell'inferenza plausibile.

Sia una premessa, una conclusione o un passaggio inferenziale intermedio, una qualsiasi proposizione "plausibile" – che rappresenta una previsione, un'ipotesi o una valutazione - gode infatti solo di una certa forza, di un certo grado di credibilità ed è costantemente sottoposta a dubbio (ed è dunque rivedibile). Ora, in particolare, data una qualsiasi proposizione *A* (che rappresenta una ipotesi/congettura/fatto), e un agente ideale *a* che affida una certa porzione *p* della propria credenza globale *cr* ad *A*, si hanno le seguenti possibilità:

1) se *a* affida una porzione della propria credenza totale *cr* ad *A*, allora la rimanente viene automaticamente accordata a $\neg A$, ovvero alla sua negazione, nella classica misura $cr_a(\neg A) = 1 - cr_a(A)$; la negazione non esprime semplicemente la negazione diretta della proposizione *A*, ma può racchiudere tutte le ipotesi alternative ad *A*, e dunque esprimere un insieme di proposizioni; questa allocazione della credenza totale è inoltre *a somma 1*, poiché $cr_a(A) + cr_a(\neg A) = 1$.
2) *a* può affidare una porzione della propria credenza totale ad *A*, senza che questo implichi che la restante porzione – che è comunque al massimo pari a $1 - cr_a(\neg A)$ – venga accordata alla sua negazione $\neg A$, che va sempre espressa e che può comunque rimanere indeterminata;
3) *a* può affidare una porzione della propria credenza totale *cr* ad *A*, e contemporaneamente affidare una porzione della credenza a $\neg A$, senza dover rispettare la condizione che la somma della credenza totale sia 1; ovvero, $cr_a(A) + cr_a(\neg A)$ può essere maggiore di 1.

Il caso (1) dà luogo alle cosiddette teorie o sistemi d'inferenza *mono-dimensionali*: essi si articolano lungo una sola dimensione, ossia esprimendo la plausibilità di *A* con numero reale *p*, e rappresentando l'incertezza, quale dubbio riguardo alla proposizione *A*, semplicemente per differenza, $cr_a(\neg A) = 1 - cr_a(A)$. Essi sono dunque *a somma 1*, poiché $cr_a(\neg A) + cr_a(A) = 1$. Quando il valore della plausibilità viene espressa numericamente, attraverso la usuale associazione tra valori di credenza e numeri reali, questi sistemi danno luogo alla cosiddetta *comparabilità universale*, la possibilità di poter comparare la plausibilità di due proposizioni qualsiasi: dunque o esse sono equi-plausibili, oppure una è più plausibile dell'altra.

La monodimensionalità della rappresentazione dell'incertezza è un punto particolarmente rilevante delle teorie della plausibilità poiché è basata sull'accettazione del principio del terzo escluso, che può essere rappresentato come $pl(\mathrm{A}) \vee pl(\neg\mathrm{A})$. L'assunzione di validità di tale principio permette di fare ricorso alle tecniche inferenziali che esso implica nel corso dell'indagine (o della valutazione) della plausibilità di una ipotesi o di una proposizione qualsiasi. Ad esempio, poiché dal principio del terzo escluso segue che $(\neg\neg\mathrm{A} \rightarrow \mathrm{A})$, si può tentare di dimostrare la plausibilità di A cercano di dimostrale la implausibilità di ¬A. Come abbiamo visto, questa idea è chiaramente espressa già da Aristotele, che nei Topici fa tacitamente sua questa assunzione quando sostiene che se *A* è più o meno plausibile, allora la sua negazione è rispettivamente più o meno implausibile.

I casi (2) e (3) rappresentano invece teorie o sistemi d'inferenza *bidimensionali*, in cui l'incertezza relativa ad una proposizione non è implicitamente contenuta nella sua credenza, e va dunque sempre esplicitata attraverso una coppia di valori: $cr_a(A, \neg\mathrm{A})$. Le teorie bidimensionali, dunque, non preservano sempre la proprietà della comparabilità universale e possono a loro volta essere *a somma uno* (caso 2) oppure *non a somma uno* (caso 3). La tabella di seguito offre un prospetto del problema dell'allocazione della credenza totale.

	A	$\neg A$	***Sistema d'inferenza***
a	p	1- p	mono - dimensionali
	p	*ind.* o q (q ≤ 1-p)	bi-dimensionali, *a somma 1*
	p	q	bi-dimensionali, *non a somma 1*

Tabella 1

Queste credenze e le loro rispettive allocazioni possono essere sviluppate secondo diversi calcoli e teorie: quella probabilistica, quella logica, la teoria dell'evidenza. Di conseguenza esse danno luogo a diversi sviluppi della plausibilità, che fanno riferimento a diverse concezioni, e che in alcuni casi, come vedremo, propongono e teorizzano una vera e propria riduzione della nozione di plausibilità a quella di probabilità.

Una trattazione della nozione di plausibilità e lo sviluppo di una teoria sull'inferenza plausibile passa attraverso l'indagine del controverso rapporto che esiste tra le nozioni di plausibilità, credenza, probabilità, e delle loro differenze concettuali e funzionali. La possibilità di distinguere chiaramente ciò che è plausibile da ciò che è probabile o credibile è infatti uno dei presupposti per uno sviluppo di una chiara teoria sul ragionamento plausibile e non a caso è un tema che ricorre spesso nelle trattazioni dell'inferenza plausibile.

Parte prima

La concezione probabilistica

2
La concezione probabilistica

1. Le origini e le ragioni della concezione probabilistica

Tra i principali candidati al trattamento, ed alla formalizzazione, della plausibilità e del ragionamento plausibile v'è la nozione di probabilità. Infatti "è una questione controversa se la plausibilità sia differente dalla probabilità, ed è difficile escludere completamente la possibilità che la plausibilità possa risolversi in un qualche caso speciale di probabilità" (Walton, 2001b, 149). La teoria della probabilità rappresenta uno straordinario strumento per assolvere ai due principali compiti di una teoria della plausibilità: predire il comportamento di un dato sistema e valutare ipotesi o fatti. Alla base della concezione probabilistica della plausibilità c'è perciò l'idea che la plausibilità, intesa quale ragionamento sotto condizioni d'incertezza, esprima e tratti la credenza e i suoi gradi, e che la probabilità sia lo strumento adeguato a fornirne, in tal senso, una trattazione esauriente. A sostegno di questa candidatura depone la natura stessa della nozione di probabilità: questa può essere oggetto di diverse interpretazioni che le permettono di riferirsi ad un dominio vasto di fenomeni e di modellare diverse forme d'inferenza incerta. Poiché l'immagine in termini probabilistici della plausibilità si basa su una particolare interpretazione del calcolo probabilistico, un chiarimento del ventaglio di queste interpretazioni è necessario.

2. Cenni sulla nozione di probabile

La teoria della probabilità moderna può essere oggetto di due principali interpretazioni: quella *ontologica* e quella *epistemologica*. Esse possono legittimamente essere considerate come i due principali tronchi teorici della teoria della probabilità, da cui si propagano tutti i più noti e fecondi approcci, e sistemi di calcolo, per la nozione di probabile.

La concezione ontologica è caratterizzata dalla descrizione della probabilità, e della casualità ad essa connessa, come *oggettive*, ossia come in qualche modo esistenti e date di per sé in Natura. Essa si articola in almeno tre principali concezioni o interpretazioni: la *classica*, la *frequentista relativa*, la *propensitiva*.

La prima, quella classica, è anche la più vecchia e il suo massimo rappresentante può essere considerato Laplace. Nella visione classica, la nozione di probabilità è sviluppata a partire dal 'principio di ragion insufficiente' e dal 'principio di ragione cogente': il primo asserisce che in caso di impossibilità di determinare il risultato più probabile, bisogna porre tutti i risultati come egualmente probabili; il secondo sostiene che le simmetrie fisiche implicano uguali probabilità. Ciò conduce alla tradizionale definizione della probabilità quale "rapporto del numero dei casi favorevoli su quello di tutti i casi possibili" (Laplace 1812, xi), e, in particolare, a pensare la probabilità di un evento in una prova casuale come il numero dei risultati egualmente probabili che conducono a quel evento diviso per il numero totale dei risultati egualmente probabili. Tuttavia, questa concezione, e i principi su cui risiede, va incontro a molti problemi e limitazioni, che sono legati principalmente al significato attribuito alla nozione di simmetria e alle possibili conseguenze non additive e contro-intuitive del principio di ragion insufficiente.

Per ovviare a queste lacune, l'interpretazione classica è stata sottoposta a numerose riformulazioni e varianti, di cui la più celebre è quella costruita da Von Mises (1928), nota con il nome di concezione *frequentista relativa*. Essa si basa sulla nozione di *"kollektiv"*: un'astrazione matematica, che esprime semplicemente una serie infinita di prove indipendenti. La nozione di probabilità viene così definita a partire da quella di *kollektiv*: la probabilità di un dato evento, nel corso di una particolare prova, è la frequenza relativa all'occorrenza di quel evento in un *kollektiv*. In un certo senso, essa è collegata alla famosa legge dei grandi numeri di Bernoulli. Questa, infatti, afferma che se un evento si ripete per un certo numero di volte, k, in n prove indipendenti e identiche, allora, se il numero delle prove è sufficientemente ampio, il rapporto k/n tende ad avvicinarsi sufficientemente alla probabilità oggettiva di quel evento. La concezione frequentista relativa non fa altro che modificare l'assunzione dell'esistenza di una probabilità oggettiva di un dato evento e procede a definire la probabilità come il risultato limite di tale esperimento. Tuttavia l'idea di kollektiv fa riferimento alla possibilità di ripetizione infinita, che come tale non solo è una pura idealizzazione, ma crea problemi quando ci si trova a dover rendere conto di eventi intrinsecamente unici (ad esempio le elezioni presidenziali in Italia in un dato anno).

Il tentativo di superare questo limite della visione frequentista costituisce il punto di partenza della terza concezione di natura ontologica della probabilità: quella nota come propensitiva. Essa venne inizialmente proposta da Peirce (1910) e quindi diffusa da Popper (1959) e sostiene che la probabilità rappresenta la disposizione, o la "propensione", della Natura a produrre un particolare evento in una singola prova, senza che esso sia associato necessariamente ad una frequenza a lungo corso. L'aspetto oggettivo di questa concezione, che la fa perciò appartenere al versante ontologico, risiede nel fatto che essa assume che tali propensioni esistono oggettivamente, anche se solo in un regno metafisico.

La concezione epistemologica, che affonda le proprie radici nel lavoro di Bayes (1763), concepisce la nozione di probabilità partendo da un'ipotesi del tutto diversa da quella dell'approccio ontologico: infatti essa nega che la casualità possa essere un fenomeno misurabile in modo oggettivo e la concepisce come un fenomeno meramente conoscitivo. Secondo tale approccio, infatti, anche il semplice lancio di un dado, ad esempio, non è necessariamente, di per sé, causale. Se fossimo in grado di conoscere tutti i valori delle variabili che concorrono alla determinazione del risultato di un lancio (come la forma esatta ed il peso del dado, le condizioni atmosferiche dell'ambiente in cui il lancio viene eseguito, la distanza tra la mano del lanciatore e il terreno, etc.) saremmo in grado di predire con certezza, per mezzo dell'applicazione delle sole leggi della fisica, il risultato del lancio: "se il reale ragionamento probabilistico è condotto fino alle sua estreme conclusioni, sembra che non ci sia 'realmente' alcuna probabilità, ma solo certezza, se la conoscenza è completa" (Knight 1921, 219). Poiché questa mole d'informazione non è comunemente accessibile, si preferisce assumere l'evento come casuale e assegnare valori probabilistici ad ognuna delle sei facce del dado. Alla luce della concezione epistemologica, o soggettiva, la probabilità non attiene dunque alla sfera dell'essere (*ontos*) ma a quella conoscitiva (*episteme*): essa esprime una *mancanza di conoscenza* rispetto alle condizioni che influenzano l'evento ed esprime le nostre personali, soggettive credenze e opinioni circa l'esito della prova. All'interno della concezione epistemologica è possibile individuare almeno tre grandi versanti teorici: il *relazionismo logico*, il *soggettivismo* e *l'intuizionismo*.

Il relazionismo logico, posizione che ha una sua rappresentazione compiuta nei lavori di Keynes (1921) e Carnap (1950), sostiene che esiste una 'oggettiva' *relazione*, anche se non sempre misurabile, tra la conoscenza e le probabilità che sono derivata da essa. Questa conoscenza è di natura personale e quindi bisogna sottolineare che "in un senso importante per la logica, la probabilità non è soggettiva. Una proposizione non è probabile poiché noi pensiamo che lo sia. Una volta che i fatti che determinano la nostra conoscenza sono dati, cosa è probabile o improbabile in quelle circostanze viene fissato in modo oggettivo, e indipendentemente dalla nostra opinione" (Keynes, 1921, 4).

Il rifiuto di questa asserzione rappresenta proprio il punto da cui muove la visione soggettivista della probabilità, elaborata in modo indipendente da Ramsey (1926) e de Finetti (1931 e 1937). Secondo questa posizione, dunque, la probabilità non si lega alla conoscenza in sé e per sé, ma a quella posseduta da un particolare individuo: sono le conoscenze personali che determinano le probabilità e quindi la probabilità è di natura strettamente soggettiva.

La natura soggettiva della probabilità può essere esemplificata attraverso un semplice caso. Si consideri una gara, ad esempio, di cavalli. Ora, sebbene la maggior parte degli spettatori condivide più o meno la stessa conoscenza (o meglio mancanza di conoscenza), essi effettuano puntate diverse sul cavallo vincente. L'idea base dietro la posizione di Ramsey e de Finetti è che osservando le scelte delle persone si possono ricavare le loro personali credenze sul risultato della gara: perciò le probabilità soggettive possono essere derivate dalla azioni e dalle scelte. Le probabilità sono così "rivelate" dalle scelte e dai comportamenti degli agenti.

Tuttavia anche questa asserzione non solo si rivela controversa, ma la sua messa in questione costituisce il punto di partenza di un altro approccio di natura epistemologica alla probabilità: *l'intuizionismo*. Secondo questa posizione, che ha le sue radici nei lavori di Koopman (1940a e 1940b) e Good (1950, 1962), l'approccio di de Finetti e Ramsey è troppo dogmatico e nel suo "empirismo". Esso infatti implica, come abbiamo sottolineato, che una credenza non è tale se non viene espressa (rivelata) da una scelta comportamentale. Essa argomenta dunque che l'assegnazione soggettiva della probabilità non debba essere necessariamente rivelata mediante scelte o azioni, poiché esse non sempre rivelano probabilità. Infatti, se portate alle estreme conseguenze, le assunzioni della posizioni soggettivista conducono alla conclusione che i comportamenti potrebbero rivelare assegnazioni di probabilità che il soggetto non ha idea di possedere. Ad esempio uno spettatore potrebbe puntare su un cavallo solo perché gli piace il nome, o perché corre nella corsia che ha il suo numero fortunato, o per qualsiasi altro motivo che non corrisponda alla credenza che sia proprio quello il cavallo che ha maggiore probabilità di vincere. Questa breve rassegna dell'interpretazione della nozione di probabile può terminare qui: l'aspetto da sottolineare rimane che la concezione probabilistica della plausibilità muove da una visione epistemologica della teoria della probabilità per costruire una teoria dell'inferenza plausibile.

3. Il teorema di Cox

Il risultato noto come teorema di Cox (Cox 1946) offre una motivazione formale e precisa, ma anche piuttosto dibattuta, sul legame che può essere istituito tra la nozione e il calcolo della probabilità, e la plausibilità. Esso stabilisce infatti, sotto certe condizioni, l'esistenza di una precisa relazione tra la nozione di plausibilità, *pl*, intesa come ragionamento su gradi di opinione, credenza, confidenza, credibilità, e la teoria del calcolo della probabilità, *pr*. In particolare, dimostra che qualsiasi sistema di inferenze plausibili, che non sia isomorfo alla teoria della probabilità, debba violare almeno una delle seguenti "ragionevoli" e "intuitive" condizioni:

i) $pl(A|X) = 0 \leftrightarrow$ A è *falsa* in X
ii) $pl(A|X) = 1 \leftrightarrow$ A è *vera* in X
iii) $0 \leq pl(A|X) \leq 1$
iv) $pl(A \wedge B|X) = pl(A|X)\, pl(B|X)$
v) $pl(\neg A|X) = 1 - pl(A|X)$

dove $pl(A|X)$ indica la plausibilità di A rispetto a X, ossia per qualsiasi proposizione A e uno stato d'informazione X. Per stato d'informazione si intende qui un riassunto delle informazioni disponibili circa un insieme di proposizioni atomiche A e dell'insieme delle loro relazioni.

Nel caso in cui il sistema in questione non violi alcuna delle condizioni i) – v), si può dunque sostituire a *pl*, senza alcuna perdita di informazione, il concetto *pr* e fare ricorso al calcolo delle probabilità per modellare la nozione di plausibilità. Il teorema è dunque uno degli argomenti più forti cui si ricorre per giustificare l'uso di una distribuzione probabilistica per trattare sistemi di inferenza su gradi di credenze: in base la teorema, ogni misura di credenza è isomorfa a misure probabilistiche. Se quindi si intende la plausibilità come espressione di una credenza e il ragionamento plausibilistico come calcolo di gradi di credenza, il teorema di Cox giustifica l'uso della teoria della probabilità come mezzo per modellare l'incertezza epistemica.

Per gradi di credenza (plausibilità) si intende che si ha che fare con "proposizioni che non possono essere dimostrate vere o false in modo definitivo" (Van Horn, 2003, 2). Essi vanno dunque distinti dai "gradi di verità", trattati dalla logica fuzzy, onde evitare "controversie non necessarie" (ivi, 3).

Il teorema di Cox viene chiamato in causa per sostenere una varietà di conclusioni filosofiche: esse vanno dalla giustificazione dell'approccio beyesiano, ad una tesi più radicale, secondo cui "la probabilità è l'unica rappresentazione coerente dell'incertezza" (Colyvan, 2004, 72). Il teorema di Cox è perciò considerato un argomento a favore della concezione probabilistica della plausibilità, fornendo almeno apparentemente una base a sostegno del punto di vista che qualsiasi sistema su gradi di credenza possa essere espresso da una qualche distribuzione probabilistica, e più in generale il teorema di Cox fornisce "una base teorica per usare la probabilità quale logica generale dell'inferenza plausibile" (Van Horn, 2003, 3).

Tuttavia se è vero, come sottolinea Benaceraff (1996), che quando si traggono conclusioni filosofiche da risultati matematici formali, si dovrebbe porre molta attenzione alle assunzioni dell'argomento in questione, allora, vista la mole di conseguenze tratte dal teorema di Cox, le sue assunzioni vanno valutate con molta attenzione. Il modo migliore per chiarire la portata e la validità di questo teorema è perciò quello di evidenziare e discutere le assunzioni che ne stanno alla base. Innanzitutto il teorema concepisce la plausibilità, quale nozione deputata al trattamento dell'incertezza, come espressione del ragionamento su gradi di credenza, confidenza, credibilità posseduti da un agente razionale. Bisogna notare ancora come la plausibilità quale ragionamento su gradi di credenza si differenzia in modo essenziale dal ragionamento su gradi di verità, proprio della logica fuzzy. Mentre i primi, come osservato da Dubois e Prade (Dubois e Prade, 1994), sono indotti da stati d'incompletezza dell'informazione, i secondi si riferiscono a proprietà la cui soddisfazione è questione di gradi, sono verità parziali che tuttavia non costituiscono una forma di incertezza. Il "fallimento nella distinzione di questi concetti diversi ha condotto in passato a controversie inutili" (Van Horn, 2003, 4).

Ora, il teorema di Cox è fondato su alcune assunzioni filosofiche che sono alquanto controverse e fa appello, nel corso della sua dimostrazione, a principi che ne limitiano fortemente la portata filosofica. Innanzittutto esso ricorre all'assunzione della comparabilità universale, ossia alla possibilità di rappresentare la plausibilità attraverso un singolo numero reale, e dunque di rendere comparabile la plausibilità di due proposizioni qualsiasi. Questa è una assunzione tutt'altro che pacifica, che è stata infatti messa apertamente in discussione: "infatti si può sostenere che questa sia la distinzione più fondamentale tra il bayesianesimo e altri approcci al ragionamento plausibile" (ivi, 7). Le teorie bidimensionali della plausibilità non preservano infatti questa proprietà, anzi la mettono apertamente in discussione ed elaborano modelli inferenziali basati sulla sua violazione.

Essa si basa inoltre sul principio della massimalizzazione del valore probabilistico della proposizione $P \vee \neg P = 1$, che da un punto di vista logico equivale all'assunzione del principio del terzo escluso. Anche questa assunzione è tutt'altro che pacifica: essa infatti si limita a cosiderare le sole teorie a somma uno, quando è possibile pensare a situazione in cui più ipotesi plausibili concorrenti godano di valori di plausibilità complessivamente superiori all'unità. Perciò non solo "in domini in cui il principio del terzo escluso fallisce, l'applicabilità della teoria della probabilità può decisamente essere messa in discussione" (*ibid.*), ma ricorrendo al principio del terzo escluso il teorema di Cox assume implicitamente la logica proposizionale classica quale strumento inferenziale. Ciò lo rende dipendente dal dominio (in particolare domini in cui tale principio viene soddisfatto) e non può dunque porsi come una logica universale del ragionamento plausibile.

Queste assunzioni delineano (e di fatto limitano) una concezione dell'incertezza, e conseguentemente del ragionamento palusibile deputata a trattarla, che è in grado di rendere conto solo di un sottoinsieme delle situazioni di incertezza che caratterizza tale forma di ragionamento. Quindi "ciò che viene proposto non è una logica del ragionamento plausibile, *simpliciter*, ma abbiamo una logica del ragionamento plausibile che è difendibile solo quando non c'è fallimento referenziale, vaghezza o cose simili. Ora forse tutto ciò che alcuni commentatori hanno in mente è una logica del ragionamento plausibile dallo scopo limitato. Se è questo il caso, allora tale limitazione va sottolineata. Ma è chiaro che non tutti i contributi della letteratura sul teorema di Cox hanno un così modesto progetto in mente" (Colyvan 2004, 81). Come vedremo molta letteratura sull'argomento è affetta da questa visione dallo scopo limitato del ragionamento plausibile. Anzi, si può sostenere che molte teorie della plausibilità fanno del tentativo di definire uno scopo limitato dell'inferenza plausibile e un ambito ristretto della nozione di incertezza e plausibilità il crinale lungo il quale articolare i propri modelli. Una teoria della plausibilità che voglia trattare l'incertezza in senso lato non può infatti ridursi a proporre una versione della teoria della probabilità, che riesce a modellare solo alcuni domini dell'incertezza.

In ultima analisi, la portata del teorema di Cox è stata ampiamente sopravvalutata: si può infatti asserire che esso "è semplicemente un teorema di rappresentazione che dimostra che se la credenza possiede la struttura assunta per la prova del teorema, allora la teoria classica della probabilità è un calcolo adeguato per rappresentare gradi di credenza. Ma così come è, esso certamente non legittima solo la teoria classica della probabilità quale mezzo per rappresentare le credenze, e non dimostra che tale rappresentazione sia adeguata per tutti i domini" (ivi, 82). Come vedremo le concezioni non probabilistiche della plausibilità, come la teoria di Rescher, violano espressamente alcune delle condizioni i) - v), dando così luogo a visione della plausibilità tesa a trattare situazioni d'incertezza per le quali il calcolo probabilistico si rivela inefficace.

4. *L'inferenza bayesiana*

L'origine e il nucleo teorico della concezione epistemologica della probabilità è rappresentata dall'inferenza bayesiana, la cui assoluta rilevanza per lo sviluppo di forme di inferenza incerte e plausibili è tale da emergere esplicitamente già nel corso della sua prima formulazione. Infatti il teorema di Bayes pone una questione che "dovrebbe essere necessariamente presa in considerazione da chiunque voglia dare una chiara descrizione della forza del ragionamento analogico o induttivo" (Bayes 1763, 373). Quindi il terorema di Beyes fornisce un mezzo per trattare due forme d'inferenza tipiche, se non esemplari, del ragionamento plausibile. Esse non a caso sono al centro, come avremo modo di vedere, dell'analisi di uno degli approcci fondati sulla visione bayesiana della plausibilità, quale quello di Polya.

Da un punto di vista formale il teorema di Bayes è una semplice conseguenza logica della definizione della probabilità condizionata:

(PC) $\Pr\{A\} \Pr\{B/A\} = \Pr\{B\} \Pr\{A/B\} = \Pr\{A,B\}$,

dove Pr{A,B} indica la probabilità congiunta di A e B.
Una sua classica rappresentazione, che si ottiene divedendo entrambi i membri di (PC) per Pr{B}, è dunque,

$$\Pr\{A/B\} = \frac{\Pr\{B/A\}\Pr\{A\}}{\Pr\{B\}}$$

Nella terminologia standard della teoria bayesiana Pr{*A*} è nota come la *probabilità precedente,* nel senso che è precedente a qualsiasi informazione circa *B* (talvolta viene anche definita come la *probabilità marginale*); Pr{*A/B*} è nota come la *probabilità posteriore* di *A* dato *B*, nel senso che deriva ed è implicata dal valore di *B*; Pr{*B/A*} è nota come la funzione di probabilità per *A* dato un valore specifico di *B*; Pr{*B*} è la probabilità precedente o marginale di *B*, che è anche definita la costante di normalizzazione, che può essere calcolata come la somma di tutte le ipotesi mutuamente esclusive. Esistono formulazioni alternative del teorema che hanno avuto notevole diffusione in letteratura. Una delle più note, che si basa sull'osservazione (O) che $\Pr(B) = \Pr(A, B) + \Pr(A^C,B) = \Pr(B|A)P(A) + \Pr(B|A^C)P(A^C)$, è la seguente:

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(B|A)P(A)}{\Pr(B|A)\Pr(A) + \Pr(B|AC)\Pr(AC)},$$

dove A^C è il complemento di A.

Il teorema è così il cardine della concezione bayesiana della probabilità, secondo la quale l'incertezza e i gradi di credenza possono essere misurati come probabilità. Il teorema di Bayes è naturalmente valido sia che si assuma una posizione di tipo frequentista, sia che si assuma una posizione soggettivista. L'unica differenza, come abbiamo avuto modo di sottolineare, riguarda l'interpretazione delle variabili A e B del teorema. Nel caso dei frequentisti esse si riferiscono solo ad eventi casuali per i quali esiste una relativa frequenza di occorrenza; nel caso dei soggettivisti esse possono anche riferirsi a eventi che non sono associati ad alcuna relativa frequenza. Gli approcci concorderanno dunque sul fatto di assegnare, ad esempio, una probabilità del 50% alla proposizione 'otterrò testa al lancio di una moneta', ma solo i soggettivisti saranno disposti ad assegnare una probabilità di 1% alla personale credenza nella proposizione che, diciamo, ci possa essere stata vita su Titano un miliardo di anni fa, senza che questo implichi alcuna intenzione di asserire alcunché su una qualsiasi frequenza relativa. Perciò il teorema è centrale per lo sviluppo di una teoria della plausibilità intesa come ragionamento su gradi di credenza, poiché permette di calcolare l'aggiustamento, o l'aggiornamento, di gradi di credenza alla luce di nuova informazione. In questo senso, la sua tipica rappresentazione è:

$$\Pr\{H_0 / E\} = \frac{\Pr\{E / H_0\}\Pr\{H_0\}}{\Pr\{E\}}$$

dove H_0 è l'ipotesi inizialmente sviluppata a partire da qualche precedente insieme di osservazioni, ed E la nuova informazione (evidenza).

Un esempio paradigmatico per illustrare l'importanza di questo teorema rispetto alla teoria classica della probabilità è quello dei falsi positivi nei test medici. Si supponga di sottoporsi ad un test medico. Esso rivela che si è affetti da una malattia che ha incidenza pari al 3 % sulla popolazione; inoltre il test ha un'affidabilità pari all'82 %, ma dà "falsi positivi" (risposte positive anche quando la malattia non è presente) nel 5% dei casi. Qual è la probabilità che chi si è sottoposto ad un test con esito positivo sia davvero affetto dal male? Un risposta che viene comunemente data è l'82 %. Il teorema di Bayes mostra come tale risposta sia scorretta. Infatti la probabilità di essere colpiti dal male viene calcolata nel modo seguente. Sia *A* la probabilità che la malattia sia presente nella persona, e sia *B* la probabilità che il test sia positivo, allora abbiamo che (dove in neretto vengono indicate le probabilità date all'inizio):

- ***Pr(A)*** = 0.03 (che esprime la probabilità che la malattia sia presente in una persona);
- *Pr(¬A)*= 0.97, (che si ottiene dalle condizioni di *monodimensionalità* e di *somma uno* ed esprime la probabilità che la malattia non sia presente in nessuna particolare persona);
- ***Pr(B/A)***= 0.82 (che esprime la probabilità che il test produca un risultato positivo, *B*, se la malattia è presente, *A*);
- *Pr(¬B/A)*= 1- 0.82 = 0.18 (che esprime la probabilità che il test produca un risultato negativo, ¬*B*, se la malattia è presente, *A*) per la condizione di monodimensionalità e somma uno;
- ***Pr(B/¬A)*** = 0.05 (che esprime un 'falso positivo', la probabilità che il test produca un risultato positivo, *B*, se la malattia è presente, ¬*A*);
- *Pr(¬B/¬A)*= 1- 0.05 = 0.95 (che esprime la probabilità che il test produca un risultato negativo, ¬*B*, se la malattia non è presente, ¬*A*);

Da queste informazioni e valori è quindi possibile procedere al computo, mediante il teorema di Bayes, delle seguenti probabilità:

- *Pr(B) = [Pr(B|A)Pr(A) + Pr(B|¬A)Pr(¬A)] = [(0.82*0.03) + (0.05*0.97)] = 0.0731* (che si ottiene mediante l'applicazione della regola (O) ed esprime la probabilità che un test dia un risultato positivo, indipendentemente dal fatto che la malattia sia presente o meno)*;*

- *$Pr(\neg B) = [Pr(\neg B|A)Pr(A) + Pr(\neg B|\neg A)Pr(\neg A)] =[(0.18*0.03) + (0.95*0.97)] = 0.9269$* (che esprime la probabilità che un test dia un risultato negativo, indipendentemente dal fatto che la malattia sia presente o meno);

e da qui, sempre mediante l'applicazione del teorema di Bayes, otteniamo i valori delle rimanenti probabilità condizionali:

- $\Pr(A \mid B) = \dfrac{\Pr(B \mid A)\Pr(A)}{\Pr(B)} = \dfrac{0.82 * 0.03}{0.0731} = 0.336$ (che esprime la probabilità che un test con un responso positivo sia davvero tale);

- $\Pr(\neg A \mid B) = \dfrac{\Pr(B \mid \neg A)\Pr(\neg A)}{\Pr(B)} = \dfrac{0.05 * 0.97}{0.0731} = 0.663$ (che esprime la probabilità che la malattia non sia presente se il risultato è positivo, ossia che un test sia un falso positivo);
- $\Pr(\neg A \mid \neg B) = \dfrac{\Pr(\neg B \mid \neg A)\Pr(\neg A)}{\Pr(\neg B)} = \dfrac{0.05 * 0.97}{0.9269} = 0.0523$ (che esprime la probabilità che la malattia sia assente se il risultato del test è negativo);
- $\Pr(A \mid \neg B) = \dfrac{\Pr(\neg B \mid A)\Pr(A)}{\Pr(\neg B)} = \dfrac{0.18 * 0.03}{0.9269} = 0.0058$ (che esprime la probabilità che la malattia sia presente se il risultato del test è negativo, ossia la probabilità che in test negativo si riveli un falso negativo).

5. *Limiti della concezione bayesiana*

Sebbene "esistano tante forme di Bayesianesimo quanto sono i bayesiani, l'idea base dietro la teoria della conferma è abbastanza semplice" (Kelly e Glymour 2003, 94). Dato un insieme di proposizioni chiuso rispetto alle costanti logiche '*o*', '*e*' e '*non*', essa richiede semplicemente che:

1) un agente "razionale" possa allocare un unico grado di credenza ad ogni proposizione;

2) che i gradi di credenza siano modellati dagli assiomi della teoria della probabilità.

Così, mediante l'applicazione del teorema di Bayes, si può definire la nozione di conferma e quella di grado di conferma (quando è possibile assegnare una quantità alle funzioni di probabilità): un'evidenza *e*, come ad esempio la verifica di una sua conseguenza, conferma una ipotesi *i* per un agente *P*, se e solo se Pr{i/e} > Pr{i}, ossia solo se la probabilità di *i* dopo la prova di *e* è superiore a quella prima della prova. "In altre parole, la conferma è solo una dipendenza statistica positiva rispetto ai gradi di credenza precedenti la loro modifica alla luce di *e*"(*idib.*); il grado di conferma, quando una trattazione quantitativa è possibile, sarà semplicemente il risultato della differenza Pr{i/e} - Pr{i}.

A partire dalla nozione bayesiana di conferma, si può quindi costruire la nozione di plausibilità: un'ipotesi *i* è plausibile quando gode di un certo grado di conferma bayesiano, ossia è rappresentabile come un credenza che soddisfa gli assiomi del calcolo probabilistico, ed è tanto più plausibile quanto più alto è il suo grado di conferma, la sua compatibilità (ossia l'accordo delle sue conseguenza) con la conoscenza esistente.

Il bayesianesimo, tuttavia, è affetto da precisi limiti strutturali che ne minano fortemente la validità. Innanzitutto esso non è in grado di render conto in modo adeguato proprio del problema della conferma: le probabilità condizionate possono infatti presentare delle fluttuazioni tra valori alti e bassi ogni volta che l'evidenza si accumula e quindi un grado di conferma arbitrariamente alto non dice nulla circa quante fluttuazioni possano ancora esserci in futuro, o non è escluso che un metodo alternativo ne possa richiedere di meno. Esso è perciò semplicemente *uno* dei possibili metodi per aggiornare gradi di credenza sulla base di nuova evidenza. La teoria beyesiana, e le reti d'inferenza bayesiana che ne conseguono, sono dunque uno dei possibili strumenti con cui si può giustificare una ipotesi.

Inoltre, in chiusura, il bayesianesimo è un tipico esempio di sistema monodimensionale a somma uno. Come tale esso permette di gestire, come abbiamo visto, sistemi e stati d'informazione dalla caratteristiche piuttosto precise e limitate, che possono sostenere solo una visione limitata della probabilità e, di conseguenza, della plausibilità.

3
La concezione di Polya

L'analisi di Polya della nozione di plausibilità prende le mosse da una necessità di chiarezza che può essere considerata ancora valida: infatti "il linguaggio ordinario usa le parole 'probabile', 'plausibile', 'possibile', e 'credibile' con significati che non sono chiaramente distinti. Ora, analizzeremo la parola 'probabile' e impareremo a usare questa parola con un significato specifico, come un termine tecnico di una branca di una scienza che è chiamata 'Teoria della probabilità" (Polya, 1954, 55).

Polya sviluppa in particolare un approccio alla nozione di plausibilità e d'inferenza plausibile direttamente ispirata alla concezione epistemologica della probabilità, fondata sul teorema di Bayes. Egli può essere così legittimamente considerato come uno dei principali teorici dell'approccio probabilistico alla plausibilità, secondo cui "la logica del plausibile dovrebbe condursi a coincidere con la logica del probabile (calcolo delle probabilità) sia pure limitandosi – ove del caso – a considerare certe conclusioni qualitative ottenibili prescindendo dall'esatta determinazione numerica delle probabilità pur di supporre note delle disuguaglianze fra i loro valori" (de Finetti 1949, 235).

Polya concepisce la plausibilità come la nozione deputata a trattare l'incertezza che caratterizza situazioni nelle quali si è chiamati a formulare o valutare congetture o ipotesi: essa serve per affrontare i problemi propri dell'euristica e non della dimostrazione. Non solo dunque la nozione di plausibilità è esplicitabile, ma è dotata di una logica e di regole che possono essere espresse mediante modelli precisi. Queste regole, inoltre, trovano giustificazione proprio attraverso il calcolo probabilistico.

I prototipi dell'inferenza plausibile, secondo Polya, sono l' analogia e l'induzione; infatti "l'analogia e i casi particolari sono le fonti più abbondanti d'argomenti plausibili" (Polya 1954, II, 168), e in particolare "l'inferenza per analogia sembra la forma d'inferenza più comune, e possibilmente è la più essenziale. Essa produce congetture più o meno plausibili che possono o non possono essere confermate dall'esperienza o da un ragionamento più rigoroso" (Polya, 1957, 42). Il ragionamento plausibile serve inoltre a conferire alle congetture che si stanno indagando un maggiore o minore grado di credibilità e fiducia, a orientarsi razionalmente in situazioni contraddistinte dall'incertezza.

1. Modelli d'inferenza plausibile

L'inferenza plausibile si articola secondo regole precise e che possono essere esplicitate. Polya le formalizza nel modo seguente:

1)
A fondamento dell'approccio probabilistico di Polya v'è innanzitutto il "modello induttivo fondamentale o, in qualche modo più brevemente, il modello induttivo" (Polya 1954, II, 3),

A implica B
B è vera

A è più credibile

Questo modello, pur "non dicendo nulla di sorprendente" (ivi, 5), formalizza una "credenza che nessuna persona ragionevole metterebbe in dubbio: la verifica di una conseguenza rende una congettura più credibile" (ibid.).
L'argomentazione plausibile segue così una serie di modelli, o di principi, che sono rappresentabili secondo precisi parametri: infatti "la conclusione plausibile è comparabile a una forza che ha direzione e grandezza" (ivi, 113-114). Inoltre "questa conclusione ci spinge in una certa direzione: *A* diventa più credibile. Questa conclusione ha anche una certa grandezza: *A* diventa molto più credibile oppure solo un poco più credibile. La conclusione non è pienamente espressa e non è pienamente supportata dalle premesse. La direzione è espressa ed è implicata dalle premesse, la forza no. […] La direzione è impersonale, la grandezza può essere personale" (*ibid.*). L'argomento plausibile viene così definito e sviluppato in modo speculare, ma antitetico, rispetto a quello propriamente dimostrativo. Ad esempio il modello induttivo fondamentale è il corrispondente plausibilistico del modus tollens (A implica B; B è falso; allora A è falso). La differenza è che "queste conclusioni sono su livelli logici differenti. La conclusione del modello dimostrativo è sullo stesso livello delle premesse, ma la conclusione del modello plausibile è di natura diversa, meno chiara, meno compiutamente espressa" (ivi, 113). L'argomento dimostrativo, come ad esempio il sillogismo aristotelico, è contraddistinto infatti da proprietà precise: l'impersonalità, l'universalità, l'auto-sufficienza e la definitività. Ed infatti esso, rispettivamente, non dipende dalla personalità di colui che compie il ragionamento; non dipende da alcun dominio di conoscenza specifico; non c'è "bisogno di nulla oltre le premesse per rendere valida la conclusione e nulla la può invalidare se le premesse rimangono solide" (ivi, 112); se le premesse sono certe la conclusione è "definitiva".

D'altra parte l'argomento plausibile, così come definito da Polya, gode a sua volta delle prime tre proprietà, ma non della quarta – non è definitivo: esso produce dunque conclusioni che sono solo provvisorie, momentanee, transitorie. Il ragionamento plausibilistico non è perciò, in questo senso, soggettivo e psicologico: i modelli di ragionamenti sono impersonali, mentre è la forza delle conclusioni che è di natura soggettiva e quindi non rappresentabile per mezzo di quantità.

Al modello fondamentale induttivo sono legati altri principi del ragionamento plausibile, che in alcuni casi lo perfezionano. Come per il modello induttivo fondamentale, essi hanno un corrispondente nella logica dimostrativa.

1.1)

a)
A implica B_{n+1}
B_{n+1} è molto diversa dalle conseguenze di *A*
precedentemente verificate $B_1, B_2, \ldots, B_n$
B_{n+1} è vera

A è molto più credibile

b)
A implica B_{n+1}
B_{n+1} è molto simile alle conseguenze di *A*
precedentemente verificate $B_1, B_2, \ldots, B_n$
B_{n+1} è vera

A è solo un poco più credibile

Queste due forme complementari di inferenza plausibile, che concernono la successiva verifica di diverse conseguenze, esplicitano un altro principio induttivo: “la verifica di una nuova conseguenza conta di più o di meno a seconda se la nuova conseguenza differisce di più o di meno dalle conseguenze precedentemente verificate” (ivi, 7).

1.2)
a)
A implica *B*
B è altamente improbabile

A è molto più credibile

b)
A implica *B*
B è altamente probabile

A è solo un poco più credibile

Queste due forme complementari di inferenza plausibile, che concernono la verifica di conseguenze improbabili o meno, esplicitano ancora un altro principio induttivo: “la verifica di una conseguenza conta di più o di meno a seconda se la conseguenza è più o meno probabile di per sè” (ivi, 9).

2)
A è analogo a B
B è vera

A è più credibile

Questo modello, che esplicita l'inferenza per via analogica, esprime il principio di inferenza plausibile per il quale "una congettura diventa più credibile quando una congettura analoga si rivela essere vera" (ivi, 10).
L'inferenza analogica può inoltre assumere forme "più deboli o nascoste" (ivi, 12); in particolare si ha:

2.1)
A è analogo a B
B è più credibile

A è più credibile

Questo modello esprime il principio di inferenza plausibile per il quale "una congettura diventa in qualche modo più credibile quando una congettura analoga diventa più credibile" (ivi, 12).

3)
A è implicato da B
B è falso

A è meno credibile

Questo modello, che valuta una possibile base – dove per base si intende una proposizione che implica la congettura in questione -, esprime il principio di inferenza plausibile per il quale "la nostra confidenza in una congettura può solo diminuire quando una possibile base della congettura viene inficiata" (ivi, 20).

4)
A è incompatibile con B
B è falso

A è più credibile

Questo modello, che valuta una congettura conflittuale, esprime il principio di inferenza plausibile per il quale "la nostra confidenza in una congettura può solo aumentare quando una congettura rivale incompatibile viene inficiata" (ivi, 20).

5.a)
A implica B
B è meno credibile

A è meno credibile

5.b)
A implica B
B è più credibile

A è in qualche modo più credibile

Questo insieme di modelli, che rappresenta una forma debole del modello fondamentale, esprime il principio di inferenza plausibile per il quale "la nostra confidenza in una congettura è influenzata dalla nostra confidenza in una delle sue conseguenze e varia nella stessa direzione" (ivi, II, 25). Esso è un altro esempio, insieme al principio 2.1, di modelli di ragionamento plausibile costruiti a partire dai modelli base, che permettono di produrre modelli più articolati, in particolare quelli che Polya definisce nascosti ("shaded"), in virtù "dell'indebolimento della seconda premessa: 'meno credibile' al posto di 'falso'; 'più credibile' invece di 'vero' " (ivi, II, 25). Polya osserva ancora come sia possibile formalizzare forme deboli di ragionamento plausibile per tutti i modelli base. Ad esempio, il modello 4) – la valutazione di congetture conflittuali – ha la seguente forma debole:

A è incompatibile con B
B è meno credibile

A è in qualche modo più credibile

Tutti questi modelli di ragionamento plausibile, secondo Polya, possono essere assimilati, mediante il ricorso ad una analogia con la terminologia giuridica, a "*regole di ammissibilità nella discussione scientifica*" (ivi, II, 140): non si è tenuti ad allocare alcun grado di credenza ad una congettura quando, ad esempio, alcune delle sue conseguenze sono verificate, tuttavia se questa congettura viene discussa e valutata, allora "è giusto e ragionevole" (*ibid.*) prendere in considerazione queste conseguenze. Questi modelli hanno così l'obiettivo di esplicitare come queste verifiche influenzano il peso dell'evidenza a favore o contro una congettura. Sono regole che sono dunque chiamate a stabilire quale tipo di evidenza merita di essere presa in considerazione e sono di natura impersonale, mentre è personale e soggettivo stabilire "se una particolare prova appena sottoposta abbia un peso sufficiente o meno" (ivi, 141).

2. Interpretazione probabilistica dei modelli d'inferenza plausibile

La probabilità si rivela il cuore, il nucleo dell'approccio di Polya alla nozione di plausibilità: infatti l'autore "intende usare il calcolo della probabilità per rendere più precisa la nostra visione del ragionamento plausibile" (Polya 1954, II, 116).

Così i modelli di ragionamento plausibile esplicitati da Polya trovano giustificazione grazie alla teoria della probabilità, applicando "le regole del calcolo delle probabilità alle credibilità $\Pr\{A\}$, $\Pr\{B\}$, $\Pr\{C\}\ldots$ interpretate come: frazioni positive che misurano gradi di confidenza di un individuo mitico o idealizzato Mr. Chiunque" (ivi, 118). Il teorema di Bayes è il cardine di questa giustificazione, che è il fondamento della concezione di Polya della plausibilità.

Si prenda innanzitutto in considerazione il modello induttivo fondamentale. Esso si riferisce ad una situazione iniziale in cui una congettura A è chiaramente formulata ma di cui Mr. Chiunque, mantenendo l'espressione usata da Polya, non è in grado di dire se sia vera o falsa. Nel tentativo di stabilire se A sia vera o meno, viene osservata un certa conseguenza B (viene quindi soddisfatta la condizione A implica B), di cui a sua volta non si sa se sia vera o falsa. Il calcolo delle probabilità permette di giustificare il modello induttivo fondamentale nel modo seguente. Si consideri Pr{A}, Pr{B}, Pr{A/B}, ossia rispettivamente la credibilità di A, la credibilità di B e il grado di confidenza di A se B fosse vera. Per il teorema di Bayes abbiamo che seguente relazione è valida

(1) $\Pr\{A\}\Pr\{B/A\} = \Pr\{B\}\Pr\{A/B\}$

Poiché A implica B è una condizione soddisfatta, si ha che $\Pr\{B/A\} = 1$ e dunque sostituendo questo valore in (1) si ha

(2) $\Pr\{A\} = \Pr\{B\}\Pr\{A/B\}$

Questa equazione mostra dunque innanzitutto come "Pr{A} varia nella stessa direzione di Pr{B}" (ivi, II, 120). Si supponga ora, al fine di trattare propriamente il modello induttivo, che si riesca a dimostrare che B, conseguenza di A, sia vera. Prima della prova di B, l'agente ideale ha un qualche grado di credibilità sia in B, espresso da $\Pr\{B\}$, sia in A, espresso da $\Pr\{A\}$ e può anche considerare di allocare un certo grado di confidenza in $\Pr\{A/B\}$, la credibilità di A dopo la eventuale prova di B. Dopo la prova di B il valore $\Pr\{B\}$ assume ovviamente il valore massimo pari a uno. Dunque da (2) otteniamo il nuovo valore di credibilità di A dopo la prova di B, che è pari a

(3) $\Pr\{A\} = \Pr\{A/B\}$

Assumendo che il valore di $\Pr\{A/B\}$ rimanga ovviamente inalterato, e osservando che $0 < \Pr\{B\} < 1$, da (2) si ottiene

(4) $\Pr\{A\} < \Pr\{A/B\}$

Poiché $\Pr\{A\}$ e $\Pr\{A/B\}$ rappresentano rispettivamente il grado di credibilità di A prima e dopo la prova di B, la disuguaglianza (4) esprime formalmente in termini probabilistici il principio secondo cui la verifica di una conseguenza rende una congettura più credibile. Essa è dunque la giustificazione probabilistica del modello induttivo. Tuttavia ciò non dice nulla di nuovo rispetto all'inferenza bayesiana: proprio come implicato dal teorema di Bayes si dimostra semplicemente come l'evidenza B conferma un'ipotesi A se solo se $\Pr\{A/B\} > \Pr\{A\}$.

Similmente, avvalendosi di opportune rappresentazioni in termini probabilistici, si possono giustificare gli altri modelli d'inferenza plausibile descritti da Polya. Si consideri, ad esempio, il modello (4) – ossia l'esame di una congettura in conflitto. Il modello descrive la situazione in cui si investigano due congetture conflittuali A e B, ossia due proposizioni incompatibili (per cui la verità dell'una implica la falsità dell'altra).

Si supponga che nel corso dello studio della congettura A si passi, per motivi vari che non analizzerò in questa sede, ad esaminare B, che viene ritenuta interessante poiché la sua verità implicherebbe la falsità di A. Tuttavia nel corso della ricerca si riesce a dimostrare la falsità di B. Come cambia la confidenza in A? Si procede nuovamente a rappresentare probabilisticamente la situazione. A e B non possono essere entrambe vere, dunque abbiamo $\Pr\{AB\} = 0$. Attraverso l'applicazione di semplici proprietà della teoria della probabilità otteniamo che:

$$\begin{aligned}\Pr\{A\} &= \Pr\{AB\} + \Pr\{A\bar{B}\}\\ &= \Pr\{A\bar{B}\}\\ &= \Pr\{\bar{B}\}\Pr\{A/\bar{B}\}\end{aligned}$$

$= (1- \Pr\{B\}) \Pr\{A/\bar{B}\}$

da cui si ottiene

$$\Pr\{A / \bar{B}\} = \frac{\Pr\{A\}}{1 - \Pr\{B\}}$$

che a sua volta implica la disuguaglianza

$$\Pr\{A/\bar{B}\} > \Pr\{A\}.$$

Ora, poiché Pr{A} e Pr $\{A/\bar{B}\}$ rappresenta rispettivamente il grado di credibilità di A prima e dopo la refutazione di B (rappresentato probabilisticamente con $\bar{B}$), questa disuguaglianza asserisce semplicemente che la nostra confidenza in una congettura può solo aumentare quando una congettura rivale incompatibile viene refutata.

Polya mostra così come sia possibile fornire per tutti i modelli di ragionamento plausibile da lui rinvenuti un corrispondente probabilistico, mostrando come la teoria della probabilità possa essere concepita come una logica del ragionamento plausibile, fatta eccezione per il modello 2 e 2.1, ossia quelli relativi all'analogia. L'assenza di una articolata trattazione e modellizzazione in termini probabilistici dell'analogia non è un caso.

3. Analogia e scoperta

Polya non esita ad attribuire un ruolo di particolare rilevanza, tra i modelli d'inferenza plausibili, all'analogia, che egli definisce come "una forma di similarità", in particolare una "similarità ad un livello più profondo e concettuale" (Polya 1954, I, 13). Polya ne analizza alcuni esempi tratti dalla matematica, che è dunque considerata esplicitamente come uno dei grandi ambiti di applicazione del ragionamento plausibile al pari della fisica e delle scienze sperimentali. Essi dimostrano dunque non solo come essa possa essere uno strumento prezioso per risolvere problemi di natura didattica, ma anche come possa essere uno mezzo euristico, che permette di produrre nuove scoperte matematiche: l'analogia infatti "sembra aver un ruolo in tutte le scoperte, ma in alcune ha la parte da leone" (ivi, 17).

A tal riguardo assume un ruolo rilevante e paradigmatico un esempio di scoperta mediante analogia cui Polya dedica una lunga trattazione: la scoperta di Eulero della soluzione del cosiddetto *problema di Mengoli,* che in termini moderni altro non è che la stima di $\zeta(2)$. Tale soluzione fu infatti possibile facendo ricorso una doppia analogia, ed è fondata su un passaggio audace e scorretto da un punto di vista logico. Essa, per ammissione dello stesso Eulero, si basa su una procedura che non era mai stata praticata prima e la cui attendibilità andava quindi verificata attraverso il confronto con la conoscenza esistente.

La soluzione data da Eulero a questo vero rompicapo, originariamente formulato dal matematico italiano Pietro Mengoli nella sua opera *Novae quadraturae arithmeticae* (1650), è particolarmente istruttiva.

Il problema riguarda la determinazione del valore della serie:

$$(1)\quad 1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{n^2} \;=\; ?$$

che nella moderna terminologia matematica è meglio nota, come già detto, come $\zeta(2)$, ovvero come la soluzione dell'istanziazione al valore due della funzione ζ (la cui stima rimane ancora uno dei principali problemi aperti della matematica moderna).

Polya fornisce una ricostruzione piuttosto accurata dei passaggi che hanno portato Eulero a formulare la sua congettura. Tuttavia qui verrà presentata un'analisi della scoperta di Eulero che ripropone solo in parte quella di Polya, al fine di mettere maggiormente in evidenza il ruolo e la natura delle analogie impiegate nel processo di costruzione dell'ipotesi risolutiva.

Il processo di scoperta si articola in questo modo:

1) Al fine di risolvere il problema dato (1), Eulero cerca di ricondurlo ad un risultato noto analogo, ossia uno che sia in grado di soddisfare alcune della condizioni di risolvibilità del problema, ricavate dalla sua analisi preliminare.
   Quindi la domanda se il problema di Mengoli sia risolvibile o no viene ridotto alla ricerca di questo risultato noto, o ad una combinazione di risultati noti, che condividano queste proprietà. Esse sono le seguenti:

   (a) sia esprimibile come una serie infinita
   (b) sia rappresentabile come la seguente frazione:

   $$\frac{1}{x_1{}^2}+\frac{1}{x_2{}^2}+\frac{1}{x_3{}^2}+...+\frac{1}{x_n{}^2}$$

   (c) le variabili in (b) siano tali che $x_1=1y$, $x_2=2y$, … , $x_n = ny$

   Quindi l'obiettivo del processo di soluzione del problema diventa la ricerca di una serie dal valore noto che sia in grado di soddisfare le proprietà (a), (b), (c). Ossia (1) è risolvibile se esiste una serie infinita della forma (b) + (c) il cui valore sia noto.

2) A questo punto, l'interazione con il corpo di conoscenze esistente al tempo di Eulero (l'algebra) permette di trovare l'esistenza di una equazione algebrica che soddisfa la proprietà (b) – istituendo una cosiddetta analogia *positiva* - , ma non la proprietà (a) (non è una serie infinita) – fornendo una analogia *negativa*. Tale equazione è (d):

   $$b_1 = b_0\left(\frac{1}{\beta_1{}^2}+\frac{1}{\beta_2{}^2}+\frac{1}{\beta_3{}^2}+...+\frac{1}{\beta_n{}^2}\right)$$

   che, a sua volta, deriva da (e)

   $$b_0\left(1-\frac{x^2}{\beta_1^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{\beta_2^2}\right)...\left(1-\frac{x^2}{\beta_n^2}\right)$$

la quale, per $b_0 \neq 0$, esprime la relazione tra i coefficienti e le radici di una equazione algebrica generica (f):

$$b_0 - b_1x^2 + b_2x^4 - \ldots + (-1)^n b_n x^{2n+1}$$

che ha (g) 2*n* radici $\beta_1, -\beta_1, \beta_2, -\beta_2, \ldots, \beta_n, -\beta_n$.

3) A questo punto Eulero compie il primo "salto" inferenziale: infatti egli formula per analogia l'ipotesi (I) che una proprietà, (d), che è valida per casi finiti valga anche per casi infiniti. Quindi il problema iniziale (1) è ora ridotto alla ricerca di una funzione di tipo (d) che sia in grado di soddisfare le condizioni (f), (g) e (c).

4) Una nuova interazione con il corpo delle conoscenze esistenti (in questo caso la trigonometria) permette ad Eulero di individuare l'esistenza di una serie infinita di tipo (c) che può essere rappresentata come una funzione di tipo (f): essa è lo sviluppo in serie di potenze di (h) *sin(x)* = 0, che è uguale a

$$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots = 0$$

e che possiede 2n+1 radici: $0, \pi, -\pi, 2\pi, -2\pi, \ldots, n\pi, -n\pi$.

5) Ora è analiticamente possibile trasformare lo sviluppo in serie di potenze di *sin(x)* in una equazione algebrica infinita che è analoga a (b) semplicemente dividendo i due membri dell'equazione per x^1, ovvero il fattore lineare che corrisponde alla radice 0:

$$\frac{\sin x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \ldots$$

Otteniamo così una equazione di tipo (f) con 2*n* radici $\pi, -\pi, 2\pi, -2\pi, \ldots, n\pi, -n\pi$ (c).

6) A questo punto, di nuovo per analogia, (ossia sulla base delle similarità – intesa come condivisione di proprietà - riscontrate), Eulero compie un secondo "salto" inferenziale: ipotizza infatti che (II) proprietà - quali (e) è (d) – che sono valide per equazioni algebriche, siano valide anche per equazioni non algebriche (nella fattispecie trigonometriche). Quindi rappresenta $\frac{\sin x}{x} = 0$, in accordo con (e), come il prodotto infinito

$$\left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2}\right)\ldots$$

ossia, secondo (d),

$$\frac{1}{3!}=\frac{1}{\pi^2}+\frac{1}{4\pi^2}+\frac{1}{9\pi^2}+\frac{1}{16\pi^2}....$$

a da qui, semplicemente moltiplicando per π^2 entrambi i membri della precedente uguaglianza, otteniamo l'inferenza candidata a risolvere il problema iniziale (1):

$$\frac{\pi^2}{3!}=\frac{\pi^2}{6}=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{n^2}$$

Ovviamente questa non può rappresentare *tout court* la soluzione del problema di Mengoli, ed Eulero ne era ben conscio. Il valore candidato $\frac{\pi^2}{3!}$ è un valore *plausibile* supportato da una (doppia) inferenza analogica. Questa inferenza semplicemente mostra come dalla correttezza delle ipotesi (I) e (II), ricavata analogicamente, segua la validità dell'asserzione $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$.

La questione relativa alla verità delle ipotesi (I)-(II) costituisce una altro problema da risolvere, che non può essere affrontato con gli strumenti utilizzati nel corso del processo di scoperta della soluzione.

Va innanzitutto osservato come le due ipotesi analogiche candidano la soluzione del problema mediante inferenze che sono basate su passaggi audaci e scorretti: infatti "da un punto di vista strettamente logico, essa era apertamente una fallacia: egli (Eulero, *ndr*) aveva applicato una regola a un caso per il quale la regola non era stata fatta, una regola per equazioni algebriche a una equazione che algebrica non era. Da un punto di vista strettamente logico, il passaggio di Eulero non era giustificato. " (ivi, I, 21). Per dimostrare la loro correttezza, è prima necessario dimostrare la correttezza del primo passaggio dal caso finito al caso infinito (I), e quindi la correttezza del passaggio dall'algebra alla trigonometria (II). Una tale dimostrazione non può ovviamente essere data in generale: le ipotesi (I) e (II) rappresentano salti inferenziali pericolosi, che possono facilmente condurre a contraddizioni (1=0). La loro validità può essere solo locale, circoscritta a casi particolari e sotto precise condizioni.

Quindi Eulero cercava di fornire alla sua conclusione il maggior grado di accettabilità possibile, di sostenere dunque la plausibilità delle sue inferenze applicando alcuni dei modelli d'inferenza plausibile esplicitati da Polya.

Ora, come noto, il problema fondamentale dell'inferenza analogica è che sebbene essa sia un formidabile strumento per ampliare le conoscenze, in quanto "ragionamento che conduce a conoscenza circa l'obiettivo che non è contenuta nelle premesse", tuttavia "nulla, neanche un incremento della probabilità, segue dalla mera similarità" (Weitzenfeld, 1984 , 137-138). Il limite dell'analogia risiede nel fatto che essa non è in grado di offrire alcun supporto di natura logica o probabilistica alla sue conclusioni. Essa necessita dunque di un ulteriore sostegno, che può essere dato attraverso le regole impersonali del ragionamento plausibile esplicitata da Polya. Lo stesso Eulero infatti non "riesaminò le basi della sua congettura (ossia la fondatezza della rappresentazione di *sinx* come un prodotto infinito, *ndr*), per il suo audace passaggio dal finito all'infinito; egli esaminò solo le sue conseguenza" (Polya, 1954, I, 22). In altre parole ne studiò la plausibilità, almeno così come la intende Polya.

4. Analogia e giustificazione

Polya mostra come Eulero possa aver tentato di stabilire se l'inferenza candidata attraverso la suddetta analogia fosse plausibile, e quanto lo fosse. Ciò richiede un confronto delle conseguenze dell'ipotesi cruciale con la conoscenza esistente.

Tale ipotesi, come abbiamo visto, è la rappresentazione di *sinx* come:

$$\sin x = x\left(1-\frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{9\pi^2}\right)...$$

Polya offre alcuni possibili esempi che già lo steso Eulero avrebbe potuto praticare:

- La congettura per analogia si accorda con il fatto noto sin (-*x*) = - sin *x*?
- La congettura per analogia si accorda con il fatto noto sin ($x+\pi$) = - sin *x*?
- La congettura per analogia si accorda con il fatto noto $\sin x = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)$?

E' possibile mostrare come la congettura di Eulero basata su due analogie si accordi non solo con i casi menzionati sopra, ma anche con molti altri risultati noti. Questo ovviamente non dimostra la validitá della congettura, ma la rende plausibile, ne aumenta il suo grado di credibilità. Un caso particolarmente rilevante di indagine della congettura in questione è rappresentato da una applicazione di un principio d'inferenza plausibile debole, nella fattispecie il modello 2.1, che porta Eulero a risolvere un altro rilevante problema, quale la serie di Leibniz (2):

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-...\frac{(-1)^n}{2n+1}.$$

Questa serie è simile a quella di Mengoli poiché entrambe sono della forma $\frac{1}{n^x}$; quindi riuscire a rendere in qualche modo più credibile questa serie aumenta il grado di credibilità della serie di Mengoli. In particolare, se l'impiego dell'ipotesi risolutrice del problema di Mengoli permette di candidare un valore per la serie di Leibniz, questo aumenta il grado di credibilità dell'ipotesi stessa e dunque della soluzione proposta.

Per risolvere questo problema Eulero ricorre dunque ad una catena di inferenze del tutto simile a quella impiegata per risolvere il problema di Mengoli. Quindi:

1) Per risolvere il problema (2), Eulero cerca di ricondurlo ad un risultato analogo dal valore noto, che sia in grado di soddisfare alcune delle condizioni di risolvibilità del problema ricavate da una analisi preliminare. Quindi la questione se la serie di Leibniz sia risolvibile o no, viene ridotta alla ricerca di tale risultato noto, o una combinazione di risultati noti, che condividano queste proprietà. Esse sono le seguenti:
   (a) Sia esprimibile come una serie infinita
   (b) Sia rappresentabile come la seguente frazione:

$$\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}-...+\frac{(-1)^n}{x_n}$$

(c) valga che $x_1=1$, $x_2=2$, … , $x_n = 2n+1$

Quindi l'obiettivo della ricerca è l'identificazione di una serie dal valore noto che sia in grado di soddisfare (a), (b) e (c).

2) L'interazione con il corpo delle conoscenze esistenti al tempo di Eulero, (nella fattispecie l'Algebra) consente di trovare l'esistenza di una equazione algebrica che soddisfa la proprietà (b) – analogia positiva -, ma non la proprietà (a) (non è una serie infinita) – analogia negativa. Tale equazione è (d):

$$\frac{b_1}{2b_0} = -\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} - ... + \frac{1}{\beta_n}$$

che si ricava da (e)

$$b_0\left(1-\frac{x}{\beta_1}\right)^2\left(1-\frac{x}{\beta_2}\right)^2...\left(1-\frac{x}{\beta_n}\right)^2$$

che, per $b_0 \neq 0$, rappresenta la relazione che intercorre tra i coefficienti e le radici di una generica equazione algebrica (f)

$$b_0 - b_1x^1 + b_2x^3 - \ldots + (-1)^n b_nx^{2n+1}$$

che ha (g) $2n$ radici β_1, $-\beta_1$, β_2 , $-\beta_2$, … , β_n , $-\beta_n$.

3) A questo punto è possibile compiere un primo "salto" inferenziale : infatti Eulero formula per analogia la congettura che (I) una proprietà, (d), che vale per casi finiti valga anche per casi infiniti. Quindi il problema iniziale (2) è ridotto alla ricerca di una serie di tipo (d) che sia in grado di soddisfare le condizioni (f) - (g) - (c).

4) Una nuova interazione con il corpo della conoscenza esistente (la Trigonometria) permette di individuare l'esistenza di una serie infinita, (c), che può essere espressa nella forma (f):

$$1-\sin x = 0 = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + ... + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

che ha (g) $2n$ radici

$$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, -\frac{3}{2}\pi, -\frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, ..., \frac{2n+1}{2}\pi, \frac{2n+1}{2}\pi .$$

A questo punto Eulero può compiere un secondo "salto" e formulare sulla base delle similarità riscontrate la congettura che (II) proprietà – nella fattispecie (e) e (d) – che sono valide per equazioni algebriche, valgono anche per equazioni non algebriche (trigonometriche). Quindi è possibile ora rappresentare 1- sin x = 0, in base ad (e), come un prodotto infinito

$$\left(1-\frac{2x}{\pi}\right)^2\left(1+\frac{2x}{3\pi}\right)^2\left(1-\frac{2x}{5\pi}\right)^2\ldots$$

dal quale, comparando i coefficienti di x in entrambe le parti, segue che

$$-1=-\frac{4}{\pi}+\frac{4}{3\pi}-\frac{4}{5\pi}+\frac{4}{7\pi}\ldots$$

ossia, semplificando,

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\ldots$$

La congettura prodotta da questa linea di ragionamento rivela dunque che il ponte istituito tra algebra e geometria non è affatto occasionale e che può essere uno strumento fecondo per affrontare una intera classe di fenomeni.

Quindi uno degli aspetti più interessanti dell'analisi di Polya dell'analogia è che essa compare sia nel processo di scoperta sia processo di giustificazione di una ipotesi. Nel processo di giustificazione, in particolare, essa serve ad incrementare la fiducia e la credibilità dell'ipotesi che può, a sua volta, essere stata generata per via analogica. Come vedremo, questa doppia valenza dell'analogia può assumere un ruolo ancora più forte.

5. *Probabilità e analogia*

Il problema che l'analogia pone all'intero approccio di Polya alla plausibilità è duplice. Da una parte riguarda la natura del supporto che le premesse conferiscono alla conclusione candidata: è infatti esso probabilistico o quanto meno esprimibile in termini probabilistici? Dall'altra riguarda la giustificazione che può essere conferita ad una congettura mediante il processo di confronto con la conoscenza (analoga) esistente. Sia intesa come mezzo di scoperta, sia come mezzo di giustificazione, l'analogia apre dunque una questione critica e l'assenza di un adeguato approfondimento probabilistico della nozione di "analogo" e "analogia" rappresenta una lacuna essenziale dell'approccio di Polya al problema della plausibilità.

Tuttavia questa mancanza non è affatto casuale; anzi a rigore non è affatto una mancanza: non solo l'analogia impone infatti l'analisi di considerazione materiali, ma soprattutto sfugge a un processo di analisi e riduzione alla teoria della probabilità. Sebbene la descrizione dell'analogia come una forma d'inferenza "ampliativa e probabile" (Weitzenfeld 1984, 1) sia piuttosto diffusa (basti pensare che "gli argomenti analogici non devono essere classificati come validi o invalidi: la probabilità è tutto quello che si richiede in questi casi" (Copi 1972, 387)), in realtà "né la teoria classica della probabilità né quella moderna sono state in grado di dare una descrizione soddisfacente e una giustificazione all'inferenza per analogia" (Carnap 1950, 569-570). Logica e probabilità non sono in grado di rendere conto in modo efficace della complessità del processo d'inferenza analogica. Innanzitutto essa si presenta sotto varie forme (Cellucci 2002, 243-250): l'analogia può articolarsi secondo una varietà di modelli, nessuno dei quali può essere giustificato per via probabilistica. L'inferenza candidata per via analogica non riceve alcun sostegno probabilistico dalle sue premesse. I criteri via via introdotti per giustificare l'inferenza analogica (come la similarità, la rilevanza, le strutture determinanti) non riescono infatti ad assolvere a questo compito fino in fondo: a meno di concepire l'analogia come un isomorfismo tra strutture (e quindi ridurre il transfer analogico di proprietà dalla fonte all'obiettivo ad una forma di deduzione) non esiste una giustificazione al salto analogico. Il maggior o minore grado di similarità (è questo il senso in cui Polya intende l'analogia), la maggiore o minore rilevanza delle proprietà messe in gioco nell'analogia, la presenza di "strutture determinanti" non rende più o meno probabile un'analogia. Non è possibile pensare e rendere conto in senso probabilistico della plausibilità dell'inferenza analogica, sia intesa come mezzo per generare ipotesi, sia intesa come mezzo per giustificare un'ipotesi o una congettura. L'analogia è senza ombra di dubbio utile, fertile e feconda (anche se a lungo andare può risultare un vero e proprio non senso e configurare veri e propri stalli teorici), ma non fornisce alla conclusioni che candida alcuna probabilità. Essa rimane semplicemente una forma d'inferenza plausibile, dove plausibile non può essere ridotto e interpretato in termini probabilistici. La verifica di una conseguenza e la verifica di un risultato analogo non possono dunque essere posti sullo stesso piano.

Un'altra caratteristica particolarmente interessante dell'inferenza analogica, che emerge chiaramente nel corso degli esempi discussi precedentemente, è la sua natura multipla: la possibilità di dare luogo ad "analogie in cui *più di un fonte analoga* è usata per ragionare su un obiettivo analogo" (Shelley 2003, 3). Infatti "una conclusione analogica da molti casi paralleli è più forte di una da pochi casi" (Polya 1957, 43), o da uno solo. Un'analogia multipla non è una semplice concatenazione di analogie singole "nel senso che solo una fonte analogica è usata nella comparazione" (Shelley 2003, 4), ma è una comparazione in cui più fonti, contemporaneamente, interagiscono in modo strutturato a candidare la conclusione per l'obiettivo analogo. Ciò significa che la quantità di fonti disponibili non è tutto per l'analogia multipla: anzi "la qualità è ancora più importante, qui, della quantità. Analogie dal taglio chiaro hanno un peso maggiore di vaghe similarità, istanze assemblate sistematicamente contano di più di collezioni casuali di casi" (Polya 1957, 43). L'analogia multipla ha il merito di mostrare in modo paradigmatico come questa forma d'inferenza plausibile possa essere contemporaneamente sia uno strumento di scoperta sia uno strumento di giustificazione. Nei processi d'inferenza per analogia multipla infatti "la stessa analogia può servire entrambi gli scopi" (Shelley, 2003, 86). Come mostrato da Shelley, esistono esempi di scoperte scientifiche (Shelley 2003, sezione 4.3) in cui l'analogia multipla interviene sia nel processo di generazione dell'ipotesi, sia nel processo di conferma dell'ipotesi generata. Allora se il compito dell'analogia è quella di fornire credibilità ("confidence") all'ipotesi candidata, nel senso che "misura quanto probabile è che qualsiasi successiva fonte analoga che aderisce al target sosterrà la stessa conclusione sostenuta dalla precedenti fonti" (ivi, 29), e si accetta questa pratica come legittima, segue che la distinzione dell'empirismo logico "di scoperta e giustificazione quali fasi indipendenti della ricerca deve essere abbandonata" (ivi, 134). Quindi non solo l'inferenza analogica, soprattutto nella sua versione multipla, non fornisce alcun sostegno probabilistico alla conclusione che candida, sia che essa intervenga nella fase della scoperta sia nella fase della giustificazione, ma sembra inficiare questa stessa distinzione. L'analogia fa così giustizia di questa "rappresentazione distorta" (Cellucci 2002, 147) e mostra come "la scoperta non si colloca in una prima fase della ricerca matematica a cui poi ne fa seguito un'altra, quella della giustificazione, ma copre l'intero suo arco" (Cellucci 2002, 146). La scoperta non è infatti un processo casuale, ma la generazione di ipotesi plausibili "cioè compatibili con la conoscenza esistente" (*idib.*), e "per vedere se le ipotesi sono compatibili con la conoscenza esistente si devono esaminare le ragioni pro e contro di esse, questo esame viene condotto basandosi su fatti cha avvalorano le ipotesi o le screditano. Di conseguenza i processi attinenti alla scoperta sono inseparabili da quelli attinenti alla giustificazione" (*ibid.*). Dunque una teoria che voglia aspirare a elaborare modelli generali dell'inferenza plausibile deve trattare tanto il processo di giustificazione quanto quello di scoperta.

6. La credibilità

Il teorema di Bayes è il cardine intorno al quale Polya fissa anche un'altra distinzione fondamentale all'interno di una teoria della plausibilità: quella tra la nozione di *credibilità* e di *probabilità*. Alla luce della concezione epistemologica della probabilità adottata da Polya, tale distinzione riceve tuttavia un trattamento del tutto simile a quello riservato alla plausibilità: essa può essere in ultima analisi interamente trattata in termini probabilistici. Infatti, sebbene "credibilità e probabilità siano definite in modo del tutto differente" (Polya, 1954, II, 129), la credibilità può essere concepita come una probabilità condizionata Pr{*E/H*} e quindi "avere un valore numerico, uguale alla probabilità che un evento del tipo predetto da *E* accadrà, computata sulla base dell'ipotesi statistica H" (ivi, 132).

La probabilità, nella sua interpretazione epistemologica, funge così da fondamento sia per la nozione di credibilità sia per quella di plausibilità, conducendo ad una sostanziale sovrapposizione dei due concetti: quando abbiamo a che fare con la plausibilità di una congettura *A*, abbiamo infatti a che fare con "l'attendibilità di questa congettura *A*, la forza dell'evidenza a favore di *A*, la nostra fiducia in *A*, il grado di credenza che dovremmo avere in *A*, in breve la *credibilità della congettura A*" (ivi, 116).

E' così ovviamente possibile procedere alla rappresentazione della credibilità in termini probabilistici, semplicemente riadattando il teorema di Bayes mediante la sostituzione della notazione della probabilità (*Pr*) con quella della credibilità (*Cre*).

7. I limiti dell'approccio di Polya

L'approccio di Polya alla nozione di plausibilità e le sua risposte alle domande cruciali per una teoria della plausibilità sono chiare e ben delineate. In particolare si ha che:

1) la plausibilità è nozione deputata a trattare le forme di ragionamento euristico, per sua natura empirico, sperimentale, provvisorio, azzardato;
2) una ipotesi è plausibile quando è *credibile*, ossia quando le sue conseguenze si accordano con la conoscenza esistente o con altra conoscenza plausibile (secondo certi principi o modelli);
3) il suo ambito di applicazione non è solo quello del discorso quotidiano, ma concerne la scienza in generale, spaziando dalla fisica sperimentale alla matematica. Infatti "matematici e fisici pensano in modo simile; essi sono guidati, e talvolta sviati, dagli stessi modelli di ragionamento plausibile" (Polya 1959, 384);
4) il ragionamento plausibile ha le sue proprie regole (i modelli 1-5), diverse da quella del ragionamento deduttivo, e una sua logica;
5) la logica del ragionamento plausibile può essere espressa e fondata

probabilisticamente: la plausibilità si riduce in ultima analisi ad un opportuna versione ed interpretazione (quella qualitativa epistemologica) del calcolo probabilistico. Di fatto, plausibilità e probabilità sono indistinguibili, in quanto la prima può essere ridotta alla seconda;

6) tuttavia il ragionamento plausibile non è sottoposto al rispetto di una *condizione metrica*, ossia non è sempre possibile e necessario esprimere e confrontare numericamente la plausibilità di due diverse congetture.

La questione se il concetto di probabilità, e i modelli ad essa associato, sia in grado di rendere conto e cogliere la natura della logica del ragionamento plausibile è un questione controversa. La soluzione adottata da Polya, quella di fare ricorso alla teoria della conferma bayesiana per giustificare la sua concezione del ragionamento plausibile, è dunque altrettanto controversa. La concezione probabilistica praticata da Polya risente infatti di tutte le assunzioni e le limitazioni proprie della concezione bayesiana.

Essa tratta la plausibilità come ragionamento su gradi di credenza che soddisfano gli assiomi del calcolo probabilistico, e si attiene al quadro classico trattando l'allocazione della credenza globale come una teoria mono-dimensionale *a somma uno*, escludendo così tutta una classe di fenomeni che ineriscono in modo essenziale al ragionamento plausibile. La concezione di Polya è dunque di natura fortemente riduzionistica e arriva a trattare il ragionamento plausibile come una forma di inferenza probabilistica.

Inoltre non si può non rilevare una scollatura tra, da una parte, le premesse e gli obiettivi dell'indagine di Polya e dall'altra i risultati ottenuti e le posizioni assunte. Se l'approccio probabilistico di Polya coglie un nodo critico della teoria della plausibilità quando dichiara la necessità di distinguere "plausibile" da "probabile" e "credibile" e mettere ordine all'interno di una costellazione di concetti e termini tra loro molto ambigui, non è possibile non rilevare, in ultima analisi, che "filosofi come Russell (1948) hanno rimarcato come la probabilità matematica si applichi solo ad alcune istanze del ragionamento plausibile, ma le loro descrizioni dei ragionamenti plausibili non probabilistici tende ad essere verbale e impressionistico, non formale. Anche George Polya si rivolge alla probabilità matematica quando ha tentato una descrizione formale piuttosto che impressionistica del ragionamento plausibile in matematica" (Shafer e Pearl, 1990, 652).

Tuttavia, pur nei suoi limiti, l'approccio di Polya rimane non solo un esempio paradigmatico della concezione probabilistica della plausibilità, ma un momento saliente della costruzione di una teoria generale della palusibilità. Come vedremo in dettaglio, gli altri approcci probabilistici possono essere guardati come semplici varianti del nucleo della teoria di Polya della plausibilità (l'uso della teoria della probabilità): esse si sviluppano modificando alcune delle condizioni iniziali del sistema, come ad esempio la monodimensionalità o la regola di composizione, ma non arrivano a sovvertire l'orizzonte concettuale fissato nella teoria di Polya. Anzi, per molti versi la sua descrizione rimane più ricca e feconda, come testimonia l'attenzione rivolta al ragionamento analogico e che è assente, e non caso visto i problemi che apre, nelle altre trattazioni della plausibilità (e non solo di carattere probabilistico). Tuttavia il limite principale della concezione di Polya dell'analogia rimane quello di aver colto l'importanza del ruolo della plausibilità nel processo di scoperta ma non aver esteso la propria indagine in questa direzione. Ovviamente ciò non è possibile da un'ottica essenzialmente probabilistica. L'approccio di Polya può dunque essere guardato come un'occasione mancata sia per superare una concezione probabilistica della plausibilità sia per introdurre la plausibilità nella fase della scoperta scientifica (e quindi tentare di elaborare strumenti per trattarla razionalmente).

4
La teoria di Dempster-Shafer

1. La concezione della plausibilità della teoria dell'evidenza di Dempster-Shafer

La teoria dell'evidenza di Dempster-Shafer (DS) ha come obiettivo esplicito il superamento dei limiti della concezione bayesiana e la relativa visione dell'inferenza plausibile, legati ad alcune sue assunzioni controverse. Considerata come "probabilmente la più popolare (e concettualmente chiara)" (Castelfranchi e al. 1993, 3) trattazione del ragionamento sotto condizioni di incertezza, essa vanta un ampio spettro di applicazioni pratiche nei domini più diversi. Inoltre propone un modello concettuale piuttosto chiaro di cosa si debba intendere per plausibile e come sia possibile modellare le forme d'inferenza plausibile.

La concezione bayesiana rappresenta il punto di partenza della trattazione della nozione di plausibilità della teoria DS: con essa condivide infatti l'idea che il ragionamento plausibile sia una forma di ragionamento incerto in quanto condotto a partire da fonti che forniscono informazioni dotate di attendibilità, ma non di certezza. In particolare essa "include la teoria bayesaina come un caso speciale e quindi conserva almeno alcune delle attrattive di quella teoria" (Shafer, 1976, 4). Tuttavia, come ho avuto modo di sottolineare, la concezione bayesiana offre un risposta precisa al problema dell'allocazione della credenza globale: essa è infatti una teoria monodimensionale a somma una e quindi distribuisce la credenza in modo che "avere un grado di credenza in una proposizione è affidare una porzione della credenza di qualcuno ad essa" (ivi, 35) , e in più "quand'anche qualcuno affida solo una porzione della credenza a una proposizione, deve affidarne la rimanente alla sua negazione" (*idib.*). Conseguentemente la visione bayesiana non è dunque in grado di "distinguere tra mancanza di credenza e miscredenza. Essa non consente di accordare una certa credenza ad una proposizione senza accordare la rimanente credenza alla negazione della proposizione" (ivi, 23).

Se è vero che "dovrebbe essere sottolineato che non c'è alcuna novità nel criticare la teoria bayesiana per la sua incapacità di rappresentare l'ignoranza" (ivi, 25), ciò nonostante la teoria DS riesce e trarre proprio da questa critica e dalla discussione del problema dell'allocazione della credenza totale una direzione nuova nell'indagine sull'inferenza plausibile. Infatti essa mira esplicitamente a svilupparsi secondo quella che ritiene una "immagine più flessibile e realistica" (ivi, 35) dell'allocazione della credenza, che le consente di dare vita ad una contributo non solo fecondo e originale, ma paradigmatico alla costruzione di un modello probabilistico dell'inferenza plausibile. La teoria DS rinuncia dunque alla rappresentazione monodimensionale della credenza, per effetto della quale si decide di rinunciare ad assegnare automaticamente la rimanente porzione di credenza alla negazione di una proposizione cui si è affidata una porzione di credenza. Credere in una certa misura alla proposizione A non implica dunque credere alla sua negazione nella misura della rimanente credenza. Infatti "una porzione di credenza può essere affidata ad una proposizione, ma non è necessario che sia affidata o ad essa o alla sua negazione" (ivi, 37). Essa ammette dunque la possibilità di fare ricorso a due distinti valori per esprimere sia la credenza in una certa proposizione sia la credenza nella sua negazione. Per illustrare questa differenza tra teoria bayesiana e teoria DS, si supponga di avere una probabilità soggettiva (ossia una credenza) riguardo l'attendibilità di una certa fonte *f* e poniamo che tale credenza sia pari allo 0.75. Nella visione classica bayesiana, la credenza che *f* non sia attendibile è, per le condizione di monodimensionalità e di somma uno, pari a 0.25 (= 1 - 0.75). Si supponga ora che la fonte *f* asserisca che 'un certo evento *e* si sia verificato'. Secondo la visione di Dempster-Shafer questa proposizione "deve essere vera se essa (la fonte, *ndr*) è affidabile, ma non è necessariamente falsa se essa è non affidabile" (Shafer 1990, in Pearl 1990). Essa testimonia semplicemente con un grado di credenza pari a 0.75 che l'evento *e* sia accaduto, ma con un grado di credenza nullo, e non pari a 0.25 come vorrebbe la visione standard bayesiana, che *e* non sia accaduto: essa non è dunque in grado di dirci nulla sulla distribuzione della rimanente porzione di credenza.

La teoria DS offre così una diversa interpretazione funzionale dello zero probabilistico: esso non sta a significare che si è sicuri che l'evento *e* non sia accaduto, come avviene nell'interpretazione standard della teoria della probabilità, ma semplicemente che la fonte *f* non fornisce alcuna ragione per credere che *e* non si sia verificato. Una funzione di credenza della teoria DS veicola perciò sempre due valori, relativi ad una proposizione e alla sua negazione, che vanno espressamente indicati e che sono del tutto indipendenti. Perciò "un adeguato resoconto dell'impatto dell'evidenza su una particolare proposizione A deve includere almeno due elementi informativi: un rapporto su quanto A è ben sostenuta, e un rapporto su quanto la sua sua negazione ¬A è ben sostenuta" (Shafer 1976, 144). I due valori sono comunque connessi dal rispetto del vincolo posto dalla condizione di somma uno: la credenza totale non può dunque superare l'unità.

2. *Credenza e plausibilità*

La teoria DS prende le mosse da quello che si suole definire una struttura di discernimento o universo del discorso *u*, ossia una serie di alternative mutuamente esclusive. La teoria DS associa ai sottoinsiemi di *u*, che rappresentano proposizioni, un assegnazione probabilistica di base, una funzione di credenza e una funzione di plausibilità. Un'assegnazione di probabilità di base, m: $2^u \to [0,1]$, associa ad elementi di *u* numeri reali ed è tale che $m(\varnothing) = 0$ e $\sum_{A \subseteq u} m(A) = 1$. Essa rappresenta ed esprime numericamente la forza di una qualche evidenza, l'esatta credenza che un agente ha in una proposizione *A*.

Mediante l'assegnazione di base di probabilità, la teoria DS non solo permette di distinguere chiaramente tra la nozione di credenza e la nozione di plausibilità, ma ne offre una rappresentazione esplicita in termini di funzioni probabilistiche.

Una funzione m: $2^u \to [0,1]$ è infatti detta funzione di credenza, *Cre*, quando soddisfa le seguenti condizioni:

$Cre(\varnothing) = 0$;

$Cre(u) = 1$;

e, per qualsiasi collezione $A_1,\ldots,A_n$ di sottoinsiemi di *u*, si ha che

$$Cre(A_1,\ldots,A_n) \geq \sum_{I \neq \varnothing, I \subseteq \{1,\ldots,n\}} (-1)^{|I|+1} Cre\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right).$$

Una funzione di credenza permette di allocare ad ogni sottoinsieme di *u*, ossia una proposizione, una certa porzione della credenza totale. Dunque assegnazione di base di probabilità e funzione di credenza sono legate in modo biunivoco: ad una funzione di credenza è associata una ed una sola assegnazione base di probabilità e viceversa ad una assegnazione di base di probabilità corrisponde una ed una sola funzione di credenza. Questo legame è espresso dalle seguenti relazioni:

$Cre(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$, per ogni A⊆B;

$m(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A-B|} Cre(B)$.

Esse stabiliscono che sia l'assegnazione di base sia la funzione di credenza veicolano la stessa informazione. In particolare la nozione di credenza formalizzata dalla funzione *Cre* ha il compito di riassumere tutte le ragioni esplicite per credere in una proposizione *A*.

A questo punto è possibile definire la plausibilità. Innanzitutto bisogna osservare che "una proposizione è plausibile alla luce dell'evidenza fino al punto in cui l'evidenza non sostiene il suo contrario" (Shafer 1976, 37). Quindi si introduce la funzione dubbio, *Dub*, ponendola come uguale a *Cre*(¬A) dove ¬A è il complemento di A in *u* e si definisce la funzione di plausibilità, *Pl*, come *Pl*(A) = 1 – *Dub*(A) = 1 - *Cre*(¬A). La funzione di plausibilità esprime dunque quanto si dovrebbe credere nella proposizione A se tutti i fatti non conosciuti allo stato attuale sostenessero A. Essa è dunque un valore probabilistico limite: esprime il valore probabilistico massimo che si può allocare verso una proposizione A: in particolare "misura la massa totale di credenza che può essere mossa verso A"(Dezert 2002, 16). Il limite inferiore corrisponde invece alla funzione di credenza, e quindi vale la relazione *Cre*(A) ≤ *Pl*(A). La differenza tra credenza e plausibilità si riflette anche a livello funzionale: infatti la funzione di credenza "è spesso zero per tutte o quasi le proposizioni atomiche in domini complessi, a meno che un largo numero di prove siano disponibili. Invece la plausibilità, *Pl*, generalmente fornisce qualche discriminazione anche quando l'evidenza è sparsa. Quindi *Pl* è una guida più robusta per prendere decisioni rispetto a *Cre*" (Barnett 1991, 599). La funzione di credenza può così rivelarsi uno strumento efficace per determinare e massimizzare le decisioni in situazioni in cui l'informazione è incompleta e frammentaria.

L'altra grande differenza tra teoria beysiana e teoria DS viene sancita dalla modalità di combinazione dell'evidenza, ossia dalla regola d'aggiornamento della credenza alla luce della nuova evidenza. Alla regola bayesiana corrisponde infatti nella teoria DS la regola di combinazione, anche detta 'somma ortogonale'. Essa "fornisce un metodo per cambiare predenti opinioni alla luce di nuove evidenze: noi costruiamo una funzione di credenza per rappresentare la nuova evidenza e combinarla con la nostra 'precedente' funzione di credenza – ovvero con la funzioni di credenza che rappresenta la nostra precedente opinione" (Shafer 1976, 25). Essa asserisce che date due assegnazioni di base di probabilità m_1 e m_2 sullo stesso universo *u*, la loro somma ortogonale $m = m_1 \otimes m_2$ godrà delle seguenti proprietà:

$m(\emptyset) = 0$

$m(A) = K \sum_{X \cap Y} m_1(X) \otimes m_2(Y)$,

dove $K^{-1} = 1 - \sum_{X \cap Y} m_1(X) \otimes m_2(Y) = \sum_{X \cap Y \neq \emptyset} m_1(X) \otimes m_2(Y)$, per A ≠ 0.

Se $K^{-1} = 0$, allora la somma ortogonale non esiste e dunque le fonti sono in totale contraddizione. Questa operazione inoltre soddisfa la proprietà associativa, $m_1 \otimes (m_2 \otimes m_3) = (m_1 \otimes m_2)$

$\otimes m_3$, e commutativa, $m_1 \otimes m_2 = m_2 \otimes m_1$. La regola combinativa di DS, come la regola bayesiana, fornisce un "metodo per cambiare precedenti opinioni alla luce di nuova evidenza" (*ibid.*), tuttavia differentemente da questa, "la principale caratteristica di questa regola è la simmetria con cui essa tratta sia la nuova sia la precedente evidenza sulla quale si basa l'opinione prima della prova, che invece ha un peso maggiore nella regola bayesiana" (*ibid.*). La regola di DS combina le evidenze, la regola di Bayes le pone in rapporto di condizione. In particolare, nell'inferenza bayesiana il cambiamento di opinione avviene mediante la combinazione della nuova evidenza, espressa sotto forma di una proposizione, e la *precedente credenza bayesiana* su quella proposizione; nel caso della somma ortogonale, entrambe le evidenze sono rappresentata mediante funzioni di credenza e "il risultato non dipende da quale prova è nuova e quale è la vecchia" (*idib.*).

Si supponga ora di avere il seguente universo u e la seguente assegnazione di base di probabilità:

$u = \{A,B,C\}$,
$m(\{A\}) = 0.3$,
$m(\{A, B\}) = 0.2$,
$m(\{A, B, C\}) = 0.5$,

e si proceda ora alla determinazione dei valori di alcune delle funzioni definite in precedenza:

$Cre(\{A\}) = 0.3$,
$Cre(\{A, B\}) = 0.3 + 0.2 = 0.5$,
$Cre(\{A, C\}) = 0.3$,
$Cre(\{A, B, C\}) = 0.3 + 0.2 + 0.5 = 1$,

da cui otteniamo

$Dub(\{A\}) = Cre(\{\neg A\}) = Cre(\{B,C\}) = 0$,
$Dub(\{A, B\}) = Cre(\{C\}) = 0$,
$Dub(\{A, C\}) = Cre(\{B\}) = 0$,
$Dub(\{A, B, C\}) = Cre(\{\emptyset\}) = 0$,

e dunque

$Pl(\{A\}) = 1 - Cre(\{B,C\}) = 1$,
$Pl(\{A, B\}) = 1 - Cre(\{C\}) = 1$,
$Pl(\{A, C\}) = 1 - Cre(\{B\}) = 1$,
$Pl(\{A, B, C\}) = 1 - Cre(\{\emptyset\}) = 1$.

Per mostrare il funzionamento della regola di combinazione si consideri invece il seguente esempio. Si abbia un universo u = {(**C**)rescita, (**D**)iminuzione}, relativo al comportamento di una borsa valori B per il giorno s, e di avere due distinte fonti d'informazione f_1 e f_2 che offrono due previsioni diverse, ossia due assegnazioni di probabilità di base diverse:

$m_1(C) = 0.80$ $m_1(D) = 0.12$ $m_1(C \cup D) = 0.08$
$m_2(C) = 0.90$ $m_2(D) = 0.02$ $m_2(C \cup D) = 0.08$

Da esse, per applicazione delle regola di combinazione, otteniamo che:

$$K = 1- m_1(C)*m_2(D) + m_2(C)*m_1(D) = 1 - 0.108 - 0.016 = 0.876,$$

e quindi:

$$m(C) = m_1 \otimes m_2(C)/K \quad = m_1(C)*m_2(C)+m_1(C)*m_2(C \cup D)+m_2(C)*m_1(C \cup D)/K$$
$$= 0.72 + 0.072 + 0.064 / K \approx 0.977,$$

$$m(D) = m_1 \otimes m_2(D)/K \quad = m_1(D)*m_2(D)+m_1(D)*m_2(C \cup D)+m_2(D)*m_1(C \cup D)/K$$
$$= 0.024 + 0.096 + 0.016 / K \approx 0.016,$$

e

$$m(C \cup D) = m_1 \otimes m_2(C \cup D)/K \quad = m_1(C \cup D)*m_2(C \cup D)/K$$
$$= 0.0064/K \approx 0.007$$

Come è lecito attendersi, la fusione delle fonti produce una previsione che rinforza la convinzione, già espressa da entrambe singolarmente, che il giorno *s* la borsa *B* chiuderà in rialzo (C), supposto che entrambe le fonti siano ugualmente attendibili.

3. *Alcuni limiti della teoria DS*

La regola di combinazione DS produce una fusione dell'evidenza che "consente di costruire descrizioni del ragionamento probabile più modeste delle descrizioni bayesiane ma più fedeli al modo in cui gli esseri umani di fatto pensano" (ivi, 26). Tuttavia essa denuncia limiti strutturali ben noti: anche in situazioni piuttosto semplici essa può infatti generare risultati completamente inaspettati e contro-intuitivi, tali da limitarne fortemente l'efficacia. Si prenda infatti in esame la seguente situazione (Zadeh 1979): due medici esaminano lo stesso paziente e sulla base degli esami esso è affetto o da meningite (M) o da commozione cerebrale (C) o da tumore al cervello (T). Tuttavia essi elaborano due diagnosi completamente diverse: infatti, pur essendo d'accordo su una scarsa probabilità del tumore, essi divergono sulle altre due. In particolare il primo medico, m_1, ritiene che si tratti quasi certamente di meningite, il secondo, m_2, ritiene che si tratti quasi sicuramente di commozione. Si rappresenti la situazione nel modo seguente:

$$m_1(\mathrm{M}) = 0.99 \quad m_1(\mathrm{T}) = 0.01 \quad m_2(\mathrm{C}) = 0.99 \quad m_2(\mathrm{T}) = 0.01;$$

dall'applicazione della somma ortogonale ricaviamo:

$$m(\mathrm{T}) = m_1 \otimes m_2\,(\mathrm{T}) = \frac{0.0001}{1-0.0099-0.0099-0.9801} = 1,$$

che significa che il paziente è affetto con certezza da tumore. Una tale previsione, del tutto inaspettata, è il risultato del fatto che "le due prove (i medici) concordano che il paziente non soffre di tumore, ma sono quasi in totale contraddizione circa le altre cause della malattia" (Dezert 2002, 20). Quindi "questo semplice ma pratico esempio mostra le limitazioni dell'uso pratico della teoria DS nel ragionamento automatico" (*idib.*) e suggerisce che "alcune estreme precauzioni sul grado di conflitto delle fonti devono sempre essere prese prima di effettuare una decisione definitiva basata sulla regola di combinazione di Dempster" (*ibid.*). Tuttavia l'elenco delle limitazioni della teoria DS non si esaurisce con l'esempio di Zadeh (ad esempio si veda Blackman 2000), con la conseguenza che la validità e l'efficacia di questa teoria ne risente in modo essenziale, nonostante goda di applicazioni in ogni settore scientifico.

La teoria DS fornisce dunque un quadro preciso della nozione di plausibilità:

1) la plausibilità è deputata a trattare situazioni d'incertezza, in cui fonti forniscono informazioni attendibili ma non certe;
2) l'incertezza è dunque relativa alla premesse del ragionamento e non ai metodi;
3) la plausibilità è esplicitamente definita come una funzione probabilistica su gradi di credenza;
4) in particolare un'ipotesi *i* è plausibile fino al punto in cui non esistono evidenze che testimoniamo contro *i*;
5) plausibilità e credibilità sono chiaramente distinte e svolgono due funzioni differenti: la prima rappresenta un valore probabilistico limite che esprime quanto si dovrebbe credere nella proposizione *A* se tutti i fatti non conosciuti allo stato attuale sostenessero *A*; la seconda esprime tutte le ragioni esplicite per credere nella proposizione *A;*
6) il ragionamento plausibile ha le sue proprie regole, diverse da quelle della logica deduttiva, ed una sua logica, che può essere esplicitata;
7) la logica del ragionamento plausibile può essere rappresentata da una opportuna variante del calcolo probabilistico.

La trattazione della plausibilità e dell'inferenza plausibile sviluppata dalla teoria DS permette dunque di superare alcuni dei limiti propri della visione basata sul bayesianesimo, mediante il potenziamento di alcune delle assunzioni del sistema probabilistico, come la monodimensionalità o la regola di fusione dell'evidenza. Tuttavia essa denuncia altrettanti limiti di natura sia interna sia esterna.

Da una parte infatti, anche in situazioni piuttosto semplici, dà luogo a comportamenti del tutto "abnormi", o comunque inaspettati e devianti proprio rispetto "al modo in cui gli esseri umani di fatto pensano" (Shafer 1979, 26), ossia riguardo uno degli aspetti che dichiara di voler migliorare rispetto alla visione bayesiana.

Dall'altra essa si concentra solo sul problema dell'incertezza delle premesse, e non prende in esame il problema dell'incertezza dei metodi cercando di render conto di processi inferenziali incapaci di trasmettere la verità. Di conseguenza anche il problema del ruolo della plausibilità nel processo di formazione delle ipotesi e della loro scoperta viene escluso dalla sua trattazione.

5
La concezione della teoria DSm

1. La teoria di Dezert-Smarandache

La teoria del ragionamento plausibile sviluppata da Dezert e Smarandache offre l'occasione per analizzare, attraverso un esempio paradigmatico, la linea storico-concettuale e le modalità lungo le quali continua ad articolarsi l'approccio di carattere probabilistico alla plausibilità: essa viene dunque qui discussa quale esemplare di una precisa tendenza.

La teoria nasce e si sviluppa infatti come un tentativo esplicito di superare alcune difficoltà della teoria D-S attraverso il raffinamento delle assunzioni e degli strumenti propri dei modelli concettuali che l'hanno preceduta. Si consideri infatti la seguente semplice situazione (Blackman 2000). Nell'universo del discorso con due soli tipi di attributi $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ e dato un problema di assegnazione per un solo attributo e due tracce (T_1, T_2) tali che

$m_{T1}(\theta_1) = 0.5$ $\quad m_{T1}(\theta_2) = 0.5$ $\quad m_{T1}(\theta_1 \cup \theta_2) = 0$
$m_{T2}(\theta_1) = 0.1$ $\quad m_{T2}(\theta_2) = 0.1$ $\quad m_{T2}(\theta_1 \cup \theta_2) = 0.8$

si supponga che una successiva osservazione degli attributi del sistema, Z, produca la seguente assegnazione:

$m_Z(\theta_1) = 0.5$ $\quad m_Z(\theta_2) = 0.5$ $\quad m_Z(\theta_1 \cup \theta_2) = 0$

Essa coincide dunque alla perfezione con la prima osservazione, T_1, e di conseguenza differisce da quanto predetto dall'osservazione T_2. Tuttavia, se si ricorre alla teoria D-S per risolvere questa situazione e stabilire quale sia l'assegnazione più plausibile alla luce della nuova evidenza, si entra in una situazione di stallo totale. Infatti applicando la regola della somma ortogonale, si ottiene:

$$m_{Z\,T1}(\theta_1) = \frac{0.250 + 0 + 0}{1 - 0.250 - 0.250 - 0 - 0} = 0.5 \qquad m_{Z\,T1}(\theta_2) = 0.5 \qquad m_{ZT1}(\theta_1 \cup \theta_2) = 0$$

$$m_{Z\,T2}(\theta_1) = \frac{0.05 + 0.4}{1 - 0.05 - 0.05} = 0.5 \qquad m_{Z\,T1}(\theta_2) = 0.5 \qquad m_{ZT1}(\theta_1 \cup \theta_2) = 0$$

Entrambe le predizioni conducono allo stesso risultato e dunque non è possibile scegliere un via più plausibile dell'altra. Entrambe godono dello stessa affidabilità ed offrono le stesse previsioni.

Questa situazione non può dunque essere trattata con l'apparato dell teoria D-S, neanche ricorrendo alla ricerca del minimo peso nel conflitto tra le fonti (vedi Dezert 2002), come richiesto dal controesempio di Zadeh. Essa necessita di altre regole *ad hoc* (Blackman 2000, ad esempio, ne suggerisce una), che tuttavia non fanno altro che indebolire l'efficacia del modello di ragionamento plausibile fornito dalla teoria D-S.

La teoria di Dezert risale dunque alle assunzioni che stanno alla base di queste difficoltà e le modifica in modo da ottenere un sistema di inferenza plausibile che permetta di trattarle adeguatamente all'interno di un quadro probabilistico. L'approccio Dezert muove dall'osservazione che "questa teoria, (D-S), è troppo limitata poiché è fondata sui due seguenti vincoli restrittivi:

C1) la DST (teoria D-S, ndr) considera un universo del discorso discreto e finito basato su un insieme di elementi basici esustivi ed esclusivi

C2) le evidenze sono assunte come indipendenti (ogni fonte d'informazione non prende in considerazione la conoscenza dell'altra fonte) e fornisce una funzione di credenza sull'insieme potenza 2^{Θ} "(Dezert 2002, 23).

La teoria di Dezert mette in discussione proprio questi due principi e tenta una generalizzazione che comprende sia le teoria bayesiana sia la teoria D-S. Infatti "la nostra nuova teoria può essere interpretata come come una generale e diretta estensione della teoria della probabilità e la teoria D-S nel senso seguente". Si assuma un semplice universo del discorso $\Theta = \{h_1, h_2\}$, che comprende dunque solo due ipotesi sulle quali non gravi alcuna condizione; allora si ha che:

a) la teoria della probabilità, compresa la teoria bayesiana, tratta assegnazioni probabilistiche $m(.) \in [0.1]$ tali che $m(h_1) + m(h_2) = 1$;
b) la teoria D-S estende la teoria della probabilità con assegnazioni di credenza $m(.) \in [0.1]$ tali che $m(h_1) + m(h_2) + m(h_1 \cup h_2) = 1$;
c) la teoria di Dezert "estende le precedenti teorie ammettendo la possibilità di informazioni paradossali" (ivi, 26), trattando assegnazioni base di credenza $m(.) \in [0.1]$ tali che $m(h_1) + m(h_2) + m(h_1 \cup h_2) + m(h_1 \cap h_2) = 1$.

Innanzitutto a fondamento dell'approccio di Dezert viene posto il rifiuto del principio del terzo escluso e, conseguentemente, esso permette la presenza di informazioni paradossali. Da ciò segue una definizione diversa dell'universo del discorso, mediante l'introduzione dell'insieme iper-potenza, I^{Θ}. Se nella teoria della probabilità e D-S l'universo del discorso viene definito a partire dal'insieme potenza $P(\Theta) = 2^{\Theta}$, ossia l'insieme di tutti i sottoinsiemi propri di Θ dove tutti gli elementi sono disgiunti, nella teoria di Dezert l'insieme iper-potenza comprende come sottoinsiemi propri tutte le possibili combinazioni con gli operatori $\cap$ e $\cup$. Dunque si ha che se $\forall A,B \in I^{\Theta}$, allora $(A \cup B) \in I^{\Theta}$, $(A \cap B) \in I^{\Theta}$. In questo modo la teoria di Dezert può trattare situazioni di incertezza più complesse e sfumate delle teorie che intende raffinare. Rinunciare a C1-C2 significa infatti assumere che non sia sempre possibile definire precisamente e distinguere senza ambigutà e difficoltà alcuna le ipotesi elementari dell'universo del discorso. Anzi, è difficile rispettare C1 anche "per alcuni problemi molto semplici dove ogni ipotesi elementare corrisponde ad un concetto o attributo vago o fuzzy" (ivi, 24). Per questi semplici problemi sia la teoria della probabilità sia la teoria dell'evidenza di D-S si rivelano del tutto inefficaci.

Dezert motiva la legittimità di questo approccio richiamandosi al mondo della fisica quantistica, in particolare alla questione della vera natura dei fotoni, che "ci porta ad accettare l'idea di trattare direttamente informazioni paradossali" (ivi, 25). Infatti sia l'interpretazione dei fotoni come particelle, sia la loro interpretazione come onde, sono vere: non esiste una rapresentazione unica della natura del fotone, e dunque ogni volta il comportamento di un fotone veicola informazioni paradossali.

La rinuncia all'assunzione C2 comporta invece l'accettazione dell'ipotesi che fonti indipendenti che afferiscono a diversi universi del discorso possano essere tra loro incompatibili, non "corrispondere alla stessa visione universale delle possibilità della risposta della domanda in questione" (idib.). Questa rinuncia è motivata dalla necessità di fondare una teoria dell'inferenza plausibile che sia più generale: "una teoria generale dovrebbe includere la possibilità di trattare informazioni che provengono da fonti diverse che non hanno accesso ad una interpretazione assoluta degli elementi dell'universo del discorso Θ in questione" (ibid.)

Così se da una parte l'approccio di Dezert alla plausibilità mette in discussione e rivisita apertamente alcune delle assunzioni dei precedenti modelli probabilistici del ragionamento plausibile per giungere alla gestione dei casi più controversi di controesempi della teoria D-S, dall'altra parte eredita e sviluppa alcune delle condizioni più forti delle precedenti teorie, che le impediscono di modellare alcuni aspetti fondamentali del ragionamento plausibile.

2. Credenza e plausibilità

Proprio come la teoria Dempster-Shafer, l'approccio di Dezert incorpora esplicitamente la nozione di plausibilità, dandone una definizione precisa in ambito probabilistico. Essa definisce innanzitutto la funzione di credibilità, Cre, di una proprosizione A come:

$$Cre(A) = \sum_{B \subseteq I^{\Theta}, B \subseteq A} m(B)$$

e la plausibilità come la funzione:

$$Pl(A) = \sum_{B \subseteq I^{\Theta}, B \cap A \neq 0} m(B)$$

Similmente alla teoria D-S, la credenza esprime dunque la massa probabilistica che può essere assegnata ad A, l'insieme delle ragioni che espressamente depongono a favore di A. La plausibilità, d'altra parte, non può più essere definita ricorrendo al complemento di A, come avviene nella teoria Dempster-Shafer, poiché m(¬A) non può essere valutata in modo preciso dagli operatori $\cap$ e $\cup$: agendo sull'insieme iper-potenza e trattando fonti d'informazioni potenzialmente paradossali, essi non permettono di distiguere chiaramente A e B (e quindi A e ¬A), poichè m(A∩B)>0 (e quindi m(A∩¬A)>0). Essa riassume perciò tutti i fatti "connessi" ad A, che in qualche hanno a che fare con A e che quindi possono sostenere A. La definizione di queste due funzioni nella teoria D-S è un caso limite di quello della teoria di Dezert: quello in cui le fonti d'informazioni non ammettono informazioni paradossali. Dalle definizioni di cui sopra segue che rimane valida la relazione già espressa nella teoria D-S, Cre(A) ≤ Pl(A): la plausibilità è dunque un limite superiore del valore probabilistico che una proposizione qualsiasi può assumere.

La teoria della plausibilità di Dezert concepisce il ragionamento plausibile come un modello concettuale per guidare la presa di decisioni in condizoni di incertezza, incertezza che viene definita, come abbiamo visto, in modo esteso rispetto alla teoria D-S. In particolare l'incertezza cui si riferisce Dezert estende quella concepita dalla teoria della probabilità e della teoria D-S. Una situazione, uno stato d'informazione, è "razionale" quando l'assegnazione di base m è a somma uno e la chiusura degli operatori $\cap$ e $\cup$ sugli elementi dell'universo del discorso è pari a 0; è "incerta" in senso stretto quando è a somma uno, e la chiusura dell'operatore $\cup$ può essere diversa da zero; è "paradossale" quando è a somma uno e la chiusura dell'operatore $\cap$ può essere diversa da zero; è "incerta e paradossale" quando la chiusura sia di entrambi gli operatori $\cap$ e $\cup$ può essere diversa da zero. La concezione di Dezert si spinge oltre, e rompe l'unico vincolo comune a questi stati d'informazione: la condizione della somma uno. Infatti essa contempla la possibilità di assegnazioni di base che siano diverse dall'unità, sia in eccesso ($\sum m(A) > 1$) sia in difetto ($\sum m(A) < 1$). Ed è in questo senso esteso che Dezert concepisce la nozione di incertezza, cui la sua teoria della plausibilità è chiamata a dare una sistematizzazione concettuale e formale: essa non è solo incerta e paradossale, ma può anche non essere a somma uno. In particolare "questa regola generale di fusione può anche essere usata con la logica intuizionista dove la somma delle asseganzioni di base può essere inferiore di uno e con le logiche paraconsistenti, nelle quali la somma delle assegnazioni di base può essere più grande di uno" (ivi, 33)

Anche in questo senso esteso, come nel caso di tutti gli approcci probabilistici, l'incertezza induce credenze, disposizioni che variano gradualmente e che guidano le scelte e le decisioni. Esse possono manifestarsi principalmente in due modi: a livello "pignistico" (dal latino pignus, scommessa), in cui le credenze sono utilizzate per prendere decisioni, e a livello "credale", dove le credenza sono trattenute.

La regola per combinare le credenze all'interno della teoria di Dezert è piuttosto semplice. Essa stabilisce che:

$$\forall C \in I^{\Theta}, m(C) \triangleq [m_1 \otimes m_2](C) = \sum_{A,B \in I^{\Theta}, B \cap A = C} m_1(A) m_2(B)$$

Si supponga di avere le seguenti assegnazioni di base:

$m_1(b_1) = 0.80$ $m_1(b_2) = 0.10$ $m_1(b_1 \cup b_2) = 0.05$ $m_1(b_1 \cap b_2) = 0.05$
$m_2(b_1) = 0.90$ $m_2(b_2) = 0.05$ $m_2(b_1 \cup b_2) = 0.03$ $m_2(b_1 \cap b_2) = 0.02$.

Dall'applicazione della regola di Dezert si ricavano i seguenti valori:

$$m(b_1) = m_1(b_1)m_2(b_1) + m_1(b_1)m_2(b_1 \cup b2) + m_2(b_1)m_1(b_1 \cup b2)$$
$$= 0.720 + 0.024 + 0.045 = 0.789$$

e quindi,

$m(b_2) = 0.0105$
$m(b_1 \cup b_2) = 0.0015$
$m(b_1 \cap b_2) = 0.0199$

“E’ importante notare che qualsiasi processo di fusione di fonti di informazioni produce incertezza, paradossi o più generalmente entrambi” (*ibid.*). In particolare, poiché agisce sull’insieme iper-potenza e modellizza una nozione d’incertezza estesa, questa regola, che è associativa e commutativa, produce fusioni i cui risultati non sono a somma uno: è dunque possibile che dopo il processo di fusione $\sum m(A) > 1$ o $\sum m(A) < 1$.

3. *Il superamento di alcuni limiti della teoria dell’evidenza D-S*

La teoria di Dezert assolve uno dei compiti dichiarati, quello di fornire una teoria del ragionamento plausibile più estesa e generale di quello di Dempster-Shafer, permettendo di risolvere alcune difficoltà interne della teoria D-S e di assolvere così ad uno dei compiti principali che gli approcci probabilistici attribuiscono ad una teoria dell’inferenza plausibile: quello di distinguere tra ipotesi più o meno plausibili.

Si consideri infatti nuovamente il contro-esempio di Zadeh e si proceda al calcolo della fusione delle assegnazioni di base secondo la regola di Dezert:

$m(T) = m_1(T)\, m_2(T) = 0.01*0.01 = 0.0001$
$m(M \cap C) = m_1(M)\, m_2(C) = 0.9801$
$m(M \cap T) = m_1(M)\, m_2(T) = 0.0099$
$m(C \cap T) = m_1(T)\, m_2(C) = 0.0099$,

da cui segue che

$Cre(M) = m(M \cap C) + m(M \cap T) = 0.99$
$Cre(C) = m(M \cap C) + m(T \cap C) = 0.99$
$Cre(T) = m(T) + m(M \cap T) + m(T \cap C) = 0.199$

Questa conclusione - la quale asserisce che se i due dottori sono ugualmente affidabili, allora il paziente non soffre quasi sicuramente di tumore cerebrale -, è ora “coerente con il senso comune” (ivi, 43).

4. *I limiti dell’approccio di Dezert*

L’approccio di Dezert alla teoria dell’inferenza plausibile è dunque chiaro e presenta ovviamente molti punti in comune con la teoria D-S. In particolare si ha che:

1) il ragionamento plausibile è rivolto a trattare situazioni e stati d’informazioni incerte, dove la nozione di incertezza comprende anche situazioni paradossali, al fine di fornire previsioni e permettere di valutare ipotesi e congetture che consentano di operare scelte e decisioni.

2) la nozione di plausibilità è esplicitamente definita come una funzione limite all'interno di un quadro strettamente plausibilistico: anche la teoria di Dezert concepisce il ragionamento plausibile come una forma d'inferenza probabilistica su gradi di credenze. La plausibilità non è altro che una forma di credenza probabilistica, in particolare essa esprime il massimo valore di credenza che può essere allocata nei confronti di una certa congettura o proposizione A. Il suo valore viene determinato all'interno di un quadro in cui la rappresentazione dell'incertezza è bidimensionale e per la quale non vale il vincolo della condizione della somma uno.

3) un'ipotesi A è plausibile fino al punto in cui esistono fatti connessi ad A che la contraddicono o contrastano.

4) plausibilità e credibilità di una ipotesi o una proposizione sono due nozioni distinte all'interno della teoria di Dezert, sebbene connesse. La seconda esprime la minima allocazione di probabilità che può essere attribuita ad A, la seconda il massimo valore che può essere attribuito ad A.

5) Il suo ambito di applicazione è vasto quanto quella della teoria DS.

6) Il ragionamento plausibile così definito gode di regole proprie, diverse dall'inferenza deduttiva, e di una sua logica

7) la logica dell'inferenza plausibile può essere espressa e fondata probabilisticamente: la plausibilità è infatti incorporata dalla teoria come una funzione che veicola valori di probabilità ed è in ultima analisi espressione di una opportuna variante del calcolo probabilistico.

La modellizzazione della nozione di plausibilità sviluppata dalla teoria di Dezert è piuttosto restrittiva e dagli scopi limitati. Si può infatti sostenere che la sua utilità e rilevanza attiene alla possibilità che essa offre di illustrare una latente forma di sterilità dell'approccio probabilistico all'inferenza palusibile (e le sue possibili deformazioni), piuttosto che ad un suo effettivo contributo ad una teoria del ragionamento plausibile. Essa è infatti tutta rivolta al raffinamento e alla estensione di alcune assunzioni interne alla teoria D-S, che per quanto delicate e discutibili, finiscono per impedire una visione articolata e globale dell'inferenza plausibile. Al di là del dibattitto aperto sulla sua effettiva utilità reale (essa sembra infatti essere un caso particolare più che una estensione della teoria Dempster-Shafer), questa teoria soffre di molti dei limiti già insiti nella teoria D-S e si limita ad agire su alcune delle assunzioni di base di questa teoria: modifica l'universo del discorso, rompe il vincolo della somma uno dell'allocazione della credenza, e si avvale di conseguenza di una regola di combinazione che tenga conto di questi fattori. La modifica delle assunzioni produce ovviamente degli effetti sul modello concettuale sviluppato, ma non permette un supermento dei suoi limiti. Sebbene si candidi ad una trattazione più estesa del ragionamento plausibile, l'approccio di Dezert non fa altro che contribuire a lasciarlo ancorato ad una visione fortemente riduzionistica.

Parte seconda

La concezione non probabilistica

6
La concezione non probabilistica

1. Le ragioni della concezione non probabilistica

Se la concezione probabilistica della plausibilità, richiamandosi alla tradizione scientifica che ha portato all'elaborazione del calcolo probabilistico, finisce per ridurre il problema della plausibilità a quello della ricerca di una sua adeguata rappresentazione in termini probabilistici, la concezione non probabilistica, richiamandosi ad una tradizione diversa e partendo da assunzioni diverse, mira a sviluppare un modello concettuale della plausibilità essenzialmente diverso dalla probabilità. Gli approcci non probabilistici mettono infatti in discussione, talvolta anche in modo del tutto esplicito, alcune delle assunzioni più forti dell'approccio probabilistico e producono modelli dell'inferenza plausibile che riescono a cogliere aspetti e situazioni che ineriscono essenzialmente questa forma di ragionamento e che non possono essere modellate dalla teoria della probabilità o da una sua opportuna variante. La visione non probabilistica della plausibilità è caratterizzata così da assunzioni e dall'utilizzo di strumenti, come ad esempio la logica o i protocolli d'indagine della psicologia cognitiva, che dischiudono nuove aree dell'inferenza palusibile. Essa tratta di conseguenza domini e situazioni diversi da quelli che spesso motivano la visione probabilistica.

2. La concezione deduttivista di Rescher

Tra gli approcci non probabilistici alla teoria della plausibilità un ruolo di assoluta premineneza spetta all'approccio deduttivista di Rescher. Secondo Nicholas Rescher la "teoria della plausibilità mira a fornire uno strumento razionale per trattare le dissonanze cognitive" (Rescher 1976, 1) e in ultima analisi, questa "ci porta oltre la logica e la probabilità: essa si muove dal regno del *formale* verso quello delle considerazioni '*materiali*'" (ivi, 2).

Con l'espressione "strumento razionale" Rescher intende qualcosa di molto preciso: infatti "la teoria della plausibilità fornisce un meccanismo esatto per ragionare su uno specifico aspetto delle affermazioni che noi accettiamo – o siamo inclini ad accettare – per mezzo di conoscenza o credenza" (ivi, 6). Il punto di partenza di tale trattazione è la questione "dell'*attendibilità* o *solidità probativa* delle fonti che rilasciano o autorizzano queste affermazioni" (*idib.*). Una volta accettata anche in via provvisoria, sulla base delle fonti disponibili, una certa tesi, la plausibilità sistematizza "il ragionamento sulle affermazioni in base all'attendibilità o solidità probativa delle fonti o dei principi di supporto che 'stanno dietro' di loro" (*idib.*).

La "dissonanza cognitiva" che la teoria della plausibilità è chiamata a trattare altro non è una qualsiasi situazione d'incoerenza derivante da fonti di informazioni conflittuali, di "sovra-determinazione informazionale" (*informational over-determination*). Per chiarirlo basta un semplice esempio. Si consideri l'insieme di proposizioni $\neg p, \neg q, p \vee q$. Esistono solo tre vie alternative, sulla base del significato della disgiunzione, per ripristinare la coerenza in questo caso: eliminare $\neg p$, eliminare $\neg q$, eliminare $p \vee q$. "Poiché $\neg p \vee \neg q$ segue da ciò che rimane *in ogni caso*, questo, ad ogni modo, deve essere accettata come una inferenza plausibile dal corpo di informazione incoerente. Una tale linea di pensiero illustra il tipo generale di 'ragionevole uscita' da situazioni di dissonanza cognitiva con le quali la teoria della plausibilità ha a che fare" (ivi, 5).

In questi casi sia la probabilità sia la logica formale sono inefficaci. Da una parte infatti "la logica ci dice semplicemente che la situazione così com'è non è fattibile" (ivi, 2), "essa ci informa del fatto *che* qualcosa deve essere tolto, ma non ci è di alcun aiuto riguardo al *cosa*" (*ibid.*), dall'altra la teoria della probabilità non è in grado di risolvere problemi di incoerenze date poiché "le probabilità non possono essere modellate secondo tesi autocontraddittorie" (*ibid.*).

Rescher fornisce così una preliminare e netta distinzione tra la nozione di plausibilità e quella di deduzione logica da una parte, e tra quella di plausibilità e di probabilità dall'altra: la prima "classifica le proposizioni secondo lo *status* delle fonti probatorie o dei principi validanti che garantiscono a loro favore", mentre "la probabilità *pesa* varie alternative e le valuta attraverso questo relativo peso contenutistico delle considerazioni che le sostengono" (ivi, 28). Dunque "con la probabilità ci domandiamo 'quante alternative la tesi assorbe nel suo contenuto?'; con la plausibilità 'con quanto reputazione le fonti o i principi parlano a suo favore?'. Nel primo caso ci orientiamo verso il *contenuto* della tesi, nell'altro verso le sue *credenziali probative*" (*ibid.*).

Per sviluppare una teoria non probabilistica della plausibilità, Rescher ricorre a una variante di una classica regola della logica modale nota come *regola di Teofrasto*, in quanto formulata in antichità dallo studente di Aristotele. Essa asserisce che:

"La modalità della conclusione (di un argomento corretto la cui premesse siano tutte essenziali al raggiungimento della conclusione) deve seguire quella della conclusione più debole (*sequitur conclusio peiorem partem*)" (ivi, 24)

La variante di Rescher è piuttosto semplice: si estende la regola leggendola come asserente "non può essere più debole di quella della premessa più debole (ma può eventualmente essere più forte)" (ivi, 24) e si ottiene il cosiddetto "principio di conseguenza", cardine del suo calcolo della plausibilità.

Dunque il concetto di plausibilità trattata da Rescher è piuttosto chiaro: "il cuore della presente concezione della plausibilità è la nozione di estensione della nostra inclinazione cognitiva nei confronti di una proposizione – dell'*estensione della sua presa epistemica su di noi* alla luce delle credenziali rappresentate dalle fonti dalle quali deriva" (ivi, 14). Per cui "in generale, più un'ipotesi è plausibile, più essa è strettamente coerente e consonante con il resto della nostra conoscenza della materia in questione " (*idib.*).

La plausibilità, in quanto espressione di uno stato di incertezza, non attiene quindi al ragionamento, che è del tutto corretto: piuttosto sono le informazioni a partire dalle quali le conclusioni vengono tratte che sono "plausibili", ossia incerte. Infatti Rescher considera il ragionamento plausibile come una deduzione a partire da basi incerte: in altre parole, questo è semplicemente un modo deduttivo di trattare premesse con informazioni e dati che possono essere incompleti, incerti e incoerenti. L'argomento in se stesso non è né incerto né plausibile: tale approccio caratterizza dunque quella che, tra gli approcci non probabilistici, è la *concezione deduttivista* della plausibilità.

Rescher procede a sviluppare la teoria della plausibilità nel mondo seguente:

1) Introduce un *indice di plausibilità*, ossia una assegnazione numerica sui numeri reali $L \rightarrow [0,1]$, dove L è il linguaggio della logica proposizionale e il valore 1 indicizza l'insieme di tutte le tautologie (che in quanto tale è quindi coerente). Questo, come riconosce lo stesso Rescher, è un punto critico della sua teoria della plausibilità, che verte intorno alla questioni delle fonti probative: infatti come viene fatta questa assegnazione? Non è forse arbitraria? E' a sua volta plausibile?

2) L'introduzione della nozione di indice di plausibilità permette l'istituzione dell'*insieme-p* ("*p-set*"), un insieme di proposizioni plausibili, ovvero "di proposizioni che sono state garantite da fonti con un qualche grado di positiva attendibilità" (ivi, 8). Quindi, se "**S** = $\{P_1, P_2, ..., P_k\}$ è un insieme-p, allora per ogni $P_i \in$ **S** esiste almeno una fonte X_j che garantisce per P_i, e inoltre l'attendibilità di X_j è almeno $\frac{1}{n}$, (dove $\frac{1}{n}$ rappresenta la attendibilità positiva minimale)" (*ibid.*)

3) Si definisce quello che è noto come il *sistema di Rescher d'inferenze plausibili o ragionevoli*: un sistema deduttivo della logica proposizionale P dotato di un indice di plausibilità sulle formule di P.

2.1. Il sistema di inferenze plausibili di Rescher

Un sistema di inferenze plausibili (o ragionevoli) alla Rescher soddisfa sei assiomi preliminari P1-P6:

(P1) *condizione metrica*: dato un insieme-p, ogni proposizione p$\in$S riceve un valore di plausibilità k, dove $0 \leq k \leq 1$.

(P2) *condizione della massimalizzazione delle verità logiche*:
tutte le verità logiche hanno un valore di plausibilità massimo (ossia pari a1).

(P3) *condizione di compatibilità:* tutte le proposizioni indicizzate con il valore di plausibilità 1 sono mutuamente compatibili.

(P4) *condizione di conseguenza:* se un gruppo di proposizioni in S implica un'altra proposizione in S, allora questa non può essere meno plausibile di quella meno plausibile tra quelle del gruppo. Tale condizione è dunque una riformulazione del principio di Teofrasto e formalmente asserisce che: Se $P_1, ..., P_j$ |- Q e $P_1, ..., P_j$ sono elementi di S mutuamente coerenti e Q $\in$ S, allora $\min_{1 \leq i \leq j} / P_i / \leq / Q /$.

(P5) *stipulazione d'incoerenza:* sia P sia $\neg$P possono essere contemporaneamente altamente plausibili (per esempio avere un valore di plausibilità di 0.9). Ciò viola esplicitamente la condizione di somma uno, anche se non viene meno la monodimensionalità della teoria.

(P6) *condizione di preferibilità:* in caso di conflitto tra proposizioni di plausibilità differente, bisogna dare preferenza e precedenza alla tesi di più alta plausibilità.

Un sistema d'inferenze plausibile di Rescher non è necessariamente chiuso rispetto all'inferenza logica (per esempio una fonte può garantire per p, un'altra per q, ma nessuna per $p \wedge q$), ma ciò non toglie che da un'iniziale indicizzazione si possa procedere a calcolare, per mezzo dell'apparato della logica classica, le conseguenze che ne derivano. Anzi, questo rappresenta proprio il procedimento con cui ottenere ciò che Rescher definisce le inferenze ragionevoli da un insieme-p. In questo caso, ovviamente, l'insieme iniziale S di proposizioni plausibili viene esteso attraverso l'aggiunta dell'insieme S′ di proposizioni ricavate per via deduttiva, ottenendo l'*ingrandimento* di S, $S^+ = S \cup S'$.

L'ingrandimento S^+ di un insieme-p è un procedimento tutt'altro che aproblematico, e dipende dalle proprietà di S:

1) se infatti S, l'insieme iniziale di proposizioni plausibili indicizzate, è coerente, allora l'ingrandimento è sempre possibile;
2) dunque se S non è coerente, tale operazione diventa critica;
3) infatti l'ingrandimento di S può generare una situazione tale da poter richiedere una revisione dell'iniziale indicizzazione delle proposizioni plausibili: questa infatti potrebbe non essere più sostenibile alla luce delle conseguenze ricavatene tramite l'estensione S^+.

Si supponga infatti, per esempio, di aver il seguente insieme-p, S, che è banalmente incoerente:

$$S = \{r, s, \neg r\}$$

a cui sia associato il seguente indice [S]:

$/r/ = 0.6$
$/s/ = 0.2$
$/\neg r/ = 0.4$

Questa assegnazione è perfettamente legittima, in quanto rispetta gli assiomi P1-P6. Si supponga ora di calcolare il suo ingrandimento S^+, cioè di aggiungere all'insieme della proposizioni plausibili, certe tesi che altro non sono che le conseguenze logiche dell'insieme iniziale S. Per esempio si abbia:

$$S^+ = \{r, s, \neg r, r \vee s\}.$$

L'assegnazione di valori iniziale non è ora più sostenibile; infatti abbiamo che $r \mid\!- r \vee s$, ovvero, per il principio di conseguenza (P4), abbiamo che, sostituendo a *s* il corrispondente valore assegnato nell'indice [S], $0.6 \leq /r \vee s/$; d'altra parte abbiamo che $\neg r, r \vee s \mid\!- s$, ovvero che $min[0.4, /r \vee s/] \leq 0.2$, da cui $/r \vee s/ \leq 0.2$. Otteniamo perciò una contraddizione. Ovviamente è possibile ovviare a questa dissonanza cognitiva solo rivedendo l'assegnazione iniziale e attribuendo a *s* un valore in eccesso dello 0.4.

2.2 Plausibilità e probabilità: le principali differenze

La teoria della plausibilità proposta da Rescher ha una caratteristica precisa e dichiarata: essa è il prototipo di un approccio non probabilistico alla nozione di inferenza plausibile. Invece di adottare la teoria della probabilità quale base per modellare la nozione di plausibilità, come proposto da coloro che praticano una concezione probabilistica della plausibilità, essa basa il suo approccio sul tradizionale principio modale di Teofrasto, puntando a un ritorno alle radici storiche della teoria della plausibilità. Essa sistematizza dunque un modo di ragionare molto più rudimentale di quello probabilistico, ma non per questo meno importante: non sviluppa mai calcoli che uniscono *quantità* in nuovi risultati, ma procede solo a comparazioni tra *gradi*. "Poiché il suo apparato è in fondo qualitativo e comparativo piuttosto che completamente matematico e quantitativo, la teoria della plausibilità riflette un livello d'analisi più basilare (o primitivo) di quello della probabilità" (ivi, 38).

La teoria della plausibilità sviluppata da Rescher genera dunque "differenze funzionali" rilevanti tra le nozioni di plausibilità e probabilità. In particolare esse vertono intorno a quattro aspetti fondamentali:

1) la negazione
2) la congiunzione
3) l'orientazione sistematica
4) l'incoerenza

In particolare si ha che:

1) Molto semplicemente nell'approccio non probabilistico di Rescher "il calcolo della plausibilità non contiene una legge di negazione" (ivi, 31), contrariamente a quanto avviene nel calcolo della probabilità dove, in quanto teoria a somma uno, dato il valore probabilistico di P – *pr*(P) – è automaticamente possibile determinare quello della sua negazione, $\neg$ P, $pr(\neg P) = 1 - pr(P)$. Quindi più alto è il valore di *pr*(P), più basso sarà quello di $pr(\neg P)$ e viceversa. Per la teoria della plausibilità di Rescher non è così: "è perfettamente possibile che una tesi e la sua negazione siano altamente plausibili (o il contrario)" (*ibid.*). Questa è una differenza cruciale tra le due nozioni. Per esempio, in termini plausibilistici è del tutto lecito che l'affermazione che "Garry Kasparov vincerà la prossima edizione dei campionati mondiali di scacchi" sia altamente plausibile, così come la sua negazione. Il loro contemporaneo alto valore può essere determinato da diverse fonti, che possono fornire informazioni diverse ma ugualmente attendibili. Al contrario, in termini probabilistici, asserire che è altamente probabile che "Garry Kasparov vinca la prossima edizione dei campionati mondiali di scacchi" implica che la sua negazione non solo, a sua volta, non sia altamente probabile, ma che abbia una probabilità bassa e inversamente relata a quella dell'affermazione. La teoria di Rescher vìola dunque la condizione della *somma uno*, caratteristica della teoria classica della probabilità.

2) La seconda differenza riguarda invece la congiunzione ($\wedge$). La plausibilità in questo caso si comporta in modo "*omogeneo*" (*ibid.*): dati input iniziali di un certo status, il conseguente output sarà, per la regola di Teofrasto, almeno dello stesso status. La probabilità si comporta invece in modo "*degradante*" (*ibid.*): essa produce usualmente un valore probabilistico più basso per la congiunzione rispetto a quello dei suoi congiunti. Si supponga, per esempio, di estrarre delle carte da un mazzo di carte napoletane e si abbia che:

e_1 = la carta sia un numero pari
e_2 = la carta sia ≤ 5
e_3= la carta sia un 2 o un 4

Da un punto di vista probabilistico abbiamo che $pr(e_1) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ che è uguale a $pr(e_2) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$, mentre $pr(e_1 \wedge e_2) = pr(e_3) = \frac{1}{5}$. "La probabilità della conclusione differisce radicalmente dallo status *probabilistico* delle sue premesse simili. Tuttavia per ciò che concerne la *plausibilità* tutte e tre le proposizioni possono essere allo stesso livello" (ivi, 32). Infatti la congiunzione, probabilisticamente, viene calcolata dalla moltiplicazione di frazioni inferiori o al massimo uguali all'unità: con l'allungarsi del calcolo, il valore della proposizione è destinato a diminuire. La congiunzione, plausibilisticamente, per la regola di Teofrasto, assume un valore che deve essere almeno pari a quello di una delle due premesse, per l'esattezza quello della premessa meno plausibile.

3) La terza differenza funzionale, connessa alle seconda (in particolare al significato della congiunzione probabilistica), concerne quella che è la "sistematica orientazione della plausibilità" (ivi, 33). Una conclusione plausibile preserva infatti l'orientamento e la forza delle sue premesse, mentre altrettanto non può essere detto della probabilità. Si supponga infatti di avere un insieme composto da tre elementi a,b,c tutti considerati altamente probabili: riguardo l'insieme composto dalla loro congiunzione $a \wedge b \wedge c$ non è possibile dire nulla di preciso (ad esempio se sia a sua volta altamente probabile o meno). Nel caso della plausibilità invece dal fatto che tutte le premesse a, b, c siano tutti altamente plausibili segue che lo stesso vale per la loro congiunzione $a \wedge b \wedge c$.

4) La più marcata differenza tra la nozione di plausibilità di Rescher e quella classica di probabilità emerge tuttavia nel quarto caso, ossia nella trattazione di situazioni d'incoerenza. L'impossibilità di affrontare situazioni di conflittualità o incoerenza deriva dalla natura stessa della probabilità: infatti già la semplice definizione della probabilità condizionata implica l'impossibilità di avere a che fare con dissonanze cognitive. Infatti abbiamo che $pr\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{pr(p \wedge q)}{pr(q)}$, da cui segue che se q è incoerente, ovvero $pr(q) = 0$, allora l'espressione è insensata.

L'altro aspetto cruciale che, nell'interpretazione rescheriana, rende la probabilità inadeguata alla trattazione della nozione di plausibilità, è che quest'ultima ha a che fare con l'accettabilità delle tesi, un compito di fronte al quale la probabilità può produrre delle vere e proprie aberrazioni. Una di esse è rappresentato dal celebre paradosso della lotteria, anche noto come paradosso della accettabilità razionale, formulato per la prima volta da Kyburg (Kyburg 1961), che può essere esposto in forma semplice nel modo seguente.

Si supponga di avere una lotteria non truccata di 100 biglietti b_i; ogni biglietto i = 1,2,...,100 ha quindi una probabilità di vincere molto bassa, per esattezza $pr(b_i)$= 0,01. Allora si può ragionevolmente ritenere che b_1 non vinca, che b_2 non vinca, che b_3 non vinca e così via fino a i = 100. Ognuna di queste cento proposizioni, presa singolarmente, deve essere accettata come vera, e con un preciso valore probabilistico; da ciò segue che si debba accettare come vera anche la loro congiunzione. Ma ciò produce una chiara assurdità (cioè che la lotteria non darà alcun biglietto vincente, quando sappiamo che ve ne sarà almeno uno). Ciò è dovuto al fatto che, come abbiamo visto occupandoci della congiunzione, la probabilità, diversamente dalla plausibilità, non è appunto "congiuntiva". Questo le impedisce di modellare la nozione di accettabilità di una tesi.

2.3. Plausibilità e probabilità: una comune origine.

Sebbene siano segnate da chiare e profonde differenze, le nozioni di plausibilità di Rescher e quella di probabilità nascono esplicitamente da una comune radice storica: quello del pensiero scettico dell'antica Grecia, in particolare la riflessione di Pirro intorno alla nozione di 'ragionevole' (*eulogon*). Esse condividono dunque una stessa idea di base: "quella di valutare quanto solidamente possa essere fatta una affermazione a vero in nome di una tesi che non è categoricamente stabilita" (ivi, 36). "A dire il vero, questa idea base del probabile/plausibile/ragionevole-da-accettare così come sviluppata in antichità era imprecisa ed equivoca. Essa era in suscettibile di sviluppi in direzioni piuttosto differenti" (ivi, 37).

Una di queste direzioni è quella praticata dalla teoria delle probabilità, che concepisce tale nozione come un "*assorbimento delle alternative*": nel calcolo delle probabilità infatti una tesi è un orizzonte che "delimita certi elementi all'interno di uno spettro di alternative possibili – così che una tesi può assorbirne di più o di meno – e le valuta su questa base" (*ibid.*). Ovviamente questa è solo l'alternativa storicamente dominante dell'iniziale e ibrida nozione greca.

Un'altra, ad esempio, è quella della verosimiglianza greca, o "approssimazione a ciò che deve allo stato attuale essere così" (ivi, 38). Un'altra ancora, quella praticata da Rescher, è quella di concepire tale nozione come mirante a fissare l'attendibilità della base o della fonte che depone a favore della tesi in questione. Dunque Rescher intravede nell'antica discussione sulla nozione di 'probabile' un antesignano della sua teoria, piuttosto che della moderna teoria della probabilità, fermo restando la loro comune origine nell'idea mirante "a valutare le 'affermazioni a vero' che sono fatte per conto di varie asserzioni" (ivi, 39), anche conflittuali.

3. Plausibilità e ragionamento entimematico

Un aspetto ulteriore dell'approccio deduttivistico alla nozione di plausibilità è il legame che esso istituisce con l'argomento entimematico. Talvolta l'entimema viene descritto come argomento con premesse mancanti: in realtà questa definizione può risultare fuorviante. Esso è infatti un argomento che necessita l'esplicitazione di alcune proposizioni non espressamente contenute nella linea argomentativa affinché esso abbia una forma logicamente compiuta. Tra le proposizioni da aggiungere possono esserci non solo premesse, ma anche delle conclusioni: si preferisce per questo usare l'espressione "assunzioni non esplicite", in luogo di "premesse mancanti" e caratterizzare l'entimema come argomento con assunzioni non esplicite.

Il legame tra plausibilità ed entimema esprime dunque un tipo di ragionamento plausibilistico, nella fattispecie quello basato su "script", che assume particolare importanza in alcuni domini scientifici, quale ad esempio l'intelligenza artificiale. Ora, "gli entimemi si basano non solo su criteri formali (strutturali), ma anche su criteri informali. Uno di questi criteri informali è qualcosa spesso chiamato come 'conoscenza comune' " (Walton, 2001b, 94). La conoscenza comune permette di integrare i passi mancanti, ossia le assunzioni non esplicite, all'interno di una sequenza di inferenze. Essa può produrre sia ragionamenti corretti, sia delle presunzioni, basate sulla conoscenza comune, che in quanto incerte non solo non sono dimostrate e possono essere accettate solo in via provvisoria, ma possono anche essere messe in discussione e rigettate.

La conoscenza comune è dunque un corpo di conoscenze disponibili, condiviso da agenti più o meno razionali, cui ci si riferisce nel corso di ragionamenti o argomenti al fine di produrre inferenze compatibili con le assunzion e le conoscenze note. In questo senso esso è una forma di quello che con un termine diffuso in ambito informatico viene definito lo *script*: un insieme di istruzioni per un'applicazione che vengono eseguite direttamente allorquando si verificano *certe condizioni*. Lo script è dunque più precisamente pensabile all'interno di una teoria dell'inferenza plausibile come "un'articolazione di sequenze di eventi e attese che si ritengono normalmente garantite" (ivi, 110). Ogni agente razionale è equipaggiato con un insieme di *script* cui fa ricorso per coprire buchi di conoscenza o produrre anticipazioni e presunzioni nel corso delle sue inferenze. Lo script come veicolo di conoscenza comune può essere così concepito come una forma di entimema.

La trattazione del ragionamento entimematico assume un ruolo decisivo anche all'interno della concezione deduttivista resheriana. L'obiettivo di Rescher è infatti quello di sviluppare una teoria della plausibilità volta a trattare deduttivamente la plausibilità di *tesi* (*proposizioni*). Le proposizioni sono "candidati" alla verità e la teoria della plausibilità permette di stabilire meccanicamente se queste proposizioni abbiano o meno le sufficienti credenziali per poter aspirare a diventare tali. Ciò sembra discostare profondamente il suo approccio da quello di Polya, che si è occupato invece della plausibilità di *argomenti* o *modelli d'inferenza*. Inoltre Polya è giustamente indicato da Rescher come un illustre rappresentante della concezione probabilistica della nozione di plausibilità, ovvero di quella tradizione che dall'iniziale e ibrida nozione greca di probabile/plausibile/ragionevole-da-accettare arriva a concepire tale nozione come assorbimento delle alternative. Inoltre il fatto che nella sua opera si tenti esplicitamente di trattare l'intuitiva e più primitiva nozione di plausibilità sulla base del calcolo probabilistico "introduce certe tensioni nella sua discussione" (ivi, 38).

Ciononostante è possibile pensare di adattare l'approccio deduttivista rescheriano fino a comprendere l'analisi di Polya come un caso particolare. Ed è qui che entra in gioco la nozione di *plausibilità entimematica*, quale analisi entimematica degli argomenti plausibili. Tale adattamento propone di "valutare la plausibilità di un segmento 'meramente plausibile' di ragionamento nei termini della plausibilità delle premesse entimematiche aggiuntive che sono necessarie a convertirlo in un argomento deduttivo valido" (ivi, 60).

La plausibilità di un argomento è quindi definibile come il massimo valore tra i minimi valori plausibilistici delle integrazioni entimematiche che consentono una derivazione deduttiva della conclusione dalle premesse in questione. Sia dunque l'argomento in questione $P_1, P_2, ..., P_n \therefore C$ e si abbia che $P_i \in S$ (i =1,2,...,n) e che tutte le premesse P_i mutuamente compatibili sia tra di loro sia rispetto alla conclusione C. Siano dunque $E^j{}_1, E^j{}_2, ..., E^j{}_m$ le premesse (appartenenti anch'esse a S) che, integrate con $P_1, P_2, ..., P_n$, rendono l'argomento deduttivamente valido:

$$P_1, P_2, ..., P_n, E^j{}_1, E^j{}_2, ..., E^j{}_m \therefore C$$

Sia inoltre $e_j = \min_i / E^j{}_i /$, ossia il minino valore plausibilistico tra le premesse entimematiche. Allora è possibile "determinare la plausibilità dell'*argomento* in questione in termini di plausibilità *preposizionali* attraverso la seguente regola": $/ P_1, P_2, ..., P_n \therefore C / [S] = \max_j e_j$.

Ad esempio si abbia il seguente insieme-p S = $\{a, b, c, d, a \to b, b \to c, a \to d, d \to c\}$, a cui sia associato il seguente indice di plausibilità [S] :

$/a/ = 0.4$	$/a \to b/ = 0.9$
$/b/ = 0.9$	$/b \to c/ = 0.6$
$/c/ = 0.6$	$/a \to d/ = 0.8$
$/d/ = 0.6$	$/d \to c/ = 0.7$

e si proceda alla valutazione della plausibilità dell'argomento $a \therefore c$. Esistono due deduzioni che, attraverso l'integrazione di premesse entimematiche, conducono da *a* a *c*:

1) $a\ , < a \to b,\ b \to c > \ \therefore\ c$

2) $a\ , < a \to d,\ d \to c > \ \therefore\ c$

Nel primo caso la plausibilità minima delle premesse aggiuntive è 0.6 (quella di $b \to c$), mentre nel secondo caso è 0.7 (quella di $d \to c$). Quest'ultimo è anche il massimo tra i due valori minimi, e di conseguenza è anche il valore della plausibilità dell'argomento in questione: $/a \therefore c/$ [S]=0.7.
$< a \to b,\ b \to c >$ e $< a \to d,\ d \to c >$ sono premesse entimematiche nel senso che benché i suoi elementi appartengano ad S, nessuna fonte le sostiene esplicitamente.

Ora "è possibile lungo queste linee accomodare come inferenze plausibili (nel nostro senso *non-probabilistico*) certi argomenti più comunemente trattati per mezzo della probabilità", come quelli di cui si occupa Polya, che infatti "dà una giustificazione probabilistica di tale ragionamento" (ivi).

E' infatti possibile render conto, sulla base della nozione rescheriana di plausibilità, dei modelli d'inferenza plausibili che Polya fonda probabilisticamente. Essi possono infatti essere trasformati in deduzioni entimematiche. Primo fra tutti il "modello induttivo fondamentale" del ragionamento:

A implica B
B è vera

A è più credibile

che asserisce, come abbiamo visto, il principio secondo cui “la verifica di una conseguenza rende una congetture più credibile”. In quanto basata sulla comparazione, l’analisi per mezzo della plausibilità entimematica richiede che il modello di Polya venga scisso in due distinte inferenze, integrate delle premesse soppresse necessarie a renderlo una deduzione e quindi comparati. Dunque sia ha:

(I)	$A \rightarrow B$ B vera ----------- A vera	(II)	$A \rightarrow B$ --------- A vera

Si procede dunque alla loro separata integrazione entimematica:

(II’) $A \rightarrow B$
<A è vera $\cong$ tutte le conseguenze di A sono vere>

$\therefore$ A è vera

(I’) B é vera
$A \rightarrow B$ ($\cong$ B è una conseguenza di A)
<Tutte le conseguenze di A distinte da B sono vere>

$\therefore$ A è vera

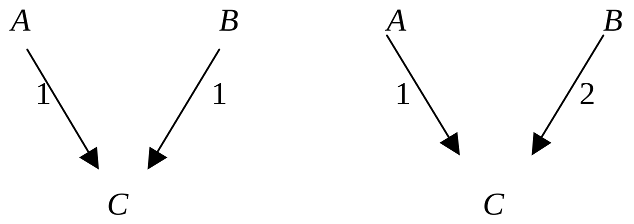
Ora la premessa aggiunta in (II’) implica quella aggiunta in (I’) e dunque (I) gode di un valore di plausibilità più alto di (II). Il modello fondamentale di Polya è così soddisfatto alla luce dell’approccio plausibilistico di Rescher. “Tutti gli altri modi di ragionamento plausibile considerati da Polya possono essere resi validi da manovre simili” (ivi, 69).

4. *Argomenti legati e argomenti convergenti: alcuni limiti interni della teoria di Rescher.*

Da quanto emerso fin qui sull’approccio deduttivista, appare chiaro che “il sistema di Rescher del ragionamento plausibile segue un modo conservativo per valutare un argomento” (Walton, 1992, 33): la variante della regola di Teofrasto (la condizione di conseguenza), cardine del suo approccio di carattere non probabilistico, è infatti fondata sull’idea della conservazione, lungo le catene inferenziali, del valore di plausibilità minimo (tra quelli delle premesse). Tuttavia esistono semplici forme d’inferenza di natura plausibile per le quali questa conservazione non è sempre possibile, e dove la condizione di conseguenza può essere violata. Come dimostrato da Walton (Walton, 2002), esistono infatti argomenti plausibili che richiedono la violazione di questa condizione. Si prendano infatti in esame due forme di argomenti ben noti, la cui distinzione “non è modellata nella logica classica” (Walton, 2002, 39): l’argomento legato e l’argomento convergente. Un loro confronto rende immediatamente perspicua la debolezza della condizione di conseguenza rescheriana nel trattare alcune forme di inferenza plausibile. Infatti la regola di Teofrasto, se rimane valida per gli argomenti legati, non vale per gli argomenti convergenti.

Date due premesse *A* e *B* che sostengono una conclusione *C* (ovviamente le premesse a sostegno della conclusione *C* possono essere più di due), un argomento si definisce *legato* quando "entrambe le premesse *A* e *B* sono necessarie per dimostrare *C*" (*ibid.*), in cui dunque l'omissione di una delle premesse rende invalido l'argomento, *convergente* quando "*A* e *B* sono indipendenti l'una dall'altra" (*ibid.*), in cui dunque la conclusione *C* può essere ottenuta sia partendo da *A* sia partendo da *B* seguendo due linee argomentative distinte.

L'argomento legato e convergente possono essere rappresentati da grafi nel modo seguente:



Il primo grafo rappresenta l'argomento legato, dove il numero *1* associato ad ogni freccia indica che le due premesse insieme, congiuntamente, conducono alla conclusione. Il secondo grafo rappresenta l'argomento convergente, dove due linee indipendenti di ragionamento, indicate da due diversi numeri (*1* e *2*), conducono alla stessa conclusione.
Si considerino i seguenti esempi.

Caso 1

P_1 : *Un uragano devasterà le piantagioni di pomodoro del sud degli Stati Uniti*

P_2 : *Il governo degli Stati Uniti sta per concludere un accordo con il governo italiano per importare da essa le quantità di pomodoro eccedenti i limiti imposti dalla CEE*

C : *Il prezzo del ketchup negli stati Uniti rimarrà stabile*

Questo è un semplice esempio di argomento legato poiché entrambe le premesse sono necessarie per ottenere la conclusione: rimuovendo una delle due l'argomento non è più sostenibile. Si supponga infatti che P_1 abbia un alto valore di plausibilità (ad esempio perché avallata da tutti gli istituti di previsioni meteorologiche) e che anche P_2 abbia un alto valore di plausibilità (ad esempio quale notizia riportata dal Financial Time, il New York Time e il Time). Allora, per la regola di Teofrasto, anche la conclusione C sarà altamente plausibile. Si supponga ora di rimuovere una delle due premesse: se viene meno P_1, la conclusione C non è più altamente plausibile (poiché il prezzo del ketchup dovrebbe aumentare), e lo stesso vale se viene meno P_2 (poiché il prezzo del ketchup dovrebbe diminuire).

Caso 2

P_1 : *L'Italia sta acquistando grandi quantitativi di uva sul mercato mondiale*

P_2 : *Il prezzo del vino italiano sta salendo*

P_3 : *L'Europa del sud sarà attraversata da un stagione di siccità*

C : *I raccolti dei vigneti italiani sono in diminuzione*

Questo è un esempio di argomento convergente (a tre premesse), poiché esse, indipendentemente ed eventualmente con una forza diversa, conducono alla stessa conclusione. Si può rimuovere P_1 o P_2 o P_3 e ciononostante l'argomento rimane valido.

Qual'è la plausibilità della conclusione C? La riposta è piuttosto semplice: essa deve essere pari a quella della premessa più plausibile. Se infatti si dispone di una forte evidenza a favore di una conclusione, ci si baserà su questa per fissare la propria credenza. Da ciò "segue che la regola della premessa meno plausibile non è un universale per il ragionamento plausibile. Essa fallisce negli argomenti convergenti" (ivi, 39). Infatti la condizione di conseguenza per un argomento convergente è che "la conclusione è plausibile almeno quanto la premessa più plausibile" (ivi, 42). Tuttavia così formulata questa regola può andare incontro ad alcuni problemi, che impongono un suo raffinamento. Gli argomenti convergenti possono infatti assumere forme tali che la nuova condizione di conseguenza può indurre in errore.

Si consideri il seguente esempio:

(1) *Il portavoce del partito repubblicano dichiara che Bush vincerà le elezioni*
(2) *Se il portavoce del partito repubblicano dichiara che Bush vincerà le elezioni, allora Bush vincerà le elezioni*
(3) *I sondaggi di tre istituti di ricerca riportano che Bush vincerà le elezioni*
(4) *Se i sondaggi di tre istituti di ricerca riportano che Bush vincerà le elezioni, allora Bush vincerà le elezioni*
C : *Dunque, Bush vincerà le elezioni*

Si associ, nel rispetto della condizione metrica posta da Rescher, il seguente valore di plausibilità alle proposizioni che compongono l'argomento plausibile:

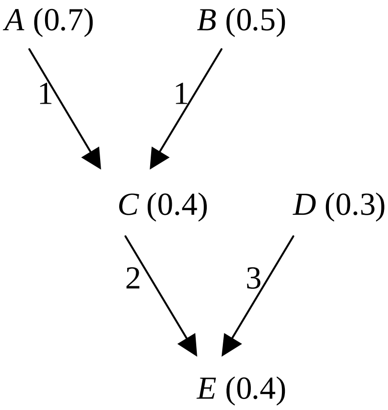
1) = 0.8
2) = 0.3
3) = 0.6
4) = 0.7

Questo argomento è il prodotto della combinazione di due argomenti legati all'interno di uno convergente: (1) e (2) da una parte, e (3) e (4) dall'altra conducon a infatti C . Se applichiamo ingenuamente la regola di plausibilità per gli argomenti convergenti a questo esempio, otteniamo per C il valore massimale tra le premesse, quello di (1), pari a 0.8 . Ma ciò è chiaramente un errore poiché (1) è legato a (2), che ha un valore di plausibilità piuttosto basso. Per superare questa difficoltà è necessario valutare separatamente ogni argomento legato (con la regola di Teofrasto) e scegliere poi quello più plausibile. Quindi, il primo argomento legato ha due premesse con valore 0.8 e 0.3, che conducono a C; applicando la regola di Teofrasto la plausibilità di C è pari al valore della premessa meno plausibile (dunque 0.3). Il secondo argomento legato ha due premesse con valore 0.6 e 0.7, dunque C ha valore 0.6. Di conseguenza C avrà un valore di plausibilità pari a 0.6, poiché abbiamo due evidenza che separatamente (in modo convergente) sostengono C, e tra esse scegliamo quella più plausibile.

La regola va dunque raffinata come segue (*regola del maxmin*):

"*si riuniscano tutti i valori delle premesse minime di tutti gli argomenti legati, e quindi si scelga il massimo tra tutti i valori minimi, per un argomento convergente* " (ivi, 43).

Questo è solo un primo raffinamento. E' possibile dare una formulazione ancora più generale di questa regola, che comprende anche i cosiddetti argomenti seriali (inferenze della forma A → B → C). Si supponga, infatti, di avere una sequenza che compone argomenti legati e argomenti convergenti. In particolare si immagini di avere una catena inferenziale della forma rappresentata dal seguente grafo:



Per determinare il valore della conclusione *E*, è necessario procedere ad una progressiva correzione del valore di plausibilità: innanzitutto *C*, quale argomento legato che richiede l'applicazione della regola di teofrasto, deve essere aggiornata ad un valore di 0.5; quindi *E* a sua volta deve essere aggiornata ad un valore di 0.5, in quanto risultato di un argomento convergente che necessita l'applicazione della regola del massimo valore tra D e la valore aggiornato di C. Gli argomenti seriali impongono dunque un'ulteriore generalizzazione della *regola del maxmin* nel modo seguente: si passa in rassegna l'intero grafo dell'inferenza partendo dalle premesse iniziali (ossia anche quelle premesse che non hanno alcuna linea argomentativa sopra di loro) e si procede a successivi aggiornamenti dei loro valori ai valori dei nodi sopra di loro secondo le regole appropriate (la regola di teofrasto per gli argomenti legati, la regola del massimo valore tra i minimi per gli argomenti convergenti).

5. I limiti dell'approccio di Rescher

Nonostante la presenza di questi limiti interni che impediscono alla teoria di Rescher di trattare propriamente situazioni per le quali era espressamente stata costruita, l'approccio di Rescher rimane ben chiaro:

1) la plausibilità è nozione deputata a trattare l'incertezza delle premesse e non l'incertezza dei metodi.
2) un'ipotesi è plausibile quando è avvalorata da fonti che depongono a sua favore, ed è tanto più plausibile quanto è più coerente e in accordo con la conoscenza esistente.
3) il suo ambito di applicazione è vasto e si estende dalla trattazione dell'informazione con dati incoerenti, al ragionamento controfattuale, all'inferenza induttiva fino al ragionamento entimematico
4) il ragionamento plausibile è contraddistinto da regole precise e ben distinte sia da quelle probabilistiche sia da quelle della logica formale, e possiede un sua logica

5) la logica del ragionamento plausibile è una opportuna versione della logica deduttiva, e sistematizza la plausibilità proprio attraverso l'operazione di chiusura rispetto all'inferenza logica (mediante ciò che Rescher definisce *ingrandimento*).
6) il ragionamento plausibile è sottoposto a rispetto della condizione metrica, ed è quindi possibile generare un ordine parziale sull'insieme delle proposizioni plausibili e delle loro conseguenze

L'approccio di Rescher, pur presentando le lacune interne che abbiamo evidenziato, si rivela particolarmente efficace nella trattazione delle dissonanze cognitive e di tutte quelle situazioni in cui esse possono presentarsi. Tuttavia la concezione sottostante la teoria, nonostante permetta per molti versi di superare i limiti della concezione probabilistica e di affinare gli strumenti della logica classica (ovvero di permettere alla logica formale opportunamente estesa di trattare sistemi e stati informativi per i quali non era stata sviluppata), finisce per escludere un'intera classe di fenomeni e di forme d'inferenza propri del ragionamento plausibile, tra i quali spicca l'analogia, ossia il rappresentate più noto delle forme d'inferenza incerte. L'idea di concepire e sviluppare la plausibilità come deduzione da premesse incerte non può infatti che portare all'esclusione di tutti quei fenomeni a ragione definiti "plausibili" in quanto fondati su forme d'inferenza non in grado di trasmettere la certezza dalle premesse alla conclusioni.

Con la concezione di Rescher siamo ancora una volta di fronte ad una trattazione parziale della plausibilità: essa sistematizza, per quanto esaustivamente, solo un frammento del ragionamento plausibile. E' vero che essa, differentemente da altri approcci, si rivolge e tiene conto di trattazioni dell'inferenza plausibile anche molto diverse, come ad esempio quella di Polya, (ed in questo senso sembra un approccio aperto), tuttavia in realtà non solo finisce per ignorare del tutto quegli aspetti problematici che avrebbero dovuto suggerire nuove direzioni anche alla sua indagine della plausibilità, ma tenta a sua volta, proprio nel caso di Polya, di mettere in atto (e fondare, come abbiamo visto nel caso del ragionamento entimematico) una riduzione al suo modello teorico.

7
Non monotonicità e plausibilità

1. Plausibilità e logiche non monotone

Un altro approccio di natura non probabilistica espressamente rivolto a trattare l'inferenza plausibile è quello delle logiche non monotone: "le logiche, cioè, dedicate a catturare formalmente il ragionamento plausibile" (Antonelli, 2004, 232). Esse sono caratterizzate dalla violazione di una delle condizioni più forti della logica classica, nota appunto come la "monotonicità", la quale asserisce che vale la seguente relazione:

$$\text{se } \Gamma \mid\!- \varphi \text{ e } \Gamma \subseteq \Delta, \text{ allora } \Delta \mid\!- \varphi$$

ossia che se la conclusione φ è conseguenza di un insieme di premesse Γ, allora rimane una conseguenza di qualsiasi insieme di premesse Δ che contenga Γ come suo sottoinsieme. Secondo questa condizione, dunque, una conclusione non può essere invalidata dall'aggiunta di nuova informazione: una volta che si è giunti ad una conclusione φ per via deduttiva partendo da Γ, questa rimane vera un volta per tutte, indifferentemente dalla premesse che possiamo aggiungere all'insieme delle premesse Γ. Così il numero delle proposizioni valide aumenta monotonicamente rispetto all'incremento delle premesse aggiunte a Γ.

La violazione della condizione di monotonicità all'interno di linee di ragionamento permette invece di avere a che fare con situazioni in cui una conclusione può essere rivista alla luce dell'aggiunta o dell'ingresso di nuove premesse (o informazioni). Se le proposizioni possono essere invalidate dall'aggiunta di nuove premesse il numero delle asserzioni valide non solo potrebbe non aumentare, ma potrebbe anche diminuire (e comunque presentare delle fluttuazioni). Quindi "l'insieme delle credenze accettate non cresce monotonicamente. Inizialmente la conoscenza di sfondo più un insieme di credenze accettate può implicare una conclusione *s*. Poco dopo aver appreso che la proposizione *r* è vera, la conoscenza di sfondo e le credenze accettate combinate con *r* potrebbero non implicare più *s*." (Elio 2002, 4). In tale caso l'agente deve procedere a rimuovere *s* dall'insieme delle credenze accettate.

L'approccio della logica non monotona offre una descrizione piuttosto precisa dell'ambito della plausibilità ed è caratterizzato dall'idea che esistono delle regole formalizzabili di questa forma d'inferenza, e che sia quindi possibile produrre una logica della plausibilità. Il ragionamento plausibile, "più tipico della vita quotidiana (ma non solo)" (ivi, 229), viene innazitutto pensato come legato a situazioni "in cui le conclusioni sono raggiunte solo *provvisoriamente*, riservandosi il diritto di ritrarle alla luce di ulteriori informazioni", (*ibid.*) in quanto "il soggetto 'salta alle conclusioni' in base a informazioni parziali, riservandosi il diritto di rivisitare tali conclusioni quando nuove informazioni siano disponibili" (*ibid.*).

L'approccio non monotono non mette dunque in discussione la certezza dei metodi attraverso i quali si giunge alla conclusione, né tanto meno le premesse. Esso intende rendere conto di un'idea della plausibilità quale forma debole d'incertezza dei metodi, che deriva semplicemente dalla possible presenza o emergenza di eccezioni e controesempi, che possono invalidare un conclusione precedentemente ottenuta.

Nel tentativo di sistematizzare e formalizzare il ragionamento plausibile così definito, le logiche non monotone da una parte rifiutano la condizione di monotonicità, dall'altra sono accomunate dell'idea di porre tre condizioni "desiderabili" (ivi, 233) che la nozione di inferenza plausibile deve soddisfare. Esse sono:

1) **la sopraclassicità :** se la proposizione ϕ è una conseguenza logica dell'insieme di premesse Γ nella logica del primo ordine, allora è anche una inferenza plausibile
2) **la riflessifività :** se la proposizione ϕ è contenuta nella premesse Γ, allora è anche una conseguenza plausible di Γ
3) **il taglio :** se ϕ è una conseguenza plausibile di Γ, e ψ una conseguenza plausibile di Γ e ϕ, allora ψ è già una conseguenza plausibile di Γ

2. *Probabilità e non monotonicità*

La regola del taglio (3) è particolarmente rilevante poiché permette di distinguere in modo chiaro, all'interno delle logiche non monotone, la nozione di plausibilità da quella di probabilità, che come abbiamo visto rappresenta uno dei grandi candidati al trattamento del ragionamento plausibile. La regola del taglio stabilisce infatti che la lunghezza di una dimostrazione non influenza il grado di supporto che le premesse conferiscono alla conclusione. Nella teoria classica delle probabilità, invece, la lunghezza della dimostrazione che conduce ad una conclusione gioca un ruolo decisivo nel sostegno conferito alle conclusioni: il grado di sostegno è inversamente proporzionale alla lunghezza della dimostrazione. All'aumentare dei passi inferenziali, la probabilità di un evento tende infatti a diminuire.

Al fine di chiarire questo punto citiamo un semplice e ben noto esempio (Antonelli 2004). Si considerino le tre proposizioni A*x*, '*x* è alto-atesino', B*x*, '*x* è di madre lingua tedesca', C*x*, 'x è nato in Germania' e sia Φ l'insieme delle proposizioni A*x*, 'La maggior parte degli A sono B', 'la maggior parte dei B sono C'. Le proposizioni del tipo contenute in Φ , come 'la maggior parte degli A sono B', possono essere interpretate probabilisticamente - attraverso la probabilità condizionale – come asserenti che la probabilità di B dato A è uguale o superiore, per esempio, al 60 %; similmente Φ dà un sostegno probabilistico a un enunciato ψ se gli assegna una probabilità uguale o superiore al 60 %.

Nell'esempio in questione Φ dà un sostegno probabilistico a B*x*, poiché segue da A*x* e $pr\{B|A\} \geq 0.6$; tuttavia Φ non sostiene C*x*, poiché Φ sostiene che se *x* è un altoatesino, la probabilità che sia nato in Germania è molto bassa: quindi C*x* non è una conseguenza probabile di Φ. Per ottenere questa conclusione abbiamo infatti bisogno dell'assunzione B*x*, non contenuta in Φ, che è asseribile solo mediate l'applicazione della regola del taglio. Invece in un modello non monotonico l'inferenza C*x* è già una conseguenza plausibile di Φ, poiché per la riflessività da Φ segue A*x*, e da Φ e A*x* segue, B*x* per la regola del taglio, e da B*x*, sempre per la riflessività e il taglio, segue C*x*.

Così l'approccio della logiche non monotone, oltre al merito di cogliere un aspetto cruciale del ragionamento plausibile - la sua natura essenzialmente non monotona, la provvisorietà e la rivedibilità delle sue conclusioni - permette di distinguere chiaramente, come abbiamo visto, la nozione di plausibilità da quella di probabilità.

3. *I limiti dell'approccio non-monotono al ragionamento plausibile*

L'approccio non monotono dà luogo a un quadro ben delineato e preciso della nozione di plausibilità:

1) il ragionamento plausibile è deputato a trattare situazioni d'incertezza, dove la candidatura di un'ipotesi o una conclusione sono tali poiché possono essere inficiate o riviste alla luce dell'ingresso di nuova informazione (e quindi la conoscenza è "time-sensitive", può cambiare nel corso del tempo)
2) un'ipotesi o una conclusione è dunque plausibile in quanto, e fino a quando, l'ingresso di nuova informazione non la infica o ne richiede aggiornamento
3) il suo ambito di applicazione è quello del ragionamento esperto, la tassonomia, le basi di dati, etc.
4) il ragionamento plausibile ha le sue proprie regole e una logica
5) la logica del ragionamento plausibile è una opportuna versione della logica classica.

Le logiche non monotone, nelle loro molteplici articolazioni (la logica di default, le reti semtantiche non monotone, etc.), modellano una concezione davvero limitata, per quanto centrale, del ragionamento plausibile. Innanzitutto, non si può non osservare, in dominio in continua espansione come quello del ragionamento plausibile, come "la spinta a catturare un un numero sempre maggiore di esempio può portare a varianti del formalismo che non soddisfano le proprietà formali desiderate, e viceversa il desiderio di mantenere un formalismo matematicamente elegante può portare a volte a perdere i fenomeni che se vogliono rappresentare" (Antonelli, 2004, 248). Tuttavia questa difficoltà, legata al soddisfacimento dell'*adeguatezza materiale* e dell'*adeguatezza formale* della teoria, è solo la punta dell'iceberg delle difficoltà delle logiche non monotoniche.

E' vero che esse trattano il ragionamento plausibile come ragionamento sotto condizioni di incertezza, ma si basano su una visione ridotta dell'incertezza, mirante a trattare semplicemente inferenze con eccezioni, o con controesempi. Le forme d'inferenza modellate dalle logiche non monotone sono incerte in quanto producono conclusioni provvisorie che possono essere invalidate o riviste alla luce di nuova informazione disponibile. Come visto, la provvisorietà della conclusione candidata è generata dalla parzialità, e più in generale, dall'incompletezza delle informazioni di cui si dispone, che ha l'effetto di minare la certezza della conclusione candidata. Non a caso il suo tipico dominio d'applicazione - e ciò che a sua volta viene definito un "tipico esempio di ragionamento plausibile" (Antonelli, 2004, 230) - sono le tassonomie o i database. Qui infatti la non completa conoscenza (l'incertezza) dell'ordine tassonomico può generare "salti" inferenziali che possono essere rivisti quando si presenta un nuovo caso che non concorda con essi. L'efficacia della modellizzazione delle logiche non monotoniche è così legata ad una delle assunzioni più forti della logica classica, nota come *assuzione del mondo chiuso*, dove "l'uso di tale terminologia si basa su un'analogia con la fisica" (Cellucci, 2002, 54), che descrive i sistemi chiusi come non aventi alcun scambio di material, di energia e informazioni con altri sistemi. Tale assunzione ha diverse formulazioni, ma qui basterà dire che è caratterizzata dall'ipotesi che l'informazione cui si dispone al momento della candidatura dell'inferenza plausibile è completa, anche se rivedibile. Quindi l'inferenza non monotona non fa altro che esplicitare l'informazione già contenuta nel sistema (la tassonomia, la base di dati, etc), e non porta alla luce nulla di veramente nuovo. Essa stabilisce solo che sulla base delle informazioni disponibili al momento, si può ritenere l'inferenza candidata come legittima (ovvero che non esiste, allo stato attuale della conoscenza, alcuna controindicazione che ne inibisca la candidatura).

La debolezza di una tale concezione appare evidente non appena si consideri un tipico esempio di inferenza che conduce ad una conclusione plausibile, quale l'analogia: nel corso delle inferenze analogiche, che ricorre *all'assunzione del mondo aperto* in cui i sistemi possono - e devono - scambiare energia, materia e informazioni con altri sistemi, la conclusione può infatti essere candidata nonostante l'esplicita presenza di motivi (quelle che abbiamo qui chiamato eccezioni) che depongono a sfavore della candidatura di una conclusione; anzi in alcuni casi, come l'analogia per concordanza o discordanza (Cellucci, 2002, 249-250) , i motivi a sfavore possono essere numericamente superiori a quelli a favore, ma il "salto" inferenziale viene candidato ugualmente poiché ciò che conta non è il mantenimento della corretteza formale dell'inferenza, ma la sua ampliatività.

L'unico caso di ragionamento plausibile che le logiche non monotone sono candidate a trattare con efficacia e proprietà è dunque quello in cui se si conosce *a* e non vi è motivo per pensare che *b* sia falso, allora si può inferire *c*. Nel caso in cui *b* si rivela falso, l'inferenza viene invalidata o, meno drasticamente, si può procedere ad un suo raffinamento: la regola rimane valida, fatta eccezione per le istanze note di *b* che la falsificano (dunque attraverso l'esplicitazione di una "lista delle eccezioni"). Ma anche in questo essa non cattura una delle principali caratteristiche dell'inferenza plausibile, quale la sua ampliatività.

Secondo la visione non monotona, dunque, esiste ed è possibile esplicitare una "logica" del ragionamento plausibile, e questa coincide con la logica deduttiva. Pur violando una delle condizioni caratteristiche dell'inferenza deduttiva, quale appunto la monotonicità, l'approcio non monotono continua ad usare tutti gli altri strumenti concettuali e formali della logica classica. Ma in questo modo essa soffre di tutti i limiti dell'approccio deduttivista alla nozione di plausibilità, che emergono con particolare acutezza quando si deve rendere conto di fenomeni che non sono riducibili ad essa, come il ragionamento analogico, che richiedono lo sviluppo di strumenti e concetti diversi da quelli propri della logica classica. Dunque la concezione non monotona della plausibilità si rivela essere niente altro altro che uno dei possibili strumenti per trattare il problema dell'aggiornamento della credenza ("belief revision") e non può certo ambire a fornire una descrizione ampia e generale della plausibilità e delle sue forme d'inferenza.

Inoltre l'aprroccio non monotono concepisce il ragionamento plausibile come essenzialmente rivolto al trattamento di inferenze proprie dall'esperienza quotidiana. Così facendo, esso trascura tutta quella vasta regione dell'inferenza plausibile direttamente connessa alle discipline scientifiche, compresa la matematica, che, come teorizzato esplicitamente ad esempio sia da Polya (1954) sia da Cellucci (1998 e 2002), è ricca di ragionamenti plausibili e sperimentali (ad esempio quelli analogici ed induttivi) che la logica classica, pur nelle sue varianti, non permette di trattare in modo efficace.

8
L'approccio cognitivo alla plausibilità

1. L'approccio cognitivo di Collins-Michalski

La necessità di rendere conto e incorporare forme di ragionamento che non possono essere trattate efficacemente per via probabilistica o per via strettamente logica - di cui l'analogia è, come abbiamo visto, uno dei rappresentati più significativi - è una delle principali ragioni, anche se non l'unica, che caratterizza un altro approccio di natura non probabilistica: quello "cognitivo".

Negli approcci fin qui esaminati, sia di natura probabilistica sia di natura non probabilistica, non v'è nulla di psicologico nel concetto di plausibilità, nel senso che la plausibilità delle ipotesi candidate, o delle valutazioni, non fa riferimento ad alcuna influenza della sfera soggettiva dell'agente che produce le inferenze. Anzi, in molti casi ciò viene esplicitamente posto come uno dei *desideratum* della teoria. L'approccio cognitivo vuole perciò render conto degli aspetti psicologi e soggettivi che intervengono nel processo di generazione d'inferenze e ipotesi plausibili: essa evidenzia e analizza come fattori legati alla psicologia dell'agente (anche se un agente di natura "ideale" o "statistico"), impegnato ad effettuare valutazioni ed elaborare ipotesi in condizioni di incertezza, possano influenzare tale processo.

L'approccio cognitivo alla plausibilità intende dunque mostrare come fattori di natura soggettiva e psicologica (come le illusioni cognitive, ma anche la paura, l'emozione, le debolezze) possano giocare un ruolo decisivo nel processo che conduce ad una scelta comportamentale, alla valutazione di un fatto o alla candidatura di una congettura. Lo studio di questi aspetti è tutt'altro che secondario per un'indagine approfondita e articolata dell'inferenza plausibile e trova applicazione in molti domini. Ad esempio lo studio della finanza, della borsa valori o delle strategie politiche sono casi particolarmente rilevanti di domini in cui sono prodotte inferenze plausibili sulla base della considerazione dell'influenza di fattori cognitivi e psicologici. Un caso particolarmente interessante, in questo senso, è rappresentato ad esempio dai ragionamenti che possono essere condotti in base alla "conoscenza comune" e "all'avversione al rischio". Lo studio del giudizio condotto sotto siffatte condizioni di incertezza trova le sue radici nel lavoro di Tversky, Kahneman e Slovic (Tversky e Kahneman e Slovic, 1982), che sebbene non elabori esplicitamente una nozione e un modello di plausibilità rappresenta un'analisi a cui guardare ogni volta che si pratichi un approccio cognitivo alla plausibilità.

L'approccio cognitivo alla plausibilità trova una sua modellazione per molti versi esemplare nella teoria della plausibilità di Collins-Michalski (C-M). Essa intende "formalizzare le inferenze plausibili che ricorrono frequentemente nelle risposte delle persone a domande per le quali non hanno una risposta pronta" (Collins e Michalski, 1989, 1). Quindi "gli obiettivi centrali della teoria sono la scoperta di modelli inferenziali generali del ragionamento plausibile umano e la determinazione dei parametri che affettano la certezza di queste conclusioni" (ivi, 2). Essa muove così da un approccio sperimentale, ossia da una collezione di protocolli inferenziali ricavati dalle risposte di soggetti posti di fronte a problemi, per giungere alla costruzione di una sorta di "tassonomia dei modelli d'inferenza plausibile" (*ibid.*). Essa si presenta dunque secondo un approccio descrittivo e non normativo. La teoria "include una serie di modelli inferenziali che non occorrono nelle teorie base sulla logica formale" (*ibid.*): ciò le apre la possibilità di elaborare, almeno sotto certi aspetti, un modellizzazione del ragionamento plausibile più generale e flessibile di quella proposta sia dagli approcci probabilistici sia dagli approcci non-probabilistici. Tuttavia l'obiettivo esplicito della teoria C-M è quello di fornire una descrizione limitata della plausibilità: individuare un nucleo teorico, e quindi un frammento, del ragionamento umano plausibile, e costruirne un modello.

Il ragionamento plausibile e la plausibilità sono dunque concepiti come nozioni deputate a trattare l'incertezza che nasce dalla mancanza di conoscenza soggettiva. Questa deriva da "alcuni parametri che minano la certezza di queste conclusioni" (ivi, 2) e uno dei primi compiti della teoria della plausibilità di Collins-Michalski è quello di determinare quali siano questi parametri. Per far ciò la teoria "diversamente da altre teorie del ragionamento plausibile, combina aspetti semantici con aspetti parametrici catturati da stime di certezza numeriche o simboliche" (ivi, 2) e punta al raggiungimento di tre obiettivi principali:

1) l'elaborazione di "una rappresentazione formale dei modelli d'inferenza plausibile" (ivi, 1)
2) l'individuazione di parametri (*i parametri di certezza*) "che affettano la certezza delle risposte delle persone" (*ibid.*)
3) lo sviluppo "di un sistema che metta in relazione i differenti modelli d'inferenza plausibile con i diversi parametri di certezza" (*ibid.*)

2. *Le basi della teoria della plausibilità di Collins-Michalski*

Al fine di raggiungere tali obiettivi, a partire dal primo, Collins adotta il formalismo elaborato da Michalski per lo sviluppo della sua logica a valori multipli ed individua alcuni parametri che ricorrono nel corso dei protocolii d'inferenza palusibile. Il punto due del programma si risolve nella individuazione e nella elencazione dei parametri che esprimono il grado di certezza relativo ad una certa espressione, che può essere espresso sia numericamente sia simbolicamente. Per l'esatezza, Collins ne individua nove (ivi, 18), espressi da lettere greche minuscole, che possono essere associati in vari modi alle espressioni.

Essi sono i seguenti:

α Esprime la probabilità condizionata che il termine alla destra di una implicazione o di una dipendenza ha un particolare valore (detto referente) posto che il termine sinistro abbia un particolare valore. Il parametro si applica dunque a dipendenze e implicazioni.

β Esprime la probabilità condizionata che il termine alla sinistra di una implicazione o di una dipendenza abbia un particolare valore (detto referente) posto che il termine destro abbia un particolare valore. Il parametro si applica dunque a dipendenze e implicazioni.

γ Esprime il grado di credenza che una espressione sia vera. Si applica a qualsiasi espressione.

τ Esprime il grado di tipicità di un sottoinsieme all'interno di un insieme. Ad esempio: 'la rondine è un tipico uccello e il pinguino è un uccello atipico'. Si applica ai modelli d'inferenza GEN e SPEC.

σ Esprime il grado di similarità di un insieme rispetto ad un altro insieme e si applica alle inferenze SIM e DIS.

ϕ Esprime la frequenza del referente nel dominio del descrittore. Ad esempio: 'una larga percentuale di uccelli volano'. Si applica a qualsiasi espressione non relazionale.

δ Esprime la dominanza di un sottoinsieme in un insieme. Ad esempio: 'le galline non rappresentano una larga percentuale degli uccelli, ma rappresentano una larga percentuale dei volatili da granaio'. Si applica alle inferenze GEN e SPEC.

μ_a Esprime la molteplicità dell'argomento. Ad esempio: 'molti minerali sono prodotti da una nazione come gli USA'. Si applica a qualsiasi proposizione non relazionale.

μ_r Esprime la molteplicità del referente. Ad esempio: 'molte nazioni producono un minerale come la nafta'. Si applica a qualsiasi proposizione non relazionale.

3. La rappresentazione della conoscenza

Il punto uno, ossia il problema lagato alla rappresentazione della conoscenza, viene risolto in due passaggi:

a) adottando il sistema di rappresentazione della conoscenza proprio della logica a valori variabili di Michalski.

b) assumendo che la conoscenza umana sia in gran parte rappresentabile attraverso "gerarchie dinamiche" (ivi, 8) che sono costantemente aggiornate, modificate, revisionate.

Le gerarchie rappresentano ordini di natura parziale e sono composte da nodi e link discendenti (vedi Fig. 1 e Fig. 2). I nodi possono rappresentare classi, individui o manifestazioni di individui (ad esempio un atomo ad un certo istante) ed inoltre possono ricorrere contemporaneamente in più gerarchie. Le gerarchie a loro volta possono essere gerarchie-tipo (Fig. 1) o gerarchie-parte (Fig.2). Le prime si articolano mettendo in relazione i nodi secondi tipi (ad esempio ordinando varie aree geografiche secondo i tipi di terreno). Le seconde si articolano mediante rapporti di appartenenza (ad esempio ordinando varie regioni in base all'appartenenza ad una zona).

Terreno *Sud America*

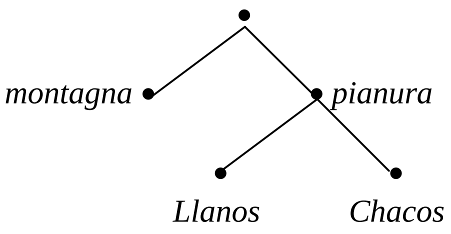


Fig.1

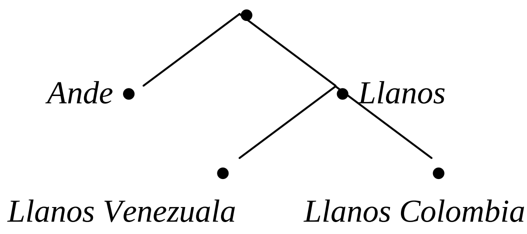


Fig. 2

Al fine di comporre proposizioni, si introduce innanzitutto la nozione di *descrittore*: si definisce A come *descrittore* di B, che sarà a sua volta l'*argomento*, un nodo *A* di una gerarchia *X* che caratterizza un nodo *B* di un'altra gerarchia *Y*; si definisce *termine* l'espressione A(B) e *referente* del termine il valore *c* che esso può assumere. Termine e referente, legati mediante il segno dell'uguaglianza, formano dunque una proposizione, ossia una registrazione delle informazioni contenute all'interno della gerarchia e che rappresentano credenze circa il mondo:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{tipo-numero}_{\text{descrittore}}\underbrace{(dispari)}_{\text{argomento}}}_{\text{termine}} = \underbrace{(primi,...)}_{\text{referenti}}}_{proposizione}$$

A questo punto è possibile definire la *dipendenza tra termini* e la *implicazione tra proposizioni*. La prima, $d_1(a_1)$ <----> $d_2(f(a_1))$: α, β, γ, esprime l'esistenza di una mutua dipendenza tra i termini $d_1(a_1)$ e $d_2(f(a_1)$ secondo i gradi espressi con valori numerici o verbali dei parametri α, β, γ. Ad esempio:
classifica(giocatore di scacchi) <---> numero partite(vinte): alto, alto, certo (ossia: sono certo che la classifica di un giocatore di scacchi indica il numero di partite vinte con alta affidabilità, e viceversa che il numero di partite vinte indichi con alta affidabilità la classsifica).

La seconda, $d_1(a_1) = r_1$<----> $d_2(f(a_1)) = r_2$: α, β, γ, esprime l'esistenza di una relazione di mutua implicazione tra le proposizioni $d_1(a_1) = r_1$ e $d_2(f(a_1)) = r_2$ secondo gradi espressi con valori numerici o verbali dei parametri α, β, γ.

Ad esempio: classifica(giocatore di scacchi) = {uno…} <---> numero partite(vinte) = 90%: alto, moderato, certo (ossia: sono certo che se la classifica di un giocatore di scacchi è il primo posto, allora con alta affidabilità il numero di partite vinte è pari almeno al novanta per cento, e viceversa che se il numero di partite vinte è superiore al novanta per cento, allora con moderata affidabilità la sua posizione in classsifica è la prima).

4. I modelli d'inferenza plausibile

I modelli di inferenza plausibile principali trattati dalla teoria C-M sono le deduzioni plausibili (ossia il principio induttio di Polya), le analogie e le induzioni, anche se la teoria mira a incorporare altre forme di ragionamento plausibile come le inferenze meta-conoscitive, spaziali e temporali. Collins (1978 e 1989) indica quattro principali regole del ragionamento plausibile: generalizzazione (GEN), specializzazione (SPEC), similarità (SIM), dissimilarità (DIS); essi si riferiscono a certi contesti (CX) e operano rispetto a certe caratteristiche. Ad esempio, nel caso di una generalizzazione, quando dalla conoscenza che i tipici fiori inglesi sono le ro-

se e le giunchiglie si inferisce plausibilmente che essi sono anche i tipici fiori dell'Europa, lo si fa sempre rispetto a certi aspetti e in un dato contesto. Ciò vale ovviamente anche per le altre forme d'inferenza. Le generalizzazione e la specializzazione operano verticalmente lungo i nodi della gerarchia dinamica, la similiartà e la dissimilarità tra due qualsiasi nodi comparabili della gerarchia.
I quattro modelli sono dunque formalizzati nel seguente modo:

GEN: a' GEN a in CX(a', d(a')): γ, τ, δ
Ad esempio: uccello GEN pollo in CX(uccelli, caratteristiche fisiche(uccelli)): certo, atipico, bassa dominanza.
Ossia: 'sono certo che i polli sono uccelli, ma sono uccelli atipici nelle loro caratteristiche fisiche, e sono una bassa percentuale degli uccelli.

SPEC: a' SPEC a in CX(a, d(a)): γ, τ, δ
Ad esempio: pollo SPEC pollame in CX(pollame, costo mangime(pollame)): certo, tipico, moderata dominanza.
Ossia: sono certo che i polli fanno parte del pollame e che sono tipici del pollame nel costo del mangime, e che sono una moderata percentuale dei volatili del granaio.

SIM: a' SIM a in CX(A, d(A)): γ, σ
Ad esempio: gatto SIM pantera in CX(felini, caratteristiche fisiche(felini)): certo, altamente simili
Ossia: sono certo che i gatti sono altamente simili alle pantere rispetto alla caratteristiche fisiche.

DIS: a' DIS a in CX(A, d(A)): γ, σ
Ad esempio: gatto DIS pantera in CX(felini, velocità(felini)): certo, abbastanza dissimili.
Ossia: sono certo che i gatti sono abbastanza dissimili dalle pantere rispetto alla loro velocità.

L'ipotesi che fonda la teoria C-M è che le persone, quali agenti più o meno razionali, tenderanno a produrre queste forme d'inferenza plausibile fino "al grado in cui essi non hanno informazioni contrarie o fanno inferenze contrarie per annullare tali conclusioni" (ivi, 24). Dunque un'inferenza è plausibile fino al punto in cui non esistono espliciti motivi (evidenze dirette o inferenze che forniscono conclusioni) che contrastino con la conclusione da essa candidata. Questo ovviamente espone questa assunzione ad una prima ed alquanto ovvia critica: infatti "un argomento che può essere addotto contro la generalità di questi modelli d'inferenza è che le persone potrebbero trarre qualsiasi tipo di conlusione assurda se seguissero, nella maggior parte dei casi, questi modelli" (ivi, 23). In questo senso si possono costruire facili esempi di inferenze fallaci basate su questi modelli: ad esempio dall'osservazione che gli uccelli volano, per generalizzazione si potrebbe concludere che gli animali o gli esseri viventi in genere volano; oppure, mediante le specializzazione, che i pinguini o le ostriche volano; oppure, per dissimilarità, che la mosca o gli insetti non volano.

Tuttavia, secondo Collins, ciò non rappresenta propriamente una difficoltà, o un limite, ma una peculiarità e un punto di forza del ragionamento plausibile. Infatti "inseriti in contesti di ragionamento su aspetti del mondo sui quali si ha poca conoscenza, questi tipi di conclusioni scorrette sono usuali. Ma questo non è criticare tale ragionamento plausibile: è più facile che questo conduca a conclusioni corrette, quando si hanno sufficienti informazioni per andare avanti" (ivi, 24). L'importante è perciò disporre di informazioni strutturate sul contesto.

Anche il punto tre viene risolto adottando il sistema di calcolo logico a valori variabili elaborato da Michalski. L'incertezza propria dell'inferenza plausibile di cui la teoria C-M vuole rendere conto è dunque di natura epistemica, relativa allo stato interno del soggetto e non solo alla natura delle informazioni a dei modelli di ragionamento impiegati per giungere ad una conclusione o valutare un'ipotesi. Essa ha un carattere descrittivo e non normativo: "la teoria cerca di specificare come le persone di fatto ragionano, e non come dovrebbero ragionare" (ivi, 7). Essa intende dunque sviluppare una teoria dell'inferenza plausibile che affronti l'incertezza sia dei metodi sia delle premesse sia delle loro possibili combinazioni.

I protocolli studiati da Collins evidenziano alcune caratteristiche ricorrenti del ragionamento plausibile. In particolare si ha che:

1) esistono diversi tipi di inferenza che possono essere utilizzati per rispondere ad una questione;
2) lo stesso tipo di inferenza può ricorrere in molte risposte diverse;
3) le prove che sostengono una questione vengono tutte pesate;
4) il grado di certezza della conclusione dipende dalla certezza dell'informazione, la certezza dell'inferenza, e dal fatto se inferenze diverse conducano alla stessa conclusione oppure a conclusioni opposte;
5) nel corso dei ragionamenti vengono impiegati sia *argomenti legati* – "dove la premessa di un conclusione dipende dalla conclusione di un'altra inferenza" (Collins, 1978 , 195), sia *argomenti convergenti* – dove "le inferenze sono fonti indipendenti di evidenza" (*ibid.*)

Inoltre essi evidenziano anche l'esistenza di uno spazio all'interno del quale le inferenze vengono condotte, in particolare uno spazio che Collins (1978) definisce a cinque dimensioni:

dim 1) *inferenze sulla conoscenza – inferenze su meta-conoscenza*
ossia è possibile distinguere tra inferenza condotte basandosi sulle proprie conoscenze – come l'analogia o la deduzione – e inferenze condotte basandosi sulla conoscenza della propria o altrui conoscenza (appunto meta-conoscenza)

dim 2) *inferenze funzionali – inferenze insiemistiche*
per ogni tipo di inferenza è possibile distinguere una variante funzionale e una variante insiemistica. La seconda permette di trasferire la proprietà di un insieme su un altro insieme. La prima permette lo stesso trasferimento, sotto la condizione aggiuntiva che la proprietà in questione (la variabile dipendente) dipende a sua volta da un'altra proprietà (la variabile indipendente): essa è dunque una sorta di "correlazione direzionale" (*ibid.*)

dim 3) *inferenze sematiche, spaziali, temporali*
per ogni tipo di inferenza Collins delinea tre possibile varianti: la semantica (ossia il "trasferimento di proprietà lungo uno spazio semantico"), la spaziale (ossia il trasferimento di proprietà "lungo uno spazio euclideo:), la temporale (ossia il trasferimento di proprietà "lungo il tempo"). Queste distinzione viene operata in vista dell'elaborazione di una teoria computazionale, visto che le tre forme di inferenza implicano procedure per molto versi differenti.

dim 4) *insiemi simili, superordinati– insiemi subordinati*

Le inferenze sono la deduzione, induzione, generalizzazione, analogia e abduzione, che implicano il trasferimento di proprietà da insiemi superordinati, simili o subordinati.

dim 5) *inferenze negative– inferenze positive*

Ogni inferenza ha una versione negativa e una positiva, a secondo del fatto se la conclusione candidata implica rispettivamente l'assenza o la presenza di una proprietà.

La ricerca o la valutazione di un'ipotesi plausibile è un processo ben definito all'interno della teoria C-M, anche se non molto esteso, poiché "non ci sono lunghe catene inferenziali nel ragionamento plausibile delle persone, diversamente dalle dimostrazioni logiche e matematiche" (ivi, 8). Nel corso del processo dunque "il soggetto lancia una ricerca di informazioni partendo dalle parole nella domanda. Quando vengono trovate informazioni, esso dà avvio a inferenze specifiche. Quale sia il modello inferenziale applicato dipende dalla relazione tra le informazioni trovate e la domanda posta"(ivi, 4). Inoltre, come abbiamo già sottolineato, il soggetto chiamato a rispondere a una domanda ricorre e informazioni diverse per candidare le proprie conclusioni e "queste informazioni qualche volta conducono alla stesa conclusione e talvolta a conclusioni diverse" (ivi, 6).

La candidatura delle conclusioni e delle ipotesi plausibili avviene dunque secondo modelli formali precisi. Si consideri il seguente esempio di inferenza plausibile tratto da un protocollo sottoposto da Collins a vari soggetti:

Allievo:	*E' il Chaco la nazione dei bovini? Io so che la nazione del bovini è qui sotto (puntando all'Argentina)*
Insegnante:	*Penso che sia di più la nazione delle pecore. Essa è un po' come il texas occidentale, quindi in qualche modo penso che sia una nazione di bovini. I bovini si trovano originariamente nella Pampas, ma non così tanto ad ogni modo.*

In questo protocollo vengono utilizzate inferenze analogiche (similarità e dissimilarità), inferenze sulla meta-conoscenza, e le conclusioni candidate sulla base di questi modelli sono discordanti: non tutte infatti conducono alla stessa conclusione. Innanzitutto viene tracciata una plausibile dissimilarità tra nazioni di pecore e nazioni di bestiame, in base al clima o alla vegetazione: dunque se il Chaco è la nazione di pecore non può esserlo anche di bovini. Quindi si procede ad una inferenza plausibile di meta-conoscenza (in particolare per mancanza di conoscenza) che suona così: "se il Chaco fosse una nazione di bovini lo saprei; ma non lo so, dunque non è una nazione di bovini". Questa è una conclusione negativa: il Chaco non gode della proprietà indagata. Tuttavia esiste una parte indipendente del ragionamento che candida una conclusione opposta, ossia asserisce l'esistenza della proprietà in questione. Infatti l'insegnante, sulla base dell'osservazione di una somiglianza tra il Chaco e i Texas occidentale (presumibilmente rispetto a determinazioni funzionali della crescita dei bovini – come la vegetazione, il clima, il terreno, etc. -), e dalla conoscenza che il Texas occidentale è una nazione di bovini, si conclude plausibilmente che anche il Chaco sia una nazione di bovini.

La traduzione formale di una parte di questo protocollo, quella relativa alla analogia per similarità, assume la forma seguente nella logica di Michalsky:

$d(a) = r : \gamma_1, \phi, \mu_a$
a’ SIM a in CX (A; D(A)): σ, γ_2
D(A) <----> d(A): α, γ_3
a, a’ SPEC A: γ_4 ,γ_5

$d(a') = r : \gamma = f(\gamma_1, \phi, \mu_a, \sigma, \gamma_2, \alpha, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5)$

ossia si ha che

Bestiame(Texas Occidentale) = {bovini} : γ_1= alto, ϕ = alto, μ_a= alto
Chaco SIM Texas in CX (regione; vegetazione(regione)): ϕ = moderato, γ_2= moderato
Vegetazione (regione) <-----> Bestiame(regione): α = alto, γ_3 = alto
Texas occidentale, Chaco SPEC region : γ_4= alto, γ_5 = alto

Bestiame(Chaco) = {bovini,…} : γ= moderato

L’approccio della teoria C-M riesce così non solo a sottolineare, ma a incorporare e formalizzare un aspetto rilevante dell’inferenza plausibile, ossia il ruolo esercitato da fattori di natura psicologica e cognitiva sulla certezza delle conclusioni raggiunte in situazioni di incertezza.

5. I limiti dell’approccio della teoria di Collins-Michalski

Secondo l’approccio di Collins – Michalski all’inferenza plausibile si ha dunque che:

1) il ragionamento plausibile è deputato a trattare situazioni d’incertezza, nelle quali la psicologia del soggetto chiamato a fare valutazioni o generare ipotesi gioca un ruolo decisivo nel corso del ragionamento. In particolare nella teoria C-M il soggetto non dispone d’informazioni sufficienti per produrre riposte certe a dati problemi. L’incertezza deriva dunque dalla mancanza o incompletezza di conoscenza soggettiva, e viene espressa mediante opportuni parametri associati alla ipotesi o conlusione candidata.
2) La teoria dell’inferenza plausibile è di natura descrittiva e non normativa.
3) un’ipotesi è plausibile (a) se è il risultato dell’applicazione di uno dei modelli d’inferenza plausibile nello spazio delimitati da “cinque dimensioni”, (b) fino al punto in cui non esistono espliciti motivi, ossia evidenze dirette o altre linee di ragionamento, che candidano a loro volta conclusioni che contrastano con la conclusione candidata. Dunque si può generalmente sostenere che nella concezione di Collins “qualcosa è plausibile se è concettualmente sostenuta dalla conoscenza precedente” (Conell e Keane 2003, 264).
4) il suo ambito di applicazione è quello del ragionamento quotidiano, condotto prevalentemente per via verbale.
5) il ragionamento plausibile ha le sue proprie regole (i modelli d’inferenza plausibile), che non possono essere ridotti al ragionamento deduttivo o a quello probabilistico (al massimo incorporano le inferenza logiche e quelle probabilistiche all’interno di un quadro più vasto di modelli inferenziali)

6) la logica del ragionamento plausibile si articola attraverso la candidatura di conclusioni secondo i modelli d'inferenza plausibile (deduzioni plausibili, analogie e induzioni), fatto salvo che non esistano evidenze o conlusioni contrarie alla conclusione candidata.
7) il ragionamento plausibile non deve soddisfare la condizione metrica. Non è sempre possibile stabilire quale ipotesi sia più plausibile, anche quando esistono conclusioni opposte, e determinare anche solo un ordine parziale tra diverse ipotesi plausibili.

Il fine esplicito della teoria C-M è l'elaborazione di una tassonomia dei modelli del ragionamento plausibile che sia descrittiva del modo in cui si articola il ragionamento umano quotidiano in condizioni di incertezza (derivante da una conoscenza di base incompleta e dall'influenza di alcuni parametri cognitivi), sulla base della quale sviluppare un modello computazionale.

Il perseguimento di questo obiettivo avviene tuttavia attraverso un forte schematismo e una eccessiva semplificazione dei modelli d'inferenza plausibile trattati e codificati. Ciò è particolarmente evidente nel caso dell'inferenza analogica, che viene concepita semplicemente come una forma di similarità: la teoria C-M, pur avendo il merito di incorporarla, ne fa un uso acritico, che non tiene conto dei diversi modi in cui può essere formulata e delle limitazioni di cui la nozione di similarità pur soffre (e che non tratteremo in questa sede vista l'estensione dell'argomento).

Inoltre la teoria C-M, basandosi sulla logica di Michalski, accoglie il principio del terzo escluso ed è una teoria monodimensionale a *somma uno*: l'agente chiamato a produrre inferenze plausibili non solo distribuisce tutta la credenza, ma le assegna un limite superiore, pari al convenzionale uno probabilistico. Infine la teoria C-M, se da una parte presenta la grande novità di cogliere l'importanza di trattare gli aspetti cognitivi e psicologici della plausibilità, dall'altra non estende la ricerca e l'analisi della plausibilità in questa direzione. Esistono infatti alcuni domini caratterizzati da una stretta connessione tra l'influenza di fattori cognitivi e psicologici, la credenza, e la produzione di inferenze plausibili. Ad esempio, la Borsa, la finanza e la strategia politica sono esempi tipici in cui l'elaborazione di inferenze plausibili non solo è centrale, ma ha che fare con processi specifici e di grande interesse, originati da fattori psicologici. Tra i più importanti vi sono quelli legati alle illusioni cognitive e psicologiche, che producono fenomeni al limite della paradossalità come "le credenza che si auto-avverano".

Nel caso delle illusioni psicologiche è provato (Tversky e Kahneman e Slovic 1982) che atteggiamenti emotivi che intervengono nel corso di inferenze e valutazioni, come la 'minimizzazione del rimorso', ne modifichino il corso e si rivelino decisivi nella candidatura della scelta finale. Esiste una lunga casistica che mostra come ad esempio (Paulos 2003, 29) di fronte a scelte del tutto identiche, si decida di optare per una sulla base di fattori meramente emotivi e psicologici come l'avversione al rischio. In base a questo, il desiderio di ridurre al minimo il rimorso, ad esempio, nei riguardi di possibili perdite, genera processi decisionali e valutativi distorti, se non paradossali, negli investitori. Ancor più paradossali possono apparire altri fenomeni indotti dalle illusioni cognitive, come le credenze che si auto-avverano. Esse sono fenomeni che generano casi in cui l'illusione cognitiva, la convinzione legata ad una certa realtà, finisce per generare quella realtà. Ad esempio, nel caso del mercato azionario, se un numero sufficiente di investitori ad un certo punto crede nel potenziale di una data azione, ossia nel fatto che il suo prezzo stia per aumentare, allora il prezzo dell'azione salirà solo per quest'unica ragione, giustificando questa credenza. Infatti gli investitori inizieranno a comprare quelle azioni, credendo che stia per aumentare e quindi spinti dalla speranza di poterla poi rivendere quando il prezzo sarà alto al fine di trarne degli utili, e ciò farà lievitare il prezzo, proprio come la loro credenza supponeva. Certo non sempre questa credenza sarà soddisfatta, poiché esiste una "soglia" che deve essere raggiunta affinché il meccanismo si metta in moto (nell'esempio addotto sopra, la soglia è un "certo" numero di investitori). Tuttavia fenomeni del genere non sono affatto infrequenti, ed anzi sono alla base di alcune delle più note bolle speculative e dei crolli improvvisi del mercato azionario, oltre ché di alcune delle tecniche più comuni di frode azionaria come il "*pump and dump*".

Questi comportamenti paradossali della credenza nascono dal fatto che le inferenze che possono essere condotte sulle credenze coinvolgono non solo le credenze stesse, ma le credenze sulle altrui o proprie credenze, e così via, ovvero su ciò che si definisce la conoscenza comune. Un'informazione viene definita una "conoscenza comune ad un gruppo di persone se tutti i componenti di quel gruppo la conoscono, sanno che altri la conoscono, sanno che altri sanno che loro la conoscono, e così via" (Paulos 2004, 15). Essa è diversa dalla semplice informazione reciproca, "che implica solo il possesso di quella determinata informazione e non anche la consapevolezza della conoscenza altrui" (*ibid.*). Affinché sia possibile che una conoscenza reciproca divenga una conoscenza comune, infatti, è necessaria la presenza di un "arbitro indipendente" (iviv, 17) rispetto ai vari agenti che compiono inferenze e condividono informazioni (che nel caso del mercato azionario può essere, ad esempio, la Sec, l'organo di regolamentazione e vigilanza della borsa statunitense).

Queste forme di ragionamento danno così luogo a modelli d'inferenza plausibile di larga diffusione che pur dipendendo da fattori cognitivi e psicologici non sono inclusi, o riconducibili, alla teoria di Collins-Michalsky. Essa finisce perciò per tralasciare un'intera area all'interno della regione del tipo ragionamento plausibile che intendeva esplicitamente trattare e modellare.

9
Verso una teoria generale del ragionamento plausibile

1. Sistemi aperti e reti

Le teorie dell'inferenza plausibile nascono e si sviluppano in relazione ad un preciso dominio che intendono modellare: i sistemi esperti, il calcolo probabilistico, le tassonomie, le reti bayesiane, sono solo alcuni esempi di come di volta in volta l'idea di plausibilità, e dei suoi modelli, emergano da problemi e dinamiche che sono proprie di specifici ambiti. Tutti gli approcci che abbiamo analizzato sono perciò, in modo più o meno diretto, il risultato di una trattazione della plausibilità che dipende fortemente dal dominio di riferimento: la specificità dell'ambito al quale si richiamano finisce per influenzare e in molti casi determinare non solo i modelli d'inferenza plausibile, ma le assunzioni e gli assiomi della teoria stessa. Di conseguenza, i vari approcci non affrontano il problema della plausibilità in tutta la sua estensione e complessità, ma finiscono per proporre, più semplicisticamente, una propria visione della teoria dell'inferenza plausibile, nella fattispecie quella che si rivela più efficace nel trattare i problemi del dominio a cui si riferiscono.

Se da una parte questo aspetto rappresenta, come abbiamo sottolineato, un limite delle teorie dell'inferenza plausibile, dall'altra ne esprime una istanza fondamentale: quella che risponde al tentativo di tener conto di un numero sempre maggiore di esempi e domini in cui si danno situazioni e inferenze "incerte". Questa osservazione rappresenta il punto di partenza di un'indagine che voglia aspirare ad una trattazione più ampia, se non generale, della plausibilità.

Nel corso della tesi (Cap. 3, §5) ho argomentato contro la validità della distinzione tra 'contesto della scoperta' e 'contesto della giustificazione', di matrice logico-empirista. Pur nella sua convenzionalità e arbitrarietà, questa distinzione si rivela utile per indicare la linea lungo la quale sviluppare una teoria del ragionamento plausibile di carattere generale. Infatti è mediante il tentativo di prendere in considerazione e spiegare razionalmente il ruolo della plausibilità nel momento della scoperta – nel processo di formazione delle ipotesi - che si possono aprire allo studio di questo fenomeno nuove linee di ricerca. Ciò corrisponde all'approfondimento del ruolo della plausibilità nell'euristica non semplicemente così come la intende Polya, ossia come momento legato alla corroborazione o giustificazione dell'ipotesi, ma come processo che costruisce le ipotesi, dal basso secondo un andamento bottom-up, in dinamica relazione con la conoscenza esistente.

Se la prassi di riferirsi esplicitamente ad un preciso dominio per estrapolare modelli e concezioni del ragionamento plausibile deve essere tenuta in considerazione, allora esistono ambiti le cui dinamiche sono in grado di suggerire nuove direzioni nell'elaborazione della teoria della plausibilità. In particolare esistono due recenti teorie non standard che si rivelano di particolare interesse in questo senso: la teoria dei sistemi concettuali aperti e la teoria delle reti.

La teoria dei sistemi concettuali aperti fornisce importanti indicazioni su come sia possibile costruire razionalmente ipotesi plausibili e come le sue dinamiche possano gettare nuova luce sui processi inferenziali propri della costruzione e formazione delle ipotesi. In quanto basati sull'assunzione del mondo aperto, questi sistemi hanno caratteristiche e strumenti completamente diversi, e nuovi, rispetto ai sistemi formali classici basati sull'assunzione del mondo chiuso. In molti casi essi hanno superiori capacità inferenziali rispetto al metodo assiomatico e permettono di affrontare razionalmente il problema della formulazione delle ipotesi e della scoperta.

In particolare, anche nel caso della matematica, "un sistema aperto non contiene una rappresentazione completa delle conoscenze relative ad una data area della matematica ma solo una loro rappresentazione parziale, perciò deve interagire con altri sistemi per acquisire conoscenze non disponibili in esso" (Cellucci 2002, 204). Nel corso dell'analisi della soluzione del problema di Mengoli (Cap. 3, §3) ho mostrato come il processo di generazione dell'ipotesi sia il frutto di processi che si articolano secondo le dinamiche dei sistemi aperti: infatti "all'inizio è dato solo il problema da risolvere" (*ibid.*), nella fattispecie il problema di Mengoli, e "le ipotesi per la soluzione del problema non sono date dall'inizio"(*ibid.*) ma "sono introdotte tramite l'interazione con altri sistemi, che è quindi essenziale per la soluzione del problema". E' infatti proprio il ricorso alla doppia analogia (finito-infinito e algebra-trigonometria) che consente a Eulero di formulare le ipotesi che si rivelano decisive per la soluzione del problema. L'analogia è infatti per sua natura un tipo d'inferenza plausibile che opera in uno spazio concettuale 'aperto', poiché richiede l'interazione tra diversi sistemi di conoscenze per poter candidare le proprie conclusioni. Ed è proprio questa sua natura aperta che crea problemi, soprattutto agli approcci di natura probabilistica alla plausibilità.

La teoria delle reti, grazie ai suoi recenti sviluppi può essere guardata come una valida fonte di analisi e indagine dell'inferenza plausibile. Come abbiamo avuto modo di vedere (Cap. 7, §4), la rappresentazione della conoscenza sotto forma di grafo non solo non è affatto inusuale, ma è in grado di rilevare aspetti essenziali circa la natura e le dinamiche delle forme d'inferenza plausibile. Tale rappresentazione gioca un ruolo decisivo nella teoria delle reti, i cui risultati mostrano come esistano semplici configurazioni e dinamiche topologiche che sono in grado di rilevare proprietà essenziali dei fenomeni indagati. L'idea che intendo sviluppare è dunque di applicare la teoria delle reti allo studio del ragionamento plausibile sia al fine di rilevarne aspetti nuovi sia di chiarirne di essenziali. In particolare intendo mostrare come la nozione di 'connettività' e quella di 'robustezza' assumano un ruolo di spicco nella rilevazione di aspetti che possono contribuire allo sviluppo di una forma più ampia di teoria dell'inferenza plausibile.

Innanzitutto, richiamo brevemente alcuni elementi di base della teoria delle reti (per le definizioni rigorose si rimanda all'appendice in fondo al capitolo). La rappresentazione della conoscenza (quella a reti) è molto semplice, ed è formata da due soli elementi costitutivi: i nodi (rappresentati convenzionalmente dal simbolo •) e i link (o collegamenti, rappresentati convenzionalmente da segmenti o archi). I nodi rappresentano gli elementi base di un dominio indagato (ad esempio possono rappresentare ipotesi, proposizioni, agenti o formiche); i link rappresentano le relazioni esistenti tra nodi (ad esempio le relazioni di implicazione, affinità, parentela). Nodi e link danno luogo a grafi, che combinandosi creano le reti in senso stretto. I grafi sono perciò strumenti che consentono di rappresentare spaziale di relazioni. Le reti, a loro volta, possono presentarsi secondo grafi di due tipi: i grafi orientati (Fig. 2) e i grafi non orientati (Fig. 1). Essi si distinguono sulla base dei collegamenti tra i vari nodi che, rispettivamente, possono o non possono avere un verso.

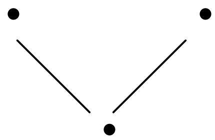


Fig. 1

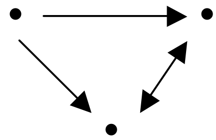


Fig. 2

In particolare, esistono alcuni tipi di grafi che possono rivelarsi di particolare interesse per lo studio dei processi inferenziali, come "l'ipergrafo" (Fig. 3). Questo è un grafo nel quale i nodi sono connessi mediante 'iperarchi'; ogni iperarco e' costituito da un insieme di nodi, e rappresenta una relazione tra essi.

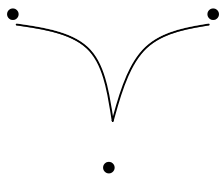


Fig. 3

Un esempio di 'ipergrafo' è la relazione che lega una qualsiasi terna di numeri che esprime la congruenza di due di essi rispetto a un certo modulo (espresso dal terzo numero) - ad esempio, 3 = 10 (*mod 7*). L'argomento legato, in cui tutte le premesse sono necessarie per ottenere la conclusione, può essere rappresentato sotto forma di ipergrafo: infatti non è possibile rimuovere alcun nodo (le premesse dell'argomento) senza inficiare il grafo e, di conseguenza, le relazioni e l'argomentazione che rappresenta.

La teoria delle reti ha permesso di cogliere l'esistenza d'alcune proprietà che ricorrono, in modo quasi ubiquitario, in domini del tutto eterogenei: il Web, Internet, le relazioni sociali, solo per fare alcuni esempi, presentano caratteristiche, dinamiche e comportamenti del tutto identici (come la legge di potenza, l'auto-similarità, etc.). Tuttavia, ogni dominio ha rivelato l'esistenza di proprietà peculiari, che hanno indirizzato la ricerca verso nuove direzioni. L'applicazione della teoria delle reti allo studio dell'inferenza plausibile può dunque stimolare la ricerca in almeno due direzioni: da una parte può mostrare come, e se, tali inferenze possano comportarsi secondo i principi della teoria delle reti; dall'altra, può mostrare come possano presentare dinamiche peculiari, in grado di fornire alla teoria delle reti stessa nuovi modelli e comportamenti su cui indagare.

Ai fini dello studio dell'inferenza plausibile, esistono alcune proprietà reticolari particolarmente rilevanti e interessanti. In particolare esse sono:

1) la connettività
2) la robustezza

1) La prima ha varie definizioni, adatte agli specifici domini applicativi rappresentati dai grafi; in generale possiamo dire che misura quanto l'intero grafo sia collegato, dove due nodi si dicono collegati se esiste una sequenza di archi che li collega, e un grafo è collegato se tutti i nodi sono collegati, ovvero se non esistono 'isole'; per fare alcuni esempio, in un grafo non orientato il grafo si definisce connesso se da ogni nodo esiste un *cammino* (sequenza di archi) verso

ogni altro nodo; in un grafo orientato si ha la connettività ‘debole’, che consiste nel non considerare orientati gli archi e verificare se il grafo non orientato ottenuto è connesso, e la connettività ‘forte’, nella quale da ogni nodo deve esistere un cammino orientato (ovvero una sequenza di archi con lo stesso verso) verso ogni altro nodo (per definizioni rigorose si rimanda all’Appendice);

2) la robustezza è una forma di resilienza, ”una capacità di ‘autoaggiustamento’” (Barabasi 2002, 121), di tolleranza all’errore ed è definita, in funzione della definizione di ‘connettività’ e del numero di nodi che devono essere rimossi in modo casuale per *disconnettere* il grafo.

Queste proprietà permettono dunque di concepire, definire e analizzare la plausibilità in termini di connettività e di robustezza topologica. Da quanto emerso dall’analisi dei vari approcci a questa nozione, si può infatti considerare un’ipotesi come ‘plausibile’ quando è connessa alla conoscenza esistente ed è dotata di una capacità di auto-aggiustamento, ossia di robustezza (resistenza all’errore): essa sarà tanto più plausibile quanto più alto è il suo grado di connessione e di resilienza rispetto alla conoscenza esistente. La connettività misurerà il suo grado di integrazione e di compatibilità con la conosenza esistente, la robustezza quanto ne è supportata e sostenuta.

L’applicazione della teoria delle reti allo studio dell’inferenza plausibile richiede tuttavia il chiarimento di alcuni punti critici. Innanzitutto bisogna sottolineare come tale applicazione possa riguardare sia l’articolazione delle linee di ragionamento, sia la relazione tra l’ipotesi (o il fatto) in esame e la conoscenza esistente. In altre parole essa può investire sia il problmea della giustificazione sia il problema della scoperta. E’ possibile infatti rappresentare in forma reticolare entrambi questi aspetti della plausibilità e studiarne le proprietà topologiche al fine di trarre nuove indicazioni che siano in grado di stimolare la costruzione di una teoria della plausibilità dal carattere più generale di quelle attuali. Una tale costruzione richiede che i nodi e link non siano solo di natura “mono-dimensionali” (ossia rappresentanti entità appartenenti a classi omogenee), ma devono poter essere in grado di esprimere entità eterogenee. In particolare si ha che:

a) i nodi che costituiscono la rete possono essere di natura eterogenea, ossia rappresentare elementi appartenenti a classi non omogenee (ad esempio possono rappresentare sia per proposizioni o teoremi noti, sia congetture o ipotesi dallo statuto provvisorio ed incerto); i nodi possono inoltre essere “pesati”, come avviene nella trattazione di Rescher e Walton della plausiblità, ossia ricevere valori (convenzionalmente espressi da numeri reali compresi tra 0 e 1) che ne esprimono l’attendibilità;

b) le relazioni che legano i nodi, i link, possono essere di natura eterogenea, e rappresentare simultaneamente questi diversi tipi di relazione (ad esempio: ipotesi e proposizioni – rappresentate da nodi – possono essere legate da relazioni di implicazione, equivalenza, similarità, etc); anche i link, come i nodi, possono a loro volta essere “pesati”.

2. *Reti di inferenza plausibile*

La plausibilità di una proposizione è legata all'esistenza di relazioni di natura eterogenea tra entità di natura eterogenea. Infatti, un'ipotesi o un fatto è plausibile non solo poiché implica o è implicato da altri fatti noti, o altre ipotesi a loro volta più o meno plausibili, ma anche perché vi instaura relazioni di analogia e similarità. Ciò vale non solo nel caso di domini sperimentali ed empirici, ma, come abbiamo visto, anche nel caso della matematica. Un'ipotesi o una congettura, *i*, è perciò plausibile in quanto instaura con la rete formata dalla conoscenza esistente una varietà di relazioni. Ad esempio:

- *i* può implicare alcuni risultati noti;
- *i* può essere implicata da alcuni risultati noti o da alcune congetture note;
- *i* può essere analoga ad un risultato noto o ad alcune congetture note;
- i risultati noti, a loro volta, sono legati da simili rapporti di dipendenza o similarità con altri risultati noti o congetture note;

Ciò dà luogo ad un'intricata rete di relazioni tra l'ipotesi *i* e la conoscenza esistente. Questa rete può dirci qualcosa sulla plausibilità di *i*, ed è qui che entrano in gioco le nozioni di connetività e robustezza.

Innanzitutto bisogna osservare che il successo di un tale approccio dipende in modo essenziale da un'adeguata rappresentazione della conoscenza in forma reticolare, e in particolare dal *grado di granularità* scelto. Per grado di granularità si intende il dettaglio con il quale i singoli nodi modellano il dominio: un nodo può rappresentare un singolo teorema oppure parti di esso collegate da link; all'aumentare del grado di dettaglio si ha, ovviamente, una maggiore precisione della descrizione della fenomeno indagati a scapito della leggibilità e maneggevolezza della rete.

In secondo luogo tutto ciò passa attraverso la traduzione in forma reticolare di una quantità adeguata di pattern d'inferenza plausibile. In questo senso la matematica si presta ad essere un dominio particolarmente idoneo ad espletare questo compito. Si immagini infatti di rappresentare tutto il corpus delle conoscenze matematiche attuale in una rete dove dai nodi iniziali, che rappresentano gli assiomi provvisori, si passa via via, mediante le relazioni di implicazione, equivalenza, similarità, etc., a nuove proposizioni (teoremi) o congetture. Ogni volta che un nuovo teorema o una nuova congettura viene prodotta, la rete viene estesa con nuovi nodi e link (in altre parole forma quella che informalmente si definisce una rete o grafo crescente). In realtà la produzione stessa di congetture e nuove proposizioni passa attraverso l'istituzione di nuovi enti (nodi) e relazioni (link). Qui si può brevemente osservare come la distinzione tra scoperta e giustificazione non abbia molto senso, poiché gli strumenti con cui si ottiene un nuovo nodo sono spesso gli stessi con cui viene poi giustificato.

Le inferenze plausibili, differentemente da quanto sostenuto in alcuni dei principali approcci di natura sia probabilistica sia non probabilistica, possono presentarsi in forme articolate e complesse, composte da molti passi e quale frutto dell'applicazione di regole diverse (deduzioni, induzioni, analogie), che danno luogo a grafi altrettanto articolati e complessi. L'analisi di questi modelli reticolari è destinata ad offrire un contributo rilevante ad un progresso della teoria della plausibilità.

Prendiamo in esame un caso di dimensione contenuta e puramente didattico (anche se ciò non toglie nulla alla sua esemplarità). In particolare si consideri la seguente argomentazione in forma reticolare (Fig. 4). Essa rappresenta una previsione finanziaria, ed è quindi tratta da un dominio particolarmente incerto e ricco d'inferenze plausibili. Per brevità dirò che essa istituisce una relazione tra alcuni report di fonti finanziari, eventi geografici ed economici e certe attese sull'andamento del mercato azionario (può essere pensato come rappresentare sotto forma reticolare un rapporto economico di una società quotata in borsa corredata dal commento di alcuni esperti di finanza).

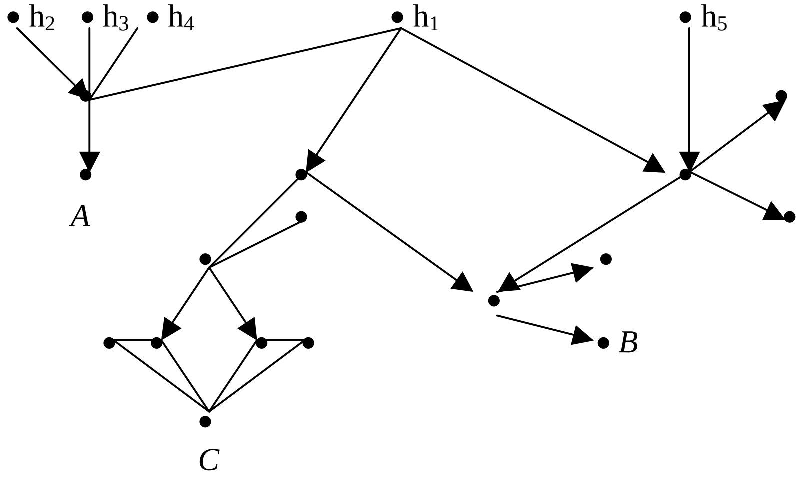


Fig. 4

Essa candida, in particolare, tre conclusioni plausibili: A, B e C a partire da cinque ipotesi h_1 – h_5. Si utilizzino ora alcuni strumenti d'analisi della teoria delle reti su questo grafo. Anche senza essere a conoscenza del contenuto dell'informazione che dà luogo all'insieme delle previsioni, siamo in grado di individuarne alcune proprietà essenziali. Innanzitutto distinguiamo tra proprietà locali e proprietà globali: quelle locali riguardano i singoli nodi (per esempio il numero di archi incidenti su un dato nodo), quelle globali ineriscono alla struttura complessiva. Le proprietà locali sono facilmente alterabili: aggiungere o togliere pochi archi (o anche uno solo) può cambiare radicalmente lo stato di un singolo nodo. Le proprietà globali sono più stabili e più resistenti a piccoli cambiamenti del grafo.

La plausibilità di un nodo è una questione di natura duplice: è possibile infatti definire la plausibilità in termini di proprietà locali o globali. In particolare un nodo può essere tanto plausibile se ha numerosi archi incidenti; oppure può essere tanto plausibile se, a partire da nodi rappresentanti ipotesi plausibili, esistono diversi *cammini* (vedi Appendice) che conducono ad esso. La questione ora è dunque quali siano le implicazioni di queste due diverse definizioni della plausibilità. L'osservazione del grafo in Fig. 4 può aiutarci a fare chiarezza. Quale, tra i nodi A, B e C, è possibile ritenere come il più plausibile? Se ci si ferma ad un'analisi locale, il grado di connettività del nodo C è il più alto, e quindi saremmo erroneamente portati a concludere che l'evento rappresentato da esso sia quello più attendibile. Ma, analizzando il grafo nella sua interezza, si può facilmente osservare che rimuovendo la sola ipotesi h_1 vengano meno tutte le premesse che conducono al nodo C, mentre i nodi A e B continuano da essere sostenuti: il nodo A, in particolare, da tre diverse ipotesi.

In questo esempio è stato particolarmente facile individuare la plausibilità dei nodi e le sue proprietà, e forse, viste le dimensioni ridotte, non è neanche necessario ricorrere ad un rappresentazione in forma di grafo. Immaginiamo ora un grafo con centinaia o migliaia di nodi (come ad esempio il celebre grafo di Internet presentato in Fig. 5), rappresentante una realtà più complessa: sicuramente è difficile poter giungere con facilità a conclusioni simili.

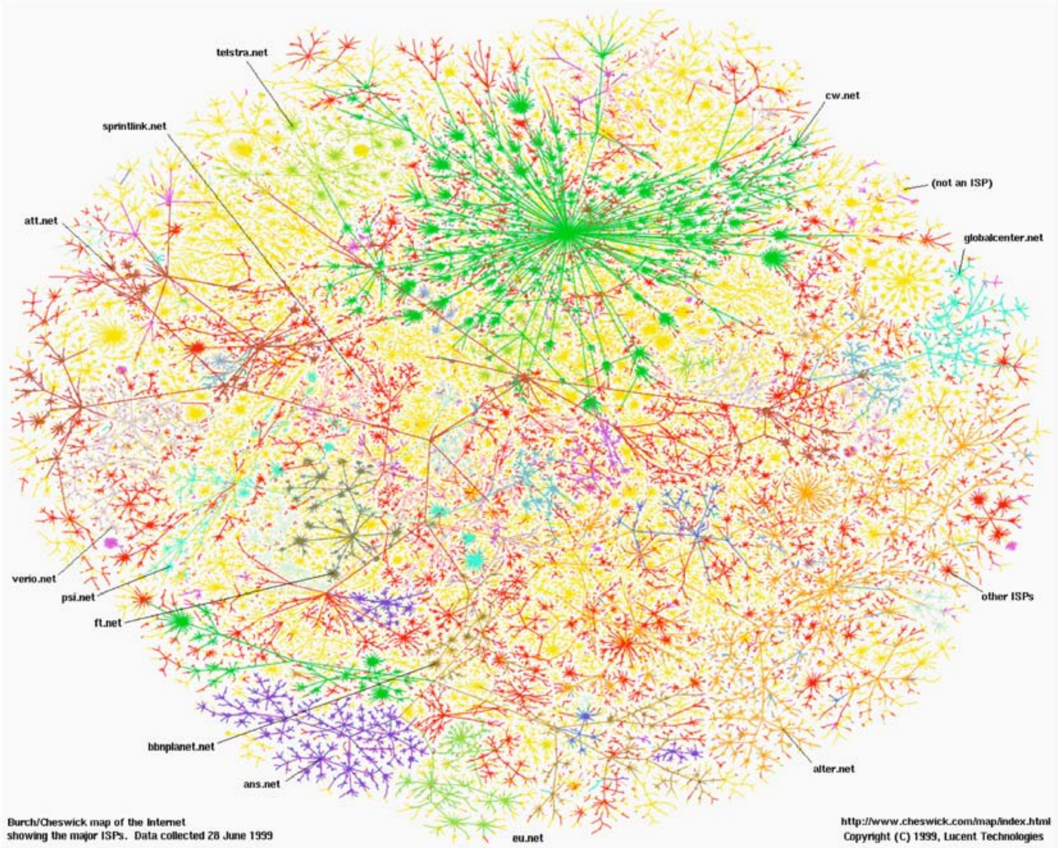


Fig. 5

Si rende pertanto necessario l'utilizzo di strumenti di analisi standard della teoria delle reti, che sono in grado di individuare, ad esempio, l'insieme dei nodi più ragguingibili a partire da un insieme di premesse e i nodi con maggiore resilienza. La teoria dei grafi ci permette così di affrontare un altro punto oggetto di diverse concezioni: ossia la sua estensione. Alcuni approcci (ad esempio quello di Collins-Michalsky) teorizzano infatti che la plausibilità riguarda inferenza limitate, che coinvolgono pochi passaggi. Tale visione è tuttavia limitata: esistono domini che abbondano di inferenze plausibili, che si estendono perciò per numerosi passaggi inferenziali e che la teoria delle reti permette di trattare con estrema efficacia.

Lo studio della semplice forma reticolare può quindi dirci molto sull'argomentazione e sulla plausibilità e attendibilità delle conclusioni che candida. L'idea di utilizzare la teoria delle reti per render conto della plausibilità è quindi di sicuro interesse e promettente, visti anche i risultati raggiunti in ognuno dei domini ai quali è stata applicata: anche la semplice assenza di risultati, in questo senso, può già costituire di per sé un risultato che permetterebbe di evidenziare alcune proprietà specifiche e sorprendenti del ragionamento plausibile.

La costruzione di una teoria del ragionamento plausibile a carattere generale richiede inoltre non solo l'analisi di nuovi domini, capaci di stimolare la costruzione di nuovi strumenti e modelli, ma anche la loro integrazione con i modelli già sviluppati in un quadro organico e articolato. Gli approcci che abbiamo esaminato modellano solo frammenti di inferenze che possono occorrere nel corso della produzione di ragionamenti plausibili, e non sono ovviamente in grado di esaurirle. La teoria dei sistemi aperti e la teoria delle reti possono sia fornire nuovo materiale di studio sia contribuire all'integrazione dei vari modelli concettuali della teoria della plausibilità.

3. Appendice

Questa appendice non vuole essere esaustiva, ma fornisce semplicemente le definizioni essenziali per comprendere i punti trattati nel capitolo.

- Un *grafo* è composto da un insieme non vuoto di *nodi* (anche chiamati *vertici*) **V** e una collezione di coppie di nodi distinti, chiamati *archi*.

- Il *grado* di un vertice è il numero di archi incidenti su esso.

- Un *cammino* è una sequenza alternata di nodi e archi $v_1,e_1,v_2,\ldots,e_n,v_n$ tale che ogni arco è incidente sui due nodi che lo precedono e seguono nella sequenza. Un cammino è *chiuso* se $v_1=v_n$ ed *aperto* altrimenti.

- Un *sentiero* è un cammino in cui tutti i vertici sono distinti.

- Un cammino chiuso è un *ciclo* se tutti i vertici sono distinti e vale $n>2$.

- Un grafo è detto *aciclico* se non contiene cicli.

- Un nodo u è *raggiungibile* da un nodo v se esiste un cammino che inizia in v e termina in u.

- Una *componente connessa* di un grafo è un sottoinsieme di vertici **S** tali che, per ogni coppia di vertici u,v appartenenti ad **S**, u è raggiungibile da v.

- Un grafo è *connesso* se, per ogni coppia di vertici u, v appartenenti a **V**, u è raggiungibile da v.

- Un grafo connesso aciclico è detto *albero,* un grafo aciclico non connesso è detto *foresta* (ovvero è composta da vari alberi) .

- Un *grafo diretto* è composto da un insieme non vuoto di *nodi* (anche chiamati *vertici*) **V** e una collezione di coppie **ordinate** di nodi distinti, chiamati *archi* (*diretti*).

- In un grafo diretto l'*in-degree* di un nodo è il numero di archi entranti mentre l'*out-degree* è il numero di archi uscenti.

- In un grafo diretto valgono le analoghe definizioni di cammino, sentiero e ciclo.

- Un insieme di nodi **S** è una *componente fortemente connessa* (scc, da strongly connected component) se, per ogni coppia di nodi u,v appartenenti ad **S**, esiste un cammino diretto tra u e v e tra v ed u.

- Un insieme di nodi **S** è una *componente debolmente connessa* (wcc, da weakly connected component) se, considerando il grafo come non diretto, **S** è una componente connessa.

Le suddette definizioni sono puramente statiche. In un grafo è ovviamente possibile introdurre o rimuovere archi e nodi, nel qual caso si parla di proprietà dinamiche del grafo. Tra queste citiamo la *robustezza* di un grafo connesso, che può essere definita come la probabilità che il grafo continui a rimanere connesso in seguito alla rimozione di un arco.

Per una trattazione più approfondita si rimanda al classico testo di Harary (1969) o al più recente di Diestel (1997).

A partire dalla definizione di grafo è possibile introdurre il concetto di rete: una *rete* è un grafo in cui, ad ogni arco, è associato un peso (che, a seconda del dominio applicativo, può rappresentare la capacità dell'arco, la lunghezza, l'impedenza, ecc.). E' inoltre possibile associare pesi ai nodi. In questo modo è possibile modellare diversi domini applicativi, tra i quali citiamo le reti di computer, i sistemi di comunicazione e i circuiti elettrici (un primo utilizzo delle reti relativamente alla modellazione di circuiti elettrici risale addirittura al 1845, quando Gustav Kirchoff pubblicò le sue famose "leggi sui circuiti").

Bibliografia

Antonelli, Aldo: 2004, *La logica del ragionamento plausible*, in L. Floridi (a cura di), Linee di ricerca, SWIF, pp. 226-252, Sito Web Italiano per la Filosofia, ISSN 1126-4780.

Aristotele: 1996, *Retorica*, testo greco con traduzione a fronte, a cura di M. Dorati, ed. Oscar Mondadori.

Aristotele: 1986 *Topici*, traduzione di Giorgio Colli, BUL, Laterza.

Bacchus, Fahiem: 1990, *Representing and reasoning with probabilistic knowledge*, MIT-press, Cambridge, Massachusetts.

Badaloni, Silvana e Zanardo, Alaberto: 1991, *Typicality for Plausible Reasoning*. In E. Ardizzone, S. Gaglio & F. Sorbello (Eds.), Lecture Notes in Artificial Intelligence, No. 549, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp. 470-474

Badaloni, Silvana e Zanardo, Alberto: 1994, *Plausibilty as truth: a local pattern for non monotonic reasoning*, Giornata di lavoro sul ragionamento non monotono, Roma.

Badaloni, Silvana e Zanardo, Alberto: 1996, *Plausible reasoning: a first-order approach*, Journal of Applied Non-Classical Logics, vol. 6, no. 3, pp. 215-261, Hermes, Paris

Barabasi, Albert-Lazlo: 2002, *Link. La nuova scienza delle reti*, trad. It. Benedetta Antonielli d'Oulx, Einaudi, 2004, pp. 254.

Barnett, Jeffrey A.: 1991, *Calculating Dempster-Shafer Plausibility*, in IEEE Trans. Patterns Analysis & Machine Intelligence, Vol, 13, n.6, pp. 599-602.

Bayes, Thomas: 1763, *An Essay Toward Solving a Problem in the Doctrine of Chances*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 53, pp. 370-418.

Benaceraff, Paul: 1996, *What mathematical truth could not be*, in A. Morton, , S.P. Stich (Eds.), Benaceraff and his critics, Blackwell, pp. 9-59.

Blackman, Samuel e Populi Robert: 2000, *Design and Analysis of modern tracking systems*, Norwood, Artech House.

Bunge, Mario: 1967, *Analogy in quantum mechanics: from insight to nonsense,* British Journal for the Philosophy of Science, 18 (4), pp. 265-86.

Cavini, Walter: 1989, *Modalità dialettiche nei Topici di Aristotele*, in G. Corsi e al. (eds.), Atti del convegno interno di storia della logica (San Gimignano 1987), CLUEB, Bologna, pp. 15-46.

Carnap, Rudolf: 1950, *Logical foundations of probability*, The university of Chicago Press.

Castelfranchi, Cristiano e de Rosis, Fiorella e Grasso, Floriana: 1999, *Deception and suspicion in medical interactions: towards the simulation of believable dialogues*, Machine conversations, Y. Wilks (Ed), Kluwer Series in Engeneerin and Computer Science, vol. 511.

Cellucci, Carlo: 1998, *Le ragioni della Logica*, Roma - Bari, Laterza.

Cellucci, Carlo: 2002, *Filosofia e matematica*, Roma, Laterza.

Collins, Allan e Michalski, Ryszard: 1989, *The logic of plausible reasoning: a core theory*, Cognitive science, Vol. 13, pp. 1-49

Collins, Allan: 1978, *Fragments of a theory of human plausible reasoning*, Proceedings of the 1978 workshop on Theoretical issues in natural language processing, pp. 194-201.

Colyvan, Mark: 2004, *The philosophical significance of Cox's theorem*, International journal of approximate reasoning, vol. 36, pp. 71-86.

Connell, Louise e Keane, Mark T.: 2003, *Knowledge-fitting theory of plausibility*, in Proceedings of the Conference on AI and Cognitive Science, Dublin, Ireland, pp. 40-45.

Cox, Robert T.: 1946, Probability, Frequency, and Reasonable Expectation, Am. Jour. Phys., vol. 14, pp. 1-13**.**

Davies, Todd R.: 1988, *Determination, uniformity and relevance: normative criteria for generalization and reasoning by analogy*, in D.H. Helman (ed.), Analogical Reasoning, Kluwer Academic Publisher, p. 227-250.

De Finetti, Bruno: 1931, *Sul significato soggettivo della probabilità*, Fundamenta Mathematicae, Vol. 17, p. 298-329 .

De Finetti, Bruno: 1937, *Foresight: its logical law, its subjective sources*, Annales de l'Institut Henri Poincarè.

De Finetti, Bruno: 1949, *La "logica del plausibile" secondo la concezione di Polya*, Società Italiana per il Progresso della Scienza, XLII Riunione Roma, Relazioni, Volume primo, 1949, pp. 227-236.

De Finetti, Bruno: 1989, *La logica dell'incerto,* Il Saggiatore (Theoria), a cura di Marco Mondadori.

Dezert, Jean: 2002, *Foundations for a new theory of plausibile and paradoxical reasoning*, Information and security, Vol. 9, pp. 13-57

Diestel, Reinhard: 1997, *Graph Theory*, Springer, New York.

Elio, Reneè: 2002, *Belief revision and plausibile inference*, preprint.

Euler, Leonard: 1784, *Introductio in analysin infinitorum*, vol. I, in Adolf Krazer – Ferdinand Rudio Editori, Opera Omnia, Serie prima, vol. VIII.

Friedman, Nir, e Halpern, Joseph: 1995, *Plausibility measures: A user's guide*, Uncertainty in AI, Proceedings of the Eleventh Conference.

Gagarin, Michael: 1994, *Probability and persuasion: Plato and early Greek rhetoric*, in Ian Whortinggton (ed.), Persuasion: Greek rethoric in acition, Routledge, pp. 48-64.

Good, Irvin J.: 1950, *Probability and the weighing of evidence*, London, Charles Griffin.

Good, Irvin J: 1962, *Good thinking: the foundations of probability and its application*, University of Minnesota Press.

Halpern, Joseph: 1999, *A counterexample to theorems of Cox and Fine,* Journal of AI research, vol. 10, pp. 67-85.

Halpern, Joseph: 1999*, Technical Addendum, Cox's theorem Revisited,* Journal of AI research, vol. 11, pp. 429-435.

Harary, Frank: 1969, *Graph Theory*, Addison-Wesley.

Hardy, Godfrey Harold: 1908, *A course of pure mathematics*, Press Syndicate of the University of Cambridge.

Helton, J.C.: 1997, *Uncertainty and sensitivity analysis in the presence of stochastic and subjective uncertainty*, Journal of Statistical Computation and Simulation, vol. 57, pag. 3-76.

Hesse, Mary: 1966, *Models and analogies in science*, University Notre Dame Press, Notre Dame, Indiana.

Kelly, Kevin e Glymour, Clark: 2003, *Why Probability Does Not Capture the Logic of Scientific Justification*, in Christopher Hitchcock, ed., Contemporary Debates in the Philosophy of Science, London: Blackwell.

Keynes, John Maynard: 1921, *A treatise on probability*, in The collected writings of J.M. Keynes, vol. VIII, The Macmillian Press LTD

Knight, Frank: 1921, *Risk, uncertainty and profit*, Boston, MA: Hart, Schaffner & Marx; Houghton Mifflin Company

Kyburg, Jr., Henry: 1961, *Probability and the logic of rational belief*, Wesleyan University Press, Middletown.

Koopman, B. O.: 1940a, *The axioms and algebra of intuitive probability*, Annals of mathematics, Vol. 41, p. 269-292.

Koopman, B. O.: 1940b, *The basis of probability*, Bulletin of the American mathematical society, Vol. 46, p. 763-764.

Laplace, Pierre-Simon: 1812, *Théorie analitiques des probabilites*, Œuvres complètes, Académie des Science, vol. VII, pp. cliii + 645.

Melis, Erica e Veloso, Monica: 1998, *Analogy in problem solving*, In L.Farinas del Cerro, D. Gabbay, and H.J. Ohlbach, editors, *Handbook of Practical Reasoning Computational and Theoretical Aspects*, Oxford University Press

Paulos, John Allen: 2003, *A mathematicians plays the Stock Market*, trad. It Roberto Merlini, *Un matematico gioca in Borsa*, Garzanti, 2004, pp. 224.

Pearl, Judea: 1990, *Readings in uncertain reasoning*, Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA, pp. 768.

Peirce, Charles S.: 1910, *Notes on the doctrine of chances*.

Polya, George: 1954, *Induction and analogy in mathematics*, vol. I – Induction and analogy in mathematics, e vol. II – Patterns of plausible inference, Princeton University Press.

Polya, George: 1957, *How to solve it*, 2nd edition, Princeton University Press.

Popper, Karl: 1959, *The propensitive interpretation of probability*, British journal for the philosophy of science, Vol. 10, pp. 24-52.

Popper, Karl: 1959, *The Logic of Scientic Discovery*, London, Hutchingson.

Ramsey, Frank P.: 1926, *Truth and probability*, in The foundations of mathematics and other logical essays, Routledge.

Renon, Luis Vega: 1998, *Aristotle's endoxa and plausible argumentation*, Argumentation, vol. 12, pp. 95-113.

Rescher, Nicolas: 1976, *Plausible reasoning*, Assen-Amsterdam, Van Gorcum.

Russell, Stuart: 1988, *Analogy by similarity*, in D.H. Helman (ed.), Analogical Reasoning, Kluwer Academic Publisher, p. 251-269.

Sesto Empirico:1975, *Contro i logici*, Introduzione, traduzione e note di Antonio Russo. - Roma-Bari : Laterza, LXIV, pp. 280

Shafer, Glenn: 1976, *A mathematical theory of evidence*, Princeton University Press.

Shelley, Cameron: 2002a, *Analogy Counterarguments and the Acceptability of Analogical Hypotheses*, British journal for the philosophy of science, Volume 53, Issue 4, pp. 477-496.

Shelley, Cameron: 2002b, *The analogy theory of disanalogy: when conclusions collide,* Metaphor and Symbols, 17(2), p.81-97.

Shelley, Cameron: 2003, *Multiple analogies in science and philosophy,* Human Cognitive Processing, John Benjiamins B.V.

Tversky, Amos, e Kahneman, Daniel e Slovic, Paul: 1982, *Judgement under uncertainty: heuristics and biases*, Cambridge University Press, Cambridge.

Ulam, Stanislaw M.: 1990, *Analogies between analogies: The Mathematical Reports of S.M. Ulam and His Los Alamos Collaborators (Los Alamos Series in Basic and Applied Sciences)*, University of California Press, pp. 565.

Van Horn, Kevin S.: 2003, *Constructing a logic of plausible inference: a guide to Cox's theorem*, International Journal of Approximate Reasoning 34, no. 1, pp. 3-24

Von Mises, Richard: 1928, *Probability, statistics and truth*, 1954 translation, New York, Dover.

Vreeswijk, Gerard A.W.: 2000, *On the relation between plausible reasoning and defeasible reasoning*, Technical report IR-292, Department of Mathematics and Computer Science, Vrije Universiteit Amsterdam, The Netherlands

Walton, Douglas N., 1992: *Rules for plausible reasoning*, Informal Logic, Vol. 14, n.1, pp. 33-51.

Walton, Douglas N., 2001a: *Enthymems, Common knwoledge and plausible inference,* Philosophy and Rhetoric, Vol. 34, n. 2, pp. 93-112.

Walton, Douglas N., 2001b: *Abductive, presumptive and plausible arguments*, Informal Logic, Vol. 21, n. 2, pp. 141-169 .

Weitzenfeld, Julian: 1984, *Valid reasoning by analogy,* Philosophy of science, 51, pp. 137-149.

Zadeh, Lofti: 1979, On the validity of Dempster's rule of combination of evidence, Memo M79/24, Berkeley.