

DISSERTAZIONE PRESENTATA PER IL CONSEGUIMENTO DEL TITOLO DI  
DOTTORE DI RICERCA  
IN  
INGEGNERIA DELLE STRUTTURE

**EFFETTI DELLE INCERTEZZE INTRINSECHE  
ED EPISTEMICHE SULLA RISPOSTA SISMICA  
DEGLI AGGREGATI EDILIZI: FORMULAZIONE  
ANALITICA DI UNA PROCEDURA NON LINEARE  
E RELATIVI STUDI DI SENSITIVITÀ**

Marco Vailati  
Roma, Novembre 2011

Dottorato di ricerca in Ingegneria delle Strutture  
Sapienza Università di Roma  
XXIII ciclo



**SAPIENZA**  
UNIVERSITÀ DI ROMA

Relatore:

Prof. Ing. Giorgio MONTI

Coordinatore della scuola di dottorato:

Prof. Ing. Giuseppe REGA

## **RINGRAZIAMENTI**

Devo il contenuto di queste pagine a tutti quelli che in questo periodo di ricerca hanno condiviso insieme a me momenti di esaltazione e di depressione.

Senza gli stimoli e la passione che mi hanno aiutato nei momenti più difficili non avrei condotto il lavoro nei termini e modi ivi presentati.

Con profonda gratitudine voglio ringraziare il prof. Monti per il ruolo svolto in tal senso, sempre pronto a suggerimenti illuminanti.

Particolare riconoscenza a mia moglie, Emanuela, che in quanto a pazienza non ha nulla da imparare da nessuno, ad Andrea, che di pazienza ne ha meno ma che con i suoi sorrisi mi ha risollevato il morale nei momenti più difficili. Un posto speciale spetta alla piccola che verrà, effimera nelle fattezze, ridondante nei pensieri.

In ultimo, ma non per importanza, un pensiero di sincera riconoscenza a mio padre per avermi trasmesso la passione per il lavoro, e a mia madre le cui capacità mnemoniche trasmesse per volontà divina hanno contribuito non poco al buon esito di questo percorso formativo.



## SOMMARIO

I centri storici sono comunemente il risultato di una serie di eventi succedutisi nel tempo che danno luogo a una stratificazione temporale e spaziale di sistemi aggregativi di costruzioni che presentano, agli occhi dell'analista strutturale, una profonda complessità che rende ardua la valutazione della loro vulnerabilità sismica..

Per la prima volta, nel 2003, l'OPCM 3274 introduce il concetto di aggregato edilizio, proponendo un metodo di riconoscimento delle sue Unità Strutturali, nonché di modellazione ed analisi di queste, fondato sulla consapevolezza che "in questi casi lo studio assume una natura convenzionale". Nonostante ciò, si fornisce al professionista uno strumento agevole per gestire tale complessità, attraverso una serie di ipotesi semplificative, al tempo stesso imponendo, però, il ricorso all'analisi non lineare di ogni singola Unità Strutturale.

Essendo la normativa di natura prestazionale, essa non fornisce indicazioni su come eseguire tale analisi. Il lavoro di questa tesi di dottorato parte esattamente da questo punto.

Il primo obiettivo è stato, infatti, di sviluppare uno strumento per l'analisi del comportamento globale degli aggregati edilizi in campo non lineare, descrivendo attraverso un algoritmo implementato successivamente in un codice di calcolo, tutti gli aspetti che definiscono il rischio: dalla definizione della domanda, attraverso l'esecuzione di analisi modali semplificate, fino alla valutazione della capacità dei maschi murari, dei piani e dell'intera Unità Strutturale. La verifica viene quindi eseguita in termini di spostamento e, dal confronto con metodi superiori di analisi, si è potuto verificare che l'esito delle valutazioni col metodo sviluppato dà sempre luogo a risultati soddisfacenti.

Nello sviluppo di questo lavoro si sono approfonditi anche altri aspetti rilevanti per la modellazione. Fra questi, di notevole interesse sono: a) l'effetto dell'incertezza epistemica (livello di conoscenza) sulla descrizione del meccanismo resistente di maschi murari, di taglio o di pressoflessione, b) l'effetto dei dettagli costruttivi (ammorsamento) sulle capacità dei maschi murari nel loro funzionamento nel piano, c) l'efficacia di tecniche di intervento per migliorare l'aspetto precedente, d) la modellazione esplicita della rigidezza nel piano del solaio.

Il passo successivo è stato quello di inserire all'interno del *framework* sopra sviluppato la possibilità di tener conto delle varie sorgenti di incertezza derivanti dalla fase conoscitiva e che possono riguardare la geometria, i dettagli costruttivi e le proprietà dei

materiali. Il pregio, infatti, di aver sviluppato una procedura interamente analitica, consente di assegnare ad ogni variabile in gioco una distribuzione probabilistica che ne rifletta le incertezze, sia di natura intrinseca sia di natura epistemica. Lo strumento così ottenuto consente di eseguire analisi Monte Carlo su qualsiasi Unità Strutturale di un aggregato edilizio, ottenendo come risultato la distribuzione probabilistica delle grandezze di interesse per la valutazione, nonché la sensitività di queste rispetto alle variabili di base. Lo studio sviluppato si ritiene di grande utilità, non solo perché consente di orientare gli approfondimenti della fase diagnostica sulle variabili con maggior peso sulla risposta, ma anche perché rappresenta un primo passo verso la definizione di tecniche di valutazione della sicurezza sismica che tengano conto delle varie incertezze che emergono nel corso del processo stesso.

# INDICE

Ringraziamenti.....	ii
Sommario.....	iii
Indice.....	vi
<b>1 Introduzione.....</b>	<b>1</b>
1.1 Inquadramento generale.....	1
1.2 Obbiettivi della Tesi.....	2
1.3 Struttura della tesi.....	3
1.4 Edifici in aggregato di muratura: analisi, caratteri distintivi e interpretazione del comportamento d'insieme.....	4
1.5 Vulnerabilità degli aggregati edilizi.....	10
<b>2 Gli aggregati edilizi nel contesto normativo e scientifico.....</b>	<b>17</b>
2.1 Fonti scientifiche.....	17
2.2 Codici, linee guida e testi.....	26
2.3 Norme.....	31
2.4 Strumenti di analisi per la valutazione della vulnerabilità sismica.....	33
2.4.1 Metodi di discretizzazione agli elementi finiti.....	33
2.4.2 Metodi semplificati a macroelementi.....	34
2.4.3 Metodi di analisi limite.....	36
2.4.4 Metodologie di calcolo non convenzionali.....	38
2.5 Individuazione della metodologia più idonea alla modellazione di aggregati edilizi.....	40
<b>3 La modellazione e l'analisi degli aggregati: alcune proposte.....</b>	<b>41</b>
3.1 Procedura analitica non lineare per la valutazione della vulnerabilità sismica.....	41
3.1.1 Modello di calcolo.....	44

3.1.1.1	Legame costitutivo del maschio murario .....	46
3.1.1.2	Legame costitutivo di interpiano.....	47
3.1.1.3	Legame bilineare equivalente di interpiano .....	53
3.1.1.4	Analisi modale semplificata e risposta dinamica dell'US .....	56
3.1.1.5	Domanda di spostamento interpiano.....	59
3.1.1.6	Verifiche di sicurezza.....	60
3.2	Estensione della procedura a casi più generali .....	61
3.2.1	Effetti torsionali: approccio in spostamento.....	61
3.2.2	Solai flessibili nel loro piano.....	68
3.2.2.1	Modello analitico .....	69
3.2.2.2	Modello per la valutazione di $\eta$ .....	74
3.2.2.3	Analisi parametriche e regressioni su $\eta$ .....	76
3.2.3	Contributo alla rigidezza e resistenza delle ali nei muri di spina: modelli analitici di capacità.....	83
3.3	Ulteriori contributi alla comprensione del comportamento di pareti murarie.....	101
3.3.1	Equazioni di progetto adimensionali e grandezze rappresentative delle modalità di collasso .....	101
3.3.1.1	Equazioni di capacità vincolate per la verifica del meccanismo di collasso critico .....	104
3.3.2	Alcune criticità in ordine al ruolo dell'altezza dei maschi murari, nella valutazione della rigidezza e dei meccanismi di collasso nei metodi a macroelementi. ....	116
3.3.2.1	Un modello alternativo per lo studio del comportamento nel piano di maschi murari.....	127
3.4	VENUS aggregati: un programma di calcolo per la verifica dei meccanismi globali di strutture di muratura in aggregato .....	132
<b>4</b>	<b>Effetto delle incertezze sulla risposta sismica degli edifici di muratura in aggregato .....</b>	<b>139</b>

4.1	Modello stocastico con incertezze intrinseche ed epistemiche .....	139
4.1.1	Natura e origine delle incertezze .....	139
4.1.2	Modello probabilistico e corrispondenti incertezze.....	143
4.1.3	Analisi del rischio .....	146
4.1.4	Analisi di sensitività .....	146
4.1.5	Metodo Monte Carlo.....	147
4.1.6	Un caso esempio .....	149
<b>5</b>	<b>Risposta deterministica e stocastica di edifici in aggregato: un caso studio..</b>	<b>155</b>
5.1	Indagini sulla vulnerabilità strutturale di un aggregato .....	155
5.2	Modalità di verifica secondo la NTC-08.....	155
5.3	Requisiti di sicurezza .....	160
5.4	Criteri di verifica .....	160
5.5	Materiali in opera .....	160
5.5.1	Prove di caratterizzazione meccanica .....	161
5.6	Modello di calcolo dell'edificio .....	164
5.6.1	Generalità.....	164
5.6.2	Modalità di riconoscimento dei maschi murari .....	165
5.7	Geometria del modello .....	166
5.8	Terreno di fondazione .....	167
5.9	Analisi dei carichi. ....	168
5.9.1	Carichi permanenti e accidentali. ....	168
5.9.2	Solai e altre componenti costruttive. ....	168
5.10	azione sismica. ....	169
5.11	Combinazioni di carico e calcolo delle masse. ....	170
5.11.1	Combinazioni di carico.....	170
5.12	Risultati delle analisi.....	170
5.12.1	Approccio deterministico.....	170
5.12.2	Approccio stocastico.....	179

<b>6</b>	<b>Lo strumento analitico sviluppato come mezzo d'indagine a supporto della ricerca: studi parametrici di aggregati edilizi con metodi lineari e non lineari. ....</b>	<b>215</b>
6.1	Un confronto critico tra metodi di analisi per l'evoluzione del quadro normativo. ....	215
6.2	Analisi parametriche con modelli lineari e non lineari per la valutazione della risposta di aggregati edilizi. ....	216
6.3	Modalità di confronto dei risultati e criteri di collasso adottati. ....	218
6.3.1	Risultati delle analisi. ....	220
<b>7.</b>	<b>Conclusioni e sviluppi futuri. ....</b>	<b>235</b>
	<b>Bibliografia. ....</b>	<b>241</b>
	<b>Appendici. ....</b>	<b>245</b>
	Appendice A: sviluppi teorici per il calcolo della forma modale approssimata e confronto con modello FEM. ....	245
	Appendice B: calcolo della rigidezza di un sistema in serie con forze distribuite. ....	253
	Appendice C: valutazione analitica del contributo in resistenza e rigidezza delle ali dimaschi in muratura ordinaria. ....	256
	Appendice D: piante dell'aggregato per le simulazioni numeriche. ....	260



## 1 INTRODUZIONE

### 1.1 Inquadramento generale

Gli aggregati edilizi sono costituiti da un assemblaggio di edifici, per lo più di muratura, i quali sono il risultato di una genesi articolata e non unitaria, dovuta a molteplici fattori che ne hanno determinato l'evoluzione nel tempo.

In queste situazioni occorre studiare l'articolazione/organizzazione interna di questi aggregati, con l'obiettivo di identificare le cosiddette Unità Strutturali (US), generalmente separate fra loro da giunti, aperture, cortili, vicoli. Le US sono caratterizzate da una unitarietà di comportamento nei confronti delle azioni verticali (continuità "da cielo a terra") e, soprattutto, nei confronti delle azioni di tipo sismico e possono essere studiate separatamente le une dalle altre. Tuttavia, quando i giunti di separazione fra queste US sono di ampiezza insufficiente, è opportuno tener conto delle possibili interazioni derivanti dalla contiguità strutturale di adiacenza, di connessione in appoggio o di aderenza.

L'orientamento delle attuali normative, ed in particolar modo della NTC-08, in assenza di una adeguata modellazione dell'interazione tra US, è di fornire indicazioni sulle modalità di esecuzione delle verifiche di vulnerabilità sismica sulla singola US in cui il martellamento con la US in prossimità viene trascurato. In aggiunta a tale semplificazione, le normative suggeriscono di eseguire la verifica di dette US con delle modalità che sono più convenzionali che sostanziali.

In realtà gli aggregati edilizi coinvolgono molteplici aspetti che rendono ben più complessa una soluzione che nella pratica si tende a semplificare in maniera incompatibile con la complessità del problema.

Oltretutto, anche immaginando di essere in grado di trasferire nel modello tutte le informazioni utili a caratterizzare la totalità degli aspetti di interesse, in modo da descrivere compiutamente il comportamento dell'aggregato, la risposta strutturale risulterebbe governata, oltre che dalle singole variabili in gioco, soprattutto dalle incertezze da cui queste sono affette.

La norma non fornisce indicazioni in tal senso, limitandosi a proporre una soluzione secondo il classico approccio deterministico, corretto mediante l'uso dei cosiddetti

Fattori di Confidenza. Tuttavia questo approccio, nella formulazione attuale della Normativa, presta il fianco a molte critiche poiché opera unicamente sulle resistenze dei materiali, trascurando di trattare in modo analogo geometria e dettagli costruttivi, quando invece sono proprio questi due aspetti ad avere un'influenza significativa sulla risposta sismica di aggregati edilizi.

## **1.2 Obiettivi della Tesi**

Viene dapprima sviluppata una metodologia di calcolo che affronta lo studio degli aggregati nei termini proposti dalla normativa vigente, completandola là dove si sono evidenziate carenze concettuali o operative.

Lo strumento analitico così sviluppato è poi reso pienamente probabilistico integrandolo con un modello stocastico delle variabili di input, in grado di trattare le incertezze che gravano sul processo conoscitivo dell'aggregato, selezionate tra quelle determinanti ai fini degli esiti delle verifiche di vulnerabilità sismica. La geometria degli elementi resistenti, i dettagli costruttivi, le caratteristiche dei materiali costituenti sono solo alcuni dei fattori che incidono sulla risposta globale. Nella seconda parte della procedura, ognuna sarà considerata come variabile casuale, caratterizzata da incertezze di tipo sia intrinseco sia epistemico; sarà pertanto assegnata ad ognuna di esse una curva di distribuzione di probabilità che ne descrive compiutamente le caratteristiche, attraverso le grandezze tipiche di una variabile aleatoria (medie, deviazioni standard, percentili), le quali vengono a loro volta considerate come variabili aleatorie, per riflettere l'incertezza epistemica che si ha nella loro caratterizzazione diagnostica. L'obiettivo è dunque di estendere la metodologia di analisi sopra descritta ad includere anche la trattazione delle incertezze, per valutare la sensitività della risposta alla loro variazione e cercare di comprendere in maniera più approfondita il legame che sussiste fra Livello di Conoscenza ed esito della valutazione. L'esigenza di andare oltre una visione deterministica del problema strutturale, nasce da un'evidente incoerenza tra il canonico approccio alla verifica strutturale e la natura dei fabbricati esistenti, per di più in aggregato. È infatti evidente come un approccio deterministico sia inadatto ad affrontare un problema in cui le incertezze giocano un ruolo fondamentale. Questa contraddizione conferisce alle verifiche strutturali un carattere prettamente convenzionale, come tra l'altro dichiarato esplicitamente dalla normativa stessa.

L'approccio proposto consentirà pertanto di arrivare alla definizione di una procedura pre-normativa che indirizzi il professionista sia nella fase diagnostica, per una riduzione ottimale delle incertezze epistemiche, sia nella fase di verifica analitica, per l'identificazione degli elementi strutturali che maggiormente contribuiscono alla

vulnerabilità dell'aggregato. L'obiettivo ultimo è comunque quello di fornire al professionista gli strumenti e le procedure, a carattere pre-normativo, per orientare i rafforzamenti nel rispetto del criterio di minimizzazione degli interventi, puntando a massimizzare le prestazioni sismiche dell'aggregato.

Sono infine forniti ulteriori contributi come strumento di comprensione del comportamento delle strutture murarie, nell'ambito della modellazione strutturale e degli strumenti di valutazione della capacità.

Si osserva che questi vogliono essere solo motivo di ulteriori futuri sviluppi e riflessioni, poiché non trovano diretta applicazione nella trattazione probabilistica della risposta degli aggregati.

### **1.3 Struttura della tesi**

Il lavoro è organizzato in sette capitoli più l'appendice; il primo contiene la parte introduttiva al tema degli edifici in aggregato, con evidenze in merito alle caratteristiche distintive, all'analisi tipologica, alla vulnerabilità sismica.

Il secondo affronta l'inquadramento in ambito normativo e scientifico, con l'intento di fornire una panoramica sullo stato attuale delle conoscenze e come queste siano state adattate alla pratica professionale. Si proporrà a tal proposito una lettura critica di codici, norme, in particolare di quelle nazionali, e di lavori a carattere scientifico che più di altri hanno stimolato momenti di riflessione, contribuendo allo sviluppo della presente ricerca.

A completamento di questo secondo capitolo sono proposti i metodi di analisi attualmente di maggior diffusione sia in ambito accademico che professionale, che forniscono modelli interpretativi del comportamento sismico degli edifici in muratura, talvolta affrontando nello specifico il problema degli aggregati.

Il terzo capitolo propone alcuni sviluppi dei temi specifici dell'argomento trattato, fornendo soluzioni teoriche organizzate in una procedura analitica con cui sono state eseguite alcune applicazioni numeriche negli ultimi due capitoli. A corollario della procedura vengono quindi affrontate alcune problematiche particolarmente sentite nell'ambito degli edifici in muratura e in particolare di quelli in aggregato, come la modellazione della rigidità nel piano del solaio o gli effetti torsionali.

Nel quarto capitolo si propone un approccio di tipo stocastico alla valutazione della vulnerabilità sismica degli aggregati, eseguendo simulazioni numeriche con analisi Montecarlo a valle della procedura analitica sviluppata nel paragrafo precedente.

Al termine dell'esposizione teorica, è presentato il metodo in un'applicazione ad un caso esempio.

Nel quinto capitolo sono riportati gli esiti delle applicazioni numeriche in campo deterministico e stocastico, mentre il sesto propone lo strumento analitico sviluppato come mezzo d'indagine a supporto della ricerca. Il successivo raccoglie, infine, le riflessioni più significative sui risultati ottenuti, proponendo inoltre alcuni temi su cui indirizzare studi successivi.

#### **1.4 Edifici in aggregato di muratura: analisi, caratteri distintivi e interpretazione del comportamento d'insieme**

Quello degli aggregati edilizi è un modello architettonico, sostanzialmente spontaneo e legato ad un tipo di architettura “povera” ma ricca di suggestioni, che ha inciso fortemente sul tessuto urbano dei nostri centri storici.

Gran parte di essi sono realizzati in muratura e l'aspetto attuale è il risultato di complesse dinamiche sociali, politiche ed economiche, che si traducono in regole compositive di difficile determinazione.

Un insieme di fattori così numeroso ed eterogeneo comporta un'articolazione del costruito che il più delle volte enfatizza gli effetti già di per sé devastanti di un evento sismico.

Le immagini di Figura 1.1 evidenziano la natura sostanzialmente casuale della maglia insediativa su cui può svilupparsi un aggregato.



**Figura 1.1.** Un esempio di aggregato edilizio a sviluppo intensivo: Calitri (AV).

La complessa articolazione che spesso accompagna la descrizione fisica di un aggregato è la componente principale degli effetti dirompenti di un terremoto su di esso.

Le interazioni tra porzioni dell'aggregato sono il risultato delle numerose connessioni, adiacenze, contatti puntuali tra esse; al crescere del numero e del grado di connessione tra parti dell'aggregato, aumenta anche l'interazione, fino a spostarsi verso un comportamento unitario degli elementi connessi.



**Figura 1.2.** Un esempio di aggregato edilizio a sviluppo limitato: a sinistra un piccolo gruppo di case a Rennes, Francia, a destra un isolato di trastevere, Roma.

È importante precisare che il termine aggregato non ammette implicitamente la presenza di connessioni. Possiamo ricondurre allo schema di aggregato anche il caso di unità edilizie indipendenti, collegate con elementi strutturali puntuali (archi, logge, passaggi comuni).

Ciò non comporta l'adozione di un modello allargato di aggregato, ma è sufficiente tener conto localmente della presenza di queste singolarità con opportuni vincoli o forze concentrate nei modelli adottati.

Per fornire una valida metodologia di intervento in contesti così articolati, risulta indispensabile uno studio approfondito degli edifici in aggregato che abbia il duplice obiettivo di definire le entità spaziali su cui eseguire l'analisi, nonché di strutturare una sequenza di operazioni in grado di descrivere compiutamente tutti quegli aspetti che concorrono a delinearne i caratteri. Questa fase di studio preliminare, pur presentandosi indipendente dall'oggetto della presente ricerca, è necessaria e propedeutica alla verifica di vulnerabilità vera e propria. Una premessa in tal senso, che assuma caratteri organici all'argomento trattato, appare quindi inevitabile.

La fase conoscitiva si articola intorno a due operazioni che hanno lo scopo, da un lato di indagare l'attuale configurazione dell'aggregato, dall'altro quello di ripercorrere la progressione temporale degli eventi artefici delle trasformazioni subite nel corso degli anni.

Peraltro, il processo di acquisizione delle informazioni sotteso alla fase citata, troverà un duplice livello di applicazione, interessando dapprima l'aggregato e solo in un secondo momento le unità costituenti lo stesso, seppure con un grado di approfondimento maggiore.

Nel tentativo di codificare la complessa realtà degli aggregati edilizi storici, alcuni autori [Monti, Moore 2007 (27)] hanno riconosciuto e classificato quelle entità fisiche che all'interno dell'aggregato hanno una propria identità.

Pertanto, in questa visione multi scala, si individuano 5 elementi all'interno dell'aggregato edilizio, inteso come strutturazione formale continua delle pareti verticali:

1. il Sistema Edilizio Continuo (SEC), generalmente coincidente con l'isolato. Questo rappresenta il risultato dei rapporti tra sistema dei percorsi, tipi edilizi specializzati e abitativi
2. l'Unità Edilizia (UE), risultato del confronto tra contesto urbano e tipo edilizio; tutti i possibili modi di combinarsi nello spazio e nel tempo hanno prodotto la ricchezza morfologica dei tessuti storici. Generalmente è riconducibile a una porzione dell'aggregato che può comprendere anche più US, quando risultano omogenee secondo criteri di confronto previsti nella metodologia adottata
3. l'Unità Strutturale (US) viene individuata a partire dalla UE. Esprime continuità nel flusso dei carichi verticali da cielo a terra. Generalmente è delimitata da:
  - giunti strutturali
  - spazi aperti
  - corpi di fabbrica costruiti con tipologie costruttive e strutturali diverse o in epoche distinte
  - edifici contigui distinguibili secondo regole aggregative o dispositive su scala SEC, oppure per caratteri tipo-morfologici e formali
4. l'Unità Immobiliare (UI) che può coincidere con un alloggio, negozio o deposito
5. il Sistema Minimo d'Intervento (SMI), individuato sulla base della qualità e consistenza degli interventi, cercando di limitarne l'eccessiva frammentazione. Nel proprio raggio d'azione possono ricadere le UI, le UE o parti più estese del SEC

La vulnerabilità è valutata alla scala della US che può interessare anche l'intera UE, a seconda della presenza di giunti o altri elementi di connessione.

Infatti la linea di confine che delimita l'US segue il percorso dei giunti; in loro assenza, l'indipendenza strutturale delle US viene meno. Questo implica che i confini dell'US su cui eseguire le verifiche si dilatano fino a comprendere l'intera Unità Edilizia.

La fase conoscitiva mirerà quindi in un primo momento ad acquisire informazioni su:

- la formazione e l'evoluzione dell'aggregato
- la morfologia del sito
- l'analisi tipologica
- l'analisi delle tecniche costruttive locali
- il rilievo critico dell'aggregato

Si concentra successivamente l'attenzione sull'oggetto delle verifiche, che abbiamo dichiarato essere l'US, su cui si eseguirà:

- il rilievo costruttivo/strutturale
- il rilievo dei danneggiamenti di diversa origine, legati al degrado, agli effetti dei carichi verticali, oppure a eventi sismici pregressi
- le indagini per la caratterizzazione meccanica dei materiali

Le informazioni raccolte nella fase conoscitiva, vengono lette ed interpretate su scala crescente al fine di consentire una lettura globale dell'organismo strutturale.

Nel giudizio globale convergono, inoltre, tutte le informazioni inerenti la qualità meccanica della fabbrica muraria.

La successiva fase interpretativa predispose tutte le informazioni necessarie a formulare un giudizio di merito sulla sicurezza sismica dell'aggregato, a cui si giunge applicando la metodologia di calcolo riconducibile ai contenuti della presente ricerca.

Come già premesso tra gli obiettivi del lavoro, il giudizio viene formulato coerentemente alle indicazioni della NTC-08, per svilupparsi successivamente in forma autonoma dal contesto normativo, in una concezione probabilistica del concetto di sicurezza strutturale. In sintesi, si possono individuare nell'intero processo che porta alla formulazione del giudizio finale, tre punti fondamentali:

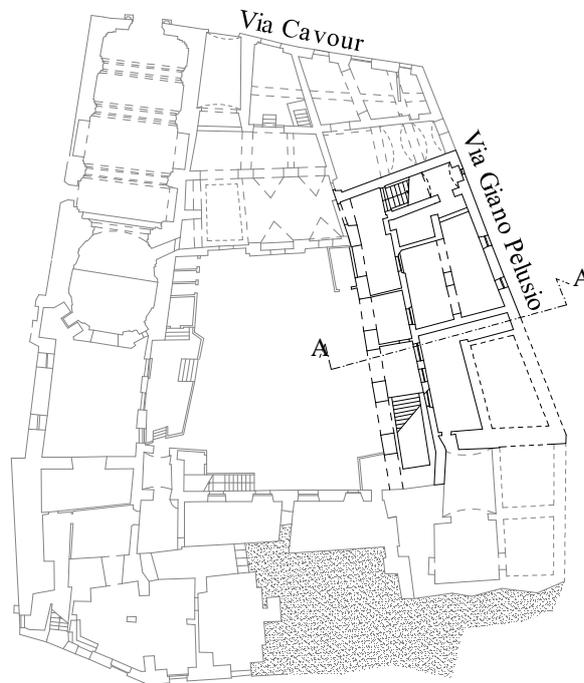
- fase conoscitiva
- fase interpretativa
- fase di valutazione della vulnerabilità sismica e formulazione del giudizio

A conclusione di questa rapida esposizione delle fasi precedenti la valutazione della sicurezza sismica vera e propria, si riportano una serie di schemi che condensano i risultati della fase conoscitiva/interpretativa su di un aggregato di modeste dimensioni, in provincia di Crotone.

Una parte degli elaborati tecnici conterrà informazioni sulla geometria dell'aggregato, provenienti da un rilievo accurato dei fabbricati. Nelle Figura 1.3 e Figura 1.4 sono riportati, rispettivamente, il rilievo dell'aggregato e uno studio della genesi delle porzioni omogenee riconosciute all'interno dell'aggregato.

Si entra poi nella specificità delle valutazioni sull'aggregato per l'individuazione delle US: tale processo di indagine si sviluppa su diversi livelli d'informazione.

Di questi, a titolo esemplificativo in Figura 1.5, è riportato lo studio del rapporto tra le diagonali delle celle che permette, in una lettura multilivello delle informazioni, di riconoscere quelle originarie dalle altre derivanti dalla saturazione successiva degli spazi di risulta.



**Figura 1.3.** Rilievo geometrico del complesso: in evidenza una delle unità strutturali su cui si vogliono eseguire le verifiche.

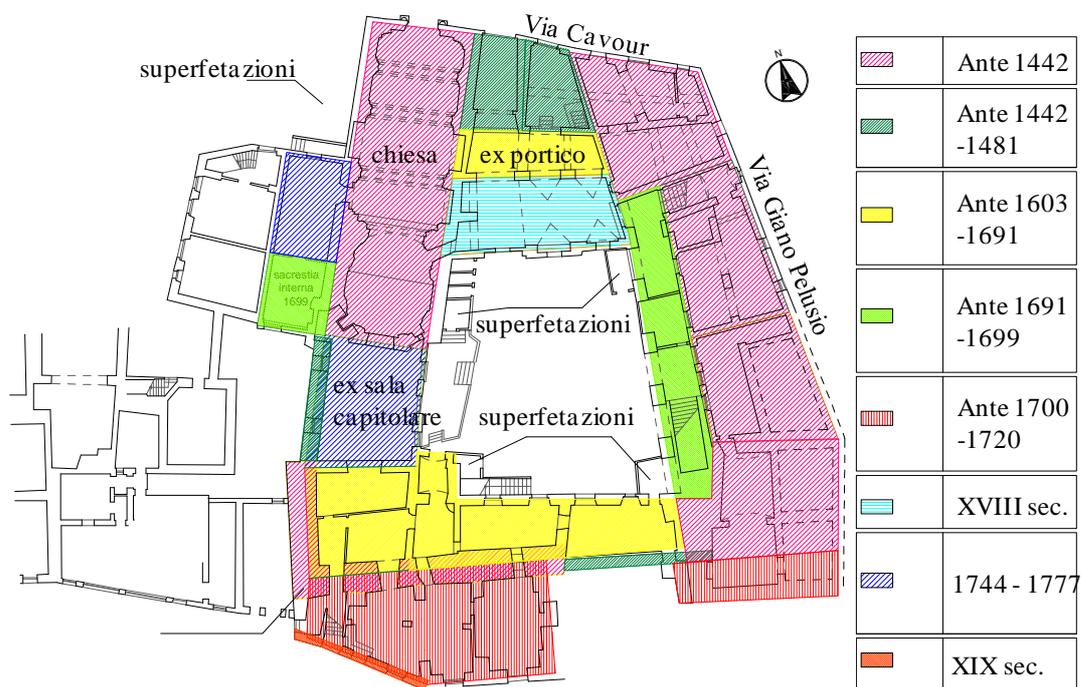


Figura 1.4. Fasi costruttive del complesso.

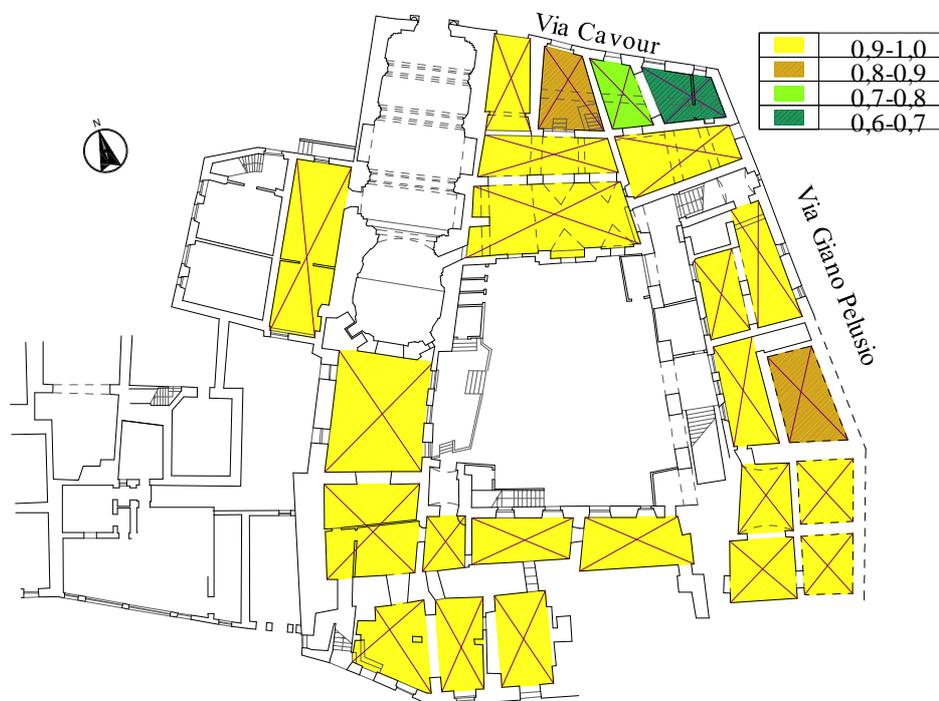


Figura 1.5. Indagini sull'aggregato: rapporto tra le diagonali delle celle.



**Figura 1.6.** Definizione delle Unità Strutturali.

In Figura 1.6 sono rappresentati i limiti spaziali delle Unità Strutturali; le informazioni ivi raccolte rappresentano il punto di partenza per le verifiche di sicurezza sismica.

### 1.5 Vulnerabilità degli aggregati edilizi

Lo studioso, come il professionista accorto, è a conoscenza del fatto che l'esito delle verifiche di vulnerabilità di un aggregato edilizio dipende fundamentalmente da due fattori:

- dai valori adottati per i parametri di progetto
- dal modello di calcolo utilizzato per effettuare le verifiche

Sul primo incidono fortemente le incertezze di carattere sia intrinseco che epistemico, mentre il secondo è condizionato da fattori diversi, per lo più di origine meccanica, che possono essere integrati nel modello: dai fenomeni di martellamento agli effetti locali indotti da carichi concentrati.

Come spesso accade in campo ingegneristico, la realtà è di difficile interpretazione, per cui il ricorso a modelli semplificati è piuttosto comune, nell'ottica di un procedimento di verifica strutturale che pesi in maniera equilibrata le risorse a disposizione con gli obiettivi da perseguire.

Questi trovano una giustificazione quando è dimostrato che certi effetti hanno una limitata incidenza; in determinate circostanze questo può non essere vero, per cui il modello deve necessariamente tenerne conto.

Questi fattori così determinanti per l'affidabilità del risultato delle verifiche di vulnerabilità devono quindi essere attentamente studiati.

In caso contrario le verifiche assumono carattere convenzionale, rimandando ad analisi più approfondite quei casi in cui i metodi semplificati abbiano evidenziato delle criticità.



**Figura 1.7.** Un esempio delle condizioni al contorno che possono modificare il comportamento delle US in adiacenza: a sx un giunto con i solai alla medesima quota, a dx con solai sfalsati.

Si osservi a tal proposito la Figura 1.7: le immagini ivi contenute evidenziano un aspetto piuttosto comune negli aggregati edilizi, un giunto tra US in adiacenza. Nell'immagine di sinistra della Figura 1.7 è evidenziato il giunto tra due US in cui i piani di calpestio sono alla stessa quota, mentre a destra è visibile lo sfalsamento delle cornici, che stanno a testimoniare l'imposta dei solai a quote diverse.

Le configurazioni rappresentate possono ricondursi a situazioni ideali, poiché la necessità di procedere a successive ispezioni per una conferma di quanto solo ipotizzato con un esame visivo, può essere agevolmente soddisfatta.

Le due configurazioni consentono a priori di formulare delle ipotesi sufficientemente attendibili riguardo alcuni aspetti di natura strutturale; nell'immagine di sinistra della Figura 1.7 la discontinuità tra US è estesa a tutti gli elementi orizzontali normalmente continui: marcapiani, bugnato liscio, cornici. Questo dato oggettivo non deve però trarre in inganno: i solai, infatti, potrebbero costituire un elemento di continuità tra le US, o il giunto essere di dimensioni tali da non impedire interazioni tra di esse.

Per l'immagine di destra di Figura 1.7 possiamo rilevare che gli elementi che corrono orizzontalmente, al contrario del caso precedente, sono sfalsati e questo consente di riconoscere la presenza di solai a quote diverse.

Sarà pertanto lecito ipotizzare che i solai siano interrotti e quindi la continuità tra US possa venire meno. L'effettiva indipendenza strutturale tra le US può essere convalidata però solo in presenza di un adeguato giunto e di pareti portanti autonome.

Infatti, sia nel primo che nel secondo caso, in corrispondenza del giunto, la funzione portante, quando la tessitura dei solai configura una condizione di questo tipo, può essere demandata ad un'unica parete o a due distinte. Oltretutto, in quest'ultimo caso, l'interazione dipende anche dalla distanza tra le due pareti, ossia dalle dimensioni del giunto.

Da quanto emerso fin qui sembra quindi ragionevole oltre che utile, individuare dei semplici schemi meccanici cui ricondurre il comportamento delle US, in relazione all'entità delle interazioni tra elementi strutturali afferenti US diverse. Ogni schema sarà poi caratterizzato da un set di grandezze scelto in maniera opportuna tra quelle più rappresentative. La rappresentatività è valutata studiando l'incidenza di ogni parametro sulla risposta.

Nell'ottica di una semplificazione delle numerose condizioni al contorno che possono presentarsi, si individuano quattro schemi principali che descrivono il vincolo in corrispondenza delle linee o punti di contatto tra US. I primi tre schemi hanno in comune l'ipotesi che il solaio sia interrotto in corrispondenza del giunto, poiché, in caso contrario, il quarto, le US collegate si troverebbero a rispondere integralmente alle azioni orizzontali:

1. in presenza di giunti sufficientemente ampi, l'US è facilmente definibile e viene meno qualunque tipo di interazione tra US;
2. se il giunto è sottodimensionato, si presentano fenomeni di martellamento tra US contigue, con dissipazione dell'energia trasmessa dal terremoto e conseguente danneggiamento delle superfici venute a contatto;
3. se le strutture sono in aderenza, il grado di interazione è legato ai modi di vibrare di ognuna. Quando i periodi sono numericamente confrontabili o addirittura coincidenti, l'interazione è molto modesta, al limite inesistente, poiché le

oscillazioni sono in fase (generalmente la trasmissione dell'onda sismica avviene senza ritardo tra le US). In caso contrario il martellamento può produrre danni importanti ed è indispensabile utilizzare un modello che riesca a riprodurre gli effetti sulle US;

4. se le strutture murarie di US contigue sono fisicamente connesse, queste rispondono come singola unità dalle proprietà equivalenti. Nel caso in cui questa condizione sia sufficientemente rappresentativa del vincolo tra le US nell'ambito dell'aggregato, le verifiche vanno estese alla o alle Unità Edilizie che ne conseguono (si veda in proposito la definizione di UE). In questo caso gli effetti torcenti possono essere anche molto pronunciati per gli elementi di testata delle UE, in relazione alla loro disposizione rispetto al centro di rotazione globale.

A circostanziare ulteriormente le incertezze che incidono sulla risposta, si riporta un ulteriore commento di una condizione abbastanza diffusa, rappresentata nelle immagini di Figura 1.8.



**Figura 1.8.** Risposta differenziale legata all'eterogeneità nell'apparecchiatura muraria.

Le pareti dei fabbricati di cui alle immagini di Figura 1.8, si prestano a numerose riflessioni. La situazione particolarmente eterogenea è chiaramente visibile poiché la finitura delle superfici non è stata realizzata.

Nell'immagine di sinistra sono evidenti due tipologie murarie: mattoni forati nel riquadro 1, utilizzati normalmente per la realizzazione di tamponature interne e disposti

con i fori orizzontali; blocchi di tufo regolarizzati e ricorsi di mattoni nel riquadro 2. Quest'ultima tipologia è molto diffusa nella pratica edilizia romana.

Per di più, l'immagine di destra mostra una difficoltà addizionale al tentativo di descrivere in maniera semplice la risposta delle pareti: sono infatti evidenti i segni di pregresse bucatore (riquadri 3 e 4), poi riempite con murature di fattura diversa da quella che costituisce l'apparecchiatura originaria.

Una condizione del genere, se oltretutto interessa più diffusamente la parete, può richiedere l'adozione di schemi particolari che tengano conto di diversi meccanismi di collasso, oppure che trascurino la presenza dei riempimenti quando rilievi specifici evidenzino assenza di collegamento con la muratura originaria. Queste scelte hanno ovviamente dei riflessi anche nella definizione delle rigidezze e quindi nel calcolo degli spostamenti.

Una condizione come quella descritta è difficilmente rilevata, visto che la muratura in più delle volte è completamente rivestita dallo strato di intonaco che ne impedisce una chiara visione; nelle situazioni pratiche solo pochi sondaggi vengono eseguiti e qualora si riuscisse ad ottenere una mappatura sufficientemente ampia delle caratteristiche della muratura, in termini meccanici e fisici, si porrebbe poi il problema della scelta dello strumento analitico in cui riversare le informazioni puntuali raccolte in sito.

Tra l'altro, la complessità connaturata all'aggregato edilizio, ha convinto gli estensori dell'attuale norma a semplificare le modalità di esecuzione delle verifiche di sicurezza, quando sono verificate certe ipotesi sul comportamento e la configurazione spaziale dell'aggregato.

Qualora i requisiti citati siano soddisfatti, troverà applicazione lo strumento analitico sviluppato appositamente per l'analisi di edifici in aggregato, svolte sulle singole US.

Esso fa proprie le indicazioni delle NTC 2008, integrandole in alcuni punti; poiché è obiettivo primario valutare la risposta tenendo conto delle incertezze, le relazioni analitiche utilizzate all'interno della procedura sono state sviluppate in forma chiusa. Questo consente di ottenere in maniera piuttosto rapida la risposta del sistema al variare dei parametri di input.

L'approccio proposto rappresenta un modo alternativo e certamente più realistico di valutare la vulnerabilità di un edificio esistente e in particolare di quelli in aggregato; il concetto di verifiche in termini prestazionali è abbandonato e la vulnerabilità espressa da un indicatore di stato del sistema, (generalmente la variabile più rappresentativa) in termini di probabilità di superamento di una certa soglia ritenuta accettabile.

È importante sottolineare il fatto che le verifiche vengono effettuate con modelli che dipendono fortemente dalla conoscenza dell'aggregato.

In generale, quando l'aggregato è di limitata estensione, le verifiche possono essere condotte con modelli di calcolo più sofisticati, poiché l'onere legato alla fase conoscitiva può essere ritenuto accettabile.

Negli altri casi, come più volte ricordato, le verifiche condotte con modelli più accurati risentirebbero fortemente delle incertezze sui parametri utilizzati per descrivere il problema; bisogna ricordare, infatti, che le incertezze hanno proprietà additiva, per cui la risposta è tanto più incerta quanto più alto è il numero delle variabili considerato nel problema. L'approccio proposto dalle NTC-08 trova quindi ampia giustificazione.



## **2 GLI AGGREGATI EDILIZI NEL CONTESTO NORMATIVO E SCIENTIFICO**

Nel presente paragrafo diversi vengono esposti organicamente, riconoscendone il rispettivo ruolo, tutti quei documenti che hanno contribuito allo sviluppo delle normative cogenti e del presente lavoro di ricerca.

Si prenderanno pertanto in considerazione alcuni codici di pratica, nonché documenti redatti nell'ambito di progetti di ricerca nazionali e internazionali, che hanno contribuito a sviluppare una coscienza critica in particolare nei confronti della vulnerabilità del costruito storico, spesso costituente la spina dorsale di un aggregato edilizio.

Una lettura critica delle principali normative europee nell'ambito degli studi sulle murature, e sugli aggregati storici di muratura quando disponibili, consentirà una visione completa delle conoscenze a riguardo. Particolare importanza sarà data alle norme italiane.

### **2.1 Fonti scientifiche**

La modellazione con criteri semplificati degli edifici in muratura soggetti ad azioni sismiche, costituisce lo strumento analitico sviluppato nella prima parte della tesi, poi utilizzato nella successiva per le applicazioni probabilistiche.

L'impiego di modelli semplificati del comportamento dinamico delle strutture murarie consente di valutare la risposta globale di edifici anche complessi, quali sono gli aggregati edilizi dei nostri centri storici, in cui i meccanismi resistenti si sviluppano nel piano delle pareti. Sono dunque esclusi da questo studio i meccanismi locali, che d'altra parte, anche nell'impostazione normativa attuale (cfr. il Cap. 8 delle NTC-08) sono considerati disaccoppiati da quelli globali. La corretta descrizione del comportamento globale di un edificio in muratura dipende dal legame costitutivo adottato per descrivere il singolo pannello murario. A tal fine, esistono diversi studi disponibili in letteratura che si sono concentrati su indagini effettuate su modelli di prova in laboratorio. I primi risultati di un certo rilievo sono quelli ottenuti da ricercatori sloveni [Turnšek, Cacovic 1971 (14)] nell'ambito della valutazione della resistenza a taglio di maschi murari.

Essi ipotizzarono che, relativamente alla modalità di rottura per taglio da trazione diagonale, l'anisotropia della muratura potesse essere trascurata; tale condizione limite di resistenza doveva avvenire quando lo sforzo principale di trazione raggiungeva un certo valore di soglia  $f_{tu}$ , definito come resistenza a trazione convenzionale della muratura. L'ipotesi di indipendenza del modello di capacità dalla proprietà di anisotropia della matrice muraria, consentiva di poter utilizzare un unico parametro di resistenza,  $f_{tu}$  appunto.

Nell'ipotesi di pannelli di prova sufficientemente snelli da poter essere assimilati a solidi di De Saint Venant, essi pervennero alla seguente espressione per il modello di capacità citato:

$$V_u = \frac{f_{tu} \cdot l \cdot t}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{f_{tu}}} \quad (2.1)$$

in cui,

$f_{tu}$  è la resistenza a trazione diagonale della muratura

$l \cdot t$  è l'area trasversale della parete

$\sigma_0$  è la tensione media sul piano trasversale

$b$  è una costante, pari a 1,5

Le prove sperimentali sono state condotte essenzialmente su porzioni di muratura con snellezza per lo più unitaria. La validità della 2.1 è pertanto legata a fattori geometrici.

Con l'obiettivo di rimuovere tale limitazione, vennero eseguite ulteriori prove su pannelli a geometria variabile [Turnšek, Sheppard 1978 (15)], arrivando a definire  $b$  in ragione del rapporto di forma  $h/d$ .

Un criterio approssimato fu proposto in seguito [Benedetti, Tomaževic 1984 (2)], ponendo un limite inferiore e superiore al valore di  $b$ , come segue:

- $b = 1$             se  $h/d \leq 1$
- $b = h/d$         se  $1 < h/d < 1,5$
- $b = 1,5$         se  $h/d \geq 1,5$

L'espressione 2.1, unitamente alle modifiche apportate al fattore di forma  $b$ , rappresenta il criterio di rottura adottato nel metodo POR e in tutti i metodi di analisi che da esso sono derivati.

Si osservi che, sostituendo  $f_{tu}$  con  $1,5 \cdot \tau_0$  nell'espressione (2.1), si ottiene l'espressione:

$$V_u = 1 \cdot t \cdot \frac{1,5 \cdot \tau_0}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \cdot \tau_0}} \quad (2.2)$$

analoga alla 3.100 contenuta nelle attuali norme tecniche NTC-08; la (2.2) viene adottata come equazione di capacità nei modelli a macroelementi monodimensionali, pur essendo molti i lavori sviluppati nei 25 anni successivi. Questo dà la misura, in un certo senso, di quanto essa sia affidabile per la gran parte delle valutazioni. L'espressione ha il pregio di saper cogliere con accuratezza la dipendenza della resistenza a taglio dal carico assiale su pannelli murari soggetti a sforzi di taglio e alle cui due sezioni di estremità sia impedito di ruotare.

Contributi successivi [Magenes, Calvi 1997 (9)] hanno evidenziato dei limiti nell'applicabilità della 2.1, al variare del rapporto di forma e delle condizioni di vincolo. Questi aspetti sono ancor più rilevanti se la muratura ha una anisotropia particolarmente pronunciata; è questo il caso della muratura di mattoni in cui i letti di malta hanno capacità meccaniche piuttosto ridotte.

Si può osservare, ancora, che nei lavori fin qui citati hanno scarsa rilevanza i meccanismi di collasso per taglio che interessano lo scorrimento dei giunti di malta. Nonostante questo meccanismo sia raramente osservabile, esso rappresenta comunque uno dei probabili motivi di crisi della muratura, soprattutto ai piani alti degli edifici, e pertanto necessita di essere considerato fra i potenziali meccanismi.

Riconoscendo che questo meccanismo ha natura essenzialmente attrittiva, è possibile definire un criterio di rottura "alla Coulomb" in cui la tensione tangenziale ultima (resistenza a taglio unitaria) è data nella forma:

$$\tau_u = c + \mu \sigma_v \quad (2.3)$$

In cui,

$c$  è l'adesione della malta

$\mu$  è il coefficiente di attrito

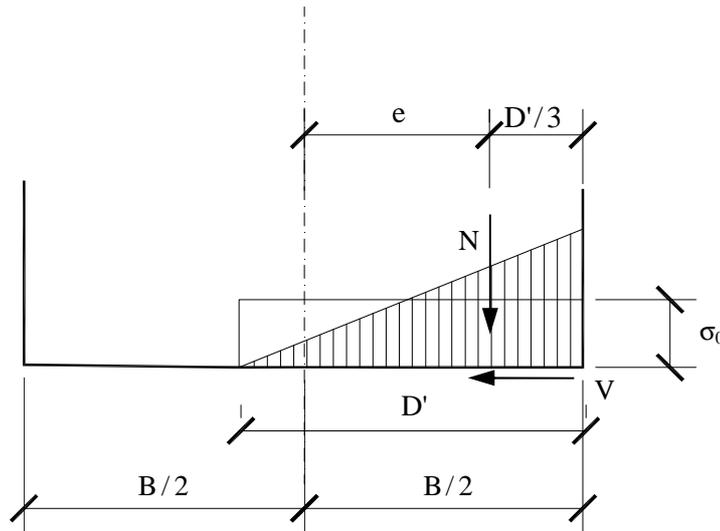
$\sigma_v$  è la tensione media sulla sezione trasversale, dovuta ai carichi verticali

Diverse normative sulla muratura (Eurocodice 6, OPCM 3274) esprimono la resistenza a taglio del pannello murario come prodotto tra la resistenza a taglio unitaria e l'area reagente del muro, cioè la zona compressa nell'ipotesi di resistenza nulla a trazione:

$$V_d = D' \cdot t \cdot \tau_u \quad (2.4)$$

La lunghezza della zona reagente, in riferimento allo schema di figura 2,1, è valutata come:

$$D' = 3 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{V}{P} \cdot \alpha_v \right) \cdot D = 3 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{V}{P} \cdot \frac{H_0}{D} \right) \cdot D \quad (2.5)$$



**Figura 2.1.** Ipotesi di calcolo per la valutazione della lunghezza reagente in condizioni di compressione eccentrica.

Nella (2.5) si è fatto uso della relazione che lega l'altezza efficace  $H_0$ , dipendente dalle condizioni al contorno, con il rapporto di taglio  $\alpha_v$ :

$$\alpha_v = \frac{M}{V \cdot D} = \frac{H_0}{D} = \psi' \cdot \frac{H}{D} \quad (2.6)$$

in cui  $\psi'$  è un fattore che tiene conto delle condizioni al contorno, ed è pari a 1 quando la parete è vincolata secondo uno schema a mensola, 0,5 quando è incastrata alle estremità.

La resistenza a taglio ultima della parete è pertanto esprimibile nella seguente forma:

$$V_d = 1 \cdot t \cdot \left( \frac{1,5 \cdot c + \mu \sigma_v}{1 + 3 \cdot \frac{c \cdot \alpha_v}{\sigma_v}} \right) \quad (2.7)$$

Seppur la (2.7) sia stata sviluppata come alternativa all'approccio basato sulla resistenza a trazione convenzionale, le prove sperimentali ne evidenziano la migliore capacità di

descrivere rotture per scorrimento piuttosto che per fessurazione diagonale, localizzate nei punti di massima parzializzazione della sezione muraria, cioè alle estremità.

In ragione di ciò, le due relazioni (2.2) e (2.7) si riferiscono dunque a due meccanismi in serie e devono ritenersi alternative l'una all'altra, per la determinazione delle modalità di collasso delle pareti murarie.

In questa visione del problema assumono un'importanza rilevante i risultati di prove sperimentali effettuate presso l'Università di Pavia [Magenes, Calvi 1997 (9)], proprio perché evidenziano come lo scorrimento e la fessurazione diagonale del pannello nella parte centrale siano due fenomeni alternativi ai quali è possibile associare due criteri di resistenza distinti.

Il collasso è pertanto valutato nella forma seguente:

$$V_{\max} = l \cdot t \cdot \tau_u \quad (2.8)$$

in cui,

$$\tau_u = \min(\tau_{ws}; \tau_b)$$

è il minimo tra le modalità di rottura per fessurazione diagonale dovuta al cedimento dei giunti di malta,

$$\tau_{ws} = \frac{c + \mu \sigma_v}{1 + \alpha_v} \quad (2.9)$$

o alla fessurazione diagonale per rottura dei mattoni,

$$\tau_b = \frac{f_{bt}}{2,3 \cdot (1 + \alpha_v)} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_v}{f_{bt}}} \quad (2.10)$$

in cui  $f_{bt}$  assume lo stesso significato del parametro  $f_{tu}$  della relazione 2.1.

È importante notare come le relazioni (2.9) e (2.10) siano state validate con prove sperimentali su murature caratterizzate da una certa regolarità nella tessitura della trama muraria e nella realizzazione dei giunti.

È pertanto difficile estendere il campo di applicazione dei criteri descritti anche alle apparecchiature murarie più vecchie, quali quelle ricorrenti negli aggregati edilizi dei centri storici.

Ai fini del presente studio le modalità di collasso per fessurazione diagonale verranno pertanto descritte dalle relazioni (2.2) e (2.7), come peraltro consigliato nella sintesi del lavoro citato [Magenes, Calvi 1997 (9)].

Le ricerche di cui sinteticamente sono stati commentati i contenuti, hanno in definitiva consentito di identificare tre modalità di collasso per taglio delle pareti murarie:

- Fessurazione diagonale,
- Scorrimento diagonale,
- Scorrimento orizzontale.

Per ognuna, diversi autori hanno fornito criteri di rottura sostanzialmente analoghi, la cui efficacia nella predizione del meccanismo di collasso che si attiva dipende fortemente dalla tipologia muraria, e, seppur in maniera ridotta, da fattori geometrici piuttosto che all'entità dei carichi agenti.

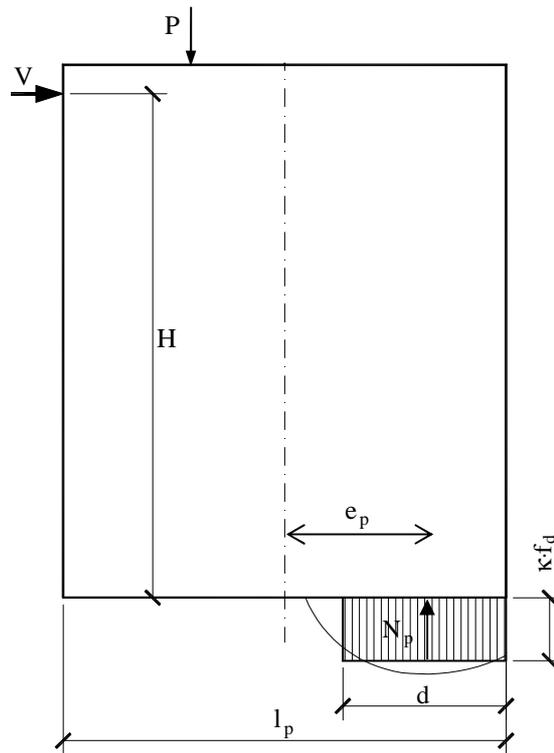
Riguardo a ciò, per le apparecchiature murarie definite regolari, le modalità di collasso sono ben rappresentate dai criteri di rottura descritti dalle relazioni (2.7), (2.9) e (2.10), mentre per quelle definite irregolari appaiono più adatti i criteri (2.1) e (2.7).

Si può pertanto dedurre che nelle murature irregolari, il collasso per scorrimento diagonale dei giunti, espresso dalla (2.9) per le tipologie con tessitura regolare, sia piuttosto improbabile, a tal punto da ometterne una formulazione adeguata.

Va anche detto che nelle murature irregolari generalmente il collasso dei giunti per scorrimento, sia esso diagonale o orizzontale, risulta poco probabile in relazione alla natura della giacitura degli elementi lapidei nel blocco murario. La loro distribuzione va infatti ad interrompere la continuità in senso longitudinale del giunto, creando un effetto di "ingranamento" locale. La propagazione della frattura è pertanto resa difficoltosa dalla presenza degli elementi lapidei, che il più delle volte ne impediscono la propagazione, o quanto meno sono anch'essi interessati da rotture per taglio.

Il collasso per pressoflessione completa il quadro dei possibili meccanismi resistenti che si possono attivare all'interno del pannello, in risposta ad una sollecitazione di taglio agente in sommità.

Anche in questo caso, come già visto in precedenza per i meccanismi di taglio, si può pervenire alla medesima scrittura dell'equazione che ne definisce il criterio di rottura, partendo da approcci diversi.



**Figura 2.2.** Collasso per pressoflessione: nomenclatura delle variabili e distribuzione delle tensioni.

Assumendo come configurazione al collasso incipiente quella in cui la crisi avviene al raggiungimento della resistenza ultima a compressione della muratura alla base del pannello [Eurocodice 6 1998 (34)], è possibile valutare la forza in testa alla parete che ne produce la crisi attraverso la seguente equazione di equilibrio:

$$M_u = N_p \cdot e_p \quad (2.11)$$

Se si ipotizza una distribuzione delle tensioni del tipo “stress-block” come mostrato nella figura precedente, possiamo scrivere quanto segue:

$$N_p = P = \sigma_0 \cdot l_p \cdot t = d \cdot t \cdot \kappa \cdot f_d$$

da cui si ricava la lunghezza della zona plasticizzata,

$$d = \frac{\sigma_0 \cdot l_p}{\kappa \cdot f_d}$$

a questo punto si può calcolare l’eccentricità:

$$e_p = \frac{l_p}{2} - \frac{d}{2}$$

sostituendo l’espressione di  $d$  in quest’ultima, si ottiene:

$$e_p = \frac{l_p}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_0}{\kappa \cdot f_d} \right)$$

L'espressione finale per il meccanismo resistente di pressoflessione si ottiene sostituendo le espressioni precedenti di  $e_p$  e  $N_p$  nella (2.11),

$$M_u = V \cdot H_0 = \frac{l_p^2 \cdot t \cdot \sigma_0}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_0}{\kappa \cdot f_d} \right) \quad (2.12)$$

in cui,

$\sigma_0$  è la tensione media sulla sezione trasversale del muro

$\kappa$  è un coefficiente che tiene conto della distribuzione degli sforzi nella zona compressa; per un diagramma tipo "stress-block" il fattore è pari a 0,85

$H_0$  è l'altezza dalla alla sezione di momento nullo; nel caso di vincolo di incastro alle estremità è pari a  $H/2$ , se lo schema è riconducibile ad una mensola,  $H_0=H$

Si noti come, nel caso di resistenza infinità della muratura, la (2.11) possa essere ricondotta all'equazione di rotazione di un blocco rigido intorno alla cerniera di spigolo:

$$V \cdot H_0 = \frac{l_p^2 \cdot t \cdot \sigma_0}{2} \quad (2.13)$$

È stato dimostrato [Como, Grimaldi 1985 (3)] che le ultime due relazioni si possono ottenere dall'analisi limite della parete, applicando quindi il teorema dei lavori virtuali, nell'ipotesi di resistenza finita o infinita della muratura con resistenza nulla a trazione.

Nell'ambito delle verifiche sulle murature esistenti, l'equazione (2.12) è raccomandata da molte normative nazionali. Tuttavia, essa mostra alcuni limiti che possono talvolta indurre a valutazioni troppo cautelative della capacità di pareti pressoinflesse.

Questo può accadere, ad esempio, quando si trascuri il contributo dei muri di spina, che in presenza di ingranamento con il pannello considerato offrono invece significativi incrementi di capacità.

Prove di laboratorio orientate allo studio di una tecnologia di connessione innovativa per l'ammorsamento tra pannello centrale e muri di testata [Vailati, Menegotto, Monti 2010 (16)], mostra come gli incrementi di resistenza e duttilità siano quantificabili, per i casi esaminati, in circa il 60% per la prima e in un 300% per la seconda.

Ciò è conseguenza del fatto che la connessione dei muri comporta una variazione delle caratteristiche geometriche della sezione resistente (si passa da una forma rettangolare ad una a T), lasciando pertanto inalterata la capacità a taglio ma incrementando quella a pressoflessione e la rigidezza flessionale.

Questo effetto può essere sfruttato anche per modificare la gerarchia tra le modalità di collasso, orientandola verso quella flessionale che presenta maggior duttilità.

Per un approfondimento dei risultati sperimentali si consulti l'esposizione completa del lavoro al capitolo 3; si rimanda altresì ai contenuti dell'allegato C per gli sviluppi algebrici di dettaglio che consentono di formulare un'equazione di capacità a pressoflessione tenendo conto del contributo fornito dall'ala, che in questo caso è connessa all'anima.

La definizione delle modalità di collasso e dei corrispondenti criteri di rottura dei singoli pannelli murari, è certamente fondamentale nella verifica globale del sistema strutturale murario.

Un altro parametro rilevante è la rigidezza nel piano dei pannelli murari, poiché sia il periodo di vibrazione del fabbricato sia la ripartizione delle forze tra le pareti, quando si assuma il solaio infinitamente rigido nel proprio piano, dipendono da essa.

Quando sottoposta ad un carico in direzione longitudinale, una parete muraria con vincolo d'incastro alle estremità subisce una deformazione  $d$ , dovuta in parte alla flessione ed in parte al taglio:

$$d = \frac{H \cdot h^3}{12 \cdot E \cdot I_w} + \frac{\rho \cdot H \cdot h}{G \cdot A_w}$$

in cui,

$d$  è lo spostamento nel piano della parete

$h$  è l'altezza della parete

$I_w = \frac{t \cdot l^3}{12}$  è il momento di inerzia della sezione rettangolare

$A_w$  è l'area della sezione orizzontale del muro

$\rho = 1,2$  è il coefficiente di taglio per la sezione rettangolare

Operando opportune manipolazioni algebriche e sostituendo i fattori noti, si ottiene l'equazione generale della rigidezza trasversale di una parete in muratura:

$$K_e = \frac{G \cdot A_w}{1,2 \cdot h \cdot \left[ 1 + \alpha' \cdot \frac{G}{E} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]} \quad (2.14)$$

Nell'espressione (2.14) è stato inserito  $\alpha'$ , parametro che tiene conto delle condizioni di vincolo della parete, che assume un valore pari a 0,83 nel caso di doppio incastro alle estremità e 3,33 per la mensola.

Nel caso di pareti connesse, le espressioni (2.12) e (2.14), devono tener conto anche del contributo dell'ala. In recenti studi effettuati sulle tecniche innovative per il rinforzo di strutture murarie [Vailati, Menegotto, Monti 2010 (16)] si propone una versione modificata della precedenti equazioni:

$$M_{UI} = M_U \cdot \left[ (1 + \tau \cdot \lambda)^2 + \frac{\tau^2 \cdot \lambda}{\eta} \cdot (1 - \lambda) \right] \quad (2.15)$$

$$K_e = \frac{G \cdot A_w}{1,2 \cdot h^2 \cdot \left[ \frac{1}{h} + \alpha' \cdot \frac{G \cdot A_w}{12 \cdot E \cdot J_T} \right]} \quad (2.16)$$

Nella (2.15)  $M_u$  è la capacità a pressoflessione della parete non connessa. Per il significato dei fattori dimensionali  $\eta$ ,  $\tau$  e  $\lambda$  e più in generale per lo sviluppo dettagliato delle equazioni, si rimanda ai contenuti dell'allegato C.

## 2.2 Codici, linee guida e testi

Nei documenti a carattere pre-normativo confluiscono, oltre ai risultati di ricerche specialistiche sul genere di quelle commentate al paragrafo precedente, anche studi caratterizzati da una visione più globale del problema dibattuto, che hanno portato alla stesura di codici o linee guida di riferimento nel mondo delle costruzioni. Le attuali normative rappresentano pertanto lo stato dell'arte nel campo delle costruzioni di muratura negli ultimi 40 anni. Tra i molti, si possono riconoscere caratteri distintivi di originalità negli studi effettuati dal prof. A. Giuffrè.

*La meccanica dell'architettura. La statica* (Giuffrè 1986), e il successivo, *Lecture sulla Meccanica delle Murature Storiche* (Giuffrè 1991), rappresentano i primi tentativi di fornire una visione meccanicistica dell'architettura storica, secondo un approccio di tipo Galileiano, sulla base delle osservazioni dirette e degli studi delle fonti storiche: Lugi, Vitruvio, Alberti, Breyman o Coulomb sono solo alcune di queste.

I contributi non sono peraltro limitati ai contenuti del testo citato; nella vasta produzione scientifica si possono ricordare i codici di pratica elaborati per Ortigia (Giuffrè 1993), i sassi di Matera (Giuffrè e Carocci 1997) e la città di Palermo (Giuffrè 1999).

Questi ultimi, come anche lo stesso autore tenne a precisare, volevano offrire alla pratica un indirizzo culturale, un modo di vedere l'intervento consapevole sul costruito storico.

Non tutte le ricerche del settore sono il risultato di riflessioni maturate dopo anni di attività accademica e professionale, spesso in forma autonoma dal contesto intellettuale in cui operavano gli studiosi. Gran parte dei contributi, in particolar modo quelli che interessano gli studi di vulnerabilità sismica delle costruzioni di muratura, sono il risultato di intense ricerche sopravvenute all'indomani degli eventi sismici che hanno

purtroppo interessato, senza soluzione di continuità, il territorio nazionale negli ultimi 30 anni.

È possibile ricondurre a pochi di questi buona parte dei contributi scientifici contenuti nei documenti prodotti durante il citato arco temporale:

- 6/05/1976 Friuli
- 23/11/1980 Campania, Basilicata – Irpinia
- 26/09/1997 Umbria, Marche
- 6/04/2009 Abruzzo

Da notare che gli eventi citati sono di intensità superiore a magnitudo 6; altri di intensità minore si sono succeduti lungo il periodo temporale osservato, tuttavia marginali sono i contributi riconducibili a questi ultimi.

Nel capitolo successivo verrà evidenziato come il legislatore abbia recepito i contributi scientifici succedutisi a seguito degli eventi descritti, producendo norme che contenevano numerose indicazioni riguardo i criteri di verifica delle costruzioni di muratura, i dettagli costruttivi, la caratterizzazione meccanica dei materiali da costruzione.

Il tentativo di proporre una lettura meccanica organica e fruibile dai numerosi professionisti, trovatisi disorientati dai contenuti sempre in divenire delle norme che si sono succedute con regolarità a partire dal 1996, è all'origine, tra le molte cose, di una serie di attività volte alla classificazione e definizione di modelli per l'analisi degli edifici ordinari in muratura.

Questo approccio è ben espresso dal documento di sintesi prodotto dall'Università degli Studi di l'Aquila e dal CNR per la regione Marche, riguardo l'analisi dei meccanismi di collasso locali di edifici esistenti in muratura.

Il lavoro trae spunto da riflessioni sull'opportunità di valutarne la vulnerabilità con sofisticati codici di calcolo, alla luce delle significative incertezze che coinvolgono gli aspetti meccanici nonché geometrici dei fabbricati.

Anisotropia e non linearità rendono inefficace qualunque tentativo di ricondurre a modelli sufficientemente attendibili il comportamento della muratura; per di più la complessità intrinseca degli edifici dei centri storici rende difficoltosa una definizione geometrica degli elementi strutturali. In ultimo, l'esperienza mostra come, nelle vecchie costruzioni di muratura, il collasso sia determinato molto spesso dall'assenza di vincoli, da difetti costruttivi o da discontinuità difficilmente osservabili anche a fronte di un attento rilievo, piuttosto che dalla resistenza ultima della muratura.

Premesso ciò, si è ritenuto utile concentrare l'attenzione sull'analisi limite delle porzioni di fabbricato che possono collassare per meccanismi fuori del piano.

Alcuni dei meccanismi descritti in lavori già commentati e precursori di questo approccio metodologico (Giuffré 1986), altri contenuti in documenti redatti a valle del terremoto Umbro-Marchigiano del 1997 (Aorio e Borri 2002, Doglioni 2000, Guerrieri 1999), sono stati rielaborati e affinati, anche in considerazione di quanto indicato nella normativa OPCM 2004 che, come vedremo, rappresenta uno dei primi tentativi di rendere operativi e cogenti alcuni dei risultati scaturiti da anni di intensa attività scientifica.

Il costruito esistente è pertanto interessato da una duplice verifica:

- globale, che chiama in causa la resistenza delle pareti nel piano;
- locale, che interessa le condizioni di equilibrio limite della parete al momento del collasso incipiente fuori dal piano.

Si osservi che le verifiche di tipo locale hanno significato esclusivamente quando le strutture di muratura sono caratterizzate da un'adeguata monoliticità, che impedisce fenomeni di disgregazione locale del paramento murario.

Un criterio per il riconoscimento delle pareti murarie (Aorio e Borri 2002) consente di distinguerle in tre classi, in relazione alla qualità della tessitura e del materiale con cui sono realizzate:

- classe A: muratura di ottima qualità
- classe B: muratura di buona qualità
- classe C: muratura di qualità scadente

L'ultimo caso è quello cui è associata una elevata vulnerabilità che non consente di applicare l'analisi limite, poiché i fenomeni disgregativi citati intervengono prima che possa innescarsi il moto rigido del pannello.

Nell'ambito della risposta sismica delle strutture, un posto di rilievo spetta ai contributi forniti dagli studi che hanno seguito l'evento del 1976 in Friuli, soprattutto in termini di strumenti operativi.

Furono numerose, infatti, le applicazioni in campo ingegneristico di metodi di calcolo non lineari, in particolare quelli statici, che avevano dimostrato la loro efficacia nel prevedere il comportamento delle strutture murarie, qualora fossero verificate alcune ipotesi. Si sono poi susseguiti numerosi studi nell'ambito della modellazione delle strutture murarie, in particolar modo per quanto concerne il comportamento in condizioni sismiche.

Negli ultimi venti anni è andata intensificandosi l'offerta di modelli per il calcolo della risposta sismica di pareti murarie e di edifici, che si caratterizzano per i diversi livelli di dettaglio e per i presupposti teorici su cui si fondano.

Questa frammentazione apparentemente può essere ricondotta ad una mancanza di capacità predittiva del modello che viene di volta in volta rivisto e rielaborato; in realtà è solo la conseguenza della grande varietà degli oggetti studiati: la miscela di fattori quali i materiali, la tessitura, la concezione d'insieme del sistema strutturale, i dettagli costruttivi, non consente di definire un unico modello di assoluta applicabilità e validità generale.

È comunque auspicabile, e così denunciano le attuali linee di ricerca, individuare alcuni elementi fondamentali comuni a tutti i modelli, al fine di evitare errori macroscopici nella previsione della risposta.

Il terremoto di Umbria e Marche del 1997 ha fornito ulteriori spunti di riflessione in ordine ai problemi non solo di carattere strutturale strettamente connessi al danneggiamento del patrimonio storico-architettonico delle aree colpite, ma anche relativamente alla gestione degli interventi di recupero delle aree danneggiate.

Il coinvolgimento di opere architettoniche di grande pregio, unitamente all'accresciuta sensibilità della comunità non solo scientifica nei confronti del patrimonio culturale esistente, ha aperto il dibattito anche riguardo problemi più strettamente filologici degli interventi, legati pertanto non solo a scelte specificatamente tecniche ma anche di linguaggio formale adottato.

Comincia a diffondersi l'impiego in ambito civile di materiali compositi fibro rinforzati, in uso da diversi anni in altri campi dell'ingegneria, in particolare in quello aeronautico. Questo sentito interesse per una tecnologia in realtà vecchia di quasi 40 anni, accompagnato da una rapida diffusione negli interventi più disparati in ambito civile, porta alla stesura di un documento CNR (DT 200/2004) che contiene le istruzioni per la progettazione degli interventi di consolidamento statico in strutture di muratura mediante compositi fibro rinforzati.

Un interessante elaborato dai contenuti più strettamente operativi in ordine alle modalità di esecuzione delle verifiche di vulnerabilità e al progetto degli interventi, è quello curato dal SSN, dal CNR e dalla provincia di Perugia (Desortis, Di Pasquale, Nasini 1998) relativamente ai *Criteri di calcolo per la progettazione degli interventi*.

Tra i vari programmi di ricerca si ricordano quelli del GNDT, alcuni dei quali riguardanti interventi di mitigazione del rischio sismico, e pertanto più vicini al tema degli aggregati edilizi.

Si rammenta a tal proposito il progetto Catania, che propone tra l'altro un ampio confronto tra diversi metodi di analisi semplificate e modelli FEM per la valutazione della vulnerabilità sismica.

Piuttosto interessante è l'attività del RELUIS, la rete di laboratori universitari di ingegneria sismica, che organizza la propria attività in programmi di ricerca triennali, che affrontano diversi aspetti dell'ingegneria sismica, in accordo ai programmi di ricerca nazionali e internazionali.

Tra i documenti di sintesi dell'attività svolta va ricordato, per l'affinità del contenuto con gli argomenti del presente lavoro di tesi, quello delle *linee guida per gli interventi di miglioramento sismico degli edifici in aggregato nei centri storici* (Carocci, Tocci, Cattari, Lagomarsino 2009).

Seppur discutibile in alcune sue parti per l'approccio metodologico proposto, esso rappresenta uno dei pochi documenti che analizzano il caso degli aggregati edilizi attraverso i suoi caratteri distintivi, fornendone una chiave interpretativa.

Per le configurazioni spaziali più complesse, il documento suggerisce un approccio semplificato alla verifica di vulnerabilità delle unità di intervento che costituiscono l'aggregato; in ogni caso queste saranno comunque interessate da due tipi di verifiche:

- collasso per perdita di equilibrio della parete dovuto ad azioni ortogonali al piano (meccanismi di 1° modo);
- collasso per superamento della resistenza a taglio o a schiacciamento della muratura

Vengono proposti a riguardo alcuni modelli semplificati, distinti per le due modalità di collasso.

La presa di coscienza da parte delle amministrazioni della vulnerabilità dei propri centri storici, ha comportato un coinvolgimento sempre maggiore di Università e enti che a vario titolo si occupano di ingegneria sismica.

Seppur legati alle specificità del sito studiato, parte del contenuto dei documenti di sintesi che ne sono scaturiti, rappresenta un riferimento assoluto in grado di indirizzare interventi e generare riflessioni anche in contesti molto diversi.

Questo è il motivo per cui anche le *Linee guida per la valutazione della vulnerabilità sismica di edifici pubblici con struttura in c.a. o in muratura* (Braga, Monti, Gigliotti, Lucchini 2007), rappresentano un ulteriore contributo orientato ad un intervento consapevole sul costruito esistente.

In una accezione più spiccatamente interpretativa delle componenti di un aggregato, si colloca lo studio sulla riqualificazione del centro storico di Gaeta (Monti, Moore 2007). Nella metodologia proposta, il progettista diventa interprete di una regola del costruito,

seppur dai tratti confusi dalle sovrapposizioni temporali, che consente di stabilire criteri operativi, regole e linguaggi di orientamento agli interventi su porzioni dell'aggregato. Questa interpretazione ha come obbiettivo quello di fornire strumenti di guida agli interventi, veri e propri atlanti dei tessuti omogenei, in grado di guidare coerentemente gli interventi realizzati da professionisti diversi e in tempi anche molto lontani. In questo modo si conferirebbe a tutto l'aggregato una qualità architettonica filologicamente corretta, poiché ritagliata a misura su di esso. Non di meno le prestazioni sismiche risponderebbero allo stesso criterio, poiché l'intenzione di guardare ad una macro scala gli effetti di interventi locali, consentirebbe di ottenere una risposta d'insieme sufficientemente omogenea.

Per finire, il recente libro di (Scalora, Monti 2010) sulla *Conservazione dei Centri Storici in Zona Sismica*, intende offrire un apporto teorico-scientifico alla costruzione di un metodo operativo per il restauro della città storica.

Secondo gli Autori, infatti, il valore della città non risiede unicamente nei suoi monumenti di architettura, ma si esprime soprattutto nella vitalità dei suoi tessuti urbani, specie quelli che con le loro strade, le loro piazze, i cortili e gli orti, esprimono un'atmosfera fisica e psicologica singolare ed irripetibile.

Il metodo sviluppato propone, guida e indirizza, lasciando ai progettisti le responsabilità e i margini di scelta, pur ricondotti su precisi binari storico-critici. Esso insiste sulla interpretazione del sistema complessivo e sullo sviluppo di criteri metodologici capaci di garantire precise regole di comportamento per gli interventi alle diverse scale. In altre parole, si indica una "strategia macroprogettuale" che possa, tramite un sistema di "regole prescrittive e di criteri prestazionali", declinarsi caso per caso quale specifico "microprogetto edilizio".

Tale interpretazione mira a stabilire i livelli di "trasformabilità" che variano, secondo le circostanze, dalla conservazione alla trasformazione, dalla riqualificazione alla nuova costruzione e, persino, alla demolizione, e propone guide e norme figurate, di semplice assimilazione da parte dei singoli professionisti incaricati, nonché esempi di riconoscimento delle parti che compongono gli aggregati edilizi, di valutazione della vulnerabilità sismica e di progettazione di interventi di miglioramento sismico.

### **2.3 Norme**

I due precedenti paragrafi offrono un panorama delle attuali conoscenze e degli orientamenti scientifici riguardo gli studi sulle murature. Meno evidenti sono i contributi sugli aggregati, che in generale sono semplici estensioni di ricerche sviluppate su edifici di muratura isolati, spesso di nuova progettazione.

Le prime indicazioni riguardanti verifiche e interventi su edifici in aggregato sono contenute nell'ordinanza 3431 del 3/05/2005, aggiornamento della 3274 del 25/03/2003. In precedenza tutto ciò che era inerente interventi sugli aggregati edilizi poteva essere supportato esclusivamente da studi a carattere pre-normativo, come chiaramente mostrato al paragrafo precedente.

Tuttavia, la crescente sensibilità verso il costruito storico e la necessità di disporre di strumenti operativi in grado di pilotare gli interventi sui fabbricati in aggregato, ha impresso un'accelerazione notevole alla ricerca nei dieci anni precedenti l'emanazione della citata ordinanza, anche e soprattutto in conseguenza dei danni causati da eventi sismici manifestatisi in questo periodo sul tessuto edilizio esistente.

Su queste premesse si è delineata la struttura della normativa vigente, la NTC-08, che regola le costruzioni su scala nazionale.

In ambito internazionale si possono citare diverse normative che presentano contenuti prescrittivi innovativi. Le più rilevanti sono sinteticamente elencate nel seguito.

- **Normativa Indiana**

1. IS:1893:2002. Indian Standards Criteria for Earthquake Resistant Design of Structures: "General Provisions and Buildings"
2. IS:13828:1993. Indian Standard Guidelines for Improving Earthquake Resistance of Low Strength Masonry Buildings
3. IS:13935:1993. Indian Standard Guidelines for Repair and Seismic Strengthening of Buildings

- **Normativa Americana**

1. ACI 530:08/ASCE 5:08/TMS 402:08. Building Code Requirements for Masonry Structures
2. FEMA 306. Evaluation of Earthquake Damaged Concrete and Masonry Wall Buildings: Basic Procedures Manual
3. FEMA 307. Evaluation of Earthquake Damaged Concrete and Masonry Wall Buildings: Technical Resources
4. FEMA 308. The Repair of Earthquake Damaged Concrete and Masonry Wall Buildings

- **Normativa neozelandese**

1. NZS 4230:2004. Design of Reinforced Concrete Masonry Structures

2. NZS 4230:1990. Code of Practice for the Design of Masonry Structures

- **Normativa europea**

1. Eurocode 6:1996. Design of masonry structures

La norma NTC-08 riserva agli aggregati edilizi un paragrafo ben distinto dal resto. Tuttavia le indicazioni ivi riportate sono più che altro di carattere qualitativo e concedono al progettista ampio margine di operatività, quando questo sia dotato di conoscenze sufficientemente ampie da consentirgli scelte opiniate.

Quando ritenute indispensabili per le valutazioni sul patrimonio edilizio esistente, verrà segnalata l'assenza di indicazioni, proponendo contestualmente soluzioni ragionevoli; in generale verrà commentato tutto ciò che di poco chiaro è emerso da una lettura attenta e ponderata del documento.

## **2.4 Strumenti di analisi per la valutazione della vulnerabilità sismica**

Gli strumenti di calcolo impiegati nell'ambito degli studi sugli aggregati sono quelli utilizzati più in generale per la verifica di strutture murarie isolate.

Le tipicità che contraddistinguono il comportamento meccanico degli edifici in aggregato, sono tutt'oggi oggetto di studi che propongono modelli interpretativi più realistici, adeguando in alcuni casi i metodi già disponibili alle citate specificità degli aggregati edilizi.

Nel panorama dei metodi di calcolo disponibili, possiamo riconoscere quattro gruppi principali:

1. Metodi di discretizzazione agli elementi finiti (FEM)
2. Metodi semplificati a macroelementi
3. Metodi di analisi limite
4. Metodi diversi non riconducibili alle precedenti categorie

Poiché la prima parte del presente lavoro di tesi affronta il problema della modellazione delle strutture murarie, si ritiene utile quanto indispensabile proporre una dissertazione quanto più organica e completa dello stato dell'arte riguardo ai metodi di calcolo.

### **2.4.1 Metodi di discretizzazione agli elementi finiti.**

In questo caso le analisi sono condotte su modelli costruiti ricorrendo alla micromodellazione o alla macromodellazione della struttura muraria.

Nel primo caso la discretizzazione interessa i blocchi ed i giunti che costituiscono il pannello murario; questo comporta un onere computazionale spesso insostenibile, oltre

che a difficoltà nella caratterizzazione meccanica di ciascun elemento e delle reciproche interazioni.

Nel secondo caso la discretizzazione avviene ad una scala maggiore, assimilando il comportamento della muratura a quello di un continuo omogeneo, con indubbi vantaggi nei tempi di esecuzione delle analisi, ma a svantaggio della accuratezza dei risultati.

Il metodo è certamente più versatile e potente, consentendo tra l'altro di eseguire tutti i tipi di analisi previsti dalle norme.

Riassumendo brevemente le proprietà del metodo, si può affermare che:

- È possibile modellare correttamente tutte le tipologie strutturali (volte, archi, irregolarità, ecc.)
- I risultati mostrano un grado di accuratezza superiore a qualunque altro metodo
- È possibile eseguire analisi incrementali in termini di forza o spostamento
- Si possono considerare tutti i tipi di non linearità geometrica
- Alcuni problemi particolari possono essere risolti solo utilizzando questo metodo
- Sono disponibili un gran numero di programmi di calcolo affidabili

È altresì vero che:

- La modellazione risulta spesso eccessivamente complessa
- I risultati delle analisi sono di difficile interpretazione
- I modelli presentano non raramente dei problemi di convergenza della soluzione in campo non lineare

### **2.4.2 Metodi semplificati a macroelementi.**

I danni provocati dagli eventi sismici sono il punto di partenza per interpretare gli effetti sulle strutture.

Le modalità di rottura possono essere riconducibili a tre tipologie, dipendenti dalla geometria, dal tipo di vincolo, dai materiali:

- Pressoflessione;
- Fessurazione orizzontale o diagonale per scorrimento in corrispondenza dei giunti;
- Fessurazione per taglio da trazione diagonale.

In generale, la metodologia “discretizza” le pareti in componenti elementari, specializzati per funzione meccanica svolta:

- a) Maschi murari;

- b) Fasce a rigidezza finita;
- c) Nodi rigidi.

I maschi sono disposti ai lati delle bucatore mentre le fasce sono disposte sopra e sotto di esse.

Le porzioni di muratura che non sono a contatto con le bucatore, e pertanto risultano confinate dagli altri elementi, vengono modellate con elementi di rigidezza infinita.

Questi tre elementi, collegati tra loro, configurano uno schema a telaio; per questa affinità meccanica, la modellazione a macroelementi è detta anche a telaio equivalente.

Il modello globale dell'edificio è realizzato con pareti, discretizzate come descritto in precedenza, e solai, quest'ultimi con funzione di trasmissione delle forze orizzontali tra i diversi maschi murari.

Attribuendo al solaio una rigidezza finita, è possibile far variare la distribuzione delle forze sugli elementi, fino a giungere al modello esattamente antitetico in termini meccanici, quello infinitamente flessibile, in cui le pareti vengono analizzate per singoli allineamenti verticali.

Chiaramente un solaio sufficientemente rigido è in grado di distribuire le forze in maniera più efficace, poiché, in particolare in campo plastico, una maggior flessibilità può provocare collassi anticipati dovuti ad elevate richieste di duttilità in alcuni elementi critici. Il metodo a macroelementi è generalmente quello più utilizzato nella progettazione e verifica di edifici in muratura.

La discretizzazione delle pareti dipende dalla classificazione delle stesse, funzione della rigidezza e resistenza delle fasce. Si possono in questa maniera individuare tre tipologie:

- Pareti di tipo 1
- Pareti di tipo 2
- Pareti di tipo 3

Nel primo caso le fasce sono prive di rigidezza assiale e flessionale, vista l'assenza di cordoli perimetrali di collegamento; mancando poi il confinamento, la parte rigida viene meno. Lo schema meccanico a cui ricondurre il comportamento della parete è quindi quello di mensola a tutt'altezza (i maschi) soggetta a pressoflessione.

Nel caso delle pareti di tipo 2 le fasce hanno solo rigidezza assiale, generalmente per la presenza di una catena che conferisce solo resistenza a trazione.

Fino alla soglia elastica il comportamento della parete è riconducibile a quello di un telaio; poiché le fasce risultano più deboli dei maschi queste raggiungono il collasso per taglio da trazione diagonale prima dei maschi. Il modello di calcolo che ne consegue è quello di mensole accoppiate con pendoli soggetti a forze assiali.

Le pareti di tipo 3 si distinguono dalle altre per il fatto di avere le fasce con rigidità sia assiale che flessionale più elevate di quelle dei maschi. Questo comportamento particolarmente efficiente può essere riconducibile o alla presenza di elementi resistenti a trazione all'estradosso e all'intradosso della fascia, oppure per la resistenza intrinseca dell'apparecchiatura muraria.

Nei confronti delle azioni orizzontali, le pareti si comportano come telai alla Grinter, per il fatto che i nodi di estremità dei maschi sono impediti di ruotare.

I modi di collasso sono pertanto concentrati nei maschi murari, e i meccanismi possibili sono quelli già riconosciuti ad inizio paragrafo.

In sintesi, possiamo ascrivere al metodo le seguenti proprietà:

- la semplicità della modellazione e interpretazione dei risultati;
- la possibilità di eseguire analisi in campo lineare e non lineare;
- un'attendibilità dei risultati conseguenza del lungo periodo di applicazione a casi reali e a confronti con metodi di calcolo superiori;

d'altro canto si può affermare che:

- l'attendibilità dei risultati è inversamente proporzionale alla regolarità del fabbricato;
- nel caso di analisi di edifici esistenti è necessario valutare con attenzione le inevitabili semplificazioni che nascono nel processo di discretizzazione delle pareti, poiché ciò potrebbe introdurre un'eccessiva approssimazione;
- la caratterizzazione meccanica del materiale è piuttosto difficoltosa, stante la natura intrinsecamente eterogenea della muratura;
- in molti metodi si ricorre esclusivamente alla modellazione rigida dei solai;
- elementi strutturali quali volte o archi sono difficilmente modellabili;
- poca flessibilità del metodo.

### **2.4.3 Metodi di analisi limite.**

Per l'analisi dei cinematismi di collasso si applica il secondo teorema cinematico dell'analisi limite. Più in generale, questo appartiene ai metodi per la determinazione del carico limite di strutture intelaiate, a cui fa riferimento anche il primo dei teoremi, quello statico. Entrambe sono dovuti a Gvozdev.

Esiste inoltre un terzo ed ultimo teorema, quello di Greenberg-Prager, utilizzato nell'analisi delle travature e pertanto non riconducibile alle tipologie di nostro interesse.

L'enunciato del teorema cinematico è il seguente:

*Assegnato un arbitrario meccanismo di collasso cinematicamente ammissibile, se il lavoro esterno dei carichi moltiplicati per  $\lambda^+$  risulta uguale al lavoro compiuto nelle cerniere plastiche, allora il moltiplicatore  $\lambda^+$  è sempre maggiore, o al più uguale, all'effettivo moltiplicatore critico  $\lambda_p$ . In altri termini, il moltiplicatore critico  $\lambda_p$  è il più piccolo fra tutti i moltiplicatori cinematicamente ammissibili  $\lambda^+$ , per cui tale teorema si definisce anche teorema del limite superiore, ovvero:*

$$\lambda_p \leq \lambda^+ \quad (2.17)$$

Pertanto le cerniere vanno poste in maniera arbitraria internamente al sistema strutturale e in corrispondenza di ogni posizione va calcolato il moltiplicatore dei carichi agenti sul sistema che produce il cinematismo. Il moltiplicatore d'interesse è il minore tra quelli calcolati.

L'analisi limite consente di eseguire lo studio di meccanismi sia nel piano che fuori del piano della parete, limitatamente a porzioni di fabbricato; questo comporta l'impossibilità di studiare collassi globali.

Tra i meccanismi di collasso fuori del piano, detti anche di primo modo, si ricordano quelli principali, ovvero:

- Ribaltamento semplice;
- Ribaltamento composto con interessamento delle pareti di spina (cunei);
- Ribaltamento per flessione orizzontale;
- Ribaltamento per flessione verticale.

I meccanismi nel piano della parete, detti anche di secondo modo, sono riconducibili unicamente a rotture del pannello secondo linee di frattura diagonali, con angolo variabile della giacitura.

Al metodo esposto si possono riconoscere indubbi vantaggi, tra cui:

- la semplicità nell'esecuzione dei calcoli e la rapida interpretazione dei risultati;
- la possibilità di eseguire le verifiche anche manualmente;
- la flessibilità del metodo, che consente di analizzare i collassi sia nel piano che fuori di esso;
- metodo consolidato nella pratica da molto tempo.

Tra gli aspetti negativi si possono citare i seguenti:

- le verifiche sono di tipo esclusivamente locale, per cui lo studio del collasso globale del fabbricato non può essere affrontato;

- la definizione della geometria delle pareti è sostanzialmente arbitraria; questo, soprattutto nella pratica professionale, può comportare una stima della vulnerabilità anche piuttosto divergente da quella reale.

#### **2.4.4 Metodologie di calcolo non convenzionali.**

Con questo termine si indicano i metodi non riconducibili ai precedenti paragrafi.

Tra questi si ricordano i modelli:

- a puntoni equivalenti;
- a macroelementi bidimensionali.

Il modello a puntoni equivalenti rappresenta una delle prime proposte di modellazione del comportamento nel piano della parete, utilizzato anche per le verifiche dei campi di muratura all'interno di telai in calcestruzzo armato. Per la semplicità con cui è descrivibile il suo comportamento alle azioni orizzontali, si trascurano ulteriori dettagli. Il secondo dei metodi si fonda su principi meccanici di rilevanza certamente maggiore, e i lavori prodotti negli anni stanno a manifestare l'interesse della comunità scientifica per questo tipo di approccio.

I modelli più rappresentativi della famiglia di macroelementi bidimensionali sono quelli che discretizzano le pareti con, a) elementi a geometria variabile, b) elementi a formulazione tensionale.

Nel modello di tipo a) viene impiegato un numero limitato di elementi finiti, disposti in maniera tale che la forma della parete possa modificarsi durante il percorso di carico.

La variazione della geometria è legata al legame costitutivo adottato, infatti le zone in cui la tensione di trazione supera il limite consentito, vengono escluse dalla parte reagente del pannello.

La flessibilità dello strumento di calcolo è ampliata dalla possibilità di tener conto della presenza di armature sia lente che pretese, disposte con giacitura orizzontale o verticale; oltre a ciò è anche possibile utilizzare materiali a comportamento ortotropo.

Il modello di tipo b) schematizza la struttura muraria utilizzando un elemento finito non reagente a trazione (no tension). Il legame costitutivo adottato, lineare in compressione e non reagente a trazione, semplifica in modo significativo la reale risposta del materiale. Il modello adottato nella descrizione del comportamento alle azioni orizzontali, è costituito da un insieme di ventagli compressi che soddisfano le seguenti ipotesi:

- le facce terminali sono rigide;
- è assente qualsiasi interazione tra i lati dei ventagli elementari.

Lo stato tensionale del pannello è quindi individuato dalle tensioni radiali all'interno di ogni ventaglio, mentre sono nulle le tensioni tangenziali e circonferenziali.

Queste ipotesi consentono di soddisfare le equazioni di equilibrio, le relazioni costitutive e le equazioni cinematiche in direzione radiale.

Si noti inoltre come, pur essendo il metodo basato su una formulazione tensionale, le incognite del problema siano gli spostamenti nodali che definiscono gli spostamenti e rotazioni alle estremità dell'elemento.

In questo caso il metodo è piuttosto interessante in ordine ai seguenti fattori:

- l'onere computazionale impiegato, certamente non confrontabile con metodi più rapidi quali i macroelementi, è commisurato al grado di accuratezza dei risultati;
- il calcolo dell'energia di deformazione, della matrice di rigidezza e delle forze avviene in forma diretta, senza ricorrere alla procedura di minimizzazione dell'energia complementare totale;
- l'andamento delle tensioni principali e le caratteristiche di sollecitazione sono confrontabili con metodi di calcolo superiori.

Di contro si può osservare quanto segue:

- l'affidabilità dei risultati è piuttosto sensibile al carico orizzontale agente sul pannello; quando superiore al 60% di quello che produrrebbe il collasso, essi risultano anche molto divergenti rispetto agli esiti di test sperimentali. Questo può essere ricondotto in buona parte al degrado del materiale che non è presente nel legame costitutivo adottato;
- recenti studi in ambito accademico hanno evidenziato problemi di convergenza del modello;
- in linea generale non si possono sempre soddisfare le equazioni cinematiche in direzione tangenziale.

## **2.5 Individuazione della metodologia più idonea alla modellazione di aggregati edilizi.**

Nel giudizio di merito, si deve tener conto del fatto che i metodi esposti vengono giudicati in base all'oggetto da modellare, gli aggregati edilizi. Pertanto, mentre più in generale nell'analisi strutturale alcuni di essi risultano particolarmente efficaci, in questo caso possono non risultare adeguati.

Tralasciando il caso dei metodi non convenzionali e dell'analisi limite, i primi ancora in fase di studio in ambito accademico, mentre i secondi risultano essere poco rappresentativi delle reali modalità di collasso delle pareti, ne consegue che la categoria dei metodi a macroelementi, che comprende anche la metodologia proposta, risulta essere quella più adatta agli scopi prefissati, se nella valutazione vengono fatti convergere diversi aspetti che accompagnano l'intero percorso di studio dell'aggregato dal punto di vista strutturale: prove in sito, caratterizzazione meccanica dei materiali, tempi di modellazione, di esecuzione dei calcoli, di interpretazione dei risultati.

Nel quadro di profonda incertezza in cui ci si trova ad operare, metodi più affidabili, quali ad esempio il FEM, non sono raccomandabili poiché i tempi di messa a punto del modello, di calibrazione dei legami costitutivi, di interpretazione dei risultati, è inficiato dall'alto grado di incertezza che coinvolge ogni aspetto descritto in precedenza. Oltretutto i tempi di elaborazione possono assumere anche proporzioni smisurate, specie se la modellazione tiene conto anche della flessibilità dei solai con modelli ad hoc.

La procedura proposta nel presente lavoro di tesi, è un tentativo di affrontare lo studio di un problema complesso come quello degli aggregati edilizi, proponendo un approccio che sia slegato dal concetto di esito deterministico delle verifiche di vulnerabilità.

Questo intento viene sviluppato fattivamente nella seconda parte della tesi in cui si assiste all'abbandono di una visione deterministica della vulnerabilità, in luogo di una veste probabilistica, proprio perché coscienti dei limiti di un approccio convenzionale basato su una risposta deterministica.

### **3 LA MODELLAZIONE E L'ANALISI DEGLI AGGREGATI: ALCUNE PROPOSTE**

#### **3.1 Procedura analitica non lineare per la valutazione della vulnerabilità sismica**

Nel primo capitolo si è già discusso ampiamente di come la valutazione della vulnerabilità sismica degli edifici in aggregato non possa prescindere da uno studio preliminare che miri a disarticolare la complessa realtà spaziale degli aggregati per giungere a identificare le informazioni sufficienti a definire le US.

Con l'intenzione di proporre una metodologia strutturata in questi termini, le NTC 2008 richiedono al progettista di eseguire la valutazione della sicurezza sismica su ogni US, attraverso il metodo dell'analisi non lineare statica, strumento di calcolo nei confronti del quale il mondo professionale manifesta ancora una certa ritrosia.

Nel caso di orizzontamenti riconosciuti come rigidi nel proprio piano, sono consentite però alcune semplificazioni (Circolare Esplicativa n.617 par. C8A.3), quali:

- a) l'analisi può essere eseguita piano per piano;
- b) la variazione di sforzo assiale nelle pareti murarie può essere trascurata;
- c) la rotazione nel piano dei solai può essere trascurata.

Partendo dalle semplificazioni introdotte, è possibile definire una procedura che, definito il comportamento non lineare delle singole pareti murarie, descrive il comportamento globale di piano e la corrispondente capacità, sia in termini di resistenza sia in termini di spostamento. I vari piani, studiati separatamente e poi assemblati in un sistema a più g.d.l., possono essere quindi verificati nei confronti della domanda in spostamento ad ogni livello.

Il metodo consente di individuare i piani più vulnerabili e, al loro interno, le pareti murarie che determinano tale vulnerabilità.

La valutazione della risposta, per come sono definite le variabili di input, assume inevitabilmente una veste deterministica.

In realtà, lo studio del comportamento sismico di oggetti così complessi richiede strumenti in grado di valutare al meglio la risposta strutturale, tenendo conto in maniera esplicita delle diverse incertezze su geometria, materiali, dettagli costruttivi, diagnostica, domanda.

Peraltro, è intuibile come la valutazione della vulnerabilità in termini prestazionali, secondo quanto introdotto con le recenti norme, sia poco rappresentativa nel caso in cui la sua interpretazione sia affetta da numerose incertezze sulle variabili di base.

Sulla scorta di queste semplici riflessioni, appare ragionevole esprimere la vulnerabilità non più in forma deterministica, bensì in forma probabilistica, fornendo informazioni sulla probabilità di superamento di una soglia ritenuta accettabile da parte di una variabile rappresentativa dello stato del sistema.

In questo capitolo si presenta quindi una procedura di calcolo che, recependo le indicazioni delle NTC 2008, sistematizza l'analisi di vulnerabilità sismica delle Unità Strutturali, includendo l'effetto delle varie incertezze sulla risposta.

Viene così introdotto l'impiego di analisi probabilistiche, trattando le variabili di input come variabili casuali affette da incertezza sia intrinseca che epistemica, descritte da opportuni modelli di distribuzione di probabilità.

In questo modo si ottiene uno strumento in grado di valutare la probabilità di superamento dello stato limite considerato, tenendo conto delle sensitività delle variabili del problema, così da identificare gli elementi strutturali che hanno maggior influenza sulla risposta globale ed orientare selettivamente su questi la diagnostica e gli interventi di rinforzo.

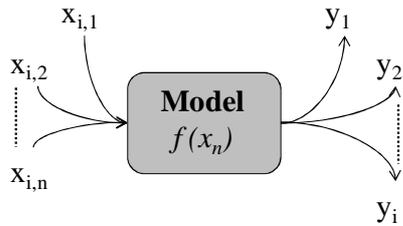
La metodologia sviluppata si propone quindi come strumento completo in grado di seguire il complesso iter di valutazione della vulnerabilità sismica degli aggregati, in termini sia deterministici sia aleatori, consentendo di formulare un giudizio più completo sul loro grado di sicurezza.

Un ulteriore vantaggio di questa procedura è che, individuando gli elementi strutturali più vulnerabili, consente di concentrare unicamente su questi gli interventi di rafforzamento, riducendo quindi l'invasività degli stessi, in linea con il principio guida del minimo intervento.

Lo schema a blocchi di Figura 3.1 fornisce una visione complessiva della metodologia sviluppata.

RISPOSTA DETERMINISTICA

VARIABILI DI BASE: deterministiche  
 MODELLO: deterministico  
 OUTPUT: deterministico



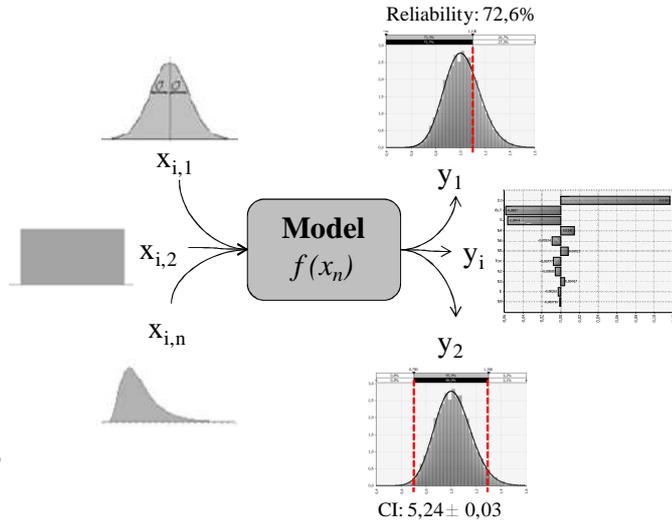
ANALISI MONTE CARLO  
 Metodo di campionamento

↓  
 Le variabili d'ingresso sono assegnate casualmente da distribuzioni di probabilità assegnata

**La distribuzione è scelta tra quelle che meglio rappresentano le caratteristiche delle variabili in gioco**

RISPOSTA STOCASTICA

VARIABILI DI BASE: stocastiche  
 MODELLO: deterministico  
 OUTPUT: stocastico



**Figura 3.1.** Estensione della procedura di calcolo proposta: dal modello deterministico (a sin.), al modello probabilistico con incertezze nelle variabili di base (a des.).

### 3.1.1 Modello di calcolo

La procedura di calcolo presentata nei paragrafi seguenti, costituisce il modello con cui determinare le prestazioni di edifici in aggregato, impiegando le ipotesi semplificative sotto esposte.

In presenza di solai rigidi nel proprio piano è possibile adottare alcune semplificazioni nel modello, ossia:

- trascurare le variazioni di sforzo assiale nei maschi murari;
- omettere gli effetti torsionali, ad eccezione del caso di sopraelevazioni o elementi di testata;
- eseguire analisi piano per piano.

La non linearità è associata al legame costitutivo di ogni maschio murario, intendendo come tale tutti gli elementi da cielo a terra, in grado di trasferire la componente verticale delle azioni orizzontali generate dall'evento sismico.

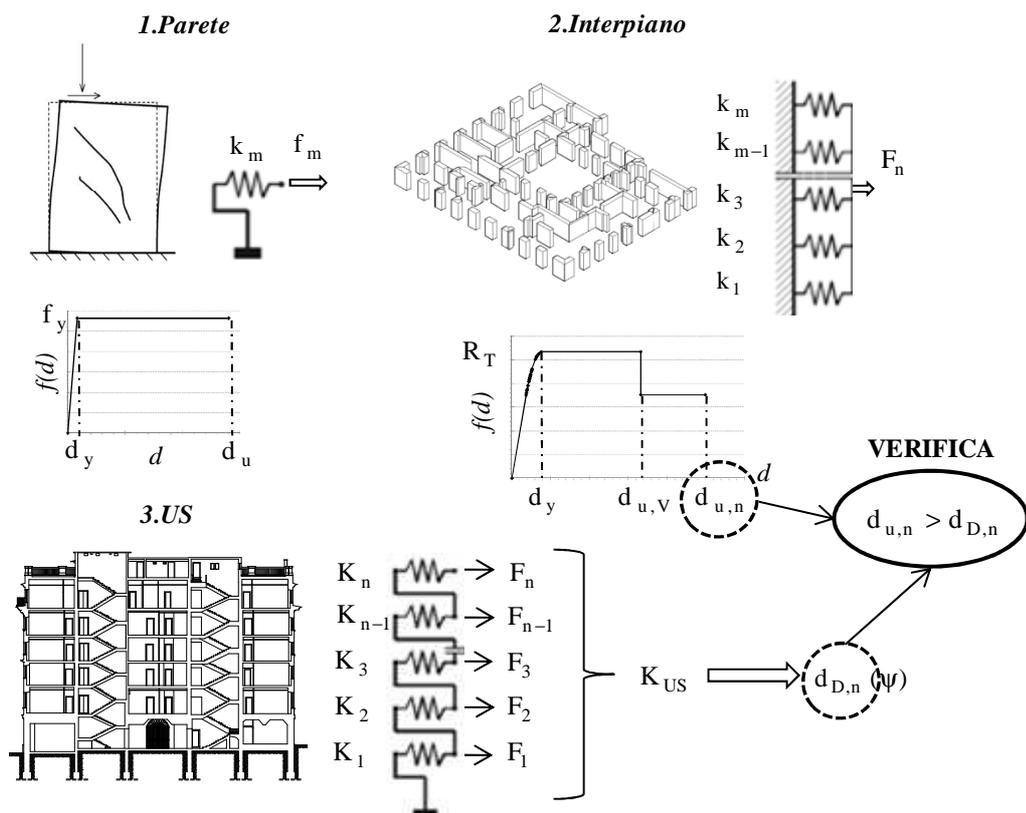


Figura 3.2. Procedura non lineare: sintesi grafica delle principali fasi.

Ogni US necessita di essere caratterizzata:

- nei materiali;
- nella geometria degli elementi resistenti al sisma.

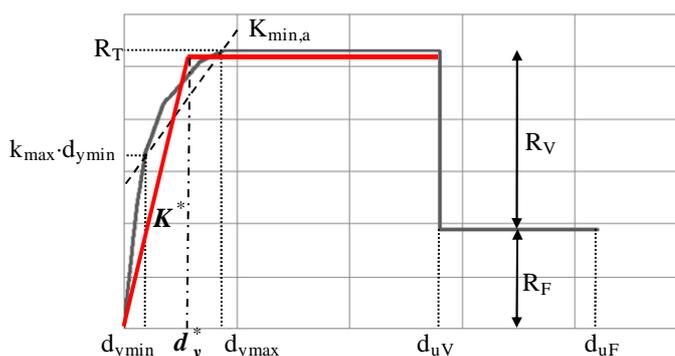
Nella Figura 3.2 è riportata graficamente una sintesi dei punti caratterizzanti la procedura, più precisamente:

- la caratterizzazione del comportamento non lineare di ogni maschio secondo una legge costitutiva elastica-perfettamente plastica;
- la valutazione del comportamento di interpiano come somma dei contributi dei singoli maschi (per l'ipotesi di solaio infinitamente rigido nel proprio piano);
- la stima del comportamento dell'US, ottenuta come somma dei contributi dei singoli interpiani.

Con l'intenzione di fornire in questo paragrafo una panoramica introduttiva della procedura, rimandando ai paragrafi successivi per i dettagli, si fa notare come il comportamento d'insieme sia fortemente influenzato dal tipo di collasso che può interessare l'interpiano, che dà luogo ad un legame costitutivo differente.

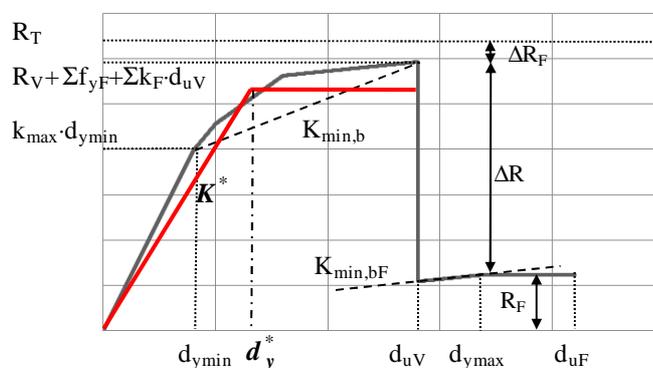
In particolare, si possono riconoscere, nell'ambito delle modalità di rottura che possono interessare l'interpiano, due situazioni differenti, vale a dire:

- collasso per taglio a plasticizzazione totale (con tratto più spesso è mostrata la corrispondente bilinearizzazione)



**Figura 3.3.** Collasso tipo per taglio a plasticizzazione totale (tipo 1).

- collasso per taglio a plasticizzazione parziale (con tratto più spesso è mostrata la corrispondente bilinearizzazione)



**Figura 3.4.** Collasso tipo per taglio a plasticizzazione parziale (tipo 2).

Molte applicazioni numeriche effettuate nel corso della ricerca, hanno prodotto risultati il più delle volte orientati verso tipologie di collasso del tipo 1.

Va comunque detto che in termini più generali, è possibile che possa verificarsi l'eventualità di un collasso del tipo 2, anche se in generale ciò accade più raramente.

Determinate così le grandezze relative alla US, si può valutare la domanda in spostamento alle diverse altezze, utilizzando una forma modale approssimata che consente di evitare il ricorso ad un'analisi modale completa.

Questa è poi confrontata con la capacità del singolo interpiano; considerando la struttura come un sistema serie, la mancata verifica di un generico interpiano coincide con il collasso dell'intera struttura.

Pertanto, carenze strutturali localizzate anche solo in un interpiano diventano critiche anche a livello globale, poiché da loro dipende l'esito delle verifiche di vulnerabilità dell'intera US.

Il metodo permette di individuare quale interpiano evidenzi un tale comportamento critico, consentendo di intervenire e valutare l'efficacia dell'intervento stesso su un modello aggiornato.

### 3.1.1.1 Legame costitutivo del maschio murario

Si consideri un edificio in muratura riconosciuto come parte di un aggregato edilizio, seguendo le indicazioni delle NTC 2008. Sia l'edificio costituito da  $N$  piani, su ognuno dei quali sono presenti  $M$  maschi murari. Si consideri l'interpiano generico  $n$ . Ogni parete  $m$  è caratterizzata da una tripletta di valori:

$$(f_y, d_y, d_u) \tag{3.1}$$

che rappresentano, rispettivamente, la resistenza allo snervamento (convenzionale; più propriamente è la forza di inizio danneggiamento), lo spostamento allo snervamento e lo spostamento ultimo. Ognuna di queste grandezze<sup>1</sup> è definita, rispettivamente, come:

$$f_y = \min(f_{yV}, f_{yF}) \quad (3.2)$$

$$d_y = \frac{f_y}{k} \quad (3.3)$$

$$d_u = \begin{cases} d_{uV} & \text{se } f_{yV} \leq f_{yF} \\ d_{uF} & \text{se } f_{yF} < f_{yV} \end{cases} \quad (3.4)$$

Dove  $k$  è la rigidezza della singola parete, mentre  $f_{y,V} = V_t$  e  $f_{y,F} = M_u/H_0$  sono, rispettivamente, le capacità dei meccanismi resistenti per taglio e pressoflessione (fornite, rispettivamente, dalla Eq. (8.7.1.1) della Circolare Esplicativa e dalla Eq. (7.8.2) delle NTC 2008, quest'ultima divisa per  $H_0$ , distanza della base dalla sezione di momento nullo),

$$f_{yV} = 1 \cdot t \cdot \frac{1,5 \cdot \tau_{0d}}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \cdot \tau_{0d}}} \quad (3.5)$$

$$f_{yF} = \frac{\frac{l^2 t \sigma_0}{2} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_{cd}}\right)}{H_0} \quad (3.6)$$

$d_{u,V}$  e  $d_{u,F}$  sono i corrispondenti spostamenti ultimi<sup>2</sup>. Il legame costitutivo forza-spostamento di ogni maschio murario sarà dunque espresso come:

$$f(d) = \begin{cases} k \cdot d & d \leq d_y \\ f_y & d_y < d \leq d_u \\ 0 & d_u < d \end{cases} \quad (3.7)$$

### 3.1.1.2 Legame costitutivo di interpiano

All'aumentare dello spostamento di interpiano  $d$ , nell'ipotesi già dichiarata di solai rigidi nel proprio piano e in condizioni di assenza di torsioni del piano (e quindi di uguale spostamento per tutte le pareti appartenenti a quell'interpiano), il legame costitutivo di interpiano è dato semplicemente dalla somma dei contributi delle singole pareti:

<sup>1</sup> Si noti che nella (3.2) è necessaria l'ipotesi assunta di costanza dello sforzo assiale.

<sup>2</sup> Si noti che si ha sempre:  $d_{u,V} < d_{u,F}$ , e che questi sono assunti per convenzione rispettivamente pari a 0,4% e 0,6% dell'altezza del pannello nella Circolare Esplicativa par. C8.7.1.4.

$$F(d) = \sum f(d) \quad (3.8)$$

Il legame risultante sarà lineare a tratti, dando luogo complessivamente ad una curva non lineare che può essere in molti casi difficile da trattare (come ad esempio, nella fase successiva di bilinearizzazione equivalente).

È possibile però semplificare il legame costitutivo di interpiano facendo riferimento al minore e al maggiore fra tutti i valori di spostamento allo snervamento  $d_y$  delle pareti di un interpiano, definiti come:

$$d_{ymin} = \min(d_y) \text{ e } d_{ymax} = \max(d_y) \quad (3.9)$$

ed osservando che i due valori  $d_{ymin}$  e  $d_{ymax}$  sopra introdotti rappresentano due punti chiave della risposta complessiva di interpiano. In particolare, il primo rappresenta lo spostamento di interpiano che provoca la plasticizzazione del primo maschio murario, mentre il secondo rappresenta lo spostamento di interpiano che provoca la plasticizzazione di tutti i maschi murari.

E' importante anche osservare che, quando lo spostamento di interpiano raggiunge il valore  $d_{uV}$ , tutti i maschi murari con  $f_{yV} \leq f_{yF}$  (e spostamento ultimo  $d_{uV}$ ) collassano contemporaneamente per taglio, mentre, quando lo spostamento di interpiano raggiunge il valore  $d_{uF}$ , tutti i rimanenti maschi murari, che hanno quindi  $f_{yF} \geq f_{yV}$  (e spostamento ultimo  $d_{uF}$ ), collassano contemporaneamente per pressoflessione.

Si noti che, mentre è chiaro che  $d_{ymin} < d_{uV}$ , il valore che può assumere lo spostamento  $d_{ymax}$  comporta due possibili configurazioni:

- a.  $d_{ymax} \leq d_{uV}$ , i collassi per taglio avvengono quando tutte le pareti sono elasticizzate;
- b.  $d_{ymax} > d_{uV}$ , i collassi per taglio avvengono quando non tutte le pareti sono plasticizzate.

Nel seguito questi due casi sono trattati separatamente, poiché producono differenze significative nella risposta di interpiano. I due casi sono denominati, rispettivamente:

- a) “collasso di interpiano per taglio a plasticizzazione totale”;
- b) “collasso di interpiano per taglio a plasticizzazione parziale”.

- Caso a): collasso di interpiano per taglio a plasticizzazione totale

In questo caso  $d_{ymax} \leq d_{uV}$ . Al crescere dello spostamento di interpiano  $d$ , si può verificare che:

- per  $d \leq d_{ymin}$  tutte le pareti sono elastiche, per cui la forza di interpiano corrispondente è:

$$F(d) = K_{\max} \cdot d \quad (3.10)$$

in cui  $K_{\max} = \sum k$  è la somma di tutte le rigidezze elastiche  $k$  delle pareti;

- per  $d_{y\min} < d \leq d_{y\max}$ , alcune pareti sono plasticizzate mentre altre sono elastiche. In questa fase il comportamento è non lineare per la progressiva plasticizzazione delle pareti. È comunque possibile linearizzare questo tratto, facendo riferimento alla retta secante tra  $d_{y\min}$  e  $d_{y\max}$ . La forza di interpiano è in tal caso data da:

$$F(d) = K_{\max} \cdot d_{y\min} + K_{\min,a} \cdot (d - d_{y\min}) \quad (3.11)$$

in cui:

$$K_{\min,a} = \frac{R_T - K_{\max} \cdot d_{y\min}}{d_{y\max} - d_{y\min}} \quad (3.12)$$

è la rigidezza secante fra i due estremi dell'intervallo, dove:

$$R_T = R_V + R_F = \sum f_{yV} + \sum f_{yF} = \sum f_y \quad (3.13)$$

è la resistenza totale di interpiano, somma della resistenza  $R_V$  di tutti gli elementi a taglio e della resistenza  $R_F$  di tutti gli elementi a pressoflessione;

- per  $d_{y\max} < d \leq d_{uV}$ , tutte le pareti sono plasticizzate, per cui la forza di interpiano corrispondente è:

$$F(d) = R_T \quad (3.14)$$

- per  $d_{uV} < d \leq d_{uF}$ , tutte le pareti resistenti a taglio sono collassate, mentre quelle resistenti a pressoflessione sono plasticizzate, per cui la forza di interpiano corrispondente è:

$$F(d) = R_F \quad (3.15)$$

- per  $d_{uF} < d$ , tutte le pareti sono collassate per cui la forza di interpiano è data da:

$$F(d) = 0 \quad (3.16)$$

Quanto sopra esposto si riassume nel legame costitutivo di interpiano, espresso da:

$$F(d) = \left\{ \begin{array}{ll} K_{\max} \cdot d & d \leq d_{y\min} \\ \frac{K_{\max}}{d_{y\min}^{-1}} + \frac{K_{\min,a}}{(d-d_{y\min})^{-1}} & d_{y\min} < d \leq d_{y\max} \\ R_T & d_{y\max} < d \leq d_{uV} \\ R_F & d_{uV} < d \leq d_{uF} \\ 0 & d_{uF} < d \end{array} \right\} \quad (3.17)$$

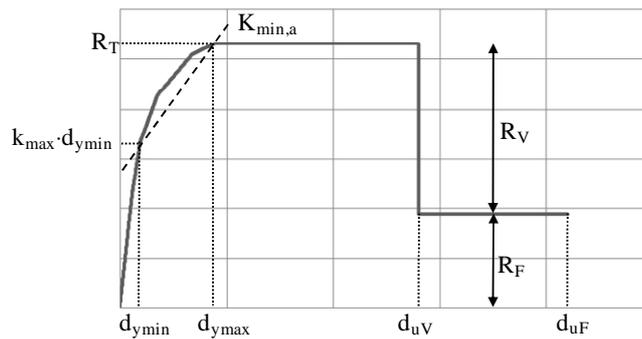
in cui

$$K_{\max} = \Sigma k \quad (3.18)$$

$$K_{\min,a} = \frac{R_T - K_{\max} \cdot d_{y\min}}{d_{y\max} - d_{y\min}} \quad (3.19)$$

$$R_T = R_V + R_F = \sum f_{yV} + \sum f_{yF} = \sum f_y \quad (3.20)$$

Nella figura che segue è rappresentato un tipico legame costitutivo di interpiano nel caso a).



**Figura 3.5.** Legame costitutivo di interpiano per  $d_{y\max} \leq d_{uV}$ .

- Caso b): collasso di interpiano per taglio a plasticizzazione parziale

A questo tipo di collasso corrisponde la condizione  $d_{y\max} > d_{uV}$ . Al crescere dello spostamento di interpiano  $d$ , può accadere che:

- $d < d_{y\min}$ , tutte le pareti sono elastiche e la forza di interpiano corrispondente è:

$$F(d) = K_{\max} \cdot d \quad (3.21)$$

in cui  $K_{\max} = \Sigma k$  è la somma delle rigidezze elastiche  $k$  delle pareti;

- $d_{y\min} < d \leq d_{uV}$ , alcune pareti sono plasticizzate mentre altre sono elastiche. Come nel caso a), questo tratto può essere linearizzato tra i punti estremi dell'intervallo di spostamento  $d_{y\min}$  e  $d_{y\max}$ . La forza di interpiano è quindi data da:

$$F(d) = K_{\max} \cdot d_{y\min} + K_{\min,b} \cdot (d - d_{y\min}) \quad (3.22)$$

in cui:

$$K_{\min,b} = \frac{(R_T - \Delta R_F) - K_{\max} \cdot d_{y\min}}{d_{uV} - d_{y\min}} \quad (3.23)$$

è la rigidezza secante fra i due estremi dell'intervallo e dove:

$$\Delta R_F = \sum k_F \cdot \langle d_{yF} - d_{uV} \rangle \quad (3.24)$$

è il contributo che manca alla resistenza totale dovuto alle pareti non ancora plasticizzate, in cui la sommatoria va estesa alle sole pareti che hanno comportamento flessionale. Per tener conto di tale contributo, si fa uso della notazione di McAuley  $\langle \bullet \rangle^3$ ;

- $d_{uV} < d \leq d_{y\max}$ , tutte le pareti a taglio sono collassate, mentre quelle a pressoflessione ancora elastiche si plasticizzano progressivamente.

In questo tratto le pareti a taglio sono collassate; l'unico contributo è fornito dalle pareti resistenti a pressoflessione che progressivamente si plasticizzano. Come in precedenza, la curva può essere linearizzata nel tratto compreso tra i due estremi in questione, per cui si ha:

$$F(d) = R_F - K_{\min,bF} \cdot (d_{y\max} - d) \quad (3.25)$$

in cui

$$K_{\min,bF} = \frac{\Delta R_F}{d_{y\max} - d_{uV}} \quad (3.26)$$

è la rigidezza secante fra i due estremi dell'intervallo, dove:

$$\Delta R_F = \sum k_F \cdot \langle d_{yF} - d_{uV} \rangle \quad (3.27)$$

è relativo alle sole pareti che hanno comportamento flessionale, in cui il termine  $\langle \bullet \rangle$  ha il medesimo ruolo svolto nella relazione (3.24);

- $d_{y\max} < d \leq d_{uF}$ , tutte le pareti resistenti a pressoflessione sono plasticizzate, per cui la forza di interpiano corrispondente è:

---

<sup>3</sup> Si ricorda che tale funzione fornisce 0 quando l'argomento è negativo (in tal modo si includono nella sommatoria, che si va a sottrarre dalla resistenza totale di interpiano  $R_T$ , tutte e sole le pareti che hanno  $d_{yF} > d_{yV}$ , ovvero si plasticizzano dopo il collasso delle pareti a taglio).

$$F(d) = R_F \quad (3.28)$$

-  $d_{uF} < d$ , tutte le pareti sono collassate, per cui la forza di interpiano corrispondente è:

$$F(d) = 0 \quad (3.29)$$

Quanto esposto si può riassumere nel legame costitutivo di interpiano, espresso da:

$$F(d) = \left\{ \begin{array}{ll} K_{\max} \cdot d & d \leq d_{ymin} \\ \frac{K_{\max}}{d_{ymin}^{-1}} + \frac{K_{min,b}}{(d-d_{ymin})^{-1}} & d_{ymin} < d \leq d_{uV} \\ R_F - K_{min,bF} \cdot (d_{ymax} - d) & d_{uV} < d \leq d_{ymax} \\ R_F & d_{ymax} < d \leq d_{uF} \\ 0 & d_{uF} < d \end{array} \right\} \quad (3.30)$$

in cui:

$$K_{\max} = \sum k \quad (3.31)$$

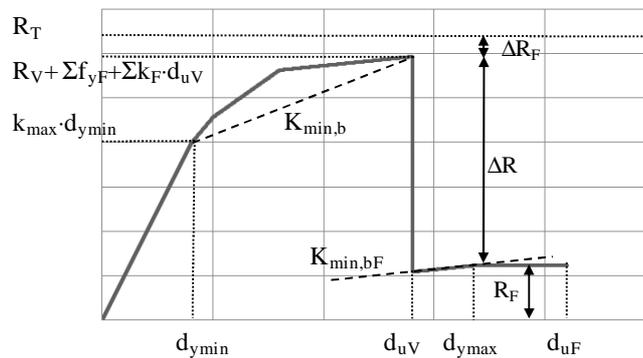
$$K_{min,b} = \frac{(R_T - \Delta R_F) - K_{\max} \cdot d_{ymin}}{d_{uV} - d_{ymin}} \quad (3.32)$$

$$K_{min,bF} = \frac{\Delta R_F}{d_{ymax} - d_{uV}} \quad (3.33)$$

$$R_T = R_V + R_F = \sum f_{yV} + \sum f_{yF} = \sum f_y \quad (3.34)$$

$$\Delta R_F = \sum k_F \cdot \langle d_{yF} - d_{uV} \rangle \quad (3.35)$$

La figura seguente mostra l'andamento qualitativo di un tipico legame costitutivo di interpiano nel caso b).



**Figura 3.6.** Legame costitutivo di interpiano per  $d_{ymax} > d_{uV}$ .

### 3.1.1.3 Legame bilineare equivalente di interpiano

Con riferimento al punto C7.3.4 della Circolare Esplicativa delle NTC 2008, la domanda in termini di spostamento sull'interpiano viene determinata sulla base del legame bilineare equivalente, in senso energetico, a quello definito al paragrafo precedente. Distinguendo come al solito per le due possibili condizioni, abbiamo:

- Caso a): collasso di interpiano per taglio a plasticizzazione totale

Il legame bilineare equivalente ha le seguenti caratteristiche:

- in ragione del rapporto tra resistenza totale e forza di snervamento, la rigidezza iniziale (secante al 60% del picco della risposta) può essere espressa in due forme diverse:

se  $0,6R_T > K_{max} \cdot d_{ymin}$

$$K^* = K_{min} \cdot \frac{0,60R_T}{K_{min} \cdot d_{ymax} - 0,40R_T} \quad (3.36)$$

se  $0,6 \cdot R_T \leq K_{max} \cdot d_{ymin}$

$$K^* = K_{max} = \sum k \cdot d_{ymin} \quad (3.37)$$

Si noti che nel primo caso la rigidezza  $K^*$  è inferiore a quella che si otterrebbe tracciando la secante a  $0,60R_T$  sul ramo non lineare. D'altra parte, quest'ultima non è valutabile in forma esplicita, necessitando di una procedura *ad hoc*. Tale approssimazione è comunque conservativa poiché comporta una domanda in spostamento maggiore.

Lo spostamento di plasticizzazione corrispondente è (in funzione dell'energia  $E_{ip}$  definita con la relazione (3.42):

$$d_y^* = d_u^* \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2E_{ip}}{K^* \cdot d_u^{*2}}} \right) \quad (3.38)$$

mentre lo spostamento ultimo di interpiano è dato da:

$$d_u^* = d_{uV}, \text{ se } R_F < 0,85R_T \quad (3.39)$$

$$d_u^* = d_{uF}, \text{ se } R_F \geq 0,85R_T \quad (3.40)$$

L'area sottesa al diagramma equivalente bilineare è:

$$E^* = F_y^* \cdot \left( d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) = K^* \cdot d_y^* \cdot \left( d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) \quad (3.41)$$

mentre l'area sottesa al diagramma di interpiano è pari a:

$$E_{ip} = \frac{1}{2} \cdot [K_{max} \cdot d_{ymin}^2 + (R_T + K_{max} \cdot d_{ymin}) \cdot (d_{ymax} - d_{ymin})] + R_T \cdot (d_{uV} - d_{ymax}) + R_F \cdot (d_{uF} - d_{uV}) \cdot H(R_F - 0,85R_T) \quad (3.42)$$

Nell'ultimo termine si noti l'impiego della funzione di Heaviside  $H(\bullet)^4$ . Dall'uguaglianza delle due aree  $E^* = E_{ip}$  si ricava appunto il valore dello spostamento equivalente di plasticizzazione dell'interpiano, definito con la relazione (3.38).

- Caso b): collasso di interpiano per taglio a plasticizzazione parziale

Il legame bilineare equivalente associato all'interpiano in esame ha le seguenti caratteristiche:

- per la rigidezza iniziale (secante al 60% del picco della risposta) valgono le stesse considerazioni fatte nel caso a), per cui:

se  $0,6 \cdot R_T > K_{max} \cdot d_{ymin}$

$$K^* = K_{min} \cdot \frac{0,60 \cdot \max(R_F, R_T - \Delta R_F)}{K_{min} \cdot d_{ymax} - 0,40 \cdot \max(R_F, R_T - \Delta R_F)} \quad (3.43)$$

se  $0,6 \cdot R_T \leq K_{max} \cdot d_{ymin}$

$$K^* = K_{max} = \sum k \cdot d_{ymin} \quad (3.44)$$

Lo spostamento di plasticizzazione corrispondente è (in funzione dell'energia  $E_{ip}$  definita con la relazione (3.49):

$$d_y^* = d_u^* \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2E_{ip}}{K^* \cdot d_u^{*2}}} \right) \quad (3.45)$$

mentre lo spostamento ultimo di interpiano è dato da:

<sup>4</sup> Si ricorda che tale funzione fornisce 1 per argomenti positivi e 0 per argomenti negativi.

$$d_u^* = d_{uV} \quad \text{se } R_F < 0,85 \cdot \max [R_F, R_T - \Delta R_F] \quad (3.46)$$

$$d_u^* = d_{uF} \quad \text{se } R_F \geq 0,85 \cdot \max [R_F, R_T - \Delta R_F] \quad (3.47)$$

L'area sottesa al diagramma equivalente bilineare è:

$$E^* = F_y^* \cdot \left( d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) = K^* \cdot d_y^* \cdot \left( d_u^* - \frac{1}{2} d_y^* \right) \quad (3.48)$$

mentre l'area sottesa al diagramma di interpiano è pari a:

$$E_{ip} = \frac{1}{2} [K_{max} \cdot d_{ymin}^2 + (R_T - \Delta R_F + K_{max} \cdot d_{ymin}) (d_{uV} - d_{ymin})] \\ + [(2R_F - \Delta R_F)(d_{ymax} - d_{uV}) + R_F (d_{uF} - d_{ymax})] \cdot \delta \quad (3.49)$$

in cui:

$$\delta = H [R_F - 0,85 \cdot \max (R_F, R_T - \Delta R_F)]$$

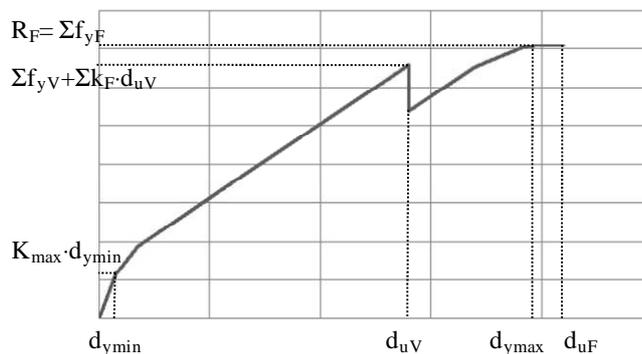
è la funzione di Heaviside  $H(\bullet)$ .

Dall'uguaglianza delle due aree ( $E^* = E_{ip}$ ) si ricava il valore dello spostamento di plasticizzazione dell'interpiano, definito nella 3.45.

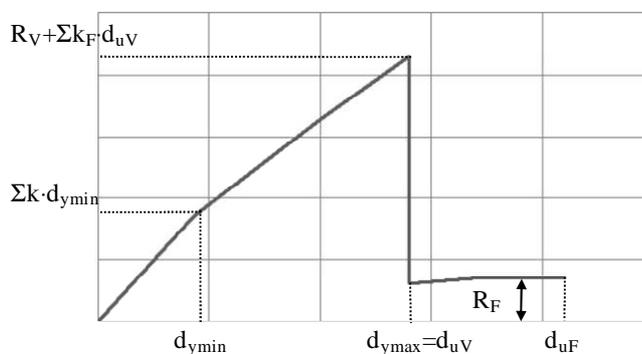
Nelle figure seguenti sono riportati due casi utili alla comprensione del legame di interpiano: nella prima, alla resistenza totale contribuiscono principalmente le pareti a comportamento flessionale che si plasticizzano per spostamenti maggiori di  $d_{uV}$ ; nella seconda il contributo maggiore è fornito dalle pareti con comportamento a taglio e limite di snervamento pari a  $d_{uV}$ .

Nel primo caso il picco di resistenza è dato dalla somma delle forze di snervamento delle pareti plasticizzate a flessione, poiché le pareti a taglio sono tutte collassate; nel secondo il valore massimo della resistenza di piano è dato dalla somma delle forze di snervamento delle pareti plasticizzate a taglio e di quelle elastiche delle pareti a pressoflessione.

Dalle considerazioni precedenti si può dedurre che, in generale, il picco in termini di forza dipende dal tipo di meccanismo prevalente nell'interpiano.



**Figura 3.7.** Legame costitutivo di interpiano con il contributo principale delle pareti con comportamento flessionale e limite di snervamento  $d_y > d_{uV}$ .



**Figura 3.8.** Legame costitutivo di interpiano con il contributo principale delle pareti con comportamento a taglio e limite di snervamento  $d_y = d_{uV}$ .

### 3.1.1.4 Analisi modale semplificata e risposta dinamica dell'US

Mediante i passaggi analitici sopra esposti, il comportamento complesso di ogni interpiano è stato semplificato in un legame bilineare equivalente.

A questo punto è utile determinare alcune grandezze dinamiche di particolare interesse per il calcolo della risposta strutturale.

Troveranno spazio negli sviluppi successivi della procedura, il coefficiente di partecipazione e l'autovettore, elementi propri del metodo dell'analisi modale con cui si può risolvere il problema dinamico.

Dallo studio del moto di un oscillatore ad un grado di libertà, seguendo l'approccio più diffuso che fa capo al metodo di d'Alembert, possiamo scrivere la nota equazione di equilibrio dinamico:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \quad (3.50)$$

sfruttando la proprietà di ortonormalità degli autovettori e trascurando il termine viscoso, quest'ultima ipotesi da ritenersi valida per smorzamenti piccoli, per un sistema ad  $n$  gradi di libertà otteniamo:

$$\Phi^T M \Phi \ddot{Y} + \Phi^T K \Phi Y = -\Phi^T M I \ddot{x}_g \quad (3.51)$$

Infine, normalizzando rispetto alla matrice delle masse si ricava l'espressione per l'i-esimo oscillatore:

$$\ddot{y}_i + \omega_i^2 y_i = -\gamma_i \ddot{x}_g \quad (3.52)$$

Il termine a secondo membro rappresenta la forzante, nel caso specifico una accelerazione alla base, ridotta del fattore  $\gamma$ , che è una componente del vettore dei coefficienti di partecipazione:

$$\Gamma = \frac{\Phi^T M I}{\Phi^T M \Phi} = \Phi^T M I \quad (3.53)$$

La relazione (3.53)<sup>5</sup> fornisce l'influenza del modo i-esimo alla risposta del sistema.

La determinazione del modo di vibrare della struttura comporta la soluzione del problema agli autovalori, cioè dell'equazione caratteristica associata.

Con l'obiettivo di sviluppare una procedura rapida e di facile utilizzo, questo passaggio può essere evitato facendo uso di una espressione approssimata, proposta e commentata nel seguito, della prima forma modale<sup>6</sup>, che consente di evitare la risoluzione dell'equazione caratteristica del problema dinamico.

Per un sistema in serie con carichi distribuiti, assumendo per le forze una ripartizione lineare con l'altezza, la generica componente del vettore modale approssimato, normalizzata rispetto alla componente dell'ultimo piano, può essere espressa come:

$$\bar{\phi}_k = \frac{\psi_k}{\sum_{i=1}^n \psi_i} \cdot \frac{1}{\phi_n} \quad (3.54)$$

in cui  $\psi_j$  rappresenta la forma della distribuzione delle forze sull'altezza, che può ad esempio essere assunta come:

$$\Psi(z_j, m_j) = z_j \cdot m_j \quad (3.55)$$

dove  $z_j$  è la quota del piano j-esimo rispetto allo spiccatto di fondazione ed  $m_j$  è la massa<sup>7</sup> del piano j-esimo (per una esposizione completa dell'argomento si consulti l'appendice A).

---

<sup>5</sup> In tale relazione si è usata la proprietà di ortogonalità tra le matrici modale e delle masse ( $\Phi^T \Phi = M^{-1}$ ).

<sup>6</sup> Nell'ambito delle configurazioni strutturali ricorrenti, anche in virtù delle condizioni di vincolo, questa forma modale è in grado di descrivere compiutamente il comportamento dinamico della US.

<sup>7</sup> Valutata come massa del solaio più massa delle pareti con baricentro sul solaio.

Poiché la forma modale  $\bar{\phi}$ , le cui componenti sono date dall'espressione (3.54), è definita a meno di una costante arbitraria, questa viene usualmente determinata in modo tale che il vettore modale risulti ortonormale alla matrice delle masse.

Questo risultato si ottiene normalizzando il vettore rispetto alla matrice delle masse:

$$\phi = \frac{\bar{\phi}}{\sqrt{\bar{\phi}^T M \bar{\phi}}} \quad (3.56)$$

Nuovamente, come per la (3.54), il vettore modale (3.56) può essere espresso nelle sue componenti generiche che assumono la forma seguente:

$$\phi_k = \frac{\Psi_k}{\sum_{i=1}^n \Psi_i} \cdot \frac{1}{\phi_n} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \bar{\phi}_i^2}} \quad (3.57)$$

Ricordando che:

$$\phi = \{\phi_1, \dots, \phi_k, \dots, \phi_{n-1}, \phi_n\}^T$$

Ai fini della determinazione della risposta strutturale, è indispensabile definire anche il legame costitutivo dell'US, uno per ogni direzione in cui si esegue la verifica sismica.

Tale legame si ottiene considerando il comportamento congiunto degli N piani, visti come un sistema in serie soggetto ad un insieme di carichi distribuiti ai piani. Si osservi che, in queste condizioni di carico, la rigidezza del sistema è maggiore rispetto a quella che risulterebbe dall'inverso della somma delle flessibilità di piano, come nel caso di un sistema in serie convenzionale (si consulti l'appendice B per gli approfondimenti).

Pertanto, la rigidezza complessiva del sistema in serie con carichi distribuiti è:

$$K_{US} = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{K_i} \sum_{j=1}^n \Psi_j \right) \right]^{-1} \quad (3.58)$$

dove:

$$\Psi_j = \frac{\psi(z_j, m_j)}{\sum_{i=1}^n \psi(z_i, m_i)} \quad (3.59)$$

In cui  $\psi$  è fornita dalla (3.55). Si osservi che la (3.59) soddisfa la condizione:

$$\sum_{j=1}^n \Psi_j = 1$$

Determinata la rigidità dell'US, è ora necessario calcolarne la massa partecipante.

È noto che la somma dei quadrati dei fattori di partecipazione fornisce la massa totale del sistema.

Assumendo che la prima forma modale sia rappresentativa del comportamento dinamico del sistema e sapendo che ad ogni  $i$ -esimo modo è associato un coefficiente di partecipazione  $\gamma_i$ , la cui espressione generale è fornita dall'equazione (3.53), si può calcolare la massa del sistema come:

$$M_{US} = \gamma_1^2 \quad (3.60)$$

A questo punto è importante verificare quanto il primo modo sia rappresentativo del comportamento dell'US, valutandone la percentuale di massa eccitata:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{US}}{M_{TOT}} \quad (3.61)$$

Il modo si ritiene rappresentativo quando la percentuale (3.61) è pari ad almeno l'85%.

Definiti quindi  $M_{US}$  e  $K_{US}$ , si può calcolare il periodo proprio nella direzione considerata:

$$T_{US} = 2\pi \sqrt{\frac{M_{US}}{K_{US}}} \quad (3.62)$$

che eventualmente, ai fini di un controllo a posteriori, si può confrontare con l'espressione approssimata  $T_1 = 0,050 \cdot H^{3/4}$  (Eq. 7.3.5 NTC 2008), dove  $H$  è l'altezza della costruzione, in metri, dal piano di fondazione.

Si consideri tuttavia che tale espressione approssimata è data per edifici nuovi e non per quelli esistenti, per cui ci si può attendere che fornisca valori un po' più bassi del periodo.

### 3.1.1.5 Domanda di spostamento interpiano

La verifica di sicurezza è effettuata confrontando, per ogni interpiano  $j$  e per ognuna delle due direzioni, la capacità in spostamento  $d_{u,j}^*$  con la relativa domanda  $d_{De,ip,j}$ .

La stima della domanda in termini di spostamento su ogni piano può essere eseguita usando lo spettro di spostamento  $S_{De}(T_{US})$  come segue:

$$S_{De,j}(T_{US}, z_j) = S_{De}(T_{US}) \cdot \gamma_1 \cdot \varphi(z_j) \quad (3.63)$$

in cui  $S_{De}(T_{US})$  è lo spettro di risposta elastico in spostamento, funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto nel periodo di riferimento, calcolato per il periodo  $T_{US}$ ;  $\gamma_1$  è il coefficiente di partecipazione del primo modo definito come:

$$\gamma_1 = \frac{\varphi^T \mathbf{M} \mathbf{I}}{\varphi^T \mathbf{M} \varphi} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \phi(z_j) \quad (3.64)$$

in cui  $\mathbf{M}$  è la matrice (diagonale) delle masse del sistema reale,  $\mathbf{I}$  è la matrice identità, mentre il vettore  $\phi$  è il modo di vibrare fondamentale del sistema reale.

Tale vettore può essere ottenuto tramite analisi modale del sistema semplificato con  $n$  masse  $m_j$  ed  $n$  rigidità  $K_j^*$ . In alternativa si può utilizzare la forma approssimata (3.56), senza dover risolvere il problema agli autovalori.

Pertanto, al generico piano  $j$ , lo spostamento rispetto alla quota 0 è dato da:

$$d_{De,j} = S_{De,j}(T_{US}, z_j) \quad (3.65)$$

Definiti gli spostamenti in corrispondenza di tutte le quote, si può calcolare lo spostamento di interpiano come differenza degli spostamenti di due piani successivi:

$$d_{De,ip,j} = d_{De,j} - d_{De,j-1} \quad (3.66)$$

### 3.1.1.6 Verifiche di sicurezza

Le verifiche sono quindi svolte, per ogni interpiano  $j$ , controllando che lo spostamento di domanda non sia superiore allo spostamento ultimo, come segue:

$$d_{De,ip,j} < d_{u,j}^* \quad (3.67)$$

qualora le verifiche siano soddisfatte a tutti gli interpiani, si considera tale anche quella dell'edificio in aggregato nel suo complesso.

## 3.2 Estensione della procedura a casi più generali

Una trattazione più generale dell'analisi di edifici di muratura in aggregato dovrebbe interpretare al meglio il comportamento strutturale, consentendo a chi esegue le verifiche di disporre di modelli in grado di tener conto, seppur in maniera semplificata, delle principali variabili che ne caratterizzano la risposta.

Per alcune configurazioni dell'aggregato, le NTC-08 suggeriscono di considerare anche gli effetti torsionali indotti dalla presenza di eventuali eccentricità.

È il caso delle sopraelevazioni, in cui l'assenza di elementi in adiacenza introduce come ulteriore incognita l'incremento di forza sul maschio dovuto all'eccentricità tra il baricentro di piano e quello del maschio, o quello degli elementi di testata la cui posizione estrema produce localmente effetti del tutto analoghi ai precedenti.

Oltre ai citati effetti torsionali, notevole interesse rivestono anche altri elementi dell'aggregato che possono introdurre variazioni nello schema analitico della procedura:

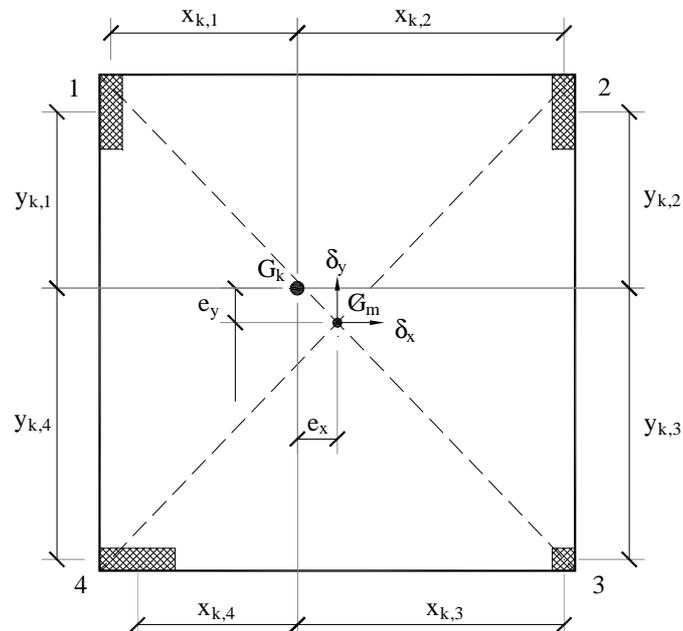
- a. la presenza di solai flessibili che modifica in maniera sostanziale la distribuzione delle forze orizzontali negli elementi resistenti, annullando peraltro gli effetti torsionali;
- b. l'interazioni tra edifici in adiacenza quando il giunto è di ridotte dimensioni o addirittura assente;
- c. alcune configurazioni geometriche dei pannelli murari che i modelli fenomenologici più diffusi non sono in grado di modellare correttamente;
- d. la presenza di murature d'ala che possono fornire un notevole contributo, soprattutto quando ben immorsate, alla capacità flessionale della parete, poiché si trova a rispondere alle azioni esterne secondo una configurazione geometrica con caratteristiche inerziali superiori;
- e. l'altezza efficace delle pareti con cui sono definiti i limiti deformativi per lo Stato Limite di salvaguardia della Vita in condizioni sismiche.

Nei paragrafi successivi vengono proposti alcuni approfondimenti teorici riguardo gli argomenti citati e, quando ritenuto indispensabile alla comprensione del problema, delle applicazioni di tipo numerico.

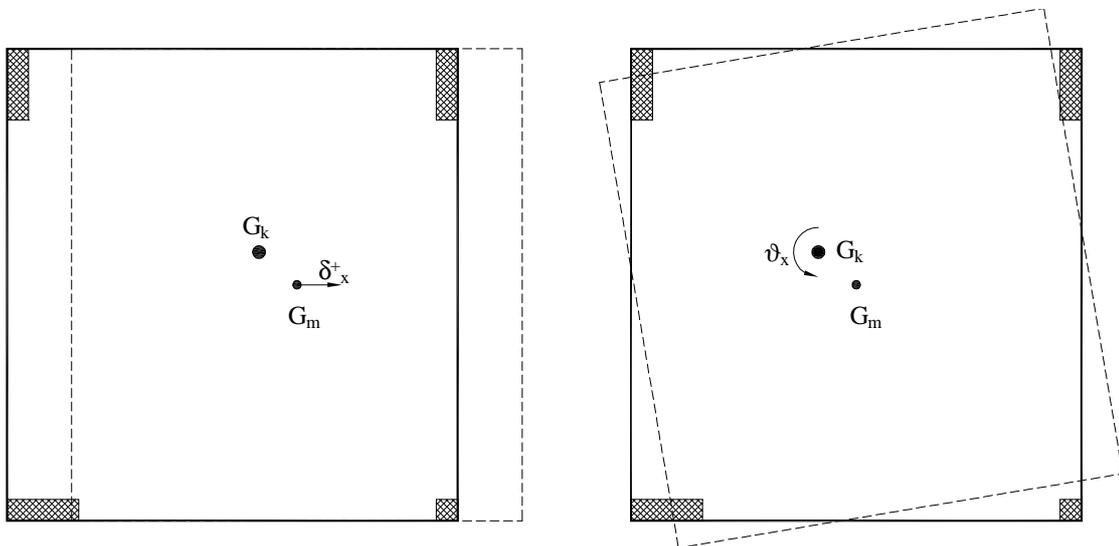
### 3.2.1 Effetti torsionali: approccio in spostamento

Applicato uno spostamento lungo l'asse  $x$  nel centro di massa del piano  $j$ -esimo, le reazioni nei singoli elementi strutturali sono fornite dalla somma di due contributi, uno dovuto alla traslazione lungo l'asse parallelo alla direzione dello spostamento, l'altro alla rotazione attorno al baricentro delle rigidezze di piano, quando eccentrico rispetto a

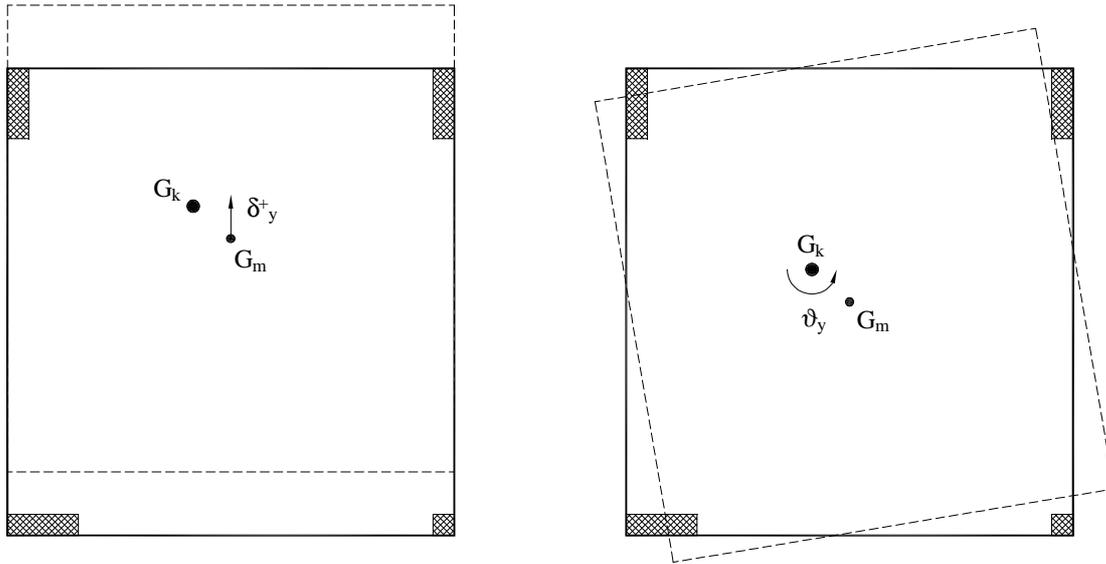
quello delle masse. Lo studio può essere facilmente esteso al caso più generale in cui lo spostamento è applicato anche in direzione  $y$ .



**Figura 3.9.** Configurazione geometrica di riferimento e definizione delle variabili.



**Figura 3.10.** Scomposizione della deformata dovuta ad uno spostamento  $\delta_x > 0$ : a sx una traslazione lungo  $x$ , a dx una rotazione intorno al baricentro delle rigidità di piano.



**Figura 3.11.** Scomposizione della deformata dovuta ad uno spostamento  $\delta_y > 0$ : a sx una traslazione lungo y, a dx una rotazione intorno al baricentro delle rigidità di piano.

Con riferimento alla configurazione geometrica di Figura 3.9 e alla deformata di sx in Figura 3.10, il contributo dovuto alla sola traslazione per l'elemento i-esimo è dato da:

$$f_{ix,T} = k_{ix} \cdot \delta_x \quad (3.68)$$

la medesima relazione può essere ricavata in direzione y, con riferimento alla deformata di sx in Figura 3.11:

$$f_{iy,T} = k_{iy} \cdot \delta_y \quad (3.68)$$

Per il contributo dovuto alla torsione, con riferimento alle configurazioni deformate di dx nelle Figura 3.11 e Figura 3.12, si può scrivere quanto segue:

$$M_{est} = \sum_{i=1}^n k_{ix} \cdot \delta_x \cdot e_y + \sum_{j=n+1}^m k_{jy} \cdot \delta_y \cdot e_x \quad (3.69)$$

$$M_{int} = \sum_{i=1}^n f_{ix,R} \cdot y_i + \sum_{j=n+1}^m f_{jy,R} \cdot x_j = \sum_{i=1}^n (k_{ix} \cdot y_i \cdot \vartheta_x) \cdot y_i + \sum_{j=n+1}^m (k_{jy} \cdot x_j \cdot \vartheta_y) \cdot x_j \quad (3.70)$$

che in forma compatta può scriversi come:

$$M_{int} = J_R \cdot \vartheta = J_{R,x} \cdot \vartheta_x + J_{R,y} \cdot \vartheta_y \quad (3.71)$$

in cui:

$$J_{R,x} = \sum_{i=1}^n k_{ix} \cdot y_i^2 \quad (3.72)$$

$$J_{R,y} = \sum_{j=1}^m k_{jy} \cdot x_j^2 \quad (3.73)$$

sono i momento d'inerzia torsionali secondo le due direzioni; esplicitando la (3.71) rispetto alla rotazione  $\theta$ :

$$\theta_x = \frac{M_x}{J_{R,x}} \quad (3.74)$$

$$\theta_y = \frac{M_y}{J_{R,y}} \quad (3.75)$$

a questo punto, sostituendo le (3.74) e (3.75) nella (3.70) otteniamo:

$$f_{ix,R} = k_{ix} \cdot y_i \cdot \frac{M_x}{J_{R,x}} \quad (3.76)$$

$$f_{jy,R} = k_{jy} \cdot x_j \cdot \frac{M_y}{J_{R,y}} \quad (3.77)$$

Ricordando che:

$$f_{ix,R} = f_{ix,Rx} + f_{ix,Ry}$$

è la componente della forza parallela all'asse x generata dalla torsione, in cui il primo addendo è dovuto allo spostamento  $\delta_x$  mentre il secondo a  $\delta_y$ , mentre:

$$f_{jy,R} = f_{jy,Ry} + f_{jy,Rx}$$

è la componente della forza parallela all'asse y generata dalla torsione, in cui il primo addendo è dovuto allo spostamento  $\delta_y$  mentre il secondo a  $\delta_x$ .

Generalizzando e sommando entrambe i contributi si ottengono le equazioni risolventi il problema, che consentono di calcolare le forze risultanti negli elementi per uno spostamento assegnato  $\delta$ :

$$F_{ix} = k_{ix} \cdot \delta_x \pm \frac{k_{ix} \cdot y_i}{J_{R,x}} \cdot \left( \sum_{i=1}^n k_{ix} \cdot \delta_x \cdot e_y \pm \sum_{j=n+1}^m k_{jy} \cdot \delta_y \cdot e_x \right) \quad (3.78)$$

$$F_{jy} = k_{jy} \cdot \delta_y \pm \frac{k_{jy} \cdot x_j}{J_{R,y}} \cdot \left( \sum_{i=1}^n k_{ix} \cdot \delta_x \cdot e_y \pm \sum_{j=n+1}^m k_{jy} \cdot \delta_y \cdot e_x \right) \quad (3.79)$$

Nel caso di verifiche effettuate con analisi non lineari, come previsto nella procedura per la verifica di edifici in aggregato, il principio di sovrapposizione degli effetti non è valido; inoltre, la componente della forza nelle pareti ortogonali alla direzione di applicazione dello spostamento, è decisamente inferiore a quella che si otterrebbe applicando lo spostamento parallelamente ad esse.

Si viene così a ridurre la complessità del problema, poiché in ogni parete si considerano i soli contributi delle forze parallele alla direzione di applicazione dello spostamento. Le relazioni (3.78) e (3.79) si semplificano di conseguenza come segue:

$$F_{ix} = k_{ix} \cdot \delta_x \pm \frac{k_{ix} \cdot y_i}{J_{R,x}} \cdot \left( \sum_{i=1}^n k_{ix} \cdot \delta_x \cdot e_y \right) \quad (3.80)$$

$$F_{jy} = k_{jy} \cdot \delta_y \pm \frac{k_{jy} \cdot x_j}{J_{R,y}} \cdot \left( \sum_{j=n+1}^m k_{jy} \cdot \delta_y \cdot e_x \right) \quad (3.81)$$

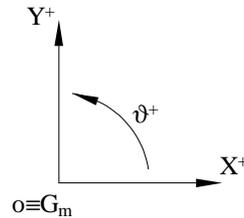
Il doppio segno nelle precedenti equazioni può essere facilmente compreso immaginando gli effetti prodotti sulla struttura da uno spostamento applicato separatamente nelle due direzioni.

Questo consente di ricavare alcune indicazioni riguardo le modalità di combinazione delle componenti. In particolare possiamo notare che:

- Cambiando il segno dello spostamento, la risultante delle forze negli elementi // alla stessa direzione cambia segno ma non intensità; nel caso di comportamento flessionale simmetrico degli elementi resistenti quale è quello delle murature, questo “inconveniente” non altera l’esito delle verifiche;
- Il contributo dovuto alla torsione può sommarsi o sottrarsi a quello dovuto alla traslazione, a seconda del segno dell’eccentricità ( $e_x$ ,  $e_y$ ) e della posizione relativa tra baricentro delle rigidezze del generico elemento in direzione X ( $y_i$ ) o direzione Y ( $x_j$ ) e quello di piano.

Nel secondo caso si individuano due variabili da cui dipende l’entità della risultante delle forze, vale a dire la posizione dei baricentri ( $x_j$ ,  $y_i$ ) ed il segno delle eccentricità ( $e_x$ ,  $e_y$ ); operando nei rispettivi campi di variabilità, si nota come la regola di

combinazione delle due componenti ne sia dipendente. La Tabella 3.1 riassume i risultati ottenuti, con riferimento al sistema cartesiano di Figura 3.12, in cui l'origine degli assi è stata fatta coincidere con il baricentro delle masse di piano.



**Figura 3.12.** Convenzione sui segni adottati e origine degli assi.

**Tabella 3.1.** Effetti del segno assunto dalle variabili  $e_x$ ,  $e_y$  e  $x_j$ ,  $y_i$  sulla risultante delle forze.

	eccentricità	Rotazione	Pareti //	
			$y_i > e_y$	$y_i < e_y$
$+\delta_x$	$e_y > 0$	$\vartheta^+$	$f_{ix,T} - f_{ix,Rx}$	$f_{ix,T} + f_{ix,Rx}$
	$e_y < 0$	$\vartheta^-$	$f_{ix,T} + f_{ix,Rx}$	$f_{ix,T} - f_{ix,Rx}$
	eccentricità	Rotazione	Pareti //	
			$x_j > e_x$	$x_j < e_x$
$+\delta_y$	$e_x > 0$	$\vartheta^-$	$f_{jy,T} - f_{jy,Ry}$	$f_{jy,T} + f_{jy,Ry}$
	$e_x < 0$	$\vartheta^+$	$f_{jy,T} + f_{jy,Ry}$	$f_{jy,T} - f_{jy,Ry}$

I risultati ottenuti, ci permettono di affermare quanto segue:

- applicando uno spostamento  $\delta_x$ , per le pareti // allo stesso asse otteniamo i seguenti contributi:

$$f_{ix,T} = k_{ix} \cdot \delta_x$$

$$f_{ix,Rx} = \pm \frac{k_{ix} \cdot y_i}{J_{R,x}} \cdot \left( \sum_{i=1}^n k_{ix} \cdot \delta_x \cdot e_y \right)$$

- applicando uno spostamento  $\delta_y$ , per le pareti // allo stesso asse otteniamo i seguenti contributi:

$$f_{jy,T} = k_{jy} \cdot \delta_y$$

$$f_{jy,Ry} = \pm \frac{k_{jy} \cdot x_j}{J_{R,y}} \cdot \left( \sum_{j=n+1}^m k_{jy} \cdot \delta_y \cdot e_x \right)$$

Dalle valutazioni effettuate in precedenza, è possibile definire un criterio con cui combinare correttamente i diversi contributi, ossia:

- A. applicando l'analisi incrementale in direzione  $x$ ,
- si procede a valutare gli effetti combinati dovuti alla traslazione e alla rotazione, per le pareti parallele alla direzione di applicazione dello spostamento  $\delta_x$ ;
  - nel piano ortogonale non si considerano gli effetti dovuti allo spostamento  $\delta_x$ ;
- B. applicando l'analisi incrementale in direzione  $y$ ,
- si valutano gli effetti combinati dovuti alla traslazione e alla rotazione, per le pareti parallele alla direzione di applicazione dello spostamento  $\delta_y$ ;
  - nel piano ortogonale non si considerano gli effetti dovuti allo spostamento  $\delta_y$ .

### 3.2.2 Solai flessibili nel loro piano

Adottare lo schema di solaio infinitamente rigido nel proprio piano, pratica piuttosto diffusa e in alcuni casi poco aderente alla realtà strutturale dei contesti edilizi esistenti, comporta indubbiamente delle semplificazioni computazionali considerevoli, soprattutto nell'ambito di una procedura semplificata.

È altresì vero che una tale ipotesi, quando non coglie il reale comportamento del diaframma, implica una errata valutazione della distribuzione delle forze sui maschi murari, generando errori macroscopici nella valutazione delle forze sismiche di competenza della singola parete.

Nel perseguire l'obiettivo di disporre di una metodologia di calcolo più generale possibile e di facile impiego, si è rimossa anche l'ipotesi di solaio infinitamente rigido nel proprio piano, in luogo di una modellazione più realistica che tenga conto anche del rapporto tra le rigidezze del solaio e dei pannelli murari.

I solai realizzati con carpenteria lignea, rappresentativi di una buona parte del panorama edilizio esistente, sono interessati da un campo degli spostamenti nel piano che solo un modello di impalcato flessibile è in grado di riprodurre.

Gli schemi di solaio infinitamente rigido e flessibile, costituiscono quindi i limiti superiore e inferiore del modello proposto, con significato esclusivamente teorico.

In realtà i casi che normalmente si incontrano si possono collocare in una porzione molto ridotta dello spazio delimitato dai precedenti limiti.

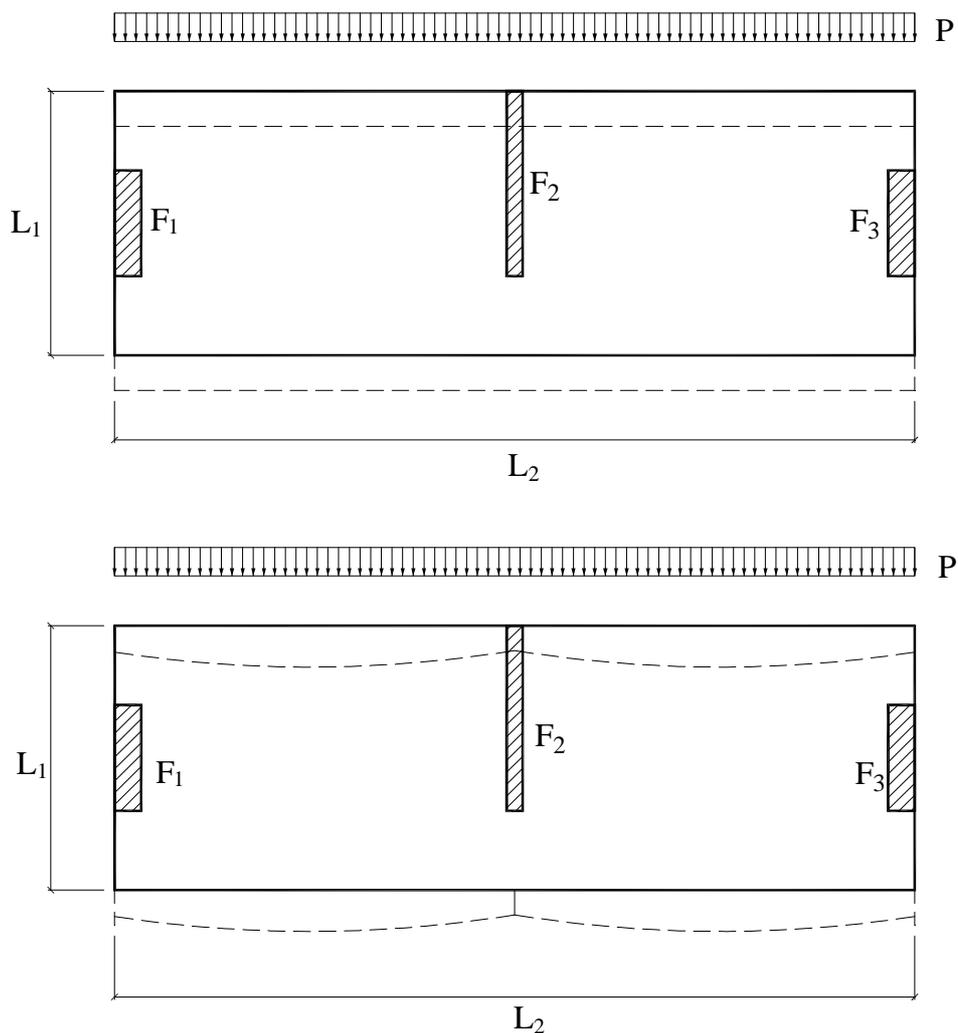
A completamento di questa panoramica, va inoltre evidenziata una conseguenza non trascurabile connessa all'impiego dello schema di solaio flessibile, ossia che gli effetti torsionali prodotti dall'eccentricità tra il baricentro di masse e rigidezze tendono a diminuire fino ad annullarsi quando la rigidezza nel piano tende a zero.

È chiaro che non è possibile stabilire a priori quale dei due modelli comporti un impegno minore delle strutture murarie, certo è che quando le eccentricità sono notevoli il modello a solaio flessibile può risultare meno penalizzante per buona parte dei pannelli.

Per facilitarne la comprensione, si può pensare alla distribuzione delle forze orizzontali sui maschi in analogia alle modalità con cui si distribuiscono i carichi gravitazionali.

In questo caso la rigidezza assiale dei pilastri è di molti ordini di grandezza superiore alla rigidezza flessionale del solaio, per cui la risultante delle forze su ogni parete viene valutata in ragione dell'area d'influenza di ognuna.

La distribuzione delle forze orizzontali di origine sismica sulle pareti avviene allo stesso modo, quando il rapporto tra la rigidezza delle pareti e quella del solaio è molto elevato. Nella Figura 3.13 sono rappresentati i due schemi teorici di riferimento per il comportamento nel piano del solaio.



**Figura 3.13.** Deformata degli impalcati (con linea tratteggiata) al variare della rigidezza nel loro piano: in alto modello con schema rigido, in basso con schema flessibile.

### 3.2.2.1 Modello analitico

In generale, quando sono assenti effetti di natura torsionale, l'equazione di equilibrio alla traslazione comporta la seguente uguaglianza:

$$F_1 + F_2 + F_3 = F_P \quad (3.82)$$

in cui  $F_P$  è la risultante delle forze orizzontali al piano  $j$ -esimo.

Se si verifica che,

$$K_1 = K_2 = K_3$$

$$N_1 = N_2 = N_3$$

in cui  $N_i$  e  $K_i$  sono, rispettivamente, la risultante dei carichi e la rigidezza trasversale dell' $i$ -esimo maschio, allora per entrambe le configurazioni vale la seguente espressione:

$$F_1 = F_2 = F_3 \quad (3.83)$$

Quando i rapporti tra le rigidezze o tra le risultanti dei carichi verticali di pertinenza della singola parete non sono unitari, le forze orizzontali si distribuiscono in maniera diversa, in particolare nel caso del modello a solai infinitamente rigidi, vale la seguente espressione:

$$F_i = \frac{K_i}{K_p} \cdot F_p \quad (3.84)$$

per cui la forza sul singolo maschio è proporzionale alla sua rigidezza.

Per il modello a solai infinitamente flessibili, la legge di distribuzione è invece:

$$F_i = \frac{N_i}{N_p} \cdot F_p \quad (3.85)$$

Si osservi che, in entrambe le precedenti equazioni, vale la seguente definizione, che fa riferimento all'ordinata spettrale in funzione del periodo proprio  $T_p$  del piano e alla sua massa  $m_p$  ( $g$  è l'accelerazione di gravità):

$$F_p = S_a(T_p) \cdot m_p = \frac{S_a(T_p)}{g} \cdot N_p \quad (3.86)$$

Sostituendo la (3.86) nella (3.84) otteniamo:

$$F_i = \frac{K_i}{K_p} \cdot \frac{S_a(T_p)}{g} \cdot N_p \quad (3.87)$$

e, operando la medesima sostituzione nella (3.85) si ha:

$$F_i = \frac{S_a(T_i)}{g} \cdot N_i \quad (3.88)$$

Le espressioni (3.87) e (3.88) consentono di valutare la forza sulla parete  $i$ -esima, nei casi estremi in cui si sia adottata l'ipotesi di solaio infinitamente rigido o infinitamente flessibile.

L'obiettivo è ora di giungere alla definizione di un'unica espressione analitica che contempli la (3.87) e (3.88) come casi limiti. A questo scopo si osservi che:

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{M_p}{K_p}} \quad (3.89)$$

$$T_i = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{M_i}{K_i}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\alpha_m}{\alpha_k} \cdot \frac{M_i}{K_i}} \quad (3.90)$$

rappresentano il periodo proprio del singolo piano nel caso di solaio infinitamente rigido (3.89) e della singola parete nel caso di solaio infinitamente flessibile (3.90).

Nella (3.90) sono stati introdotti due parametri,  $\alpha_m$  e  $\alpha_k$  che “pesano” rispettivamente il carico assiale e la rigidità trasversale dell’i-esimo maschio rispetto alla sommatoria estesa a tutte le pareti che forniscono un contributo alla resistenza trasversale. Essi sono dati da:

$$\alpha_m = \frac{N_i}{N_p} \quad (3.91)$$

$$\alpha_k = \frac{K_i}{K_p} \quad (3.92)$$

Impiegando opportunamente il rapporto tra le due grandezze adimensionali  $\alpha$  si può arrivare ad una scrittura unificata dell’espressione del periodo.

Infatti, esprimendo il rapporto precedente in funzione del rapporto tra le rigidità del solaio e dei pannelli murari, la forma generale del periodo può essere scritta come:

$$T_i = 2\pi \cdot \sqrt{\left(\frac{\alpha_m}{\alpha_k}\right)^{1-\eta} \cdot \frac{M_p}{K_p}} = 2\pi \cdot \left(\frac{\alpha_m}{\alpha_k}\right)^{\frac{1-\eta}{2}} \cdot \sqrt{\frac{M_p}{K_p}} \quad (3.93)$$

in cui l’esponente  $\eta$ :

$$0 \leq \eta \left( \frac{K_s}{K_p} \right) \leq 1 \quad (3.94)$$

è una funzione del rapporto tra le rigidità del solaio e dei pannelli sottostanti.

Quando  $\eta \rightarrow 0$  (solaio infinitamente flessibile), l’espressione (3.93) degenera nella (3.88), mentre per  $\eta \rightarrow 1$  (solaio infinitamente rigido), l’espressione (3.93) degenera nella (3.89).

Tale funzione, come precisato nel seguito, è valutata con opportuni modelli numerici che tengono conto della variabilità del rapporto tra le rigidità.

Modelli più complessi possono tener conto anche della variabilità di altri parametri, come la luce degli impalcati o la legge di distribuzione dei carichi orizzontali.

Comunque, in questa prima fase si concentrerà l’attenzione su modelli parametrici monovariati, con  $\eta$  come unica variabile.

Sulla base delle considerazioni svolte finora, dall'espressione (3.87) si può ricavare la seguente relazione di validità generale, funzione di  $\eta$ :

$$F_i(\eta) = \left(\frac{K_i}{K_p}\right)^\eta \cdot \frac{S_a\left(\alpha_{mk}^2 T_p\right)^{\frac{1-\eta}{2}}}{g} \cdot (\alpha_m^{1-\eta} \cdot N_p) \quad (3.95)$$

Anche per la (3.95) si possono ottenere le forme degeneri in corrispondenza dei due casi limite di riferimento; infatti per  $\eta \rightarrow 0$  (solaio infinitamente flessibile), l'espressione (3.95) degenera nella (3.88), mentre per  $\eta \rightarrow 1$  (solaio infinitamente rigido), l'espressione (3.95) degenera nella (3.87).

L'espressione (3.95) permette quindi di valutare la forza orizzontale in corrispondenza di ogni parete, una volta calcolato  $\eta$ , in funzione del rapporto di rigidezza relativo solaio/pareti.

Nel caso in cui il modello si discosti da quello perfettamente rigido, è necessario disporre di una espressione generalizzata della rigidezza, analoga alla (3.95), in cui sia possibile inserire anche il contributo dei solai.

Per un generico  $\eta$ , utilizzando la (3.95), si può valutare lo spostamento in sommità di ogni parete come:

$$d_i(\eta) = \frac{F_i(\eta)}{k_i} = \left(\frac{K_i}{K_p}\right)^\eta \cdot \frac{1}{K_i} \cdot \frac{S_a\left(\alpha_{mk}^2 T_p\right)^{\frac{1-\eta}{2}}}{g} \cdot (\alpha_m^{1-\eta} \cdot N_p) \quad (3.96)$$

mentre per  $\eta \rightarrow 1$  si ha:

$$d_i(\eta=1) = \frac{F_i(\eta=1)}{k_i} = \frac{1}{K_p} \cdot \frac{S_a(T_p)}{g} \cdot N_p \quad (3.97)$$

Il rapporto tra le due precedenti espressioni fornisce il seguente fattore:

$$\delta_i(\eta) = \frac{d_i(\eta)}{d_i(\eta=1)} = \left(\frac{K_i}{K_p}\right)^{\eta-1} \cdot \frac{1}{K_i} \cdot \frac{S_a\left(\alpha_{mk}^2 T_p\right)^{\frac{1-\eta}{2}}}{S_a(T_p)} \cdot \alpha_m^{1-\eta} \quad (3.98)$$

La relazione precedente permette di includere in maniera esplicita anche il contributo della rigidezza finita del solaio.

La rigidezza di ogni interpiano sarà quindi data da:

$$K_p(\eta) = \sum_{i=1}^n \delta_i(\eta) K_i \quad (3.99)$$

Mentre quella del generico maschio è semplicemente:

$$K_i(\eta) = \delta_i(\eta) K_i \quad (3.100)$$

In definitiva, una volta ottenuta la legge di variazione del fattore  $\eta$ , il calcolo della distribuzione delle forze nei maschi può essere eseguito agevolmente, seguendo pochi e semplici passi, brevemente riassunti di seguito:

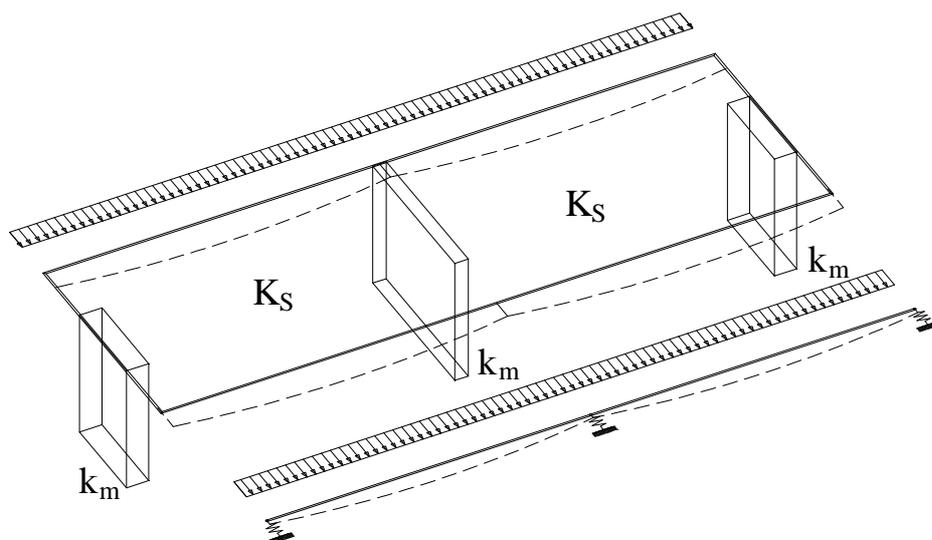
1. Si calcola il rapporto  $\alpha_s = \frac{K_s}{K_p}$
2. Si determina il corrispondente valore di  $\eta$
3. Si valuta il rapporto  $\delta_i$  fornito secondo la relazione (3.98)
4. Si calcola la rigidezza di ogni interpiano con la relazione (3.99)
5. Si determina la rigidezza dell'unità strutturale dell'aggregato secondo la relazione sviluppata per un sistema in serie con carichi distribuiti ai nodi (Monti, Vailati 2009),

$$K_{US} = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{K_i^*} \sum_{j=i}^n \Psi_j \right) \right]^{-1} \quad (3.101)$$

6. Si calcola il periodo come  $T_s(\eta)$

### 3.2.2.2 Modello per la valutazione di $\eta$

Il problema della modellazione della rigidità nel piano del solaio può essere affrontato ipotizzando che esso possa essere ricondotto a quello di una trave piana soggetta a carichi diretti ortogonalmente alla linea d'asse (Figura 3.14). Le condizioni di carico e al contorno possono essere valutate, ad esempio, in base a criteri di rappresentatività di casi reali.

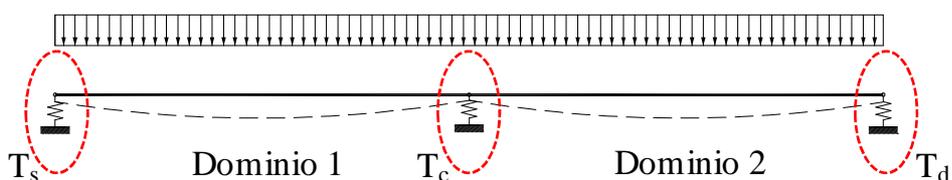


**Figura 3.14.** Analogia meccanica tra il comportamento nel piano del solaio e la trave piana su una o più campate.

Si affronta, nel caso specifico, lo studio di un solaio a due campate con tessitura ortogonale all'asse maggiore dei maschi murari. In questa configurazione, la linea tratteggiata nella figura precedente è rappresentativa della deformata del solaio, soggetto a forze nel piano.

Per semplicità di esposizione, si assume che le pareti abbiano tutte la stessa rigidità ed il carico sia uniformemente ripartito.

La figura seguente mostra il modello piano di trave equivalente con cui si propone di affrontare lo studio del solaio nella configurazione descritta in precedenza.



**Figura 3.15.** Modello piano di trave equivalente.

Gli appoggi fissi in corrispondenza delle estremità sono sostituiti da molle elastiche che consentono di modellare correttamente la rigidezza delle pareti nel proprio piano; la determinazione delle forze che vengono trasferite su di esse riveste particolare importanza in virtù del fatto che il rapporto di rigidezza relativa incide proprio sull'entità di tali forze.

A tal fine si ricorda come lo spostamento di ogni punto della linea d'asse di una trave sia fornito dalla soluzione dell'equazione della linea elastica:

$$u_i = C_{1,i} + C_{2,i}x + C_{3,i}x^2 + C_{4,i}x^3 + \frac{px^4}{24EI} \quad (3.102)$$

la (3.102) definisce il campo degli spostamenti in ognuno dei due domini in cui è stata suddivisa la trave piana rappresentata nella figura precedente.

Le reazioni sugli appoggi, che rappresentano le forze nel piano della parete del modello reale, possono essere valutate calcolando la derivata terza dell'equazione differenziale (3.102), in cui le costanti  $C_{j,i}$  possono essere valutate dalle condizioni al contorno.

In totale, la trave in esame richiede 8 condizioni al contorno; visti i vincoli dei solai che si riscontrano nei casi reali, in particolar modo negli edifici in aggregato, è ragionevole ipotizzare in corrispondenza della parete di mezzeria un vincolo di continuità, mentre alle estremità risulta più realistico un vincolo di sola cerniera, in virtù di una generalizzata assenza di un buon collegamento in queste zone.

Gli studi parametrici sono stati eseguiti implementando il sistema di equazioni differenziali all'interno di un foglio Mathcad®; al variare del rapporto di rigidezza relativa  $\alpha_s$  si valuta il corrispondente valore dei tagli sulle pareti  $T_s$ ,  $T_c$ ,  $T_d$ ; variando in maniera continua il rapporto  $\alpha_s$ , si possono tracciare le leggi di distribuzione in corrispondenza di ogni parete, consentendo di correlare ad un determinato valore del rapporto di rigidezza relativa, la corrispondente forza di taglio trasmessa alla parete.

È importante precisare che l'intervallo di variabilità per  $\alpha_s$  è stato stabilito analizzando le tecniche costruttive e i materiali maggiormente impiegati nella realizzazione delle costruzioni di muratura caratterizzanti il patrimonio edilizio esistente.

Si ha pertanto che fattori  $\alpha \rightarrow 0$  definiscono solai con comportamento estremamente flessibile, mentre fattori  $\alpha \rightarrow 40$  sono riconducibili a solai per cui è valida l'ipotesi di indeformabilità nel piano del solaio.

La rigidezza del solaio e dell' $i$ -esimo maschio murario sono calcolate rispettivamente come,

$$K_s = \frac{48EI}{l^3} \quad (3.103)$$

$$k_m = \frac{G \cdot A_w}{1,2h \left[ 1 + \alpha \frac{G}{E} \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]} \quad (3.104)$$

La (3.103) rappresenta la rigidezza di una trave appoggiata alle estremità con carico uniformemente distribuito, mentre la (3.104) è la nota espressione della rigidezza di una parete nel proprio piano che tiene conto del contributo a taglio e flessione (Tomažević 1999).

La (3.104) è espressione della rigidezza dell'*i*-esima parete, pertanto al denominatore di  $\alpha_s$  comparirà la sommatoria estesa a tutte le pareti su cui il solaio è tessuto con continuità:

$$K_P = \sum_{i=1}^n k_{m,i} \quad (3.105)$$

### 3.2.2.3 Analisi parametriche e regressioni su $\eta$

Nelle rappresentazioni grafiche le forze sono state normalizzate rispetto alla soluzione ottenuta adottando il modello di solaio infinitamente rigido; le curve forniscono pertanto valori tendenti a 1 quando la rigidezza nel piano del solaio cresce fino a coincidere con quella del modello indeformabile; al contrario tendono a valori maggiori di 1 quanto più il comportamento del solaio diverge dal modello precedente, fino a coincidere con la soluzione del modello infinitamente flessibile.

Ogni grafico è accompagnato da una legenda a lato che chiarisce le convezioni adottate sulla nomenclatura (in riferimento alla Figura 3.15) e ai simboli grafici.

Le curve si distinguono esclusivamente per tipo di linea: con tratto continuo la curva di distribuzione delle reazioni sull'appoggio di sinistra, con tratteggio per quello di destra, infine con tratteggio rado per l'appoggio centrale.

Le analisi parametriche sono state condotte sul modello numerico con:

- a. rapporto tra le luci delle campate pari ad 1 (soluzione A)
- b. rapporto tra le luci delle campate pari a 0,7 (soluzione B)

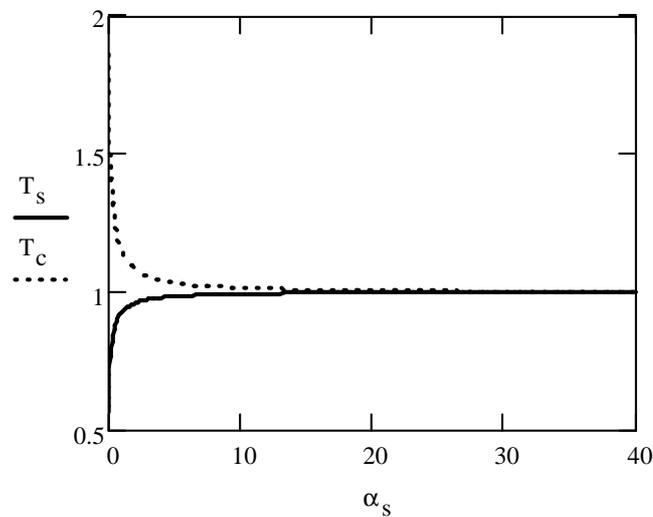
I risultati sono presentati nei paragrafi successivi rispettando tale sequenza.

3.2.2.3.1 Risultati numerici

Assegnando al carico distribuito e alla lunghezza delle campate valore unitario, nonché lo stesso valore della rigidezza ai maschi murari, è facile riscontrare che:

nel caso di solaio indeformabile (brevemente indicato nel seguito con il termine “solaio R”) le forze di taglio sulle pareti sono le stesse;

nel caso opposto, quando il solaio è deformabile a tal punto da poter considerare le pareti indipendenti (“solaio F”), la reazione sull’appoggio centrale è pari a circa 1,5 volte la soluzione ottenuta adottando il solaio R; per gli appoggi di estremità risulta altresì una reazione pari a circa la metà di quella ottenuta con la medesima ipotesi.



**Figura 3.16.** Distribuzione delle forze sui maschi murari per la soluzione A: con tratto continuo l’andamento in corrispondenza degli appoggi di estremità. Si consideri che in ragione del rapporto tra le luci delle campate,  $T_s=T_d$ .

Si osservi inoltre che per  $\alpha_s \cong 10$ , la soluzione coincide sostanzialmente con quella che si otterrebbe con il solaio R.

S’immagini a tal proposito di ridurre l’intervallo d’interesse della variabile  $\alpha_s$ , limitandolo ad un estremo superiore ridotto rispetto al precedente.

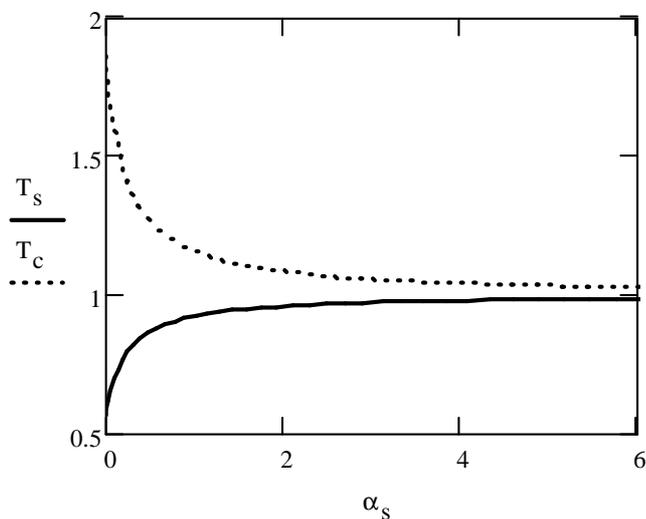
Dalla figura che segue, si evince come la reazione nei maschi murari tenda rapidamente a 1 per valori di  $\alpha_s$  già molto bassi.

In particolare si osservi che,

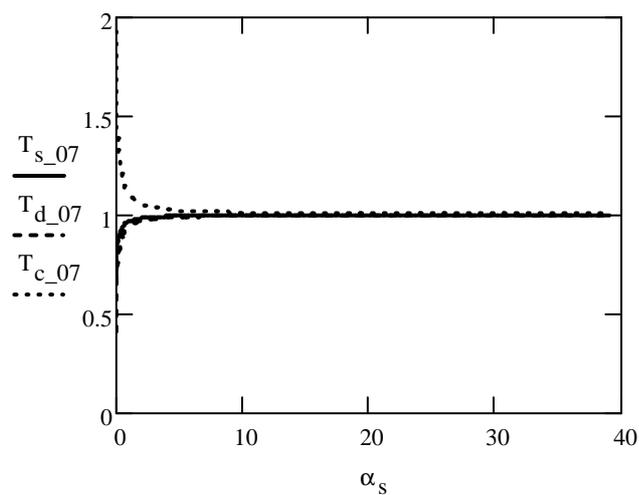
$$\frac{T_{c,\alpha_s=6}}{T_{c,\alpha_s=40}} = \frac{T_{d,\alpha_s=6}}{T_{d,\alpha_s=40}} = 98\%$$

cioè per  $\alpha_s=6$  è lecito utilizzare il modello di solaio R per valutare la distribuzione delle forze sui maschi murari.

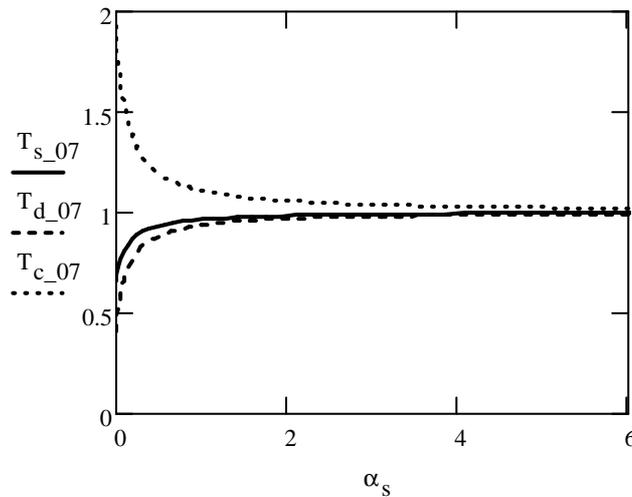
Il criterio distributivo in ragione delle rigidità delle pareti può pertanto essere applicato, consapevoli di commettere un errore marginale sulla stima delle forze.



**Figura 3.17.** Distribuzione delle forze T sui maschi murari nell'intervallo di significatività  $0 \leq \alpha_s \leq 6$ .



**Figura 3.18.** Distribuzione delle forze sui maschi murari per la soluzione B.



**Figura 3.19.** Distribuzione delle forze sui maschi murari, nell'intervallo di significatività  $0 \leq \alpha_s \leq 6$ .

Per la soluzione B ( $L_1=0,7 \cdot L_2$ ) si possono agevolmente trarre conclusioni analoghe a quelle elaborate per la soluzione A.

### 3.2.2.3.2 Calibrazione della curva $\eta$

I risultati ottenuti con le simulazioni numeriche, forniscono una curva che mette in relazione le forze di taglio sulle pareti murarie con il rapporto tra le rigidezze del solaio e dei maschi sottostanti.

Per la relazione (3.95) si è già visto che la funzione  $\eta$  deve essere tale da fornire come valori estremali 0 e 1, in corrispondenza rispettivamente di solaio infinitamente flessibile e rigido; nella transizione tra i due valori, la funzione deve poi fornire una soluzione il più possibile vicina a quella ottenuta con i modelli numerici. Utilizzando tecniche di regressione non lineari, è possibile individuare il modello matematico più adatto a rappresentare i risultati numerici.

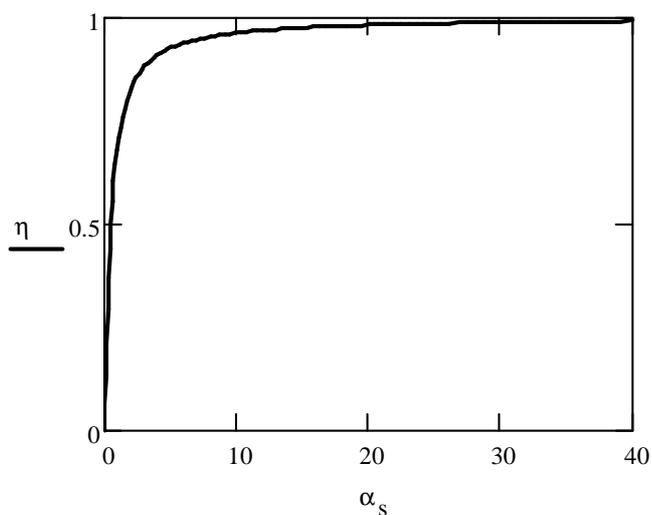
La funzione è pertanto del tipo:

$$\eta = e^{-\frac{C}{\alpha}} \quad (3.105)$$

in cui C è calibrato sulla base del valore assunto dal corrispondente coefficiente di correlazione al quadrato (brevemente indicato nel seguito con  $R^2$ );  $R^2$  è il parametro che fornisce il grado di accuratezza con cui la funzione (3.105), con C assegnato, è in grado di stimare i risultati ottenuti con i modelli numerici.

In linea del tutto teorica, per  $R^2=1$  si ha corrispondenza diretta tra risultati numerici e stima previsionale ottenuta con la curva di best fitting.

Per il caso in esame, l'errore si minimizza assegnando alla variabile di calibrazione C il valore 0,4.



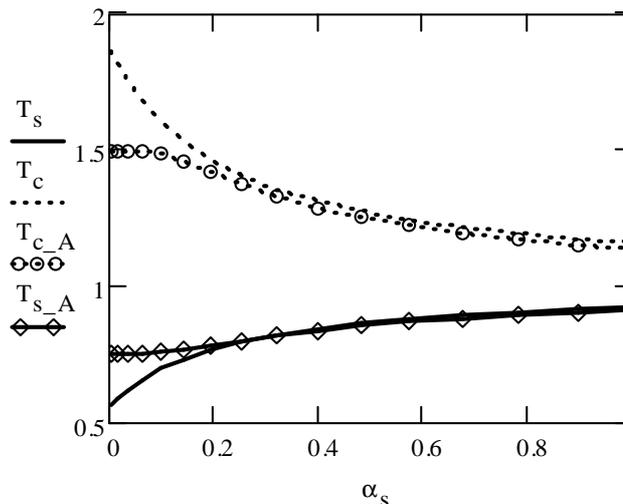
**Figura 3.20.** Curva di best fitting per  $C=0,4$ .

La funzione (3.105), rappresentata nella figura precedente per  $C=0,4$ , consente pertanto di stimare il valore assunto dalla funzione  $\eta$  per un assegnato rapporto tra le rigidezze relative di piano; in questo modo possono essere calcolate le espressioni (3.95), (3.98) e (3.99) che consentono di valutare più accuratamente la rigidezza della US.

3.2.2.3.3 Modello numerico e analitico a confronto

Come supplemento a quanto già specificato al par. 3.2.2.3, si tenga conto del fatto che in questa sezione sono sovrapposti i risultati ottenuti nei due modelli, analitico e numerico.

In ragione di ciò, la soluzione ottenuta con il modello analitico è distinta introducendo tre simboli diversi: rombi, quadrati e cerchi rispettivamente per l'appoggio di sinistra, per quello di destra e per il centrale. Le curve, in termini di colore e tipo di linea, rimangono le stesse.

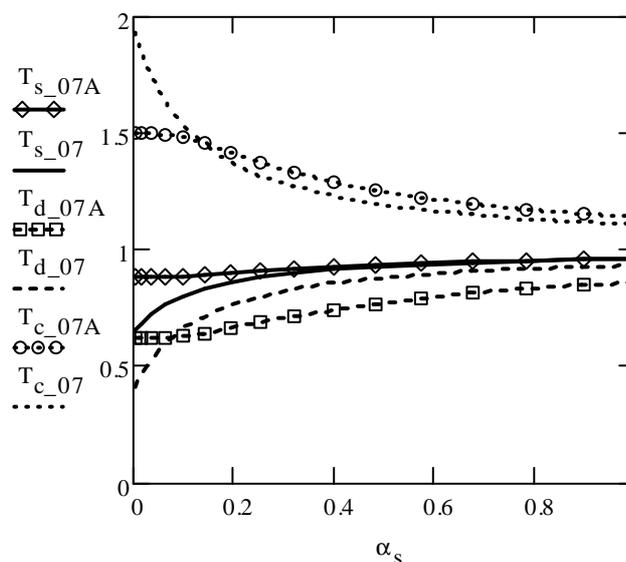


**Figura 3.21.** Confronto tra la soluzione ottenuta con il modello numerico e quella analitica, per  $L_1=L_2$ .

Risulta evidente come le soluzioni fornite dai modelli siano piuttosto lontane quando si adotta il solaio F, quindi per valori di  $\alpha_s$  prossimi allo 0; ma già per piccoli incrementi del fattore di rigidezza relativa, si può facilmente osservare come le soluzioni siano sostanzialmente coincidenti. Quanto emerge dalle osservazioni fatte in precedenza, dal carattere esclusivamente qualitativo, è confermato dalla seguente verifica numerica:

$$\Delta_{T,\alpha=0} \cong 25\% \text{ e } \Delta_{T,\alpha=0,1} \cong 8\%$$

Pertanto già per  $\alpha_s= 0,1$  la differenza tra le due soluzioni si riduce a solo l'8%.



**Figura 3.22.** Confronto tra la soluzione ottenuta con il modello numerico e quella analitica, per  $L_1=0,7 \cdot L_2$ .

Si consideri in tal senso l'andamento delle curve nella figura precedente, in cui sono messi a confronto i risultati dei due modelli per la soluzione B.

È evidente che anche in questo caso è possibile giungere a conclusioni analoghe alle precedenti. In particolare è possibile rilevare che,

$$\Delta_{T,\alpha=0} \cong 30\% \text{ e } \Delta_{T,\alpha=0,1} \cong 6\%$$

Quindi nel caso di solaio F le soluzioni sono ancor più lontane che nella soluzione A, ma già per  $\alpha_s=0,1$  la differenza è solo del 6%.

Si può pertanto concludere che, ad eccezione di un intervallo piuttosto marginale di  $\alpha_s$  compreso tra 0 e 0,1, la soluzione fornita dal modello analitico è da ritenersi sufficientemente accurata.

Si consideri che valori usuali per il fattore di rigidezza relativa difficilmente scendono sotto l'unità. Cosa ben diversa è il caso in cui nel solaio siano presenti uno o più fori; questa particolare condizione può portare a valori di  $\alpha_s$  anche inferiori al limite citato. In questi casi è senz'altro può opportuno considerare il foro come elemento di discontinuità all'interno dello schema statico. Adottando questa strategia, il più delle volte è possibile ricondurre il problema a casi analoghi a quello esposto.

### **3.2.3 Contributo alla rigidezza e resistenza delle ali nei muri di spina: modelli analitici di capacità**

Nelle verifiche convenzionali il contributo dell'ala alla resistenza flessionale è normalmente trascurato poiché l'ipotesi di assenza di continuità nella tesa muraria è generalmente verificata, o comunque ipotizzare la presenza di connessione è operazione che richiede tempi lunghi e costi ulteriori.

In realtà il contributo che fornisce, nelle situazioni ordinarie di deficienza strutturale, può essere tale da consentire il superamento delle soglie di resistenza necessaria a superare positivamente il regime tensionale imposto dalle azioni esterne.

Nella pratica non è difficile trovare vecchi edifici con struttura in muratura portante, costruiti considerando in pratica solo i carichi verticali, e che presentano muri ortogonali fra loro non ammortati lungo gli spigoli.

Si può trattare delle intersezioni di muri "di spina" o "maestri" tra loro o con altri muri considerati "tramezzi" ma realizzati in muratura cui si può assegnare una funzione strutturale.

Muri che nella costruzione iniziale erano indipendenti, dedicati alla sola portanza verticale o, in parte, senza neppure funzione portante.

Non meno frequente è il caso in cui le pareti mostrano una connessione che di fatto consente alla parete di rispondere alle azioni orizzontali secondo una configurazione geometrica diversa da quella canonica ad I.

In ogni caso, è possibile far riferimento ad una configurazione che comprenda anche il contributo delle pareti di testata,

- quando verifiche in situ evidenzino tale condizione;
- oppure nel caso si presenti la necessità di eseguire interventi di adeguamento/miglioramento sismico di edifici, con l'intento di sfruttare tutti i muri esistenti anche ai fini della resistenza alle azioni orizzontali, collegandoli fra loro in modo da renderli collaboranti e aumentarne l'inerzia, così da non dover ricorrere necessariamente all'inserimento di elementi strutturali aggiuntivi, con tutte le evidenti difficoltà connesse a tale scelta.

In passato, interventi di questo tipo sono stati realizzati con perforazioni al cui interno erano inserite barre metalliche, provocando spesso disgregazioni localizzate, poi parzialmente ricomposte con le successive iniezioni di malta. Tuttavia, si possono utilizzare al meglio gli elementi resistenti disponibili e non ben ammortati fra loro, rendendoli collaboranti mediante tecniche di connessione non invasive e di semplice applicazione.

Nell'ambito di un programma di ricerca svoltosi presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica della Sapienza, Facoltà di Architettura "Valle

Giulia”, è stato studiato e sperimentato un metodo di immorsatura per il collegamento di muri disposti in pianta a T, inizialmente scollegati, che si avvale di barrette sottili di polimero rinforzato con fibra aramidica.

Le barre vengono introdotte attraverso piccoli fori praticati nel muro “di ala”, ancorate sulla sua faccia esterna e su quelle laterali del muro “di anima” mediante sfiocciamento delle fibre e loro incollaggio sulla superficie muraria.

Poiché il collegamento fra i muri adiacenti è chiamato a resistere a scorrimenti relativi verticali nelle due direzioni, le barrette vengono disposte in direzioni oblique a  $\pm 45^\circ$  rispetto all’orizzontale, in maniera da offrire componenti di trazione in entrambi i versi di scorrimento.

In questo modo si dispone di una tecnica di rinforzo in grado di impegnare al massimo le capacità resistenti offerte dall’organismo strutturale esistente.

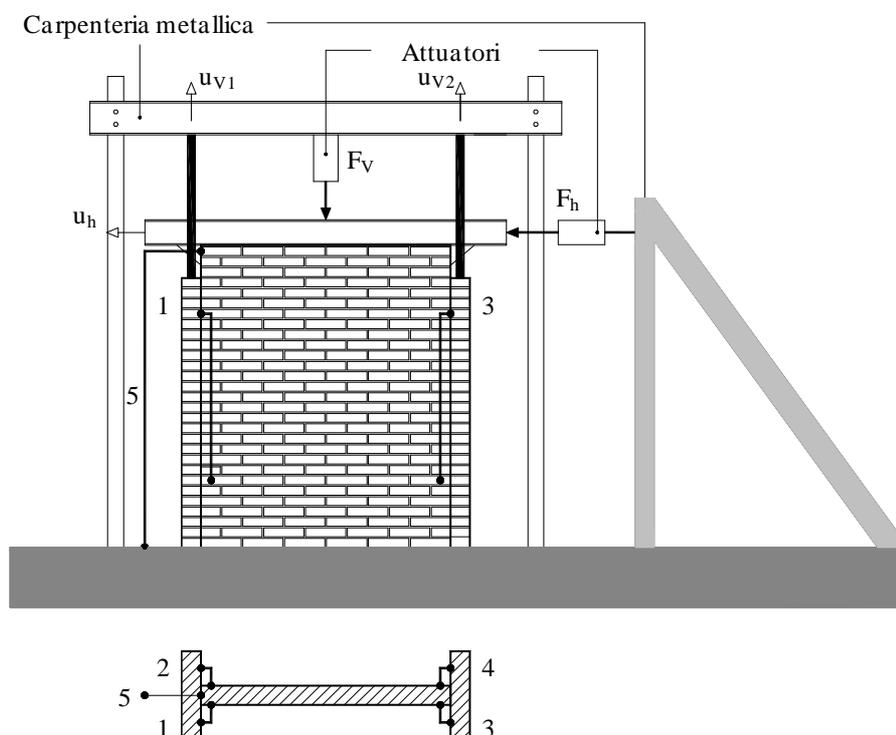
I campioni impiegati sono costituiti da un muro “d’anima” e due muri “d’ala”, uguali alle sue estremità.

I vincoli e i carichi sono tali da riprodurre condizioni analoghe a quelle cui sono sottoposte le pareti durante l’evento sismico: un carico verticale pressoché costante, accompagnato da una sollecitazione alternata di taglio e flessione che coinvolge il muro d’anima e le due testate.

La macchina per le prove è schematicamente rappresentata in Figura 3.23. Nella Tabella 3.2 sono invece riportate le indicazioni relative alle attrezzature impiegate per il rilevamento dei dati e il funzionamento della macchina.

**Tabella 3.2.** Attrezzature e strumentazione impiegata.

ATTREZZATURA DI PROVA	STRUMENTAZIONE DI RILEVAMENTO
Telaio di contrasto	n. 2 celle di carico verticale e orizzontale da 500 kN
n. 1 martinetto verticale da 250 kN	n. 5 trasduttori di spostamento tipo HBM mod. WA
n. 1 martinetto orizzontale da 500 kN (a doppio effetto)	Programma di acquisizione dati HBM mod. spider 8



**Figura 3.23.** Rappresentazione schematica dello scenario di prova, con la disposizione dei trasduttori di spostamento

In riferimento alla Figura 3.23, le condizioni al contorno sono le seguenti:

$$F_V = \sigma_0 \cdot t \cdot d$$

$$u_{v1} = u_{v2} = 0$$

$$u_h = \text{imposto}$$

$$F_h = \text{misurato}$$

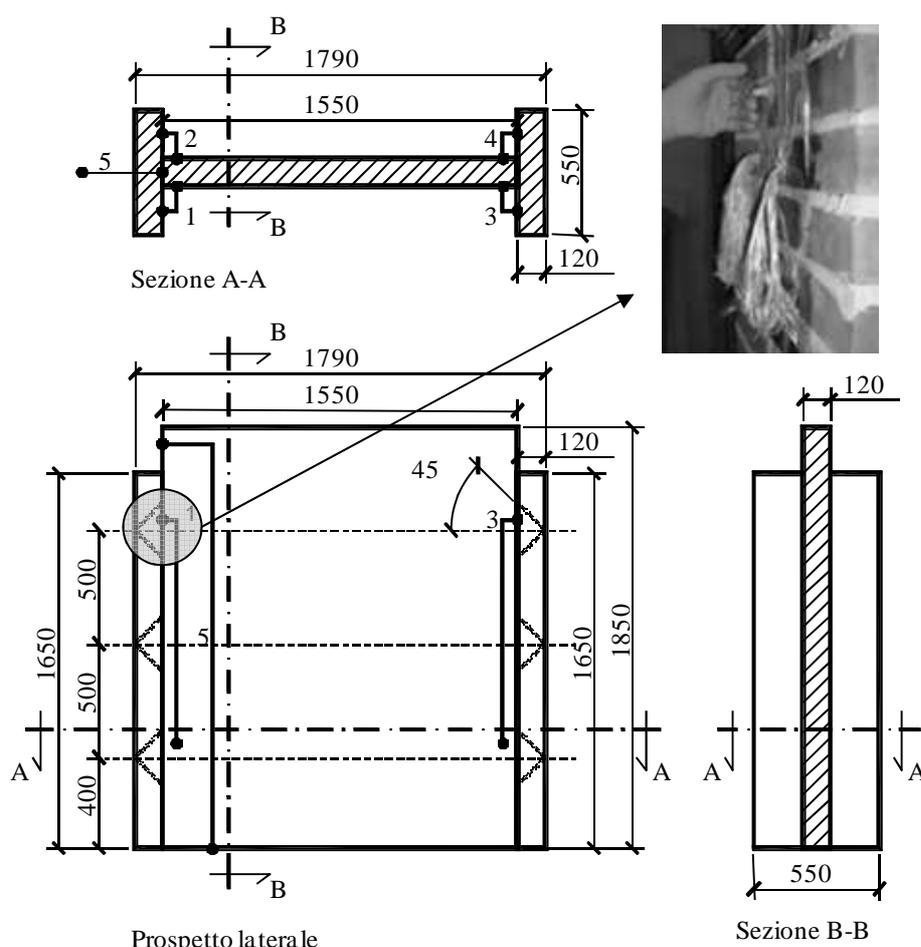
I campioni sono alti 1,85 m, con due ali alle testate, realizzati in muratura di mattoni a una testa e malta di calce.

Essi sono stati sottoposti a prove quasi-statiche, con un carico verticale fisso e carico laterale alternato con cicli crescenti. Il programma delle prove è stato organizzato in tre fasi, in cui sono stati provati 8 prototipi. La macchina di prova, in tutte e tre le fasi, rimane strutturata come in Figura 3.23, mentre i muretti sono andati modificandosi nella geometria sulla scorta di quanto acquisito dai test precedenti.

In Figura 3.24 sono riportati i disegni quotati dei campioni sottoposti a prova, con le indicazioni relative al collegamento effettuato tra l'anima centrale e le ali.

In particolare, nella versione della fase 3 i provini sono stati realizzati con una snellezza doppia rispetto al modello di fase 1, modificando inoltre la disposizione dei trasduttori di spostamento, che si sono ridotti anche in numero.

La snellezza maggiore del muretto va nella direzione di accentuare il comportamento flessionale della parete, limitato nel pannello di fase 1, con conseguente aumento dello scorrimento dell'interfaccia tra i muri adiacenti.



**Figura 3.24.** Prototipo di muratura: in alto a destra il dettaglio di ancoraggio delle barre (misure in mm).

Per la realizzazione dei muretti sono stati utilizzati mattoni pieni di laterizio, mentre per i giunti si è usata una malta strutturale premiscelata, infine, i collegamenti per il rinforzo della parete sono realizzati con barrette di fibre aramidiche.

Per un livello di conoscenza LC3 ed una muratura di mattoni pieni e malta di calce di buona qualità, la Circolare esplicativa n. 617/2009 fornisce i seguenti valori medi:

Resistenza media di calcolo a compressione	$f_m = 6,00 \text{ MPa}$
Resistenza media di calcolo a taglio	$\tau_0 = 1,38 \text{ MPa}$
Modulo di elasticità normale di calcolo	$E_d = 2700 \text{ MPa}$
Modulo di elasticità tangenziale di calcolo	$G_d = 900 \text{ MPa}$

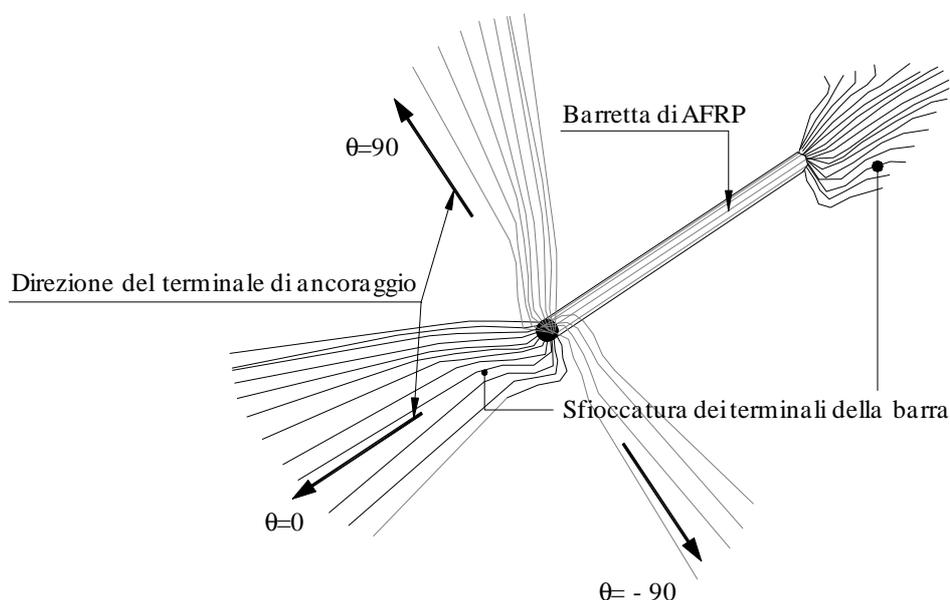
Per il collegamento, ossia il sistema costituito dalle barrette di AFRP e resina di incollaggio, si hanno i seguenti valori:

Resistenza a trazione	$f_{yd,c} = 1400 \text{ MPa}$
Modulo di elasticità normale di calcolo	$E_{d,c} = 60000 \text{ MPa}$

La resistenza a trazione totale del sistema di collegamento dipende dalla configurazione con cui è posto in opera.

Le configurazioni di riferimento sono due (Figura 3.25), più precisamente:

- la prima, con terminale sfioccato e barra rigida su stesso asse, offre una resistenza pari a  $R_{T,1} = 32 \text{ kN}$
- la seconda, con terminale sfioccato e barra rigida disposti a  $90^\circ$ , offre una resistenza pari a  $R_{T,2} = 16 \text{ kN}$



**Figura 3.25.** Configurazione del sistema di connessione.

Sui campioni di mattoni sono state eseguite prove di schiacciamento, mentre sulle malte le prove sono state di tipo penetrometrico. I risultati hanno permesso il confronto con le grandezze meccaniche di riferimento suggerite dalla Circolare esplicativa n. 617.

L'ammorsatura delle ali all'anima avviene secondo una sequenza di semplici operazioni, raccolte e rappresentate nella serie fotografica di Figura 3.26, a cui segue una descrizione puntuale delle singole fasi.



**Figura 3.26.** Fasi di realizzazione della connessione tra parete centrale e ali.

**Fase 1:** realizzazione dei fori sulla faccia esterna delle ali, in corrispondenza delle facce della parete d'anima;

**Fase 2:** passaggio delle barrette aramidiche, sfioccate alle due estremità, e fissaggio delle stesse con resine epossidiche in corrispondenza del foro;

**Fasi 3 e 4:** fissaggio delle sfiocature sulle facce delle ali e dell'anima;

**Fasi 5 e 6:** incollaggio dei fogli di aramide con resine epossidiche bicomponenti a coprire le sfiocature;

Le barrette hanno diametro  $\phi$  5,5 mm e sono di polimero rinforzato con fibra aramidica ( $1,0 \div 3,5 \times 105$  fibre), mentre i fori per il passaggio all'interno dell'ala hanno diametro  $\phi$  7 mm. Gli incollaggi sono realizzati con resine di vinilestere.

I muretti sono stati sottoposti ad una serie di prove iniziali volte alla calibrazione del modello. A questa prima fase ha fatto seguito una seconda indirizzata a raccogliere ed analizzare i dati forniti dalle prove. La configurazione finale del sistema di prova è

quella riportata in Figura 3.23, in cui sono indicati anche i trasduttori di spostamento nella configurazione ottimizzata, relativa alla seconda fase.

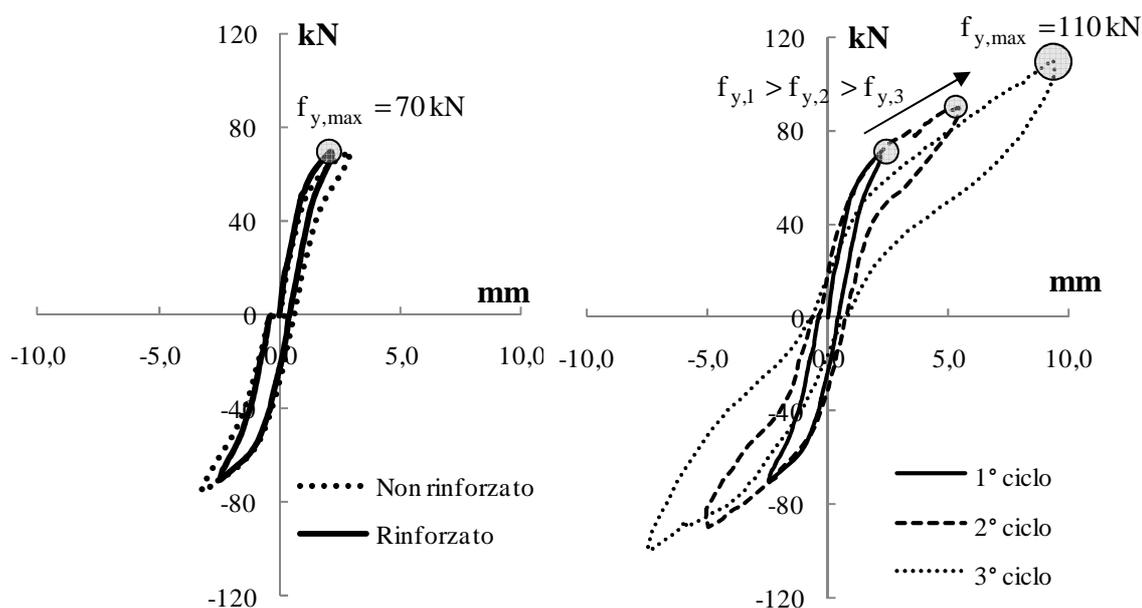
In riferimento alla figura citata, i trasduttori 1, 2 e 3, 4 registrano lo spostamento relativo verticale tra parete centrale e i rispettivi muretti d'ala, mentre il 5 consente di valutare lo spostamento orizzontale fra la base e la sommità del sistema.

All'acquisizione dei dati raccolti nelle modalità descritte in precedenza, sono seguite valutazioni di carattere qualitativo, effettuate analizzando i risultati raccolti sui campioni ritenuti significativi. La serie di grafici che segue ha l'obiettivo di evidenziare l'effetto della soluzione di rinforzo proposta sul comportamento globale<sup>8</sup>.

Così la Figura 3.27 mostra il confronto al primo ciclo tra parete in aderenza e connessa. La differenza in termini di spostamento, fissato un valore della forza, è da attribuire all'incremento di rigidità prodotto dai collegamenti con le testate. Per bassi valori della forza le curve sono pressoché identiche, superata la soglia di scorrimento del sistema non rinforzato, pari a circa il 30% della soglia di rottura, il collegamento comincia a contribuire fornendo ulteriore rigidità al sistema. Questo "ritardo" nell'attivazione delle barrette è dovuto al fatto che esse sono poste in opera senza essere pretensionate, e quindi in una configurazione geometrica diversa da quella rettilinea che garantirebbe una rapida reazione delle barrette. È quindi necessario raggiungere un valore minimo del carico prima che le barrette di aramide siano in grado di sviluppare una reazione, fornendo quindi un contributo aggiuntivo alla rigidità nel piano della parete. Le curve sperimentali consentono di apprezzare il sensibile incremento di duttilità e resistenza.

---

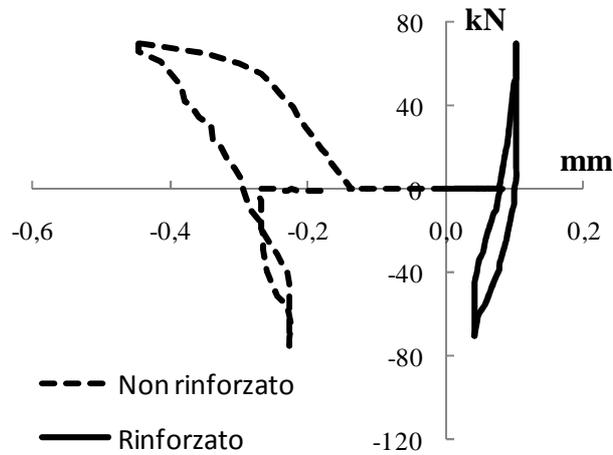
<sup>8</sup> Si ricorda che un intervento di questo tipo produce i medesimi effetti che si otterrebbero nel caso di pareti ortogonali in cui la connessione è realizzata ingranando le tese murarie.



**Figura 3.27.** Comportamento ciclico della parete: a sinistra, il confronto al primo ciclo tra parete isolata e connessa; a destra, il comportamento della parete fino al collasso.

Si osservi ora la Figura 3.28: per lo scorrimento tra i pannelli, si registra uno spostamento massimo di 0,02 mm, a fronte di 0,31 mm in condizione di assenza di collegamento. Lo scorrimento nella configurazione rinforzata, seppur minimo, è da attribuire anche in questo caso ai collegamenti, che consentono alle sezioni in adiacenza di scorrere fin tanto che non si attiva il contributo delle barrette di aramide, imponendo la congruenza sulla superficie di contatto. Si noti in proposito il tratto iniziale delle curve a scorrimento crescente per  $f=0$ , fino al punto in cui il sistema di connessione diventa efficace e denuncia una rigidità  $K \neq 0$ . Nel caso in cui la connessione tra le pareti avvenga per ingranamento della tesa muraria, il sistema risponde in maniera molto più rapida, per poi allinearsi alla risposta ottenuta per i pannelli connessi con le barrette.

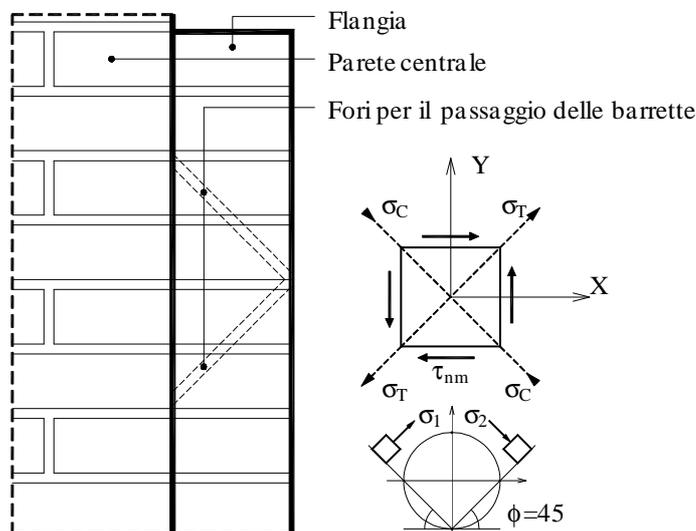
Possiamo immaginare di ottenere una curva di capacità per questa seconda tipologia di collegamento, eliminando il tratto iniziale a spostamento crescente del grafico di Figura 3.28. Nella stessa si può notare il netto incremento della rigidità allo scorrimento tra le ali e l'anima.



**Figura 3.28.** Spostamento relativo tra le ali e la parete centrale.

Le esperienze maturate in laboratorio hanno evidenziato come i risultati dipendano molto dalla corretta applicazione dei rinforzi, fornendo importanti indicazioni sulla metodologia di posa delle barrette.

Si rileva infatti che la loro disposizione a  $45^\circ$  è un requisito fondamentale che permette al sistema rinforzato di usufruire contemporaneamente della massima resistenza offerta da tutte le barrette, inoltre la disposizione quanto più rettilinea ne facilita la messa in carico e quindi una rapida attivazione del contributo offerto dalle ali.



**Figura 3.29.** Meccanismo di trasferimento del taglio tra le ali e l'anima. A destra, giacitura delle tensioni nel piano di Mohr.

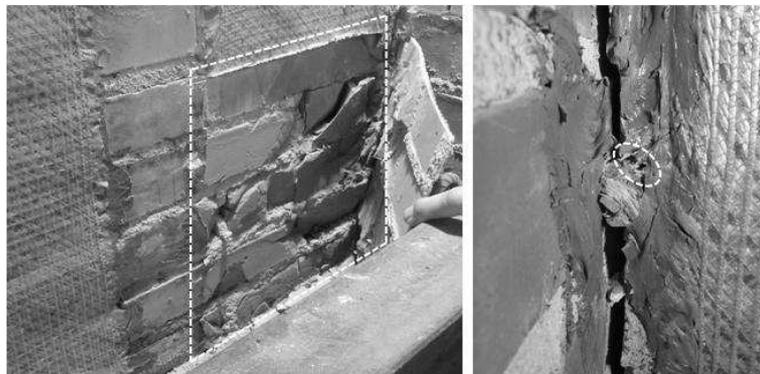
In Figura 3.29 è fornita una interpretazione meccanica del trasferimento della forza di scorrimento all'interfaccia ala/anima.

L'area circoscritta nell'immagine di sinistra di Figura 3.30 evidenzia la porzione di parete compressa in cui è localizzata la plasticizzazione della muratura.

Il raggiungimento della tensione limite nella muratura, provoca l'espulsione del materiale verso l'esterno, il che comporta:

- il distacco del foglio di aramide dalla parete;
- la perdita di verticalità della parete .

Nell'immagine di destra è raffigurato il collasso per trazione della barretta, con evidenti segni di discontinuità nella sezione trasversale della stessa.



**Figura 3.30.** Collasso della parete di muratura dovuto al meccanismo di pressoflessione: a sinistra, il collasso della muratura con espulsione verso l'esterno del materiale; a destra, la rottura per trazione della barretta.

Con il duplice obiettivo di:

- confrontare i risultati sperimentali con le equazioni proposte in letteratura per la parete isolata;
- definire dei modelli di capacità per la parete connessa;

si è ritenuto opportuno distinguere nel seguito i due casi, evidenziandone comunque le corrispondenze, ogni volta che gli sviluppi ne hanno palesato la necessità.

Per le equazioni di capacità dei meccanismi di collasso rispettivamente per pressoflessione e taglio diagonale, i più ricorrenti tra quelli che provocano la rottura di pareti come quelle di prova, si fa riferimento alle seguenti equazioni, riportate nelle norme italiane [Circolare n.617 (35) e NTC-08 (36)]:

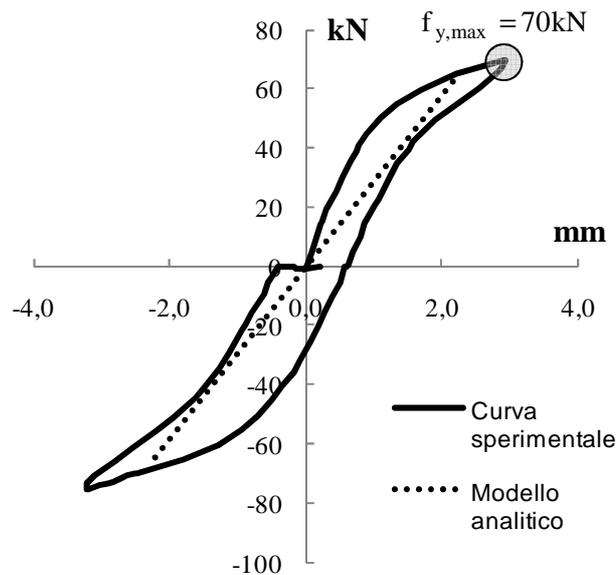
$$f_{yf} = \frac{\left[ \frac{l^2 t \sigma_0}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_m} \right) \right]}{H_0} \quad (3.106)$$

$$f_{yv} = 1 \cdot t \cdot \frac{1,5 \cdot \tau_0}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \cdot \tau_0}} \quad (3.107)$$

Le rigidezze ottenute sperimentalmente, sono invece confrontate con un modello analitico presente in letteratura [Tomažević 1999 (28)]:

$$K_1 = \frac{G \cdot A_w}{1,2 \cdot h \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot \frac{G}{E} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]} \quad (3.108)$$

Nella figura seguente sono confrontate le rigidezze per i due modelli sperimentalmente e analitico, evidenziando inoltre la soglia di resistenza registrata al primo ciclo.



**Figura 3.31.** Confronto tra le rigidezze e risposta massima in resistenza al primo ciclo.

L'espressione analitica (3.108), per un valore assegnato della forza, fornisce uno spostamento prossimo a quello ultimo. È altresì vero che la risposta fornita dal modello analitico è dipendente dall'entità delle grandezze rappresentative della rigidezza, vale a dire i moduli elastici; queste sono state valutate nel rispetto delle indicazioni normative [NTC-2008 (32)], per un livello di conoscenza LC3. È chiaro che una valutazione strumentale delle grandezze citate potrebbe fornire risultati anche sensibilmente diversi.

I valori di progetto delle grandezze utilizzate per il calcolo delle capacità a pressoflessione e taglio, nonché per la definizione della rigidezza elastica, sono riassunte nella Tabella 3.3.

**Tabella 3.3.** Parametri di progetto per il calcolo delle resistenze e della rigidezza

<b>H</b> <b>(mm)</b>	<b>L</b> <b>(mm)</b>	<b>t</b> <b>(mm)</b>	<b>A<sub>w</sub></b> <b>(mm)</b>	<b>α</b>	<b>G</b> <b>(MPa)</b>	<b>E</b> <b>(MPa)</b>	<b>f<sub>m</sub></b> <b>(MPa)</b>	<b>τ<sub>0</sub></b> <b>(MPa)</b>	<b>σ<sub>0</sub></b> <b>(MPa)</b>
1850	1550	120	186000	0,83	900	2700	6,00	1,38	0,97

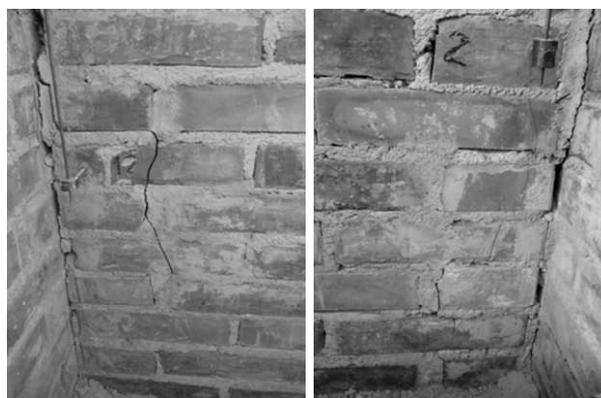
Le equazioni di capacità forniscono le seguenti resistenze di calcolo:

$$f_{yf} = 64,6 \text{ kN}; f_{yv} = 390,8 \text{ kN}$$

I modelli analitici utilizzati indicano che il collasso dei campioni di parete in aderenza avviene secondo un meccanismo di pressoflessione, con il raggiungimento delle capacità ultime per schiacciamento della muratura nella zona compressa.

I risultati delle prove relative alla sperimentazione su pareti in semplice aderenza, hanno evidenziato esattamente questo comportamento, per di più in corrispondenza di un valore della forza orizzontale pari a circa 70 kN, di poco al di sopra della stima ottenuta analiticamente.

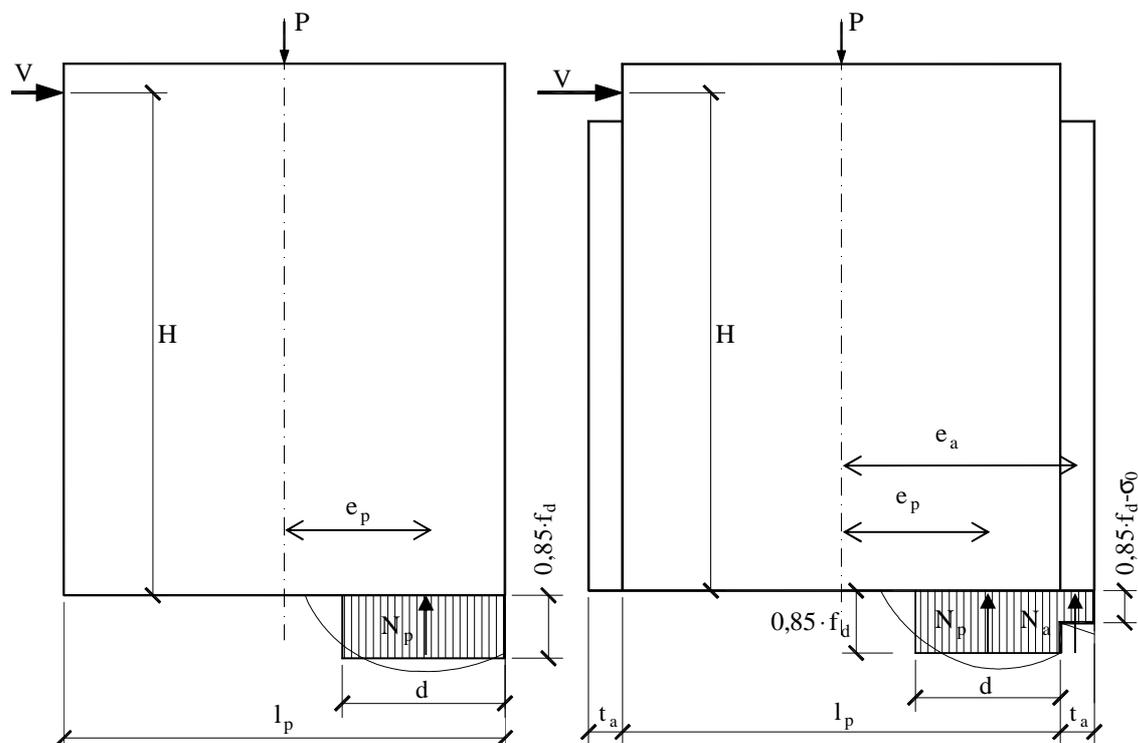
La Figura 3.32 mostra le lesioni in corrispondenza della zona compressa della parete centrale.



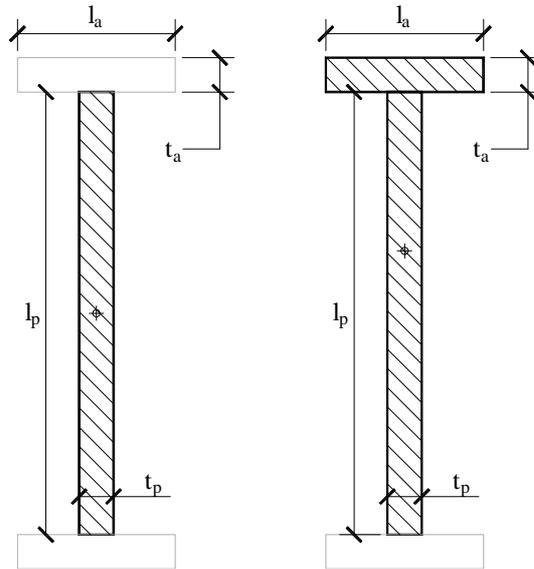
**Figura 3.32.** Collasso per pressoflessione della parete in aderenza: lesioni da schiacciamento nel pannello centrale.

La connessione della parete centrale alle ali influisce sulle prestazioni fornite dal sistema rinforzato, modificandone la capacità a pressoflessione poiché la sezione reagente assume una configurazione a **T** (sezione parzializzata per effetto dei carichi ciclici), in cui il contributo dell'ala è significativo; la capacità a taglio rimane invece pressoché la stessa poiché l'ala non fornisce un contributo in tal senso, lasciando

inalterata l'area a taglio. La capacità a pressoflessione del sistema rinforzato si ottiene analogamente a quanto fatto per la sezione ad **I**, scrivendo l'equazione di equilibrio che comprende i termini legati al contributo dell'ala. Nella Figura 3.33 sono confrontate le due configurazioni di riferimento per la parete in adiacenza e connessa.



**Figura 3.33.** Vista laterale del prototipo: a sx parete isolata, a dx parete connessa. Nomenclatura delle variabili e modello di distribuzione delle tensioni adottato in condizioni di collasso imminente.



**Figura 3.34.** Sezione trasversale del prototipo: a sx parete isolata, a dx parete connessa.  
Nomenclatura delle variabili e posizione del baricentro della sezione piana.

Nel caso della parete isolata, con riferimento alla parete in adiacenza delle due figure precedenti, possiamo scrivere quanto segue:

$$V \cdot H = N_p \cdot e_p \quad (3.109)$$

riadattando la relazione (3.102) e introducendo opportunamente delle grandezze adimensionali, si ottiene la ben nota equazione di capacità per la sezione non connessa:

$$M_{u,I} = \left[ \frac{l_p^2 t_p \sigma_0}{2} \cdot (1 - \eta) \right] \quad (3.110)$$

in cui:

$$\eta = \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d}$$

è un fattore meccanico adimensionale. Seguendo lo stesso principio, è possibile ottenere una equazione analoga alla (3.110) per il caso della parete connessa. Con riferimento alla parete connessa delle figure Figura 3.33 e Figura 3.34, possiamo scrivere:

$$V \cdot H = N_p \cdot e_p + N_a \cdot e_a \quad (3.111)$$

in cui questa volta compare anche il contributo dell'ala compressa.

Fino al termine del presente paragrafo, si assume la convenzione per cui tutte le variabili con secondo pedice I si riferiscono alla sezione non connessa, mentre quelle con secondo pedice T si riferiscono alla sezione connessa.

Pertanto, l'eccentricità della risultante delle tensioni di contatto nella configurazione non connessa, si può scrivere nella seguente forma:

$$e_{p,I} = \frac{l_p - d_I}{2} = \frac{1}{2} \cdot (l_p - \eta l_p) = \frac{1}{2} l_p (1 - \eta) \quad (3.112)$$

Per la lunghezza della zona reagente della parete centrale nelle due configurazioni, si ottengono le seguenti espressioni:

$$d_I = \eta l_p$$

$$d_T = d_I - l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \tau \cdot \lambda$$

e la prima compare nella (3.112).

Nella seconda delle precedenti relazioni sono stati introdotti i seguenti fattori adimensionali di tipo geometrico:

$$\tau = \frac{t_a}{l_p} \quad (3.113)$$

$$\lambda = \frac{l_a}{t_p} \quad (3.114)$$

Analogamente a quanto fatto in precedenza, per la risultante delle tensioni di contatto nella parete centrale nella configurazione connessa, si può scrivere:

$$e_{p,T} = \frac{l_p - d_I}{2} = \frac{1}{2} \cdot (l_p - \eta l_p) + \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \frac{t_a}{t_p} \cdot \frac{l_a}{l_p}$$

manipolando l'espressione precedente e utilizzando i fattori (3.113) e (3.114), si può scrivere la precedente relazione nella forma seguente:

$$e_{p,T} = e_{p,I} \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) \quad (3.115)$$

A questo punto è possibile scrivere l'espressione dell'eccentricità della risultante delle tensioni di contatto nell'ala, sempre in riferimento alla configurazione connessa:

$$e_{a,T} = \frac{1}{2} \cdot (l_p + t_a) = \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot \left( 1 + \frac{t_a}{l_p} \right)$$

e sfruttando la (3.113) otteniamo:

$$e_{a,T} = \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 + \tau) \quad (3.116)$$

Una volta che si dispone di tutte le espressioni delle variabili adattate al caso della parete connessa, è possibile scrivere l'equazione di capacità a pressoflessione:

$$M_{U,T} = 0,85 \cdot f_d \cdot d_T \cdot t_p \cdot e_{p,T} + 0,85 \cdot f_d \cdot (1 - \eta) \cdot t_a \cdot l_a \cdot e_{a,T}$$

per giungere ad una forma compatta, si procede manipolando algebricamente l'espressione precedente introducendo, come già fatto, alcuni fattori adimensionali. Si omettono, per ovvie ragioni, i passaggi intermedi, proponendo l'equazione nella sua forma finale:

$$M_{U,I} = M_U \cdot \left[ (1 + \tau \cdot \lambda)^2 + \frac{\tau^2 \cdot \lambda}{\eta} \cdot (1 - \lambda) \right] \quad (3.117)$$

Applicando la (3.117) al caso specifico delle pareti di prova, assegnati i parametri  $\tau = 0,077$ ,  $\lambda = 4,58$ ,  $\eta = 0,23$ , è possibile valutare l'entità della forza che attiva il meccanismo di pressoflessione, pari a 106 kN. Il risultato è pressoché identico a quelli ottenuti in prova, che si attestano su valori di circa 110 kN.

Per poter esprimere la rigidezza del sistema rinforzato è necessario, anche in questo caso, tenere debitamente conto del contributo fornito dall'ala. L'espressione (3.108), com'è noto, tiene conto della rigidezza flessionale  $K_F$  e a taglio  $K_V$  della parete:

$$K = K_F + K_V = \frac{12EJ_T}{h^3} + \frac{\chi h}{GA} \quad (3.118)$$

La presenza dell'ala modifica, come già accennato, il comportamento flessionale della parete, lasciando pressoché inalterato quello a taglio.

Sarà quindi sufficiente esprimere il momento d'inerzia baricentrico per una sezione a **T** in luogo di quella ad **I** per poter valutare la rigidezza del sistema rinforzato. Il momento d'inerzia per la sezione a **T** è calcolato secondo la seguente espressione:

$$J_T = \frac{[l_a \cdot (l_p + t_a)^2 - (l_a - t_p) \cdot l_p^2] - 4 \cdot l_a \cdot (l_p + t_a) \cdot (l_a - t_p) \cdot l_p \cdot [(l_p + t_a) - l_p]^2}{[l_a \cdot (l_p + t_a) - (l_a - t_p) \cdot l_p]} \quad (3.119)$$

Che trova nella Figura 3.34 il riferimento alla nomenclatura utilizzata.

La (3.118) può essere riscritta come:

$$K_T = \frac{GA_I}{1,2h^2 \cdot \left[ \frac{1}{h} + \alpha \cdot \frac{GA_I}{12EJ_T} \right]} \quad (3.120)$$

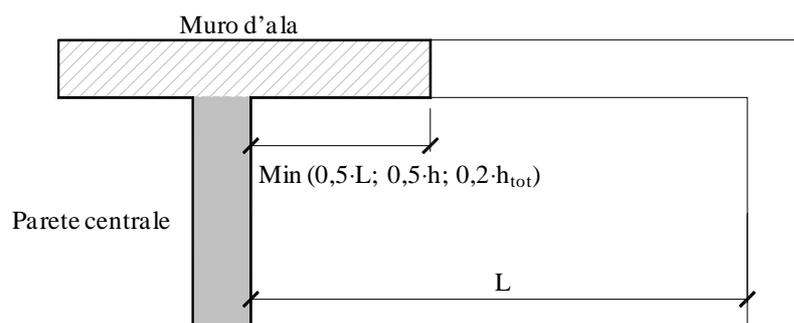
in cui  $\alpha$  assume il significato canonico. Si noti che alla definizione del momento d'inerzia della sezione a **T** concorre in maniera significativa la larghezza dell'ala, vale a dire la porzione di parete all'estremità coinvolta nel meccanismo resistente.

È intuitivo pensare che ci possa essere una dipendenza dal rapporto tra gli spessori delle pareti collegate, ma un problema di questo tipo richiede certamente uno studio specifico che può essere affrontato solo qualitativamente nell'ambito degli obiettivi della presente ricerca.

In virtù di ciò, può essere utile affrontare il problema nei termini proposti da alcuni autori [Tomažević 1999 (31)], per cui la larghezza della flangia reagente di muri a taglio è definita come il minimo tra i valori assunti dai fattori geometrici di Figura 3.35.

L'approccio proposto va visto nel quadro più generale di un'applicazione del metodo a casi reali, su edifici in muratura.

Nel caso specifico delle pareti di prova il problema non assume una tale rilevanza, poiché le dimensioni delle ali sono tali da giustificarne un coinvolgimento totale, assumendo tutta l'ala collaborante.



**Figura 3.35.** Definizione della geometria dell'ala nelle pareti connesse.

Una volta fornite le corrispondenti equazioni di capacità per il sistema rinforzato, nonché l'espressione della rigidezza, si propone, nel quadro di una agevole applicazione del metodo, una equazione di progetto in grado di correlare la forza di scorrimento tra le facce delle due pareti collegate con il numero delle barrette, indispensabile al corretto dimensionamento del sistema di ancoraggio. La distribuzione delle tensioni di contatto di Figura 3.33, consente di valutare la forza di scorrimento tra le pareti in adiacenza. Poiché il carico verticale statico è portato solo dalla parete centrale, la tensione alla base dell'ala rappresenta la reazione al momento flettente generato dalla forza orizzontale. La forza di scorrimento all'interfaccia è quindi fornita da:

$$F_s = [(0,85 \cdot f_d) - \sigma_0] \cdot (t_a \cdot l_a) \quad (3.121)$$

Il numero delle barrette, per ogni lato e ala, strettamente necessario a garantire il collegamento fino al raggiungimento del collasso per pressoflessione, è quindi fornito da:

$$n = \text{round} \left( \frac{F_s}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot R_{T,1-2}} \right) \quad (3.122)$$

in cui  $R_{T,1-2}$  è la resistenza del collegamento secondo una delle due configurazioni possibili, la prima con terminale sfioccato e barra rigida su stesso asse, la seconda con terminale sfioccato e barra rigida disposti a  $90^\circ$ .

Il totale delle barre da applicare è quindi in numero pari a  $4n$ .

Confrontando le prestazioni della parete connessa con quelle della parete in semplice aderenza si osserva che il rapporto tra le resistenze è  $\rho_R = 1,57$ , mentre il rapporto tra gli spostamenti è  $\rho_d = 3,2$ . Assistiamo quindi ad un incremento della resistenza di circa il 60%, mentre la duttilità cresce di un fattore 3. È importante notare come il collegamento sia stato in grado di reclutare tutte le capacità del sistema, pur sfruttando appena 6 barrette su un totale di 24, poiché solo un'ala contribuisce di volta in volta alla capacità portante ( $24/2$ ) e solo le barrette orientate in una delle due direzioni principali possono ritenersi efficaci ( $12/2$ ), e questo vale alternativamente nelle due direzioni. Da notare che, oltre ad influire sui meccanismi di primo modo, la tecnica di rinforzo proposta apporta benefici alla duttilità sia locale che globale, poiché, quando applicata, può invertire la gerarchia tra i meccanismi di collasso, prediligendo quelli per pressoflessione quando quelli per taglio non sono largamente dominanti.

Nel caso prevalga questa seconda ipotesi, un intervento di questo tipo non fornisce benefici, almeno per quanto riguarda il comportamento nel piano della parete.

### 3.3 Ulteriori contributi alla comprensione del comportamento di pareti murarie

Nel seguito trovano spazio ulteriori contributi inerenti lo studio parametrico di maschi murari a partire dalle equazioni di capacità dei meccanismi di collasso, e una proposta di valutazione della rigidità di pannelli murari, supportata da modelli meccanici in grado di riprodurre in maniera più realistica il comportamento dei maschi, in alternativa a quelli in uso.

#### 3.3.1 Equazioni di progetto adimensionali e grandezze rappresentative delle modalità di collasso

Le analisi che seguono si propongono, da un lato, di valutare la sensitività della risposta di pareti murarie dai parametri di base, dall'altro di individuare delle grandezze adimensionali compatte e semplici da calcolare, in grado di predire le modalità di collasso dei maschi murari evitando la valutazione diretta e il confronto delle capacità. L'obiettivo viene perseguito eseguendo delle analisi parametriche sulle variabili da cui dipendono i meccanismi di rottura nel piano.

La predizione del meccanismo di collasso ottenuta mediante le grandezze adimensionali, viene confrontata con l'esito fornito dalle usuali equazioni di capacità dei pannelli murari. In questo modo è possibile anche stabilire se la soluzione proposta presenta dei punti di discontinuità nel campo di definizione delle variabili. Le equazioni di capacità sono espresse in forma adimensionale, il che consente di esprimere gli stessi concetti in forma più concisa ed efficace. I meccanismi considerati sono quelli di:

1. Pressoflessione;
2. Taglio per fessurazione diagonale;
3. Taglio per scorrimento orizzontale dei giunti.

La capacità del meccanismo di pressoflessione è data dalla seguente espressione:

$$M_u = \frac{1}{2} \cdot l^2 \cdot t \cdot \sigma_0 \cdot \left( 1 - \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d} \right) \quad (3.123)$$

mentre quella di taglio per trazione diagonale è la seguente:

$$V_{t,D} = l \cdot t \cdot 1,5 \cdot \frac{\tau_{0d}}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \cdot \tau_{0d}}} \quad \text{con} \quad 1,0 \leq b = \frac{h}{l} \leq 1,5 \quad (3.124)$$

Dividendo la 3.123 per  $1,5 \cdot \tau_{0d} \cdot h \cdot l \cdot t$ , moltiplicando poi a secondo membro per il rapporto  $0,85 \cdot f_d / 0,85 \cdot f_d$  si ottiene:

$$\varphi_P = \frac{M_u}{h \cdot l \cdot t \cdot 1,5 \cdot \tau_{0d}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{h} \cdot \frac{l^2 \cdot t \cdot \sigma_0}{l \cdot t \cdot 1,5 \cdot \tau_{0d}} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d}\right) \cdot \frac{0,85 \cdot f_d}{0,85 \cdot f_d} \quad (3.125)$$

Analogamente, dividendo la 3.124 per  $1,5 \cdot \tau_{0d} \cdot l \cdot t$  si ottiene,

$$\varphi_{V,D} = \frac{V_t}{l \cdot t \cdot 1,5 \cdot \tau_{0d}} = \frac{1}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5 \cdot \tau_{0d}}} \quad (3.126)$$

Per definire la capacità del meccanismo per taglio da scorrimento dei giunti, si fa riferimento al modello attritivo alla Coulomb,

$$\tau = c + \mu \sigma_0 \quad (3.127)$$

sulla base del modello citato, la norma (NTC 2008, par. 7.8.2.2.2) suggerisce di calcolare la resistenza a taglio unitaria come segue,

$$f_{vd} = \left( \frac{f_{vm0} + 0,4\sigma_0}{FC \cdot \gamma_m} \right) \quad (3.128)$$

In cui  $\sigma_0$  è la tensione media calcolata sulla sezione reagente.

Come già visto in precedenza, le resistenze di calcolo si ottengono dividendo i valori medi per il FC e per il coefficiente di sicurezza della muratura (questo viene qui posto pari ad 1 poiché si pensa all'impiego di queste equazioni in analisi non lineari).

Ponendo l'adesione  $c$  pari a  $f_{vm0} = f_{vk0}/0,7 = \tau_{0d}$ , l'espressione precedente assume la forma,

$$f_{vd} = \left( \tau_{0d} + \frac{0,4\sigma_0}{FC} \right) \quad (3.129)$$

La resistenza a taglio della muratura è espressa come resistenza a taglio unitaria 3.129 moltiplicata per l'area reagente del muro (la zona compressa che si determina nell'ipotesi di modello "no tension").

Per una sezione soggetta ad un carico di compressione  $P$  con eccentricità  $e > l/6$  e distribuzione lineare delle tensioni di compressione, la lunghezza  $l'$  della zona reagente assume la seguente espressione,

$$l' = 3 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{V}{P} \cdot \alpha_V \right) \quad (3.130)$$

in cui,

$$\alpha_V = \frac{M}{V \cdot l} \quad (3.131)$$

è il rapporto di taglio, in cui:

$M$  è il momento ribaltante dovuto alla forza orizzontale in testa alla parete

$V$  è la reazione di taglio alla base del pannello murario

$l$  è la lunghezza del pannello murario

La resistenza a taglio è quindi:

$$V_{t,S} = l \cdot t \cdot \left( \frac{1,5\tau_{0d} + \frac{\mu\sigma_0}{FC}}{1 + 3 \cdot \frac{\tau_{0d}}{\sigma_0} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.132)$$

dividendo entrambi i membri della 3.132 per  $\tau_0 \cdot l \cdot t$  si ottiene,

$$\varphi_{V,S} = \frac{1}{\tau_0} \cdot \left( \frac{1,5\tau_{0d} + \frac{\mu\sigma_0}{FC}}{1 + 3 \cdot \frac{\tau_{0d}}{\sigma_0} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.133)$$

Moltiplicando a secondo membro per il rapporto  $\frac{0,85 \cdot f_d}{0,85 \cdot f_d}$ ,

$$\varphi_{V,S} = \frac{0,85 \cdot f_d}{\tau_{0d}} \cdot \left( \frac{\frac{1,5\tau_{0d}}{0,85 \cdot f_d} + \mu \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d} \cdot \frac{1}{FC}}{1 + 3 \cdot \frac{\tau_{0d}}{0,85 \cdot f_d} \cdot \frac{0,85 \cdot f_d}{\sigma_0} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.134)$$

Introducendo nelle equazioni (3.125), (3.126) e (3.134) i fattori adimensionali  $\eta$  e  $\omega$ :

$$\eta = \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d}$$

$$\omega = \frac{0,85 \cdot f_d}{1,5 \cdot \tau_{0d}} = 0,57 \cdot \frac{f_d}{\tau_{0d}} = 0,57 \cdot \frac{f_m}{\tau_0}$$

e operando successivamente con semplici manipolazioni algebriche, le equazioni di capacità possono essere espresse in forma compatta e adimensionale:

$$\varphi_{V,D} = \frac{1}{b} \cdot \sqrt{1 + \eta \cdot \omega} \quad (3.135)$$

$$\varphi_P = \frac{1}{2 \cdot h} \cdot \eta \cdot (1 - \eta) \cdot \omega \quad (3.136)$$

$$\varphi_{V,S} = 1,5 \cdot \eta \cdot \omega \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.137)$$

i cui fattori adimensionali sono di seguito riassunti:

$$\eta = \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d}$$

$$\omega = 0,57 \cdot \frac{f_m}{\tau_0}$$

$$1,0 \leq b = \frac{h}{l} \leq 1,5$$

$$\alpha_V = \frac{M}{V \cdot l}$$

### 3.3.1.1 Equazioni di capacità vincolate per la verifica del meccanismo di collasso critico

La scrittura delle equazioni adimensionali rappresenta il passo fondamentale per definire in maniera sintetica le condizioni che determinano la transizione da un meccanismo di collasso ad un altro.

Il criterio di definizione del meccanismo di collasso che per primo si attiva è il seguente:

$$\varphi_{cr} = \min (\varphi_{V,D}; \varphi_{V,S}; \varphi_P) \quad (3.138)$$

Si esaminano ora i casi seguenti:

$$1. \quad \varphi_{V,D} \leq \varphi_P$$

in forma estesa si può scrivere come:

$$\frac{1}{b} \cdot \sqrt{1 + \eta \cdot \omega} \leq \frac{1}{2 \cdot h} \cdot \eta \cdot (1 - \eta) \cdot \omega \quad (3.139)$$

sostituendo i fattori a secondo membro con  $\Omega$ :

$$\frac{2}{\lambda \cdot b} \leq \eta \cdot \frac{(1 - \eta) \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} = \Omega \quad (3.140)$$

in cui,

$$\lambda = \frac{l}{h}$$

per  $1,0 \leq b = \frac{h}{1} \leq 1,5$  si ottengono tre condizioni:

- pannelli tozzi ( $h < 1$ )  $\Omega \geq 2/\lambda$
- pannelli normali ( $1 \leq h \leq 1,5 \cdot 1$ )  $\Omega \geq 2$
- pannelli snelli ( $h > 1,5 \cdot 1$ )  $\Omega \geq 4/(3 \cdot \lambda)$

Osservando le precedenti condizioni, si può affermare che se la seguente condizione è soddisfatta,

$$\Omega \geq \frac{4}{3 \cdot \lambda} \quad (3.141)$$

il meccanismo di collasso del pannello è per taglio da trazione diagonale. Si vedrà nel seguito l'importanza del fattore  $\Omega$ .

$$2. \varphi_{V,D} \leq \varphi_{V,S}$$

$$\frac{1}{b} \cdot \sqrt{1 + \eta \cdot \omega} \leq 1,5 \cdot \eta \cdot \omega \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.142)$$

$$\frac{1}{b} \leq \frac{1,5}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \eta \cdot \omega \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.143)$$

Moltiplicando entrambi i membri per  $(1 - \eta) \cdot \omega$ :

$$\frac{(1 - \eta) \cdot \omega}{b} \leq 1,5 \cdot \Omega \cdot \omega \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.144)$$

$$\Omega \geq \frac{(1 - \eta)}{1,5 \cdot b} \cdot \left( \frac{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V}{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}} \right) \quad (3.145)$$

essendo  $1,0 \leq b = \frac{h}{1} \leq 1,5$ , posto ad esempio  $b=1$  si ha una delle condizione:

$$\Omega \geq \frac{(1 - \eta)}{1,5} \cdot \left( \frac{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V}{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}} \right) \quad (3.146)$$

3.  $\varphi_P \leq \varphi_{V,S}$

$$\frac{1}{2 \cdot h} \cdot \eta \cdot (1 - \eta) \cdot \omega \leq 1,5 \cdot \eta \cdot \omega \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.147)$$

Dividendo entrambi i membri per  $\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}$ :

$$\frac{1}{2 \cdot h} \cdot \frac{\eta \cdot (1 - \eta)}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \omega \leq \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.148)$$

$$\frac{1}{2 \cdot h} \cdot \Omega \leq \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.149)$$

da cui,

$$\Omega \leq \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}}{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V} \right) \quad (3.150)$$

Mettendo a sistema le equazioni che legano un meccanismo di collasso agli altri due, è possibile definire la soluzione in forma parametrica che soddisfa entrambe le condizioni.

Per ogni meccanismo di collasso è quindi possibile ridurre il numero delle disequazioni da verificare; poiché i meccanismi sono 3 e ognuno deve essere confrontato con gli altri due, sono necessari 3 sistemi di due disequazioni, da cui si ottiene una soluzione per ognuno. In conclusione, le soluzioni diventano 3 e dal punto di vista computazionale il vantaggio è evidente.

- $\varphi_{V,D} = \min$

Mettendo a sistema la 3.141 e la 3.145:

$$\begin{cases} \varphi_{V,D} \leq \varphi_{V,S} \\ \varphi_{V,D} \leq \varphi_P \\ \left\{ \begin{array}{l} \Omega \geq \frac{(1 - \eta)}{1,5 \cdot b} \cdot \left( \frac{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V}{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}} \right) \\ \Omega \geq \frac{4}{3 \cdot \lambda} \end{array} \right. \end{cases} \quad (3.151)$$

$$\lambda \geq \frac{2 \cdot b}{(1 - \eta) \cdot \omega} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right) \quad (3.152)$$

- $\varphi_P = \min$

Mettendo a sistema la 3.141 e la 3.150:

$$\begin{cases} \varphi_P \leq \varphi_{V,D} \\ \varphi_P \leq \varphi_{V,S} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Omega \leq \frac{4}{3 \cdot \lambda} \\ \Omega \leq \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right) \end{cases} \quad (3.153)$$

$$\frac{4}{3 \cdot \lambda} \leq \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right) \quad (3.154)$$

$$\frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right) \geq \frac{2}{3} \quad (3.155)$$

- $\varphi_{V,S} = \min$

Mettendo a sistema la 3.139 e la 3.143:

$$\begin{cases} \varphi_{V,S} \leq \varphi_P \\ \varphi_{V,S} \leq \varphi_{V,D} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Omega \leq \frac{(1 - \eta) \cdot \omega}{1,5} \cdot \left( \frac{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V}{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}} \right) \\ \Omega \geq \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right) \end{cases} \quad (3.156)$$

Mettendo le disequazioni a sistema:

$$\frac{(1 - \eta) \cdot \omega}{1,5} \cdot \left( \frac{\eta + \frac{2}{\omega} \cdot \alpha_V}{\frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC}} \right) \geq \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{1,5 \cdot \eta \cdot \omega}{\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right) \quad (3.157)$$

$$\lambda \leq 1,5 \cdot \frac{3 \cdot \eta \cdot \omega}{(\sqrt{1 + \eta \cdot \omega}) \cdot ((1 - \eta) \cdot \omega)} \cdot \left( \frac{1}{\omega} + \frac{\mu \cdot \eta}{FC} \right)^2 \quad (3.151)$$

Le condizioni sulle equazioni di capacità ottenute dalla soluzione dei sistemi di disequazioni possono sintetizzarsi come segue:

se le disequazioni  $\begin{cases} \varphi_{V,D} \leq \varphi_{V,S} \\ \varphi_{V,D} \leq \varphi_P \end{cases}$

sono verificate, allora il collasso è per taglio diagonale  $\varphi_{V,D}$ , altrimenti è per taglio scorrimento  $\varphi_{V,S}$ ;

se le disequazioni  $\begin{cases} \varphi_P \leq \varphi_{V,S} \\ \varphi_{V,D} > \varphi_P \end{cases}$

sono verificate, allora il collasso è per pressoflessione  $\varphi_P$ , altrimenti è per taglio scorrimento  $\varphi_{V,S}$ .

Con opportune sostituzioni, le condizioni di collasso fornite sotto forma di sistemi di disequazioni, possono essere espresse attraverso un unico parametro  $\Omega$ , denominato indicatore di collasso, che varia entro determinati intervalli a seconda della snellezza del pannello.

L'analisi parametrica consente poi di valutare se la grandezza  $\Omega$  è rappresentativa della modalità di collasso del pannello, indipendentemente dai valori assunti dalle variabili da cui dipende la risposta.

Le grandezze adimensionali con cui viene eseguita l'analisi parametrica sono riportate di seguito (tra parentesi sono rappresentati gli estremi del campo di variabilità di ognuna):

$$\eta (0;1) = \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d}$$

è la tensione media sulla sezione orizzontale adimensionalizzata, con estremi pari a carico nullo e carico che provoca la plasticizzazione della sezione per carico verticale;

$$\omega (5;105) = 0,57 \cdot \frac{f_d}{\tau_{0d}}$$

è una grandezza meccanica, rapporto tra le resistenze a compressione e taglio della muratura;

$l (0,5;10,5)$  è la lunghezza della parete

$h (2,7;3,7)$  è l'altezza del pannello

$\mu (0,1;1,1)$  è il coefficiente di attrito

I risultati ottenuti consentono di:

- stimare quali variabili incidono maggiormente sulla risposta
- formulare un criterio analitico rapido ed efficace per la valutazione del collasso delle pareti murarie, tenendo conto, tra l'altro, anche del livello di conoscenza acquisito, coerentemente con quanto previsto dalla NTC-08 in riferimento alla verifica degli edifici esistenti.

È condizione necessaria la sussistenza dei seguenti vincoli per i diversi livelli di conoscenza, affinché quanto dedotto dalle analisi parametriche possa essere considerato valido:

- LC1: maschi murari con lunghezza  $l \leq 7,7$  m e  $\mu \geq 0,3$ ;
- LC2: maschi murari con lunghezza  $l \leq 8,5$  m e  $\mu \geq 0,26$ ;
- LC3: maschi murari con lunghezza  $l \leq 10,0$  m e  $\mu \geq 0,22$ ;

Stante le condizioni precedenti, l'espressione seguente è sempre verificata:  $\varphi_p \leq \varphi_{v,s}$

Pertanto, in relazione al tipo di pannello, si può osservare che:

- per i pannelli tozzi ( $b \leq 1$ ), se è verificata la condizione  $\Omega \geq \frac{2}{\lambda}$ , allora il meccanismo di collasso è per taglio diagonale  $\varphi_{v,D}$ , se non è verificata allora il collasso è per pressoflessione  $\varphi_p$ .
- per i pannelli normali ( $1 \leq b \leq 1,5$ ), se è verificata la condizione  $\Omega \geq 2$  allora il meccanismo di collasso è per taglio diagonale  $\varphi_{v,D}$ , se non è verificata allora il collasso è per pressoflessione  $\varphi_p$ ;
- per i pannelli snelli ( $b \geq 1,5$ ), se è verificata la condizione  $\Omega \geq \frac{4}{3 \cdot \lambda}$ , allora il collasso è per taglio diagonale  $\varphi_{v,D}$ , altrimenti è per pressoflessione  $\varphi_p$ .

In questa maniera le modalità di collasso non vengono determinate calcolando il più debole tra i meccanismi probabili, ma confrontando una grandezza meccanica,  $\Omega$ , con una geometrica,  $\lambda$ .

Nei paragrafi seguenti sono riportati i grafici delle analisi parametriche monovariate sulle variabili  $\eta$ ,  $\omega$ ,  $\lambda = 1/h = 1/b$  e  $\mu$ , in riferimento ai livelli di conoscenza LC1, LC2 e LC3, per i tre modelli di capacità studiati.

3.3.1.1.1 Analisi parametriche su  $\eta$  ( $\omega= 28,5$ ;  $\lambda= 1,67$ ;  $\mu= 0,5$ ).

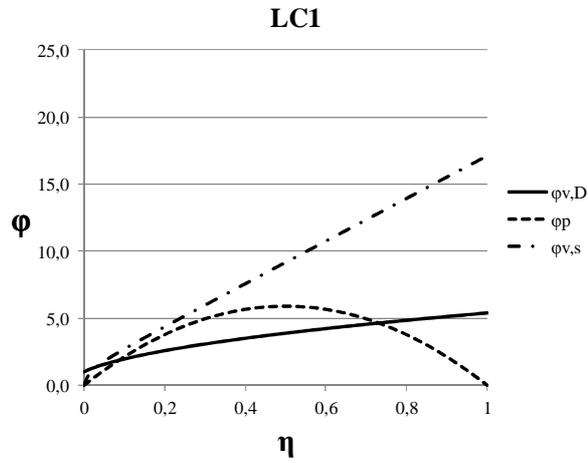


Figura 3.36. Analisi parametrica in LC1 per  $0 \leq \eta \leq 1$ .

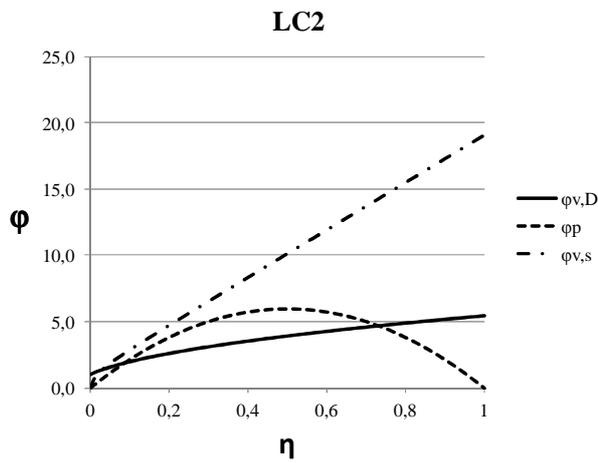


Figura 3.37. Analisi parametrica in LC2 per  $0 \leq \eta \leq 1$ .

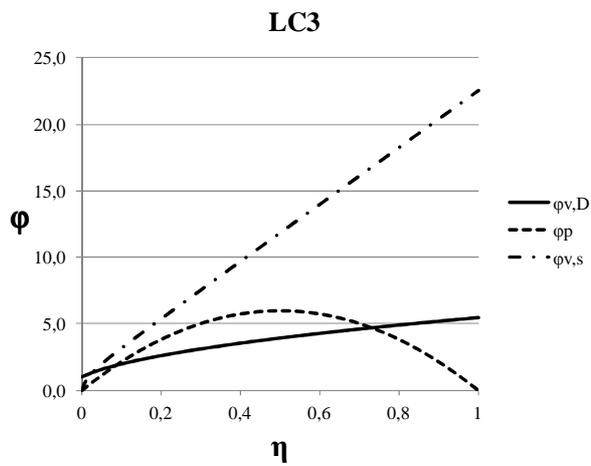
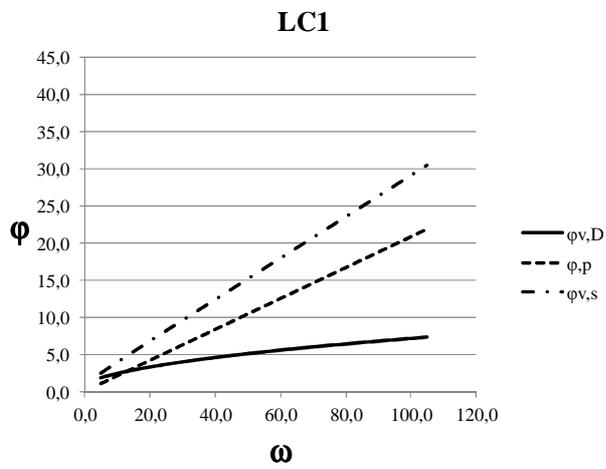
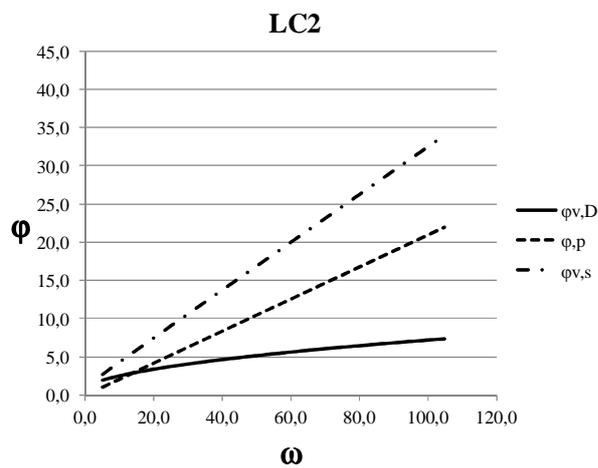


Figura 3.38. Analisi parametrica in LC3 per  $0 \leq \eta \leq 1$ .

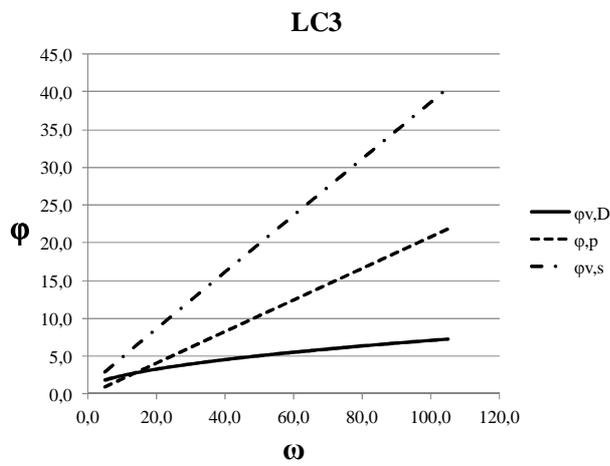
3.3.1.1.2 Analisi parametriche su  $\omega$  ( $\eta= 0,5$ ;  $\lambda= 1,67$ ;  $\mu= 0,5$ ).



**Figura 3.39.** Analisi parametrica in LC1 per  $5 \leq \omega \leq 105$ .



**Figura 3.40.** Analisi parametrica in LC2 per  $5 \leq \omega \leq 105$ .



**Figura 3.41.** Analisi parametrica in LC3 per  $5 \leq \omega \leq 105$ .

3.3.1.1.3 Analisi parametriche su  $\lambda$  ( $\eta= 0,5$ ;  $\omega= 28,5$ ;  $\mu= 0,5$ ).

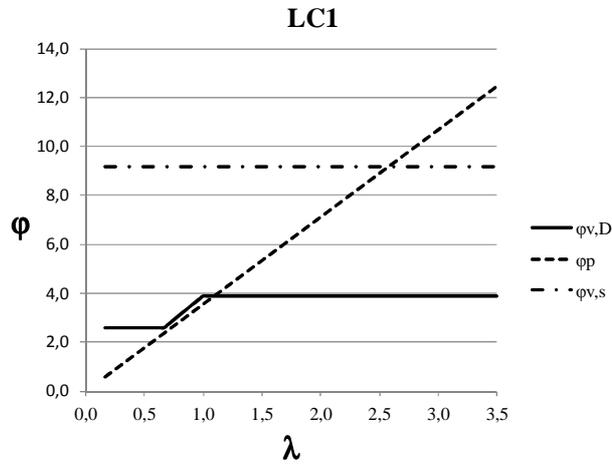


Figura 3.42. Analisi parametrica in LC1 per  $0,17 \leq \lambda \leq 3,5$ .

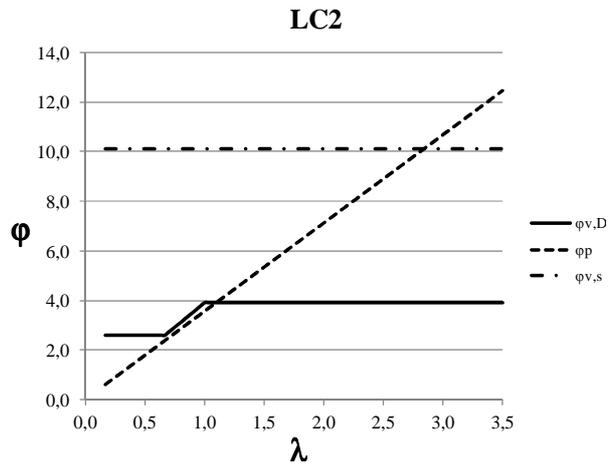


Figura 3.43. Analisi parametrica in LC2 per  $0,17 \leq \lambda \leq 3,5$ .

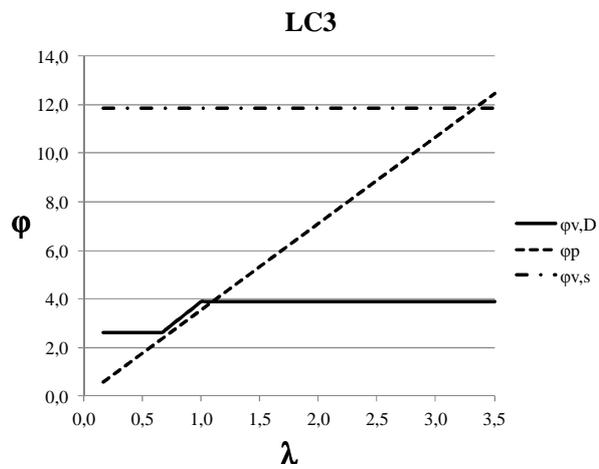
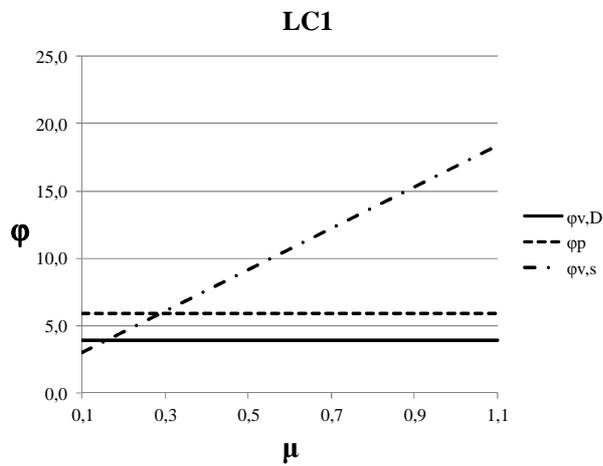
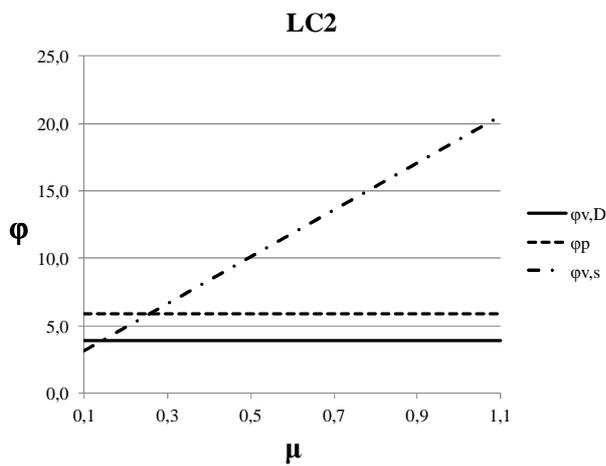


Figura 3.44. Analisi parametrica in LC3 per  $0,17 \leq \lambda \leq 3,5$ .

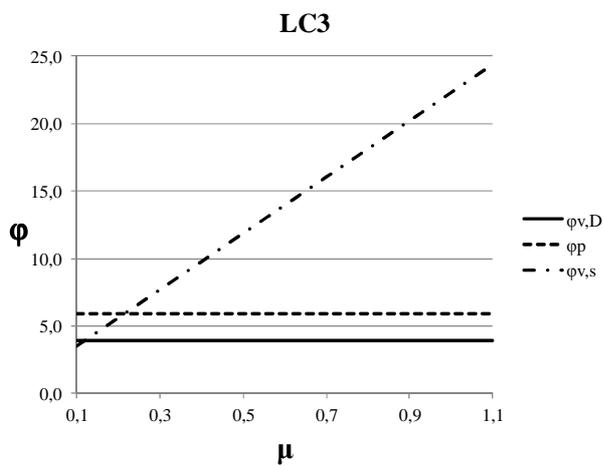
3.3.1.1.4 Analisi parametriche su  $\mu$  ( $\eta= 0,5$ ;  $\omega= 28,5$ ;  $\lambda= 1,67$ ).



**Figura 3.45.** Analisi parametrica in LC1 per  $0,1 \leq \mu \leq 1,1$ .



**Figura 3.46.** Analisi parametrica in LC2 per  $0,1 \leq \mu \leq 1,1$ .



**Figura 3.47.** Analisi parametrica in LC3 per  $0,1 \leq \mu \leq 1,1$ .

Si noti come i fattori che più incidono nella gerarchia tra i meccanismi di collasso siano la snellezza della parete, funzione delle grandezze  $l$  ed  $h$ , e il carico agente sulla parete,  $\eta$ .

Si può osservare, inoltre, che il meccanismo di collasso dovuto allo scorrimento dei giunti si verifica solo per valori molto bassi del coefficiente di attrito, come era ragionevole aspettarsi anche alla luce delle osservazioni di collassi in località colpite dal sisma, in cui questa modalità di rottura è poco ricorrente.

### **3.3.2 Alcune criticità in ordine al ruolo dell'altezza dei maschi murari, nella valutazione della rigidità e dei meccanismi di collasso nei metodi a macroelementi.**

Alcuni dei metodi di calcolo semplificati per la verifica di edifici in muratura sviluppati negli ultimi trent'anni, si basano sulla modellazione a macroelementi che utilizza criteri specifici per la definizione dell'altezza dei maschi murari, utile a valutare la capacità degli stessi in ordine ai possibili meccanismi di collasso. Tra quelli presenti in letteratura si possono ricordare tre modelli riconosciuti come più rappresentativi, il primo, in ordine temporale, è quello sviluppato nel metodo POR (Tomaževic 1978), in cui l'altezza del pannello murario è individuata dalla porzione di muratura contenuta tra le bucaure presenti nella parete. Le fasce murarie superiore e inferiore sono invece dotate di rigidità notevolmente più alta (conseguenza dell'ipotesi di solaio infinitamente rigido nel proprio piano). Un criterio alternativo proposto successivamente (Dolce 1989), consente di valutare in maniera più accurata il comportamento della parete caricata nel piano, attribuendo ai maschi che la compongono una altezza 'efficace' che tiene conto degli effetti delle bucaure sulla rigidità degli stessi. Alcune metodologie hanno poi adottato questo criterio per la valutazione dell'altezza efficace; è il caso, ad esempio, del SAM (Magenes, Calvi 1997).

Tale approccio trae origine da osservazioni e indagini sul tipo e alla distribuzione dei danneggiamenti sui pannelli murari nelle zone colpite da sisma; le informazioni raccolte hanno permesso di elaborare una relazione analitica che tenesse conto, in maniera sufficientemente ampia, della variazione della rigidità dei pannelli al variare delle possibili configurazioni delle bucaure nell'intorno del maschio.

A conclusione di questa rapida presentazione degli schemi riconosciuti come maggiormente rappresentativi, si propone un terzo ed ultimo criterio (Cattari, Curti, Galasco, Resemini 2005) che fa riferimento ad uno modello che riconosce, all'intero della parete, dei macroelementi specializzati che interpretano meccanicamente il comportamento di specifiche porzioni nell'ambito della parete. Si riconoscono così 3 elementi: il pannello murario, il pannello di fascia e il nodo.

Questa inevitabile premessa si rende necessaria per sottolineare come questo parametro rivesta notevole importanza, da lui dipendono infatti:

- la capacità a taglio
- la capacità a pressoflessione
- la rigidità

Questo ha poi inevitabili conseguenze sull'intera US.

È chiaro quindi come, anche in questo caso, l'esito delle verifiche sia affetto dall'incertezza, di tipo epistemico, sulla variabile 'altezza efficace'.

La validità di un criterio piuttosto che un altro è legata alle affinità tra il comportamento reale della struttura analizzata e quello idealizzato, su cui sono stati sviluppate le diverse metodologie.

Ovvio come ognuno di essi offra vantaggi e svantaggi; il primo criterio citato è ovviamente il più semplice e rapido da utilizzare ma paga tutto questo in termini di accuratezza dei risultati.

In questo caso possiamo infatti denunciare una sovrastima della rigidità dei maschi, a cui si aggiunge l'impossibilità di eseguire la verifica delle fasce.

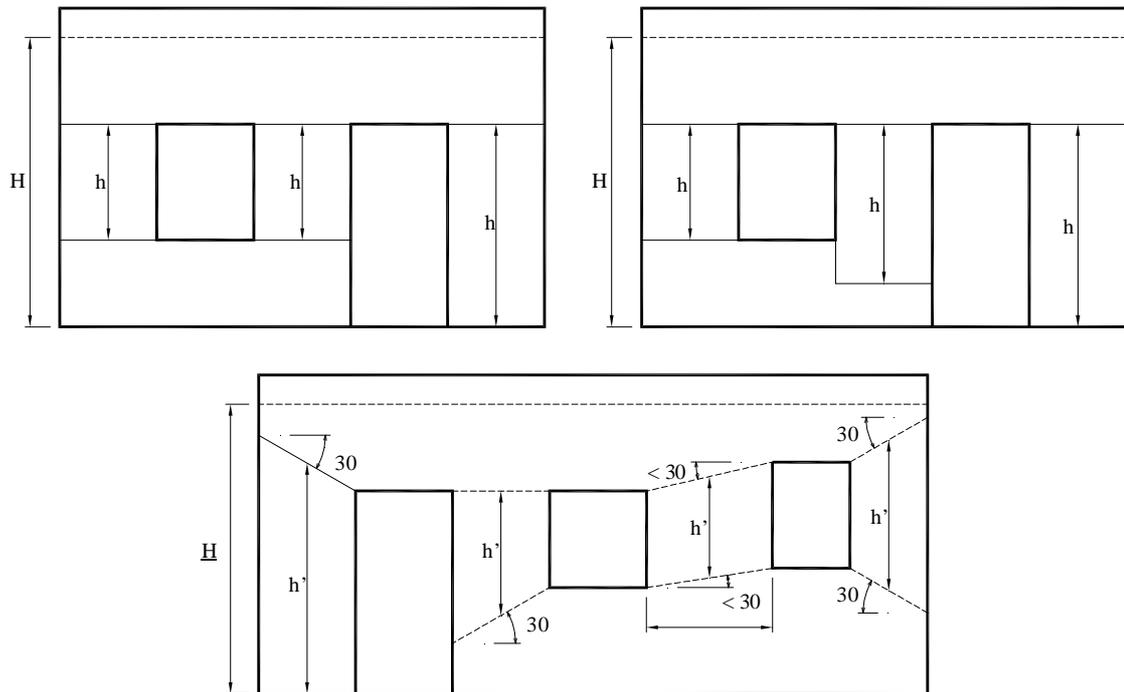
Il secondo fornisce certamente una stima migliore della rigidità, pur generando evidenti sottostime della stessa in particolari condizioni geometriche delle bucaure, che saranno in seguito analizzate e commentate in dettaglio.

L'ultimo dei tre schemi proposti appare certamente il più razionale dal punto di vista dell'interpretazione meccanica del comportamento strutturale, anche in virtù delle osservazioni sulle modalità di rottura delle pareti murarie caricate nel piano, ma fornisce anch'esso una stima per eccesso della rigidità, poiché le zone superiore e inferiore del pannello sono schematizzate come nodi rigidi, una condizione estrema che spesso non coglie con sufficiente precisione il comportamento di questa porzione di muratura.

È importante notare come tutti i criteri citati considerino la rigidità della parete e i meccanismi di collasso dei pannelli come un problema accoppiato; come esposto in seguito, in alcune configurazioni geometriche che i pannelli possono assumere, ricorrenti nell'edilizia del nostro patrimonio abitativo storico, questo può comportare una stima errata della rigidità e del meccanismo di collasso.

Per queste configurazioni, come vedremo, si proporrà un modello disaccoppiato certamente più aderente alla realtà fisica del fenomeno, come anche i confronti analitici evidenzieranno.

Nell'immagine seguente sono sinteticamente rappresentati i criteri discussi.

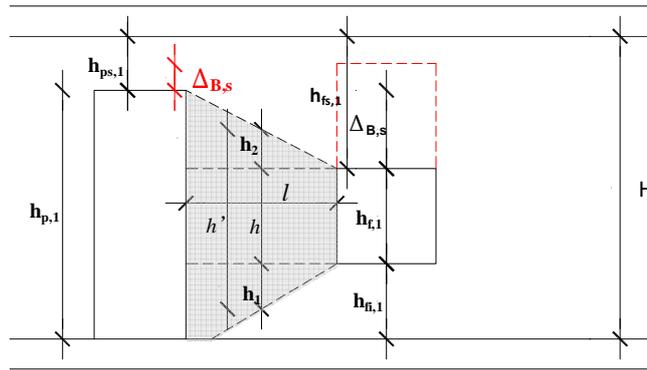


**Figura 3.48.** Criteri per la definizione dei pannelli murari: a partire dall'alto a sinistra e proseguendo in senso orario, Tomaževic, Cattari & al., Dolce.

Il primo, più semplice, definisce l'altezza dei maschi pari all'altezza della bucatura più corta, il secondo apporta una leggera modifica, aumentando l'altezza del pannello murario in ragione della media tra le altezze delle bucatore che gli sono prossime.

L'ultimo consente di valutare più accuratamente l'altezza del pannello a seconda del rapporto tra le bucatore e il pannello murario. Una relazione analitica restituisce infine il valore dell'altezza efficace da utilizzare per la definizione delle grandezze meccaniche.

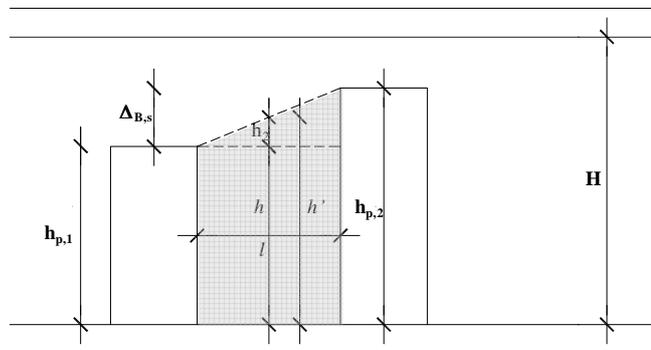
I primi due criteri sono piuttosto semplici e non necessitano di ulteriori approfondimenti, per il terzo si è ritenuto utile, ai fini di un'agile comprensione, riportare gli schemi logici utilizzati per implementare il metodo all'interno di un programma di calcolo sviluppato in collaborazione con l'Università di Salerno per lo studio della vulnerabilità di edifici in aggregato.



- a) if  $\Delta_{B,s}=0 \rightarrow h'=h_{f,1} + h_1$
- b) if  $\Delta_{B,s}>0$  and  $h_{fi,1} < h_{p,1} \rightarrow h'=h + h_1 + h_2$
- c) if  $h_{fi,1} > h_{p,1} \rightarrow h'=h_{f,1}$

Parametri indipendenti	Parametri derivati	Output
H	$h_{f,1}$	$H - (h_{fs,1} + h_{fi,1})$
l	$h_1$	$0,288l \leq h_{fi,1}$
$h_{fs,1}$	$h_2$	$\Delta_{B,s}/2 \leq 0,288 \leq h_{fs,1}$
$h_{fi,1}$	h	$H - [\max(h_{fs,1}; h_{ps,1}) + h_{fi,1}]$
$h_{p,1}$	$\Delta_{B,s}$	$\max[h_{p,1}; (h_{f,1} + h_{fi,1})] - \min[h_{p,1}; (h_{f,1} + h_{fi,1})]$
	$h_{ps,1}$	$H - h_{p,1}$

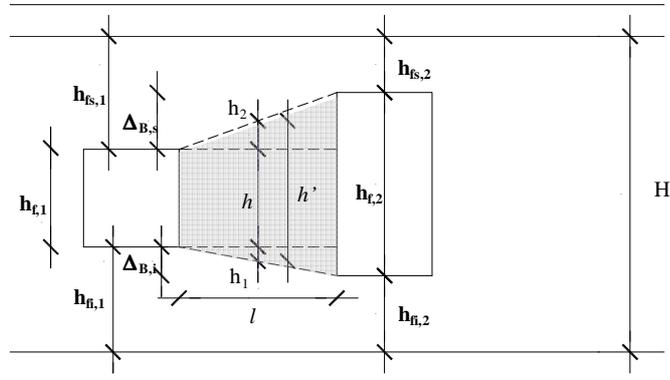
Figura 3.49. Schema logico per la configurazione 1 (Porta-Finestra).



- a) if  $\Delta_{B,s}=0 \rightarrow$  Bucature allineate:  $h'=h_{p,1}$
- b) if  $\Delta_{B,s}>0 \rightarrow$  Bucature non allineate:  $h'=\min(h_{p,i}) + h_2$

Parametri indipendenti	Parametri derivati	Output
H	$h_2$	$= \Delta_{B,s}/2 \leq 0,288 \leq H - [\min(h_{p,i})]$
l	$\Delta_{B,s}$	$= \max(h_{p,i}) - \min(h_{p,i})$
$h_{p,1}$		<b>h'</b>
$h_{p,2}$		

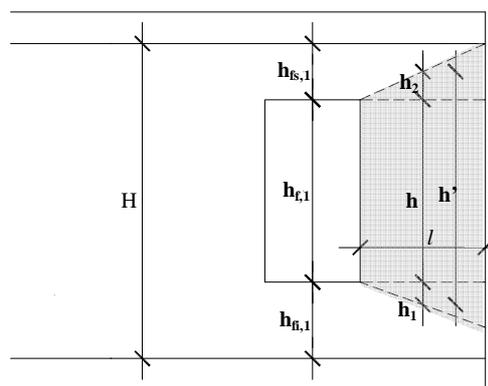
Figura 3.50. Schema logico per la configurazione 2 (Porta-Porta).



- a) if  $\Delta_{B,s}, \Delta_{B,i} > 0 \rightarrow$  Doppio disallineamento:  $h' = h + h_1 + h_2$
- b) if  $\Delta_{B,s} = 0$  and  $\Delta_{B,i} > 0 \rightarrow$  Disallineamento inferiore:  $h' = h + h_1$
- d) if  $\Delta_{B,i}$  or  $\Delta_{B,s} > \max(h_{fi}) \rightarrow$  Bucature sovrapposte:  $h' = \min(h_{fi})$
- c) if  $\Delta_{B,s} > 0$  and  $\Delta_{B,i} = 0 \rightarrow$  Disallineamento superiore:  $h' = h + h_2$
- e) if  $\Delta_{B,s} = \Delta_{B,i} = 0 \rightarrow$  Bucature allineate:  $h' = h_{fi}$

Parametri indipendenti	Sottocasi	Parametri derivati		Output
H		$\Delta_{B,s}$	$= \max(h_{fs,i}) - \min(h_{fs,i})$	<b>h'</b>
l		$\Delta_{B,i}$	$= \max(h_{fi,i}) - \min(h_{fi,i})$	
$h_{fi,1}$		h	$= H - [\max(h_{fi,i}) + \max(h_{fs,i})]$	
$h_{fi,2}$	a)	$h_1$	$= \Delta_{B,i} / 2 \leq 0,288l \leq \max h_{fi,i}$	
$h_{fs,1}$		$h_2$	$= \Delta_{B,s} / 2 \leq 0,288l \leq \max h_{fs,i}$	
$h_{fs,2}$	b)	$h_1$	$= \Delta_{B,i} / 2 \leq 0,288l \leq H - [h_{fs,1} + \min(h_{fi,i})]$	
	c)	$h_2$	$= \Delta_{B,s} / 2 \leq 0,288l \leq H - [h_{fi,1} + \min(h_{fi,i})]$	

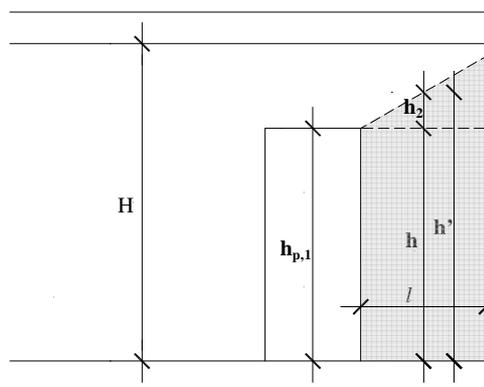
Figura 3.51. Schema logico per la configurazione 3 (Finestra-Finestra).



$$h' = h + h_1 + h_2$$

Parametri indipendenti	Parametri derivati		Output
H	$h = h_{f,1}$	$= H - (h_{f,1} + h_{s,1})$	h'
l	$h_1$	$= 0,288l \leq h_{f,1}$	
$h_{f,1}$	$h_2$	$= h_{s,1} / 2 \leq 0,288l$	
$h_{s,1}$			

Figura 3.52. Schema logico per la configurazione 4 (Finestra).



$$h' = h + h_2$$

Parametri indipendenti	Parametri derivati		Output
H	h	$h_{p,1}$	h'
l	$h_2$	$= 0,288l \leq H - h_{p,1}$	
$h_{p,1}$			

Figura 3.53. Schema logico per la configurazione 5 (Porta).

$h'=H$

Parametri indipendenti	Output
H	$h'$
l	

**Figura 3.54.** Schema logico per la configurazione 6 (Assenza di bucatore).

Essi esprimono le altezze efficaci in funzione delle diverse configurazioni che le bucatore possono assumere nell'intorno del pannello murario.

Definito il fattore  $h'$ , l'altezza efficace è calcolata come:

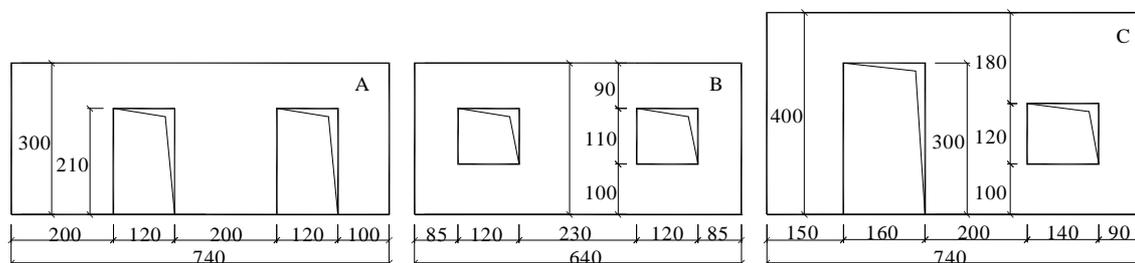
$$H_{\text{eff}} = h' + l \cdot \left( \frac{H - h'}{3h'} \right) \leq H$$

L'esigenza di disporre di strumenti analitici in grado di valutare al meglio i contributi dei diversi elementi maschio, fascia e nodo, ha come obiettivo la possibilità di stimare più adeguatamente la rigidezza delle pareti e in generale le grandezze più rappresentative di una struttura di muratura. Ciò comporta una migliore stima della domanda e della capacità con ovvie ripercussioni sull'esito delle verifiche.

Delle valide indicazioni sulle potenzialità dei criteri discussi, possono essere tratte da un confronto con modelli realizzati con metodi di calcolo superiori.

In quest'ottica, si propongono tre configurazioni di pareti murarie, riportate in Figura 3.55, configurate in maniera tale da rappresentare buona parte delle configurazioni riscontrabili nella pratica.

Nella parete tipo A le bucatore sono rappresentate da porte della stessa altezza, in quella di tipo B le bucatore sono di tipo finestra disposte simmetricamente rispetto all'asse verticale, mentre nell'ultimo modello si enfatizzano le asimmetrie disponendo una porta ed una finestra in punti opposti, realizzando nel complesso una diversificazione sufficientemente ampia delle rigidezze nei maschi, data la presenza di bucatore di diversa geometria.



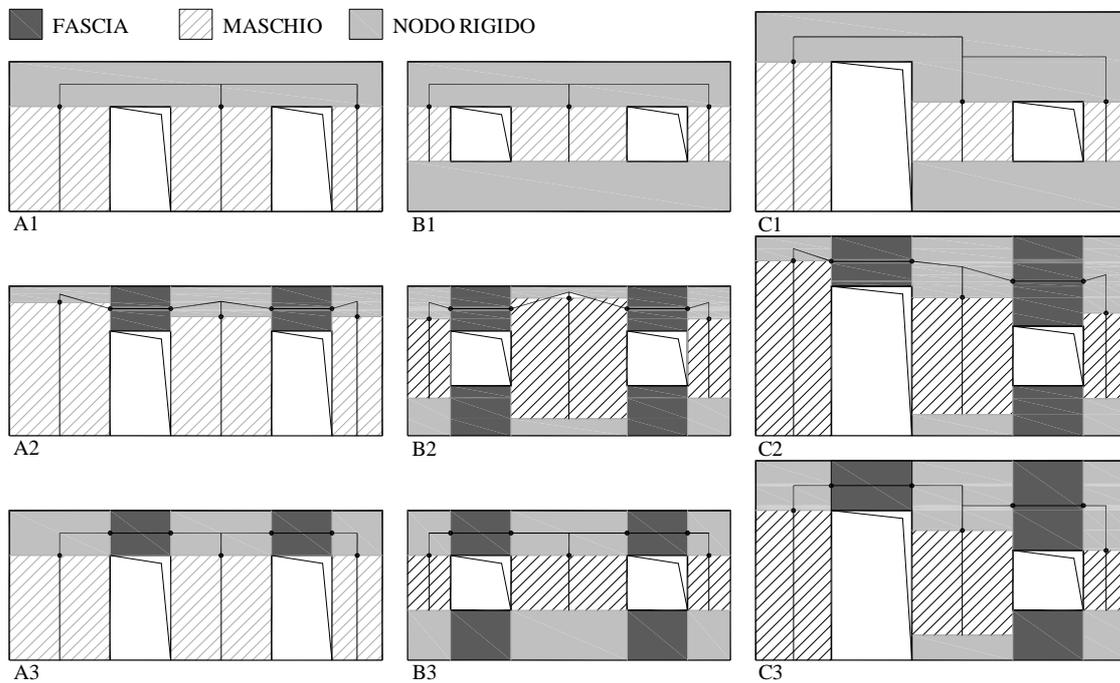
**Figura 3.55.** Modelli di studio per il confronto della risposta ottenuta con i diversi criteri.

I risultati ottenuti con i criteri approssimati sono confrontati con modelli piani discretizzati con elementi shell, facendo uso di un programma di calcolo ad elementi finiti (sap 2000 NL); la risposta è valutata in campo elastico.

Il parametro di confronto è lo spostamento orizzontale nel piano x-z di un punto di controllo, assunto coincidente con l'estremità superiore della parete.

Le condizioni al contorno sono tali da riprodurre il comportamento di una parete nell'ipotesi di solaio infinitamente rigido nel proprio piano, con vincolo di doppio incastro alle estremità.

I carichi sono distribuiti lungo la linea media del solaio a simulare gli effetti inerziali sulle masse dello stesso.



**Figura 3.56.** Individuazione dei macroelementi, secondo i tre criteri adottati, per i modelli di studio A, B e C. Il codice al di sotto di ogni parete indica: il primo il modello (A, B o C), il secondo il criterio adottato secondo le seguenti associazioni: 1. Tomaževic, 2. Dolce, 3. Cattari & al. A fil di ferro è indicato lo schema a telaio equivalente in cui i tratti di spessore maggiore indicano gli elementi rigidi.

La rigidezza per il calcolo degli spostamenti del modello a macroelementi viene valutata secondo l'espressione seguente,

$$K_e = \frac{G \cdot A_w}{1,2 \cdot h \cdot \left[ 1 + \alpha' \cdot \frac{G}{E} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]}$$

che fornisce la rigidezza del maschio come somma del contributo tagliante e flessionale, come proposta da Tomaževic.

La presenza di fasce più o meno efficaci modifica la rigidezza del pannello poiché da esse dipende il tipo di vincolo alle estremità del maschio. In ragione di ciò il fattore  $\alpha'$  presente nell'espressione della rigidezza, può assumere un valore compreso tra 0,83 e 3,33, corrispondenti ai casi di vincolo a doppio incastro e a mensola.

I pannelli murari dei modelli di parete di Figura 3.56 sono 3, al primo a sinistra è assegnato il numero 1 poi progressivamente, procedendo verso destra, il numero è incrementato di una unità.

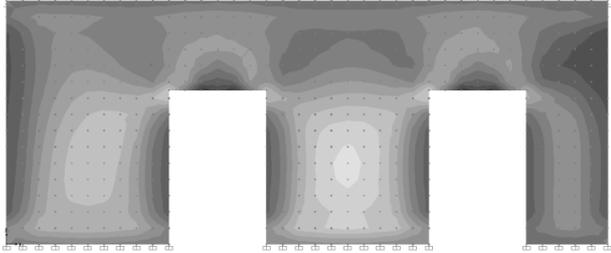
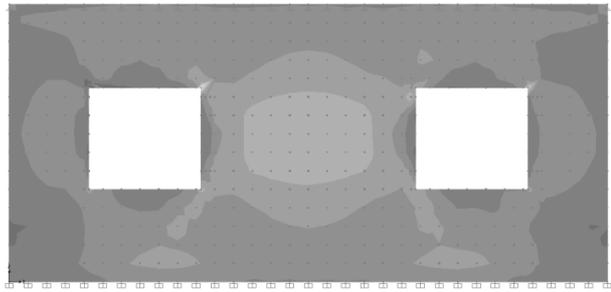
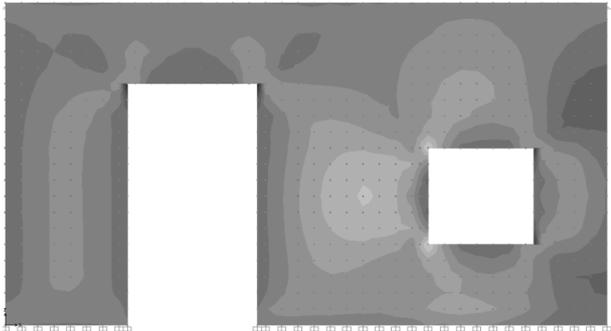
La tabella seguente riporta le rigidezze dei singoli maschi e quella equivalente di parete, ottenuta secondo il modello meccanico di molle in parallelo, in riferimento ai tre modelli di Figura 3.56.

**Tabella 3.4.** Rigidezza dei maschi ( $k_i$ ) e della parete equivalente ( $K_T$ ) nei diversi modelli.

Modello	Rigidezze	Criterio 1			Criterio 2			Criterio 3		
		Maschi murari			Maschi murari			Maschi murari		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	$k_i$ (kN/mm)	270,9	270,9	76,1	182,4	221,7	57,0	270,9	270,9	76,1
	$K_T$ (kN/mm)	617,9			461,1			617,9		
B	$k_i$ (kN/mm)	193,7	749,5	193,7	97,1	270,1	97,1	193,7	749,5	193,7
	$K_T$ (kN/mm)	1136,8			464,3			1136,8		
C	$k_i$ (kN/mm)	84,5	575,0	184,0	59,8	227,2	92,9	84,5	270,9	184,0
	$K_T$ (kN/mm)	843,4			379,9			539,4		

In Tabella 3.5 sono riportati i confronti tra lo spostamento ottenuto con i modelli FEM e quelli calcolati in forma approssimata secondo i metodi citati, per i casi Figura 3.56 di Figura 3.56.

**Tabella 3.5.** Confronto in spostamento tra i modelli FEM e i criteri proposti e andamento qualitativo delle tensioni tangenziali. Le parti più chiare sono quelle in cui l'intensità è maggiore.

	Mappa cromatica della distribuzione delle sollecitazioni taglienti	Spostamenti			
		FEM	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
<b>A</b>		<b>1,97</b>	1,54	2,06	1,54
<b>B</b>		<b>1,79</b>	0,73	1,78	0,73
<b>C</b>		<b>3,46</b>	1,13	2,5	1,76

I risultati ottenuti sono piuttosto interessanti poiché evidenziano come i criteri confrontati forniscano risposte anche piuttosto distanti dalle previsioni.

Il criterio 2 fornisce lo spostamento con minor scarto rispetto a quello ottenuto con il modello FEM.

Il criterio 1 fornisce altresì una sovrastima della rigidità piuttosto marcata e questo inevitabilmente conduce a spostamenti ridotti che permettono di superare più agevolmente le verifiche previste da normativa, quando sono utilizzati metodi non lineari. Questa caratteristica va tenuta ben presente poiché se il comportamento atteso

della struttura è molto diverso da quello che può fornire il criterio 1, allora si possono compiere errori nella valutazione della vulnerabilità sismica anche piuttosto importanti. In termini di rigidità, il terzo dei tre criteri citati fornisce risultati molto vicini a quelli ottenuti con il primo criterio.

Riflettendo sulla distribuzione delle forze risultanti di taglio nelle pareti di Tabella 3.5, si può comprendere cosa abbia indotto alcuni ricercatori a operare una distinzione in termini di comportamento meccanico tra aree della stessa parete, proponendo una interpretazione secondo uno schema a macroelementi.

È infatti evidente come le sollecitazioni più elevate siano concentrate negli elementi maschio, mentre nelle fasce la concentrazione decresce, pur rimanendo sempre piuttosto elevata.

Le porzioni di muro al di sopra dei maschi risentono meno dei meccanismi di trasmissione delle sollecitazioni all'interno della parete, pertanto a queste porzioni di parete è affidato il ruolo di collegamento rigido tra gli elementi deformabili della parete. Il mod. A è l'unico dei tre studiati per cui i tutti i criteri forniscono una stima accettabile dello spostamento.

Negli altri casi la situazione è molto diversa, in particolare per il mod. C in cui lo spostamento stimato con metodi approssimati è circa il 50% inferiore a quello ottenuto con il metodo degli elementi finiti.

Come risultato generale, si osserva che lo spostamento calcolato con metodi approssimati è sempre inferiore a quello ottenuto con il FEM; questo è dovuto ad una sovrastima della rigidità, soprattutto in particolari configurazioni geometriche.

Questo risultato non può che essere penalizzante poiché le verifiche in condizioni ultime sono effettuate in controllo di spostamento e ciò comporta una valutazione della domanda ridotta rispetto a quella che otterremmo con un modello FEM.

Come accennato, la sovrastima della rigidità riguarda solo alcune configurazioni della parete, in particolare quelle in cui vi è una predominanza di bucatore del tipo finestra.

Una spiegazione può essere ricercata nel fatto che le porzioni di muratura generalmente riconosciute come rigide nella modellazione a macroelementi, sono in numero tale da sovrastimare la rigidità reale, determinando, conseguentemente, una stima errata dello spostamento. Si pone quindi il problema di valutare in maniera più accurata la rigidità della parete.

Con questo obiettivo, nel successivo paragrafo viene proposto un metodo alternativo che si caratterizza per la semplicità con cui si definisce l'altezza efficace della parete, valutandola sulla base del meccanismo di collasso più debole.

Quest'ultimo aspetto è fondamentale poiché è in netta contrapposizione con l'approccio adottato dai criteri discussi in precedenza.

È infatti evidente come la valutazione dell'altezza efficace dei maschi murari che non tenga conto delle modalità di collasso degli stessi, in funzione della configurazione delle irregolarità (bucature), sia in certi casi poco realistico.

Le fasce giocano in questo caso un ruolo fondamentale. Se si assume per esse un comportamento infinitamente rigido con soglia di resistenza, è chiaro che un loro collasso può cambiare radicalmente il comportamento della parete. A loro è demandato il compito di trasmettere le azioni taglianti da un maschio all'altro e di impedirne la rotazione delle estremità; in quest'ultimo caso il modello di trave doppiamente incastrata a cui riconduciamo il comportamento del maschio è certamente coerente.

In caso contrario, vale a dire quando le fasce sono deboli o non sono immorsate, oltre a definire in maniera diversa la geometria dei maschi, ne modifica altresì il comportamento introducendo un vincolo alle estremità diverso dal precedente; in questo caso come schema statico di riferimento si assume quello di una mensola.

È comprensibile quindi come una stima verosimile dell'altezza del maschio non possa prescindere da un approfondito studio dei possibili meccanismi di collasso, tra l'altro prendendo in considerazione anche geometrie diverse dello stesso.

### 3.3.2.1 Un modello alternativo per lo studio del comportamento nel piano di maschi murari.

Dai risultati ottenuti si può pensare che il problema della parete caricata nel piano possa essere immaginato come risolvibile secondo due schemi paralleli che consentano, contemporaneamente, di valutare adeguatamente la rigidezza del sistema e di tener conto, con sufficiente approssimazione, degli effetti sulla risposta delle pareti con l'evolversi delle plasticizzazioni. In quest'ottica, le forme adimensionali delle equazioni di capacità, elaborate al par. 3.3.1, vengono implementate in una routine di calcolo al fine di eseguire analisi parametriche sulle grandezze fisiche, meccaniche e geometriche, riportate nelle Tabella 3.6 e Tabella 3.7, che definiscono la configurazione di studio riportata in Figura 3.57.

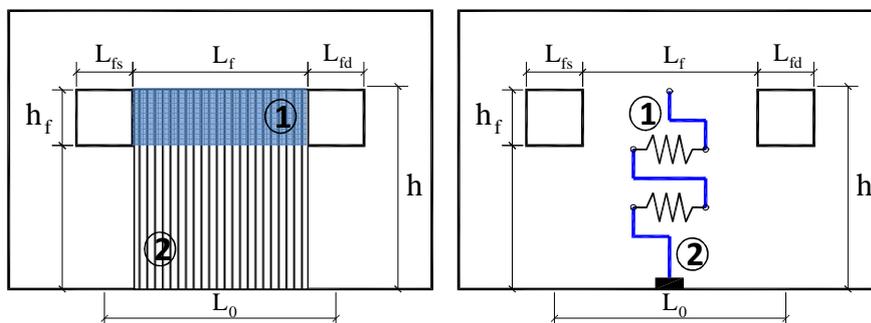


Figura 3.57. Parete di studio e grandezze geometriche utilizzate nelle analisi parametriche.

Il modello può ammettere il collasso sia del maschio compreso tra le bucatore che del maschio di altezza  $h$ , indicati rispettivamente con indici 1 e 2; questa possibilità è conseguenza diretta dell'ipotesi di aver ammesso che il collasso possa avvenire, a priori, indistintamente nel maschio 1 come nel maschio 2. I potenziali meccanismi di collasso implementati sono quelli per pressoflessione e per taglio da trazione diagonale, secondo le espressioni commentate più volte nel cap. 2. In questo modo è possibile determinare i valori assunti dalle grandezze rappresentative, in corrispondenza dei quali avviene la transizione del meccanismo di collasso dal maschio 1 al 2 e viceversa. Il modello tiene conto, inoltre, della diffusione del carico tra maschi lungo l'altezza, pertanto il primo trasferisce i pesi sul secondo, che a sua volta li diffonde su una lunghezza più ampia di quella reale, pari alla somma di metà della larghezza della bucatore ( $L_0$ ).

**Tabella 3.6.** Grandezze indipendenti.

Variabile	Grandezza
$t$	Spessore del pannello
$h$	Altezza totale del maschio
$h_f$	Altezza della finestra
$P_s$	Carico sul pannello
$f_d$	Valore medio della resistenza a schiacciamento della muratura
$\tau_0$	Valore medio della resistenza a taglio della muratura
$\gamma$	Peso specifico
$f_k$	$f_d(1-0,2)$
$E$	$1000 \cdot f_k$
$G$	$0,4 \cdot E$
$L_f$	Larghezza del maschio
$L_{fs}$	Larghezza della finestra di sinistra
$L_{fd}$	Larghezza della finestra di destra

**Tabella 3.7.** Grandezze dipendenti.

Variabile	Legge di correlazione con le grandezze indipendenti	Grandezza
$f_k$	$f_d(1-0,2)$	Valore caratteristico della resistenza a schiacciamento della muratura
$E$	$1000 \cdot f_k$	Modulo elastico longitudinale
$G$	$0,4 \cdot E$	Modulo elastico tangenziale

Le variabili, distinte in dipendenti e indipendenti, sono espresse in forma adimensionale; tra di esse, quelle ad incidenza più elevata risultano essere le seguenti:

$$\lambda_{fd} = \frac{L_{fd}}{L_f}$$

è il rapporto tra le larghezze della finestra di destra e del maschio compreso tra le bucaure;

$$\lambda_{fs} = \frac{L_{fs}}{L_f}$$

è il rapporto tra le larghezze della finestra di sinistra e del maschio compreso tra le bucaure;

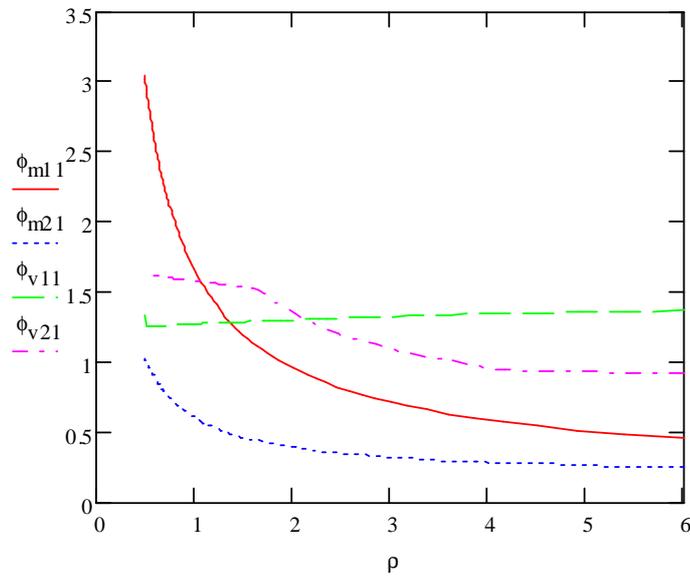
$$\rho = \frac{h}{L_f}$$

è la snellezza del maschio 2;

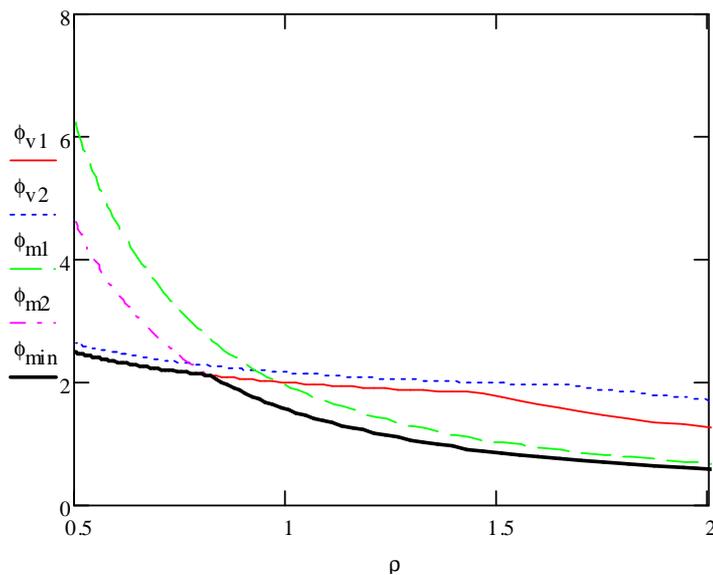
$$\beta = \frac{h_f}{h}$$

è il rapporto tra le altezze della finestra e del maschio 2.

In particolare, nelle figure Figura 3.58 e Figura 3.59 sono riportati alcuni studi eseguiti sul parametro  $\rho$ , per diversi valori di  $\beta$ , dimostratasi, almeno in questi primi studi di sensitività, tra le variabili più rappresentative.



**Figura 3.58.** Analisi parametrica su  $\rho$ , per  $\beta=0,15$ .



**Figura 3.59.** Analisi parametrica su  $\rho$ , per  $\beta=0,30$ .

In Figura 3.58 si può notare come la gerarchia tra le modalità di collasso delle pareti non venga alterata. In tutto l'intervallo di variabilità del parametro adimensionale  $\rho$  (snellezza del maschio 2), il collasso avviene sempre per pressoflessione sulla parete 2, quando il fattore  $\beta=0,15$ .

Altro esito presentano le analisi condotte per  $\beta=0,30$ . La Figura 3.59 mostra infatti che il collasso avviene per taglio sul maschio 1 quando  $\rho < 0,7$  e per pressoflessione sul maschio 2 per  $\rho > 0,7$ .

Questi primi risultati comprovano l'idea di base del modello proposto, ossia quella di valutare la rigidezza e la resistenza dei maschi solo dopo aver analizzato tutte le possibilità di collasso che la geometria del pannello può ammettere.

In questo modo possono incontrarsi anche situazioni in cui uno stesso allineamento di maschi può contenere elementi elastici ed elementi plasticizzati.

Se immaginiamo infatti la condizione appena commentata, per  $\rho < 0,7$  risulta che il maschio 1 si è plasticizzato, mentre il 2 è ancora elastico.

Il modello può ancora evolversi dal punto di vista deformativo, poiché ciò è consentito dal legame costitutivo adottato per descrivere il comportamento post-elastico dei maschi. Ne risulta una deformazione concentrata sostanzialmente negli elementi plasticizzati, mentre quelli elastici conservano il loro stato tensionale, senza mai oltrepassare la soglia di plasticizzazione.

In un modello di questo tipo è chiaro che le rigidezze assumono valori ben diversi da quelli ottenuti nei modelli a macroelementi visti nel paragrafo precedente, poiché tengono conto sia degli elementi elastici con rigidezza piena, sia di quelli plasticizzati con rigidezza secante allo spostamento corrente.

Si noti oltretutto che l'implementazione in un programma di calcolo non viene ulteriormente aggravata, poiché la struttura analitica rimane la medesima, quello che viene modificato è la "discretizzazione" del pannello che, come commentato in precedenza, risente della complessità della distribuzione delle bucatore in maniera direttamente proporzionale.

### 3.4 VENUS aggregati: un programma di calcolo per la verifica dei meccanismi globali di strutture di muratura in aggregato

La procedura analitica descritta nei paragrafi precedenti, è stata sviluppata in ambiente visual basic. L'algoritmo di calcolo è stato ulteriormente ampliato per consentire una trattazione probabilistica delle incertezze.

Il programma consente quindi di eseguire verifiche di tipo deterministico nel rispetto della NTC-08; i risultati ottenuti possono essere trattati in forma aleatoria, assegnando opportune distribuzioni di probabilità alle variabili.

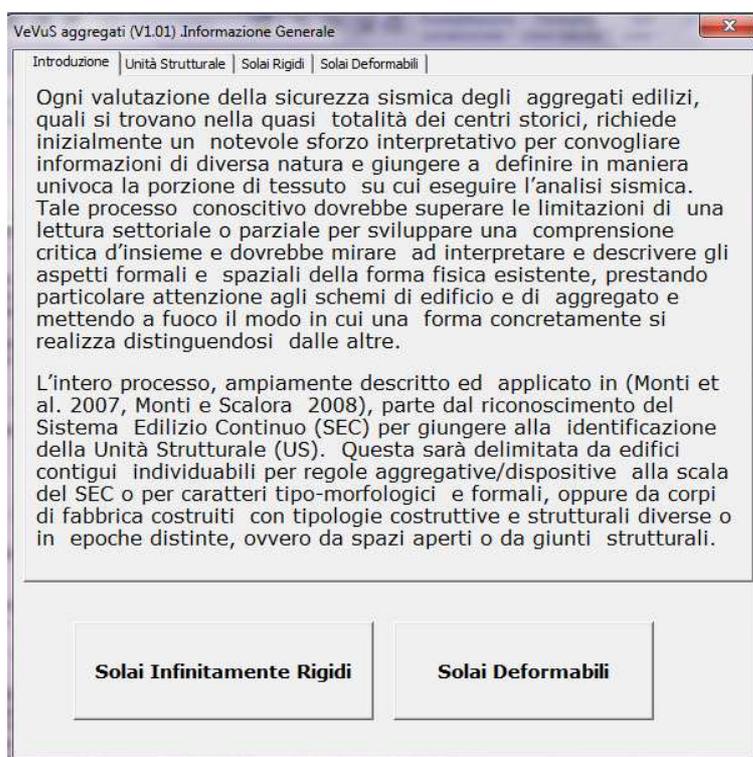


Figura 3.60. Pagina di presentazione del programma.

L'uso del programma è semplice ed intuitivo poiché ogni fase della procedura è stata automatizzata e l'input dei dati avviene utilizzando delle maschere che contengono dei campi con note esplicative sulle variabili da inserire.

L'input riguarda esclusivamente le variabili indipendenti, tutte le grandezze derivate vengono calcolate automaticamente.

A diverse variabili sono assegnati dei valori di default; quando consentito dalla norma è possibile intervenire manualmente sul valore, assegnandone uno da scegliere nel range suggerito dal programma. È comunque possibile una scelta arbitraria.



**Figura 3.61.** Scheda per la selezione dello modello di calcolo a solai rigidi o flessibili.

Dopo l'avvio del programma è possibile selezionare lo schema di calcolo a solai rigidi o flessibili. Attualmente il programma considera solo il modello di solaio rigido, quella a solai deformabili non è disponibile seppur sviluppato a livello teorico, come esposto ai paragrafi precedenti.

Scelto il modello di solaio da adottare nelle verifiche, si passa all'input dei dati organizzato in 4 maschere di input denominate come segue:

1. Generale
2. Caratteristiche dei materiali
3. Analisi dei carichi
4. Geometria e analisi dei carichi per i muri

Terminata la fase di input, è possibile eseguire le analisi, organizzate anch'esse su più maschere, definite come:

5. Analisi e calcoli
6. Domanda
7. Risultati

L'input della prima maschera è rappresentato in Figura 3.62. Nella stessa avviene anche la definizione geometrica dell'US secondo un criterio di numerazione interno, sviluppato appositamente per automatizzare l'allineamento verticale dei maschi e il conseguente trasferimento dei carichi verticali.

**Figura 3.62.** Maschera di inserimento dati generali.

La definizione dei FC consente poi, nella maschera 2 riportata in Figura 3.63, di definire le proprietà meccaniche delle murature in opera, poiché è data facoltà all'operatore di inserire anche più una tipologia muraria nella stessa US.

In questo caso gran parte dei dati sono di tipo derivato, pertanto, inserita la tipologia muraria e il Livello di Conoscenza, questi sono calcolati in automatico.

Si può tener conto anche di coefficienti migliorativi delle qualità meccaniche dei materiali in opera, a seconda della tipologia muraria e del tipo di caratteristica che conferisce tali capacità superiori; è il caso ad esempio di muratura con giunti sottili o malte di buone caratteristiche meccaniche.

Nella tabella sono riportate sia le grandezze indipendenti che quelle derivate, questa scelta consapevole consente di controllare meglio i valori assunti dalle variabili.

## Capitolo 3

Figura 3.63. Maschera di inserimento delle caratteristiche dei materiali.

	Peso Proprio Soloia (KN/m2) valore caratteristico <b>GK1</b>	Carico Accidentali (KN/m2) valore caratteristico <b>QK1</b>	coefficienti di combinazione <b>ψ 2]</b>
Piano 1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Piano 2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Piano 3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Piano 4	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Piano 5	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Piano 6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Piano 7	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Figura 3.64. Maschera di inserimento dei dati per l'analisi dei carichi.

Nella terza delle fasi di input, riguardante i dati necessari ad eseguire l'analisi dei carichi, le informazioni richieste sono limitate ai valori caratteristici dei pesi propri e degli accidentali, in relazione alla destinazione d'uso di ogni piano sarà poi possibile associare il corrispondente coefficiente di combinazione.

L'altezza dei maschi per il calcolo delle rigidezze è valutata in funzione dell'altezza efficace, secondo il criterio ampiamente discusso al paragrafo precedente (Dolce 1989).

In ogni maschera dati è presente un tasto "info" che facilita l'orientamento del progettista quando chiamato a compiere una scelta in merito al valore da assegnare alle variabili.

Figura 3.65. Input dati relativi alla singola parete.

La quarta ed ultima maschera di input, riportata in Figura 3.65, riguarda le proprietà dei singoli maschi e coinvolge la geometria, la disposizione nell'organismo resistente per la valutazione degli effetti torsionali, l'eventuale presenza di carichi non comuni.

È anche possibile considerare una condizione di vincolo alle estremità del maschio diversa dal doppio incastro definita per default, quando ad esempio siamo in presenza di fasce di piano di resistenza inferiore ai pannelli di muratura.

I dati contenuti nella maschera di Figura 3.65 possono essere inseriti manualmente nelle celle, oppure acquisiti da un foglio di calcolo esterno, strutturato secondo modello standard precaricato.

Terminata la fase di input, la successiva esegue le analisi di pushover per la costruzione delle curve di capacità e delle curve bilineari equivalenti di ogni interpiano, definendone le modalità di collasso per taglio a plasticizzazione totale o parziale.

L'ultima delle schede denominata "risultati", riportata in Figura 3.66, contiene, separatamente per le due direzioni e per ogni interpiano, il confronto capacità e domanda in termini di spostamento e la modalità di collasso. Un tasto consente inoltre di visualizzare la curva di capacità di interpiano e la corrispondente curva bilineare equivalente.

In basso, una tabella riepiloga i rapporti C/D per tutti gli interpiani, evidenziando in rosso quelli che non superano le verifiche, condizione che si realizza quando il rapporto citato è  $\leq 1$ .

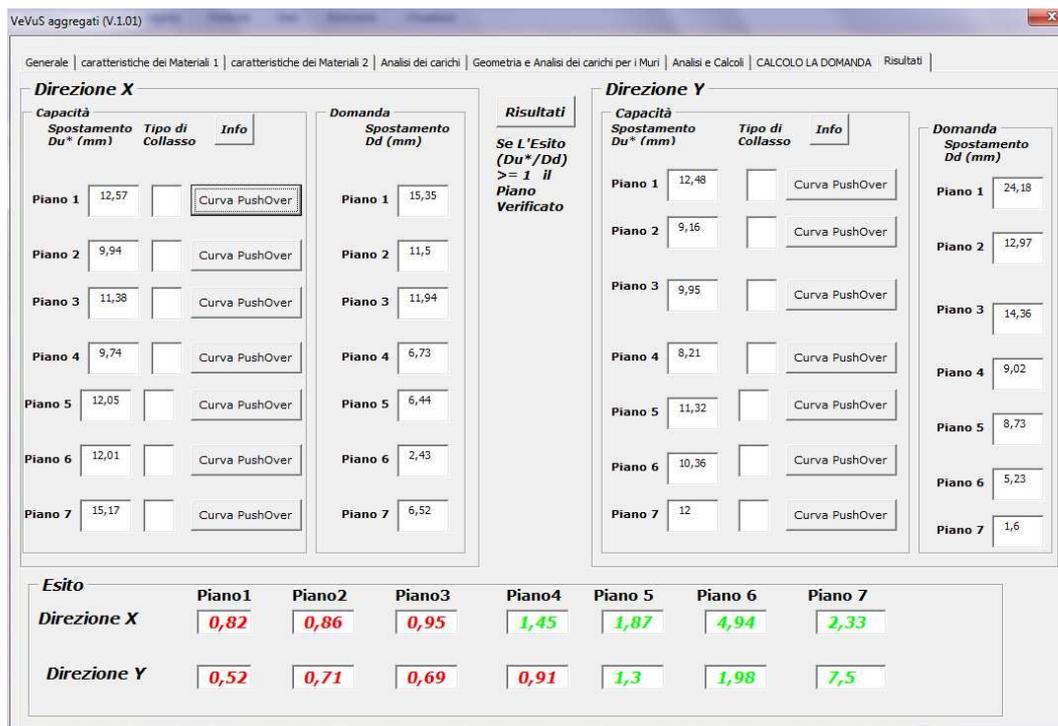


Figura 3.66. Schermata finale di riepilogo degli esiti delle verifiche.

In Figura 3.67 è rappresentato un legame costitutivo non lineare (con tratto più evidente), ottenuto per equivalenza delle aree con la curva di capacità di piano.

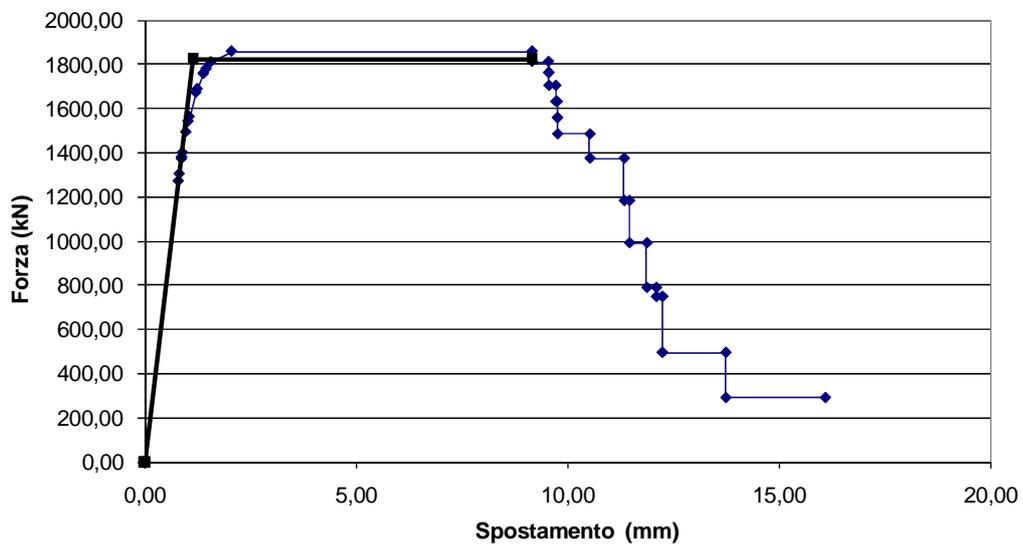


Figura 3.67. Curva di capacità e curva bilineare equivalente.

## 4 EFFETTO DELLE INCERTEZZE SULLA RISPOSTA SISMICA DEGLI EDIFICI DI MURATURA IN AGGREGATO

### 4.1 Modello stocastico con incertezze intrinseche ed epistemiche

La maggior parte delle variabili che influenzano l'analisi di vulnerabilità di un aggregato edilizio è affetta da incertezze di natura sia intrinseca che epistemica. La procedura sviluppata nel cap.3 si presta ad una estensione in campo affidabilistico, nella quale le singole variabili sono descritte attraverso distribuzioni di probabilità. In tal modo, si arriva alla descrizione probabilistica delle grandezze di output di interesse per la valutazione, nonché a discernere la sensitività di tali grandezze rispetto alle variabili di base.

#### 4.1.1 Natura e origine delle incertezze

Associare ad ognuna delle variabili di base il modello di distribuzione più realistico è lavoro piuttosto complesso. La Tabella 4.1 vuole essere un primo tentativo di riconoscere alcune categorie, associando ad ognuna il tipo di incertezza corrispondente, di natura intrinseca oppure epistemica.

**Tabella 4.1.** Variabili, grandezze associate e natura delle incertezze.

Variabile	Grandezza	Incertezza
Geometria	Dimensioni	Epistemica
Materiali	Resistenza, modulo	Intrinseca, Epistemica
Dettagli costruttivi	Connessioni	Epistemica

Definita la natura delle incertezze, di ogni variabile, si associa alle grandezze aleatorie un appropriato modello di distribuzione di probabilità.

È immediato constatare come la scelta del modello abbia una inevitabile ricaduta sulla distribuzione probabilistica delle grandezze di output; è quindi importante caratterizzare tali grandezze mediante tecniche di identificazione statistica dei dati raccolti, così da individuare la distribuzione più appropriata.

Quindi, in virtù di alcune proprietà che emergono nella fase di acquisizione dei dati, si delineano sempre più chiaramente le distribuzioni appropriate.

Infatti una fase successiva può evidenziare la necessità di incrementare le conoscenze su detta variabile, diminuendo gli effetti delle incertezze; è il caso in cui la risposta è condizionata dai valori assunti da alcune grandezze.

Il procedimento di acquisizione dati e conseguente descrizione probabilistica degli stessi si fonda sul teorema di Bayes, cardine del procedimento di inferenza Bayesiana, che insieme all'inferenza classica o frequentista costituisce i due approcci dell'inferenza statistica.

Brevemente, il teorema di Bayes fornisce un metodo per modificare il livello di fiducia in una data ipotesi, alla luce di nuova informazione.

Indicando con  $X$  l'ipotesi nulla, e con  $D$  il dato empirico osservato, il teorema di Bayes può essere enunciato come:

$$P(X|D) = \frac{P(D|X) \cdot P(X)}{P(D)} \quad (3.116)$$

Tralasciando l'origine dell'ipotesi nulla, essa dovrà comunque essere formulata *prima* dell'osservazione  $D$ . Inoltre, secondo la terminologia della statistica bayesiana:

- $P(X)$  è detta probabilità a priori;
- $P(D|X)$  è detta funzione di verosimiglianza, ed è ciò su cui si fonda l'inferenza classica, o frequentista;
- $P(D)$  è detta probabilità marginale, la probabilità di osservare  $D$ , senza alcuna informazione pregressa (è una costante di normalizzazione);
- $P(X|D)$  è detta probabilità a posteriori di  $X$ , dato  $D$ ;

Il fattore di scala  $P(D|E)/P(E)$  può essere interpretato come una misura dell'impatto che l'osservazione di  $D$  ha sul grado di confidenza del ricercatore nell'ipotesi nulla, rappresentato a sua volta dalla probabilità a priori  $P(X)$ ; se è altamente inverosimile che  $D$  sia osservato, a meno che  $X$  non sia proprio vera, il fattore di scala sarà elevato. La probabilità (confidenza) a posteriori, di conseguenza, combina le convinzioni che il ricercatore ha a priori con quelle derivanti dall'osservazione del dato empirico.

È facile mostrare che  $P(X|D)$  è sempre minore o al più uguale a 1, così che le consuete proprietà della probabilità sono soddisfatte.

Abbiamo infatti che:

$$P(D) \geq P(D|X) \cdot P(X) \quad (3.117)$$

dunque se  $P(D) = P(D \wedge X)$ , allora  $P(X|D) = 1$

In qualunque altro caso la probabilità a posteriori sarà strettamente minore di 1.

In sintesi, l'approccio bayesiano va nella direzione di fornire un modello sempre più affidabile, al crescere delle informazioni raccolte sulle variabili che si vogliono descrivere in termini aleatori.

La figura seguente propone uno schema relazionale che consente di associare la distribuzione di probabilità più adeguata alle caratteristiche dei dati raccolti.

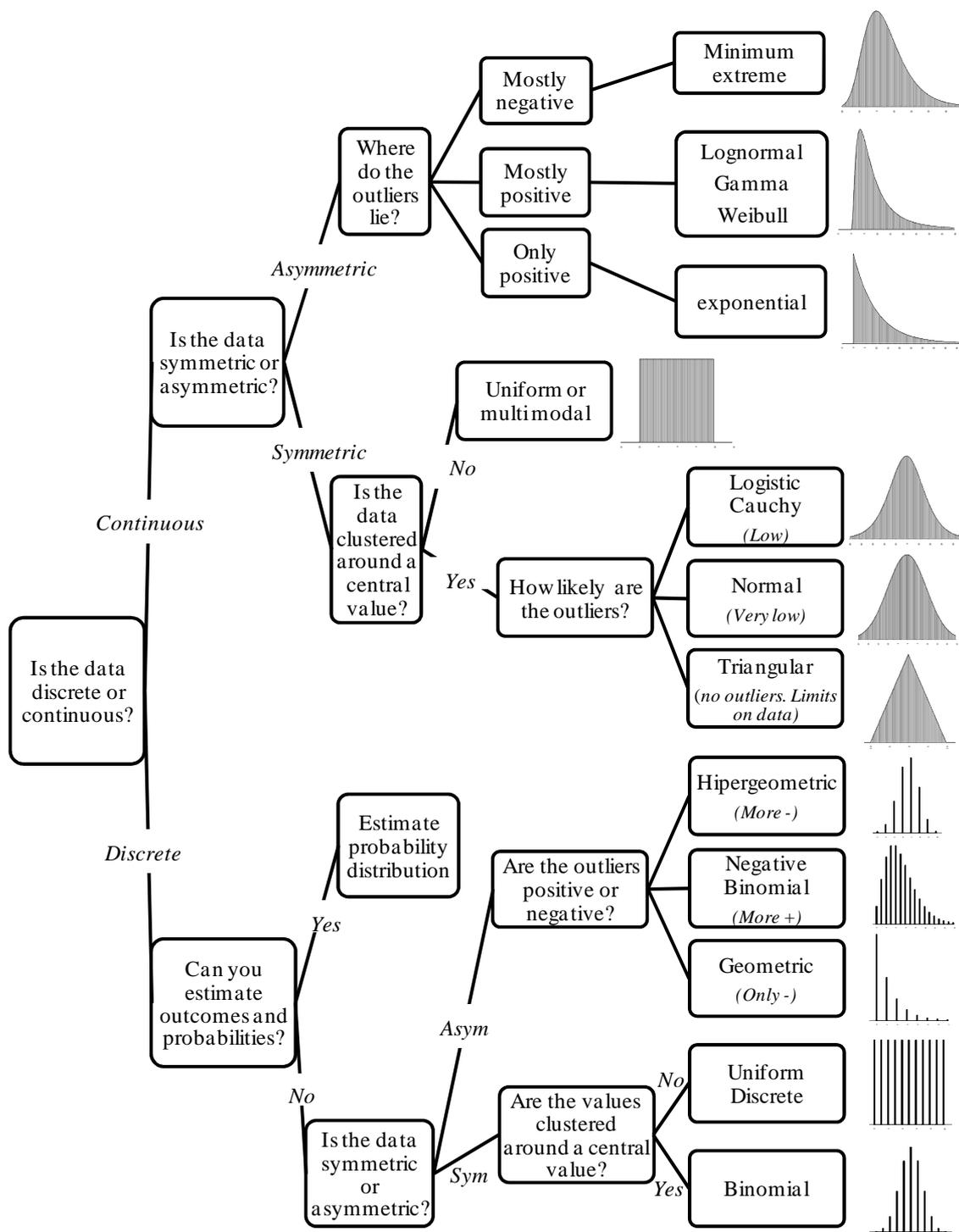


Figura 4.1. Schema relazionale tra distribuzioni di probabilità e caratteristiche delle basi dati.

### 4.1.2 Modello probabilistico e corrispondenti incertezze

Le variabili possono essere innanzitutto distinte in due gruppi: quelle che afferiscono alla capacità e quelle che caratterizzano la domanda. Una schematizzazione possibile è quella rappresentata nelle Figura 4.2 e Figura 4.3 dove, a titolo di esempio, sono indicate alcune delle variabili incerte che rendono aleatorie, rispettivamente, la capacità e la domanda.

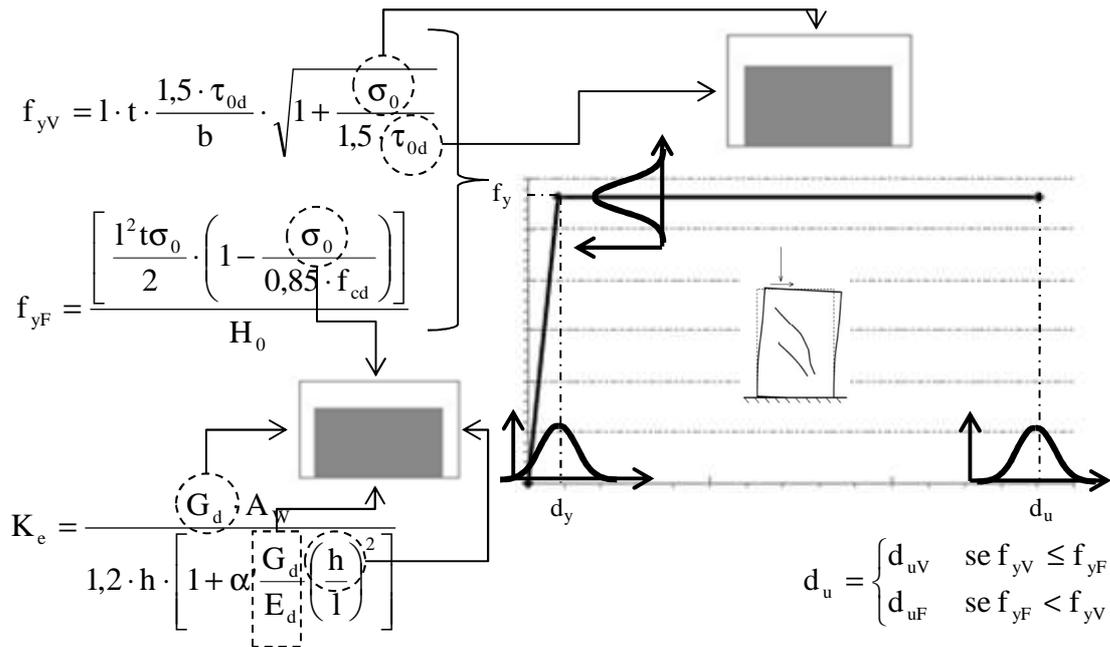


Figura 4.2. Incertezze nei modelli di capacità.

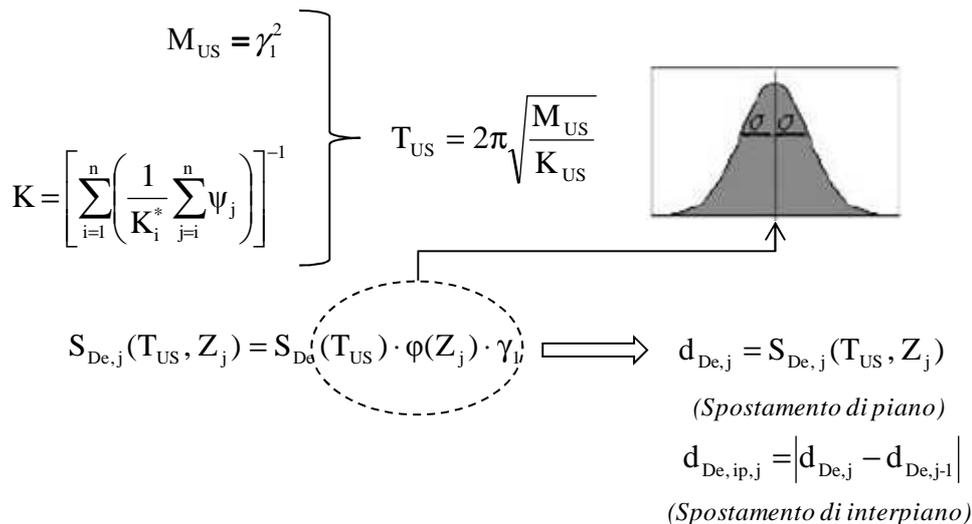


Figura 4.3. Incertezze nei modelli di domanda.

Le incertezze richiamate nelle figure precedenti sono solo una parte di quelle possibili, ed evidenziano come in realtà l'approccio deterministico non sia in grado di fornire un quadro sufficientemente realistico delle capacità della struttura.

Risulta infatti evidente come il problema di per se non può che essere affrontato con metodi probabilistici, stante la natura delle grandezze impiegate per determinare la vulnerabilità dell'aggregato.

Solo una conoscenza piuttosto approfondita consente di ottenere una stima accurata delle variabili e ridurre l'intervallo di confidenza, ma questo va a discapito dei tempi e delle risorse economiche a disposizione.

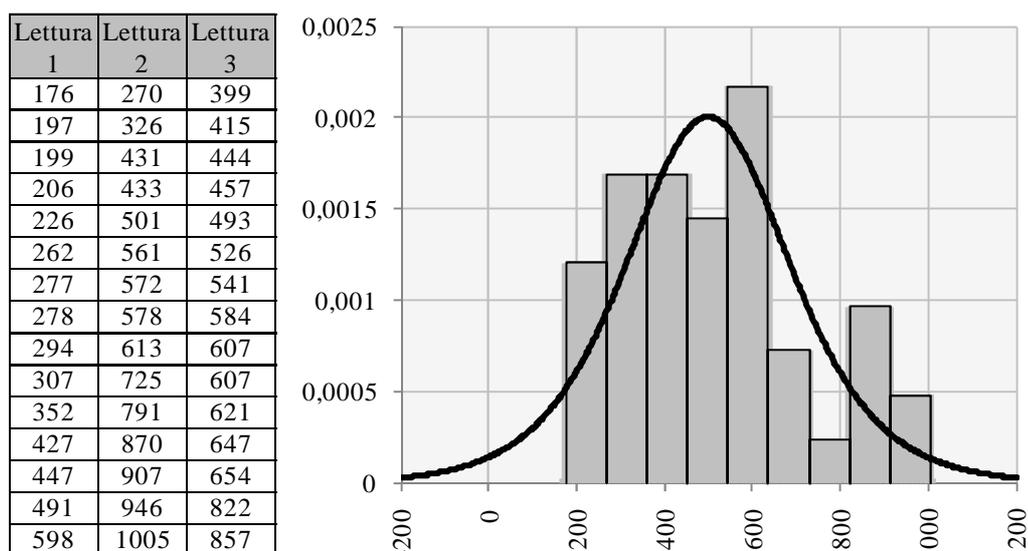
Va detto inoltre che uno studio preliminare di tipo probabilistico consente di orientare una successiva campagna di indagini su quelle variabili da cui dipende di più la risposta del sistema. È chiaro infatti che in assenza di un strumento guida, indagini seppur approfondite rischiano di essere inutili, vanificando anche le analisi più impegnative.

A rendere ancor più difficile l'elaborazione di un giudizio sull'affidabilità delle costruzioni in aggregato, intervengono anche altri fattori esterni l'unità strutturale per cui si richiede la formulazione di un giudizio di adeguatezza sismica.

In questo caso le informazioni che normalmente sono piuttosto limitate e riguardano variabili interne, assumono contorni ancora più evanescenti poiché riguardanti variabili di altre unità strutturali che generalmente non sono oggetto di indagine.

Pertanto, gli studi di affidabilità possono risultare un importante mezzo di indagine per capire anche l'effetto delle interazioni mutue tra edifici adiacenti o in continuità.

Per capire quanto possa influire sul giudizio di vulnerabilità l'aleatorietà di una variabile, si osservi la Figura 4.4:



**Figura 4.4.** Identificazione statistica di una base dati.

in essa è rappresentata, a titolo meramente esemplificativo, una prova penetrometrica su malta in opera di un muretto in mattoni pieni.

I dati raccolti nella tabella rappresentano una misura della resistenza alla penetrazione della malta; applicando opportuni fattori correttivi ai valori medi ottenuti, si possono avere informazioni sulla resistenza a schiacciamento della muratura.

L'istogramma rappresenta la frequenza dei risultati di prova, mentre la curva continua è la distribuzione di probabilità che meglio approssima la base dati raccolta nella tabella.

Per valutare l'accuratezza con cui la curva di distribuzione si adatta ai dati, vengono utilizzati dei test non parametrici<sup>1</sup> (test d'ipotesi non basati su alcuna distribuzione di probabilità, in alternativa ai test parametrici).

Quello utilizzato è il test  $\chi^2$  (in cui si fa uso della variabile casuale  $\chi^2$ ), che permette di valutare se le frequenze osservate di un certo evento misurato (in questo caso la resistenza alla penetrazione della malta) differiscono significativamente dalle frequenze teoriche fornite dai modelli di distribuzione di probabilità adottati.

Se  $\chi^2=0$ , le frequenze osservate coincidono esattamente con quelle teoriche, se invece  $\chi^2>0$ , i valori delle grandezze differiscono; quanto più lo stimatore assume valori elevati, tanto più grande è la differenza tra valori osservati e teorici.

Si osservino a tal proposito i dati raccolti nella Tabella 4.2.

**Tabella 4.2.** Grandezze statistiche e curve di probabilità teoriche. Nella seconda colonna a sinistra sono contenute le grandezze relative al campione di dati.

	<b>INPUT</b>	<b>Logistic</b>	<b>Lognorm</b>	<b>Normal</b>	<b>Pearson5</b>	<b>BetaGeneral</b>	<b>ExtValue</b>
Minimum	<b>176,0</b>	$-\infty$	-256,5	$-\infty$	-584,2	176,0	$-\infty$
Maximum	<b>1005,0</b>	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	1013,6	$+\infty$
Mean	<b>509,8</b>	498,9	510,2	509,8	510,1	506,8	511,6
Std. Deviation	<b>217,3</b>	226,1	221,5	217,3	220,1	234,5	232,2
$\chi^2$ statistic	--	4,2	6,4	6,4	6,4	6,4	6,7

Nell'ultima riga sono riportati i risultati del test chi-quadro<sup>2</sup>. La curva di probabilità denominata "logistic" è quella che meglio si adatta al campione di prova, pertanto il suo valore è il più basso, come osservato in precedenza in merito alle proprietà del test.

<sup>1</sup> Nel caso delle variabili che caratterizzano gli aggregati, è opportuno utilizzare test non parametrici poiché generalmente non si conosce la distribuzione di probabilità dei dati ed inoltre la numerosità campionaria è spesso ridotta.

Forniscono risultati più robusti dei test parametrici (cioè risultati che risentono meno di una numerosità ridotta), ma rispetto a questi tralasciano parte dell'informazione disponibile.

<sup>2</sup> È importante notare che il valore assunto dalla variabile test  $\chi^2$  ha due limiti significativi, 0 e 20,95; il primo è il caso in cui i dati campione e quelli teorici sono perfettamente coincidenti, il secondo è quello in cui la differenza tra i valori è tale da ridurre il livello di significatività al 5%.

È evidente come un approccio di tipo deterministico faccia uso della semplice media, ottenuta dai dati sperimentali, per valutare lo stato del sistema.

La Figura 4.4 mostra come, in realtà, i dati sperimentali si distribuiscano intorno al valore medio secondo una legge di distribuzione di probabilità.

Questo vuol dire che il valore atteso della variabile può essere espresso solo in termini probabilistici, vista l'incertezza intrinseca che la rende aleatoria.

La possibilità che si verifichi il superamento dello stato limite di collasso è quindi legata al valore assunto dalla variabile (o dalle variabili); ad ogni sua variazione corrisponde una soglia di superamento dello stato limite diversa dalla precedente, per cui anche il superamento dello stato limite di riferimento deve essere visto in termini probabilistici.

#### 4.1.3 Analisi del rischio

Una volta associati gli opportuni modelli alle variabili aleatorie selezionate, è possibile eseguire delle analisi di simulazione, ad esempio attraverso la tecnica Monte Carlo, secondo i punti seguenti:

- Creazione di un modello parametrico,  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_q)$ ;
- Distribuzione di probabilità associate alle variabili incerte ( $E, G, f_m, \tau_0, \dots$ );
- Generazione di  $i$  numeri casuali  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ , per le  $n$  variabili, secondo le distribuzioni assegnate al punto precedente;
- Valutazione del modello di output e memorizzazione dei risultati come  $y_i$ ;
- Analisi dei risultati (istogrammi, statistiche di riepilogo, intervalli di confidenza).

#### 4.1.4 Analisi di sensitività

Eseguite le simulazioni sulle variabili stocastiche in input, si pone il problema di valutare l'incidenza di ognuna sulla risposta globale.

Per far questo sono necessarie alcune operazioni sulle distribuzioni di dati in input ed output, di cui si riporta una sintesi:

1. Calcolo di mediana e deviazione standard dei campioni in input ( $Me_{i,1}, \sigma_{t,1}$ );
2. Creazione di un subset per ogni input contenente le sole iterazioni che raggiungono l'obiettivo prefissato;
3. Calcolo della mediana per ogni subset ( $Me_{i,3}$ );
4. Confronto tra la differenza delle mediane di cui al punto 1 e 3 e la deviazione standard del punto 1 per ogni input;

Se:

$$\Delta_t = |\text{Me}_{i,1} - \text{Me}_{i,3}| > \frac{\sigma_{t,1}}{2} \quad (4.1)$$

allora l'input incide significativamente sulla risposta. I punti da 1 a 4 vengono ripetuti per ogni variabile del problema.

Al termine delle iterazioni si dispone di un sottoinsieme dei parametri di partenza, ad ognuno dei quali è associato un valore che corrisponde alla variazione prodotta sul parametro di controllo, quando la variabile di input subisce un incremento di  $+\sigma$ .

Supponiamo, a titolo di esempio, di trovarci nelle seguenti condizioni:

- la variabile di controllo è  $\rho$ , rapporto tra lo spostamento di capacità e di domanda dell'interpiano  $k$ ; assegnate a tutte le variabili i valori medi,  $\rho = 0,6$
- una delle variabili di input analizzate è  $\tau$ , resistenza a taglio della muratura, per cui la deviazione standard associata alla distribuzione delle resistenze data è pari a 0,05 Mpa, mentre la mediana è pari a 0,28 Mpa
- la variazione su  $\rho$  di  $\tau$  è pari a 0,03

Ciò vuol dire che se  $\tau = \text{Me} + \sigma$  allora  $\rho = 0,63$ , cioè se la variabile di input è incrementata di una deviazione standard, la variabile di controllo subisce una variazione pari all'indice fornito dalle analisi di sensitività.

Nel caso specifico,  $\tau$  incide per il 5% sulla variabile  $\rho$ , ogni volta che subisce una variazione di  $+\sigma$ .

Ovviamente ogni variabile può incidere positivamente o negativamente sull'esito della verifica, di cui il parametro di controllo è uno stimatore, quindi è anche possibile che ad una variazione di  $+\sigma$  corrisponda una variazione negativa del parametro di controllo.

Il caso esempio riportato al termine dei paragrafi dedicati agli approfondimenti di carattere teorico, fornirà ulteriori elementi esplicativi, nel caso in cui questo breve commento non sia stato sufficientemente esaustivo.

#### 4.1.5 Metodo Monte Carlo

Il Metodo Monte Carlo fa parte della famiglia dei metodi statistici non parametrici. È utile per superare i problemi computazionali legati ai test esatti (ad esempio i metodi basati sulla distribuzione binomiale e calcolo combinatorio, che per grandi campioni generano un numero di permutazioni eccessivo).

Il metodo è usato per trarre stime attraverso simulazioni. Si basa su un algoritmo che genera una serie di numeri tra loro incorrelati, che seguono la distribuzione di probabilità che si suppone abbia il fenomeno da indagare. L'incorrelazione tra i numeri è assicurata da un test chi quadrato.

La simulazione Monte Carlo calcola una serie di realizzazioni possibili del fenomeno in esame, con il peso proprio della probabilità di tale evenienza, cercando di esplorare in modo denso tutto lo spazio dei parametri del fenomeno.

Una volta calcolato questo campione casuale, la simulazione esegue delle 'misure' delle grandezze di interesse su tale campione. La simulazione Monte Carlo è ben eseguita se il valore medio di queste misure sulle realizzazioni del sistema converge al valore vero.

L'algoritmo Monte Carlo è un metodo numerico che viene utilizzato per trovare le soluzioni di problemi matematici, che possono avere molte variabili e che non possono essere risolti facilmente, per esempio il calcolo integrale.

È importante notare come l'efficienza di questo metodo aumenti rispetto agli altri metodi quando la dimensione del problema cresce.

### 4.1.6 Un caso esempio

La procedura descritta, estesa al caso probabilistico, viene qui applicata ad una Unità Strutturale (US) di un aggregato edilizio, costituita da 3 livelli e composta, per semplicità di esposizione, da un solo allineamento di maschi paralleli alla direzione X orizzontale. Si ipotizza che la costruzione sia realizzata in muratura di mattoni pieni e malta di calce e che si sia raggiunto un livello di conoscenza LC1.

Nel caso in esame, le incertezze vengono distinte in locali e globali, rispettivamente quando influenzano una o più pareti. Inoltre, con l'obiettivo di semplificare l'esposizione, si è scelto di trattare dal punto di vista probabilistico un numero ridotto di variabili di base. Come prima variabile incerta si considera il carico totale agente sulle pareti, da cui dipendono le rispettive capacità a taglio e a pressoflessione. La Figura 4.5 mostra la dipendenza tra la capacità e detta variabile aleatoria, di cui è fornita una descrizione statistica in Tabella 4.3. Tra le incertezze di tipo globale, sono state considerate le grandezze meccaniche riportate in Tabella 4.4, in cui è presente tra l'altro anche una variabile legata alla domanda, il picco di accelerazione su suolo A (PGA).

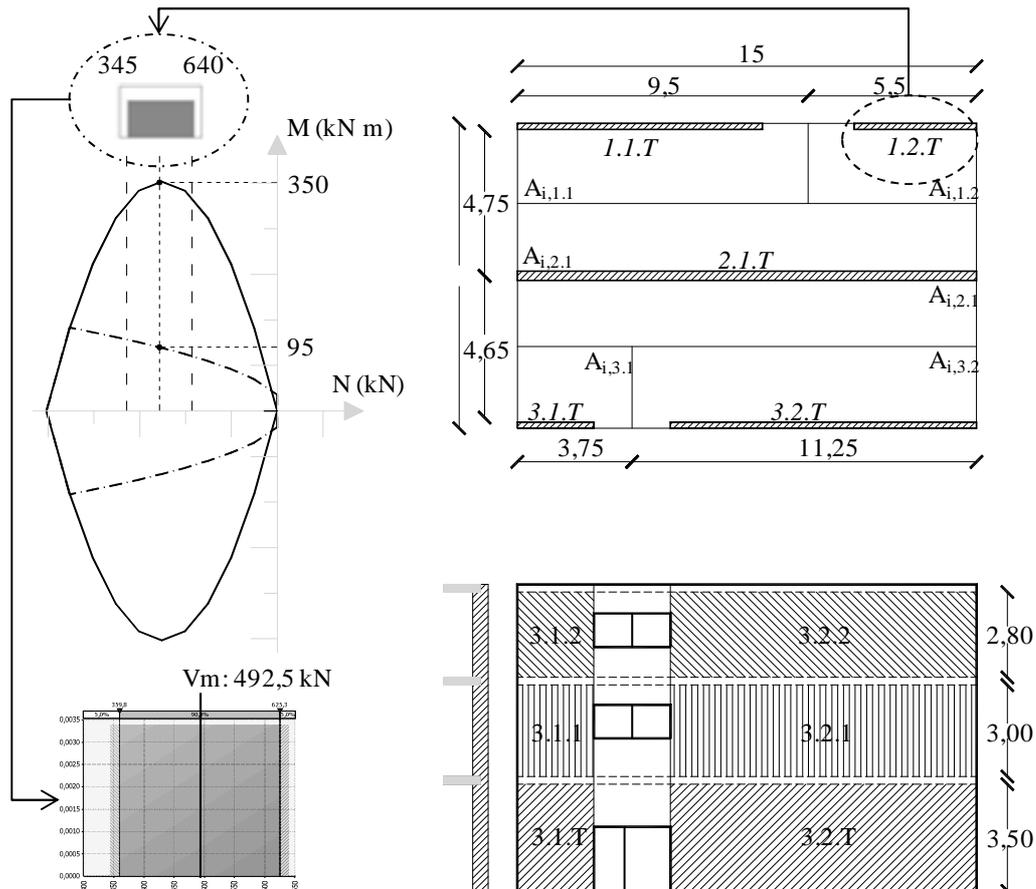


Figura 4.5. Incertezze di tipo locale sulla capacità.

**Tabella 4.3.** Incertezze locali, modelli associati, grandezze statistiche: in evidenza la parete di Figura 4.5.

GRANDEZZA	PARETE	Tipo di distribuzione	Correlazione	Min.	Max.	Media	$\sigma_0$
Variazione del carico assiale (kN)	1.1.T	Uniforme	Assente	620	1150	885,0	153,0
	<b>1.2.T</b>			<b>345</b>	<b>640</b>	<b>492,5</b>	<b>85,1</b>
	2.1.T			1750	350	2500,0	433,0
	3.1.T			233	433	333,0	57,7
	3.2.T			760	1400	1080,0	184,8
	1.1.1			400	750	575,0	101,0
	1.2.1			225	420	322,5	56,3
	2.1.1			1135	2110	1622,5	281,5
	3.1.1			152	280	216,0	37,0
	3.2.1			490	910	700,0	121,2
	1.1.2			195	365	280,0	49,1
	1.2.2			110	200	155,0	26,0
	2.1.2			550	1020	785,0	135,7
	3.1.2			75	140	107,5	18,8
3.2.2	240	440	340,0	57,7			

**Tabella 4.4.** Incertezze globali, modelli associati, grandezze statistiche.

GRANDEZZA	Tipo di distribuzione	Correlazione	Min.	Max.	Media	$\sigma_0$
Sp. Ultimo per taglio (%)	Uniforme	Assente	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$
Sp. Ultimo per pressoflessione (%)			$5,4 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$
Resistenza a compressione (kN/m <sup>2</sup> )			1260,0	1540,0	1400,0	80,8
Resistenza a taglio (kN/m <sup>2</sup> )			25,2	30,8	28,0	1,6
Modulo elastico G (kN/m <sup>2</sup> )			$3,24 \cdot 10^5$	$3,96 \cdot 10^5$	$3,60 \cdot 10^5$	$2,10 \cdot 10^4$
Modulo elastico E (kN/m <sup>2</sup> )			$9,72 \cdot 10^5$	$11,88 \cdot 10^5$	$10,80 \cdot 10^5$	$6,23 \cdot 10^4$
PGA (a <sub>g</sub> /g)	Normale		$-\infty$	$+\infty$	0,30	0,03

La volontà di rappresentare la risposta come dipendente anche dalla variazione di carico assiale nelle pareti murarie, va nella direzione di rendere consapevole chi fruisce dello strumento, di cosa possa implicare a livello globale trascurare tale effetto, poiché, come sappiamo la procedura semplificata ne trascura gli effetti.

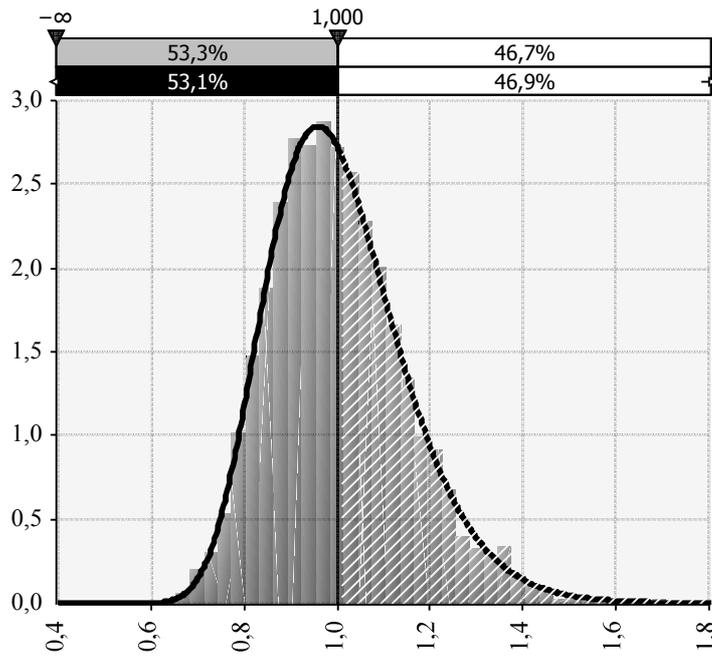
Per cui, un simile approccio trova spazio in un ambito più ampio che non quello meramente applicativo della norma.

Per quanto riguarda la risposta, si considera come grandezza di controllo il rapporto Capacita/Domanda (C/D) in termini di spostamento ai diversi interpiani.

A titolo di esempio, si riporta la distribuzione di probabilità della variabile di controllo C/D per il solo piano terra. La curva a tratto continuo rappresenta la legge di

distribuzione che meglio approssima i risultati ottenuti con 5000 simulazioni Monte Carlo, rappresentati dall'istogramma sovrapposto alla curva.

Quest'ultima è separata in due parti dalla retta  $C/D=1$  che rappresenta il limite del dominio di sicurezza al di là del quale la verifica di interpiano risulta negativa ( $C/D < 1$ ); l'area sottesa da questo settore di curva è la probabilità di fallimento per l'interpiano in esame.



**Figura 4.6.** Probabilità di fallimento del piano terra.

Nella colonne di Tabella 4.5 sono riassunti ordinatamente da sinistra verso destra, il valor medio  $\mu$ , la probabilità di superamento della soglia prefissata del parametro di controllo, i valori che la grandezza di controllo  $C/D$  assume quando a tutte le incertezze locali e globali è attribuito il valor medio.

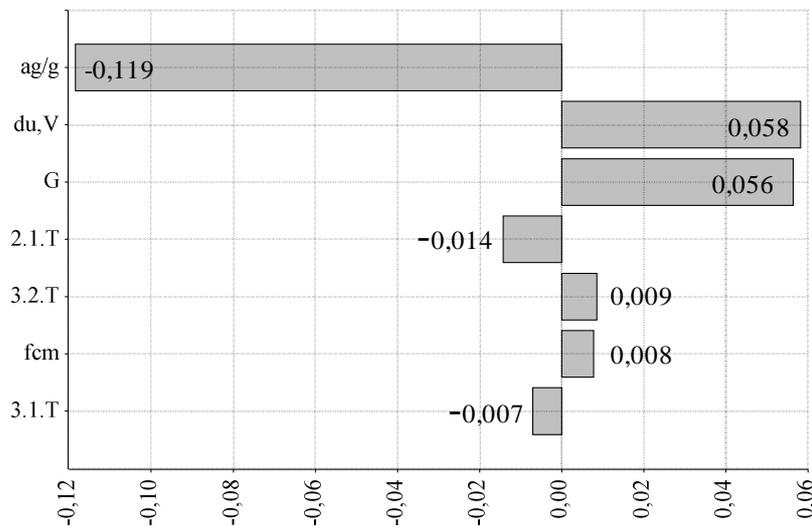
**Tabella 4.5.** Sintesi delle grandezze relative alle distribuzioni del parametro  $C/D$  per tutti i livelli.

Piano	$\mu$	Pr %	$C/D$
PT	1,004	53,1	0,88
1°	1,289	3,7	1,13
2°	2,410	0	2,10

La probabilità di collasso maggiore è localizzata al piano terra, mentre ai piani superiori la probabilità decresce in maniera piuttosto marcata fino ad annullarsi in corrispondenza del secondo piano. Si noti che quest'ultima eventualità è legata alla scelta di adottare

distribuzioni senza code. In caso contrario avremmo ottenuto un valore diverso da zero, seppur molto prossimo a tale limite.

L'istogramma di Figura 4.7 è uno strumento utile per valutare la sensitività della risposta globale, poiché ordina i diversi parametri che governano la risposta in base all'incidenza di ognuno sulla variabile di controllo.



**Figura 4.7.** Incidenza delle variabili di input sulla risposta del piano terra: in ascissa la variazione relativa del rapporto C/D, in ordinata le variabili di input più rappresentative.

Ogni barra dell'istogramma contiene un numero che rappresenta la variazione che subisce il parametro di controllo quando la variabile di input corrispondente è incrementata di una deviazione standard (+ $\sigma$ ). Nella Tabella 4.6 sono riassunte le prime sette variabili con le corrispondenti deviazioni standard e la variazione del rapporto C/D.

**Tabella 4.6.** Ordinamento delle variabili di input secondo l'incidenza sulla grandezza di controllo C/D del piano terra.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
PGA (a <sub>g</sub> /g)	0,31	0,031	-0,119
d <sub>u,v</sub> (%)	0,004	0,00023	+0,058
G (kN/m <sup>2</sup> )	360000	20787	+0,056
2.1.T (kN)	2500	433	-0,014
3.2.T (kN)	1080	185	+0,009
f <sub>m</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	1400	80,83	+0,008
3.1.T (kN)	1080	184,75	-0,007

Il parametro da cui maggiormente dipende la risposta è la PGA. Passando da 0,31g a 0,34g il rapporto C/D passa da 0,88 a circa 1, con un incremento di circa il 15%.

È interessante notare come gli altri fattori determinanti per la risposta globale siano le variabili legate ai meccanismi di collasso per taglio: in un problema in cui il collasso del sistema è governato principalmente dai meccanismi di rottura per taglio dei pannelli murari, è ragionevole pensare che i parametri che concorrono a definirne la capacità incidano in misura maggiore degli altri.

In tal senso i risultati ottenuti rappresentano una conferma di quanto osservato.

Come ulteriore riflessione, a ulteriore conferma di quanto sopra, si noti come la resistenza a compressione media della muratura sia il fattore che meno influenza la risposta globale, poiché legato a meccanismi di collasso per pressoflessione, che in questo caso sono poco rappresentativi del comportamento di interpiano.

Le riflessioni sui risultati ottenuti evidenziano le potenzialità della procedura come strumento di valutazione affidabilistico della vulnerabilità sismica, attraverso lo studio della sensitività della risposta globale alle incertezze.

Si è visto infatti come lo strumento sia in grado di :

- individuare gli elementi che influenzano di più la risposta
- orientare la diagnostica verso quegli elementi per migliorarne la descrizione probabilistica (ad esempio, mediante tecniche di updating bayesiano)
- indirizzare i rinforzi verso gli elementi più efficaci

Come mostrato in Tabella 4.6, è possibile valutare in maniera agevole l'effetto di una qualunque variabile sul comportamento globale del sistema.

È importante evidenziare che la metodologia proposta permette, oltre che di esprimere un giudizio sulla vulnerabilità sismica dell'US, anche di valutare gli effetti sulla risposta strutturale di interventi di adeguamento o miglioramento sismico.



## **5 RISPOSTA DETERMINISTICA E STOCASTICA DI EDIFICI IN AGGREGATO: UN CASO STUDIO**

### **5.1 Indagini sulla vulnerabilità strutturale di un aggregato**

La procedura non lineare viene ora applicata nella sua duplice veste deterministica e stocastica. L'aggregato su cui sono eseguite le verifiche è costituito da 6 unità strutturali, geometricamente articolate attorno ad un isolato urbano.

Nel primo caso l'obiettivo è di delineare un percorso guidato per il professionista che si appresta alla verifica non lineare di un aggregato, utilizzando uno strumento sviluppato appositamente per rispettare le indicazioni di norma.

Nel secondo caso si propone una lettura della risposta delle US in termini probabilistici allo scopo di proporre un metodo alternativo per la verifica di aggregati.

Sarà ovviamente un'occasione per confrontare i risultati ottenuti nelle due metodologie; maggior spazio verrà dato alla proposta di analisi affidabilistica, soprattutto per evidenziare come essa sia in grado di orientare gli interventi di adeguamento conoscendo a priori gli effetti sulla capacità.

### **5.2 Modalità di verifica secondo la NTC-08**

La NTC-08 prescrive che “Nell'analisi di un edificio facente parte di un aggregato edilizio occorre tenere conto delle possibili interazioni derivanti dalla contiguità strutturale con gli edifici adiacenti, connessi o in aderenza ad esso”. Preliminarmente all'analisi è richiesta l'individuazione della Unità Strutturale (US) oggetto dello studio.

La Norma specifica inoltre che “l'US dovrà comunque avere continuità da cielo a terra per quanto riguarda il flusso dei carichi verticali e, di norma, sarà delimitata o da spazi aperti, o da giunti strutturali, o da edifici contigui costruiti, ad esempio, con tipologie costruttive e strutturali diverse, o con materiali diversi, oppure in epoche diverse”.

L'intero isolato è costituito dall'aggregazione di sei Unità Edilizie (UE), realizzate in tempi diversi, anche se verosimilmente ravvicinati fra di loro. Tali UE sono chiaramente riconoscibili già dall'esame delle facciate sui tre fronti stradali (figura 5.1, figura 5.2,

figura 5.3), dove è possibile osservare l'impiego di forme e dettagli architettonici (finestrature, modanature, marcapiano) di stile differente, nonché sfalsamenti altimetrici fra le quote di solai appartenenti ad UE adiacenti.

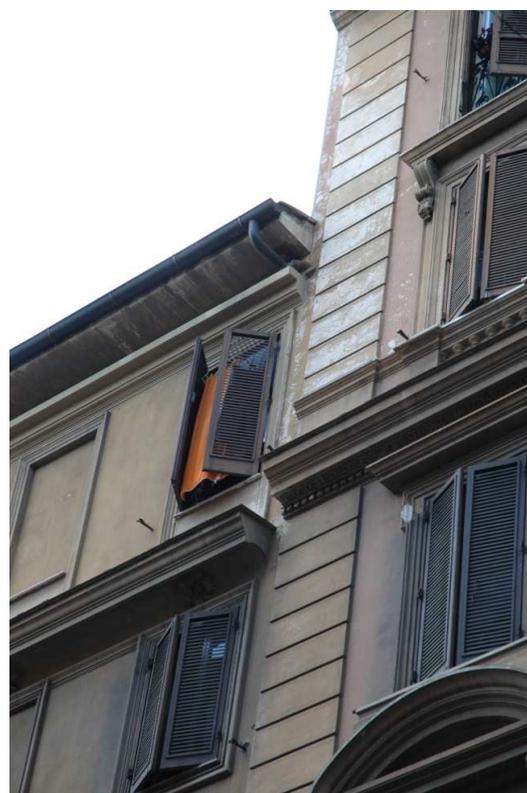
E' da sottolineare come in questo caso sia di estremo aiuto guardare alla morfologia dell'aggregato, poiché un eventuale esame dei materiali impiegati nella costruzione e dei dettagli costruttivi dell'isolato non avrebbe aiutato nell'operazione di riconoscimento, stante la vicinanza temporale delle varie fasi costruttive, che ha comportato l'impiego di materiali omogenei e di tecniche costruttive analoghe su tutto l'aggregato.

A livello di pianificazione urbanistica, è ragionevole ritenere che l'intero isolato sia stato concepito in maniera unitaria e che nel tempo sia avvenuta una differenziazione attraverso le varie fasi costruttive che si sono succedute. I sopralluoghi eseguiti hanno confermato tale interpretazione sull'accrescimento dell'isolato, che ha comportato una interruzione della continuità strutturale nelle zone di adiacenza, come confermato dalla presenza di solai altimetricamente sfalsati fra UE adiacenti.

La lettura morfologica complessiva orienta dunque l'interpretazione dell'isolato come un aggregato costituito da differenti Unità Edilizie che costituiscono altrettante Unità Strutturali (US).

In linea con le prescrizioni normative, si tiene conto del fatto che "l'analisi di una US secondo i metodi utilizzati per edifici isolati, senza una adeguata modellazione oppure con una modellazione approssimata dell'interazione con i corpi di fabbrica adiacenti, assume un significato convenzionale. Di conseguenza, si ammette che l'analisi della capacità sismica globale dell'US possa essere verificata attraverso metodologie semplificate". In particolare si riconosce che, nel caso di solai sufficientemente rigidi, la verifica convenzionale allo SLU e allo SLD di una US in aggregato può essere svolta, anche per edifici con più di due piani, mediante l'analisi statica non lineare analizzando e verificando separatamente ciascun interpiano dell'edificio, e trascurando la variazione della forza assiale nei maschi murari dovuta all'effetto dell'azione sismica. Inoltre, l'analisi potrà anche essere svolta trascurando gli effetti torsionali, ipotizzando che i solai possano unicamente traslare nella direzione considerata per l'azione sismica.

Le analisi per la valutazione della adeguatezza sismica dell'isolato in esame, recepiscono tali considerazioni e sono state eseguite mediante la procedura non lineare sviluppata nella prima parte del lavoro di tesi, pienamente congruente con i dettami normativi.



**Figura 5.1.** Prospetti di due fronti dell'aggregato e discontinuità in corrispondenza delle cornici.



**Figura 5.2.** A sin.: particolare di una delle testate che delineano l'isolato; a des.: particolare del giunto fra l'aggregato e una unità edilizia adiacente.



**Figura 5.3.** Particolare del giunto fra due Unità Edilizie adiacenti del prospetto principale.



**Figura 5.4.** Pianta con l'indicazione delle Unità Strutturali individuate.

### 5.3 Requisiti di sicurezza

Lo stato limite (SL) investigato per la verifica di sicurezza degli edifici è quello di Salvaguardia della vita (SLV).

Secondo la definizione fornita nella NTC-08, allo SLV corrispondono danni strutturali importanti, con significativa riduzione di resistenza e rigidezza laterale; gli elementi non strutturali sono danneggiati ma non si verificano espulsioni di tramezzi e tamponature; poiché la struttura ha residui di deformazioni dovuti alle escursioni in campo plastico dei materiali, in generale la riparazione non è economicamente conveniente.

### 5.4 Criteri di verifica

In generale la verifica degli edifici esistenti viene eseguita partendo dallo spettro elastico con accelerazione di ancoraggio corrispondente al valore di picco atteso al sito per lo stato limite di interesse, eventualmente amplificata in relazione al tipo di terreno in esame.

Le verifiche di sicurezza vengono generalmente effettuate distintamente per i meccanismi globali (nel piano delle pareti murarie) e per quelli locali (fuori dal piano). In questo caso saranno limitate alle sole verifiche globali, poiché quelle locali esulano dagli scopi del presente lavoro.

### 5.5 Materiali in opera

La struttura è costituita da muratura portante realizzata in tufo listato e da muratura non portante realizzata in mattoni pieni, come risulta dai sondaggi visivi riportati in Figura 5.5 e Figura 5.6.



**Figura 5.5.** Riquadro di muratura portante costituito da blocchi di tufo listati.



**Figura 5.6.** Riquadro di muratura non portante costituito da mattoni pieni.

Per quanto riguarda gli orizzontamenti, i campi di solaio sono realizzati con voltine di mattoni pieni e travetti metallici.

Non è stato possibile reperire informazioni sulle strutture di fondazione, ma vista la tipologia strutturale e l'epoca di costruzione si può presumere che esse siano del tipo a sacco.

### **5.5.1 Prove di caratterizzazione meccanica**

Le attività condotte sull'aggregato sono consistite nella rimozione su alcune pareti dello strato di intonaco superficiale al fine di valutare la tipologia e la consistenza della muratura.

Sulla base delle informazioni raccolte si è successivamente proceduto a classificare le murature secondo lo schema di tab.C8A.1 della Circolare esplicativa delle NTC 2008.

Come già accennato al paragrafo precedente, i sopralluoghi effettuati hanno evidenziato l'esistenza di due tipologie murarie, una di tufo listata, l'altra di mattoni pieni.

La prima, che caratterizza maggiormente l'organismo strutturale trovandosi a costituire la tipologia principale, si riscontra nei maschi murari longitudinali che sostengono i solai; la seconda si riscontra nei setti trasversali paralleli alla direzione di tessitura dei solai.

Si riportano nel seguito i valori di riferimento dei parametri meccanici minimi e massimi e del peso specifico per le tipologie murarie riscontrate negli edifici.

- Muratura di tufo listata
  - Resistenza media a compressione  $f_{cm}= 140 - 240 \text{ N/cm}^2$
  - Resistenza media a taglio  $\tau_0= 2,8 - 4,2 \text{ N/cm}^2$
  - Modulo di elasticità normale  $E= 900 - 1260 \text{ N/mm}^2$
  - Modulo di elasticità tangenziale  $G= 300 - 420 \text{ N/mm}^2$
  - Peso specifico medio  $w= 16\text{kN/m}^3$
- Muratura di mattoni pieni
  - Resistenza media a compressione  $f_{cm}= 240 - 400 \text{ N/cm}^2$
  - Resistenza media a taglio  $\tau_0= 6,0 - 9,2 \text{ N/cm}^2$
  - Modulo di elasticità normale  $E= 1200 - 1800 \text{ N/mm}^2$
  - Modulo di elasticità tangenziale  $G= 400 - 600 \text{ N/mm}^2$
  - Peso specifico medio  $w= 18 \text{ kN/m}^3$

I valori di progetto delle resistenze si ottengono in conformità a quanto specificato nella tabella C8.4, applicando al valore della resistenza minima, calcolato come descritto in precedenza, il FC definito nei paragrafi precedenti.

In base alla tab. C8.4 i moduli di rigidezza, impiegati nel modello di calcolo per la determinazione della domanda, vengono assunti con i loro valori medi.

Per le tipologie murarie individuate, le grandezze di progetto assumono i seguenti valori:

- Muratura di tufo listata
  - $f_{cd} = \frac{f_{cm}}{FC} = \frac{1400}{1,35} = 1037 \text{ kN/m}^2$
  - $\tau_{0,d} = \frac{\tau_0}{FC} = \frac{28}{1,35} = 20,7 \text{ kN/m}^2$
  - $E = E_m = 1080 \text{ N/mm}^2$
  - $G = G_m = 360 \text{ N/mm}^2$

- Muratura di mattoni pieni

○  $f_{cd} = \frac{f_{cm}}{FC} = \frac{2400}{1,35} = 1778 \text{ kN/m}^2$

○  $\tau_{0d} = \frac{\tau_0}{FC} = \frac{60}{1,35} = 44,4 \text{ kN/m}^2$

○  $E = E_m = 1500 \text{ N/mm}^2$

○  $G = G_m = 500 \text{ N/mm}^2$

## 5.6 Modello di calcolo dell'edificio

### 5.6.1 Generalità

La valutazione della domanda negli elementi strutturali dell'aggregato edilizio è stata eseguita mediante analisi statica non lineare.

Si riassumono brevemente le semplificazioni adottate: a) ciascun interpiano dell'edificio è stato analizzato e verificato separatamente, b) si trascura la variazione della forza assiale nei maschi murari dovuta all'effetto dell'azione sismica, c) gli effetti torsionali vengono trascurati. Per i dettagli sulla procedura impiegata si rimanda al cap. 3.

Le Unità Strutturali, riconosciute all'interno dell'aggregato, sono state verificate utilizzando modelli separati per le due direzioni principali, mediante il programma VeVuS commentato in precedenza, in riferimento allo spettro di progetto definito nei paragrafi successivi.

Per ogni piano dell'edificio sono stati identificati i maschi murari nelle due direzioni con le relative grandezze geometriche.

I criteri per la selezione degli elementi strutturali sono contenuti nel par. 7.8.1.4 della NTC 2008.

Più precisamente, ogni potenziale parete deve soddisfare alcuni requisiti geometrici al fine di poter essere considerata parte resistente nelle verifiche sismiche; ciò equivale a selezionare gli elementi stabilendo una soglia minima di rigidezza ed una massima relativa alla snellezza.

Tale selezione avviene sulla base di tre parametri calcolati per ogni parete, da confrontare con i limiti imposti dalla norma in funzione della tipologia muraria con cui è realizzata.

I parametri e i corrispondenti limiti previsti per le tipologie riscontrate in sito, in riferimento alla tabella 7.8.II della NTC, sono i seguenti:

*Tipologia 1:* muratura di tufo listata (zona 3) associata alle pareti con giacitura orizzontale:

$$t_{\min} = 240 \text{ mm}$$

$$(\lambda=h_0/t)_{\max} = 12$$

$$(l/h')_{\min} = 0,3$$

*Tipologia 2:* muratura di mattoni pieni associata alle pareti con giacitura verticale:

$$t_{\min} = 240 \text{ mm}$$

$$(\lambda=h_0/t)_{\max} = 12$$

$$(l/h')_{\min} = 0,4$$

Il primo parametro pone un limite minimo sullo spessore della parete.

Il secondo parametro stabilisce un valore massimo della snellezza convenzionale della parete, in cui  $h_0 = \rho \cdot h$  è la lunghezza libera d'inflessione della parete valutata in funzione delle condizioni di vincolo alle estremità dovute alla presenza dei muri ortogonali, la cui efficacia è valutata tramite il parametro  $\rho$ , ed  $h$  è l'altezza d'interpiano.

Il terzo parametro pone un limite minimo al rapporto tra la lunghezza  $l$  della parete e l'altezza  $h'$  delle eventuali aperture adiacenti alla parete stessa.

La parete si considera parte degli elementi resistenti quando soddisfa tutti i requisiti sopra esposti.

### 5.6.2 Modalità di riconoscimento dei maschi murari

L'individuazione dei maschi passa attraverso il riconoscimento delle pareti, viste come assemblaggio di uno o più pannelli murari allineati in pianta.

In questo contesto la presenza delle aperture, interrompendo la continuità della muratura, indebolisce la resistenza della parete; di contro si osserva un aumento della rigidità nelle immediate vicinanze dei vuoti a causa delle fasce di piano sopra e sotto l'apertura.

Uno degli studi guida sull'argomento, anche se fondato su considerazione di carattere qualitativo (Dolce 1989), modella tale effetto come una riduzione dell'altezza reale dei maschi posti a lato delle bucatore, definita  $h'$ , tenendo conto di un angolo di diffusione degli sforzi in prossimità dei vuoti.

L'altezza  $h'$  consente di calcolare l'altezza efficace  $H_{eff}$ , quest'ultima utilizzata in sostituzione dell'altezza di piano per il calcolo della rigidità della parete.

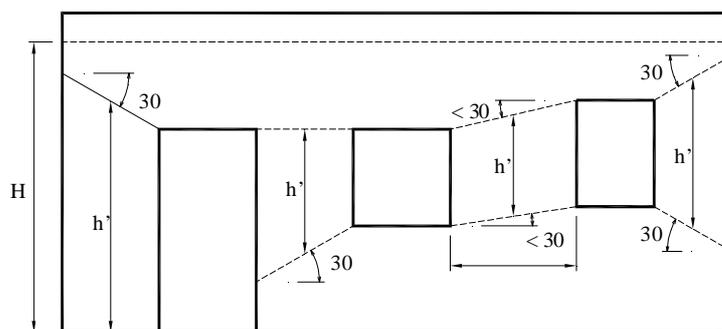
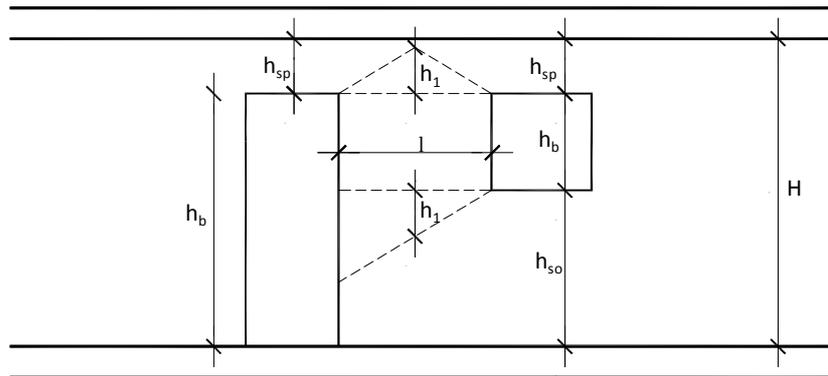


Figura 5.7. Determinazione dell'altezza  $h'$  che concorre a definire l'altezza efficace  $H_{eff}$ .

Nel caso in esame le bucatore sono allineate e questo consente una semplificazione del problema, favorendo una più agevole implementazione nella procedura di calcolo automatica messa a punto per la verifica degli aggregati.

Si consideri lo schema di Figura 5.8 per la definizione delle grandezze utilizzate per il calcolo dell'altezza efficace del pannello.



**Figura 5.8.** Parametri di calcolo dell'altezza  $h'$ .

Le equazioni riportate nel seguito possono essere applicate una volta definita la configurazione delle bucatre in prossimità del pannello.

La prima, contraddistinta dalla lettera F, si applica quando le bucatre sono delle finestre, la seconda, con la lettera P, si utilizza nel caso in cui le bucatre sono delle porte, infine si fa uso della terza espressione, distinta con la lettera N, quando non ci sono bucatre.

Nel caso in cui il maschio sia delimitato da due bucatre di altezza diversa, i parametri per la definizione di  $h'$  sono quelli relativi al foro di altezza inferiore; l'equazione corrispondente è definita dalla tipologia di bucatra del tipo finestra.

$$\begin{aligned}
 h' &= h_b + [\min(f_{yV}, f_{yF}) + \min(h_1; h_{so})] && \text{quando tipo configurazione è "F"} \\
 h' &= h_b + \min(h_1; h_{sp}) && \text{quando tipo configurazione è "P"} \\
 h' &= H && \text{quando tipo configurazione è "N"}
 \end{aligned}$$

Le grandezze che compaiono nelle equazioni precedenti sono valutate per ogni pannello e concorrono al calcolo di  $h'$ .

### 5.7 Geometria del modello

Per la definizione della geometria dell'aggregato edilizio si è proceduto all'identificazione dei maschi murari in tutti i livelli per ogni Unità Strutturale (US) e ad una loro identificazione alfanumerica univoca in base agli allineamenti.

La terna degli assi è orientata localmente, ciò vuol dire che ogni US avrà un suo spazio di definizione geometrico.

L'allineamento orizzontale è sempre parallelo all'asse X, mentre quello verticale all'asse Y; in ogni pianta viene comunque riportato il sistema di riferimento per agevolare la lettura dei dati.

I codici alfanumerici che compaiono negli indici identificativi dei maschi murari, riportati nelle figure che seguono, assumono il seguente significato:

- il primo definisce l'allineamento, un numero per quelli orizzontali e una lettera maiuscola per quelli verticali con direzione concorde agli assi principali, per i pannelli con orientamento generico si utilizza la lettera minuscola;
- il secondo definisce la numerazione dei maschi, crescente da sinistra verso destra per gli allineamenti orizzontali e dall'alto verso il basso per quelli verticali con direzione concorde agli assi principali;
- il terzo definisce l'appartenenza al piano in cui t indica il piano terra, 1 il primo piano, ecc.

In appendice D sono riportate le figure che definiscono la geometria del modello, distintamente per le sei Unità Strutturali (US). In ognuna è rappresentata la tessitura dei solai, l'area d'influenza delle singole pareti e con tratto più marcato il contorno dei pannelli che superano le verifiche geometriche.

Ad ogni parete, identificata nei modi descritti in precedenza, sono associati una serie di parametri indispensabili a caratterizzarne meccanicamente il comportamento.

## 5.8 Terreno di fondazione

Per quanto riguarda le caratteristiche geologiche del sito, si è fatto riferimento alla relazione geologica, reperita tra i documenti d'archivio. Da essa si evince che:

- l'edificio è stato realizzato sui terreni ascrivibili al complesso delle alluvioni recenti del fiume Tevere di età olocenica, a granulometria argilloso sabbiosa e ghiaiosa alla base. Lo spessore di questa formazione è di 45-50 metri;
- nella zona, al di sopra dei terreni suddetti, si riscontra la presenza di terreni di riporto con spessore di circa 5-10 metri.
- la natura litologica delle formazioni presenti è tale da rendere improbabile la presenza di cavità sotterranee (vedi Carta delle cavità). Nella zona sono comunque segnalate numerosi vuoti di natura archeologica.

I dati raccolti consentono di classificare il terreno di fondazione secondo lo schema relativo alla categoria di suolo C per cui è definito un coefficiente  $S=1,25$ .

## 5.9 Analisi dei carichi.

### 5.9.1 Carichi permanenti e accidentali.

Nella determinazione dei carichi e dei sovraccarichi si è tenuto conto di quanto riportato nei documenti forniti da Banca d'Italia. Qui di seguito sono indicati i valori dei carichi unitari di base utilizzati nella verifica delle strutture murarie.

#### SOLAIO CON VOLTINE DI MATTONI PIENI H = 12/16 cm

trave in acciaio	0,60 kN/mq
mattoni e intonaco	0,50 kN/mq
rinfianco	1,25 kN/mq

#### PAVIMENTI IN OPERA (compreso sottofondo)

in gres o monocottura	1,15 kN/mq
-----------------------	------------

#### QUOTA TRAMEZZI

1,00 kN/mq

#### SOVRACCARICHI DI ESERCIZIO SUI SOLAI

coperture (neve)	1,00 kN/mq
solai abitazioni	2,00 kN/mq
balconi	4,00 kN/mq
scale	4,00 kN/mq

I pesi degli elementi divisi per voci comuni sono di seguito associati per definire i valori caratteristici dei carichi totali nelle diverse configurazioni.

### 5.9.2 Solai e altre componenti costruttive.

- Solaio al generico piano H=16 cm

Componente	Peso
Solaio	2,35 kN/m <sup>2</sup>
Quota tramezzi	1,00 kN/m <sup>2</sup>
Pavimento	1,15 Kg/m <sup>2</sup>
<i>Totale carichi permanenti</i>	<i>4,50 kN/m<sup>2</sup></i>
<i>Accidentali (abitazioni)</i>	<i>2,00 kN/m<sup>2</sup></i>

• **Solaio di copertura H=16**

<b>Componente</b>	<b>Peso</b>
Solaio	2,35 kN/m <sup>2</sup>
Pavimento	1,15 kN/m <sup>2</sup>
Isolante + impermeabilizzazione	0,20 kN/m <sup>2</sup>
<i>Totale carichi permanenti</i>	<i>3,70 kN/m<sup>2</sup></i>
<i>Accidentali (neve)</i>	<i>1,00 kN/m<sup>2</sup></i>

• **Scale tipo**

<b>Componente</b>	<b>Peso</b>
Solaio	2,35 kN/m <sup>2</sup>
Intonaco	0,30 kN/m <sup>2</sup>
Pavimento	0,90 kN/m <sup>2</sup>
<i>Totale carichi permanenti</i>	<i>3,55 kN/m<sup>2</sup></i>
<i>Accidentali</i>	<i>4,00 kN/m<sup>2</sup></i>

**5.10 azione sismica.**

L'azione sismica è definita dallo spettro di risposta elastico in accelerazione fornito dalla NTC-08, il cui valore dell'accelerazione di ancoraggio è determinata come l'accelerazione al sito di riferimento corrispondente al periodo di ritorno di 475 anni.

La vita nominale presa a riferimento è  $V_N = 50$  anni, mentre la classe d'uso adottata è la III, corrispondente ad un coefficiente  $c_u = 1,5$ . Si tiene conto della risposta sismica locale adottando uno schema di sottosuolo di tipo C.

Le coordinate geografiche che identificano il sito (in gradi decimali) sono:

- latitudine 41°,8859
- longitudine 12°,4716

Il valore dell'accelerazione al piede per il periodo di ritorno corrispondente allo SLV risulta pari a:

$$S_{d,SLV}(T_1) = 1,5 \cdot 0,131 = 0,195g$$

Il valore dell'accelerazione al piede per il periodo di ritorno corrispondente allo SL di Danno Limitato risulta pari a:

$$S_{d,SLD}(T_1) = 1,5 \cdot 0,062 = 0,093g$$

Quest'ultimo viene riportato per completezza d'informazione, seppur le analisi allo SLD non siano state svolte.

## 5.11 Combinazioni di carico e calcolo delle masse.

### 5.11.1 Combinazioni di carico

Ai fini delle verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo (SLV), si considera la combinazione di carico descritta dalla seguente relazione:

$$G_1 + G_2 + E + \sum_j \psi_{2j} \cdot Q_{kj}$$

in cui:

$G_1$  è il valore caratteristico dei pesi di tutti gli elementi strutturali;

$G_2$  è il valore caratteristico dei pesi di tutti gli elementi non strutturali;

$E$  rappresenta le azioni derivanti dai terremoti;

$\psi_{2j}$  rappresenta il coefficiente di combinazione che fornisce il valore quasi-permanente dell'azione variabile  $Q_j$ ;

$Q_j$  è il valore caratteristico del carico variabile principale;

Il valore del coefficiente di combinazione è funzione della destinazione d'uso degli impalcati della struttura: per i solai destinati ad ambienti residenziali (cat. A di Tab. 2.5.I) è pari a 0,30, per le scale (cat. C di Tab. 2.5.I) è 0,6, mentre per le coperture è pari a 0 (cat. H di Tab. 2.5.I).

## 5.12 Risultati delle analisi.

### 5.12.1 Approccio deterministico

- **Confronto capacità/domanda in spostamento**

Di seguito si riportano le tabelle riepilogative, due per ogni US, relative alle sei US esaminate; nella prima sono riportate i parametri per eseguire le verifiche, la seconda, distintamente per ogni interpiano, riporta invece la verifica in spostamento nelle due direzioni X ed Y con il corrispondente esito riportato nell'ultima colonna di destra.

Le colonne della prima tabella contengono:

$K_{US}$  la rigidezza del sistema US in serie

$M_{US}$	la massa della US
$T_{US}$	il periodo proprio della US
$a_g/g$	la PGA su suolo di tipo A
Suolo	il tipo di terreno secondo la classificazione della NTC-08
$S_e(T_{US})$	il valore spettrale dell'accelerazione
$\varepsilon\%$	la percentuale di massa eccitata nel 1° modo
$p_1$	il coefficiente di partecipazione
H	altezza del fabbricato dall'estradosso delle fondazioni

Le colonne della seconda tabella contengono:

Z (m)	quota rispetto al piano di fondazione;
M(Z)	masse concentrate alla quota dei solai;
$\phi$	vettore degli spostamenti nodali calcolato in forma approssimata;
$S_{De,p}$	valore spettrale dello spostamento di piano;
$d_{D,p}$	spostamento di domanda al piano;
$d_{D,ip}$	spostamento di domanda all'interpiano;
$d^*_u$	spostamento di capacità;
$\rho_d$	rapporto Capacità/Domanda

5.12.1.1 US 1.

Tabella 5.1. Verifiche della US 1.

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	$p_1$	H
335276	1926	0,476	0,131	C	0,42	85,65	43,90	24,36

dir. X

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_a$	Esito
piano terra	4,2	454	0,008	9,42	9,42	9,42	12,57	1,33	POSITIVO
1° piano	7,2	420	0,014	17,40	17,40	7,98	9,94	1,25	POSITIVO
2° piano	11,3	435	0,020	25,26	25,26	7,86	11,38	1,45	POSITIVO
3° piano	14,5	389	0,024	30,47	30,47	5,21	9,74	1,87	POSITIVO
4° piano	18,1	349	0,029	36,04	36,04	5,57	12,05	2,16	POSITIVO
5° piano	21,4	180	0,030	37,47	37,47	1,44	10,57	7,35	POSITIVO
6° piano	24,4	24	0,035	43,15	43,15	5,68	10,12	1,78	POSITIVO

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	$p_1$	H
298162	1967	0,51	0,131	C	0,412	87,4	44,35	24,36

dir. Y

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_a$	Esito
piano terra	4,18	454	0,009	12,56	12,56	12,56	12,48	0,99	NEGATIVO
1° piano	7,24	420	0,014	20,00	20,00	7,44	9,160	1,23	POSITIVO
2° piano	11,27	434	0,020	28,77	28,77	8,77	9,95	1,13	POSITIVO
3° piano	14,51	389	0,024	34,58	34,58	5,81	7,23	1,24	POSITIVO
4° piano	18,06	348	0,028	40,07	40,07	5,49	11,09	2,02	POSITIVO
5° piano	21,36	180	0,031	43,55	43,55	3,47	9,79	2,82	POSITIVO
6° piano	24,36	23	0,032	44,77	44,77	1,23	12,00	9,79	POSITIVO

5.12.1.2 US 2.

Tabella 5.2. Verifiche della US 2.

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
27974	540	0,872	0,131	C	0,241	83,44	23,23	20

dir.X

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_a$	Esito
piano terra	3,7	132	0,011	13,71	13,71	13,71	14,92	1,09	POSITIVO
1° piano	7,2	138	0,026	33,37	33,37	19,66	12,24	0,62	NEGATIVO
2° piano	10,7	126	0,041	51,77	51,77	18,41	14,12	0,77	NEGATIVO
3° piano	14,0	126	0,050	63,22	63,22	11,45	12,96	1,13	POSITIVO
4° piano	16,9	95	0,054	68,78	68,78	5,56	11,72	2,11	POSITIVO
5° piano	20,0	29	0,055	70,26	70,26	1,48	12,40	8,40	POSITIVO

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
145579,05	584,31	0,398	0,131	C	0,42	90,3	24,17	20

dir.Y

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_a$	Esito
piano terra	3,7	132	0,019	8,99	8,99	8,99	11,72	1,30	POSITIVO
1° piano	7,2	138	0,030	14,56	14,56	5,57	9,05	1,63	POSITIVO
2° piano	10,7	126	0,039	18,75	18,75	4,19	7,52	1,79	POSITIVO
3° piano	14,0	126	0,047	22,70	22,70	3,95	8,75	2,21	POSITIVO
4° piano	16,9	95	0,052	24,97	24,97	2,26	9,49	4,19	POSITIVO
5° piano	20,0	29	0,056	27,02	27,02	2,05	10,08	4,92	POSITIVO

5.12.1.3 US 3.

Tabella 5.3. Verifiche della US 3.

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
580730	2142	0,381	0,131	C	0,42	90,31	46,29	21,24

dir.X

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,1	439	0,009	7,64	7,64	7,64	14,42	1,89	POSITIVO
1° piano	7,1	452	0,015	12,45	12,45	4,81	7,84	1,63	POSITIVO
2° piano	11,2	488	0,021	17,67	17,67	5,22	10,79	2,07	POSITIVO
3° piano	14,4	411	0,025	20,75	20,75	3,08	8,96	2,91	POSITIVO
4° piano	17,9	380	0,026	22,11	22,11	1,36	10,42	7,67	POSITIVO
5° piano	21,2	202	0,027	22,46	22,46	0,34	10,33	29,99	POSITIVO

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
142231	2116	0,766	0,131	C	0,274	89,20	46,00	21,24

dir.Y

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,1	439	0,009	19,87	19,87	19,87	16,24	0,82	NEGATIVO
1° piano	7,1	452	0,014	30,57	30,57	10,70	7,84	0,73	NEGATIVO
2° piano	11,2	488	0,020	45,12	45,12	14,55	11,55	0,79	NEGATIVO
3° piano	14,4	411	0,024	53,24	53,24	8,12	8,96	1,10	POSITIVO
4° piano	17,9	380	0,027	59,21	59,21	5,97	10,42	1,75	POSITIVO
5° piano	21,2	202	0,028	62,47	62,47	3,26	10,33	3,16	POSITIVO

5.12.1.4 US 4.

Tabella 5.4. Verifiche della US 4.

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e$ ( $T_{US}$ )	$\epsilon$ %	p1	H
494524	2362	0,434	0,131	C	0,42	90,85	48,60	21,19

dir. X

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,0	504	0,010	11,25	11,25	11,248	13,81	1,23	POSITIVO
1° piano	7,2	479	0,014	16,12	16,12	4,869	7,43	1,53	POSITIVO
2° piano	10,6	470	0,019	21,66	21,66	5,543	9,56	1,72	POSITIVO
3° piano	14,3	463	0,023	25,87	25,87	4,204	7,22	1,72	POSITIVO
4° piano	17,7	439	0,025	29,10	29,10	3,233	10,48	3,24	POSITIVO
5° piano	21,2	245	0,027	30,41	30,41	1,316	7,44	5,65	POSITIVO

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e$ ( $T_{US}$ )	$\epsilon$ %	p1	H
155810	2092	0,728	0,131	C	0,288	80,46	45,73	21,24

dir.Y

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,0	504	0,005	11,44	11,44	11,44	15,51	1,36	POSITIVO
1° piano	7,2	479	0,010	21,29	21,29	9,85	8,99	0,91	NEGATIVO
2° piano	10,6	470	0,017	34,78	34,78	13,49	9,93	0,74	NEGATIVO
3° piano	14,3	463	0,023	48,57	48,57	13,79	7,33	0,53	NEGATIVO
4° piano	17,7	439	0,028	57,81	57,81	9,24	12,58	1,36	POSITIVO
5° piano	21,2	245	0,029	61,35	61,35	3,54	11,15	3,15	POSITIVO

5.12.1.5 US 5.

Tabella 5.5. Verifiche della US 5.

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
598122	4343	0,535	0,131	C	0,393	87,51	65,90	22,06

dir. X

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,2	885	0,006	12,82	12,82	12,825	9,73	0,76	NEGATIVO
1° piano	7,3	992	0,009	19,64	19,64	6,820	8,12	1,19	POSITIVO
2° piano	11,4	988	0,014	30,71	30,71	11,063	9,73	0,88	NEGATIVO
3° piano	14,9	942	0,017	37,04	37,04	6,330	7,18	1,13	POSITIVO
4° piano	18,5	815	0,019	42,44	42,44	5,400	9,00	1,67	POSITIVO
5° piano	22,1	342	0,020	44,68	44,68	2,241	9,05	4,04	POSITIVO

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
406098	4351	0,650	0,131	C	0,323	87,66	65,96	22,06

dir. Y

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,2	885	0,006	15,32	15,32	15,32	13,86	0,90	NEGATIVO
1° piano	7,3	992	0,009	24,18	24,18	8,85	8,95	1,01	POSITIVO
2° piano	11,4	988	0,014	37,62	37,62	13,44	9,79	0,73	NEGATIVO
3° piano	14,9	942	0,017	45,12	45,12	7,50	7,18	0,96	NEGATIVO
4° piano	18,5	815	0,019	51,13	51,13	6,01	9,66	1,61	POSITIVO
5° piano	22,1	342	0,020	53,71	53,71	2,58	9,90	3,84	POSITIVO

5.12.1.6 US 6.

Tabella 5.6. Verifiche della US 6.

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
353896	1102	0,350	0,131	C	0,42	84,73	33,19	22,06

**dir. X**

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,0	267	0,010	4,94	4,94	4,94	13,53	2,74	<b>POSITIVO</b>
1° piano	7,2	242	0,018	9,00	9,00	4,06	9,39	2,31	<b>POSITIVO</b>
2° piano	10,8	244	0,026	13,38	13,38	4,38	11,20	2,56	<b>POSITIVO</b>
3° piano	14,4	223	0,033	16,85	16,85	3,46	9,16	2,64	<b>POSITIVO</b>
4° piano	17,9	209	0,038	19,48	19,48	2,63	11,02	4,19	<b>POSITIVO</b>
5° piano	21,4	116	0,040	20,51	20,51	1,03	10,93	10,60	<b>POSITIVO</b>

$K_{US}$ (kN/m)	$M_{US}$ (t)	$T_{US}$ (Sec)	$a_g/g$	Suolo	$S_e(T_{US})$	$\epsilon$ %	p1	H
105274	1200	0,670	0,131	C	0,313	92,28	34,64	21,35

**dir. Y**

Interpiano	Z (m)	M(Z)	$\phi$	$S_{de,p}$ (mm)	$d_{D,p}$ (mm)	$d_{D,ip}$ (mm)	$d^*_u$ (mm)	$\rho_d$	Esito
piano terra	4,0	267	0,015	22,36	22,36	22,36	12,95	0,58	<b>NEGATIVO</b>
1° piano	7,2	242	0,021	30,45	30,45	8,09	8,89	1,10	<b>POSITIVO</b>
2° piano	10,8	244	0,027	39,86	39,86	9,41	10,22	1,09	<b>POSITIVO</b>
3° piano	14,4	223	0,032	46,02	46,02	6,17	7,74	1,26	<b>POSITIVO</b>
4° piano	17,9	209	0,036	51,77	51,77	5,75	10,58	1,84	<b>POSITIVO</b>
5° piano	21,4	116	0,037	54,10	54,10	2,34	13,84	5,92	<b>POSITIVO</b>

- **Determinazione delle accelerazioni di capacità**

In questo paragrafo si riportano i risultati delle analisi volte alla determinazione dell'accelerazione di capacità. Tale valore dell'accelerazione si configura come limite superiore oltre il quale avviene il collasso del primo interpiano, evento cui abbiamo associato un esito negativo delle verifiche.

**Tabella 5.7.** Confronto tra le accelerazioni limite e quelle di progetto allo SLV.

US	C		D		C/D	
	S <sub>d,Lim/g</sub>		S <sub>d,SLV/g</sub>		S <sub>d,Lim</sub> /S <sub>d,SLV</sub>	
	X	Y	X	Y	X	Y
1	0,523	0,409	0,420	0,412	124,5%	<b>99,3%</b>
2	0,150	0,547	0,241	0,42	<b>62,2%</b>	130,2%
3	0,683	0,200	0,420	0,274	162,6%	<b>73,0%</b>
4	0,516	0,153	0,420	0,288	122,9%	<b>53,1%</b>
5	0,298	0,235	0,393	0,323	<b>75,8%</b>	<b>72,8%</b>
6	0,972	0,181	0,420	0,313	231,4%	<b>57,8%</b>

Le colonne contengono:

la 1° l'unità strutturale, la 2° e la 3° il valore dell'accelerazione spettrale che produce il collasso del primo interpiano, la 4° e la 5° le accelerazioni spettrali per lo SLV, la 6° e 7° i rapporti percentuali tra l'accelerazione spettrale limite e quella di progetto allo SLV; in grassetto e con carattere di dimensioni maggiori si segnalano i casi in cui la capacità è inferiore alla domanda.

Per l'individuazione delle US si veda la Figura 5.4 di pag. 159.

### 5.12.2 Approccio stocastico

Viene presentato in questo ambito uno studio di sensitività nell'ambito dello stesso aggregato studiato con l'approccio deterministico.

Le variabili a cui sono assegnate le incertezze sono:

- il carico assiale dei maschi
- lo spostamento ultimo per taglio e pressoflessione
- la resistenza media a compressione
- la resistenza media a taglio
- il modulo elastico longitudinale
- il modulo elastico trasversale
- la pga

ad ognuna è assegnata una curva di probabilità in funzione delle grandezze statistiche che la identificano. La Tabella 5.8 riporta tutte le informazioni di carattere statistico riguardante le variabili selezionate.

**Tabella 5.8.** Statistiche delle grandezze globali.

GRANDEZZE GLOBALI	Tipo di distribuzione	Correlazione	Min.	Max.	Media	$\sigma$
Sp. Ultimo per taglio	Uniforme	No	0,0036	0,0044	<b>0,004</b>	0,000231
Sp. Ultimo per pressoflessione	Uniforme	No	0,0054	0,0066	<b>0,006</b>	0,000346
Resistenza a compressione (2)	Uniforme	SI	1400 (2400)	2400 (4000)	<b>1900</b> <b>(3200)</b>	288 (460)
Resistenze a taglio	Normale	SI	-20%	+20%	<b>0</b>	12%
Moduli elastici trasv. G	Normale	SI	-20%	+20%	<b>0</b>	12%
Moduli elastici long. E	Normale	SI	-20%	+20%	<b>0</b>	12%
$G_k$	Normale	No	-30%	+30%	<b>5,1</b>	0,7
PGA	Normale	No	$-\infty$	$+\infty$	<b>0,112</b>	0,011

Le leggi di correlazione tra le grandezze sono le seguenti:

$$E = 1000 \cdot f_k; \tau_0 = 0,02 \cdot f_m; G = 0,4 \cdot E; f_k = f_m \cdot (1 - 0,2)$$

**Tabella 5.9.** Statistiche delle grandezze locali.

GRANDEZZE LOCALI	Tipo di distribuzione	Correlazione	Min.	Max.	Media	$\sigma$
Sforzo normale <b>N</b>	Uniforme	No	-30%	+30%	$N_i$	$\forall N_i \neq N_y \Rightarrow \sigma + N_i \neq \sigma + N_y$
Spessore <b>t</b>	Uniforme	No	-20%	+20%	$t_i$	$\forall t_i \neq t_y \Rightarrow \sigma + t_i \neq \sigma + t_y$
Altezza interpiano <b>h</b>	Uniforme	No	-10%	+10%	$h_i$	$\forall h_i \neq h_y \Rightarrow \sigma + h_i \neq \sigma + h_y$

Assegnando alle variabili di Tabella 5.8 i valori utilizzati per l'analisi secondo l'approccio deterministico, si ottengono proprio i rapporti C/D visti in precedenza, riportati per comodità nella Tabella 5.10.

**Tabella 5.10.** Rapporti C/D per le US in aggregato, ottenuti assegnando i valori medi alle variabili aleatorie.

Interpiano	US 1		US 2		US 3		US 4		US 5		US 6	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
piano terra	1,33	0,99	1,09	1,30	1,89	0,82	1,23	1,36	0,76	0,90	2,74	0,58
1° piano	1,25	1,23	0,62	1,63	1,63	0,73	1,53	0,91	1,19	1,01	2,31	1,10
2° piano	1,45	1,13	0,77	1,79	2,07	0,79	1,72	0,74	0,88	0,73	2,56	1,09
3° piano	1,87	1,24	1,13	2,21	2,91	1,10	1,72	0,53	1,13	0,96	2,64	1,26
4° piano	2,16	2,02	2,11	4,19	7,67	1,75	3,24	1,36	1,67	1,61	4,19	1,84
5° piano	7,35	2,82	8,40	4,92	29,99	3,16	5,65	3,15	4,04	3,84	10,60	5,92
6° piano	1,78	9,79	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

I risultati ottenuti nelle 6 US che compongono l'aggregato, sono distinti per US e per tipo di analisi, queste ultime composte dalle statistiche e dalla sensitività della risposta. In particolare, la sensitività della risposta è limitata ai soli interpiani più vulnerabili, evidenziati nelle tabelle di sintesi delle statistiche della risposta, poiché la presentazione completa avrebbe comportato solo una difficoltà nel distinguere i risultati più significativi.

Le statistiche sono composte da curve di probabilità di collasso, una per ogni piano e direzione, seguite da una tabella di sintesi dei risultati; la sensitività consente invece di valutare l'incidenza sulla risposta globale delle singole variabile aleatorie e consiste in diagrammi tornado e tabelle di sintesi. Il numero all'interno di ogni barra dei grafici tornado rappresenta la variazione della variabile di controllo, il rapporto  $\rho = C/D$ , rispetto al valore che ottenuto con i valori medi (v.di Tabella 5.10).

Le variabili che in ordinata sono nominate con un codice alfanumerico, rappresentano la variazione del carico assiale sulla parete che contraddistinguono (v.di par.5.7).

5.12.2.1 US 1.

• Statistiche della risposta.

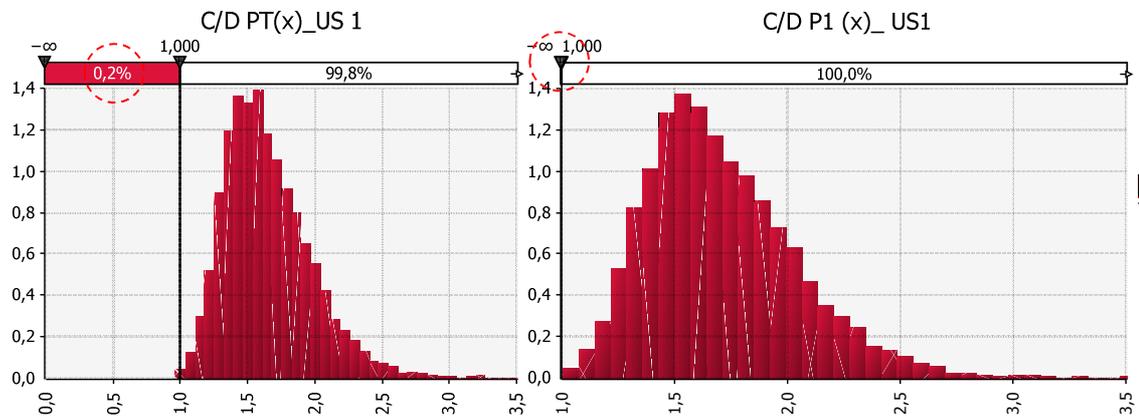


Figura 5.9. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e 1° piano, dir. X.

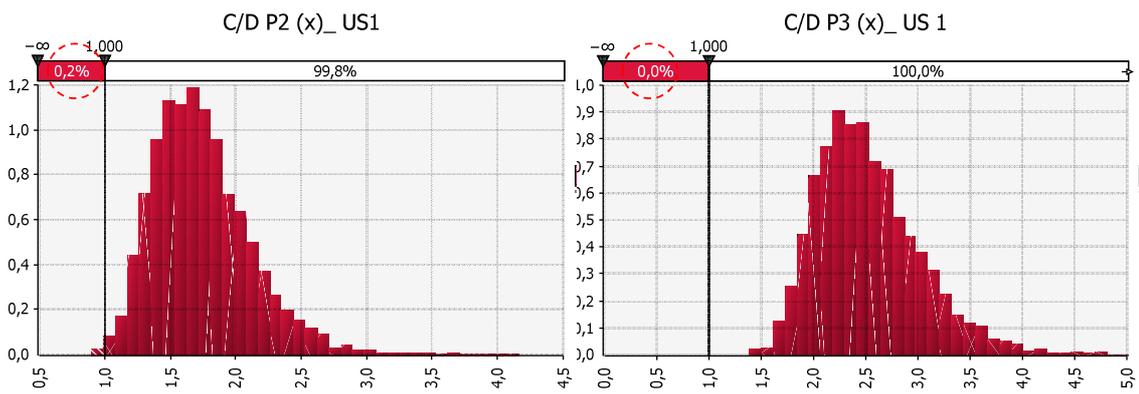


Figura 5.10. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e 3° piano, dir. X.

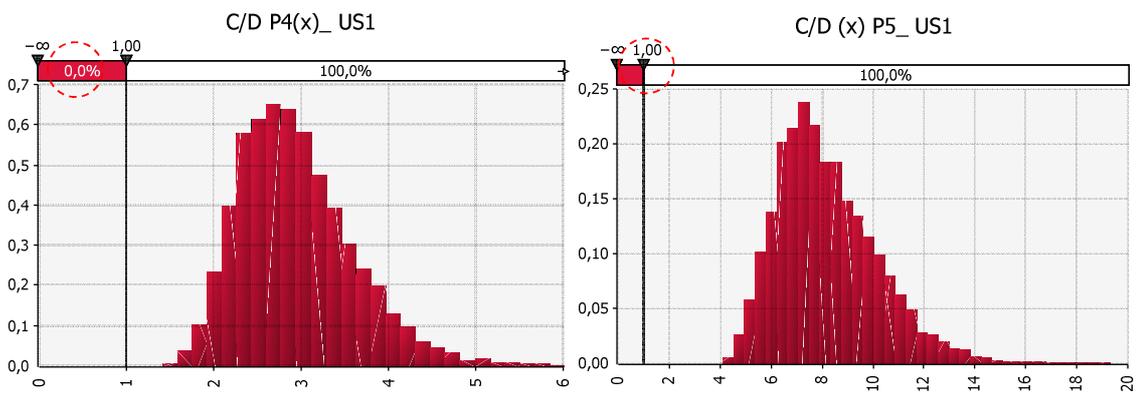
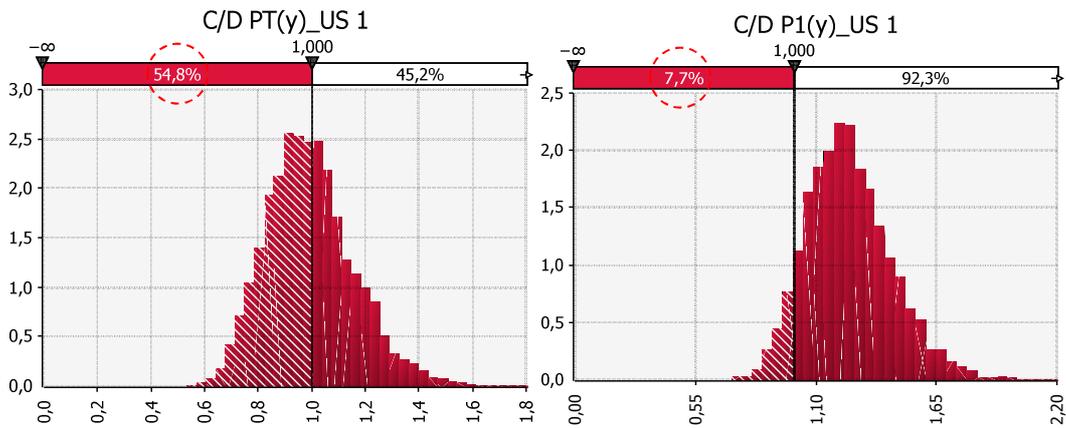
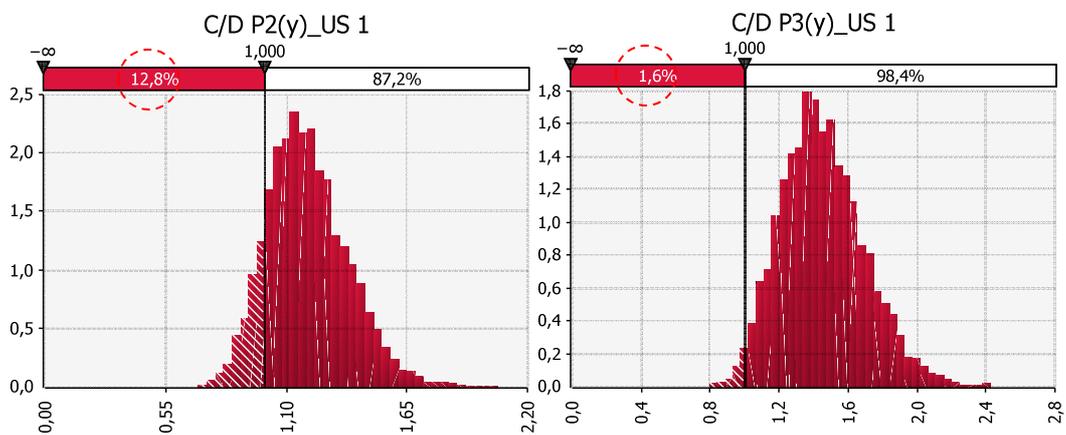


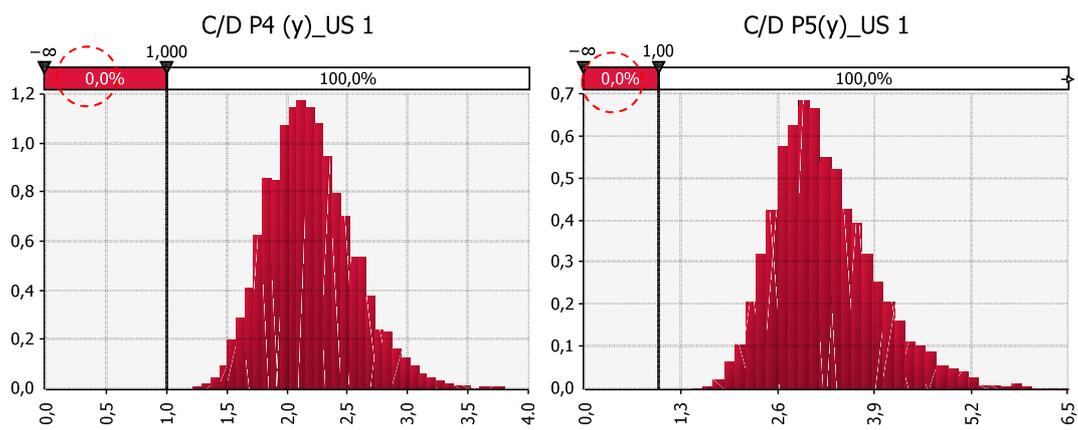
Figura 5.11. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e 5° piano, dir. X.



**Figura 5.12.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e 1° piano, dir. Y.



**Figura 5.13.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e 3° piano, dir. Y.

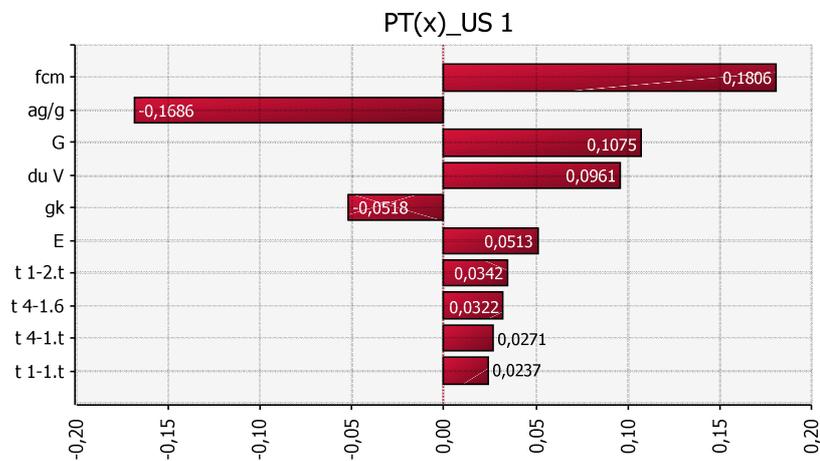


**Figura 5.14.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e 5° piano, dir. Y.

**Tabella 5.11.** Tabella di sintesi delle probabilità di collasso e della media  $\rho = C/D$  delle distribuzioni, nelle direzioni X ed Y. In grassetto il piano in cui la vulnerabilità è maggiore.

US 1	Pr %	C/D	Pr %	C/D
	X		Y	
<b>PT</b>	0,2	1,65	54,8	0,99
1°	0	1,7	7,7	1,25
2°	0,2	1,7	12,8	1,19
3°	0	2,5	1,6	1,45
4°	0	2,9	0	2,19
5°	0	8,19	0	3,23

- **Sensitività della risposta.**



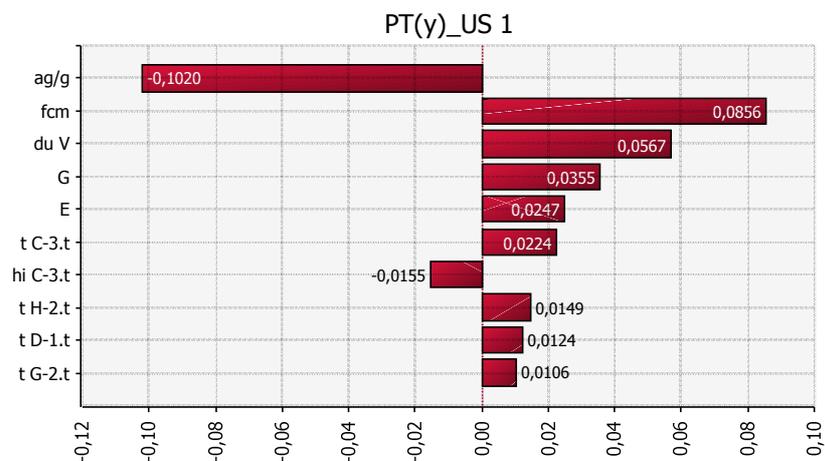
**Figura 5.15.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione X.

**Tabella 5.12.** Sensitività della risposta del PT in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	media	+ $\sigma$	$\Delta C/D$
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	462	<b>+0,18</b>
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,168</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	4,9E5	4,4E5	<b>+0,107</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,09</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,65$ .

La variabile con incidenza maggiore, la resistenza a compressione in questo caso, produce una variazione della risposta di +0,18, pertanto  $\rho = 1,83$ .



**Figura 5.16.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione Y.

**Tabella 5.13.** Sensitività della risposta del PT in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

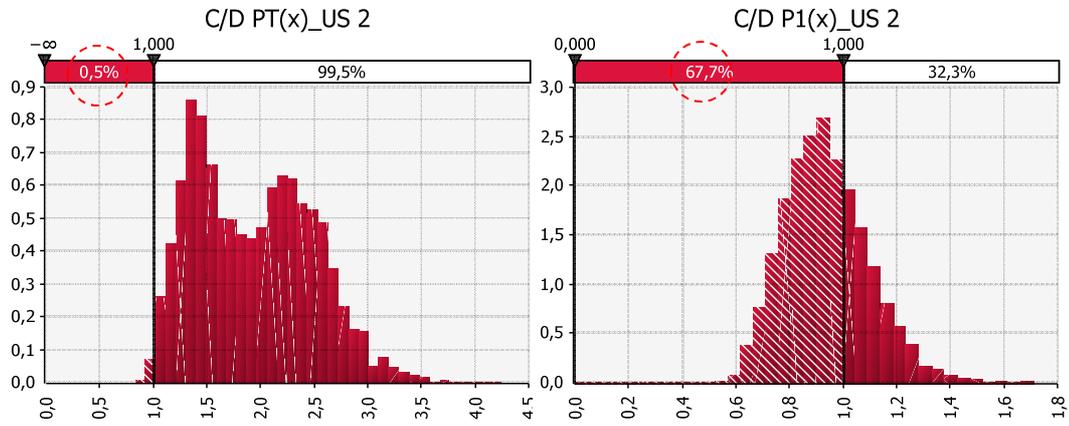
GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,10</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,08</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	4,5E5	5,38E4	<b>+0,03</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 0,99$ .

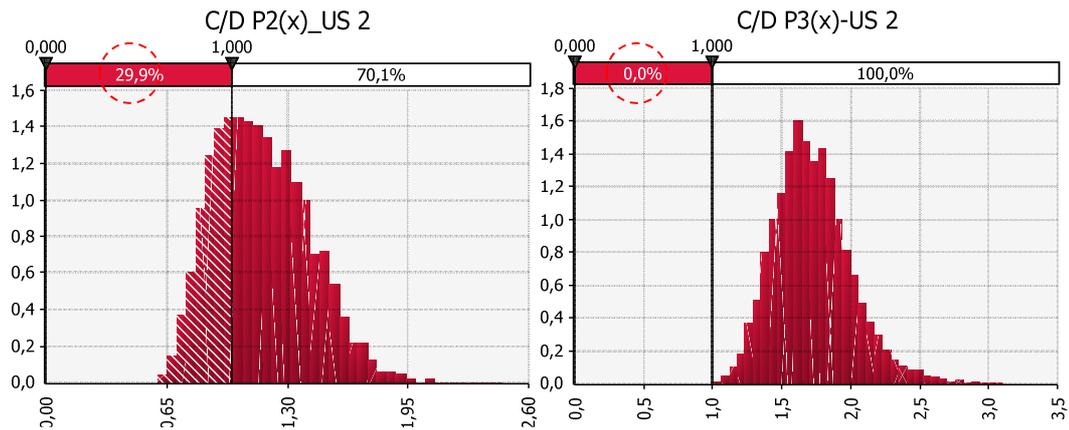
La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,10, pertanto  $\rho = 0,89$ .

5.12.2.2 US 2.

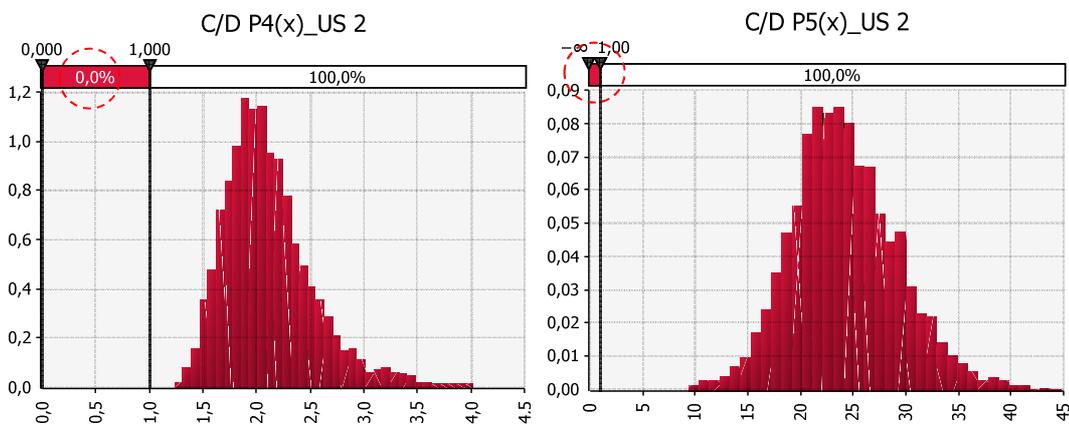
• **Statistiche della risposta.**



**Figura 5.17.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. X.



**Figura 5.18.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. X.



**Figura 5.19.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. X.

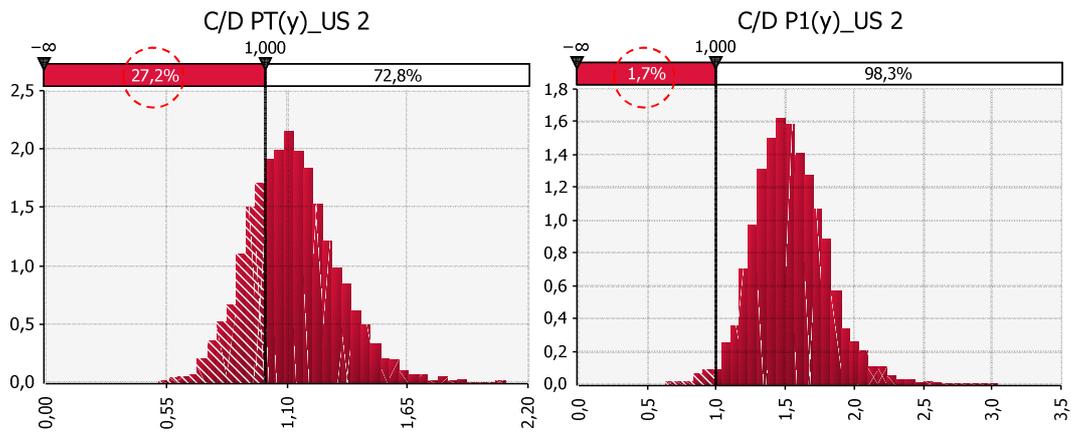


Figura 5.20. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. Y.

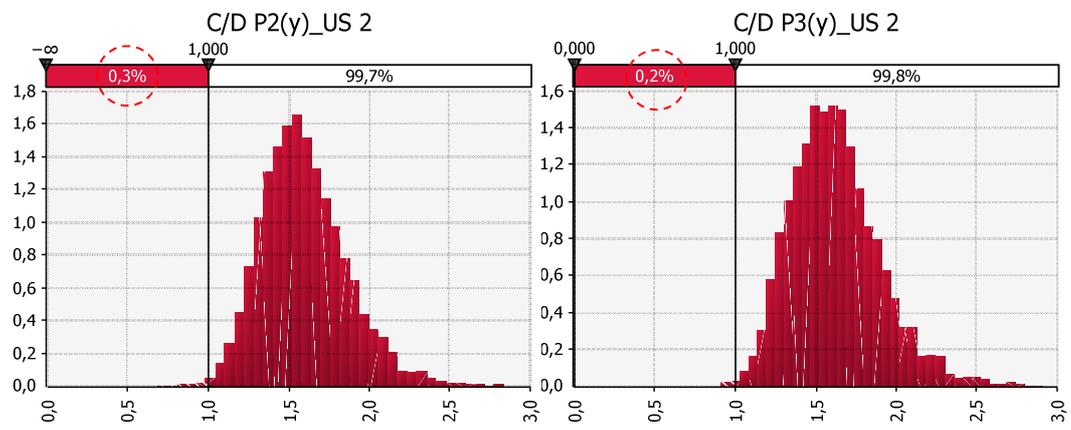


Figura 5.21. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. Y.

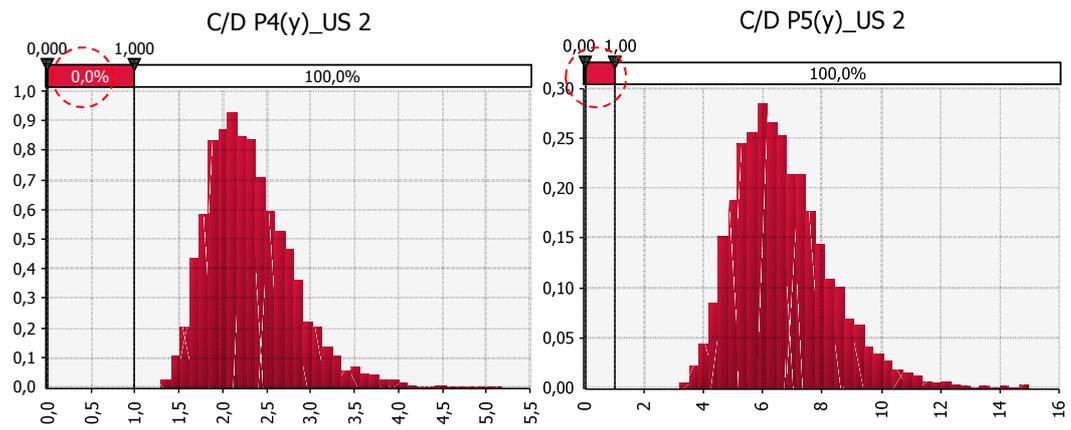
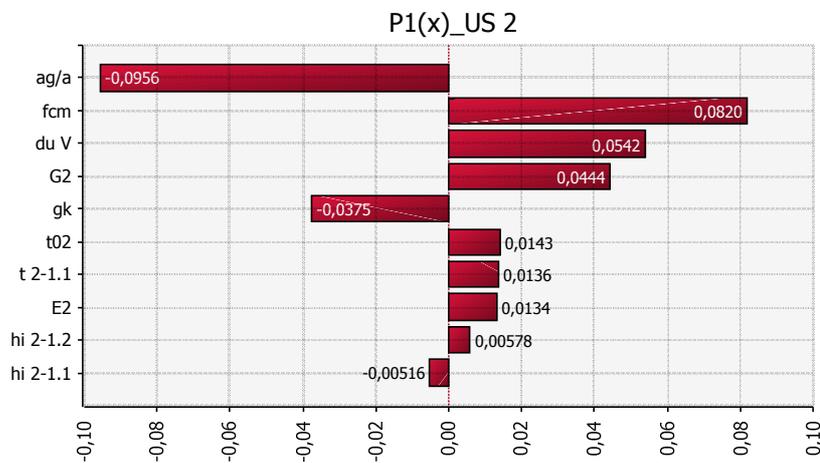


Figura 5.22. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. Y.

**Tabella 5.14.** Tabella di sintesi delle probabilità di collasso e della media  $\rho = C/D$  delle distribuzioni, nelle direzioni X ed Y. In grassetto il piano in cui la vulnerabilità è maggiore.

US 2	Pr %	C/D	Pr %	C/D
	X		Y	
PT	0,5	1,9	27,2	1,1
<b>1°</b>	<b>67,7</b>	<b>0,9</b>	1,7	1,5
2°	29,9	1,1	0,3	1,59
3°	0	1,7	0,2	1,6
4°	0	2,1	0	2,3
5°	0	24	0	6,6

- **Sensitività della risposta.**

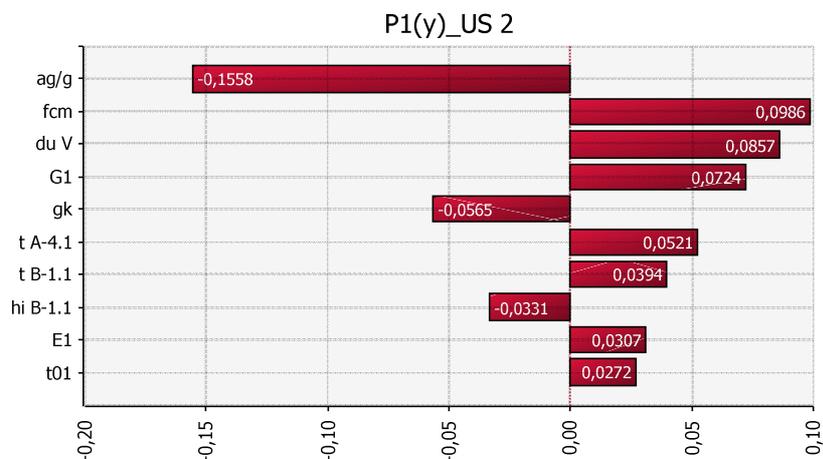


**Figura 5.23.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 1° piano in direzione X.

**Tabella 5.15.** Sensitività della risposta del 1° piano in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta C/D$
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,09</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,08</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	8,9E5	10E4	<b>+0,04</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 0,90$ . La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,09, pertanto  $\rho = 0,81$ .



**Figura 5.24.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 1° piano in direzione Y.

**Tabella 5.16.** Sensitività della risposta del 1° piano in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

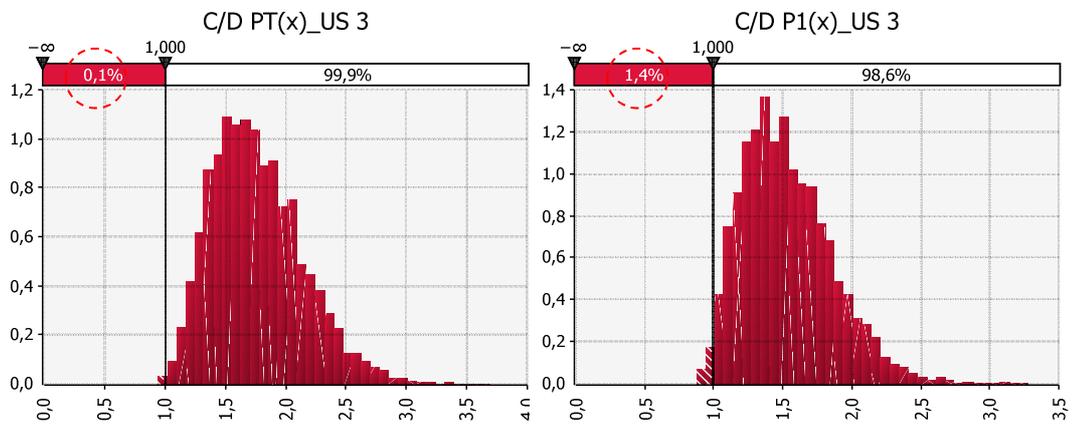
GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,15</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,09</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,08</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,07</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,50$ .

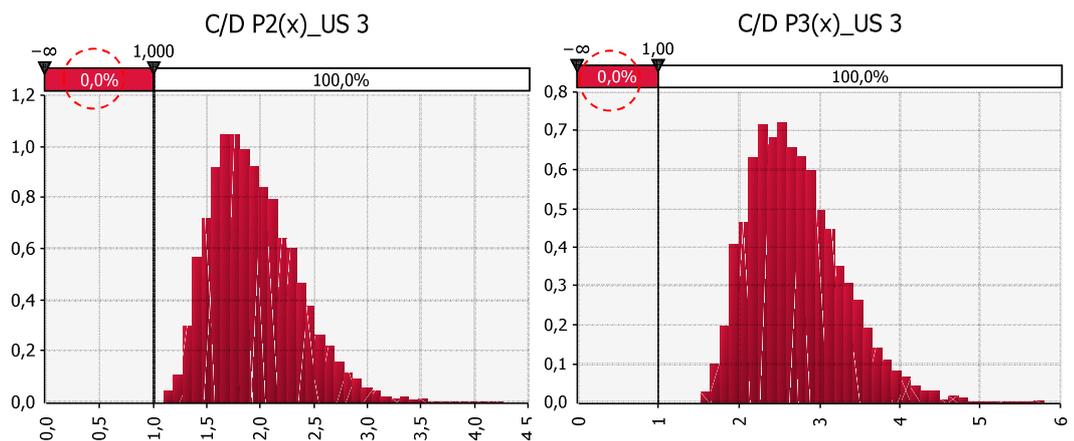
La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,15, pertanto  $\rho = 1,35$ .

5.12.2.3 US 3.

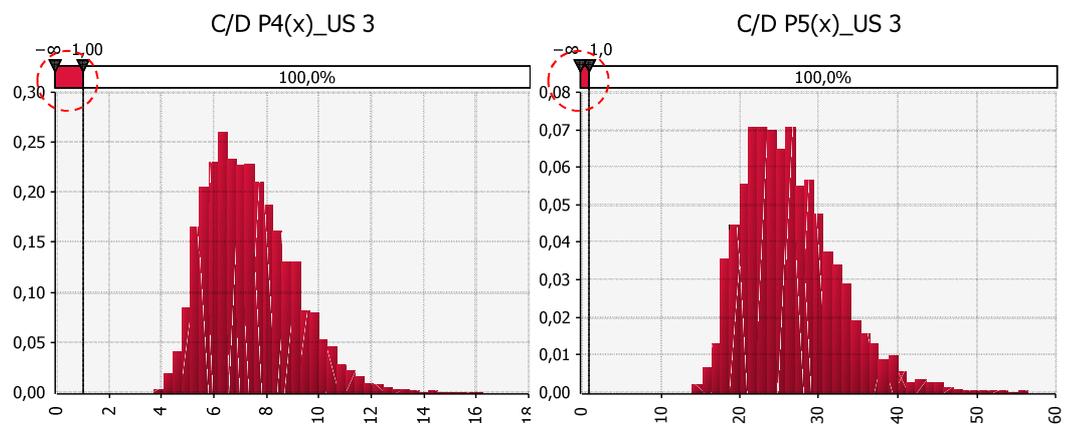
• **Statistiche della risposta.**



**Figura 5.25.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. X.



**Figura 5.26.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. X.



**Figura 5.27.** Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. X.

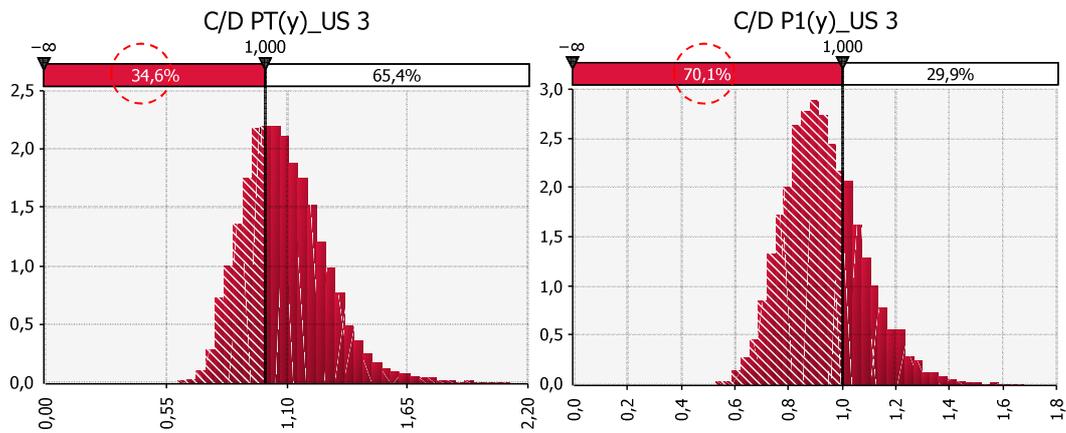


Figura 5.28. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. Y.

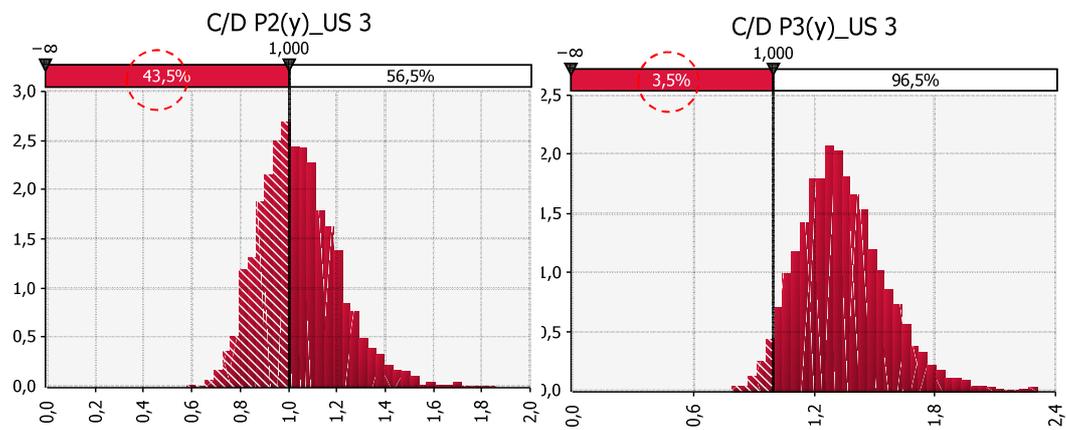


Figura 5.29. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. Y.

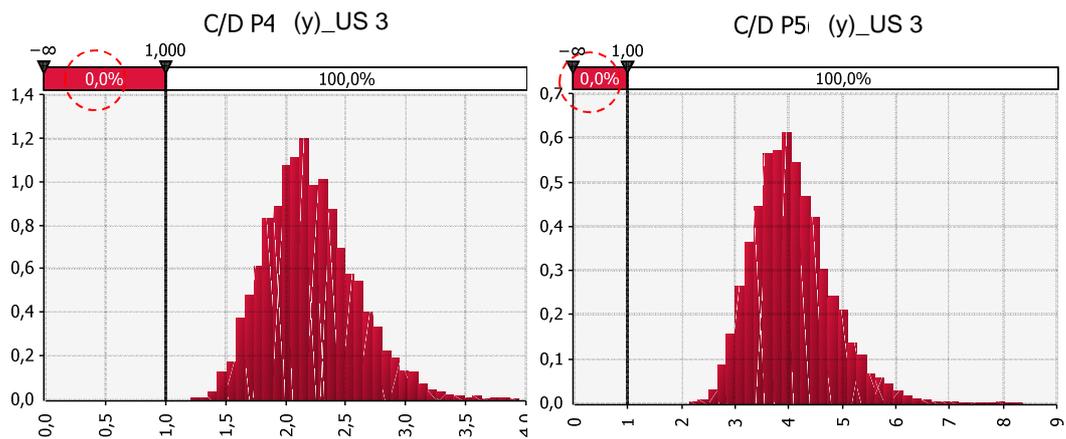
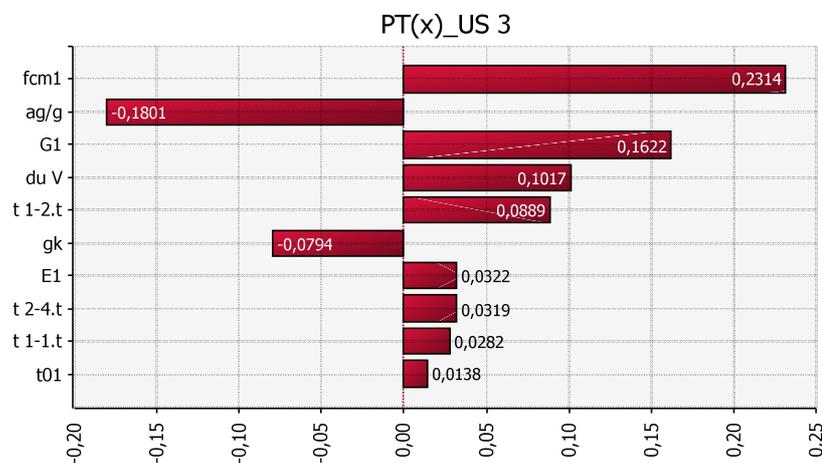


Figura 5.30. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. Y.

**Tabella 5.17.** Tabella di sintesi delle probabilità di collasso e della media  $\rho = C/D$  delle distribuzioni, nelle direzioni X ed Y. In grassetto il piano in cui la vulnerabilità è maggiore.

US 3	Pr %	C/D	Pr %	C/D
	X		Y	
<b>PT</b>	0,1	1,76	34,6	1
<b>1°</b>	1,4	1,5	70,1	0,9
<b>2°</b>	0	1,9	43,5	1
3°	0	2,7	3,5	1,3
4°	0	7,3	0	2,2
5°	0	26	0	4

- **Sensitività della risposta.**

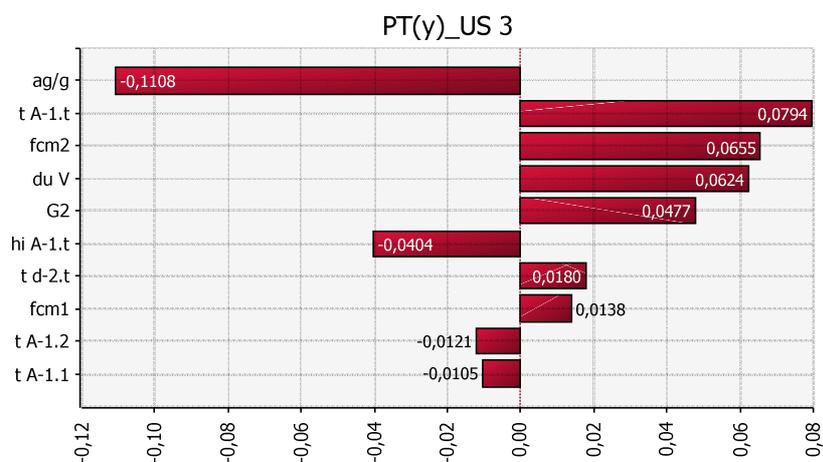


**Figura 5.31.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione X.

**Tabella 5.18.** Sensitività della risposta del PT in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta C/D$
<b>PGA</b>	1400	288	<b>+0,23</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	0,112	0,011	<b>-0,18</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,16</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,1</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,76$ . La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di +0,23, pertanto  $\rho = 1,99$ .



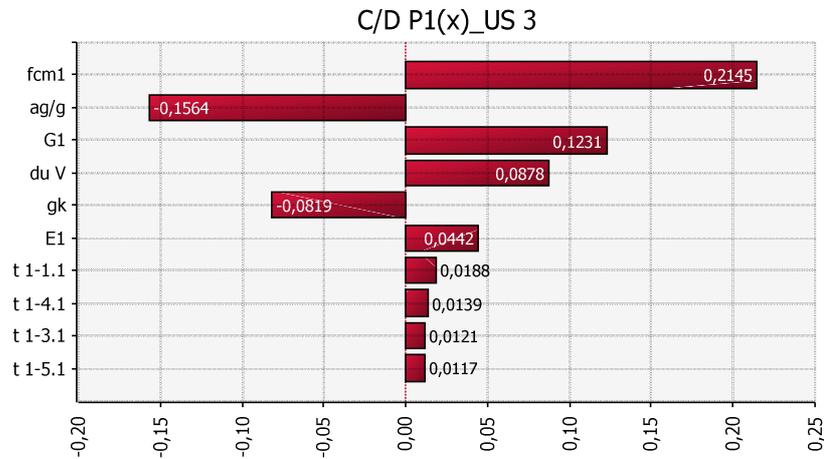
**Figura 5.32.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione Y.

**Tabella 5.19.** Sensitività della risposta del PT in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta C/D$
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,11</b>
<b>Spessore maschio A-1.t (m)</b>	0,7	0,08	<b>+0,07</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,06</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,06</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,00$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,11, pertanto  $\rho = 0,89$ .



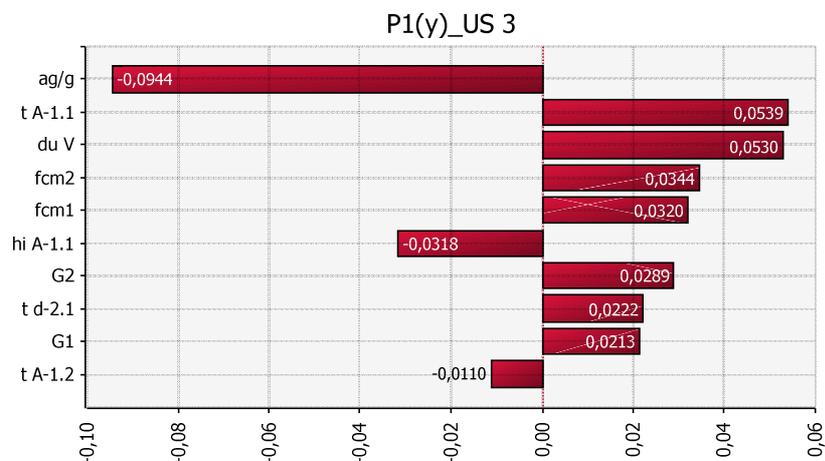
**Figura 5.33.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 1° piano in direzione X.

**Tabella 5.20.** Sensitività della risposta del 1° piano in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Statico	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,21</b>
<b>pga</b>	0,112	0,011	<b>-0,15</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,12</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,08</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,50$ .

La variabile con incidenza maggiore, la resistenza a compressione della muratura in questo caso, produce una variazione della risposta di +0,21, pertanto  $\rho = 1,71$ .



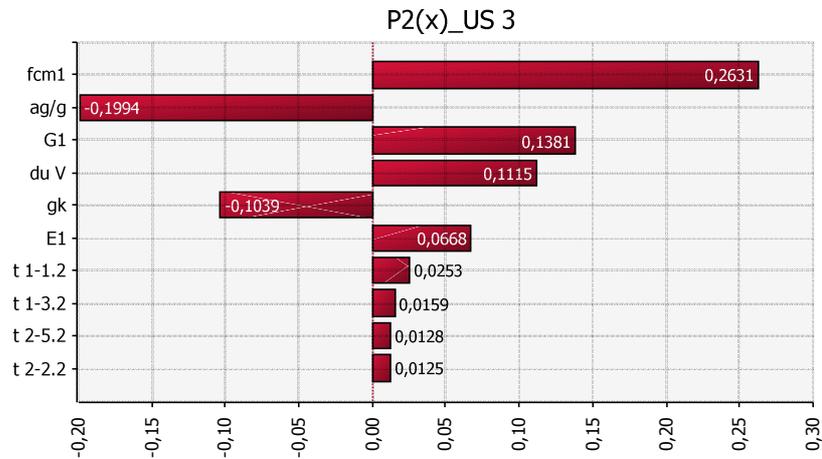
**Figura 5.34.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 1° piano in direzione Y.

**Tabella 5.21.** Sensitività della risposta del 1° piano in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,09</b>
<b>Spessore maschio A-1.1 (m)</b>	0,64	0,07	<b>+0,5</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,03</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho=0,90$ .

La variabile con incidenza maggiore, la resistenza a compressione della muratura in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,09, pertanto  $\rho=0,81$ .



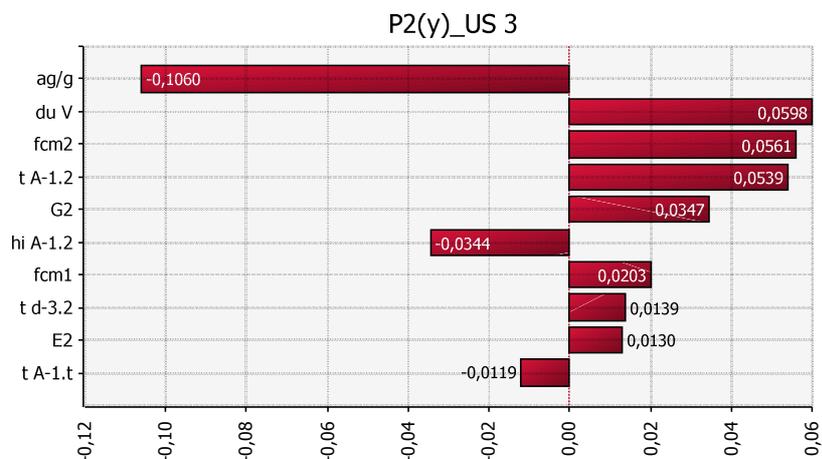
**Figura 5.35.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 2° piano in direzione X.

**Tabella 5.22.** Sensitività della risposta del 2° piano in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,26</b>
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,19</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,13</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,1</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,90$ .

La variabile con incidenza maggiore, la resistenza a compressione della muratura in questo caso, produce una variazione della risposta di +0,26, pertanto  $\rho = 1,64$ .



**Figura 5.36.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 2° piano in direzione Y.

**Tabella 5.23.** Sensitività della risposta del 2° piano in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,1</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,05</b>
<b>Spessore maschio A-1.2 (m)</b>	0,56	0,06	<b>+0,05</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,00$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,10, pertanto  $\rho = 0,90$ .

5.12.2.4 US 4.

• Statistiche della risposta.

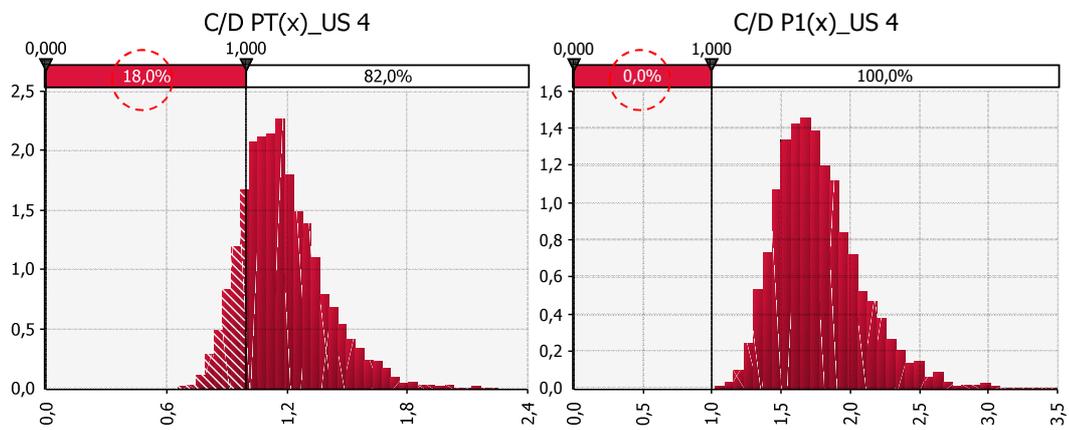


Figura 5.37. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. X.

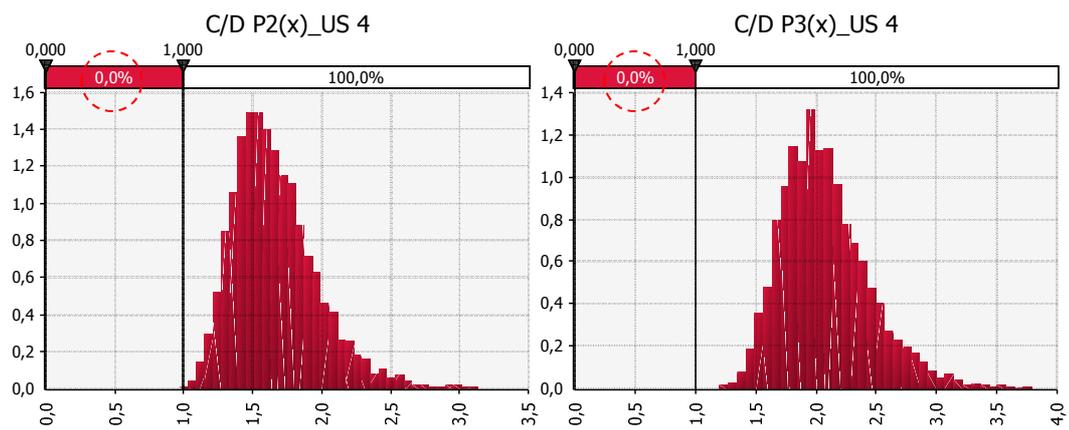


Figura 5.38. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. X.

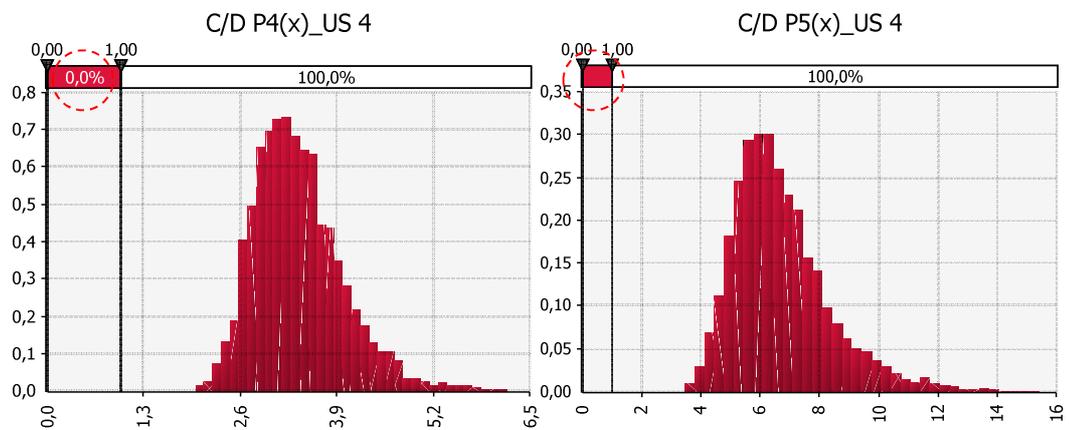


Figura 5.39. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. X.

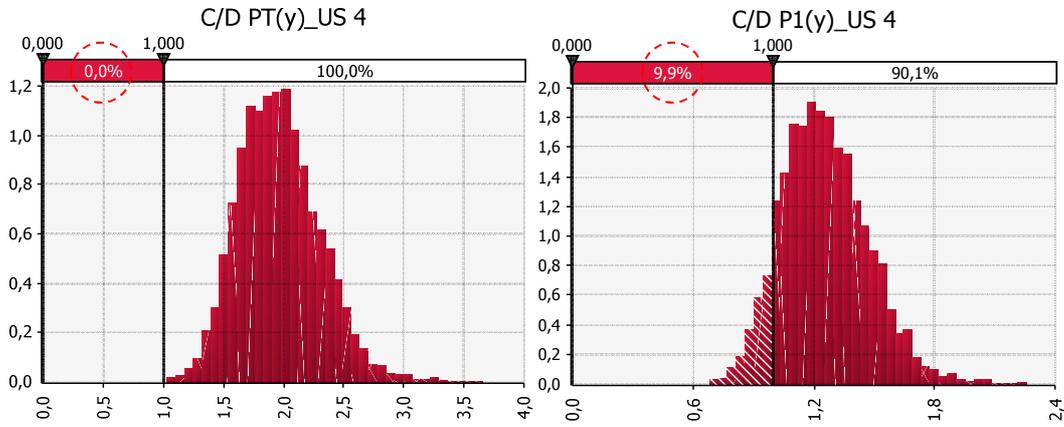


Figura 5.40. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. Y.

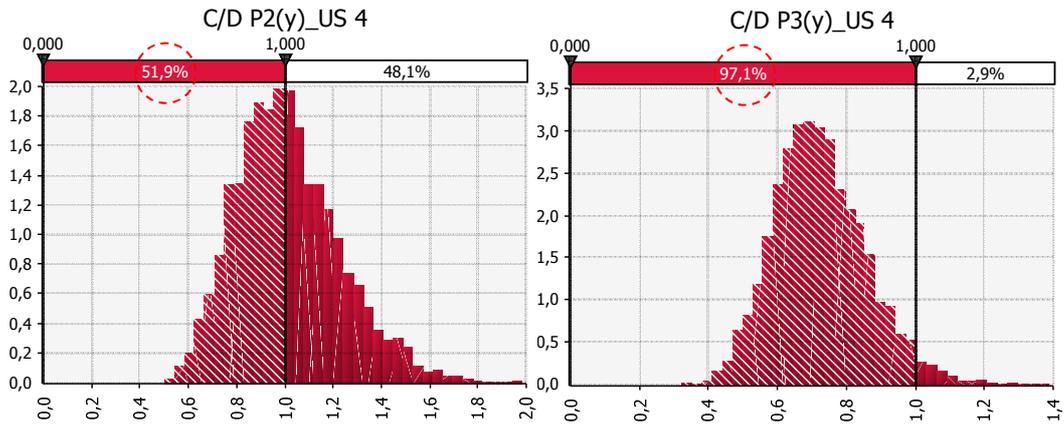


Figura 5.41. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. Y.

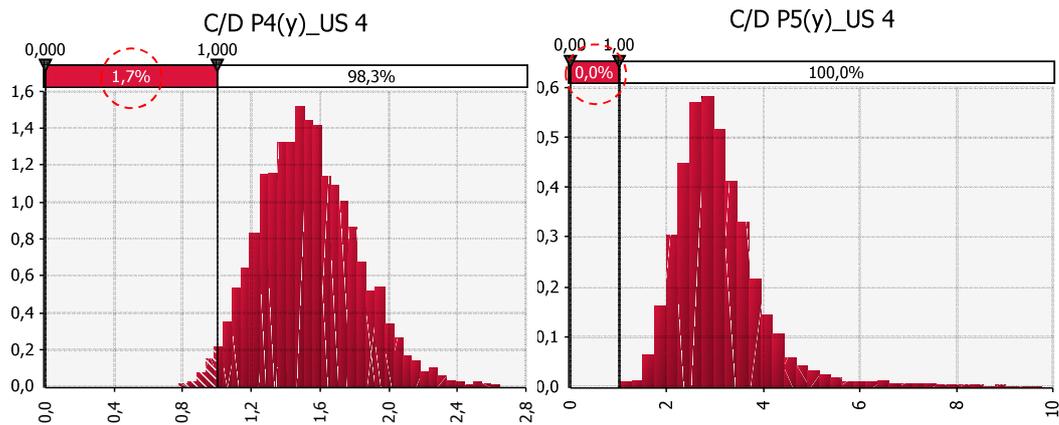
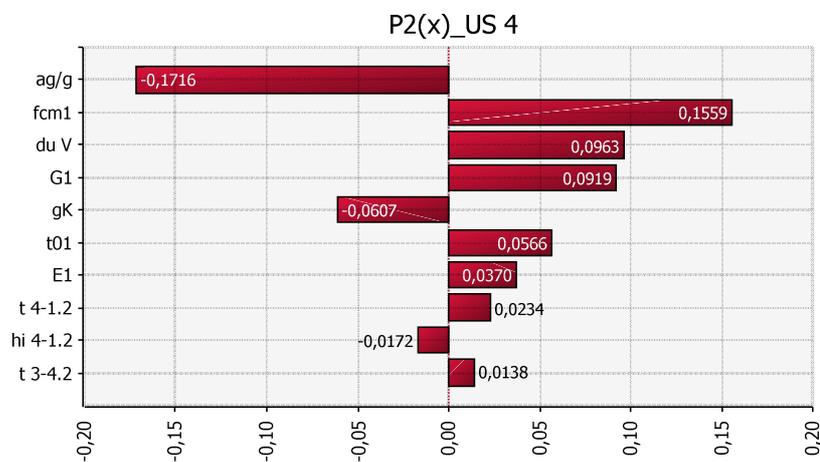


Figura 5.42. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. Y.

**Tabella 5.24.** Tabella di sintesi delle probabilità di collasso e della media  $\rho = C/D$  delle distribuzioni, nelle direzioni X ed Y. In grassetto il piano in cui la vulnerabilità è maggiore.

US 4	Pr %	C/D	Pr %	C/D
	X		Y	
PT	18	1,17	0	1,9
1°	0	1,76	9,9	1,25
<b>2°</b>	0	1,66	51,9	1
<b>3°</b>	0	2	96,6	0,7
4°	0	3,3	1,7	1,5
5°	0	6,6	0	3

- **Sensitività della risposta.**



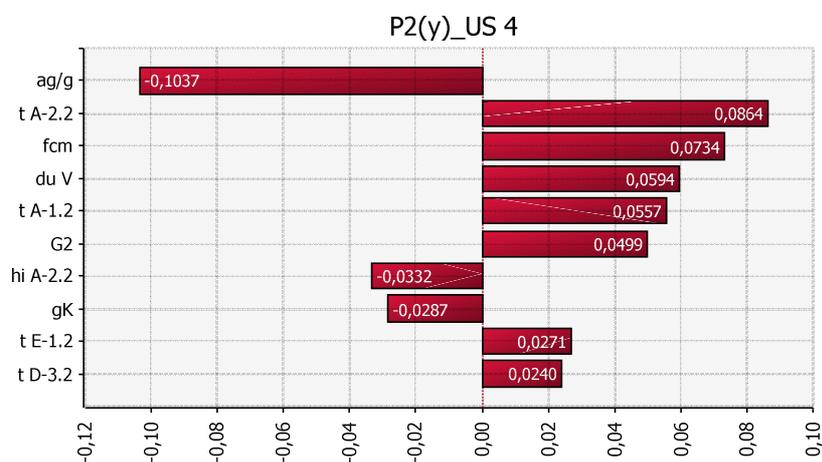
**Figura 5.43.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 2° piano in direzione X.

**Tabella 5.25.** Sensitività della risposta del 2° piano in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
PGA	0,112	0,011	<b>-0,17</b>
Res. a compressione (kN/m <sup>2</sup> )	1400	288	<b>+0,15</b>
Sp. ultimo per taglio (%)	0,004	0,000231	<b>+0,09</b>
Modulo elastico G (kN/m <sup>2</sup> )	5,3E5	6,3E4	<b>+0,09</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,66$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,17, pertanto  $\rho = 1,49$ .



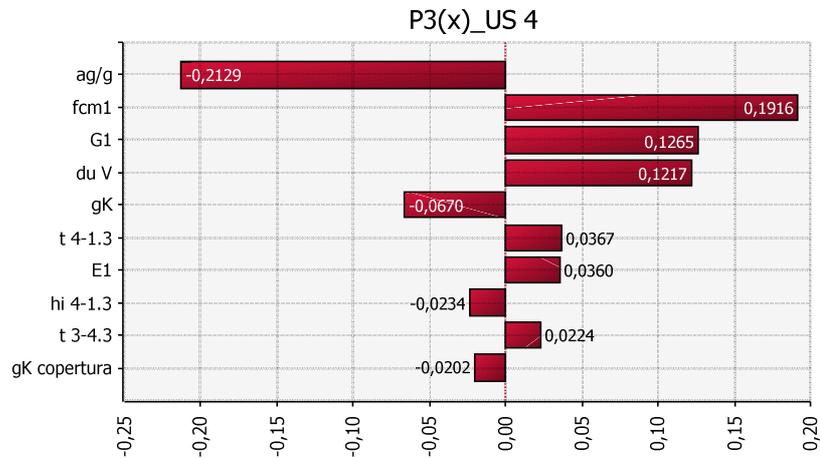
**Figura 5.44.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 2° piano in direzione Y.

**Tabella 5.26.** Sensitività della risposta del 2° piano in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Statico	+ $\sigma$	$\Delta C/D$
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,1</b>
<b>Spessore maschio A-2.2 (m)</b>	0,27	0,03	<b>+0,08</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,07</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,00$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,10, pertanto  $\rho = 0,90$ .



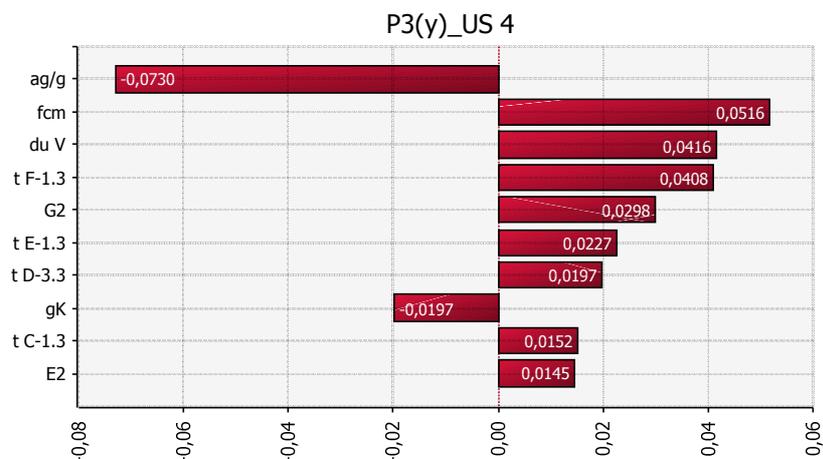
**Figura 5.45.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 3° piano in direzione X.

**Tabella 5.27.** Sensitività della risposta del 3° piano in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,2</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,19</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,12</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,12</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho=2,00$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,20, pertanto  $\rho=1,80$ .



**Figura 5.46.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 3° piano in direzione Y.

**Tabella 5.28.** Sensitività della risposta del 3° piano in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,07</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,05</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,04</b>
<b>Spessore maschio F-1.3 (m)</b>	0,38	0,04	<b>+0,04</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 0,70$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,07, pertanto  $\rho = 0,63$ .

5.12.2.5 US 5.

• Statistiche della risposta.

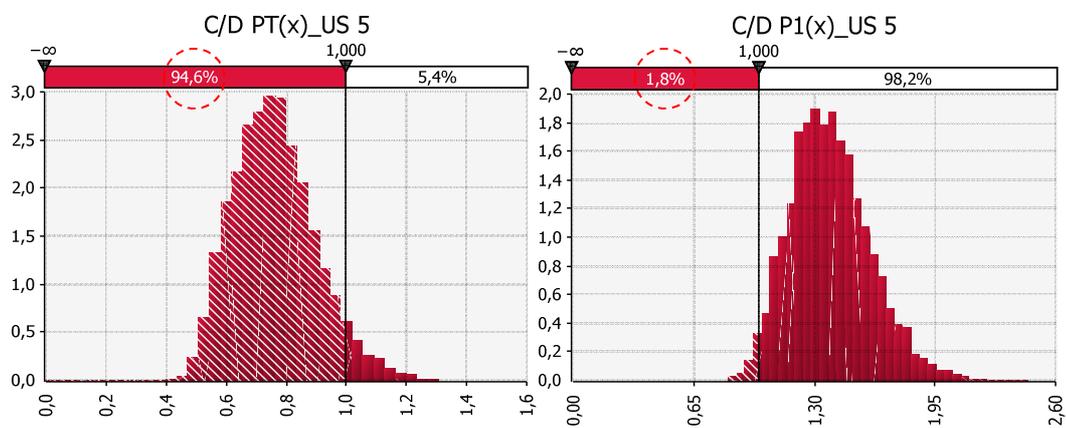


Figura 5.47. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. X.

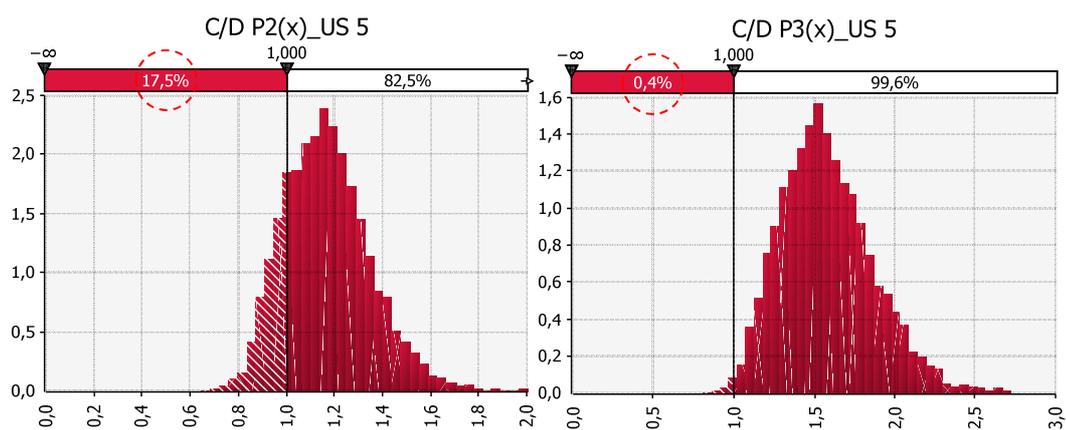


Figura 5.48. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. X.

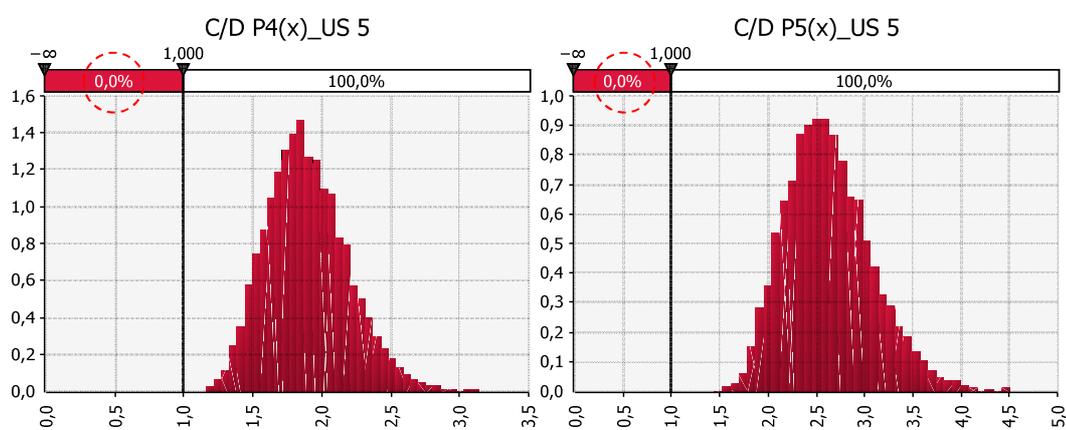


Figura 5.49. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. X.

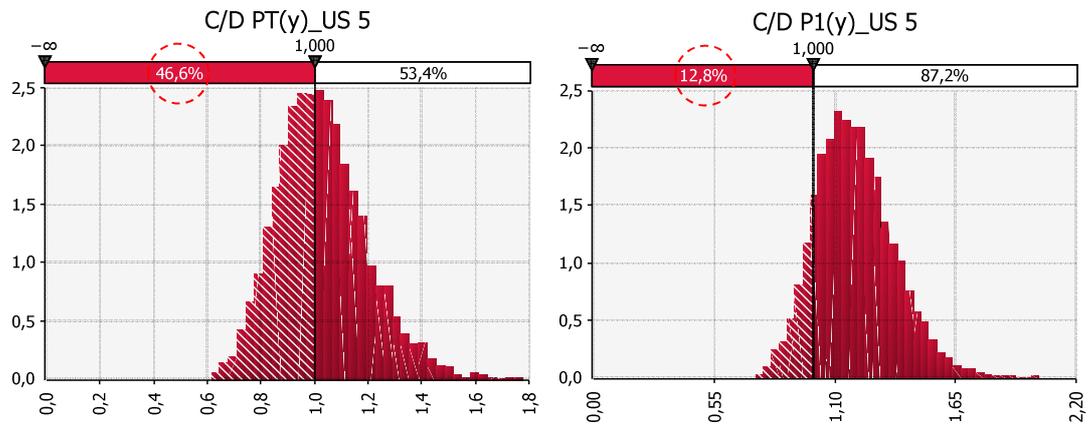


Figura 5.50. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. Y.

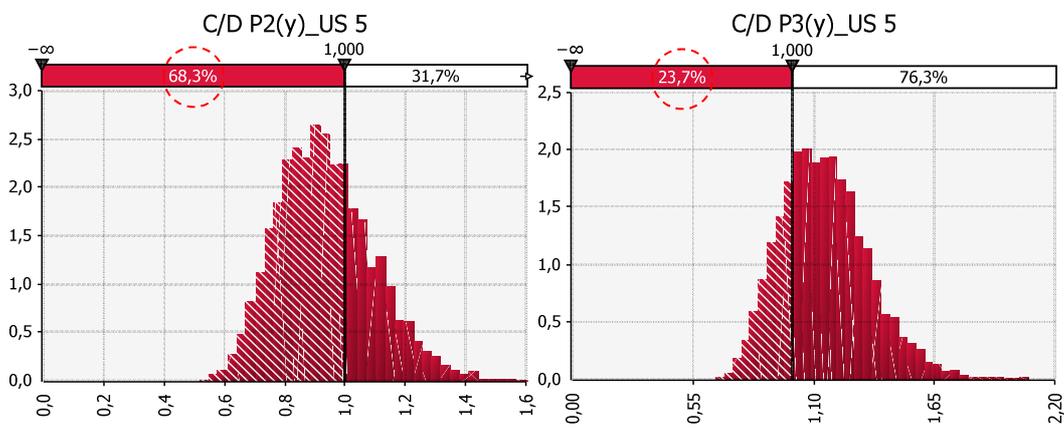


Figura 5.51. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. Y.

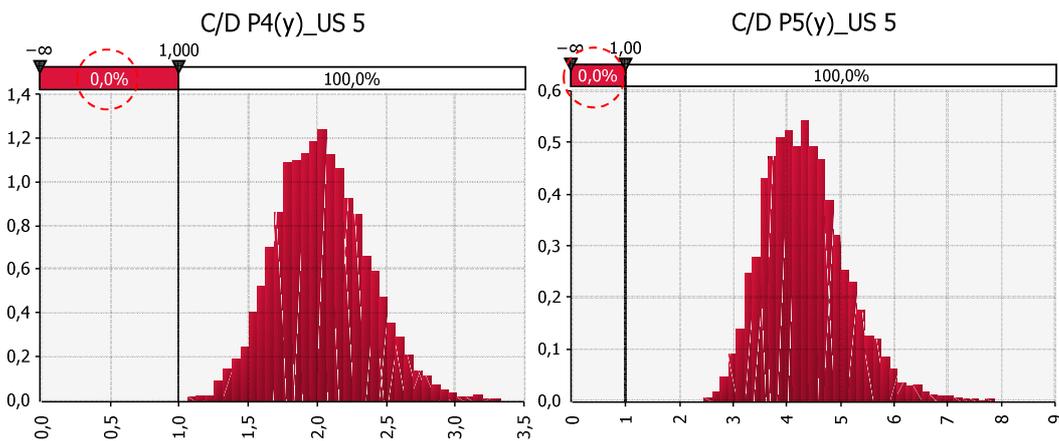
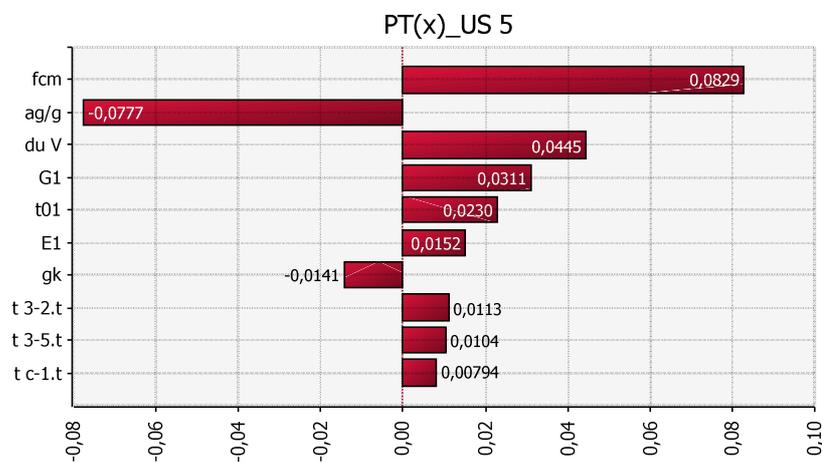


Figura 5.52. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. Y.

**Tabella 5.29.** Tabella di sintesi delle probabilità di collasso e della media  $\rho = C/D$  delle distribuzioni, nelle direzioni X ed Y. In grassetto il piano in cui la vulnerabilità è maggiore.

US 4	Pr %	C/D	Pr %	C/D
	X		Y	
<b>PT</b>	94,6	0,76	46,6	1
1°	1,8	1,38	12,8	1,19
<b>2°</b>	17,5	1,16	68,3	0,9
3°	0,4	1,5	23,7	1,15
4°	0	1,89	0	2
5°	0	2,6	0	4,3

- **Sensitività della risposta.**



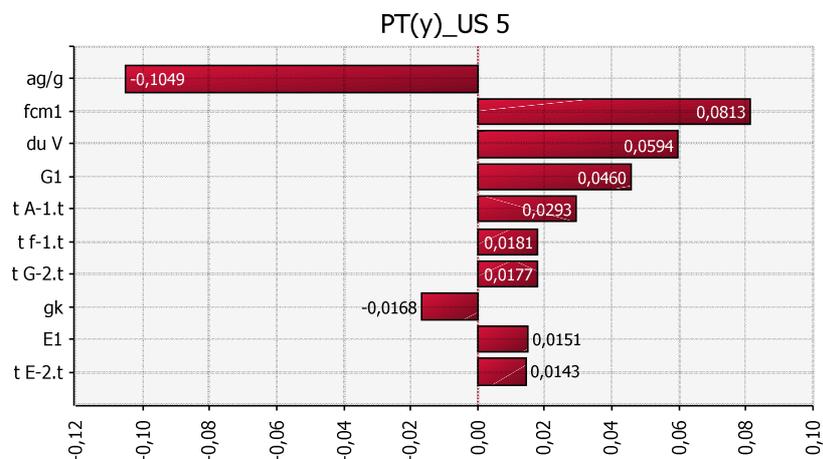
**Figura 5.53.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione X.

**Tabella 5.30.** Sensitività della risposta del PT in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,08</b>
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,07</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>-0,04</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,03</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 0,76$ .

La variabile con incidenza maggiore, la resistenza a compressione in questo caso, produce una variazione della risposta di +0,08, pertanto  $\rho = 0,84$ .



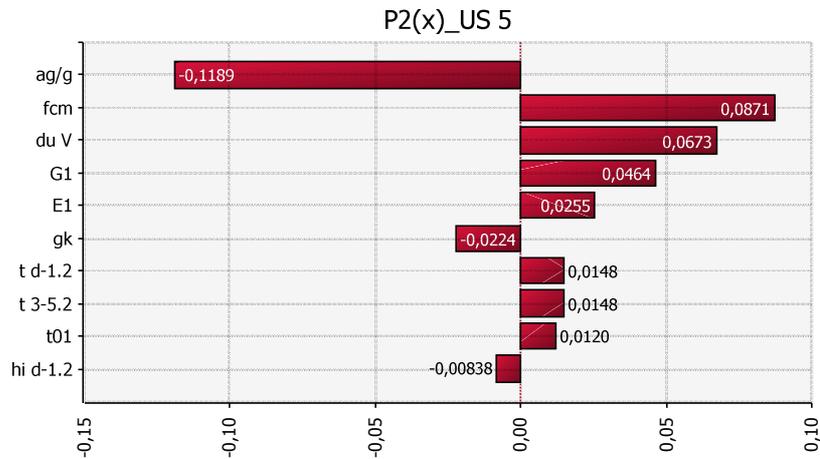
**Figura 5.54.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione Y.

**Tabella 5.31.** Sensitività della risposta del PT in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Statico	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,1</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,08</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,04</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,00$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,10, pertanto  $\rho = 0,90$ .



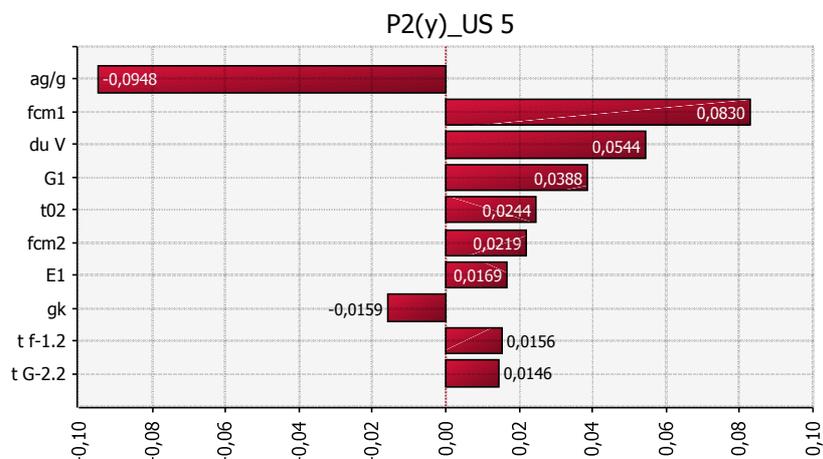
**Figura 5.55.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 2° piano in direzione X.

**Tabella 5.32.** Sensitività della risposta del 2° in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
PGA	0,112	0,011	-0,11
Res. a compressione (kN/m <sup>2</sup> )	1400	288	+0,08
Sp. ultimo per taglio (%)	0,004	0,000231	+0,06
Modulo elastico G (kN/m <sup>2</sup> )	5,3E5	6,3E4	+0,04

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 1,16$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,11, pertanto  $\rho = 1,05$ .



**Figura 5.56.** Incidenza delle variabili sulla risposta del 2° piano in direzione Y.

**Tabella 5.33.** Sensitività della risposta del 2° in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
PGA	0,112	0,011	<b>-0,09</b>
Res. a compressione (kN/m <sup>2</sup> )	2400	461	<b>+0,08</b>
Sp. ultimo per taglio (%)	0,004	0,000231	<b>+0,05</b>
Modulo elastico G (kN/m <sup>2</sup> )	5,3E5	6,3E4	<b>+0,03</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 0,90$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,09, pertanto  $\rho = 0,81$ .

5.12.2.6 US 6.

• Statistiche della risposta.

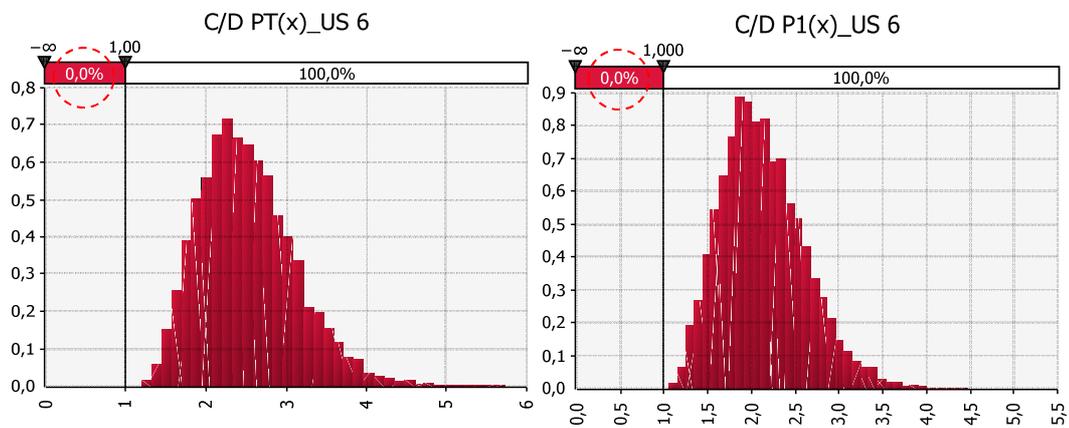


Figura 5.57. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. X.

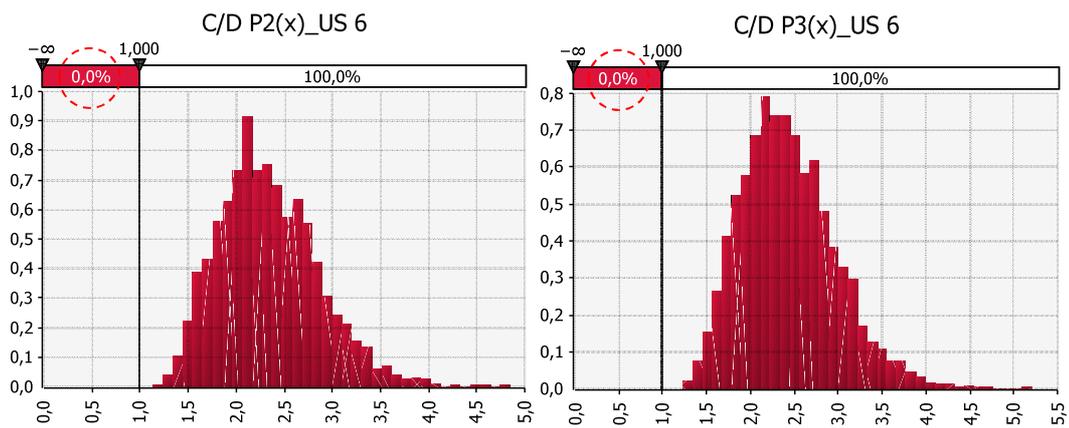


Figura 5.58. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. X.

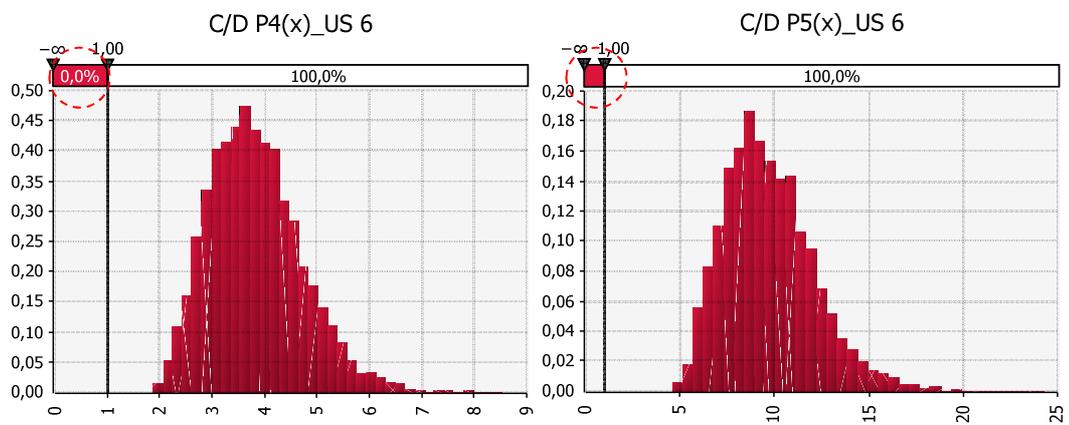


Figura 5.59. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. X.

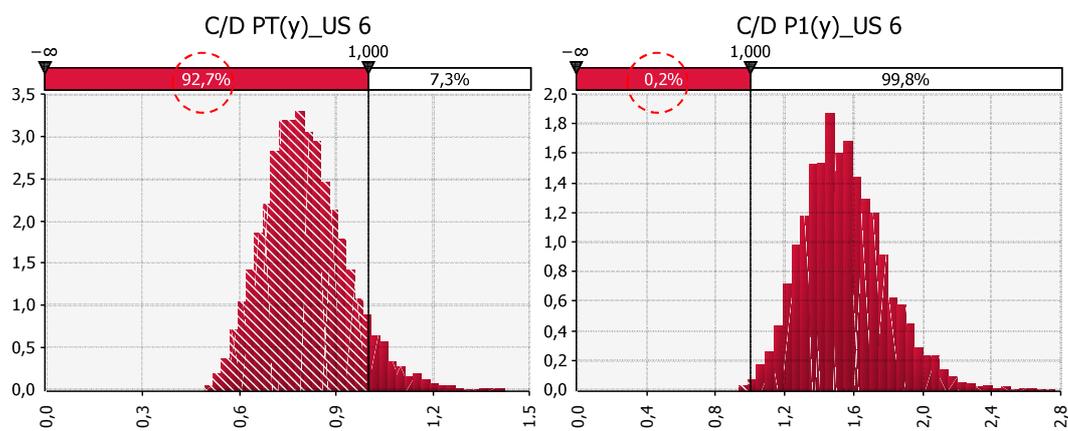


Figura 5.60. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del PT e del 1° piano, dir. Y.

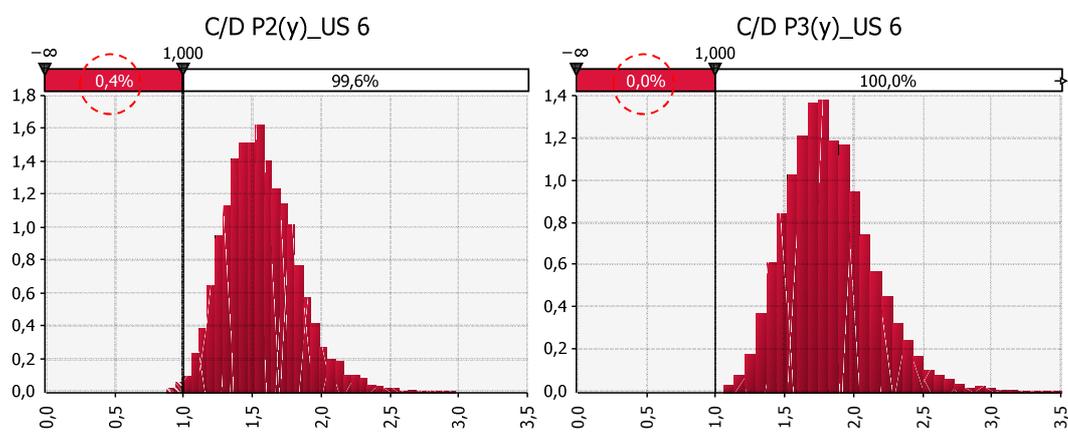


Figura 5.61. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 2° e del 3° piano, dir. Y.

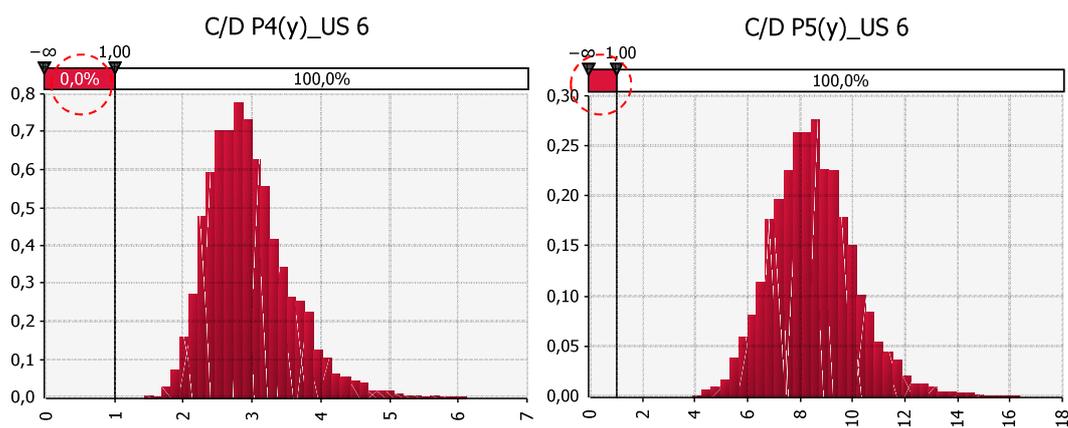
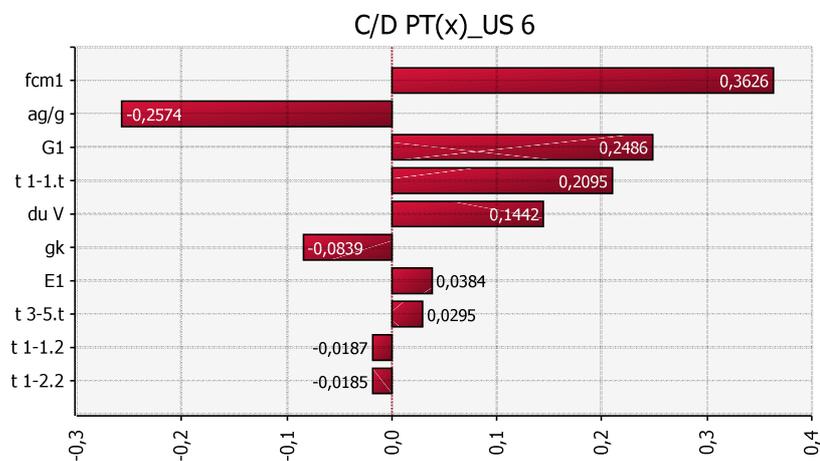


Figura 5.62. Statistiche della risposta globale: probabilità di collasso del 4° e del 5° piano, dir. Y.

**Tabella 5.34.** Tabella di sintesi delle probabilità di collasso e della media  $\rho = C/D$  delle distribuzioni, nelle direzioni X ed Y. In grassetto il piano in cui la vulnerabilità è maggiore.

US 4	Pr %	C/D	Pr %	C/D
	X		Y	
<b>PT</b>	0	2,5	92,7	0,8
1°	0	2,1	0,2	1,5
2°	0	2,3	0,4	1,5
3°	0	2,4	0	1,8
4°	0	3,8	0	2,9
5°	0	9,7	0	8,4

- **Sensitività della risposta.**



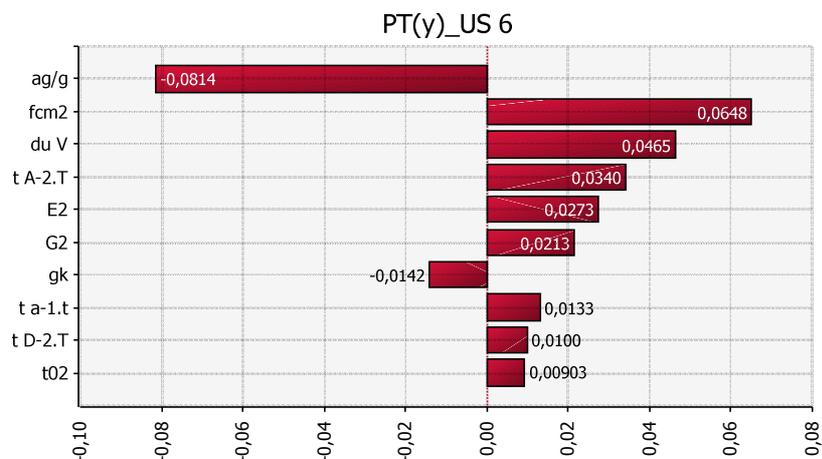
**Figura 5.63.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione X.

**Tabella 5.35.** Sensitività della risposta del PT in direzione X: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Media	+ $\sigma$	$\Delta C/D$
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	1400	288	<b>+0,36</b>
<b>pga</b>	0,112	0,011	<b>-0,25</b>
<b>Modulo elastico G (kN/m<sup>2</sup>)</b>	5,3E5	6,3E4	<b>+0,24</b>
<b>Spessore maschio 1-1.t(m)</b>	0,8	0,09	<b>+0,2</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 2,50$ .

La variabile con incidenza maggiore, la resistenza a compressione in questo caso, produce una variazione della risposta di  $+0,36$ , pertanto  $\rho = 2,86$ .



**Figura 5.64.** Incidenza delle variabili sulla risposta del PT in direzione Y.

**Tabella 5.36.** Sensitività della risposta del PT in direzione Y: sintesi delle statistiche significative.

GRANDEZZA	Statico	+ $\sigma$	$\Delta$ C/D
<b>PGA</b>	0,112	0,011	<b>-0,08</b>
<b>Res. a compressione (kN/m<sup>2</sup>)</b>	2400	461	<b>+0,06</b>
<b>Sp. ultimo per taglio (%)</b>	0,004	0,000231	<b>+0,04</b>
<b>Spessore maschio 1-1.t(m)</b>	0,8	0,09	<b>+0,03</b>

Assegnando i valori medi di Tabella 5.8 alle variabili aleatorie, il parametro di controllo assume il valore  $\rho = 0,80$ .

La variabile con incidenza maggiore, la PGA in questo caso, produce una variazione della risposta di -0,08, pertanto  $\rho = 0,72$ .



## **6 LO STRUMENTO ANALITICO SVILUPPATO COME MEZZO D'INDAGINE A SUPPORTO DELLA RICERCA: STUDI PARAMETRICI DI AGGREGATI EDILIZI CON METODI LINEARI E NON LINEARI.**

### **6.1 Un confronto critico tra metodi di analisi per l'evoluzione del quadro normativo.**

Attualmente la normativa prevede che gli aggregati possano essere studiati con analisi semplificate, purché si tenga conto della non linearità attraverso un legame costitutivo che descriva il comportamento post elastico degli elementi murari.

In alternativa a questo approccio, alcuni estensori della norma propongono di affrontare il problema utilizzando metodi lineari; motivo della proposta, tra gli altri, è la possibilità di poter rendere disponibile un metodo di calcolo certamente meno ostico di quello non lineare, al fine di consentire verifiche di vulnerabilità anche ai menî esperti.

Posto in questi termini, però, il problema rischia di essere affrontato in maniera troppo superficiale, poiché anche nella forma attuale le modalità di verifica degli edifici in aggregato prevedono alcune semplificazioni, spesso radicali; ulteriori semplificazioni, come quella che vorrebbe l'introduzione dei metodi lineari, snaturerebbe di qualunque significato scientifico gli esiti delle verifiche svolte.

È naturale che un giudizio oggettivo della proposta non possa prescindere da un'analisi che vada al di là di semplici valutazioni qualitative.

Con questo intento, la metodologia studiata e sviluppata nei capitoli precedenti, si presta in questo frangente alla valutazione delle capacità predittive delle analisi lineari rispetto a quelle non lineari.

Pertanto, parallelamente al modello non lineare, nei paragrafi successivi verrà sviluppata una metodologia lineare che consente di confrontare le risposte di modelli studio.

## 6.2 Analisi parametriche con modelli lineari e non lineari per la valutazione della risposta di aggregati edilizi.

Con l'obiettivo di dare valenza generale al confronto tra i metodi, si propone lo studio parametrico dell'aggregato composto da 6 US, già utilizzato nell'approccio probabilistico; nei rispettivi ambiti vengono pertanto individuate le variabili che ne descrivono la risposta, riassunte nella Tabella 6.1, in cui è operata anche la distinzione delle stesse in due gruppi, in relazione all'ampiezza dell'intervallo di definizione.

**Tabella 6.1.** Variabili utilizzate nelle analisi parametriche e gruppi di appartenenza.

Grandezza	Variabile	Gruppo
Parametri di pericolosità sismica	$a_g$	1
	$T_c^*$	
	$F_O$	
Spessore della parete	$t$	
Altezza d'interpiano	$h$	
Resistenza a compressione	$f_m$	
Resistenza a taglio	$\tau_0$	
Modulo elastico E	E	
Modulo elastico G	G	
Spostamento ultimo per taglio	$d_{uv}$	
Spostamento ultimo per pressoflessione	$d_{uf}$	
Duttilità	q	2
Tipo di suolo	$S_S$	
topografia	$S_T$	
Livello di conoscenza	FC	

La Tabella 6.2 e la Tabella 6.3 riportano le informazioni di carattere statistico riguardante le variabili appartenenti al gruppo 1 di Tabella 6.1.

**Tabella 6.2.** Statistiche delle grandezze globali del gruppo 1.

GRANDEZZE GLOBALI	Tipo di distribuzione	Correlazione	Min.	Max.	Media	$\sigma$
Par. di pericolosità sismica	Uniforme	si	0,364	2,780	<b>1,362</b>	0,637
Sp. Ultimo per pressoflessione	Uniforme	No	0,0054	0,0066	<b>0,006</b>	0,000346
Sp. Ultimo per taglio	Uniforme	No	0,0036	0,0044	<b>0,004</b>	0,000231
Resistenza a compressione muratura portante in tufo e listature	Uniforme	SI	1400 (2400)	2400 (4000)	<b>1900</b> <b>(3200)</b>	288 (460)

Per la definizione dei parametri di pericolosità sismica si considera esclusivamente quelli pertinenti il periodo di ritorno  $T_R = 475$  anni, quello cioè corrispondente alla classe d'uso più ricorrente negli edifici in aggregato.

Il modulo elastico longitudinale e trasversale, e la resistenza a taglio della muratura, sono correlate alla resistenza a compressione della muratura  $f_m$  secondo le seguenti leggi:  $E = 1000 \cdot f_k$ ;  $\tau_0 = 0,02 \cdot f_m$ ;  $G = 0,4 \cdot E$

in cui,  $f_k = f_m \cdot (1 - 0,3)$

**Tabella 6.3.** Statistiche delle grandezze locali del gruppo 1.

GRANDEZZE LOCALI	Tipo di distribuzione	Correlazione	Min.	Max.	Media	$\sigma$
Spessore $t$	Uniforme	No	-20%	+20%	$t_i$	$\forall t_i \neq t_y \Rightarrow \sigma + t_i \neq \sigma + t_y$
Altezza interpiano $h$	Uniforme	No	-10%	+10%	$h_i$	$\forall h_i \neq h_y \Rightarrow \sigma + h_i \neq \sigma + h_y$

Le variabili discrete di cui al gruppo 2 di Tabella 6.1 possono assumere i seguenti valori:

**Tabella 6.4.** Possibili valori o categorie delle variabili discrete del gruppo 2.

Variabile	Valori assunti o categorie
$q$	1,5; 2,0
$S_s$	A; B; C; D; E
$S_T$	1,0; 1,2; 1,4
FC	1,00; 1,20; 1,35

Per l'analisi della risposta in campo non lineare, si ricorre all'adozione del modello studiato e sviluppato nel presente lavoro di tesi.

La risposta del sistema in campo lineare è invece valutata sulla base del metodo di analisi statica lineare, proposto all'interno delle norme NTC-08, seppur per la verifica di edifici isolati. I valori del coefficiente di struttura adottati nelle analisi sono diversi da quelli previsti da normativa, utilizzati nelle analisi lineari di edifici nuovi di muratura.

Il motivo è legato chiaramente alle profonde differenze in termini di dettagli costruttivi, che conferiscono livelli di duttilità notevolmente diversi. Nel caso degli edifici di nuova progettazione la norma prevede possano assumere i seguenti valori: 2,25, 2,75, 3,00, 3,60. Nel caso di edifici esistenti di muratura, la proposta avanzata in sede di revisione della norma vorrebbe assegnare al fattore  $q$  due possibili valori, 1,5 e 2,0, senza prevedere una valutazione esplicita dello stesso.

Si propone nel seguito un doppio confronto tra la risposta valutata in campo non lineare e quella in campo lineare, ciò a dimostrare che il ricorso a criteri di collasso diversi conduce a risultati comunque notevolmente penalizzanti.

I criteri di collasso adottati, descritti nel paragrafo successivo, vengono applicati in corrispondenza di due configurazioni del sistema resistente, costituito da:

1. tutti gli elementi murari attivi, ossia tutti i maschi forniscono un contributo alla resistenza di piano;
2. solo dagli elementi che superano le verifiche geometriche, analoghe a quelle adottate nell'analisi non lineare, e considerando un numero di elementi secondari tale che la corrispondente rigidità non sia superiore al 15% di quella degli elementi primari. In nessun caso la scelta degli elementi da considerare secondari determina il passaggio da struttura "irregolare" a struttura "regolare".

### 6.3 Modalità di confronto dei risultati e criteri di collasso adottati.

Il confronto viene effettuato sulla base di grandezze adimensionali  $\rho_L$  e  $\rho_{NL}$ , rispettivamente per le analisi lineari e non lineari, che misurano la capacità del sistema strutturale in rapporto alla domanda.

Nel caso di analisi lineari,  $\rho_L$  è valutato in termini di resistenza, per quanto riguarda le analisi di tipo non lineare,  $\rho_{NL}$  è calcolato invece in termini di spostamento.

Il parametro  $\rho$  viene valutato in corrispondenza della condizione limite stabilita dal criterio di collasso adottato, in cui si fa coincidere convenzionalmente la capacità ultima della struttura:

- nelle analisi lineari, si assume quello corrispondente al collasso del maschio più debole,

$$\rho_{L,k} = \min \left( \frac{C_i}{D_i} \right)_{i=1}^n \quad (6.1)$$

con  $n$  numero dei maschi

- nelle analisi di tipo non lineare, si assume altresì quello corrispondente al collasso dell'interpiano più debole,

$$\rho_{NL,k} = \min \left( \frac{C_j}{D_j} \right)_{j=1}^m \quad (6.2)$$

con  $m$  numero degli interpiani

Per ogni k-esimo valore assegnato alle variabili del gruppo 1, per un fissato subset di variabili del gruppo 2, si calcola quindi l'indice  $\rho_{I,k}$ , definito indice di predittività, come il rapporto tra  $\rho_{L,k}$  e  $\rho_{NL,k}$

$$\rho_{I,k} = \left( \frac{\rho_{L,k}}{\rho_{NL,k}} \right) \quad (6.3)$$

Il parametro  $\rho_{I,k}$ , fornisce una misura della convergenza tra le soluzioni ottenute nei due metodi: per valori prossimi ad 1, essi forniscono risultati confrontabili, al limite coincidenti; per valori tendenti allo 0, si ottiene l'esito opposto.

Il risultato delle analisi è fornito sotto forma di curve di distribuzione, con le statistiche più rappresentative della variabile rappresentata.

Tutte le possibili combinazioni semplici  $C(n,k)$  delle variabili di Tabella 6.1, si ottengo combinando i 13 elementi (pari al numero di valori assunti dalle variabili discrete del gruppo 2) in gruppi da 4:

$$C(n,k) = \frac{13!}{5!(13-4)!} = 143$$

È ragionevole ipotizzare che un numero così elevato di analisi da effettuare contenga anche risultati poco rappresentativi, soprattutto se pensiamo che le capacità predittive del metodo lineare diminuiscono in corrispondenza di quei valori delle variabili che forniscono bassi rapporti di  $\rho_L$ .

È questo il caso, ad esempio, del fattore di struttura  $q$ , oppure del fattore di conoscenza FC. Si rileva infatti che per valori bassi di  $q$  la domanda cresce, pertanto i rapporti  $\rho_L$  dei maschi diminuiscono. Questa tendenza si manifesta anche nei corrispondenti valori di  $\rho_I$ , l'indice di predittività, che tendono al limite inferiore 0.

Ragionando a priori sull'incidenza, nota, delle variabili discrete, si possono operare delle grosse semplificazioni sul numero di combinazioni da ritenere rappresentativo.

Si mostreranno, in particolare, due dei subset che massimizzano il rapporto  $\rho_I$ , così da poter rappresentare le condizioni certamente meno penalizzanti per le analisi effettuate con metodi lineari; anche operando in questo modo, si noterà come il metodo sia ben lontano dal cogliere le reali capacità della struttura, al contrario delle valutazioni effettuate con metodi non lineari.

### 6.3.1 Risultati delle analisi

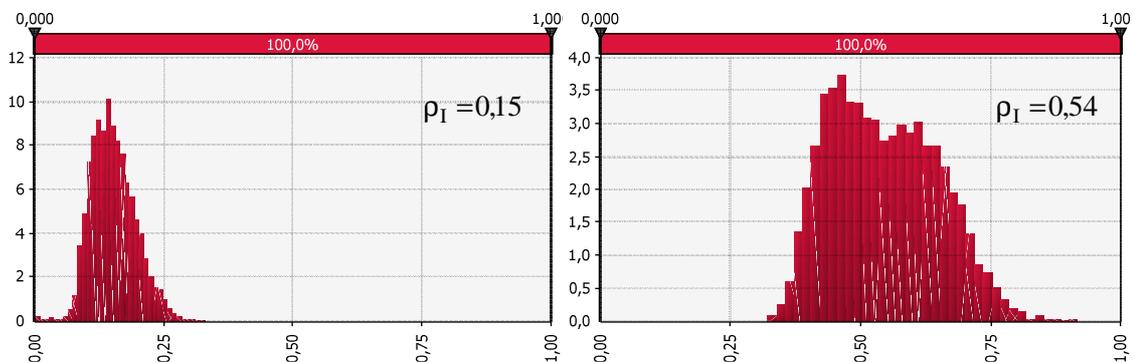
In ogni coppia di diagrammi sono rappresentate le statistiche del confronto tra le analisi effettuate con il metodo non lineare e quelle con le analisi lineari, queste ultime eseguite adottando due criteri di collasso, riassunti brevemente:

1. solo dagli elementi che superano le verifiche geometriche, analoghe a quelle adottate nell'analisi non lineare, e considerando un numero di elementi secondari tale che la corrispondente rigidezza non sia superiore al 15% di quella degli elementi primari. In nessun caso la scelta degli elementi da considerare secondari determina il passaggio da struttura "irregolare" a struttura "regolare";
2. tutti gli elementi murari attivi, ossia tutti i maschi forniscono un contributo alla resistenza di piano.

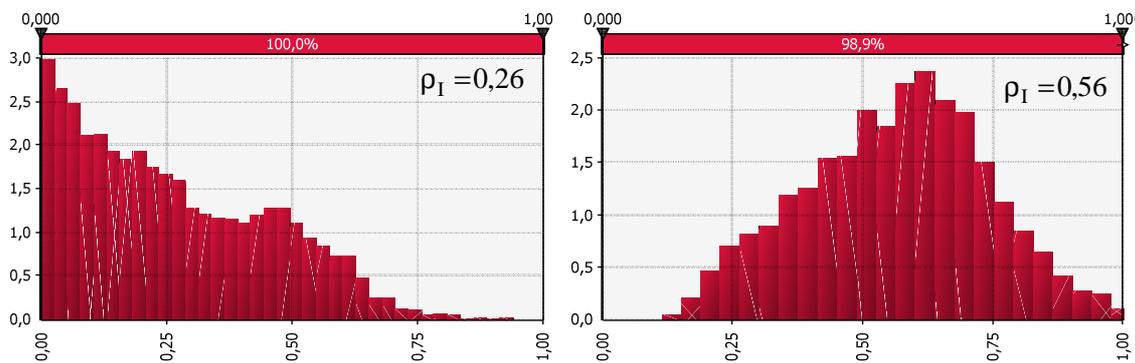
In alto a destra di ogni grafico è riportato il valore medio dell'indice di predittività.

I subset del gruppo 2 di Tabella 6.1 ritenuti più significativi, ed elaborati sulla base dei valori di Tabella 6.4, sono:

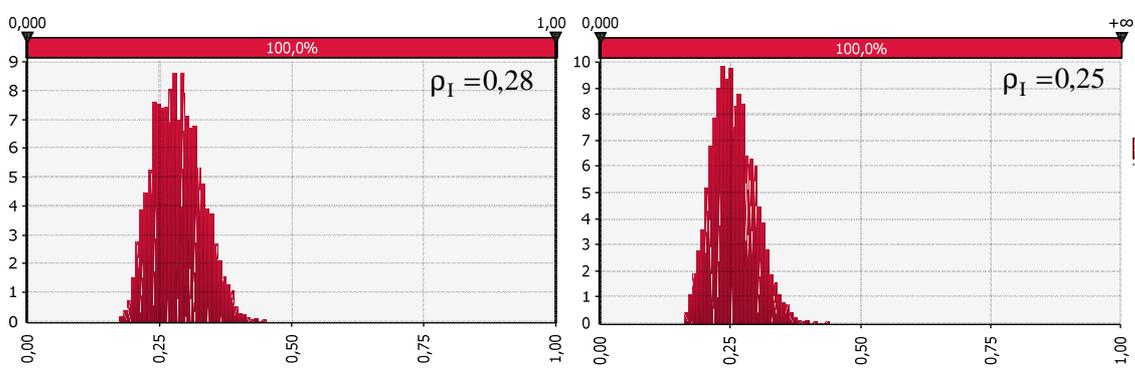
- subset 1:  $q=2,00$ ;  $S_S= 1,48$ ;  $S_T= 1,20$ ;  $FC= 1,35$
- subset 2:  $q=2,00$ ;  $S_S= 1,48$ ;  $S_T= 1,40$ ;  $FC= 1,20$



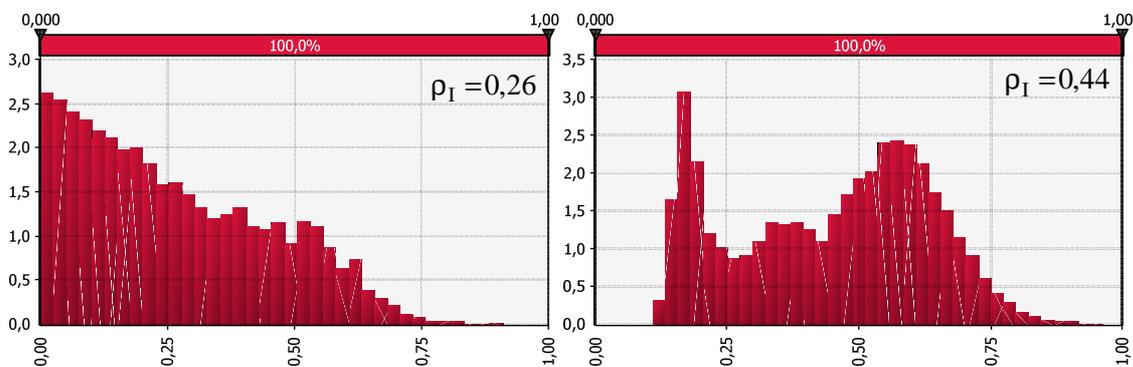
**Figura 6.1.** US 1 dir. X, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



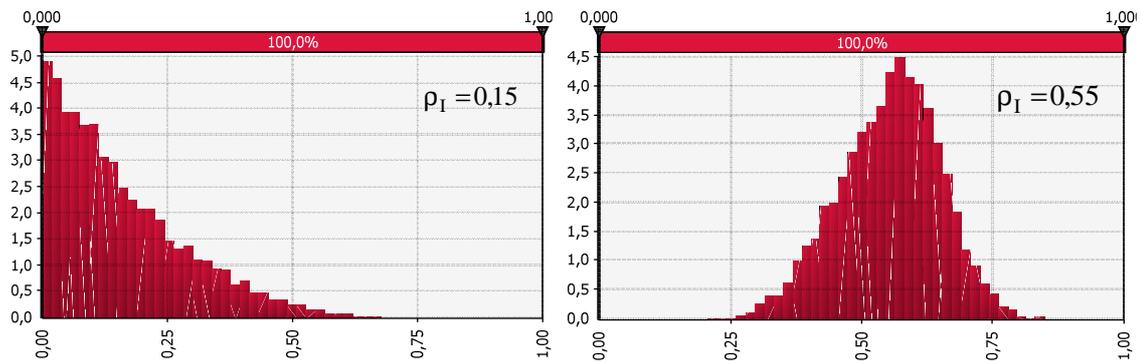
**Figura 6.2.** US 1 dir. Y, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



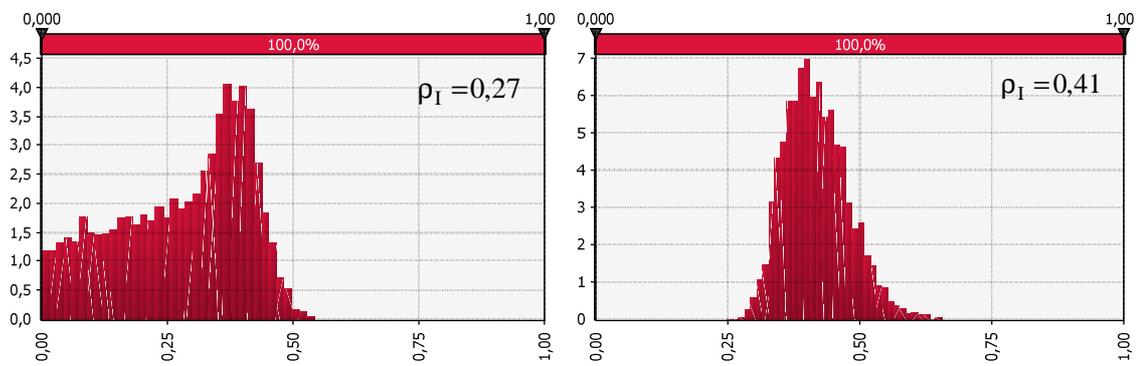
**Figura 6.3.** US 2 dir. X, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



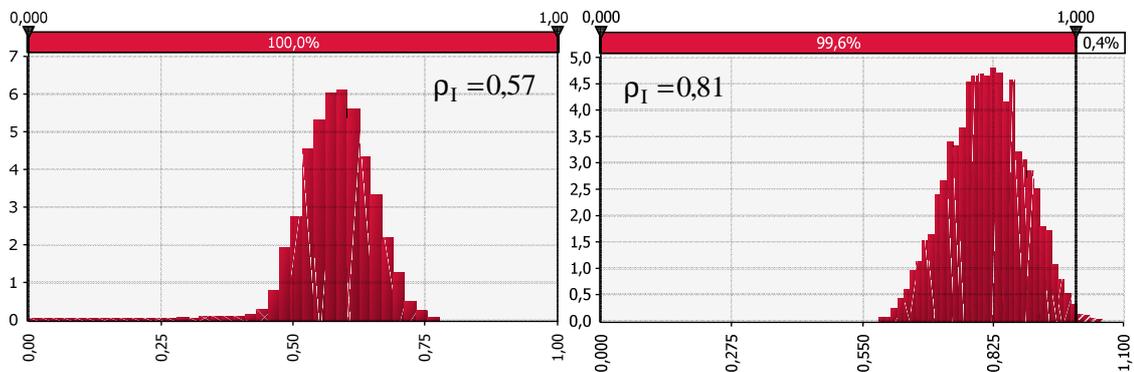
**Figura 6.4.** US 2 dir. Y, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



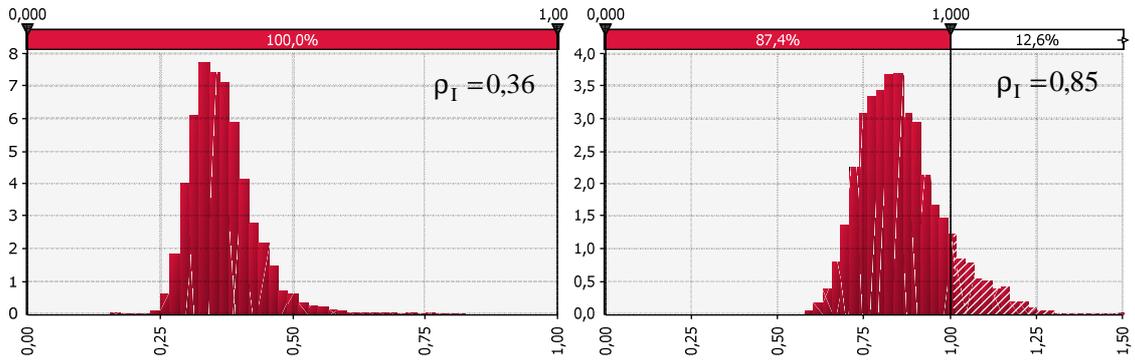
**Figura 6.5.** US 3 dir. X, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



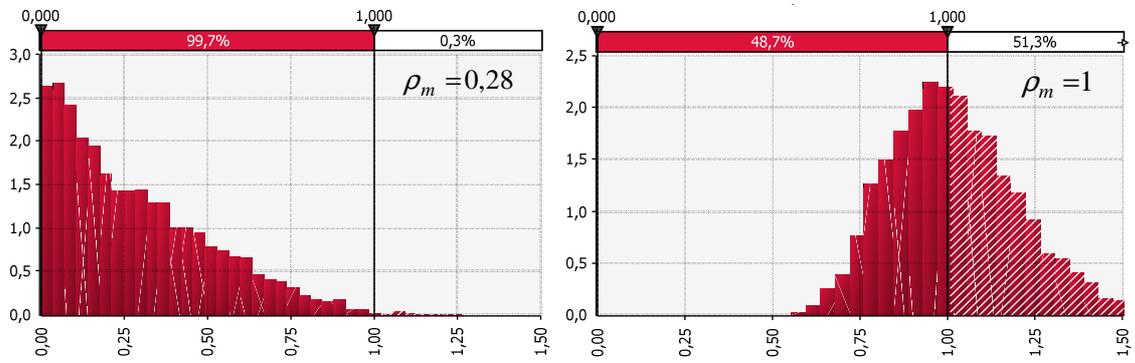
**Figura 6.6.** US 3 dir. Y, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



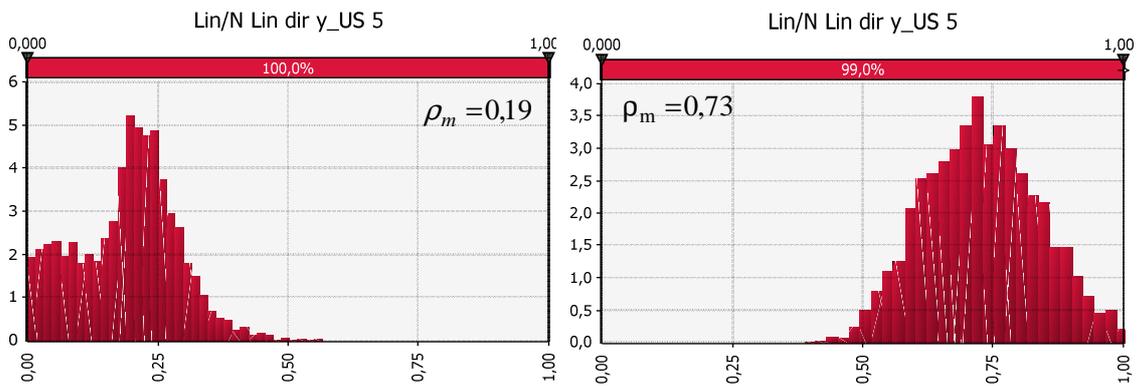
**Figura 6.7.** US 4 dir. X, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



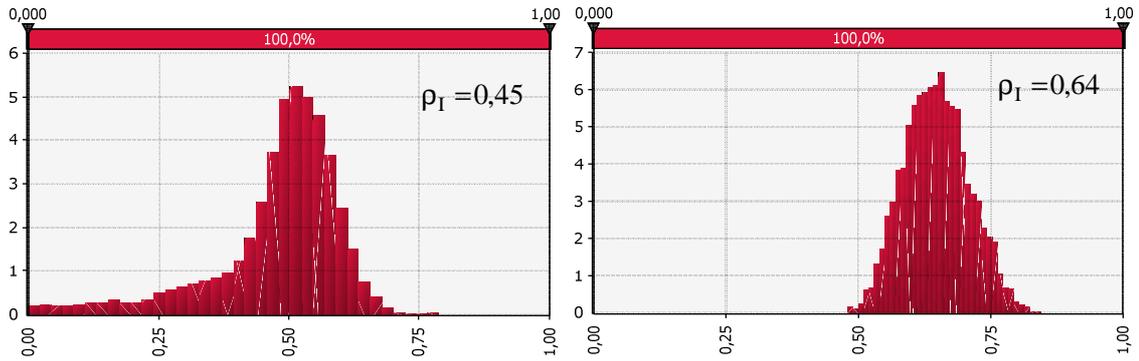
**Figura 6.8.** US 4 dir. Y, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



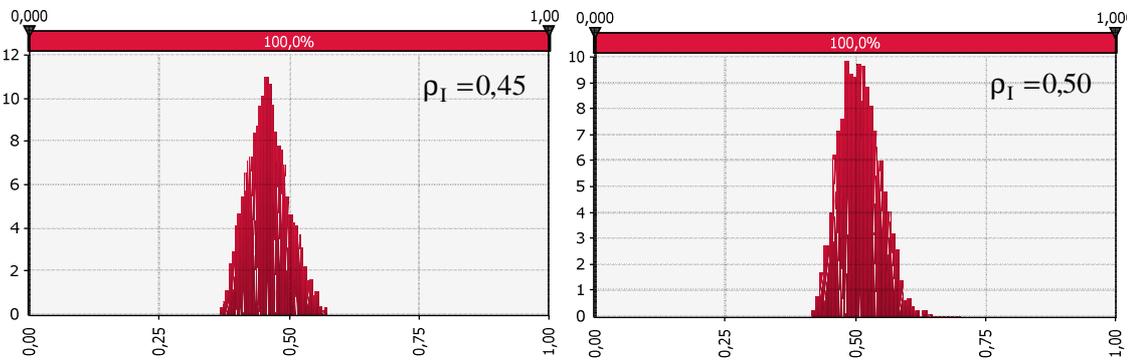
**Figura 6.9.** US 5 dir. X, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



**Figura 6.10.** US 5 dir. Y, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



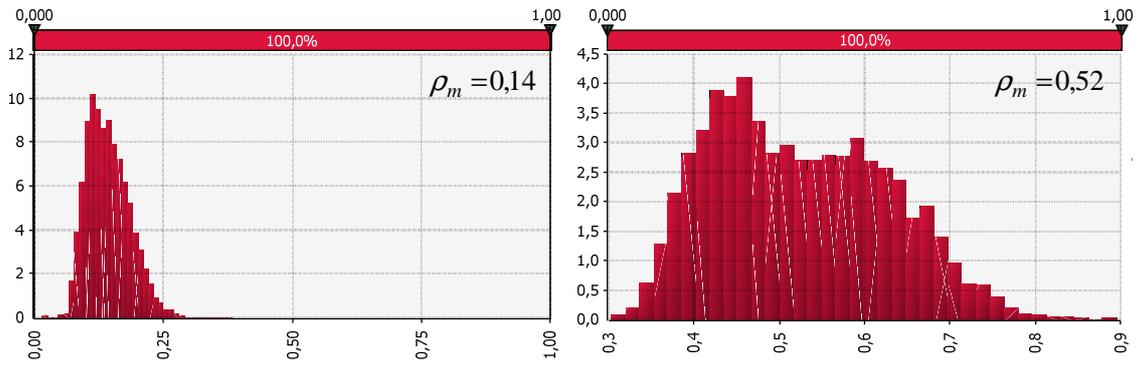
**Figura 6.11.** US 6 dir. X, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



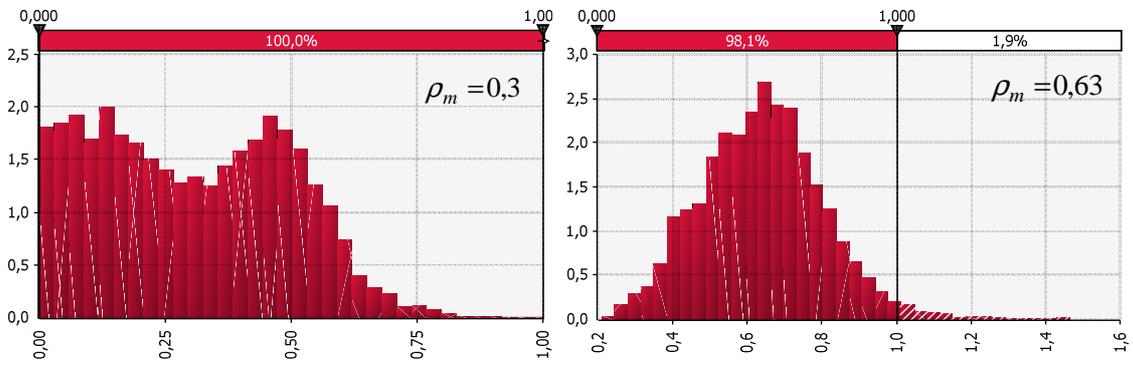
**Figura 6.12.** US 6 dir. Y, confronto su subset 1: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.

**Tabella 6.5.** Sintesi dei risultati con subset 1: statistiche della variabile di controllo  $\rho_I$ .

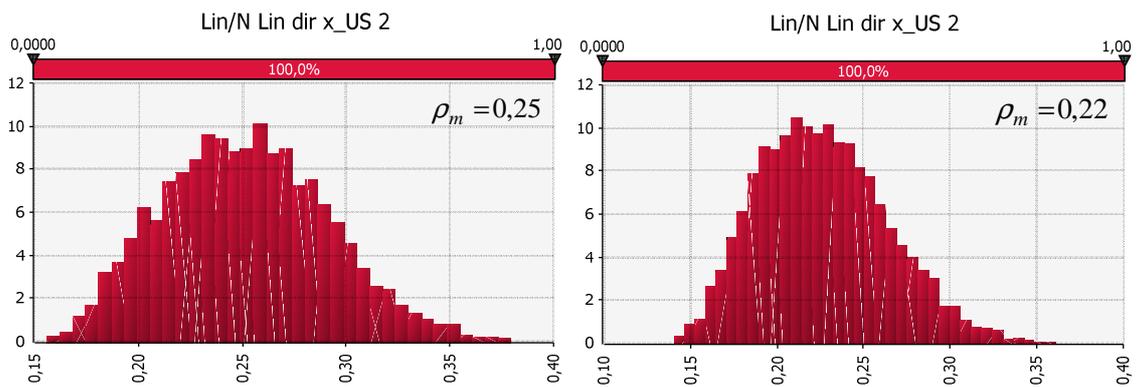
Fabbricato	criterio di collasso	Media		$\sigma$		Probabilità $\rho_L > \rho_{NL}$	
		X	Y	X	Y	X	Y
US 1	1	0,15	0,26	0,04	0,19	0	0
	2	0,54	0,56	0,10	0,18	0	1,1 %
US 2	1	0,28	0,26	0,04	0,19	0	0
	2	0,25	0,44	0,04	0,18	0	0
US 3	1	0,15	0,27	0,12	0,13	0	0
	2	0,55	0,41	0,09	0,06	0	0
US 4	1	0,57	0,36	0,08	0,06	0	0
	2	0,81	0,85	0,08	0,12	0,4 %	12,6 %
US 5	1	0,28	0,19	0,22	0,10	0,3 %	0
	2	1,00	0,73	0,18	0,11	51,3 %	1,0 %
US 6	1	0,45	0,45	0,12	0,04	0	0
	2	0,64	0,50	0,06	0,04	0	0



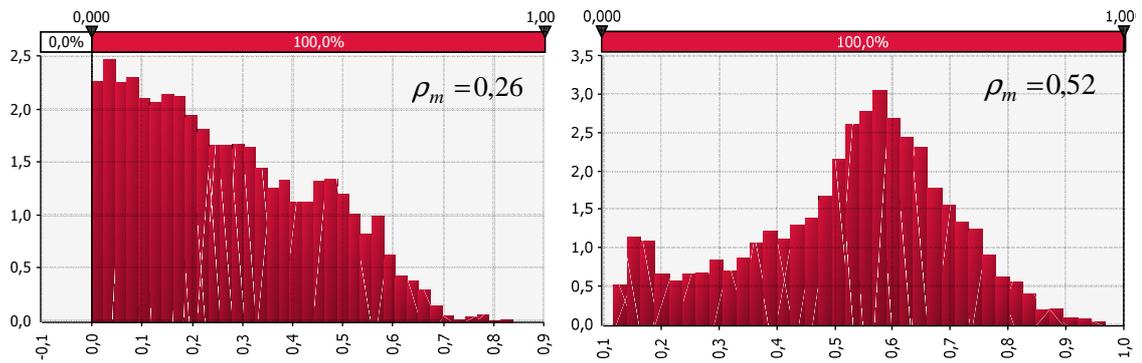
**Figura 6.13.** US 1 dir. X, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



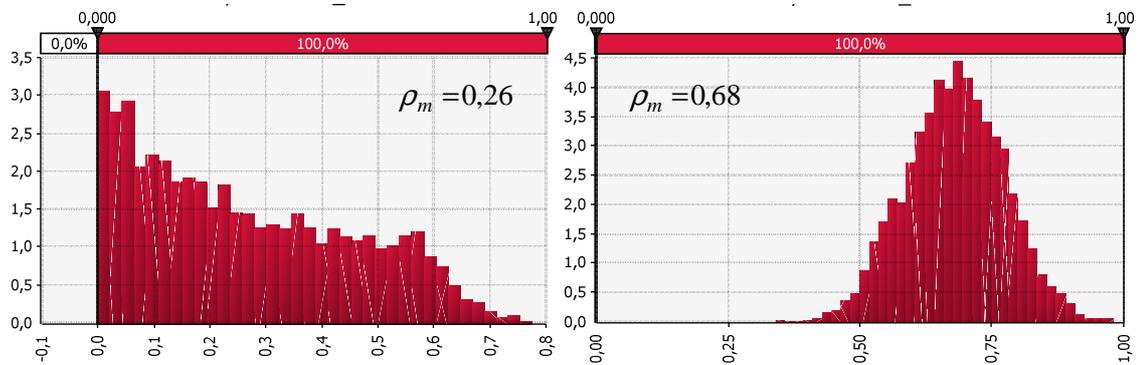
**Figura 6.14.** US 1 dir. Y, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



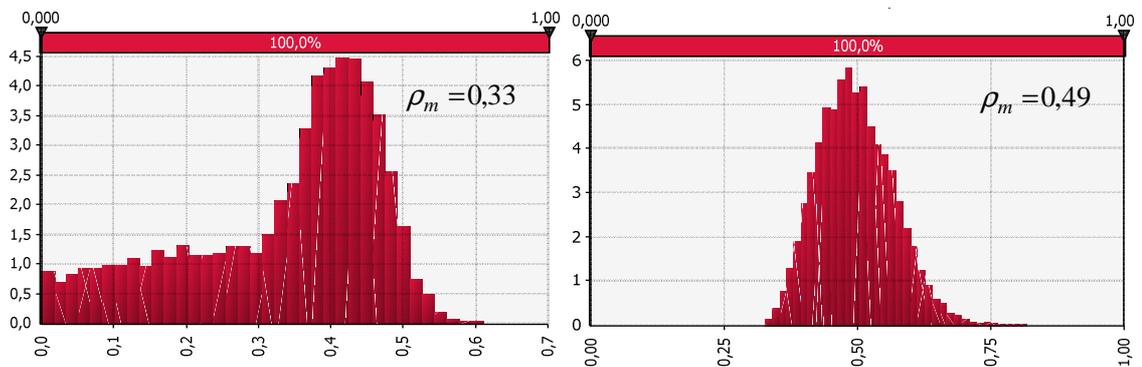
**Figura 6.15.** US 2 dir. X, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



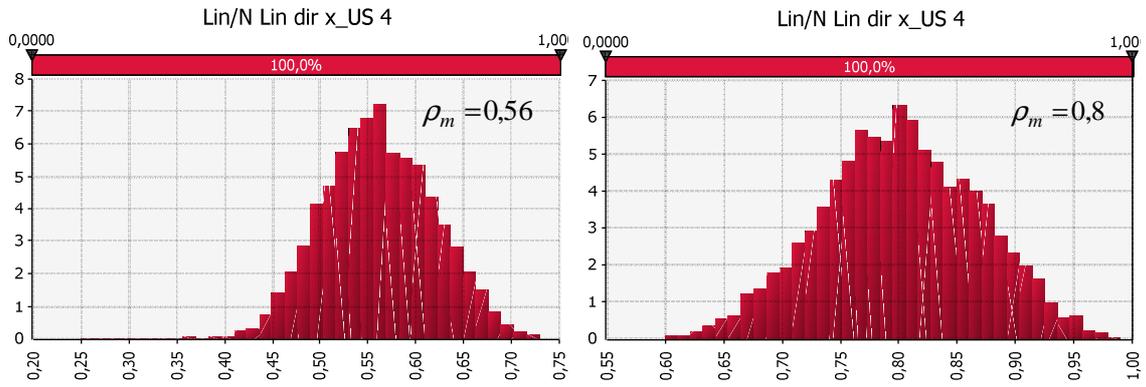
**Figura 6.16.** US 2 dir. Y, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



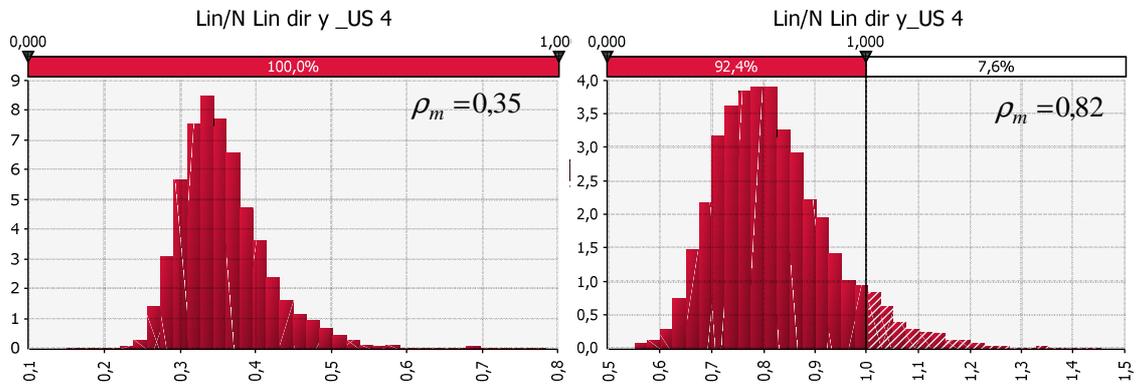
**Figura 6.17.** US 3 dir. X, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



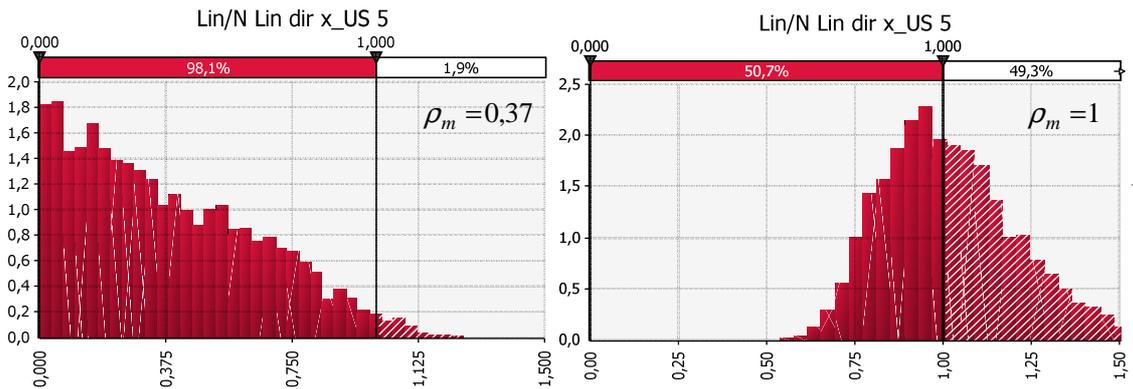
**Figura 6.18.** US 3 dir. Y, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



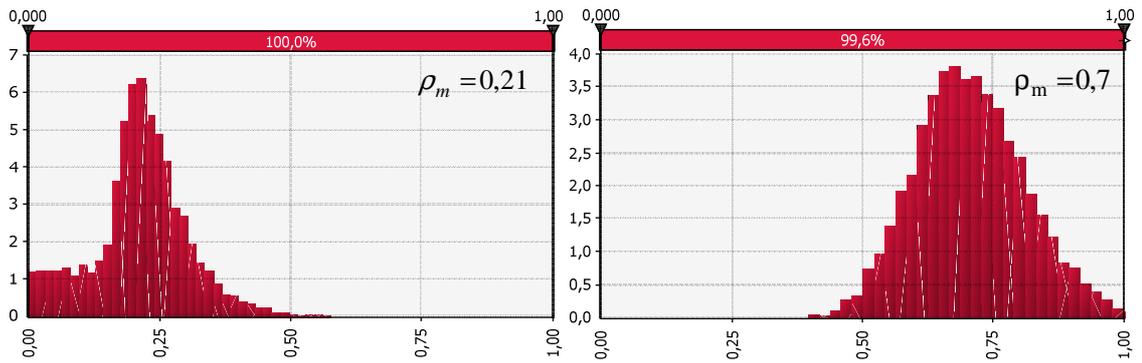
**Figura 6.19.** US 4 dir. X, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



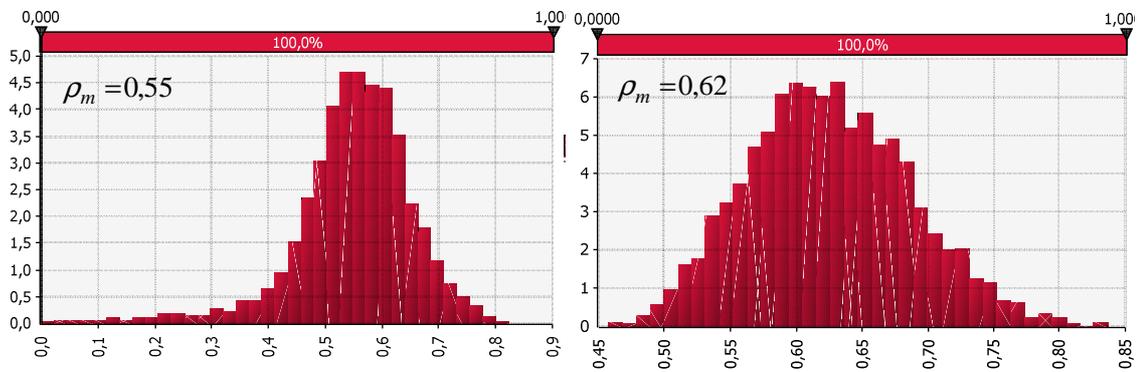
**Figura 6.20.** US 4 dir. Y, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



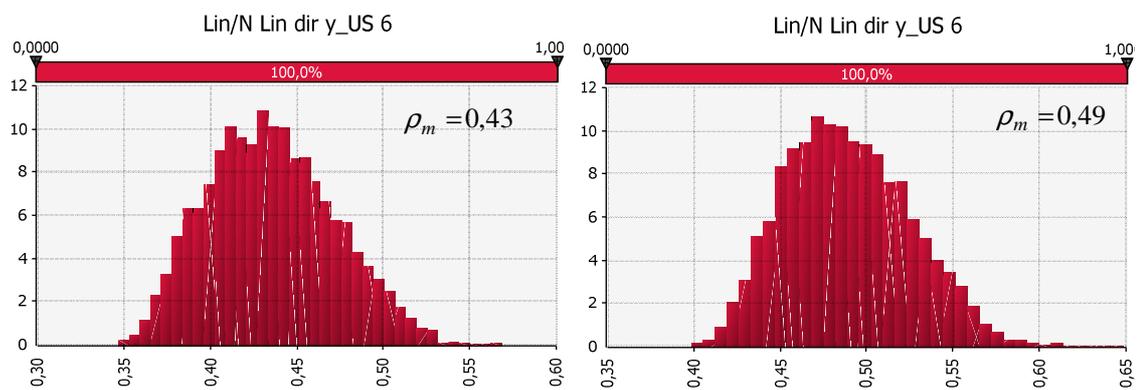
**Figura 6.21.** US 5 dir. X, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



**Figura 6.22.** US 5 dir. Y, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



**Figura 6.23.** US 6 dir. X, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.



**Figura 6.24.** US 6 dir. Y, confronto su subset 2: a sx secondo il criterio di collasso 1, a dx secondo il criterio di collasso 2.

**Tabella 6.6.** Sintesi dei risultati con subset 2: statistiche della variabile di controllo  $\rho_I$ .

Fabbricato	criterio di collasso	Media		$\sigma$		Probabilità $\rho_L > \rho_{NL}$	
		X	Y	X	Y	X	Y
US 1	1	0,14	0,30	0,04	0,19	0	0
	2	0,52	0,63	0,10	0,16	0	1,9 %
US 2	1	0,25	0,26	0,04	0,18	0	0
	2	0,22	0,52	0,04	0,18	0	0
US 3	1	0,26	0,33	0,19	0,13	0	0
	2	0,68	0,49	0,09	0,07	0	0
US 4	1	0,56	0,35	0,06	0,05	0	0
	2	0,80	0,82	0,07	0,11	0	7,6 %
US 5	1	0,37	0,21	0,27	0,09	1,9 %	0
	2	1,00	0,70	0,19	0,10	49,3 %	0,4 %
US 6	1	0,55	0,43	0,10	0,04	0	0
	2	0,62	0,49	0,06	0,04	0	0

Le tabelle Tabella 6.5 e Tabella 6.6 sintetizzano le statistiche dei risultati ottenuti nel confronto tra i metodi, per due dei subset più significativi.

Si osserva che il subset 2 è maggiormente penalizzante per le analisi lineari, seppur marginalmente, mentre le curve di distribuzione sono pressoché identiche, questo in completo accordo con la scelta di aver adottato distribuzioni uniformi per gran parte delle variabili e un numero di iterazioni nell'analisi Monte Carlo tale da fornire stabilità alle soluzioni.

In tutti i casi si apprezza un forte aumento delle capacità predittive del modello lineare quando si utilizza il criterio di collasso 2, quello in cui tutti i maschi forniscono un contributo alla resistenza di piano.

Questa tendenza, osservata pressoché ovunque nel modello di aggregato studiato, può essere spiegata se immaginiamo come si ripartisce la domanda tra gli elementi, quando è la loro consistenza a cambiare.

Nelle analisi lineari la domanda non risente della variazione di rigidità del sistema, poiché viene calcolata in funzione del periodo attraverso la seguente formula approssimata,

$$T_1 = C_1 \cdot \sqrt[4]{H^3}$$

Ciò vuol dire che ad un numero maggiore o minore di elementi resistenti corrisponde la medesima domanda; quando il numero è crescente, a parità di capacità è la domanda a diminuire poiché distribuita su più elementi; il risultato atteso è pertanto quello in cui i rapporti  $\rho_L$  diminuiscono, proprio come dimostrato dalle analisi effettuate.

Solo in corrispondenza della US 2, e per lo più in direzione X, l'adozione del criterio di collasso 2 non ha prodotto effetti analoghi. Ciò sta a significare che i criteri di collasso

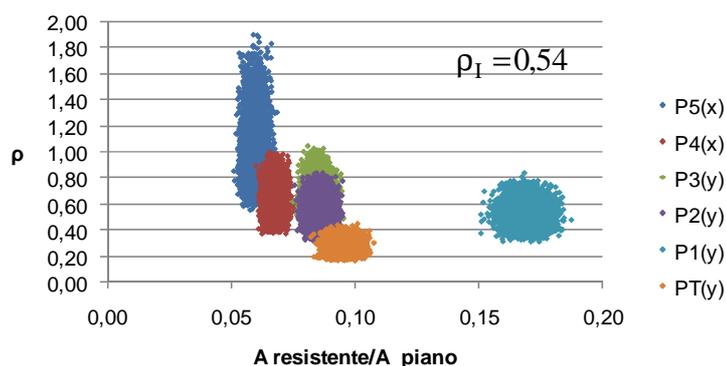
adottati conducono a sistemi resistenti analoghi, pertanto non è possibile distinguere la risposta in maniera così netta come accadeva per le altre US.

Tale interpretazione trova immediata conferma nel caso della US 5 in cui, al contrario, si registra una marcata differenza nel confronto tra i modelli quando si passa dal criterio di collasso 1 al 2.

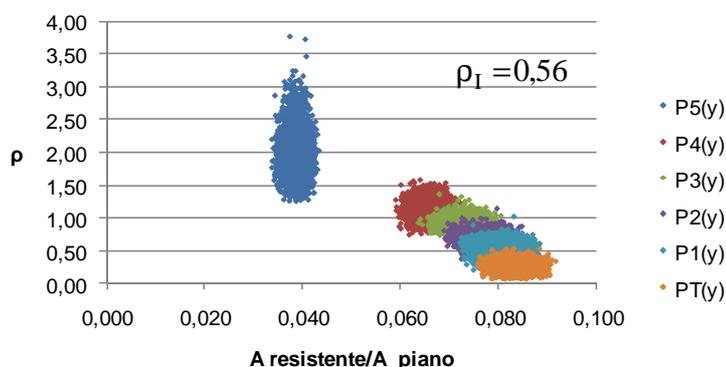
È infatti evidente che gli elementi resistenti in questo caso sono in numero e proporzione tali da risultare globalmente meno efficaci, a causa della loro dipendenza dalle proprietà geometriche, su cui opera direttamente il criterio di collasso adottato.

I grafici che seguono rappresentano un tentativo, limitatamente al criterio di collasso 2, di individuare uno o più parametri in grado di spiegare la tendenza dell'indice di predittività; a tal proposito si esprime l'indice  $\rho$  in funzione del coefficiente di saturazione, definito come il rapporto  $A_r/A_p$ , area resistente dei maschi e area totale di piano. Si vedrà nel seguito quali informazioni sulla distribuzione di  $\rho_I$  sia in grado di fornire.

In alto a destra di ogni grafico, o a sinistra quando necessario, è riportato il valore medio globale dell'indice di predittività.



**Figura 6.25.** US 1 dir. X, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.



**Figura 6.26.** US 1 dir. Y, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

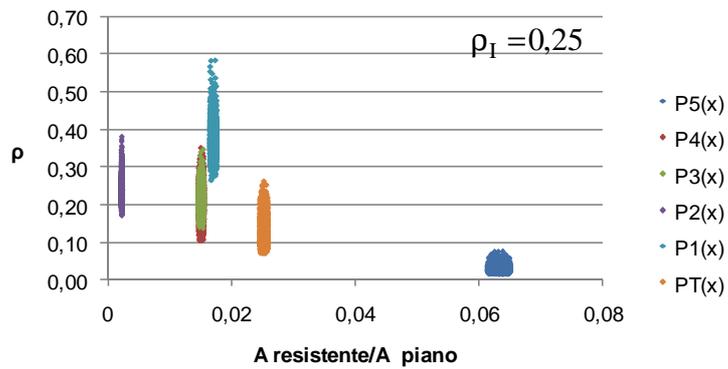


Figura 6.27. US 2 dir. X, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

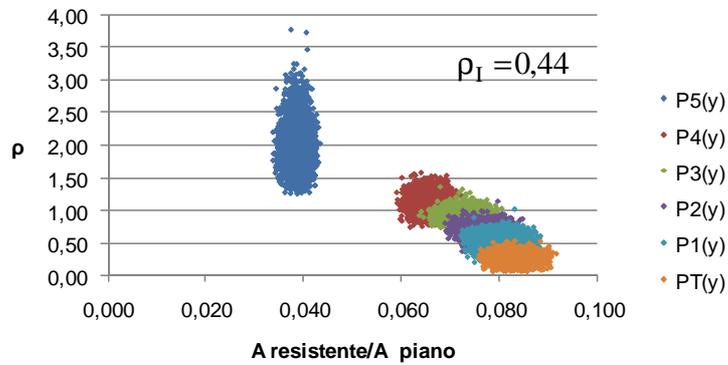


Figura 6.28. US 2 dir. Y, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

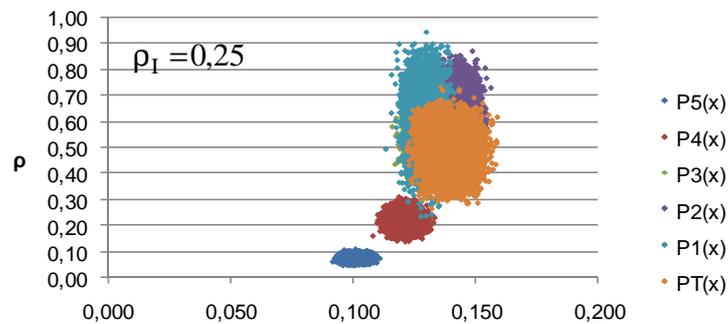


Figura 6.29. US 3 dir. X, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

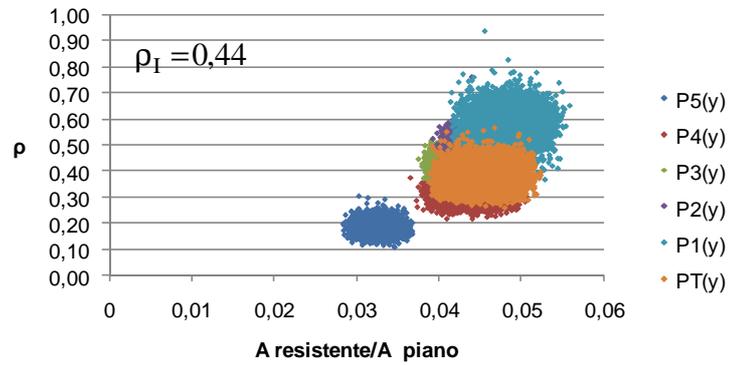


Figura 6.30. US 3 dir. Y, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

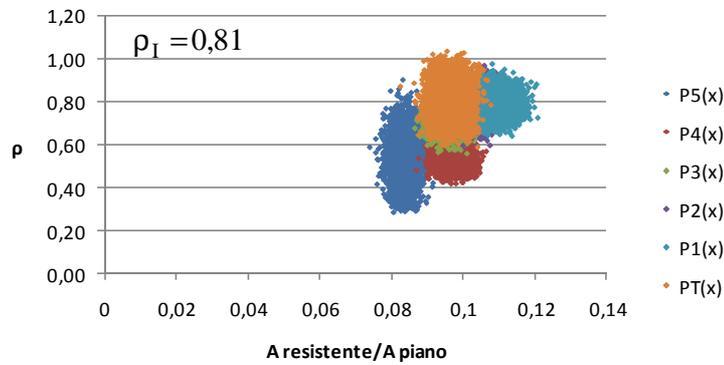


Figura 6.31. US 4 dir. X, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

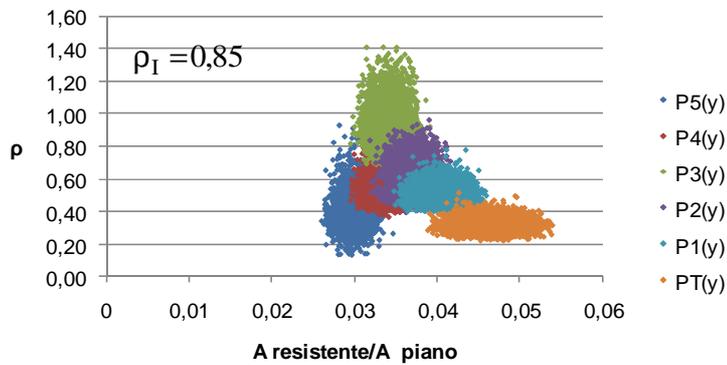


Figura 6.32. US 4 dir. Y, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

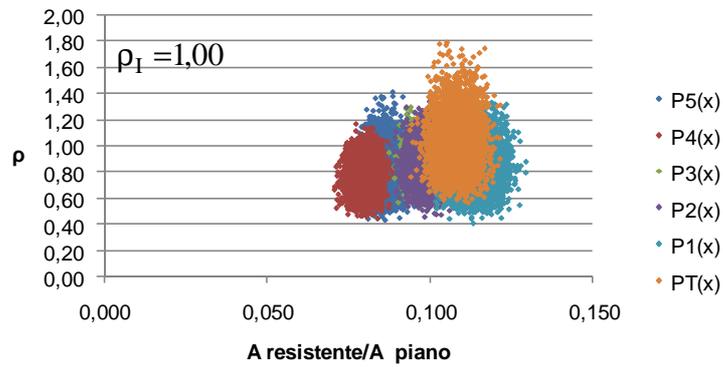


Figura 6.33. US 5 dir. X, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

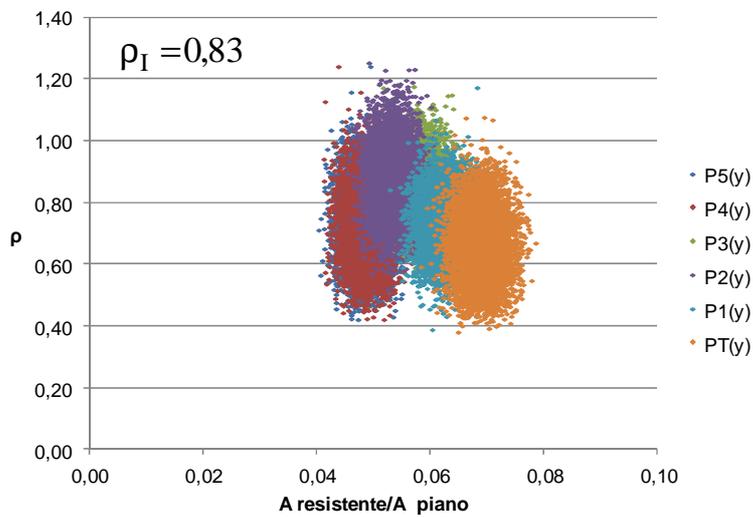


Figura 6.34. US 5 dir. Y, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

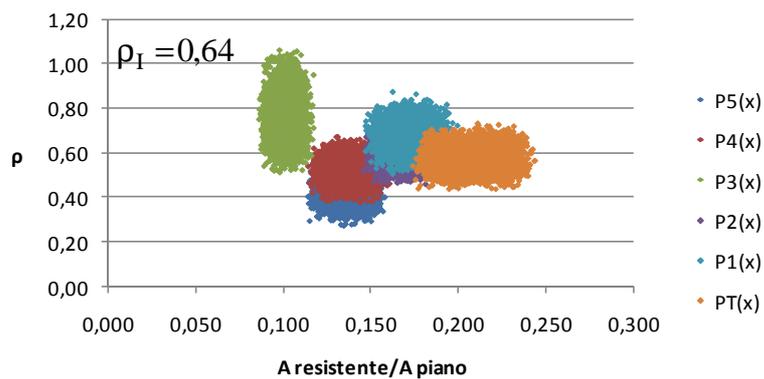
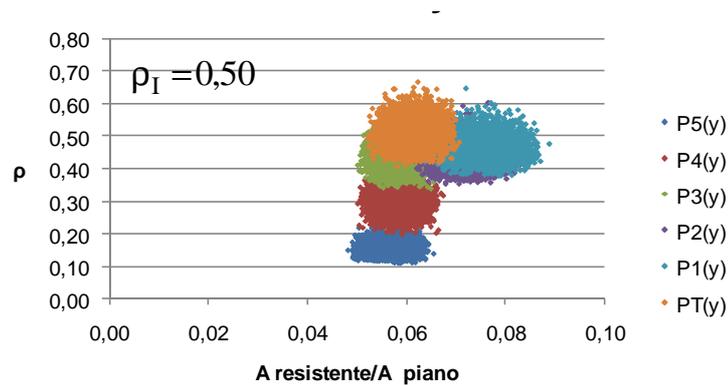


Figura 6.35. US 6 dir. X, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.



**Figura 6.36.** US 6 dir. Y, subset 1: distribuzione dei valori di  $\rho_I$  per il criterio di collasso 2.

È interessante interpretare i risultati rappresentati nelle figure precedenti, alla luce delle considerazioni effettuate per le US 1 e US 5.

A questo scopo si apprezzi la distribuzione dell'indice  $\rho$  di Figura 6.27 e Figura 6.33. Nella prima US i  $\rho$  di ogni piano hanno un indice di dispersione molto basso rispetto al valor medio assunto dal coefficiente di saturazione, conseguenza del fatto che il rapporto tra l'area resistente e di piano è sostanzialmente un invariante.

Nel caso della US 5 i  $\rho$  hanno un indice di dispersione più elevato per il motivo esattamente opposto al precedente.

Si può pertanto dedurre da queste prime considerazioni, che ad un ampio intervallo di variabilità del coefficiente di saturazione corrisponde una configurazione del sistema resistente sensibile alla scelta del criterio di collasso, oltre che una capacità predittività maggiore del metodo lineare, per i motivi addotti in precedenza.

## 7. CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI

Il lavoro di tesi presentato in questo volume si è sviluppato intorno all'elaborazione di una procedura di calcolo non lineare per lo studio di aggregati edilizi. A questa fanno da corollario alcuni argomenti di rilevante interesse, i cui contenuti scientifici sono di seguito commentati, seguendo l'ordine con cui sono stati affrontati nei capitoli precedenti.

La metodologia sviluppata, partendo dall'impostazione di normativa del problema, ha evidenziato come si possa pervenire ad uno strumento di calcolo in grado di valutare, con sufficiente affidabilità, la risposta sismica degli aggregati, pur ricorrendo ad alcune ipotesi semplificative nella loro modellazione.

Il confronto con metodi di calcolo superiori ha infatti mostrato come tali ipotesi non generino una divergenza significativa dei risultati.

Le stesse applicazioni che sono state svolte su un aggregato di studio hanno evidenziato una facilità di impiego dello strumento e di come questo possa essere utilizzato sistematicamente quando l'aggregato comprenda più Unità Strutturali (US).

Nel corso del lavoro di tesi è poi maturata la consapevolezza su come ogni passo del processo di valutazione della sicurezza sismica di un aggregato sia affetto da incertezze che interessano gran parte delle variabili del problema e su come ciò possa rendere inefficace l'approccio di tipo deterministico proposto dall'attuale Normativa.

Nella seconda parte della ricerca si è pertanto voluto estendere l'interpretazione del collasso strutturale a quella di un evento definito in termini probabilistici, in dipendenza sia delle aleatorietà intrinseche delle variabili di base sia della loro incertezza epistemica, legata al processo conoscitivo della fase diagnostica.

Alla luce di queste riflessioni, lo strumento analitico è stato integrato con un modello stocastico delle variabili di input, in grado di trattare sia le incertezze sopra descritte sia la loro importanza relativa ai fini degli esiti delle verifiche di vulnerabilità sismica mediante opportuni studi di sensitività.

Come evidenziato nel Cap. 6 lo strumento stocastico fornisce una mappatura tridimensionale dell'incidenza delle variabili, ossia la dipendenza degli esiti delle verifiche di un interpiano da variabili appartenenti ad altri livelli.

La possibilità di conoscere immediatamente la risposta delle US quando si intervenga su certe variabili consente di vedere in maniera completamente diversa lo studio degli aggregati e più in generale i problemi in cui le incertezze giocano un ruolo fondamentale.

Lo strumento, come evidenziano i risultati ottenuti, si presta anche a riconoscere quali delle variabili considerate abbia maggior incidenza sulla risposta, consentendo quindi scelte decisionali rapide e ragionate sugli interventi da eseguire.

L'aspetto legato alla rigidità dei solai nel loro piano ha interessato direttamente l'elaborazione della procedura, poiché da essa dipende la distribuzione delle forze tra gli elementi di un interpiano e più in generale il comportamento dinamico della US.

Gli studi effettuati dimostrano come, nella maggioranza dei casi, l'ipotesi di solaio infinitamente rigido sia spesso rispondente al reale comportamento degli orizzontamenti, anche quando a diffondere i carichi siano solai diversi da quelli in latero-cemento.

Si è visto infatti come già per  $\alpha_s > 0,2$  (il rapporto di rigidità relativo tra solaio e maschi all'*i*-esimo interpiano), il solaio distribuisca le forze inerziali in ragione del rapporto tra la rigidità dell'*i*-esimo maschio e quella di piano, secondo uno schema di solaio infinitamente rigido.

Tali valori di  $\alpha_s$  si possono riscontrare anche per solai lignei, realizzati con travi circolari di castagno e tavolato ben inchiodato all'estradosso di dimensioni pari a 40, 50 mm, su luci di medie dimensioni (4-7 m), quali sono generalmente quelle riscontrabili negli aggregati dei nostri centri storici. Se l'orizzontamento presenta invece delle forature, la sua flessibilità aumenta notevolmente. Oggetto di prossimi studi saranno gli effetti del numero di campate o la forma del carico inerziale.

Un altro aspetto che influenza la risposta degli aggregati edilizi è l'ammorsamento delle pareti murarie. Se assente, nei casi di pareti costruite in adiacenza, può essere opportunamente ripristinato mediante tecniche di intervento che operino nelle zone di intersezione ricucendo le pareti fra di loro nelle zone di martello o di cantonale. Una tecnica innovativa proposta nel lavoro di tesi che ha mostrato notevole efficacia, e al tempo stesso ridotta invasività, è quella che fa ricorso a barrette di AFRP. Lo studio sviluppato, di carattere sperimentale ed analitico, ha condotto ad un modello specifico per valutare l'incremento di capacità in una parete dovuto al contributo fornito da una ad essa ortogonale.

Il risultato ottenuto è stato di duplice importanza, poiché il modello analitico si adatta anche alla valutazione della capacità di pareti in cui la tesa muraria è organizzata in maniera tale da garantire la connessione, che la tecnica proposta mira a ristabilire quando assente.

È importante notare come la tecnica di rinforzo proposta apporti benefici alla duttilità sia locale che globale, poiché, quando applicata, può invertire la gerarchia tra i meccanismi di collasso, prediligendo quelli per pressoflessione quando quelli per taglio non sono largamente dominanti. Nel caso prevalgano questi ultimi, un intervento di questo tipo non fornisce benefici, almeno per quanto riguarda il comportamento nel piano della parete. Si riscontra comunque, anche in questi casi, che la legatura tra le pareti fornisce un significativo incremento di capacità nei confronti dei meccanismi locali di primo modo.

In definitiva, si è dimostrato che la tecnica d'intervento può essere utilizzata per migliorare il comportamento sia nel piano sia fuori del piano delle strutture murarie; il punto di forza dell'intervento proposto sta nel riuscire a sfruttare tutte le riserve di capacità presenti nel sistema strutturale esistente, senza ricorrere all'inserimento di nuovi elementi resistenti, impegnativi sia nella posa in opera sia nelle operazioni di armonizzazione con le strutture esistenti.

Un altro aspetto che si è considerato meritevole di approfondimento ha riguardato lo sviluppo delle forme adimensionali delle equazioni di capacità dei meccanismi resistenti per taglio da fessurazione diagonale, taglio per scorrimento dei giunti e pressoflessione. Con esse sono stati affrontati alcuni dei temi più importanti che riguardano lo studio di problemi specifici degli edifici in muratura, in particolare di quelli in aggregato.

Infatti, la loro implementazione in una procedura automatizzata ha consentito di eseguire analisi parametriche per:

- studiare gli effetti del livello di conoscenza sulla gerarchia tra i meccanismi di collasso del maschio murario;
- stimare quali variabili incidono maggiormente sulla risposta del singolo pannello;
- definire due grandezze,  $\Omega$  e  $\lambda$ , la prima meccanica e la seconda geometrica, il cui confronto permette di predire il meccanismo di collasso;
- studiare le modalità di collasso di pannelli murari a geometria variabile.

I primi due aspetti sono stati affrontati eseguendo delle analisi sui parametri adimensionali  $\eta$ ,  $\omega$ ,  $\lambda$  e  $\mu$ ; di questi, i più significativi in termini di risposta risultano essere  $\lambda$  e  $\mu$ , rispettivamente la snellezza del maschio e il coefficiente di attrito.

Si osserva in generale una dipendenza dal livello di conoscenza della sola capacità a taglio per scorrimento dei giunti, che include esplicitamente il fattore di confidenza nella corrispondente equazione di capacità.

Per valori di  $\lambda > 2,5$ , infatti, il passaggio da LC1 a LC2 e a LC3 comporta una inversione della gerarchia dei meccanismi resistenti secondari: da taglio per scorrimento dei giunti a pressoflessione, lasciando inalterato quello più debole, per taglio da fessurazione diagonale.

Il coefficiente d'attrito influisce sulla gerarchia per valori di  $\mu < 0,15$ . Per valori maggiori, la gerarchia delle capacità rimane inalterata. Poiché la soglia di passaggio tra meccanismi è piuttosto bassa, se confrontata con il valore medio generalmente pari a 0,5, si può affermare che tale fattore non incide sulle modalità di collasso del maschio.

Nel proseguire con il lavoro d'indagine sul comportamento delle pareti, è stato possibile definire le condizioni necessarie affinché l'esito del confronto tra le grandezze  $\Omega$  e  $\lambda$  fosse indicativo delle modalità di collasso. A tal proposito si ricordano le citate condizioni:

- LC1: maschi murari con lunghezza  $l \leq 7,7$  m e  $\mu \geq 0,3$ ;
- LC2: maschi murari con lunghezza  $l \leq 8,5$  m e  $\mu \geq 0,26$ ;
- LC3: maschi murari con lunghezza  $l \leq 10,0$  m e  $\mu \geq 0,22$ .

Nel caso in cui tali limitazioni siano verificate, è sufficiente stabilire le categorie di pannello, snello, normale o tozzo (calcolando  $b = h/l$ ) cui corrispondono altrettante condizioni su  $\Omega$  e  $\lambda$  in forma di disequazione; in relazione alla sussistenza o meno della condizione corrispondente ad una assegnata geometria del maschio, è possibile valutare il meccanismo resistente più debole.

Come ultimo sviluppo, lo strumento delle equazioni adimensionali è stato applicato anche nello studio dei meccanismi di collasso di pannelli murari, ipotizzando che al loro interno possano formarsi macroelementi la cui configurazione di collasso varia in relazione al valore assunto dalle variabili.

In particolare, per alcune geometrie, come ad esempio quella composta da un pannello con due finestre, si può ammettere che il collasso possa interessare la parte centrale di altezza pari a quella della finestra, oppure tutto il pannello compreso tra la base della parete e l'estremità superiore della finestra. Come ciò avvenga, è spiegato dai valori assunti da alcune variabili, in particolare  $\rho$ , la snellezza del maschio lungo, e da  $\beta$ , rapporto tra le altezze della finestra e del pannello lungo.

Si osserva infatti che per  $\beta = 0,3$ , quando  $\rho < 0,7$  il collasso avviene per taglio da fessurazione diagonale sul maschio corto, per  $\rho > 0,7$  il collasso avviene per pressoflessione ed interessa il pannello lungo.

Questo dimostra, in definitiva, che lo studio del comportamento dei pannelli murari a partire dalla definizione a priori dell'altezza efficace, è inadeguato poiché stabilisce a priori la geometria del maschio che collasserà.

Si dimostra come questo limite possa essere agevolmente rimosso qualora si adotti un modello meccanico di molle in serie a comportamento non lineare, che descriva con maggiore accuratezza il collasso di maschi a geometria variabile. Solo dopo l'identificazione di quelli più deboli, si può pensare di valutarne la rigidità in ragione della geometria corrispondente al maschio di capacità minore.

La procedura analitica proposta è stata infine implementata in un codice di calcolo. Questo permette di gestire con maggior velocità ed affidabilità la verifica delle US in aggregato con l'obiettivo di confrontare il maggior numero di esperienze e di risultati. Alcune applicazioni della procedura semplificata sono riportate negli ultimi due capitoli della tesi. In particolare, il Cap. 5 contiene quelle in ambito deterministico e stocastico. Le analisi deterministiche evidenziano la rapidità del metodo e la capacità di fornire informazioni spesso riconducibili a metodologie ben più articolate e complesse, come ad esempio la prima forma modale, che in altri metodi è valutata risolvendo il problema agli autovalori.

Il controllo sulle prestazioni del singolo piano permette di intervenire localmente, consentendo di ristabilire un livello di sicurezza adeguato alle prestazioni richieste all'edificio, ottenibile con interventi di adeguamento o di miglioramento sismico.

In definitiva, lo strumento si presenta molto versatile e pienamente rispondente a quanto previsto dalla Normativa in materia di valutazione della sicurezza sismica degli aggregati edilizi. La possibilità di modificare un ampio spettro dei parametri utilizzati nella procedura, gli conferisce estrema versatilità e permette di operare ragionate scelte progettuali.

Lo studio approfondito del comportamento degli aggregati ha permesso di maturare la convinzione che quello deterministico rappresenti un approccio troppo semplificato per interpretare in maniera compiuta il comportamento degli aggregati. Si è infatti evidenziato come l'elevata incertezza, sia intrinseca che epistemica, nelle variabili che determinano la risposta, condizioni a tal punto l'esito delle verifiche di sicurezza che, in presenza di un livello di conoscenza limitato, la significanza dei risultati che si ottengono sia decisamente scarsa.

In virtù di ciò, l'idea di esprimere il collasso non come un evento deterministico, bensì in termini probabilistici, ha dato luogo ad una serie di risultati e di considerazioni di sicuro ausilio per giungere ad una migliore definizione delle procedure di verifica.

Anche in questa seconda applicazione, lo strumento conserva la semplicità d'uso della prima versione, cui si aggiunge il significativo vantaggio di modellare esplicitamente le incertezze attraverso le grandezze statistiche delle curve di distribuzione.

Il risultato si distingue per la semplicità con cui temi così complessi trovano spazio nel quadro di una metodologia analitica elaborata in una routine di calcolo flessibile e interagente con l'utente.

Il percorso di valutazione del rischio è completato, infine, dalla possibilità di indirizzare selettivamente le indagini conoscitive, approfondendo la conoscenza di quelle variabili da cui la risposta è maggiormente dipendente.

Da rilevare l'assenza, tra le variabili più incidenti, della variazione di carico assiale. Se ciò dovesse essere confermato da studi attualmente in essere, il risultato sarebbe piuttosto rilevante, poiché una delle semplificazioni introdotte a monte della procedura si rivelerebbe superflua, connotando la metodologia di un'efficacia ancor più ampia.

Un altro aspetto di una certa rilevanza che si è potuto approfondire con lo strumento sviluppato riguarda il confronto tra metodi di valutazione lineari e non lineari, effettuato con analisi parametriche.

Nel caso specifico, le analisi evidenziano una netta inefficacia dei metodi lineari nel predire la risposta di aggregati edilizi, poiché ne sottostimano la capacità, rendendo inutilmente onerosi e invasivi gli eventuali interventi di rafforzamento sismico.

Superata la fase di sviluppo teorico e di validazione della procedura, i prossimi passi saranno indirizzati all'approfondimento di alcuni aspetti sia teorici sia pratici, quali ad esempio:

- la calibrazione delle distribuzioni delle incertezze;
- gli studi di sensitività su diversi aggregati edilizi;
- lo studio dell'incidenza delle incertezze sulle grandezze di controllo per ottimizzare le strategie d'intervento sul costruito.

Ulteriore aspetto meritevole di essere affrontato nel prossimo futuro riguarda l'implementazione nell'attuale configurazione della metodologia di tutti quegli aspetti teorici affrontati parallelamente e da integrare nella procedura, quali, ad esempio, gli effetti torsionali e la connessione tra pareti ortogonali.

Tra questi, particolare interesse rivestono il modello di solaio a rigidità variabile e lo studio delle modalità di collasso di pannelli murari con modelli meccanici più appropriati. L'importanza di questi argomenti si è dimostrata tale al punto da auspicare ulteriori prossimi approfondimenti, da cui potranno certamente venire contributi di sicuro interesse per la comunità scientifica e per i futuri sviluppi normativi.

## BIBLIOGRAFIA

### **Pubblicazioni su rivista, atti di convegni o corsi:**

- (1) Anthoine, A., Magonette, G., Magenes, G., 1995. *Shear-compression testing and analysis of brick masonry walls*. 10th European Conference on Earthquake Engineering, Rotterdam, ed. Duma, NL.
- (2) Benedetti, D., Tomazevic, M., 1984. *Sulla verifica sismica di costruzioni in muratura*. Ingegneria Sismica, vol. I, n.0.
- (3) Como M., Grimaldi A., 1995. *Analisi limite di pareti murarie sotto spinta*. Quaderni di teoria e tecnica delle strutture, Istituto di tecnica delle costruzioni, n°.546.
- (4) Dolce, M., 1989. *Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti*. Corso sul consolidamento degli edifici in muratura in zona sismica, Ordine degli Ingegneri, Potenza.
- (5) Galasco, A., Lagomarsino, S., Penna, A., 2001. *Analisi sismica non lineare a macroelementi di edifici in muratura*. X Convegno ANIDIS “L’ingegneria Sismica in Italia”, 9-13 Settembre, Potenza-Matera, IT.
- (6) Magenes, G., 1999. *Alcuni sviluppi e applicazioni nella modellazione della risposta sismica di edifici in muratura*. IX Convegno ANIDIS “L’ingegneria Sismica in Italia”, 20-23 Settembre, Torino, IT.
- (7) Magenes, G., Bolognini, D., Braggio, C., 2000. *Metodi semplificati per l’analisi sismica non lineare di edifici in muratura*, CNR - Gruppo Nazionale Difesa Terremoti, Roma.
- (8) Magenes, G., Calvi, G.M., 1992. *Cyclic behaviour of brick masonry walls*. 10th World Conference on Earthquake Engineering, Rotterdam, ed. Balkema, NL.
- (9) Magenes, G., Calvi, G.M., 1997. *In-plane seismic response of brick masonry walls*. “Earthquake Engineering and Structural Dynamics”, Vol. 26, pp. 1091-1112.

- (10) Menegotto, M., Monti, G., Salvini, S., Vailati, M., 2010. *Improvement of Transverse Connection of Masonry Walls through AFRP bars*. Fifth International Conference on FRP Composite in Civil Engineering, 27-29 Settembre, Beijing.
- (11) Monti, G., Vailati, M., 2009. *Procedura di analisi non lineare statica per la valutazione sismica degli edifici in aggregato*. XIII convegno ANIDIS "L'ingegneria Sismica in Italia", 28 Giugno-2 Luglio, Bologna.
- (12) Monti, G., Vailati, M., 2009. *Analisi di vulnerabilità sismica di edifici in aggregato: un caso esempio*. XIII convegno ANIDIS "L'ingegneria Sismica in Italia", 28 Giugno-2 Luglio, Bologna.
- (13) Monti, Vailati, M., 2009. *Vulnerabilità degli aggregati edilizi con incertezze intrinseche ed epistemiche*. Workshop on Design for Rehabilitation of Masonry Structures, WonderMasonry, 8-10 Ottobre, Ischia.
- (14) Turnšek, V., Cacovic, F., 1971. *Some experimental results on the strength of brick masonry walls*. Proc. of the 2<sup>nd</sup> International Brick Masonry Conference: 149-156. Stoke-on-Trent.
- (15) Turnsek, V., Sheppard, P., 1980. *The shear and flexural resistance of masonry walls*. Procedure of the International Research Conference on Earthquake Engineering, Skopje, pp. 517-573.
- (16) Vailati, M., Menegotto, M., Monti, G., 2010. *Solidarizzazione di muri ortogonali tramite barrette di AFRP: modelli analitici di capacità e riscontri sperimentali*. Sicurezza e conservazione dei beni culturali colpiti da sisma: strategie e tecniche di ricostruzione ad un anno dal terremoto abruzzese, 8-9 Aprile, Università Iuav, Venezia.

**Testi:**

- (17) Ang, A., Tang, W.H., (1975). *Probability Concept in Engineering Planning and Design*, Vol. 1, J.Wiley and Sons, Toronto.
- (18) Chopra, A. K., 2007. *Dynamics of Structures*. Theory and Application to Earthquake Engineering, Prentice Hall.
- (19) Clough R.W., Penzien J., 1993. *Dynamics of Structures*, McGraw Hill Book co.
- (20) Giuffré A., 1991. *Lecture sulla meccanica delle murature storiche*, Edizioni Kappa, Roma.
- (21) Giuffré A., 2003. *Sicurezza e conservazione dei centri storici. Il caso Ortigia*, Editore Laterza.

- (22) Hendry A.W., 1986. *Statica delle strutture in muratura di mattoni*, Patron Editore, Bologna.
- (23) Heyman J., 1995. *The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge University Press, Cambridge.
- (24) Heyman J., 1999. *The Science of Structural Engineering*, Imperial College Press, London.
- (25) Marnetto R., Massa L., Vailati M., 2004. *Progetto sismico di strutture nuove in cemento armato ai sensi dell'ordinanza 3274 del 08/05/2003 e successive integrazioni n.3316*, Edizioni Kappa, Roma, pp. 8-29.
- (26) Melchers R., 1999. *Structural reliability Analysis and prediction*, John Wiley and sons Ltd, Chichester, England.
- (27) Monti G., Moore R. V., 2007. *La riqualificazione del centro storico di Gaeta*, Casa editrice Università La Sapienza, Roma.
- (28) Paulay T., Priestley M.J.N., 1992. *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*, Wiley & sons LTD., New York.
- (29) Poljakov S.V., 1987. *Costruzioni antisismiche degli edifici*, Edizioni Mir Mosca.
- (30) Tassios T.,P., 1988. *Meccanica delle murature*, Liguori Editore, Napoli.
- (31) Tomaževič M., 1999. *Earthquake resistant design of masonry buildings*, Series on Innovation in Structures and Construction, Vol. 1, Imperial College Press, Londra.

**Normative e linee guida:**

- (32) Braga F., Monti G., Gigliotti R., Lucchini A., 2007. *Linee guida per la valutazione della vulnerabilità sismica di edifici pubblici con struttura in c.a. o in muratura*. Provincia regionale di Siracusa. Dicembre 2007.
- (33) Carocci C., Tocci C., Cattari S., Lagomarsino S., 2009. *Linee guida per gli interventi di miglioramento sismico degli edifici in aggregato nei centri storici*. Reluis linea 1. Edifici in aggregato. Progetto esecutivo 2005-2008.
- (34) CEN - ENV 1996-1-1 Eurocodice 6. *Progettazione delle strutture in muratura. Parte 1-1: Regole generali per gli edifici - Regole per la muratura armata e non armata*. Giugno 1995, pubbl. da UNI nel marzo 1998.
- (35) Circolare 2 febbraio 2009 n. 617 C.S.LL.PP. *Istruzioni per l'applicazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008*. Supplemento ordinario n. 27 alla Gazzetta Ufficiale 26 febbraio 2009, **47**, 229-293-392.

- (36) DM 14 Gennaio 2008. *Nuove norme tecniche per le costruzioni*. Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana 4 febbraio 2008, **29**, 237-291.
- (37) De Sortis A., Di Pasquale G., Nasini U., 1998. *Terremoto in Umbria e Marche del 1997. Criteri di calcolo per la progettazione degli interventi*. Casa editrice Sallustiana, Roma, 1998.

## APPENDICI

### Appendice A: sviluppi teorici per il calcolo della forma modale approssimata e confronto con modello FEM

Nel seguito si riporta il confronto tra spostamenti modali esatti, ottenuti risolvendo l'equazione caratteristica, e quelli calcolati con l'espressione approssimata proposta.

Il moto di un oscillatore ad un grado di libertà con massa  $m$  concentrata ad una estremità, rigidità  $k$  del sostegno privo di massa e dissipazione viscosa  $c$ , può essere determinato utilizzando tre modi alternativi:

1. Approccio alla d'Alembert (risoluzione dell'equazione di equilibrio dinamico)
2. Principio di Hamilton (metodo energetico basato sulla conservazione dell'energia totale del sistema)
3. Metodo agli elementi finiti

L'approccio più diffuso fa capo al metodo di d'Alembert, che consiste nella scrittura dell'equazione di equilibrio, i cui termini rappresentano le forze in gioco:

$$m \cdot (\ddot{x} + \ddot{x}_g) + c\dot{x} + kx = 0$$

in cui:

$m \cdot (\ddot{x} + \ddot{x}_g)$  è il termine legato alle forze d'inerzia con,

$\ddot{x}_g$  accelerazione del suolo;

$\ddot{x}$  accelerazione relativa della massa rispetto al terreno;

$kx$  forza di richiamo elastico;

$c\dot{x}$  termine dissipativo legato alla viscosità del materiale. A differenza delle altre, questa è una forza di tipo non conservativo;

Portando a secondo membro il termine noto  $\ddot{x}_g$ , che rappresenta la forzante, otteniamo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g \tag{A.1}$$

La soluzione più generale dell'equazione (A.1) si trova come somma dell'integrale generale dell'equazione omogenea associata, più l'integrale particolare con il termine noto  $m\ddot{x}_g$ .

A questo punto, sulla scorta di quanto sviluppato in precedenza, estendendo la trattazione del problema di un oscillatore ad un grado di libertà, è possibile definire le azioni anche per sistemi a più gradi di libertà.

Immaginiamo quindi un sistema costituito da  $n$  masse  $m_i$ , che rappresentano le masse di piano, collegate elasticamente da molle disposte in serie di rigidità  $k_i$ , che rappresentano le risposte meccaniche dei pilastri.

L'analisi solitamente si effettua trascurando lo smorzamento di natura viscosa. A seconda delle semplificazioni apportate al modello della struttura è possibile affrontare lo studio secondo tre metodi diversi:

1. il metodo degli elementi finiti
2. il metodo delle masse concentrate nei nodi
3. il metodo dei traversi rigidi (shear type)

Facendo riferimento all'ultimo metodo, che prevede i traversi infinitamente rigidi e le masse concentrate esclusivamente in essi, l'equazione di equilibrio del sistema è definita dalla seguente espressione:

$$M\ddot{X} + KX = M \cdot I \cdot \ddot{X}_g \quad (\text{A.2})$$

in cui  $M$ ,  $K$  e  $I$  sono, rispettivamente, le matrici delle masse, della rigidità e d'identità. Annullando il termine forzante a secondo membro è possibile pertanto studiare le oscillazioni libere di un sistema ad  $n$  gradi di libertà.

$$M\ddot{X} + KX = 0 \quad (\text{A.3})$$

Il sistema omogeneo associato alla (A.3) ammette soluzioni del tipo  $X = \phi \cdot \sin(\omega t + \theta)$ . Sostituendo quest'ultima nell'espressione (A.3) si ottiene:

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (\text{A.4})$$

la cui soluzione è nota come problema agli autovalori in cui le incognite sono le ampiezze  $\phi$  (fattori adimensionali che descrivono la forma del modo) e le pulsazioni proprie  $\omega$  (rad/sec).

La soluzione non banale della (A.4), per  $\phi \neq 0$ , si ottiene annullando il determinante della matrice dei coefficienti:

$$\text{DET}(K - \omega^2 M) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Dal sistema (A.5) si ricavano gli autovalori  $\omega$ .

A questo punto gli autovettori ( $\phi_i$ ) si ricavano risolvendo il sistema omogeneo (A.4), dopo aver sostituito gli autovalori ottenuti dal sistema (A.5).

Per passare dalle forme modali ( $\phi_i$ ) agli spostamenti modali (forma modale ‘pesata’: modo) è poi necessario normalizzare rispetto alla matrice delle masse.

Quest’analisi prende il nome di analisi modale, intesa come studio dei modi propri di vibrare di un sistema, caratterizzato dalle grandezze  $k$ ,  $m$ ,  $\omega$ .

In sintesi si può affermare che:

gli  $n$  valori  $\omega$  rappresentano le pulsazioni fondamentali o naturali del sistema;

gli  $n$  autovettori  $\phi_i$  forniscono le forme modali del sistema e contengono le componenti di spostamento orizzontale dei traversi;

ad ogni pulsazione è associato il corrispondente autovettore.

Analiticamente l’idea base del metodo è legata alla proprietà di ortonormalità degli autovettori e alla normalizzazione degli stessi rispetto alla matrice delle masse che rendono disaccoppiate e indipendenti le equazioni del moto.

Infatti si considera:

$$X = \Phi \cdot Y \quad (\text{A.6})$$

dove:

$X$  è il vettore degli spostamenti di piano (nodali)

$Y$  è il vettore delle risposte modali, ovvero delle ordinate spettrali corrispondenti ad ogni modo (coordinate principali)

$\Phi$  è la matrice modale

Sostituendo la (A.5) nella (A.2) e premoltiplicando ambo i membri per  $\Phi^T$  (matrice trasposta) si ottiene:

$$\Phi^T \cdot M \cdot \Phi \cdot \ddot{Y} + \Phi^T \cdot K \cdot \Phi \cdot Y = -\Phi^T \cdot M \cdot I \cdot \ddot{x}_g \quad (\text{A.7})$$

Normalizzando poi rispetto alla matrice delle masse ricaviamo la forma dell’i-ma equazione:

$$\ddot{y}_i + \omega_i^2 y_i = -\gamma_i \ddot{x}_g \quad (\text{A.8})$$

La (A.8) è l’equazione di un generico oscillatore soggetto ad una accelerazione alla base ridotta del fattore  $\gamma$ .

Quest'ultimo è detto fattore di partecipazione ed è definito dall'equazione seguente:

$$\gamma_i = \phi_i^T \cdot M \cdot I \quad (\text{A.9})$$

La (A.9) fornisce l'influenza del modo  $i$ -esimo alla risposta del sistema.

Si noti che la somma dei quadrati dei coefficienti di partecipazione fornisce la massa totale del sistema:

$$m_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n p_i^2 \quad (\text{A.10})$$

Per il singolo oscillatore  $i$ , una volta definito il fattore di partecipazione  $p_i$ , possiamo quindi ricavare la massa eccitata (%) di competenza a partire dalla massa totale della struttura:

$$\epsilon_i = \frac{p_i^2}{m_{\text{tot}}} \quad (\text{A.11})$$

Valori bassi sono indice di un modo poco eccitato che contribuisce poco alla risposta. La massa eccitata è dunque una grandezza per individuare quanti modi considerare per avere una risposta attendibile.

La risposta massima del singolo oscillatore, definito dalla (A.8), può essere determinata, quindi, attraverso l'utilizzo dello spettro di risposta.

Indicando con  $S_{di}(\omega_i, \xi_i)$  il valore dello spettro di progetto in spostamento, in presenza di una accelerazione  $a_g$ , possiamo indicare la risposta modale massima del singolo oscillatore (coordinate principali):

$$y_{i,\text{max}} = \gamma_i \cdot S_{di}(\omega_i, \xi_i) \quad (\text{A.12})$$

Da questa moltiplicando per la forma modale  $\phi_i$ , possiamo ottenere:

$$X_{\text{max}}^{(i)} = y_{i,\text{max}} \cdot \phi_i = \gamma_i \cdot S_{di}(\omega_i, \xi_i) \cdot \phi_i \quad (\text{A.13})$$

che rappresenta la risposta massima nodale (ovvero di ogni singola massa in cui è discretizzata la struttura) relativi all' $i$ -esimo modo di vibrare.

IL vettore della forma modale può essere calcolato in maniera esatta con:

1. il metodo degli elementi finiti
2. risolvendo l'equazione caratteristica in  $\omega^2$ , cioè risolvendo l'espressione (A.5)

altrimenti, nell'ottica di un'applicazione semplice e rapida, coerentemente ai caratteri di semplicità in cui è inquadrata la procedura semplificata, si propone una espressione semplificata del vettore  $\phi_i$ .

Per un sistema in serie con carichi distribuiti, assumendo per le forze una ripartizione lineare con l'altezza, la generica componente del vettore modale approssimato, normalizzata rispetto alla componente dell'ultimo piano, può essere espressa come:

$$\bar{\phi}_k = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{K_i^*} \sum_{j=i}^n \Psi_j \right)}{\phi_n} \quad (\text{A.14})$$

in cui  $\Psi_j$  rappresenta la forma della distribuzione delle forze sull'altezza.

Tale vettore può assumere espressioni diverse, in dipendenza del forma modale che si vuole rappresentare.

Nel caso specifico, si ritiene rappresentativo, per i sistemi strutturali a cui sono riconducibili gli aggregati, il solo primo modo di vibrare. Vedremo successivamente come verificare se questa ipotesi sia in grado di cogliere il comportamento dinamico della struttura.

Possiamo quindi associare all'espressione del vettore  $\psi$ , una relazione lineare del tipo seguente:

$$\Psi(z_j, m_j) = z_j \cdot m_j \quad (\text{A.15})$$

dove  $z_j$  è la quota del piano j-esimo rispetto allo spiccatto di fondazione ed  $m_j$  è la massa<sup>1</sup> del piano j-esimo.

Poiché la forma modale  $\bar{\phi}$ , le cui componenti sono date dall'espressione (A.14), è definita a meno di una costante arbitraria, questa viene usualmente determinata in modo tale che il vettore modale risulti ortonormale alla matrice delle masse.

Questo risultato si ottiene normalizzando il vettore rispetto alla matrice delle masse:

$$\phi = \frac{\bar{\phi}}{\sqrt{\bar{\phi}^T M \bar{\phi}}} \quad (\text{A.16})$$

nuovamente, come per la (A.14), il vettore modale (A.16) può essere espresso nelle sue componenti generiche che assumono la forma seguente:

<sup>1</sup> Valutata come massa del solaio più massa delle pareti con baricentro sul solaio.

$$\phi_k = \frac{\bar{\phi}_k}{\sqrt{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \phi_i^{-2}}} \quad (\text{A.17})$$

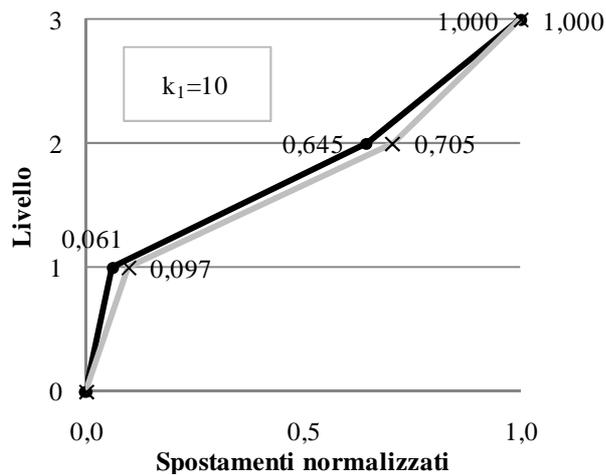
Ricordando che:

$$\phi = \{\phi_1 \quad \dots \quad \phi_{n-1} \quad \phi_n\}^T$$

Si dispone ora di tutti gli strumenti analitici per valutare la precisione dei risultati ottenuti con l'espressione approssimata.

Il test viene effettuato su un modello parametrico monovariato, con variabili  $m_i$  (masse) e  $k_i$  (rigidezze), con indice  $i = 3$ , a cui sono assegnati valori iniziali unitari.

Il vettore degli spostamenti calcolato con il metodo degli elementi finiti, è rappresentato con tratto nero, l'altro, approssimato con tratto grigio.



**Figura A.1.** Confronto tra i vettori normalizzati per  $k_1 = 10$ .

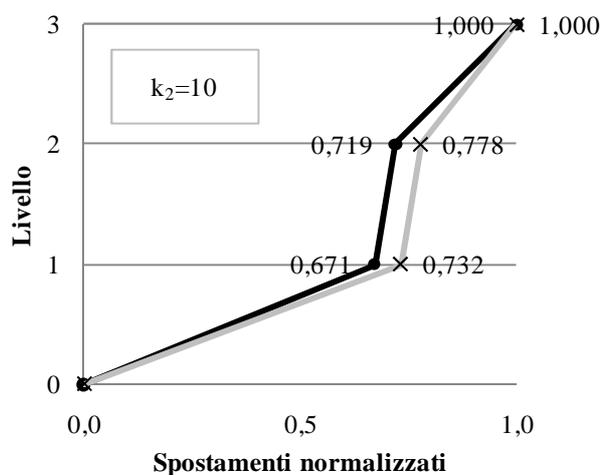


Figura A.2. Confronto tra i vettori normalizzati per  $k_2 = 10$ .

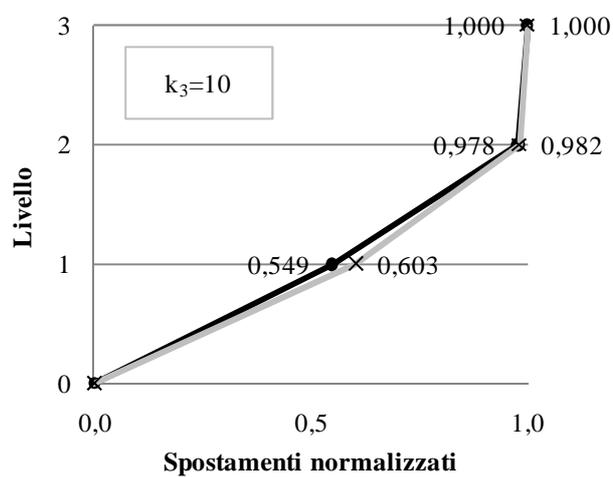


Figura A.3. Confronto tra i vettori normalizzati per  $k_3 = 10$ .

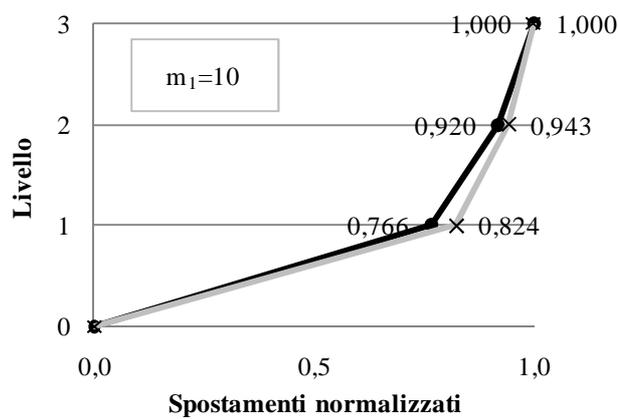


Figura A.4. Confronto tra i vettori normalizzati per  $m_1 = 10$ .

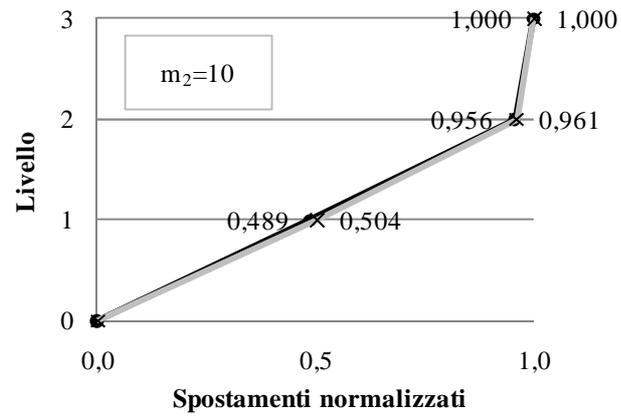


Figura A.5. Confronto tra i vettori normalizzati per  $m_2 = 10$ .

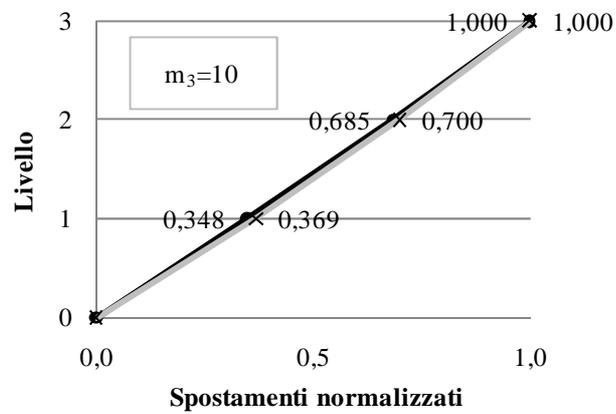


Figura A.6. Confronto tra i vettori normalizzati per  $m_3 = 10$ .

### Appendice B: calcolo della rigidezza di un sistema in serie con forze distribuite

Si consideri un sistema in serie costituito da  $n$  molle di rigidezza  $k_i$ . Il *gdl* 0 è quello vincolato. Il *gdl*  $n$  è quello libero. La molla  $i$  va dal *gdl*  $i-1$  al *gdl*  $i$ .

La valutazione della rigidezza del sistema in serie si ottiene applicando *sul gdl di estremità* una forza unitaria  $F_S = 1$  e valutando lo spostamento risultante  $u_s$ , che rappresenta esattamente la rigidezza del sistema.

Ogni molla del sistema in serie, per l'equilibrio, subisce la stessa forza:

$$F_i = F_S = 1$$

Ognuna di esse ha quindi uno spostamento pari a:

$$u_i = \frac{F_i}{k_i} = \frac{1}{k_i}$$

Lo spostamento complessivo del sistema in serie si ottiene sommando gli spostamenti delle singole molle:

$$u_s = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$$

La rigidezza del sistema in serie si ottiene dividendo la forza (unitaria) applicata per lo spostamento ora ottenuto:

$$K_s = \frac{F_S}{u_s} = \frac{1}{u_s} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \right)^{-1} \quad (\text{B.1})$$

che fornisce la nota equazione per la rigidezza di un sistema in serie.

Si consideri ora un edificio costituito da  $n$  piani di rigidezza  $k_i$ . Il *gdl* 0 è quello vincolato (fondazione). Il *gdl*  $n$  è quello libero (tetto). La molla (piano)  $i$  va dal *gdl* (solaio)  $i-1$  al *gdl* (solaio)  $i$ .

La valutazione della rigidezza del sistema in serie si ottiene applicando *su ogni gdl* (solaio) una forza  $F_i$  tale che  $\sum_{i=1}^n F_i = F_S = 1$  e valutando lo spostamento risultante  $u_s$ ,

che rappresenta esattamente la rigidezza del sistema (edificio).

La forza applicata su ogni *gdl* (solaio) varia in accordo all'andamento  $\psi_i \equiv \psi(Z_i)$  assunto per la distribuzione delle forze d'inerzia sul sistema (edificio), per cui si ha:

$$F_i = F_s \cdot \psi_i$$

Si noti che, a differenza del caso precedente in cui  $F_s$  era una forza unitaria applicata al *gdl* di estremità, in questo caso  $F_s$  assume il senso di una forza generalizzata, “spalmata” sui vari *gdl*, con risultante unitaria.

Si noti inoltre che, perché si abbia  $\sum_{i=1}^n F_i = F_s = 1$ , la funzione  $\psi(Z_i)$  deve rispettare la condizione:

$$\sum_{i=1}^n \psi_i = 1$$

Ogni molla  $i$  (piano) del sistema in serie, per l’equilibrio, subisce una forza data dalla somma di quelle applicate ai *gdl* ( $j = i \dots n$ ) che la seguono:

$$F_i = \sum_{j=i}^n F_j$$

In particolare, la molla 1 (fra il solaio 0 ed il solaio 1) subisce la forza:

$$F_1 = \sum_{j=1}^n F_j = \sum_{j=1}^n F_s \psi_j = F_s \sum_{j=1}^n \psi_j = F_s$$

In particolare, la molla  $n$  (fra il solaio  $n-1$  ed il solaio  $n$ ) subisce la forza:

$$F_n = \sum_{j=n-1}^n F_j = \sum_{j=n-1}^n F_s \psi_j = F_s \sum_{j=n-1}^n \psi_j$$

Ognuna di esse ha quindi uno spostamento pari a:

$$u_i = \frac{F_i}{k_i} = \frac{\sum_{j=i}^n F_j}{k_i} = \frac{F_s}{k_i} \sum_{j=i}^n \psi_j = \frac{1}{k_i} \sum_{j=i}^n \psi_j$$

Lo spostamento complessivo del sistema in serie si ottiene sommando gli spostamenti delle singole molle:

$$u_s = \sum_{i=1}^n u_i = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{k_i} \sum_{j=i}^n \psi_j \right)$$

La rigidezza del sistema in serie si ottiene dividendo la forza generalizzata (di risultante unitaria) applicata per lo spostamento ora ottenuto:

$$K_s = \frac{F_s}{u_s} = \frac{1}{u_s} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{k_i} \sum_{j=i}^n \psi_j \right)} = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{k_i} \sum_{j=i}^n \psi_j \right) \right]^{-1} \quad (\text{B.2})$$

che fornisce la rigidità di un sistema in serie con forze distribuite.

Ad esempio, per un sistema con  $n=3$  molle:

$$K_s = \left( \sum_{i=1}^3 \frac{1}{k_i} \sum_{j=i}^3 \psi_j \right)^{-1} = \left( \frac{1}{k_1} (\psi_1 + \psi_2 + \psi_3) + \frac{1}{k_2} (\psi_2 + \psi_3) + \frac{1}{k_3} \psi_3 \right)^{-1}$$

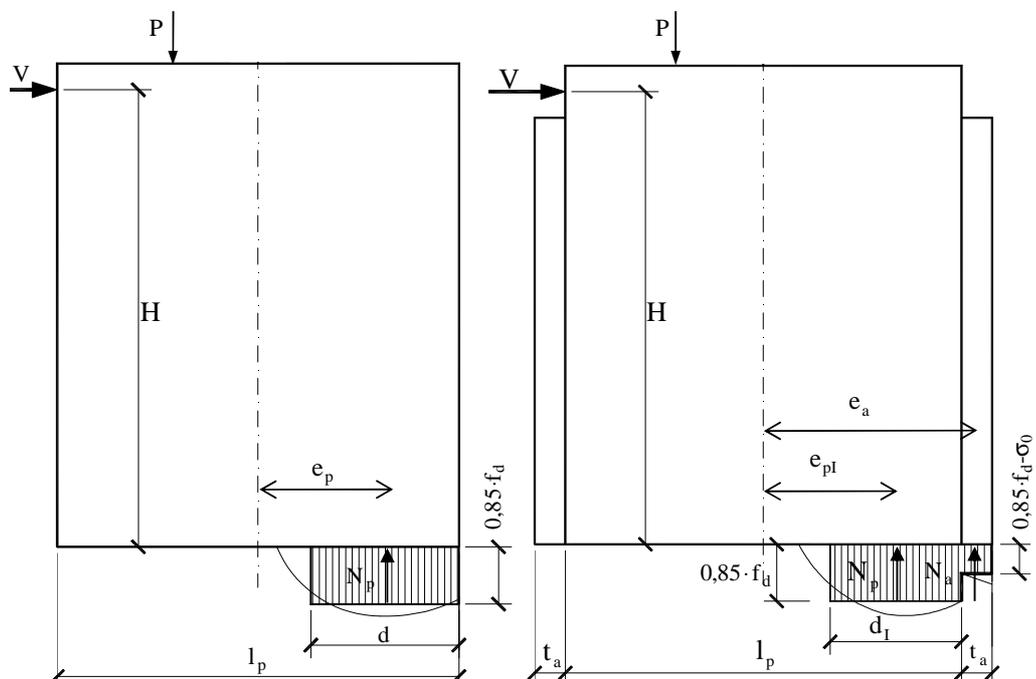
$$K_s = \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} (1 - \psi_1) + \frac{1}{k_3} (1 - \psi_1 - \psi_2) \right)^{-1}$$

$$K_s = \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} - \frac{1}{k_2} \psi_1 - \frac{1}{k_3} (\psi_1 + \psi_2) \right)^{-1}$$

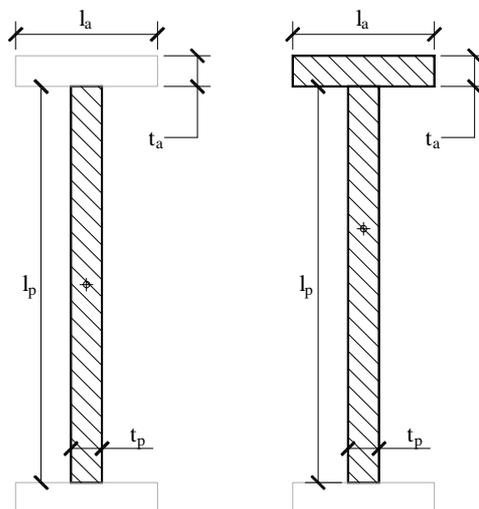
$$K_s = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{k_i} \sum_{j=1}^{i-1} \psi_j \right) \right]^{-1} \quad (\text{B.3})$$

Confrontando la relazione precedente con la (B.1), possiamo affermare che la rigidità è effettivamente maggiore rispetto al sistema “classico”.

**Appendice C: valutazione analitica del contributo in resistenza e rigidezza delle ali di maschi in muratura ordinaria**



**Figura C.1.** Vista laterale del prototipo: a sx parete isolata, a dx parete connessa. Nomenclatura delle variabili e distribuzione delle tensioni in condizioni di collasso imminente.



**Figura C.2.** Sezione orizzontale del prototipo: a sx parete isolata, a dx parete connessa. Nomenclatura delle variabili e distribuzione delle tensioni in condizioni di collasso imminente.

Partendo dall'espressione adimensionale dell'equazione di capacità per la parete in adiacenza, è possibile arrivare a scrivere una relazione equivalente per la parete connessa.

$$M_U = \left[ \frac{l^2 t \sigma_0}{2} \cdot (1 - \eta) \right] \quad (C.1)$$

$$\text{Con } \eta = \frac{\sigma_0}{0,85 \cdot f_d} \quad (C.2)$$

La C.2 è la tensione media adimensionale sulla sezione orizzontale.

$$e_p = \frac{l_p - d}{2} = \frac{1}{2} \cdot (l_p - \eta l_p) = \frac{1}{2} l_p (1 - \eta)$$

$$d = \eta l_p$$

$$d_I = d - l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \tau \cdot \lambda$$

$$e_{pI} = \frac{l_p - d_I}{2} = \frac{1}{2} \cdot (l_p - \eta l_p) + \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \frac{t_a}{t_p} \cdot \frac{l_a}{l_p}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 - \eta) + \frac{1}{2} \cdot (1 - \eta) \cdot \frac{t_a}{t_p} \cdot \frac{l_a}{l_p}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \left[ 1 + \frac{t_a}{t_p} \cdot \frac{l_a}{l_p} \right] = \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 - \eta) \cdot [1 + \tau \cdot \lambda]$$

$$e_{pI} = e_p \cdot \left( 1 + \frac{t_a}{t_p} \cdot \frac{l_a}{l_p} \right)$$

$$e_a = \frac{1}{2} \cdot (l_p + t_a) = \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot \left( 1 + \frac{t_a}{l_p} \right)$$

$$\tau = \frac{t_a}{l_p}; \lambda = \frac{l_a}{t_p} \quad (C.3)$$

$$e_{pI} = e_p \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) \quad (C.4)$$

$$e_a = \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 + \tau) \quad (C.5)$$

$$M_{UI} = 0,85 \cdot f_d \cdot d_I \cdot t_p \cdot e_{pI} + 0,85 \cdot f_d \cdot (1 - \eta) \cdot t_a \cdot l_a \cdot e_a \quad (C.6)$$

Si sostituiscono le espressioni C.3, C.4 e C.5 nell'equazione di capacità per la parete connessa. Manipolando poi l'espressione ottenuta con le sostituzioni di variabile, si giunge all'equazione nella forma finale.

$$\begin{aligned}
 \frac{M_{UI}}{0,85 \cdot f_d} &= (d - l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \tau \cdot \lambda) \cdot t_p \cdot e_{pI} + (1 - \eta) \cdot t_a \cdot l_a \cdot \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 + \tau) \\
 &= (d - l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \tau \cdot \lambda) \cdot t_p \cdot e_{pI} \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) + (1 - \eta) \cdot t_a \cdot l_a \cdot \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 + \tau) \\
 &= d \cdot t_p \cdot e_{pI} + d \cdot t_p \cdot e_{pI} \cdot \tau \cdot \lambda - l_p \cdot (1 - \eta) \cdot \tau \cdot \lambda \cdot t_p \cdot e_{pI} + (1 - \eta) \cdot t_a \cdot l_a \cdot \frac{1}{2} \cdot l_p \cdot (1 + \tau) \\
 M_{UI} &= M_U \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) + \frac{1}{2} \cdot l_p^2 \cdot (1 - \eta) \cdot \tau \cdot \lambda \cdot t_p \cdot [(1 + \tau) - (1 - \eta) \cdot (1 + \tau \cdot \lambda)] \cdot \frac{\sigma_0}{\eta} \\
 M_{UI} &= M_U \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) + M_U \cdot \frac{\tau \cdot \lambda}{\eta} \cdot [1 + \tau - 1 - \tau \cdot \lambda + \eta + \eta \cdot \tau \cdot \lambda] \\
 M_{UI} &= M_U \cdot \left[ (1 + \tau \cdot \lambda) + \tau \cdot \lambda \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) + \frac{\tau \cdot \lambda}{\eta} \cdot \tau \cdot (1 - \lambda) \right] \\
 M_{UI} &= M_U \cdot \left[ (1 + \tau \cdot \lambda) \cdot (1 + \tau \cdot \lambda) + \frac{\tau^2 \cdot \lambda}{\eta} \cdot (1 - \lambda) \right] \\
 M_{UI} &= M_U \cdot \left[ (1 + \tau \cdot \lambda)^2 + \frac{\tau^2 \cdot \lambda}{\eta} \cdot (1 - \lambda) \right] \tag{C.7}
 \end{aligned}$$

L'equazione C.7 consente di calcolare la capacità per il meccanismo di collasso per pressoflessione di pareti connesse; l'equazione di  $M_U$ , che esprime la capacità della parete in adiacenza, è data dalla relazione C.1.

Un discorso analogo interessa anche l'espressione con cui è calcolata la rigidezza delle parete muraria:

$$K_e = \frac{G \cdot A_w}{1,2 \cdot h \cdot \left[ 1 + \alpha' \cdot \frac{G}{E} \cdot \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right]} \tag{C.8}$$

Per tener conto del contributo in rigidezza offerto dall'ala, l'espressione del momento d'inerzia deve essere riscritta in relazione alla sezione a T della parete connessa:

$$J_T = \frac{l_a^2 t_a^4 + t_p^2 l_p^4 + 4l_a l_p^3 t_a t_p + 6l_a l_p^2 t_a^2 t_p + 4l_a l_p t_a^3 t_p}{12 [l_a t_a + l_p t_p]}$$

L'espressione C.8 può essere generalizzata per sezioni di forma qualunque, a numeratore comparirà il momento d'inerzia della sezione orizzontale:

$$K_e = \frac{G \cdot A_w}{1,2 \cdot h^2 \cdot \left[ \frac{1}{h} + \alpha' \cdot \frac{G \cdot A_w}{12 \cdot E \cdot J_T} \right]} \quad (C.9)$$

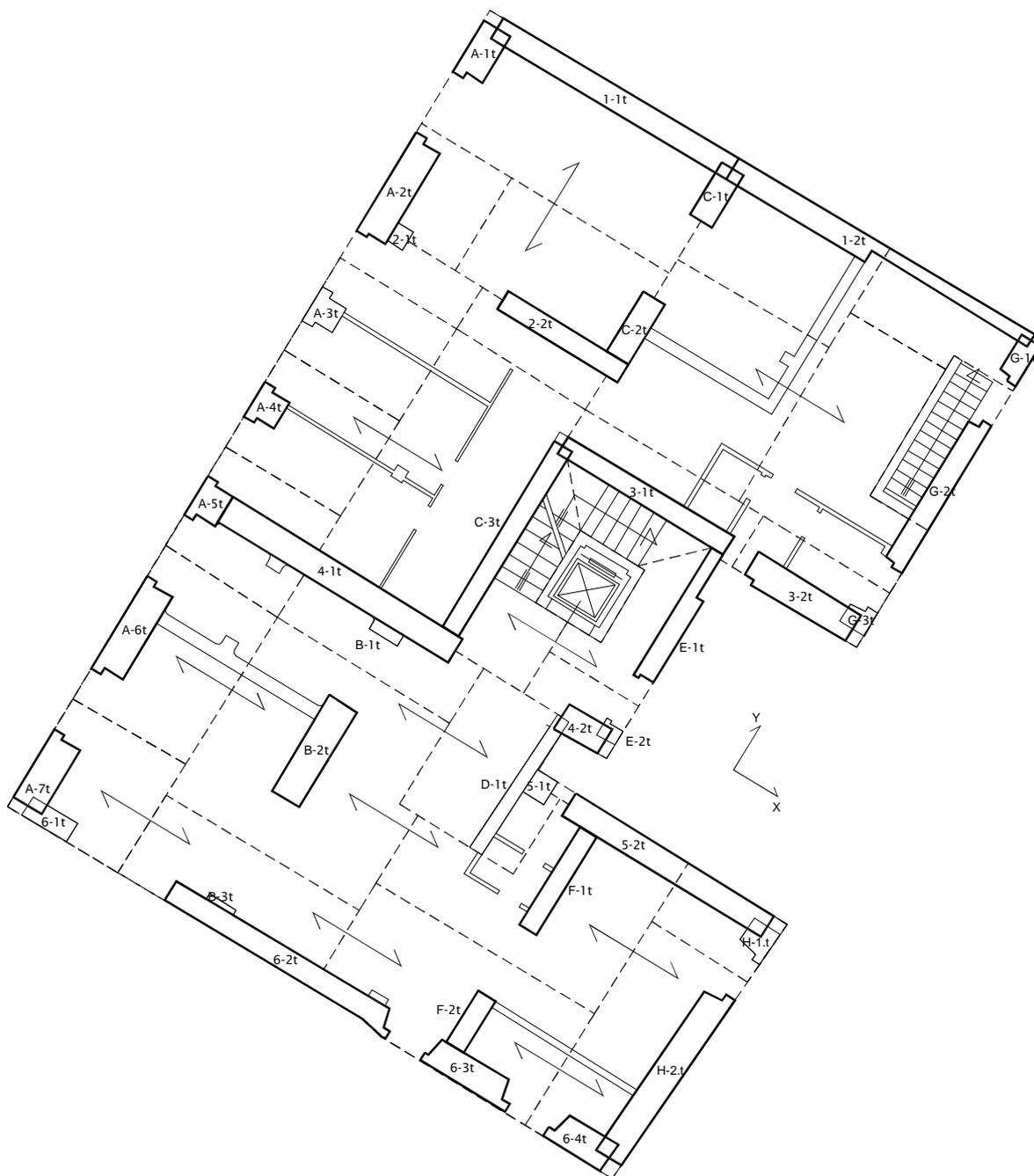
L'espressione del momento d'inerzia della parete connessa può essere facilmente inserita nella C.9; in questo modo l'espressione aggiornata di  $K_e$  consente di valutare correttamente la rigidezza.

**Appendice D: piante dell'aggregato per le simulazioni numeriche.**

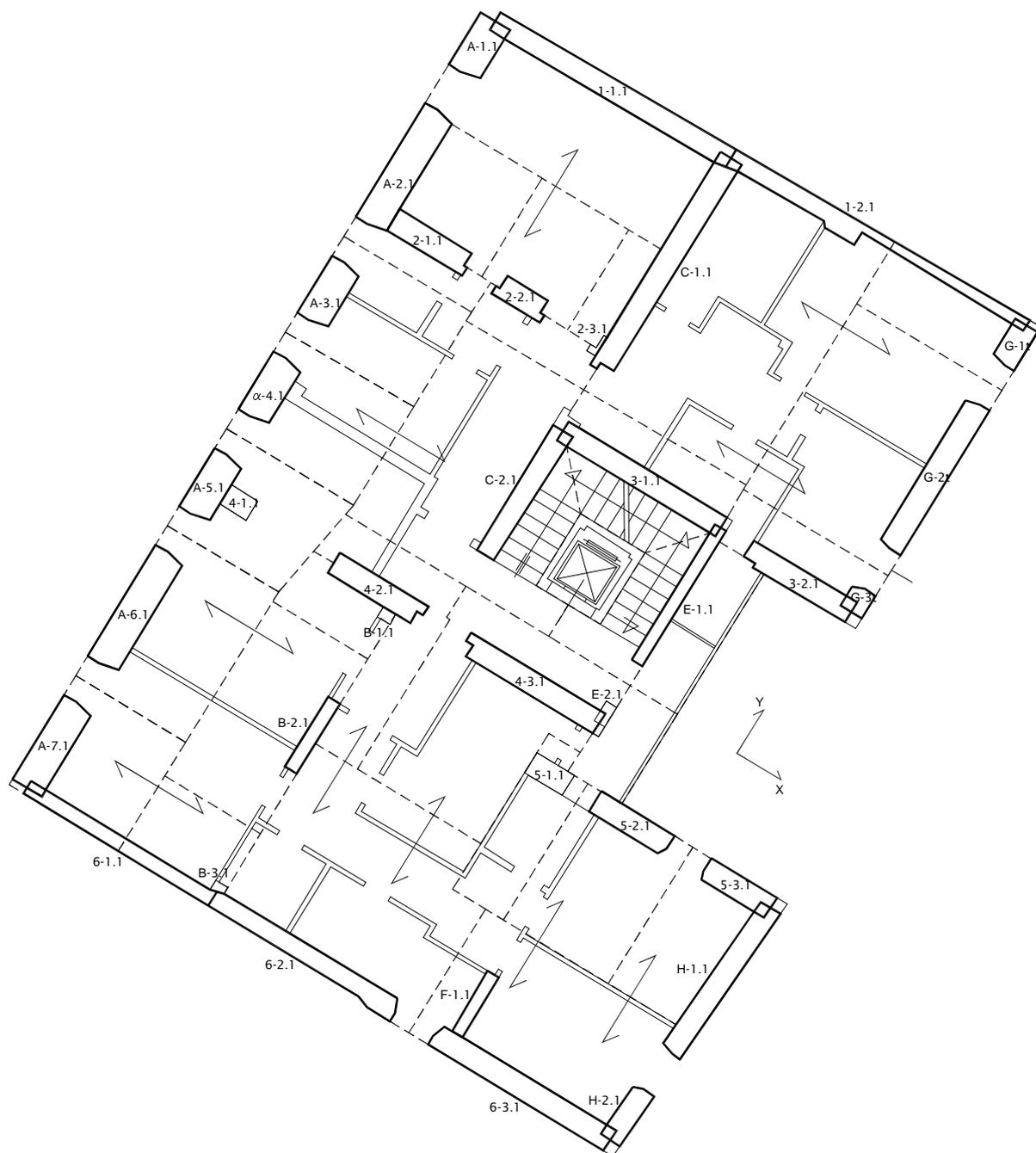
In ogni pianta sono rappresentati:

- la tessitura dei solai
- l'area d'influenza delle pareti
- i pannelli che superano le verifiche geometriche, distinti con tratto continuo più marcato

- **Unita strutturale US 1**



**Figura D.1.** Piano terra US 1.



**Figura D.2.** Primo piano US 1.

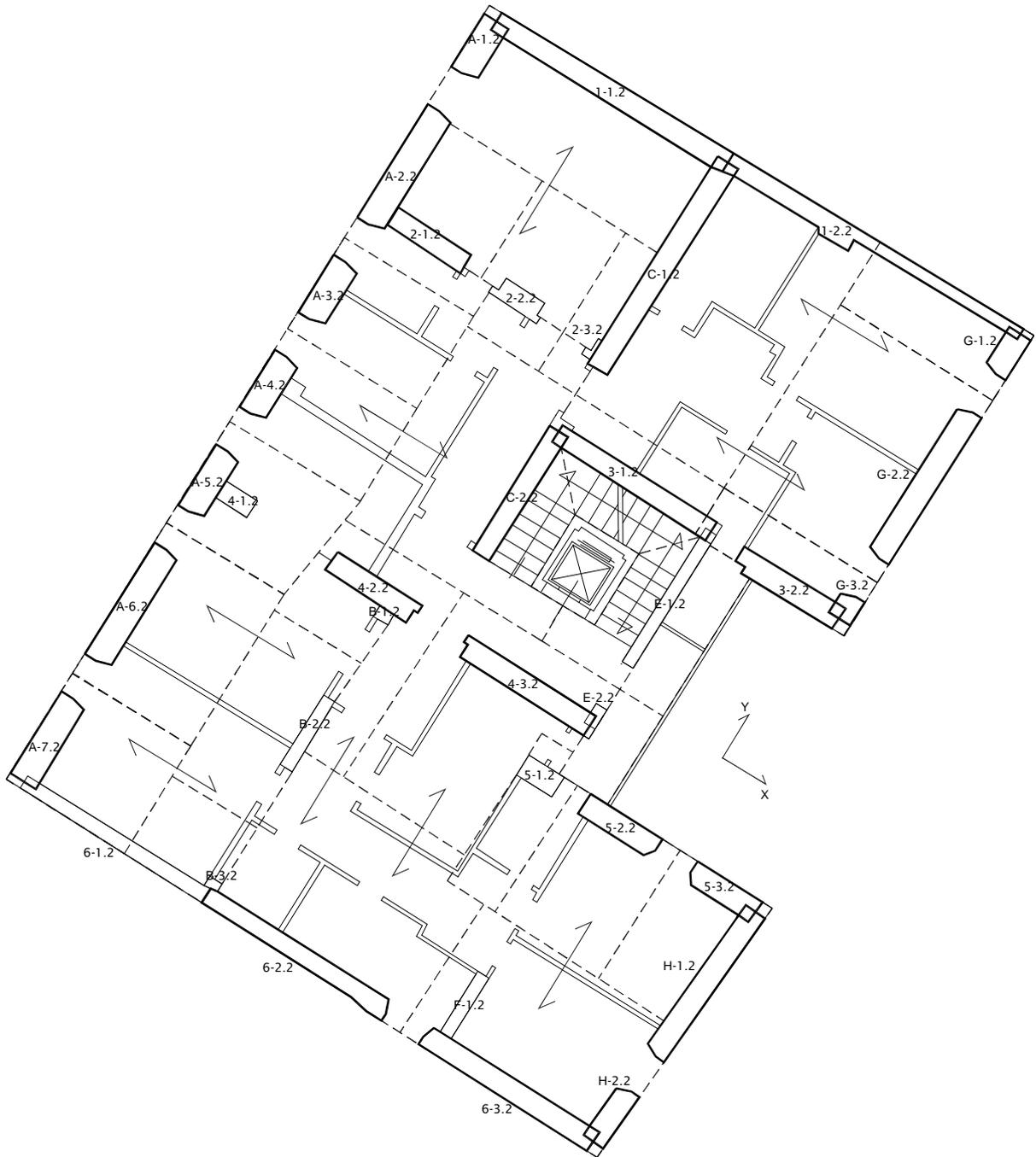
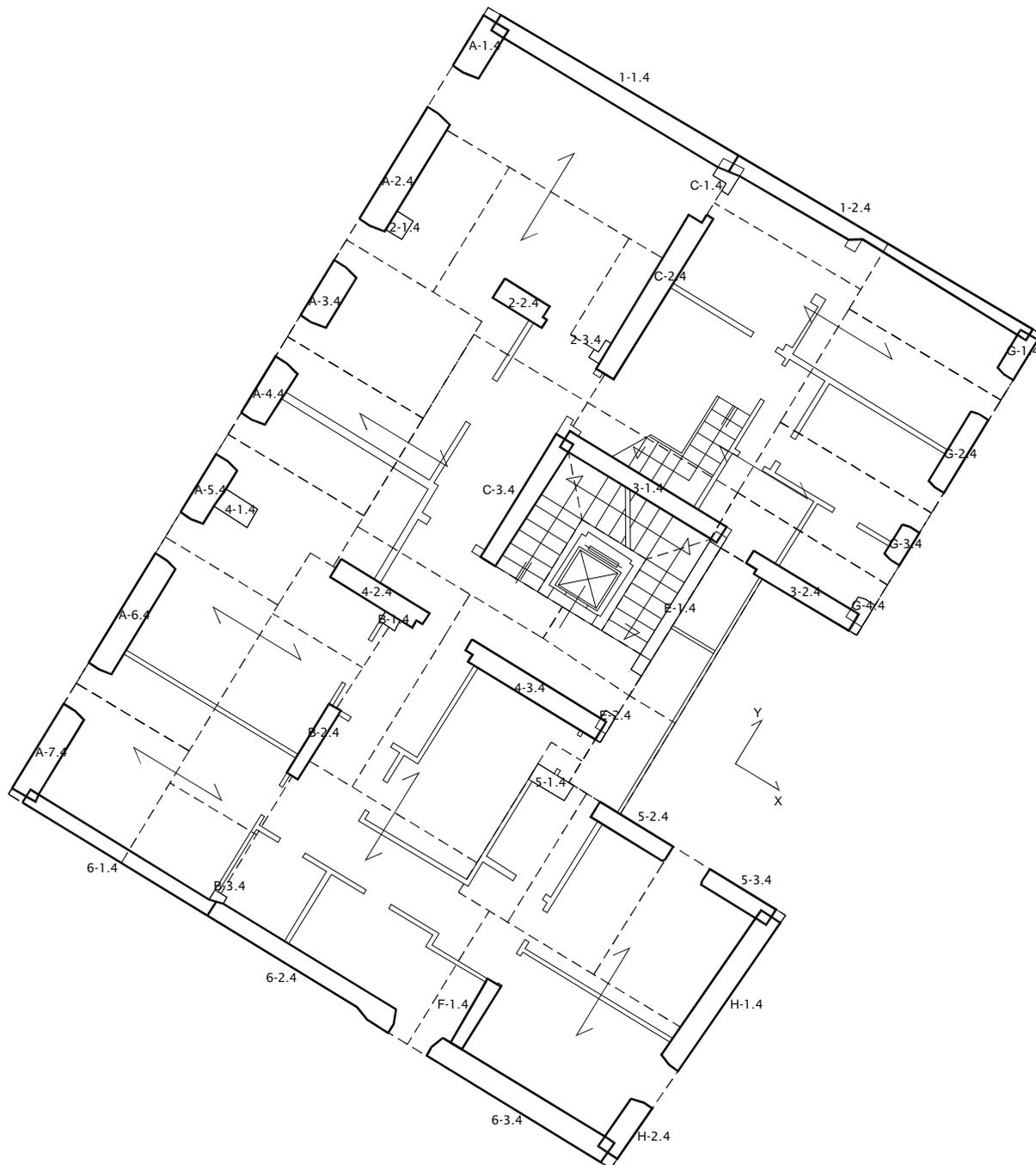


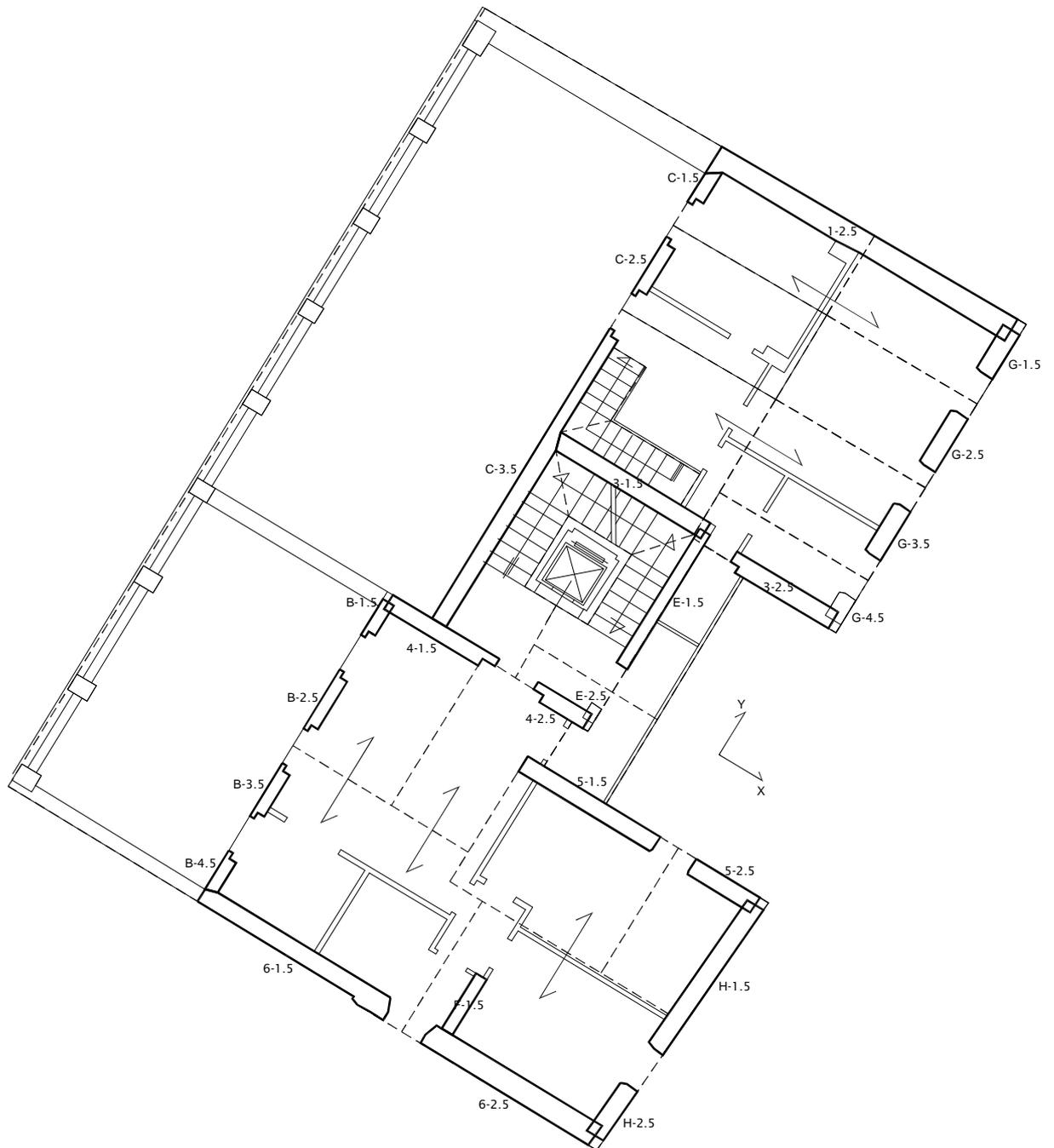
Figura D.3. Secondo piano US 1.



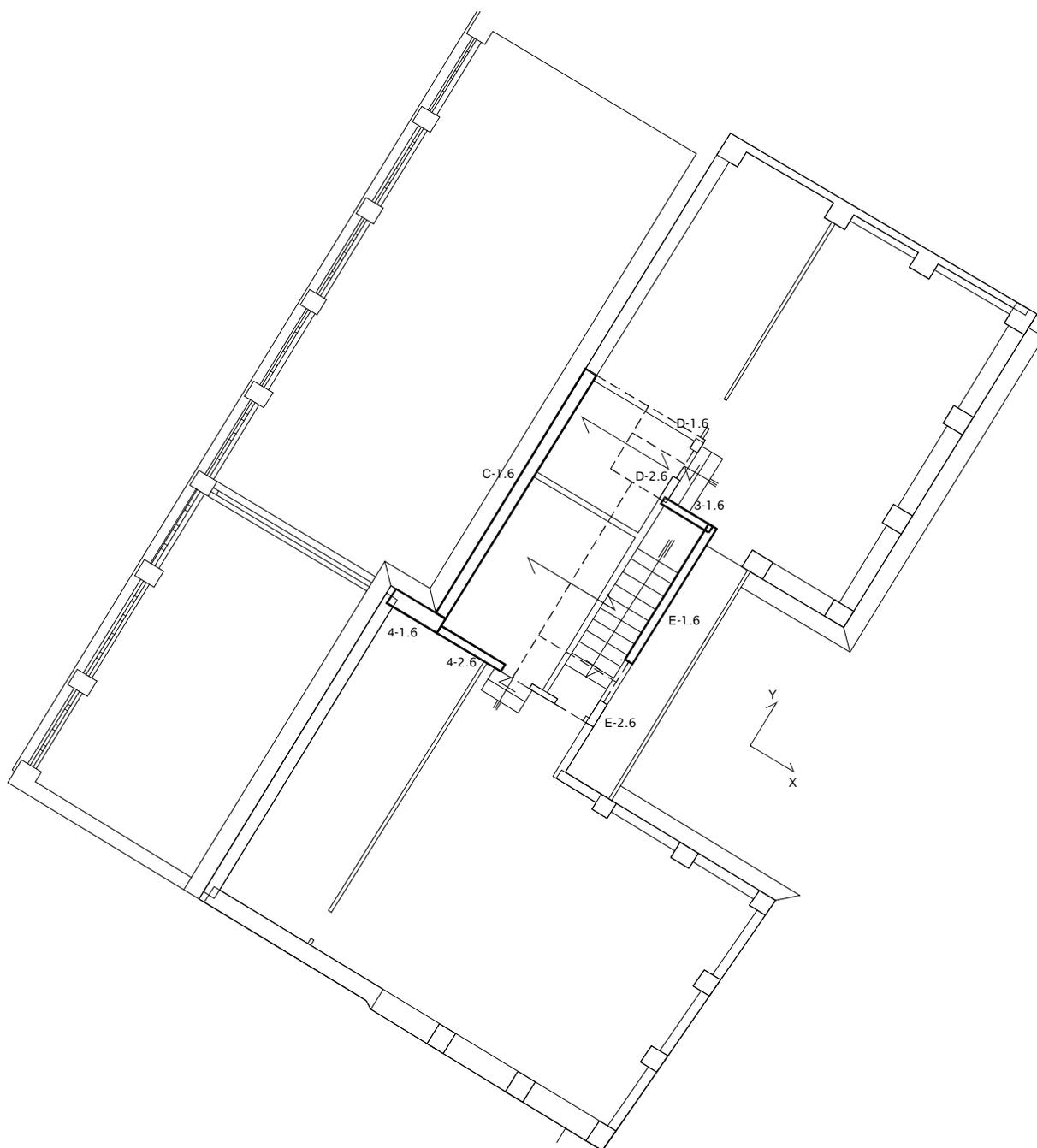
Figura D.4. Terzo piano US 1.



**Figura D.5.** Quarto piano US 1.

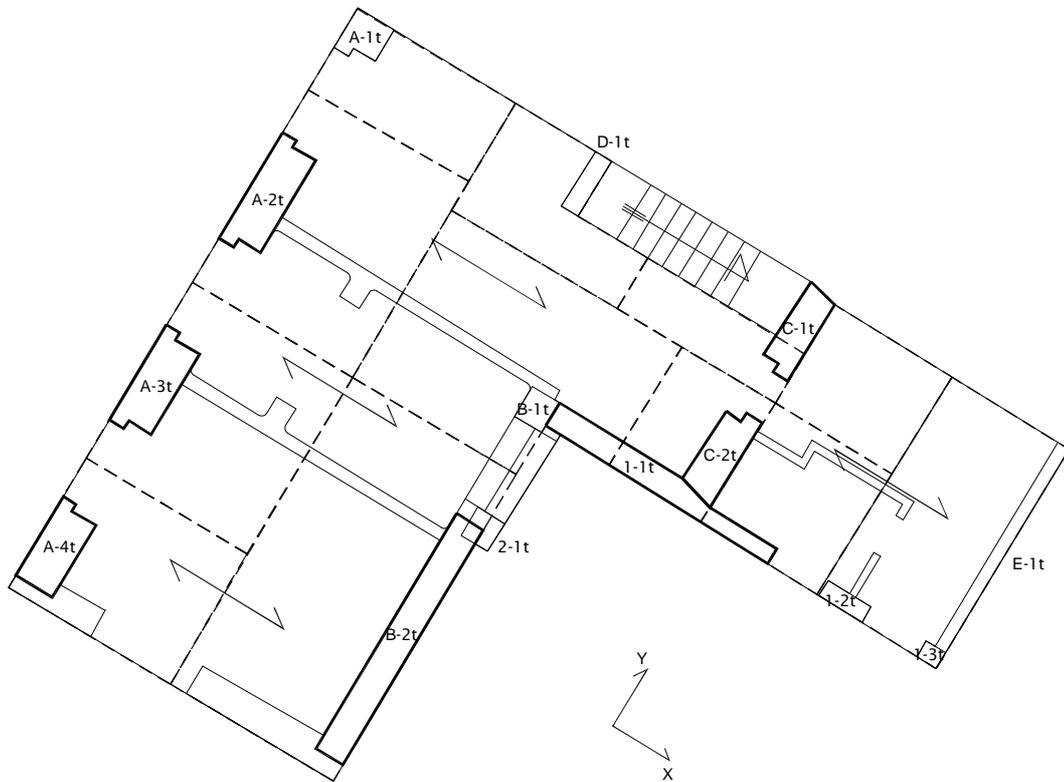


**Figura D.6.** Quinto piano US 1.

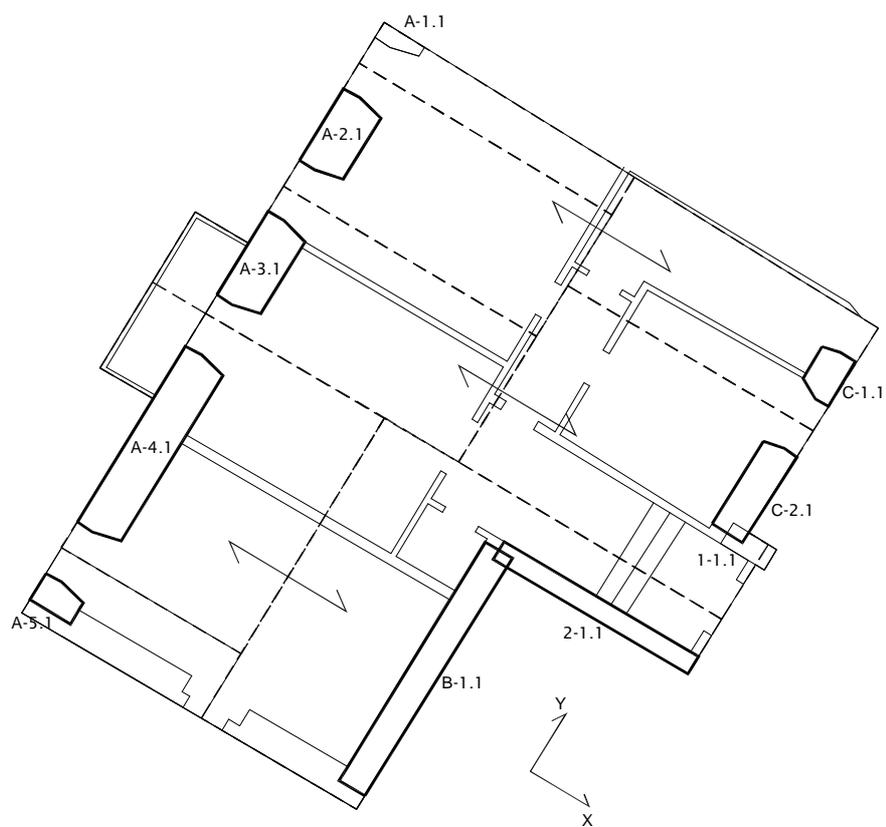


**Figura D.7.** Piano terrazze US 1.

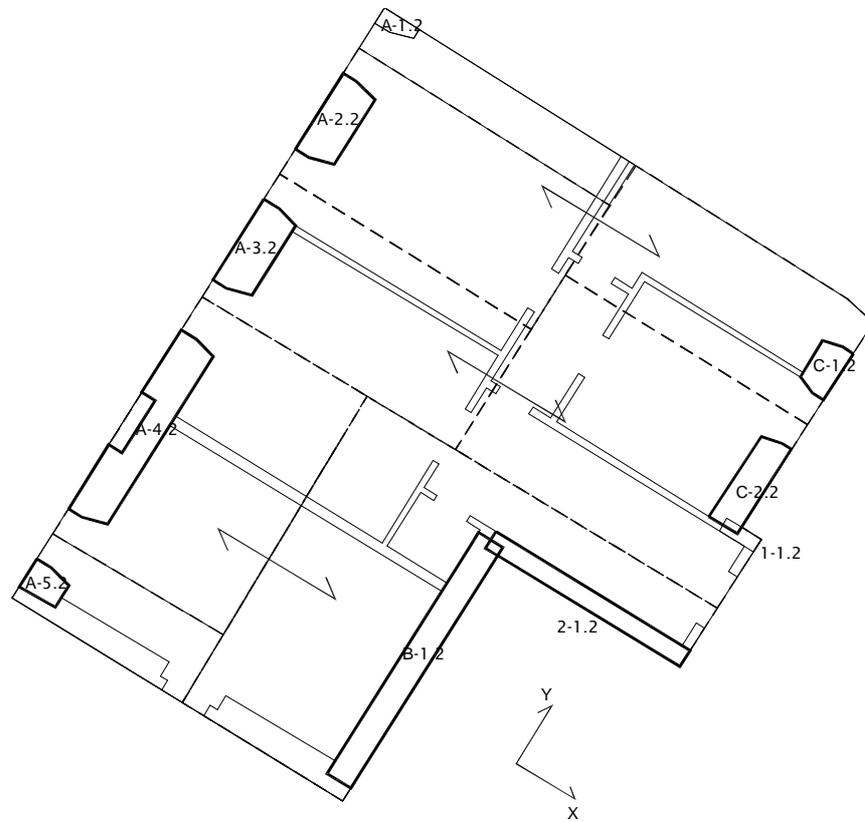
- **Unita strutturale US 2**



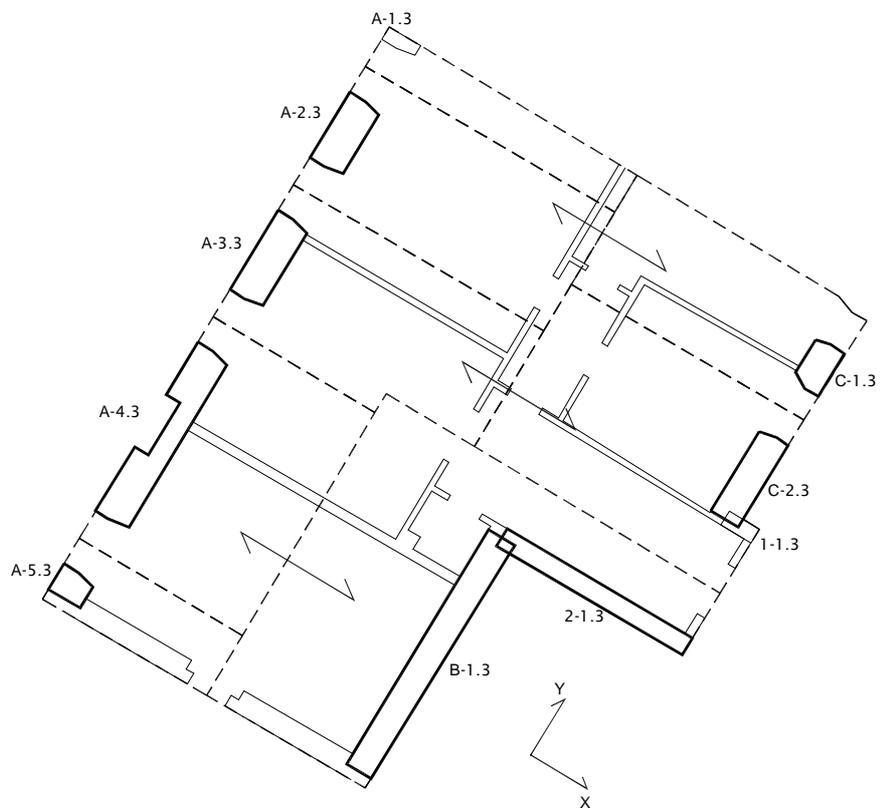
**Figura D.8.** Piano terra US 2.



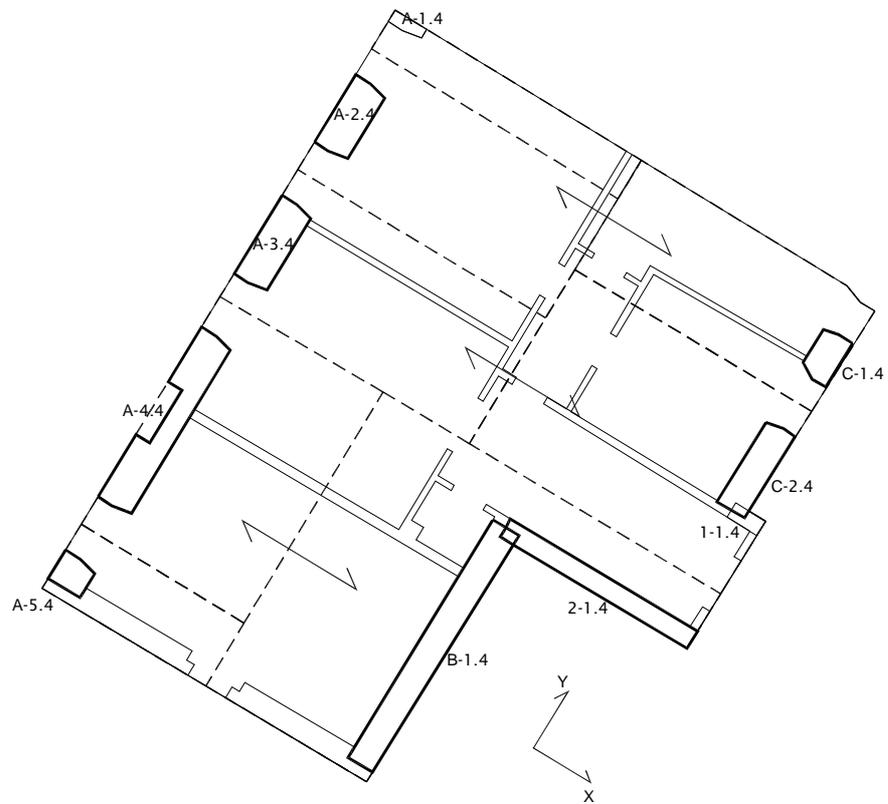
**Figura D.9.** Primo piano US 2.



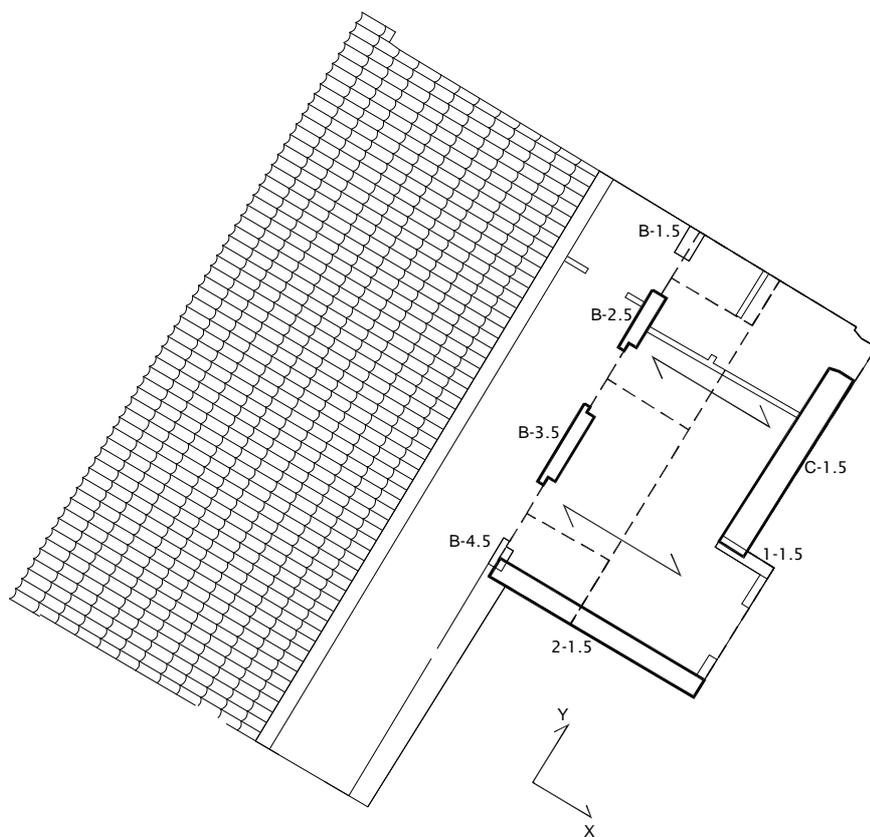
**Figura D.10.** Secondo piano US 2.



**Figura D.11.** Terzo piano US 2.



**Figura D.12.** Quarto piano US 2.



**Figura D.13.** Quinto piano US 2.

- Unità strutturale US 3.

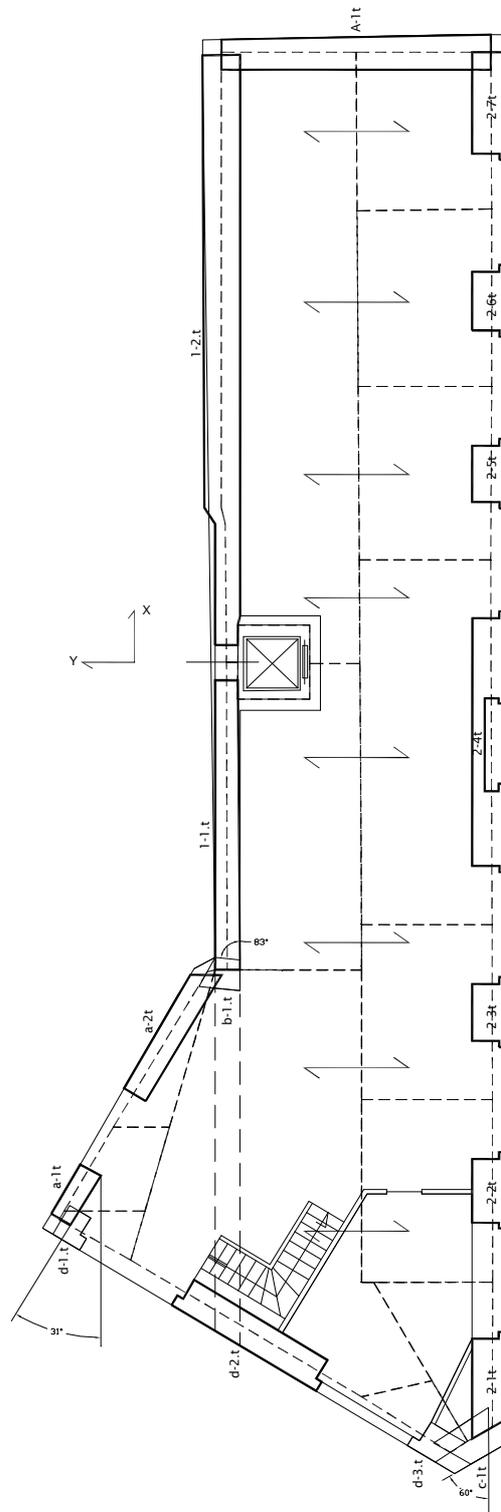
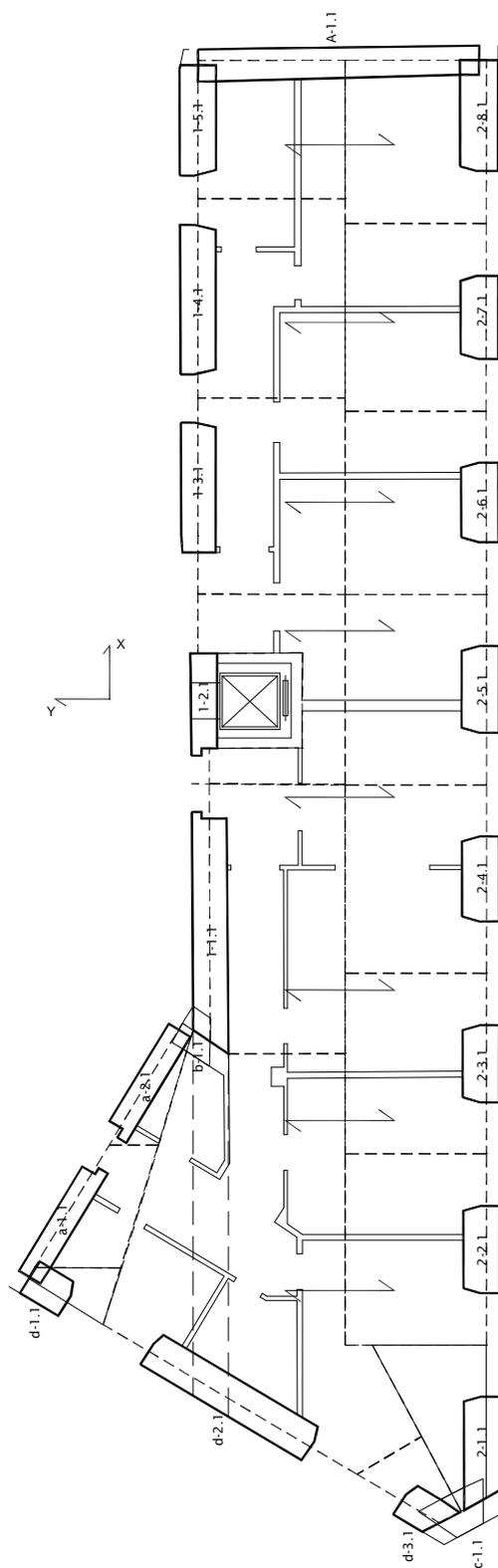
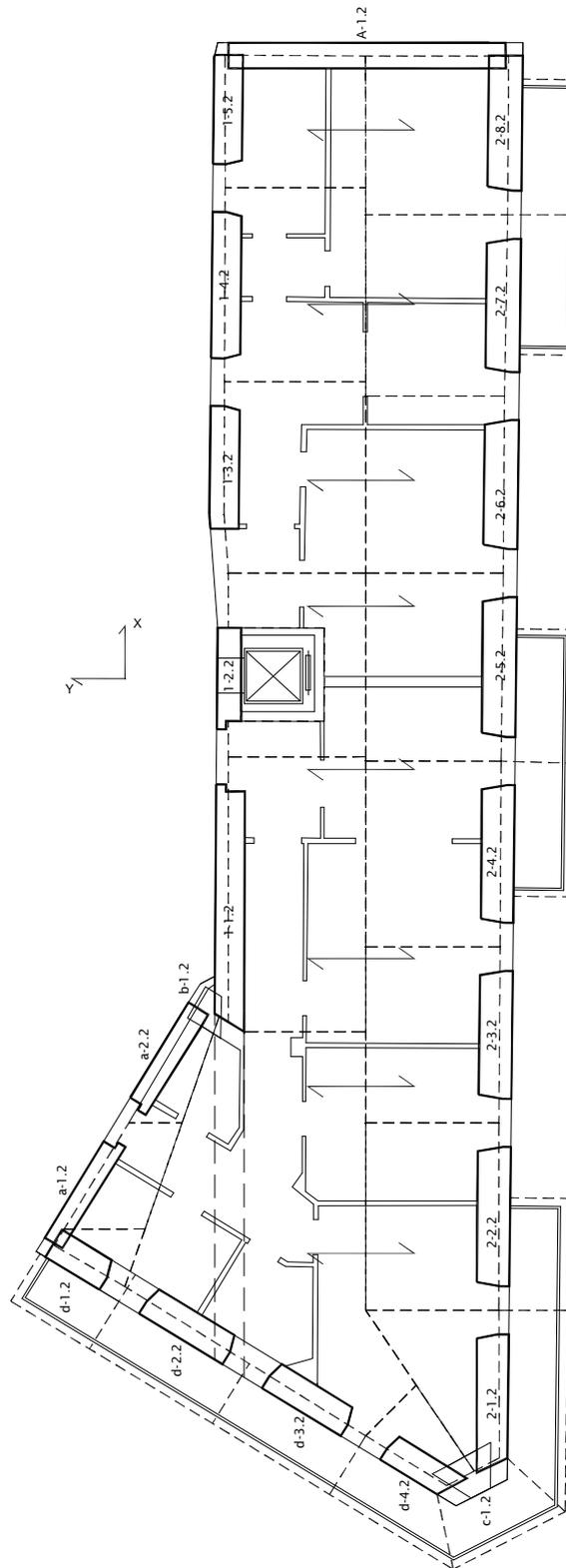


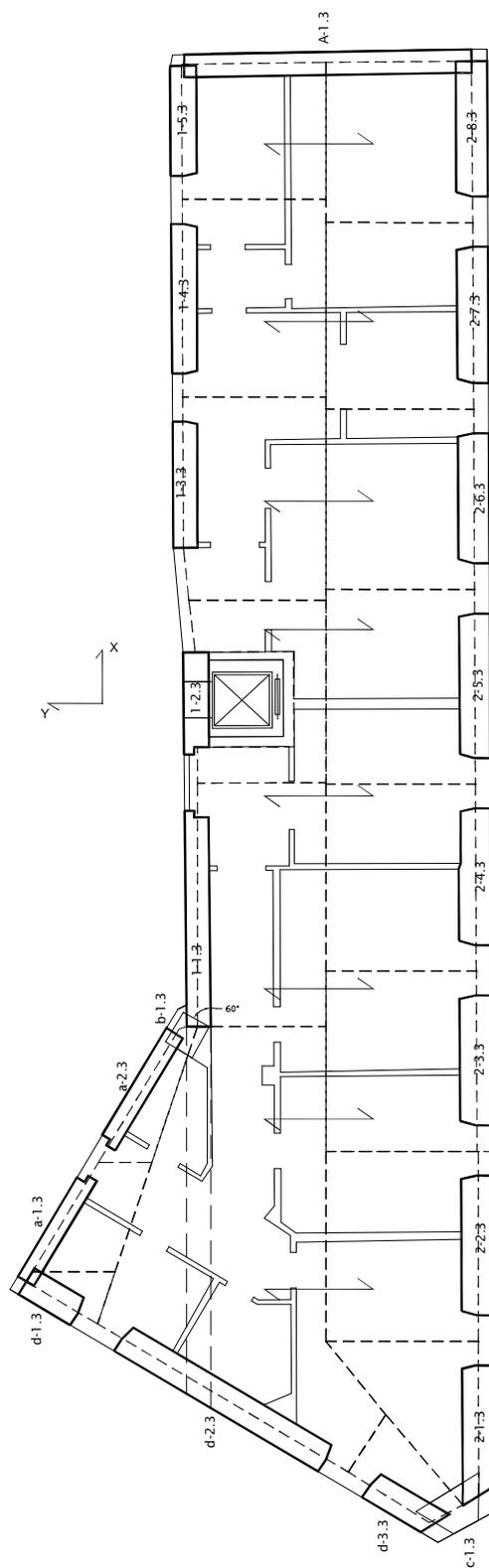
Figura D.14. Piano terra US 3.



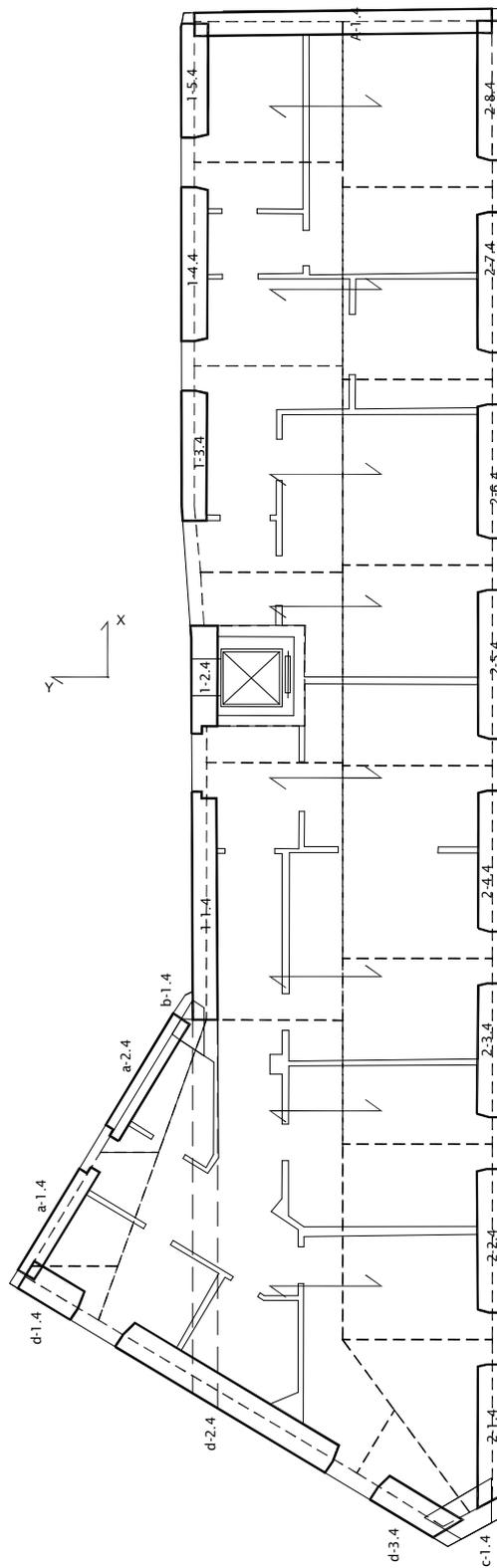
**Figura D.15.** Primo piano US 3.



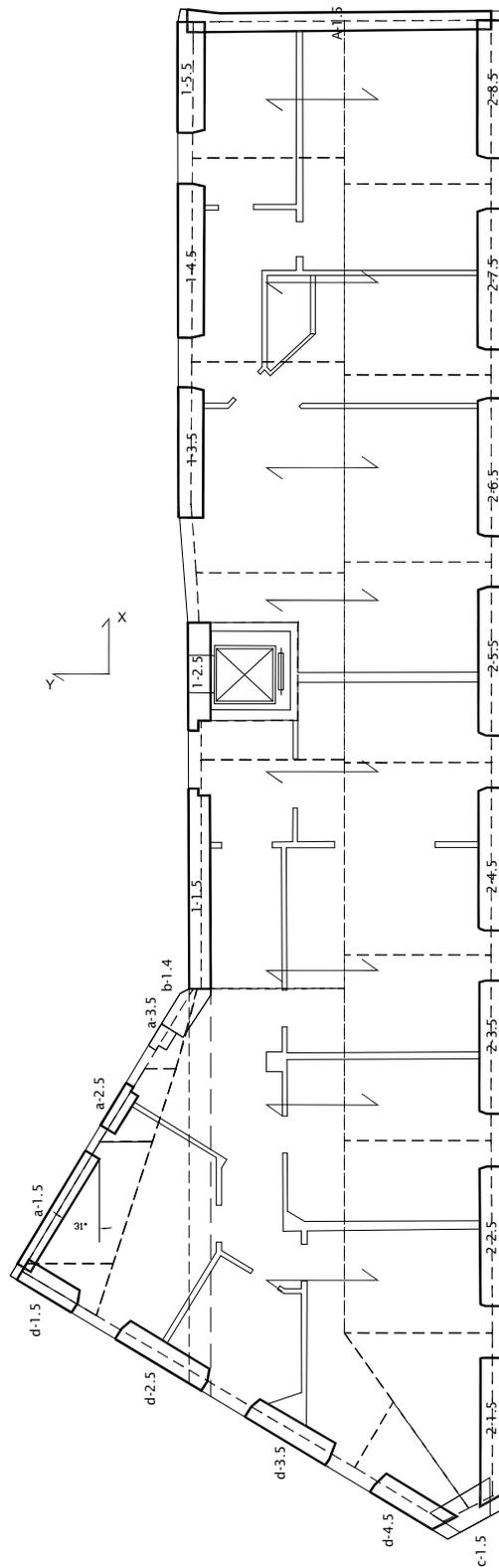
**Figura D.16.** Secondo piano US 3.



**Figura D.17.** Terzo piano US 3.

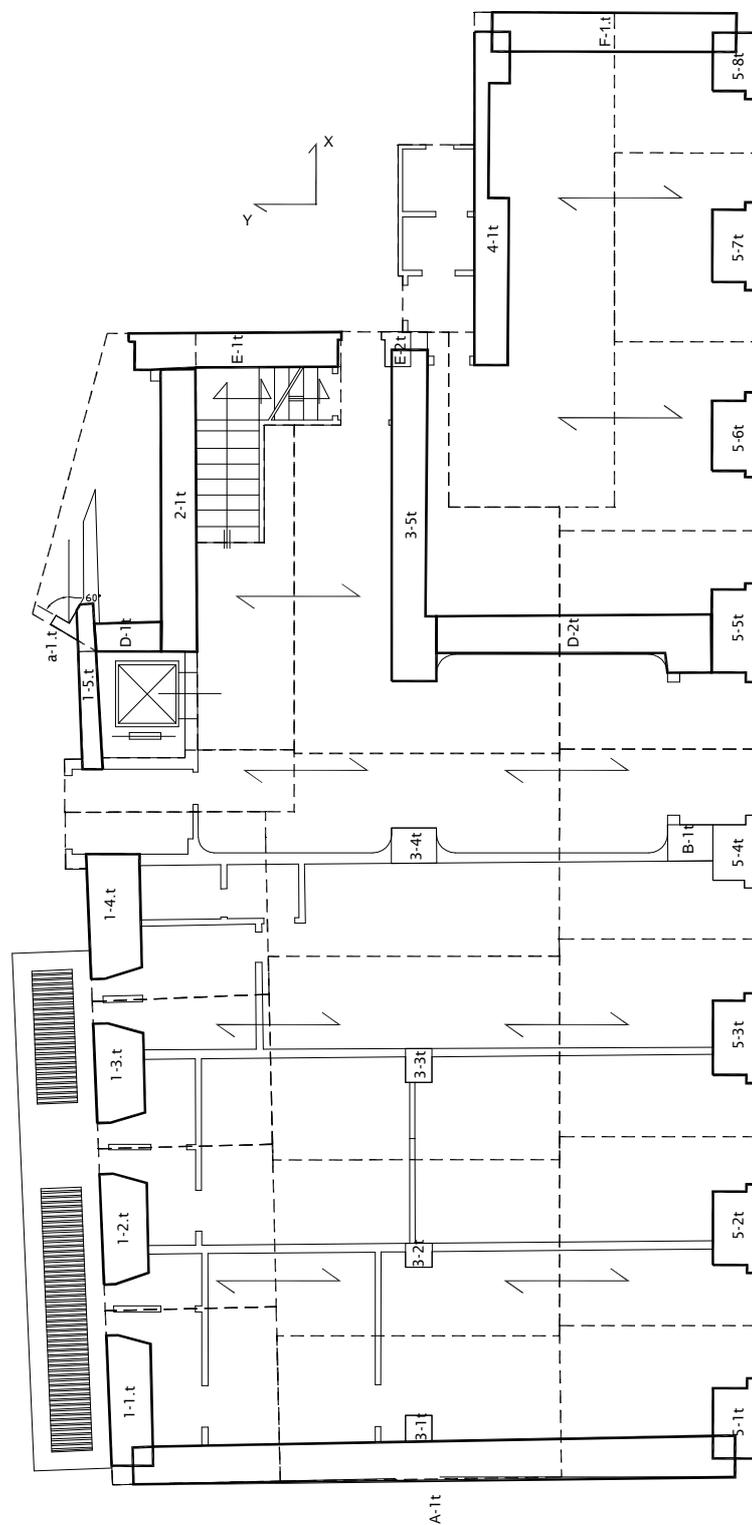


**Figura D.18.** Quarto piano US 3.



**Figura D.19.** Quinto piano US 3.

- **Unità strutturale US 4.**



**Figura D.20.** Piano terra US 4.

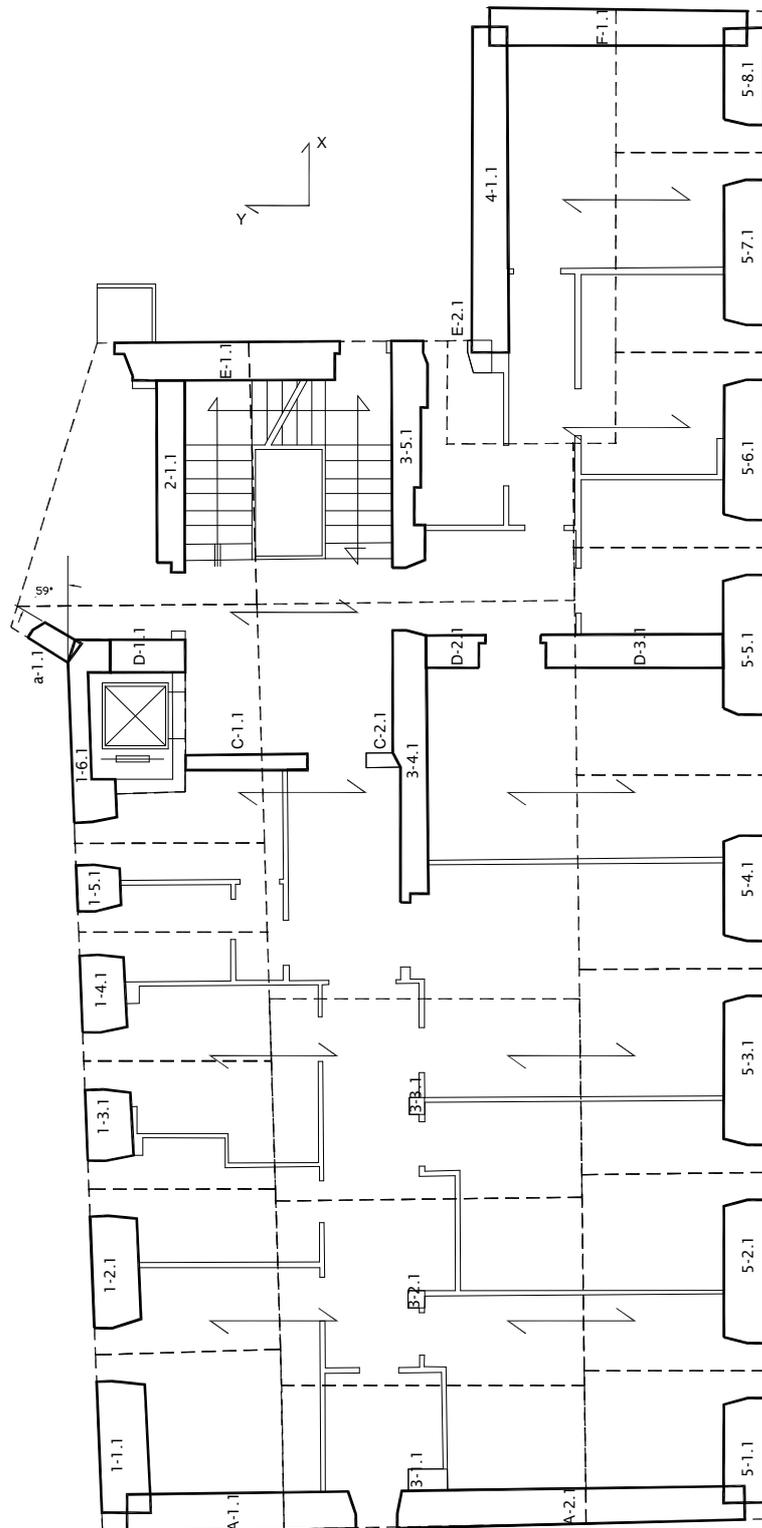


Figura D.21. Primo piano US 4.

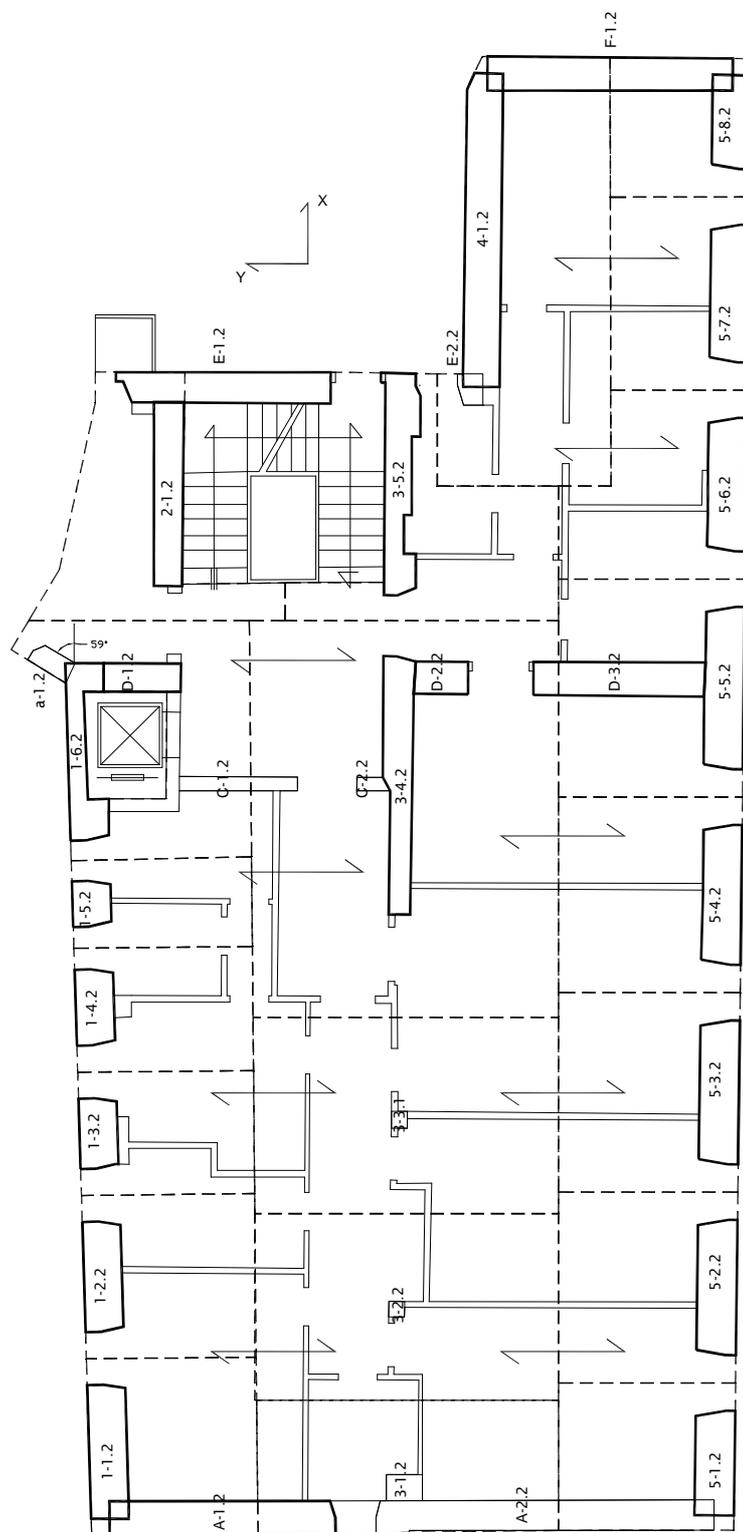


Figura D.22. Secondo piano US 4.

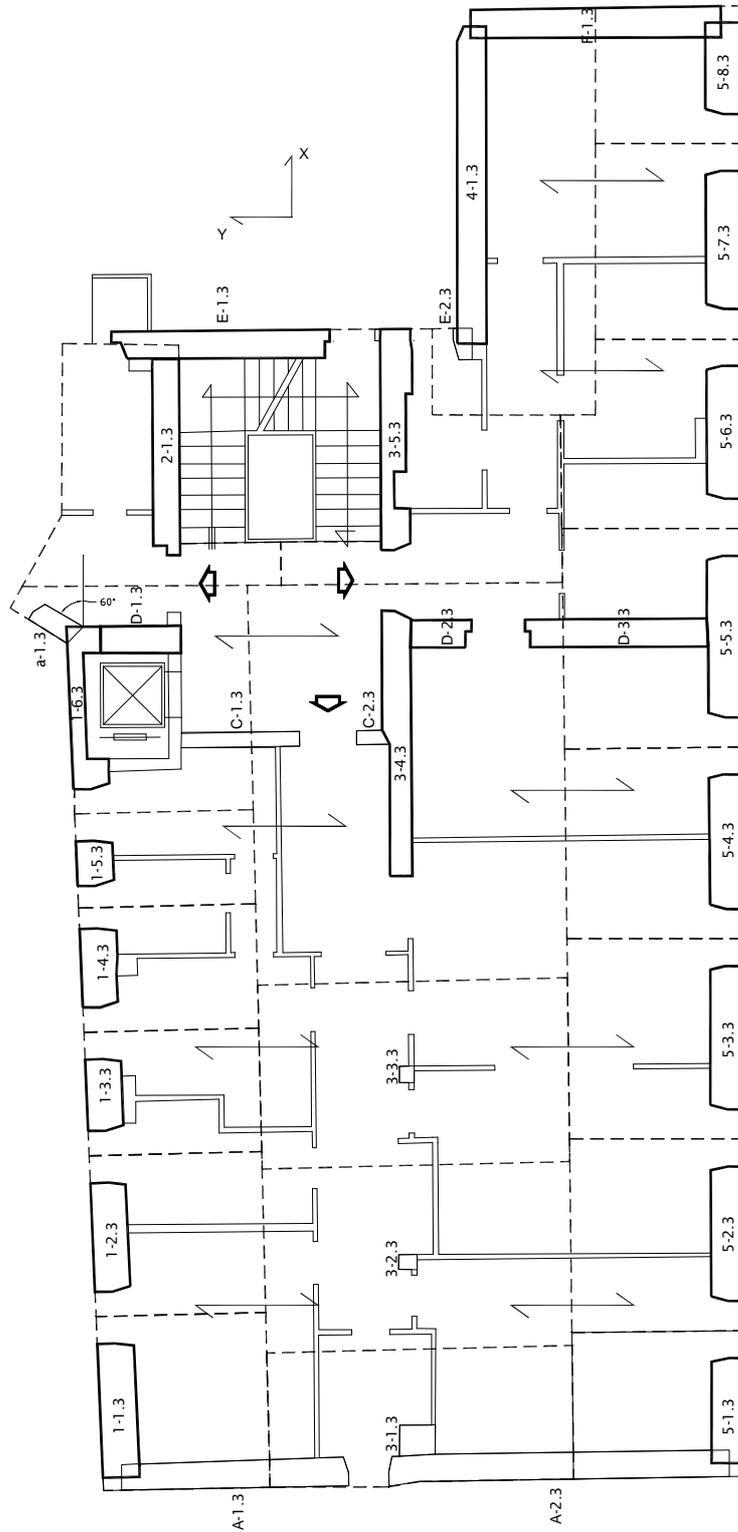


Figura D.23. Terzo piano US 4.



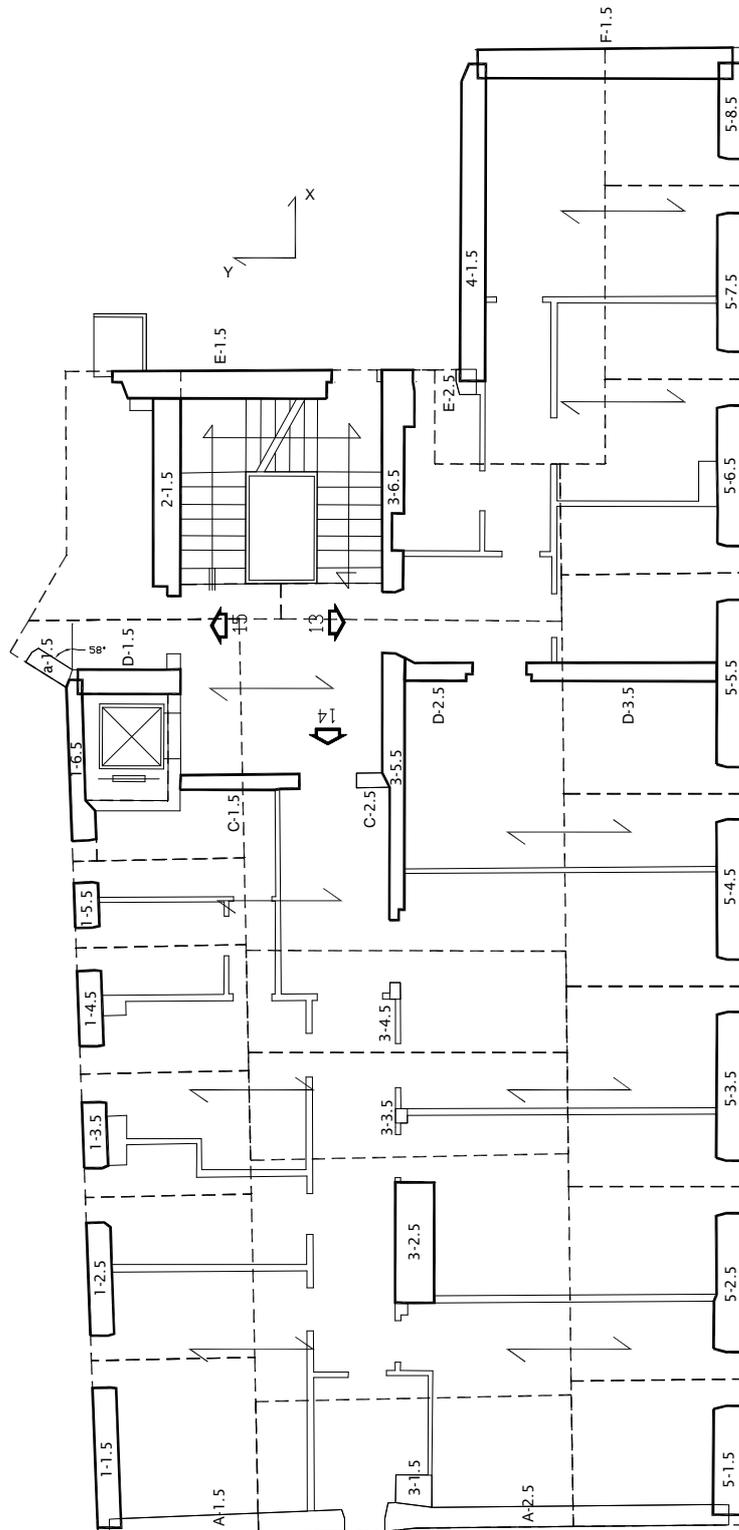
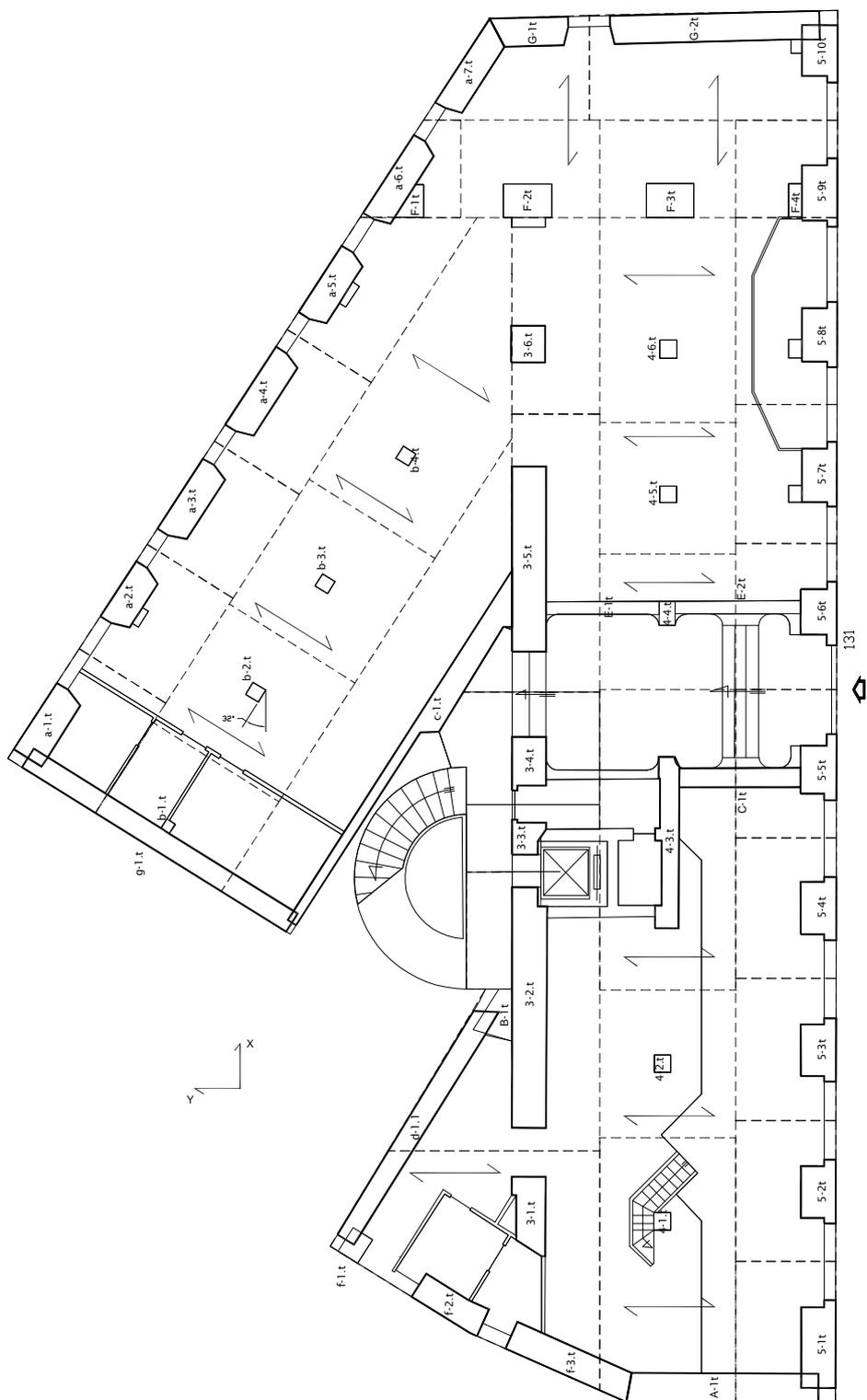


Figura D.25. Quinto piano US 4.

- **Unità strutturale US 5.**



**Figura D.26.** Piano terra US 5.

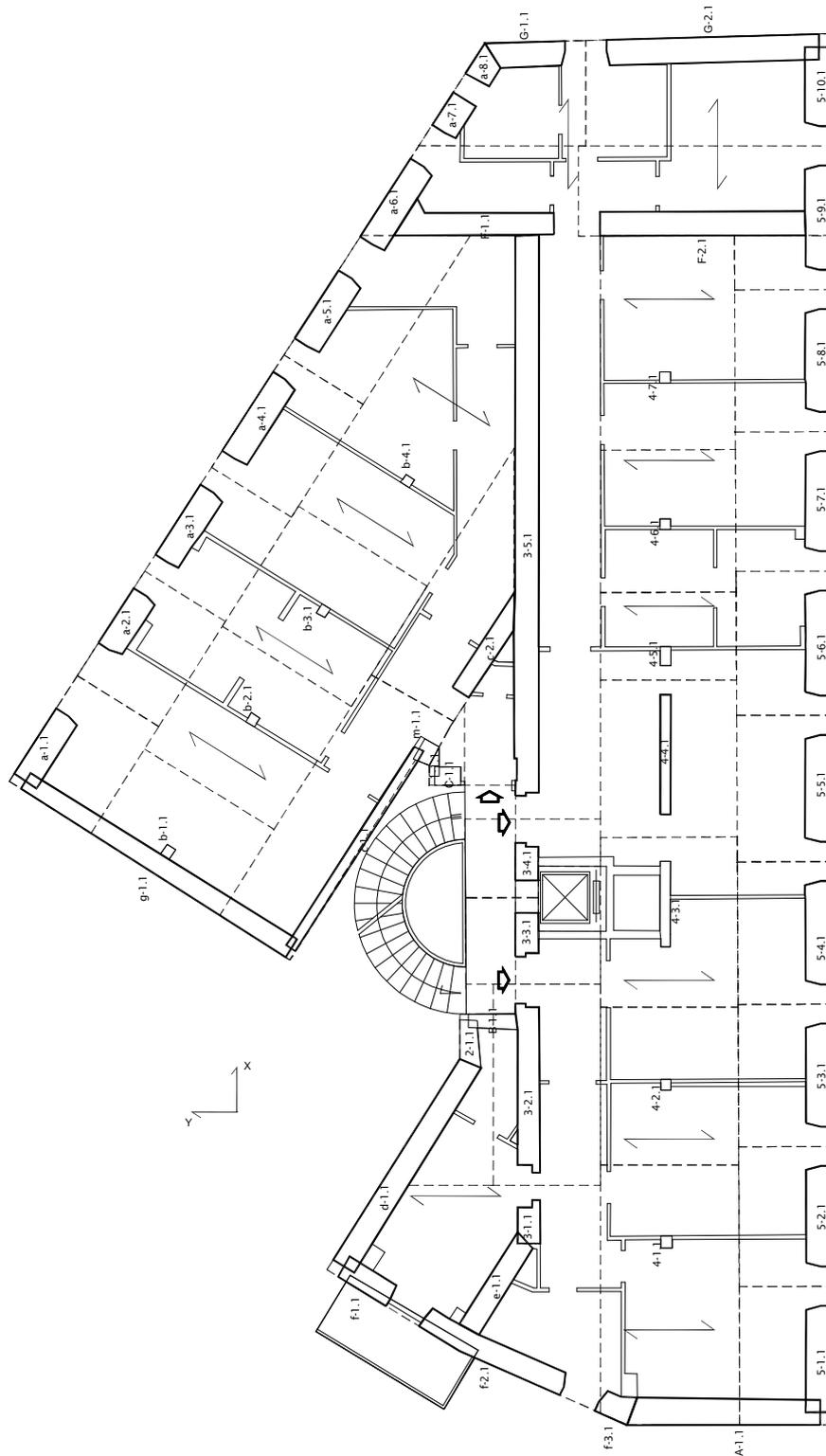


Figura D.27. Primo piano US 5.

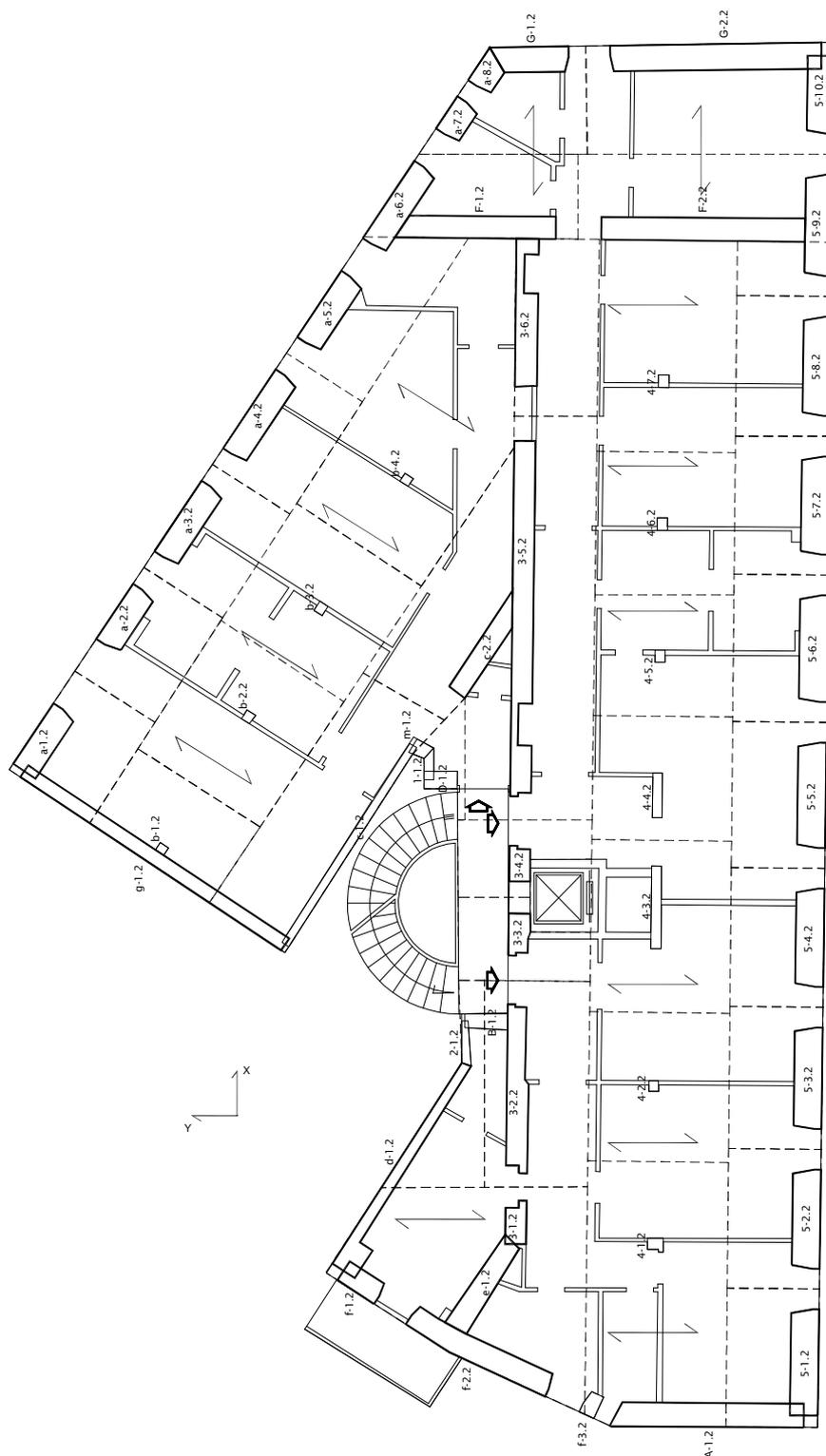


Figura D.28. Secondo piano US 5.

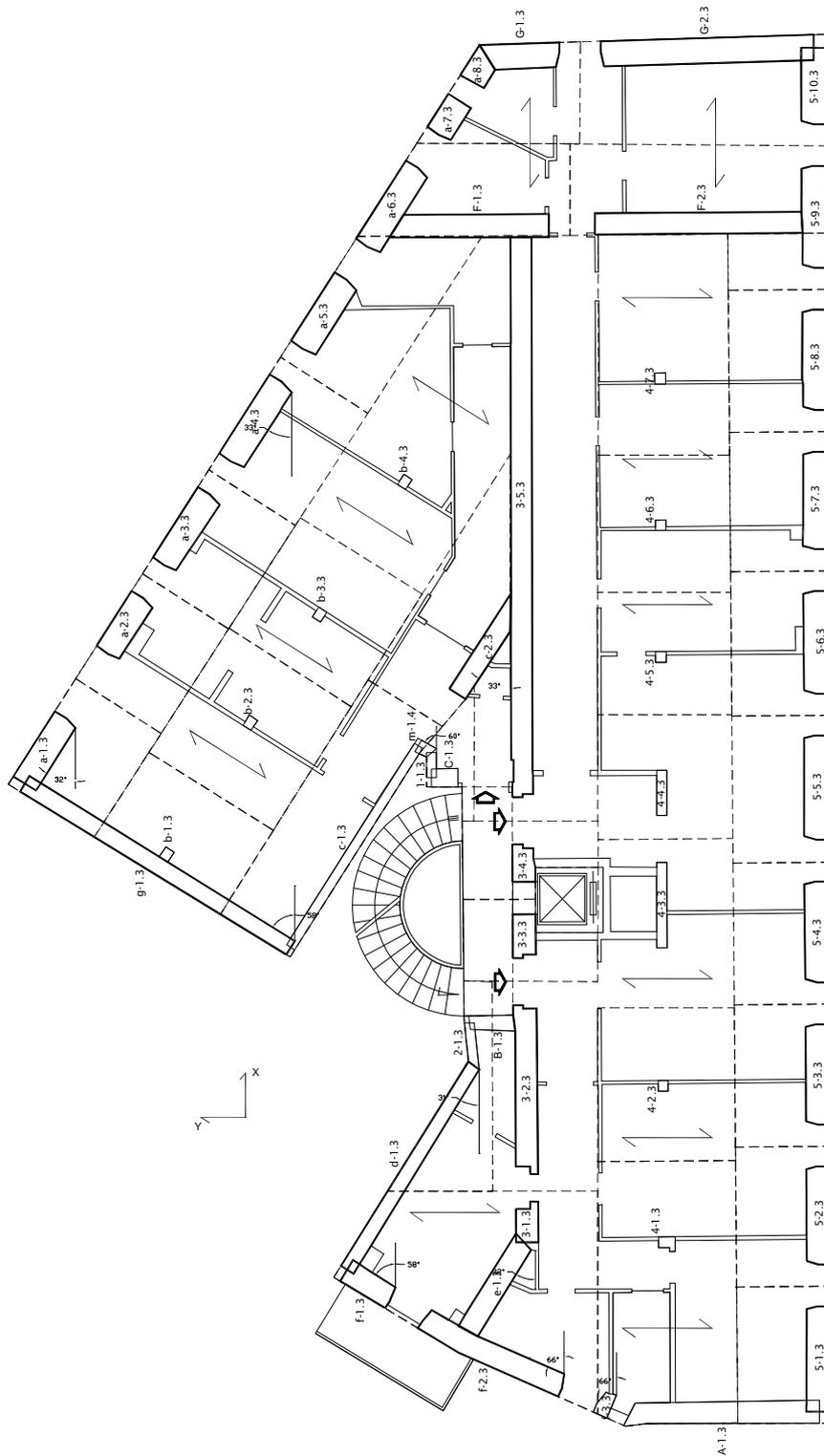


Figura D.29. Terzo piano US 5.

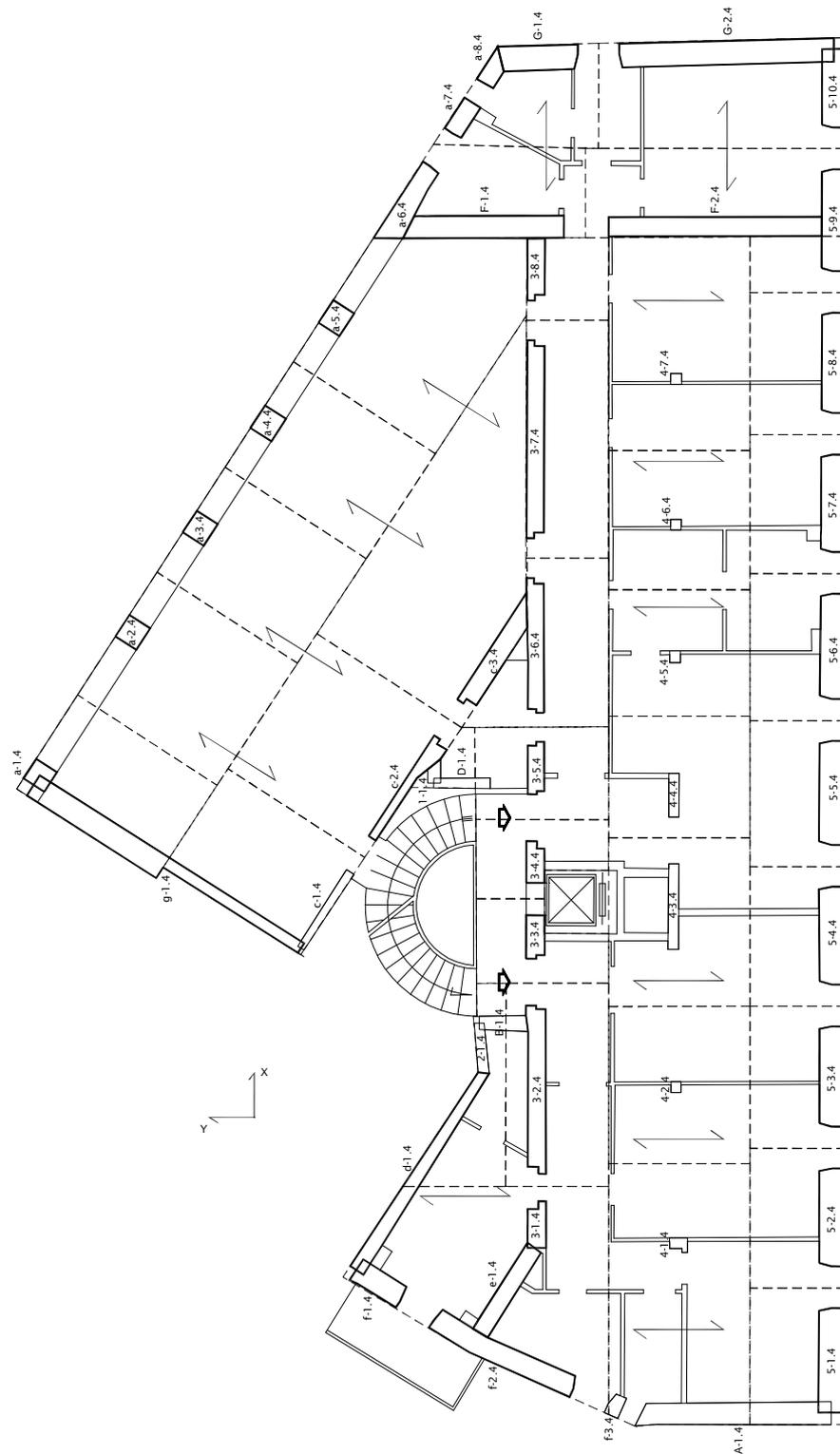


Figura D.30. Quarto piano US 5.

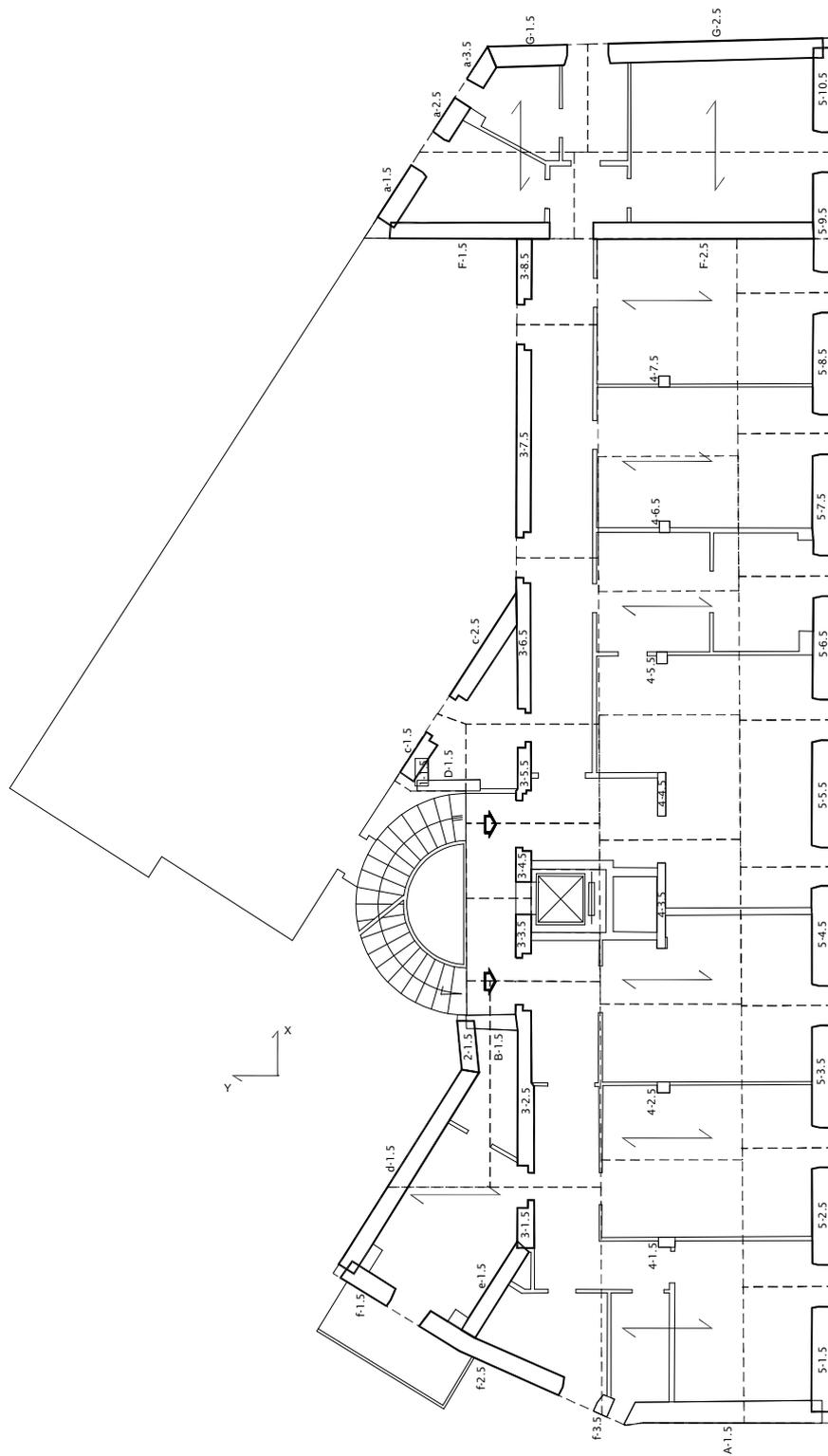
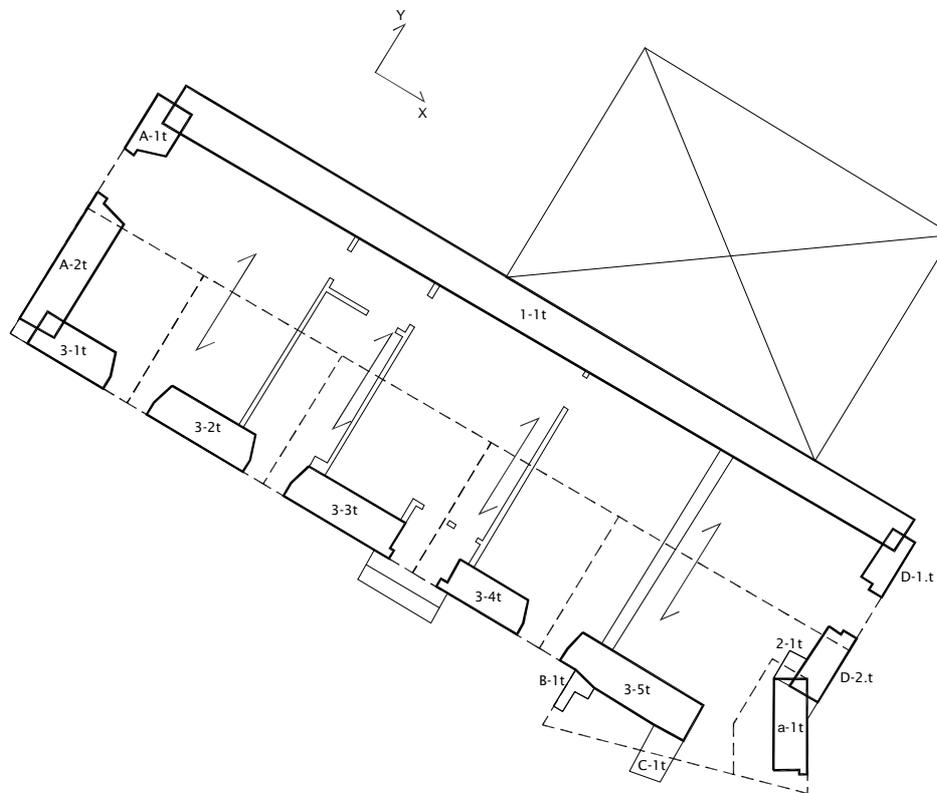
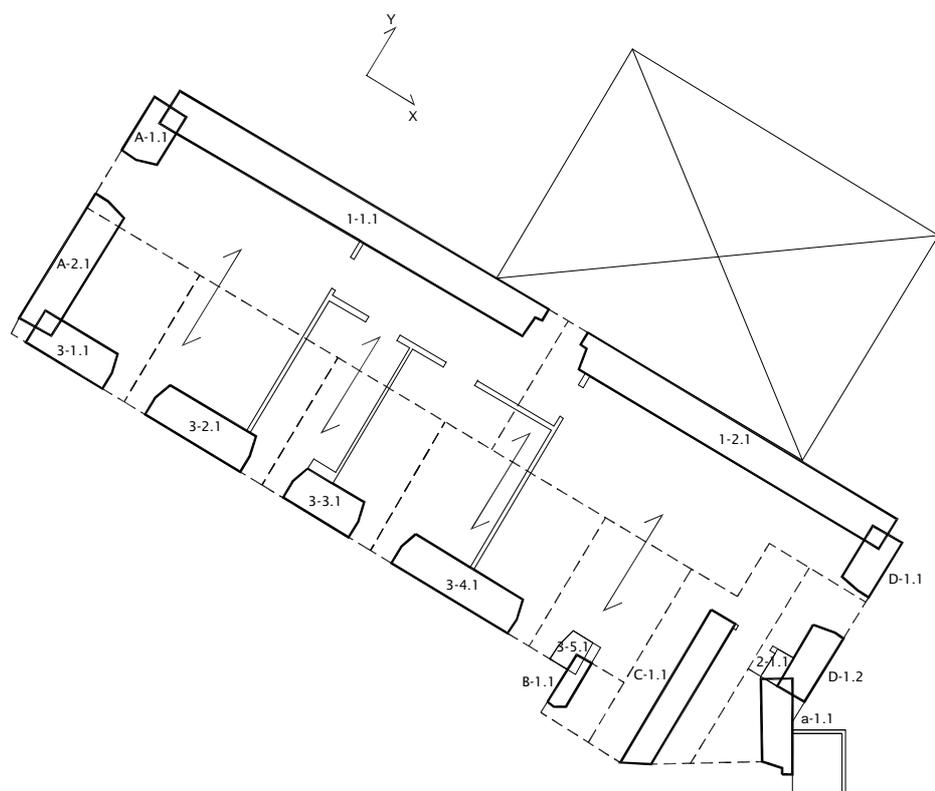


Figura D.31. Quinto piano US 5.

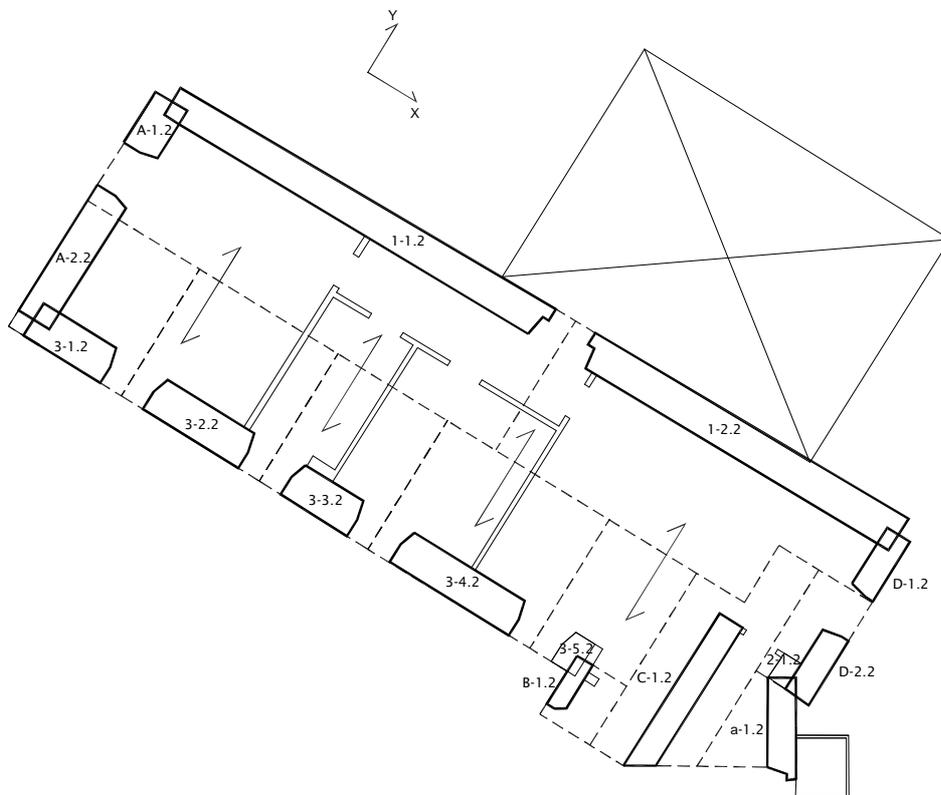
- **Unità strutturale US 6.**



**Figura D.32.** Piano terra US 6.



**Figura D.33.** Primo piano US 6.



**Figura D.34.** Secondo piano US 6.

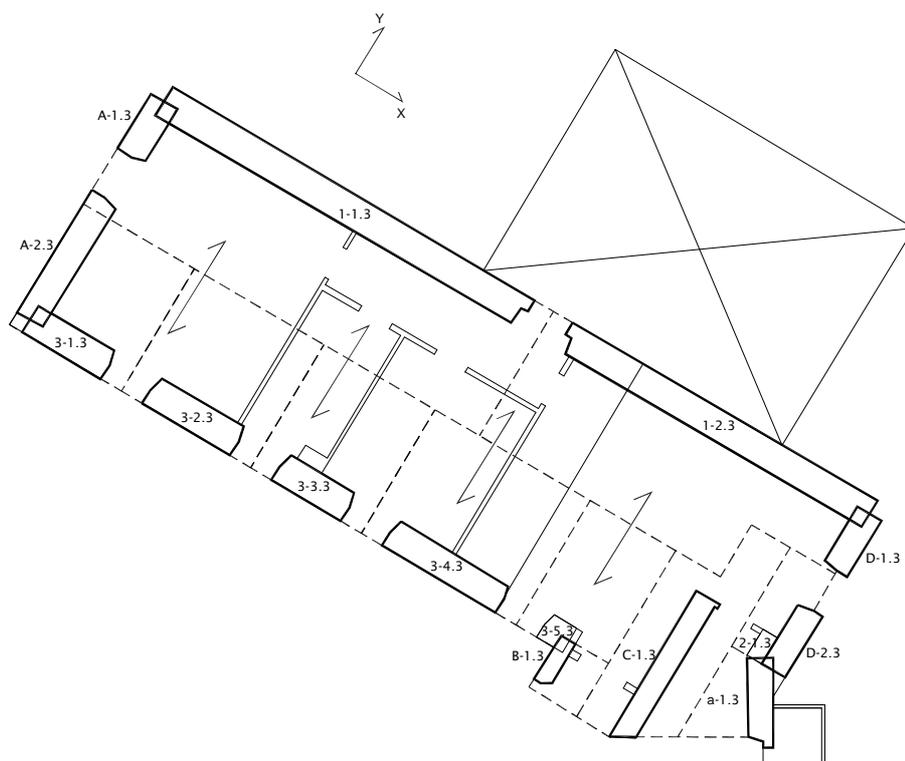
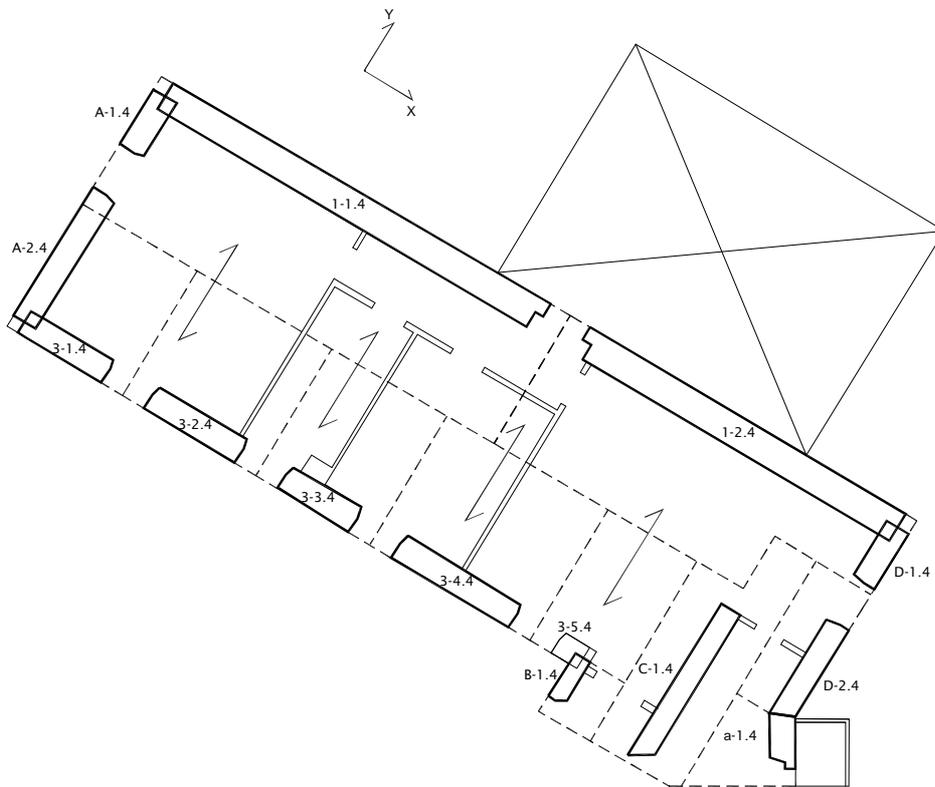
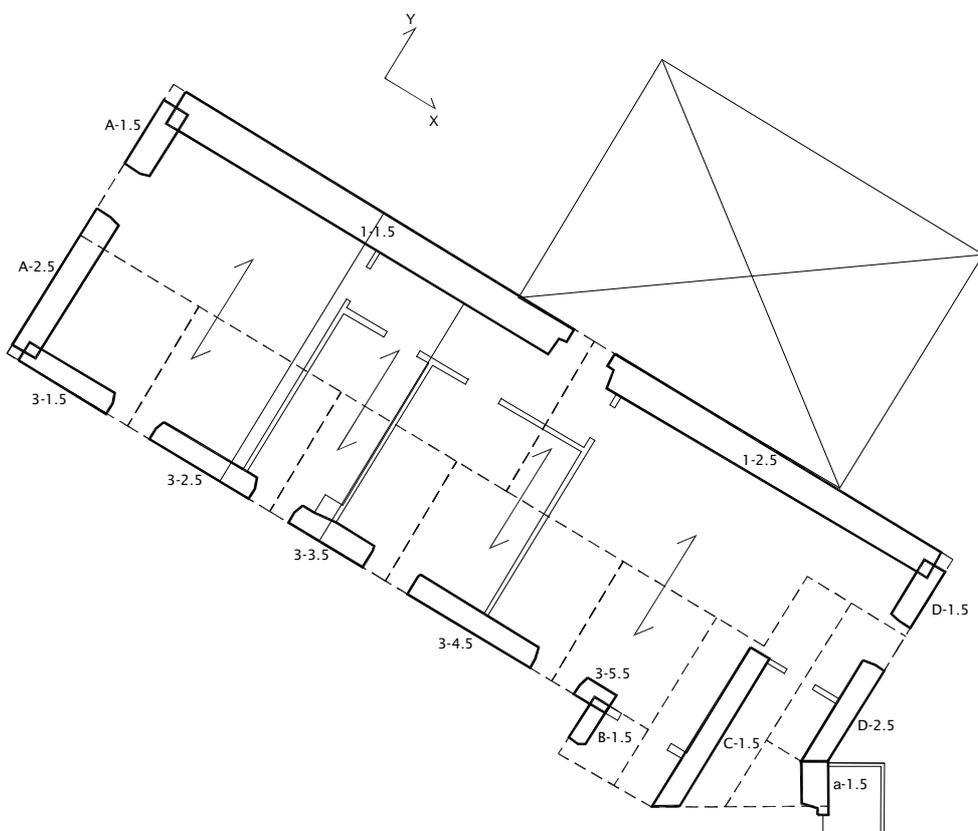


Figura D.35. Terzo piano US 6.



**Figura D.36.** Quarto piano US 6.



**Figura D.37.**      Quinto piano US 6.

