

DISSERTAZIONE PRESENTATA PER IL CONSEGUIMENTO DEL TITOLO DI  
DOTTORE DI RICERCA IN  
INGEGNERIA DELLE STRUTTURE

**IL CONTROLLO SEMI ATTIVO  
DELLE VIBRAZIONI STRUTTURALI:  
TEORIA ED APPLICAZIONI**

EMANUELE RENZI

Roma, Dicembre 2001

DOTTORATO DI RICERCA IN 'INGEGNERIA DELLE STRUTTURE'

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA 'LA SAPIENZA'

XIV CICLO

Il Coordinatore del Dottorato

Prof. Fabrizio Vestroni



*“Considerate la vostra semenza:  
fatti non foste a viver come bruti,  
ma per seguir virtute e canoscenza.”*

*Inf. XXVI, 118-120.*



---

## RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro rappresenta la conclusione del corso di Dottorato di Ricerca in 'Ingegneria delle Strutture' che ho svolto, presso il Dip. di Ingegneria Strutturale e Geotecnica dell'Università di Roma 'La Sapienza', dal novembre 1998 all'ottobre 2001.

E' mio desiderio ringraziare, innanzitutto, il prof. Vincenzo Ciampi, che mi ha sempre fiduciosamente seguito, supervisionato ed indirizzato, ed a cui devo la gran parte della mia formazione alla ricerca scientifica. Insieme a lui ringrazio l'ing. Maurizio De Angelis, con cui ho condiviso questi anni di lavoro, in particolare per il suo continuo fondamentale e paziente stimolo (fatto anche di lunghe, ed a volte combattute, discussioni) e per la sua amicizia, ed il prof. F. Vestroni, coordinatore e 'motore' del corso di Dottorato.

Vorrei anche ringraziare il 'gruppo' del progetto SPACE, in particolare il prof. G. Serino e l'ing. F. Paolacci, per la possibilità che mi hanno offerto di 'vivere' un progetto di ricerca europeo sull'argomento dei miei studi e, soprattutto, per gli utili scambi di idee ed esperienze.

Ringrazio quindi la struttura ed i colleghi dell'ENEA, in particolare nella persona dell'ing. G. De Canio, per avermi dato la possibilità di continuare i miei studi integrandoli con la sperimentazione dinamica su modelli e con le esperienze nel campo della 'ricerca applicata'. A questo ambiente di lavoro appartiene anche l'ing. Nicola Ranieri, che ringrazio sia per il continuo incoraggiamento che, soprattutto, per la sua enorme carica di amicizia.

Infine ringrazio coloro che, pur capendo purtroppo poco di quello che studiavo, hanno fatto in modo che io potessi percorrere spedito la strada che avevo scelto.

Prima di tutto mio Padre e mia Madre, che mai hanno fatto mancare il loro appoggio, la loro fiducia e soprattutto il loro incondizionato affetto; quindi Pino, Debora e la piccola Lavinia che, in particolare, ringrazio per essere venuta al mondo e per avermi fatto capire, da brava nipotina, tanto sulle cose belle della vita. E' mio desiderio, ora, ricordare anche i miei nonni (la 'semenza') Giuseppe, Elvira, Angela e Filiberto, ai quali confesso (ma loro lo sanno già) di avere pensato molte volte in questi anni, e zio Paolo, che da poco ci ha lasciati; so che da lassù mi guardano e sono fieri di me: questo lavoro è anche per loro!

Infine, voglio ringraziare in maniera molto speciale (e con tutto il cuore) la mia Cecilia che, rientrata nella mia vita pensandomi soddisfatto della laurea, si è trovata invece al fianco di uno studente (un po' testardo) che, incapace di fermarsi dove i più lo fanno, a volte non vedeva altro che i suoi nuovi traguardi. Grazie per avermi accompagnato, sostenuto (e sopportato) in questo viaggio. A Te non devo dedicare questa tesi, ma ben altro!

Roma, gennaio 2002



# INDICE

## Cap.1 - Presentazione

1.1	INTRODUZIONE AL CONTROLLO STRUTTURALE	1
1.2	IL PROCESSO DI PROGETTAZIONE DI UN SISTEMA DI CONTROLLO	5
1.3	PRESENTAZIONE DELLA TESI	7
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 1</b>	<b>8</b>

## Cap.2 - Il controllo Semi Attivo: un'introduzione alla letteratura

2.1	INTRODUZIONE: L'IDEA DEL CONTROLLO SEMI ATTIVO	9
2.2	TECNOLOGIE, DISPOSITIVI E REALIZZAZIONI PER L'INGEGNERIA CIVILE	11
2.2.1	SMORZAMENTO VISCOSO VARIABILE	11
2.2.2	RIGIDEZZA VARIABILE	13
2.2.3	ATTRITO VARIABILE	15
2.2.4	SMORZATORI A 'FLUIDI CONTROLLABILI'	16
2.2.5	APPLICAZIONI IN SCALA REALE	19
2.3	ALGORITMI E METODOLOGIE DI CONTROLLO	21
2.3.1	ALGORITMI DI ORIGINE 'INTUITIVA'	21
2.3.1.1	Algoritmi basati sull'osservazione diretta della risposta	22
2.3.1.2	Algoritmo di Kamagata & Kobori (KK) per AVS	23
2.3.1.3	Force Transfer Control (FTC)	24
2.3.1.4	Sky-Hook Damping Control	24
2.3.2	ALGORITMI ADATTATI DALLA TEORIA DEL CONTROLLO OTTIMALE	26
2.3.2.1	Algoritmi lineari: LQR ed IOC	26
2.3.2.2	Altri algoritmi non lineari	29
2.3.3	L'APPROCCIO DIRETTO IN ENERGIA	30
2.3.4	ALTRI METODI DI CONTROLLO	31
2.4	APPLICAZIONI NON DELL'INGEGNERIA CIVILE: LE SOSPENSIONI SEMI ATTIVE	35
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 2</b>	<b>39</b>

## Cap.3 - Controllo semi attivo di tipo on-off di sistemi ad un gdl

<b>3.1</b>	<b>INTRODUZIONE</b>	<b>49</b>
<b>3.2</b>	<b>MODELLO ED EQUAZIONI DEL MOTO</b>	<b>50</b>
<b>3.3</b>	<b>ALGORITMO PER IL CONTROLLO DI TIPO ON-OFF</b>	<b>51</b>
3.3.1	<i>IL CASO IN CUI GLI ELEMENTI DI CONTROLLO SI ATTIVANO A FORZA NULLA</i>	54
3.3.2	<i>IL CASO DEGLI ELEMENTI DI CONTROLLO LINEARI – SISTEMI ‘LINEARI A TRATTI’ IN CONI DELLO SPAZIO DI STATO</i>	55
<b>3.4</b>	<b>PROPRIETÀ GENERALI DELL’ALGORITMO</b>	<b>56</b>
<b>3.5</b>	<b>STRUTTURE A RIGIDEZZA VARIABILE</b>	<b>57</b>
3.5.1	<i>VIBRAZIONI LIBERE</i>	59
3.5.1.1	Il caso $\varphi \leq 0$	59
3.5.1.2	Il caso $\varphi > 0$	63
3.5.1.3	Il caso $\varphi = 0$ : Algoritmo di Inaudi ed Hayen (IH)	67
3.5.2	<i>RISPOSTA STAZIONARIA AD ECCITAZIONE SINUSOIDALE</i>	69
3.5.2.1	Confronto fra Approccio Relativo ed Approccio Assoluto	71
3.5.2.2	La soluzione analitica per l’Approccio Relativo	73
3.5.3	<i>CONFRONTO CON L’ALGORITMO DI KAMAGATA &amp; KOBORI (1994) PER ‘AVS’</i>	75
<b>3.6</b>	<b>STRUTTURE A SMORZAMENTO VARIABILE</b>	<b>77</b>
3.6.1	<i>VIBRAZIONI LIBERE</i>	78
3.6.2	<i>RISPOSTA STAZIONARIA AD ECCITAZIONE SINUSOIDALE</i>	80
<b>3.7</b>	<b>CONCLUSIONI E LIMITI DEL CONTROLLO DI TIPO ON-OFF</b>	<b>83</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 3</b>	<b>84</b>

## Cap.4 - Controllo semi attivo di tipo ‘continuo’ di sistemi ad un gdl

<b>4.1</b>	<b>GENERALITÀ</b>	<b>85</b>
4.1.1	<i>‘CLIPPED’ SEMI ACTIVE OPTIMAL CONTROL</i>	87
4.1.2	<i>CONTROLLO RETROAZIONATO LINEARE (LINEAR FEEDBACK)</i>	87
<b>4.2</b>	<b>IL REGOLATORE LINEARE QUADRATICO (LQR) ‘GENERALIZZATO’</b>	<b>88</b>
4.2.1	<i>APPLICAZIONE A SISTEMI AD 1 GDL</i>	90
4.2.1.1	Il caso limite $q_a = \infty$ : il ‘Force Transfer Control’	91
<b>4.3</b>	<b>LA PROPOSTA DI UN NUOVO ALGORITMO ‘GENERALIZZATO’ PER IL CONTROLLO OTTIMO Istantaneo (IOC)</b>	<b>92</b>
4.3.1	<i>APPLICAZIONE A SISTEMI AD 1 GDL</i>	94
<b>4.4</b>	<b>STRUMENTI PER LO STUDIO DEI SISTEMI CONTROLLATI</b>	<b>96</b>



<b>4.5</b>	<b>IOC GENERALIZZATO APPLICATO A STRUTTURE A RIGIDEZZA VARIABILE</b>	<b>99</b>
4.5.1	<i>UNIT STEP</i>	99
4.5.2	<i>WHITE NOISE ED EL CENTRO</i>	103
<b>4.6</b>	<b>IOC GENERALIZZATO APPLICATO A STRUTTURE A SMORZAMENTO VARIABILE</b>	<b>109</b>
<b>4.7</b>	<b>CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE SULL'IOC GENERALIZZATO</b>	<b>115</b>
4.7.1	<i>INTERPRETAZIONE ENERGETICA DELL'IOC GENERALIZZATO</i>	115
<b>4.8</b>	<b>CONTROLLO SEMI ATTIVO MEDIANTE LQR GENERALIZZATO</b>	<b>117</b>
<b>4.9</b>	<b>CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE</b>	<b>120</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 4</b>	<b>121</b>

## Cap.5 - Controllo semi attivo di tipo on-off di sistemi a molti gdl

<b>5.1</b>	<b>INTRODUZIONE</b>	<b>123</b>
5.1.1	<i>EQUAZIONI DEL MOTO IN COORDINATE FISICHE E MODALI</i>	125
5.1.2	<i>IL MODELLO STRUTTURALE UTILIZZATO NELLE ANALISI</i>	127
<b>5.2</b>	<b>ESTENSIONE 'DIRETTA' AI SISTEMI A MOLTI GDL: ALGORITMO 'SA-1'</b>	<b>128</b>
5.2.1	<i>PROPRIETÀ DELL'ALGORITMO</i>	130
5.2.2	<i>APPLICAZIONE NUMERICA</i>	131
<b>5.3</b>	<b>FORMULAZIONE 'MODALE': ALGORITMI 'SA-2'</b>	<b>136</b>
5.3.1	<i>TUTTI I MODI SONO COMPRESI NELL'IP: <math>N_c = N</math></i>	138
5.3.2	<i>UN SOLO MODO È COMPRESO NELL'IP: <math>N_c = 1</math></i>	138
5.3.3	<i>APPLICAZIONE NUMERICA</i>	139
<b>5.4</b>	<b>FORMULAZIONE 'SEMPLIFICATA': ALGORITMO 'SA-3'</b>	<b>142</b>
5.4.1	<i>APPLICAZIONE NUMERICA</i>	143
<b>5.5</b>	<b>STABILITÀ DEGLI ALGORITMI DI CONTROLLO</b>	<b>145</b>
<b>5.6</b>	<b>ESISTENZA DEI MODI DI VIBRARE PER SISTEMI A RIGIDEZZA VARIABILE</b>	<b>145</b>
<b>5.7</b>	<b>ECCITAZIONE NON STAZIONARIA: ACCELEROGRAMMA 'EL CENTRO'</b>	<b>149</b>
<b>5.8</b>	<b>COMPORAMENTO 'IN FREQUENZA'</b>	<b>150</b>
<b>5.9</b>	<b>CONCLUSIONI</b>	<b>151</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 5</b>	<b>153</b>

## Cap.6- Controllo di edifici intelaiati monopiano mediante controventi semi attivi

<b>6.1</b>	<b>PRESENTAZIONE</b>	<b>155</b>	
<b>6.2</b>	<b>DEFINIZIONE DEL MODELLO E DEL PROBLEMA PROGETTUALE</b>	<b>156</b>	
<b>6.3</b>	<b>CONTROLLO PASSIVO OTTIMIZZATO</b>	<b>158</b>	
6.3.1	<i>CRITERIO DI PROGETTO: DEFINIZIONE DI UN INDICE ENERGETICO (EDI)</i>		158
6.3.2	<i>DETERMINAZIONE DELLE VARIABILI DI PROGETTO OTTIMALI</i>		160
<b>6.4</b>	<b>ALGORITMI PER IL CONTROLLO SEMI ATTIVO DEI CONTROVENTI</b>	<b>166</b>	
<b>6.5</b>	<b>CONTROLLO SEMI ATTIVO DEI DISPOSITIVI OTTIMALI PER IL CONTROLLO PASSIVO</b>	<b>166</b>	
<b>6.6</b>	<b>CONTROLLO SEMI ATTIVO ‘OTTIMIZZATO’</b>	<b>169</b>	
<b>6.7</b>	<b>CONCLUSIONI</b>	<b>173</b>	
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 6</b>	<b>175</b>	

## Cap.7- Controllo di edifici intelaiati multipiano mediante controventi semi attivi

<b>7.1</b>	<b>INTRODUZIONE</b>	<b>177</b>	
<b>7.2</b>	<b>IL MODELLO DI CALCOLO</b>	<b>178</b>	
7.2.1	<i>LA DEFINIZIONE DEL SISTEMA DI CONTROLLO</i>		179
<b>7.3</b>	<b>CONTROLLO PASSIVO OTTIMALE</b>	<b>182</b>	
<b>7.4</b>	<b>ALGORITMI PER IL CONTROLLO SEMI ATTIVO DI TIPO ON-OFF</b>	<b>185</b>	
<b>7.5</b>	<b>CONTROLLO SEMI ATTIVO DEI DISPOSITIVI OTTIMALI PER IL CONTROLLO PASSIVO</b>	<b>186</b>	
<b>7.6</b>	<b>CONTROLLO SEMI ATTIVO OTTIMALE</b>	<b>188</b>	
<b>7.7</b>	<b>CONCLUSIONI</b>	<b>191</b>	
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 7</b>	<b>192</b>	

## Cap.8- Applicazione ad un caso-studio: controllo passivo e semi attivo di una struttura ‘benchmark’

<b>8.1</b>	<b>IL PROBLEMA ‘BENCHMARK’</b>	<b>193</b>	
8.1.1	<i>LA STRUTTURA ‘BENCHMARK’</i>		194
8.1.2	<i>CRITERI DI VALUTAZIONE DELLA RISPOSTA</i>		196
8.1.3	<i>I RISULTATI DEL ‘BENCHMARK’: CONTROLLO MEDIANTE TIRANTI ATTIVI</i>		197

---

<b>8.2</b>	<b>CONTROLLO PASSIVO MEDIANTE CONTROVENTI DISSIPATIVI</b>	<b>198</b>
<b>8.3</b>	<b>CONTROLLO SEMI ATTIVO</b>	<b>201</b>
8.3.1	<i>ALGORITMO DI CONTROLLO DI TIPO ON-OFF</i>	201
8.3.2	<i>CONTROLLO SEMI ATTIVO DEI DISPOSITIVI OTTIMALI PER IL CONTROLLO PASSIVO</i>	202
8.3.3	<i>CONTROLLO SEMI ATTIVO OTTIMIZZATO</i>	203
<b>8.4</b>	<b>CONCLUSIONI</b>	<b>205</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA DEL CAPITOLO 8</b>	<b>206</b>

## Cap.9- Conclusioni

<b>9.1</b>	<b>SOMMARIO E CONCLUSIONI</b>	<b>207</b>
9.1.1	<i>PARTE I: TEORIA</i>	208
9.1.2	<i>PARTE II: APPLICAZIONI</i>	210
<b>9.2</b>	<b>POSSIBILI SVILUPPI FUTURI</b>	<b>211</b>



# CAPITOLO 1

## PRESENTAZIONE

---

*In questo capitolo si introdurranno, prima di tutto, i concetti del controllo strutturale in generale e di quello Semi Attivo in particolare. Quindi, dopo avere illustrato il processo di progettazione ottimale del controllore (nello specifico, di tipo Semi Attivo), si presenterà il resto della tesi.*

---

### 1.1 Introduzione al Controllo Strutturale

Nella corrente pratica dell'ingegneria strutturale, per la progettazione di strutture soggette a severe eccitazioni ambientali, come ad esempio forti terremoti e tempeste di vento, il concetto di sicurezza è applicato più alla salvaguardia della vita umana che alla struttura stessa. A questo concetto, infatti, sono legate tutte le moderne normative antisismiche, secondo le quali la maggior parte degli edifici sono tuttora progettati per danneggiarsi, in maniera anche pronunciata, durante un evento eccezionale (ad esempio sismico), ma evitando il collasso, preservando così le vite umane in esso contenute. Il danneggiamento permette la dissipazione di una parte importante dell'energia di input, ma le deformazioni permanenti che da esso derivano richiedono importanti ed onerosi (per tempo e denaro) interventi di recupero (o addirittura di demolizione e ricostruzione) ed inoltre lasciano la struttura più vulnerabile a possibili eventi successivi.

La filosofia progettuale alternativa, che sta finalmente prendendo piede, è quella basata sulla specificazione delle prestazioni attese dalla struttura durante gli eventi, '*Performance-based design*', si veda ad esempio (Bertero, 2000). Questa filosofia, oltre ovviamente a richiedere la salvaguardia delle vite umane, considera anche altre esigenze, come ad esempio quella di rendere minimo il danneggiamento strutturale. Un possibile modo di applicare questi principi è quello di usare le tecniche del *Controllo Strutturale*, concetto formalizzato per la prima volta da Yao (1972), applicando le teorie dei controlli automatici all'ingegneria civile.

Infatti, i metodi innovativi del *Controllo Strutturale* (Housner *et al.*, 1997) sono diventati, negli ultimi anni, di estrema attualità in quanto consentono di progettare strutture in grado di resistere ad azioni dinamiche di grossa entità, (Housner *et al.*, 1994) (Kobori 1994, 1998). La riduzione di prescelte grandezze di risposta è certamente caratteristica essenziale di questi sistemi; nel campo dell'ingegneria civile, però, la semplicità, l'affidabilità, e la capacità di funzionare senza il bisogno di ingenti quantità di energia esterna rivestono, anch'esse, un ruolo fondamentale. Per questo è necessario studiare sistemi di protezione delle strutture efficaci ed al tempo stesso affidabili.

Tra tali metodi innovativi di controllo si possono distinguere, principalmente, tre approcci distinti: passivo, attivo e semi attivo; a questi se ne aggiunge un quarto che è quello ibrido.

Il *Controllo Passivo* (CP) utilizza sistemi che sviluppano la forza di controllo come risposta di opportuni dispositivi (che, ovviamente, non possono più essere modificati dopo l'installazione) al moto della struttura, senza richiedere fonti di energia esterna. In generale, fra questi si classificano l'*Isolamento*, la *Dissipazione Aggiuntiva di Energia* e gli *Smorzatori a 'Masse Accordate'* (*Tuned Mass Dampers*, TMD), mediante i quali si limita l'ingresso di energia nella struttura da proteggere oppure se ne dissipa la maggior parte in appositi dispositivi. Le tecnologie di controllo passivo sono entrate, ormai da tempo, nel campo delle applicazioni civili e rappresentano uno strumento efficace ed affidabile di controllo, si veda ad esempio (Anderson, 1990) (Hanson, 1993) (Soong & Dargush, 1997) e (Constantinou *et al.*, 1998). Il loro maggiore svantaggio, rispetto agli altri metodi, è legato all'incapacità di *adattamento* alle reali condizioni di esercizio (input e/o risposta strutturale), poiché la loro progettazione può solo basarsi, *a priori*, sulla previsione dell'eccitazione.

I sistemi di *Controllo Attivo* (CA) utilizzano attuatori esterni per applicare le forze di controllo alla struttura; l'entità di tali forze è determinata, in tempo reale e sulla base di un prefissato *algoritmo* di controllo, in funzione della risposta strutturale e/o dell'eccitazione stessa. I sistemi attivi richiedono, per funzionare, una fonte di energia esterna ed un sistema integrato di raccolta di informazioni (*sensori*), di elaborazione dei dati (*unità di controllo*) e di dispositivi capaci di imporre la forza di controllo così determinata alla struttura (*attuatori*), (Soong, 1990). Questi sistemi, dotati della fondamentale caratteristica di *adattabilità* alle reali condizioni di esercizio, se ben progettati possono condurre ad ottimi risultati, specialmente nei campi dell'ingegneria aeronautica ed aerospaziale, (Preumont, 1999). D'altro canto, nel caso di strutture civili, le masse in gioco particolarmente grandi fanno sì che le forze di controllo debbano compensare altrettanto ingenti forze di inerzia; la generazione di queste forze mediante potenti e complessi attuatori (ad esempio oleodinamici), diventa

particolarmente problematica; inoltre, la grande quantità di energia richiesta da tali sistemi rappresenta, probabilmente, una delle maggiori difficoltà alla loro diffusione in questo campo, soprattutto per il problema dell'alimentazione durante gli eventi più severi (proprio quelli per cui il sistema di controllo deve avere la massima efficienza).

Il *controllo Semi Attivo* (SA) si realizza, invece, tramite la regolazione, in tempo reale, dei parametri meccanici dei dispositivi di controllo, i quali interagiscono “passivamente” con il resto della struttura, in risposta al moto strutturale stesso. Le modalità di regolazione di tali parametri sono determinate, sulla base di un prescelto algoritmo di controllo, in funzione dell'eccitazione e/o della risposta strutturale; quindi, come per il CA, il sistema necessita di *sensori*, *processori* ed *attuatori*. L'energia esterna richiesta, però, è minima rispetto ai sistemi attivi (quanto basta a modificare le caratteristiche meccaniche dei dispositivi) e può essere fornita, ad esempio, da una semplice batteria. Il funzionamento di questi sistemi di controllo è illustrato, schematicamente, nel diagramma a blocchi riportato in Fig.1.1.1. Tali sistemi rappresentano una ‘evoluzione’ dei corrispondenti sistemi passivi; quindi, conservando le fondamentali caratteristiche di *affidabilità* e *sicurezza*, affiancano loro quella dell'*adattabilità*, fondamentale per l'avvicinamento del livello prestazionale consentito dai sistemi pienamente attivi, ottenendo un interessante compromesso fra le due metodologie di controllo.

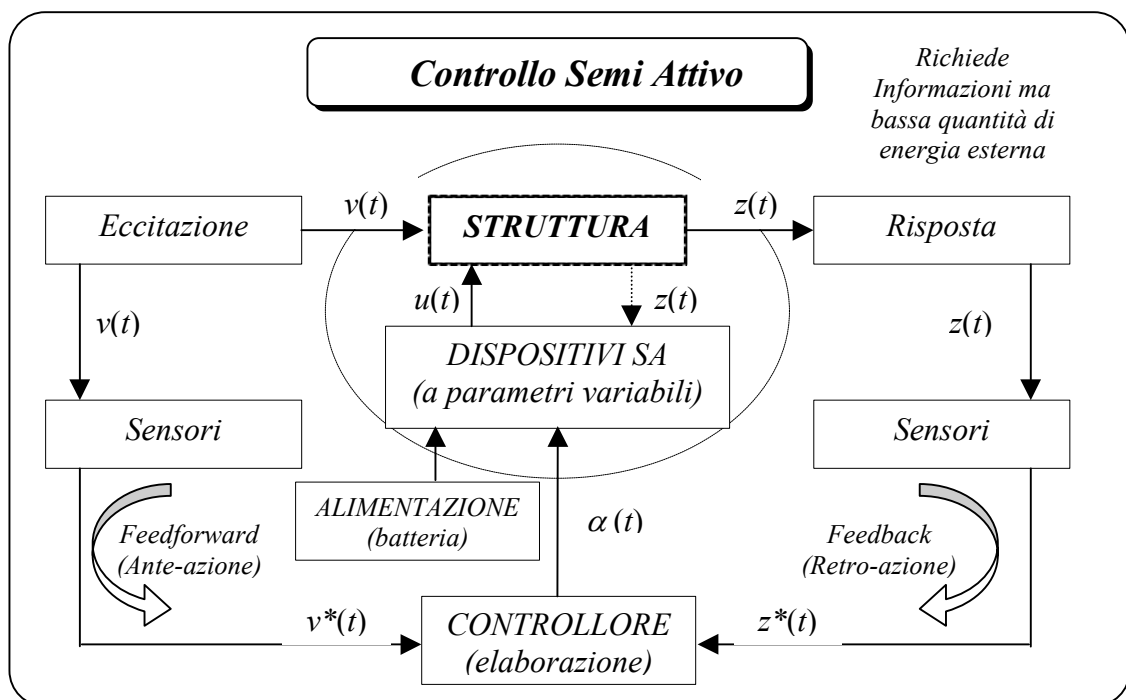


Fig. 1.1.1 – Diagramma a blocchi per il controllo strutturale Semi Attivo.

Infine, il *Controllo Ibrido* consiste nel combinare, opportunamente, i sistemi finora descritti. Quindi, in generale, in questi casi agisce un sistema passivo a cui si affianca, per

migliorarne le prestazioni, uno *attivo* o *semi attivo*; le richieste di energia esterna sono ridotte per la presenza del sistema passivo, che inoltre garantisce il necessario livello minimo di affidabilità. Applicazioni di questi sistemi si hanno, per esempio, nell'*Isolamento Ibrido* (per ponti o edifici) o negli *Hybrid Mass Dampers* (HMD).

Si noti, a conferma delle maggiori possibilità di applicazione al controllo di edifici civili delle tecniche semi attive o ibride, che fra le 46 realizzazioni in scala reale di edifici controllati non in maniera passiva, di cui ben 43 si trovano in Giappone, (Spencer & Soong, 1999) (Soong & Spencer, 2000), la grande maggioranza (31) è costituita da sistemi a masse accordate ibridi (HMD), tre sono le realizzazioni di tipo SA, mentre solo 7 sono quelle pienamente attive, tutte realizzate mediante *Active Mass Dampers* (AMD). Le stesse tecniche di controllo sono state utilizzate durante la costruzione di diversi ponti (nella quasi totalità sospesi), soprattutto per proteggere dal vento le torri in costruzione, (Spencer & Sain, 1997). Molto poche sono le realizzazioni europee, (Baratta & Casciati, 2000), in particolare sistemi AMD per la mitigazione della risposta al vento sono stati utilizzati durante la costruzione del ponte di Normandia (Francia, ponte strallato con campata centrale di 858m) ed installati permanentemente in un grattacielo a Francoforte (Germania).

Per quanto riguarda il controllo *passivo* ed *attivo*, e quindi anche sulle tecniche ibride che li utilizzano contemporaneamente, molti esaurienti studi (di carattere analitico, numerico e sperimentale) sono ormai disponibili, e si può quindi ragionevolmente pensare di non essere molto lontani dalla piena comprensione del problema, tanto da essere probabilmente giunti ad un punto in cui la sperimentazione in laboratorio su modelli, in vista delle applicazioni in scala reale, deve assumere il ruolo da protagonista, (Casciati, 1998).

Lo stesso sicuramente vale per il controllo di tipo *semi attivo*. Ma, tenendo conto che la maggior parte degli studi sull'argomento risalgono solo agli ultimi anni, forse si deve ancora considerare, per il controllo SA, la necessità di una maggiore comprensione teorica del problema, che permetta di affrontare meglio la sperimentazione. A questo approfondimento teorico sul controllo SA, alla formulazione di algoritmi ed allo studio del comportamento dinamico dei sistemi controllati è, quindi, dedicata la presente tesi, che deve intendersi quale preludio di future (e più coscienti) applicazioni sperimentali.

Prima di presentare quello che sarà discusso nel seguito della tesi, pare opportuno parlare del processo di progettazione di un sistema di controllo ottimale.



## 1.2 Il processo di progettazione di un sistema di controllo

Per quanto riguarda il problema della progettazione ottimale di un sistema di controllo, in particolare SA, richiamando anche ciò che è stato illustrato da Ciampi & De Angelis (1996) per sistemi di controllo basati sulla dissipazione di energia, si devono definire i seguenti elementi:

- 1) Il modello strutturale e quindi i *Parametri del Modello (PM)*, che costituiscono i dati di partenza del problema;
- 2) Le *Variabili di Progetto (VP)*, cioè i parametri che definiscono il sistema di controllo nella sua interezza;
- 3) L'*Input* considerato (*IN*);
- 4) Le *Grandezze di Risposta (GR)* da tenere in considerazione, che a loro volta si possono suddividere in: cinematiche, statiche, di danno ed energetiche;
- 5) Gli *obiettivi* del progetto (*OB*) e, quindi, i *criteri di progetto* per il sistema di controllo.

Aspetto peculiare del controllo SA è che il sistema di controllo (o *controllore*) è costituito da due parti distinte ma fortemente correlate fra loro:

- a) il *Software*, costituito dall'*algoritmo di controllo* che determina in *tempo reale*, durante le vibrazioni, il parametro ottimale da assegnare ai dispositivi controllabili (*ottimizzazione nel tempo* del controllore);
- b) l'*Hardware*, costituito materialmente dal *dispositivo* e dalla *struttura* con cui è chiamato ad interagire, e che deve essere definito *a priori* senza più possibilità di essere modificato durante l'esercizio.

Dall'ottimizzazione del controllore, così articolato, si ottengono le variabili di progetto, che sono costituite (in un caso SA), per l'*Hardware* dal tipo di dispositivo utilizzato (legame costitutivo) e dalle sue caratteristiche fisiche e tecnologiche che, come vedremo, costituiscono fondamentalmente il vincolo a cui deve sottostare il parametro meccanico del dispositivo stesso (parametri variabili del legame costitutivo); invece per il *Software* le VP sono costituite dai parametri che caratterizzano l'algoritmo di controllo prescelto per l'ottimizzazione nel tempo dei dispositivi SA.

Il problema progettuale per un controllore SA consiste, quindi, nella determinazione *simultanea* del migliore algoritmo di controllo (*Software*) e dell'*Hardware* che meglio lo realizzi, in funzione della struttura, dell'input e della pluralità di obiettivi prefissati. L'aspetto caratterizzante di questo problema, non sempre adeguatamente considerato in letteratura, è

quello della *simultaneità* delle due parti della progettazione, che deve essere effettuata, per quanto è possibile, secondo gli stessi criteri.

Per la realizzazione di entrambi gli aspetti del problema progettuale, in questa tesi si cercherà di utilizzare metodi (o interpretazioni) basati su un approccio energetico, che sembra essere il migliore aspetto unificante del problema.

Si noti come nella parte *Hardware* del controllore si sia inserita anche la struttura da proteggere stessa, questo perché il futuro del controllo strutturale (almeno per quanto riguarda le costruzioni di nuova concezione) sta nell'ideazione di strutture in cui la parte attiva (*controllore*) è integrata e simultaneamente progettata con quella passiva (*struttura non controllata o da proteggere*). Seguendo una terminologia proposta da Soong e Spencer (2000), questo approccio innovativo dà luogo ad una '*struttura attiva*' (o *intelligente*), concettualmente molto diversa da una struttura già autonomamente progettata e semplicemente dotata a posteriori di un sistema di controllo (*struttura controllata*).

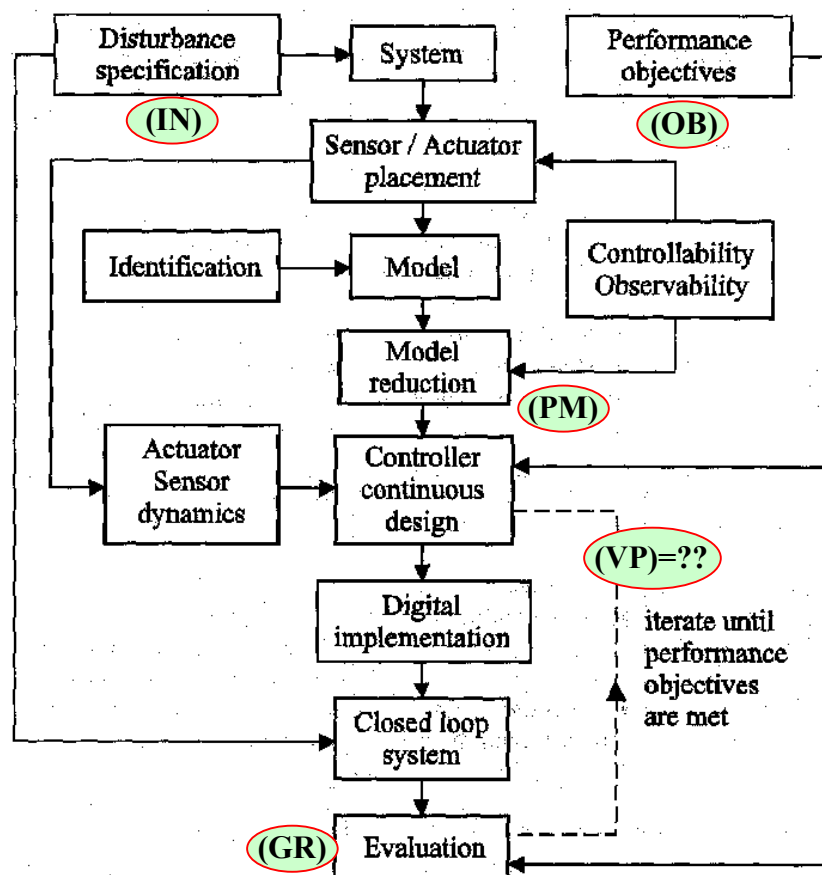


Fig.1.2.1 – I vari passi per il progetto di una struttura attiva, da (Preumont, 1999) modif.

Infine, tenendo conto di quanto si è detto, si riporta nella Fig.1.2.1 un significativo diagramma a blocchi, tratto da (Preumont, 1999), in cui si illustrano esaurientemente i vari

passi che caratterizzano la progettazione di una struttura attiva. In evidenza sono stati aggiunti gli elementi del problema da noi precedentemente definiti.

### 1.3 Presentazione della tesi

Premesso quanto visto sul controllo strutturale e sulla progettazione di un sistema di controllo (in particolare SA) ottimale, in questo paragrafo si vuole presentare, brevemente, il resto della tesi, che affronterà, nella prima parte, il problema della progettazione degli algoritmi per il controllo di sistemi semi attivi.

Quindi, dopo il Cap.2, in cui si riporta uno stato dell'arte ragionato riguardante sia i dispositivi di tipo SA che, soprattutto, una originale classificazione dei metodi di controllo proposti in letteratura, si illustrerà, per un sistema ad 1 gdl, il problema del controllo SA di tipo ON-OFF (in cui i dispositivi possono assumere due soli stati di funzionamento: elemento attivo o non attivo, Cap.3) ed il caso in cui i parametri meccanici dei dispositivi possono assumere, con continuità, un valore in un dato intervallo (controllo 'continuo', Cap.4). Infine, si studierà l'estensione di questi metodi di controllo a sistemi a molti gdl, Cap.5.

In questo studio si porrà maggiormente l'attenzione alla progettazione del *software* del controllore (algoritmo di controllo) osservando, in particolare, il comportamento dinamico dei sistemi controllati e l'influenza che su questo hanno le possibili scelte della configurazione dell'algoritmo stesso, in modo da selezionare la posizione ottimale.

Nella seconda parte (Cap.6 e 7), invece, si riportano delle applicazioni a modelli rappresentativi di situazioni strutturali particolarmente significative, costituite da telai dotati di controventi SA, passando da modelli semplificati ad un piano ad edifici multipiano. In questo caso si illustrerà, con maggiore dettaglio, il problema della progettazione ottimale dei dispositivi che realizzano il controllo (*Hardware*). Inoltre, determinata la configurazione ottimale dei dispositivi, si confronteranno le prestazioni del controllo rispetto a quelle dei corrispondenti (più 'usuali') sistemi passivi ottimizzati, in modo da quantificare i potenziali benefici dell'applicazione del controllo SA.

Infine (Cap.8), l'efficacia dei sistemi SA così progettati sarà verificata anche rispetto a sistemi di controllo attivo di letteratura, mediante l'applicazione di controventi SA ad un problema *benchmark* (di prima generazione) proposto per il controllo strutturale di tipo attivo.

## BIBLIOGRAFIA del capitolo 1

- Anderson T.L. ed., 1990. THEME ISSUE: Seismic Isolation. *Earthquake Spectra*, vol.6 n.2, May 1990.
- Baratta A. & Casciati F., 2000. Monitoring the ongoing European effort in structural control. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Engineering 12WCEE*, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n.1626.
- Bertero V.V., 2000. Performance-based seismic engineering: conventional vs. innovative approaches. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Engineering 12WCEE*, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n.2074.
- Casciati F., 1998. Scale laboratory testing towards actual actively controlled structural systems. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.41-50.
- Ciampi V. & De Angelis M., 1996. Optimal design of passive control system based on energy dissipation for earthquake protection of structures. *Proc. of European Conf. on Struct Dynamics EURO96*, Firenze (Italy), 5-8 June 1996.
- Constantinou M.C., Soong T.T. & Dargush G.F., 1998. Passive energy dissipation systems for structural design and retrofit. *MCEER Monograph No.1, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research*, State University of NY at Buffalo (USA), 1998.
- Hanson R.D. ed., 1993. THEME ISSUE: Passive Energy Dissipation. *Earthquake Spectra*, vol.9 n.3, Aug. 1993.
- Housner G.W., Soong T.T. & Masri S.F., 1994. Second generation of active structural control in civil engineering. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p. Panel/3-17.
- Housner G.W., Bergman L.A., Caughey T.K., Chassiakos A.G., Claus R.O., Masri S.F., Skelton R.E., Soong T.T., Spencer B.F. & Yao J.T.P., 1997. Structural control: past, present, and future. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, Special Issue, vol.123, n.9, Sept. 1997, p. 897-971.
- Kobori T., 1994. Future direction on research and development of seismic-controlled structure. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p. Panel/19-31.
- Kobori T., 1998. Mission and perspective towards future structural control research. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.25-34.
- Preumont A., 1999. *Vibration control of active structures*. Kluwer Academic Publ., Netherlands, 1999.
- Soong T.T., 1990. *Active Structural Control: Theory and Practice*. Longman Scientific and Tech., Essex (Engl).
- Soong T.T. & Dargush G.F., 1997. *Passive energy dissipation systems in structural engineering*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester-New York, 1997.
- Soong T.T. & Spencer B.F. Jr., 2000. Active, semi-active and hybrid control of structures. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Engineering*, 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n. 2834.
- Spencer B.F. Jr. & Sain M.K., 1997. Controlling buildings: a new frontier in feedback. *IEEE Control Systems Magazine*, Special issue on Emerging Technologies, Vol.17 n.6, Dec.1997, p.19-35. Web: <http://www.nd.edu/~quake> (16 Oct. 2001).
- Spencer B.F. Jr. & Soong T.T., 1999. New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non-seismic vibration in the USA. *Proc. Intrn. Post-SMiRT Conf. Sem. on Seismic Isol., Passive Energy Diss. and Active Control of Vibration of Struct.*, Cheju (Korea), Aug. 1999.
- Yao J.T.P., 1972. Concept of structural control. *Jour. of Struct. Div. ASCE*, vol.98, n.ST7, July, p.1567-1574.

## CAPITOLO 2

### IL CONTROLLO SEMI ATTIVO: UN'INTRODUZIONE ALLA LETTERATURA

---

*Nel capitolo si riporta un'introduzione ragionata alla letteratura sul controllo strutturale di tipo SA. Si analizza, con particolare attenzione alle applicazioni nel campo dell'ingegneria civile, uno stato dell'arte sulle tecnologie riguardanti i dispositivi SA, quindi, si classificano gli algoritmi e strategie di controllo proposte. Infine, si accenna anche al campo delle sospensioni SA per autoveicoli.*

---

#### 2.1 Introduzione: l'idea del controllo Semi Attivo

Il controllo delle vibrazioni strutturali per mezzo di sistemi *Semi Attivi* (SA), in campo meccanico aerospaziale e civile, sta prepotentemente assumendo, negli ultimi anni, sempre maggiore importanza. Il motivo, come si è già visto nel Cap.1, va attribuito al fatto che questi sistemi, basati sulla modificazione in tempo reale delle caratteristiche meccaniche dei dispositivi (che poi interagiscono *passivamente* con la struttura) e su una *minima* richiesta di energia esterna, sono potenzialmente capaci di abbinare l'*affidabilità* e *semplicità* dei sistemi passivi, all'*adattabilità* tipica di quelli attivi.

Introdotta il concetto di *controllo strutturale* da Yao (1972), l'idea di esercitare l'azione di controllo sulla struttura, non tramite attuatori ma mediante una forza di *damping* regolabile tramite il controllo di una variabile secondaria, introducendo quindi il concetto del controllo Semi Attivo, sembra essere attribuibile a Karnopp ed altri (1974), che per primi proposero di variare la forza in uno smorzatore a fluido viscoso controllando l'apertura di una valvola, allo scopo di ottenere il migliore isolamento di una massa dal moto del supporto. In questo lavoro, inoltre, si parla della 'lunga storia' dell'idea di utilizzare sistemi di controllo a parametri rapidamente modificabili, che inizia nei primi anni '20 del Novecento, periodo a cui risalgono i primi brevetti per smorzatori (*shock absorbers*) dotati di valvole, attraverso le quali doveva

passare il fluido viscoso, regolabili mediante una massa oscillante o contatti elettrici. Tali sistemi, però, non ebbero successo finché le tecnologie disponibili (di realizzazione e di analisi della risposta) non furono sufficientemente 'mature' per gestirli correttamente, cosa che cominciò ad avvenire solo intorno agli anni '50 e '60, sotto il forte impulso, come spesso avviene nella storia della scienza e della tecnica, della competizione militare.

Nel lavoro di Karnopp, la strategia di controllo è quella di emulare il caso ideale dello *Skyhook Damper*, su cui si tornerà in seguito (§2.3.1.4); il campo di applicazione era quello delle sospensioni automobilistiche dove, rispetto all'ingegneria civile, è più importante la limitazione del moto assoluto (che determina il *comfort* degli occupanti il veicolo) che quello relativo. Per anni, quindi, le ricerche sul controllo SA si sono rivolte a nuovi sistemi di sospensioni attive per automobili e macchine e, tutt'oggi, molti studi sull'argomento si riferiscono proprio a questo campo (§2.4).

I primi a proporre, negli anni '80, l'applicazione di tali dispositivi all'ingegneria civile sono stati Hrovat ed altri (1983). Nel loro lavoro si studia, infatti, l'estensione del concetto di controllo SA dalle sospensioni di autoveicoli al campo del controllo strutturale di edifici soggetti ad eccitazioni di tipo ambientale (modellate come rumore bianco), per mezzo di un *Tuned Mass Damper* collegato alla struttura mediante di uno smorzatore SA, Fig.2.1.1. Hrovat definiva questa estensione "naturale ed estremamente promettente", soprattutto per la ristretta banda di frequenze coinvolte nelle applicazioni civili (fino a 5 Hz contro gli oltre 50 Hz delle sospensioni di autoveicoli) ed, applicando algoritmi di tipo 'Quadratici Lineari' (LQ, §2.3.2.1), otteneva promettenti risultati sia rispetto al controllo passivo che attivo.

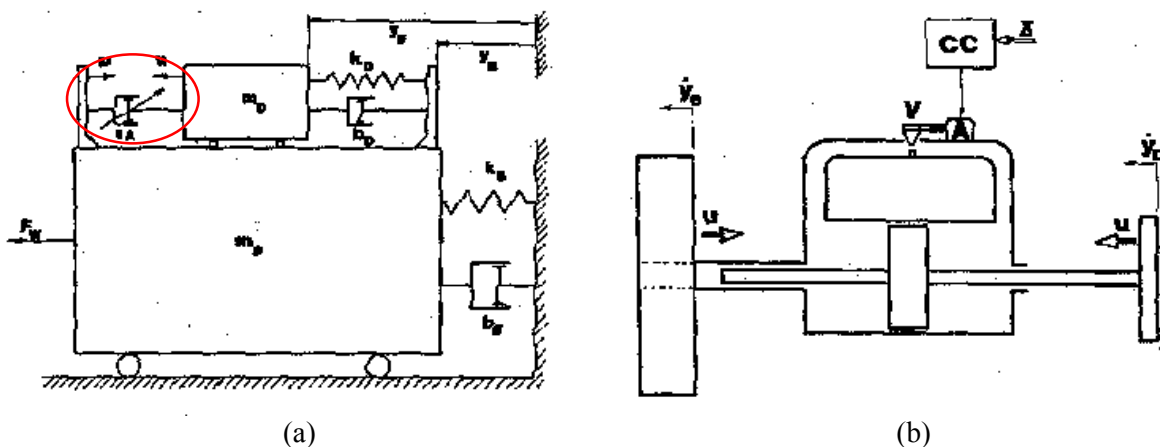


Fig.2.1.1 – da (Hrovat et al., 1983): (a) Modello di edificio con TMD SA; (b) Attuatore SA.

Da queste prime idee è passato ormai molto tempo e gli studi sull'argomento si sono moltiplicati formando, ad oggi, il vasto quadro della letteratura scientifica riguardante il

controllo SA. In questo capitolo, che non può avere la pretesa di parlare di *tutto* quello che si è scritto sull'argomento, si vuole offrire una semplice introduzione documentata al problema, in modo da poter avere un'idea sia di cosa offre la tecnologia dei dispositivi a parametri variabili che degli algoritmi e strategie di controllo maggiormente utilizzate.

Nel fare questo si prediligeranno le applicazioni di tipo civile, ma non senza dedicare un paragrafo anche al vasto filone delle sospensioni attive, culla del controllo SA, che a partire da Hrovat si è separato dal primo ed a questo corre parallelo.

Per quanto riguarda le tecnologie di realizzazione dei dispositivi, esistono già in letteratura diversi completi stati dell'arte, sia per il controllo strutturale in generale, (Housner *et al.*, 1997), che per quello SA in particolare, (Symans & Constantinou, 1999), ai quali ovviamente si rimanda. Lo scopo, nell'affrontare questo argomento, sarà quello di comprendere meglio con quali strumenti si possono applicare le tecniche e gli algoritmi che sono la parte principale del resto della tesi, mostrando anche le applicazioni alla realtà del costruito.

Proprio per l'attenzione predominante che, nella tesi, si dedicherà gli algoritmi rispetto alle tecnologie di realizzazione, si è curata anche una breve rassegna (per quanto possibile classificatoria) dei metodi ed algoritmi di controllo SA presenti in letteratura, sui quali non esiste attualmente un esauriente stato dell'arte che fornisca una chiave per districarsi fra le centinaia di proposte che oggi si sommano velocemente alle precedenti.

## 2.2 *Tecnologie, dispositivi e realizzazioni per l'ingegneria civile*

### 2.2.1 **Smorzamento viscoso variabile**

I dispositivi che per primi sono stati studiati, e che tuttora hanno un ruolo fondamentale nelle applicazioni, sono costituiti da un ammortizzatore idraulico dotato di un pistone che lo divide in due camere; la pressione differenziale, che genera la forza resistente, è modulata mediante una valvola di controllo esterna (a dimensione variabile) che collega le due camere del cilindro (Fig.2.2.1.1a,b) e nella quale un fluido viscoso (usualmente olio), scorrendo, dissipa energia. Il modello fenomenologico di questi dispositivi è un elemento viscoso lineare con smorzamento regolabile (Symans & Constantinou, 1997):

$$F(t) = C_{SA}(u)\dot{\delta}(t), \quad (C_{min} \leq C_{SA} \leq C_{max}), \quad (2.2.1)$$

ove  $\delta$  è la deformazione del dispositivo ed  $u$  è la variabile di controllo, ad esempio la tensione nell'elettrovalvola. Se il dispositivo assume due soli stati di funzionamento (ad esempio la valvola può essere solo 'aperta' o 'chiusa'), si parla di controllo di tipo ON-OFF, invece se il

parametro meccanico del dispositivo può assumere un qualsiasi valore compreso in un certo intervallo (la valvola si apre e chiude gradualmente), allora si parla di controllo 'continuo'.

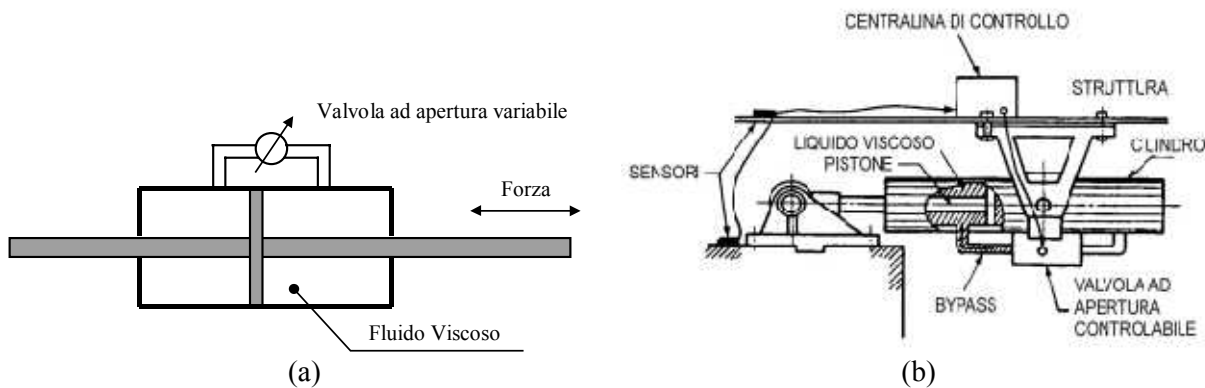


Fig.2.2.1.1 – (a) Schema di 'variable orifice damper'; (b) Dispositivo viscoso variabile, da (Kawashima & Unjoh, 1993) modif.

Applicazioni di dispositivi di questo tipo, nella protezione di ponti ed edifici si trovano, ad esempio, in (Feng & Shinozuka, 1990), (Kawashima & Unjoh, 1993), (Sack & Patten, 1993), (Loh & Ma, 1994), (Patten *et al.*, 1994 1996 e 1998), (Sadek & Mohraz, 1998), (Symans & Kelly, 1999), (Soda & Iwata, 2000), (Kuehn & Stalford, 2000), (El-Borgi *et al.*, 2000) ed ancora in (Symans *et al.*, 1994) e (Symans & Constantinou, 1995 e 1997). Ad esempio in questi ultimi lavori si stimano, per un dispositivo a funzionamento ON-OFF (la cui forza massima è pari a 8.9 kN), i tempi di risposta per la fase di apertura, 15 ms, e per quella di chiusura, 25 ms, con una richiesta massima di potenza esterna pari a circa 3 W. In (Symans *et al.*, 2000) e (Yoshida & Fujio, 2000) questi dispositivi si affiancano all'isolamento alla base, limitandone gli spostamenti senza aumentare la trasmissione di forza alla sovrastruttura. Altri studi giapponesi, indirizzati ad una applicazione in vera grandezza che si vedrà in seguito (Kajima Shizouka Bldg., §2.2.5) sono, ad esempio, (Kurata *et al.*, 1996) e (Niwa *et al.*, 2000).

Un'originale variante di questi dispositivi si trova in (Ribakov & Gluck, 2000) e (Ribakov *et al.*, 2001), dove è presentato un 'Active Viscous Damping System (AVDS)', Fig.2.2.1.2, in cui la forza viscosa variabile si ottiene modificando, mediante un dispositivo di controllo (5), l'angolo fra i due smorzatori viscosi (4) ed il piano perpendicolare alla barra di attivazione (2) che connette il dispositivo alla struttura.

Infine lo smorzamento viscoso variabile si può ottenere anche mediante dispositivi elettromeccanici, (Sato & Tanaka, 1998), o elettroinduttivi, (Battaini *et al.*, 1998). In particolare, in quest'ultima tipologia di dispositivi la forza di controllo è generata nel 'traferro' fra due elettromagneti, a seguito del loro moto relativo; il controllo delle proprietà



elettromeccaniche del dispositivo è possibile tramite connessioni esterne capaci di variarne la resistenza elettrica (e quindi le capacità dissipative).

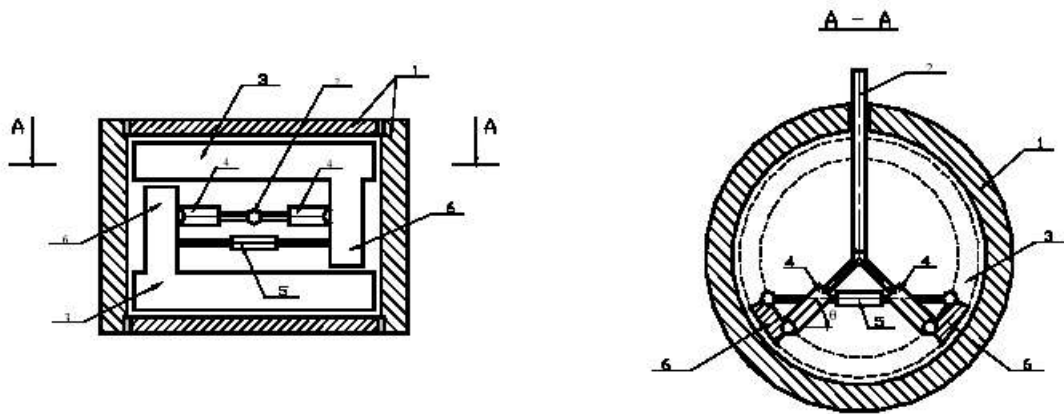


Fig.2.2.1.2 – AVDS, Active Viscous Damped System, da (Ribakov *et al.*, 2000 e 2001).

## 2.2.2 Rigidezza variabile

Altri sistemi SA ampiamente studiati sono quelli a “rigidezza variabile” (*Active Variable Stiffness: AVS*) proposti per evitare in tempo reale situazioni di risonanza, variando la rigidezza (quindi il periodo proprio) della struttura, in relazione all’eccitazione, (Kobori *et al.*, 1993) (Yamada & Kobori, 1995) e (Nemir *et al.*, 1994). Per dispositivi di questo tipo il modello fenomenologico è il seguente, ove  $\delta_o$  è la deformazione  $\delta$  per l’ultima attivazione:

$$F(t) = K_{SA}(u)[\delta(t) - \delta_o(t)]. \quad (2.2.2)$$

Secondo la proposta giapponese, la variazione della rigidezza si può ottenere per mezzo di un dispositivo di blocco, a rapida risposta e due stati, che seleziona una delle possibili configurazioni per la matrice di rigidezza del sistema, (Kobori & Kamagata, 1992) e (Kamagata & Kobori, 1994), (Kurata *et al.*, 1994) e (Nasu *et al.*, 1998). Il dispositivo (*Variable Stiffness Device: VSD*, Fig.2.2.2.1) è costituito da un cilindro pieno d’olio collegato ad un normale controvento ‘a K’, dove scorre un pistone collegato alla trave del telaio. Un tubicino mette in comunicazione le due camere del cilindro per cui, quando il flusso è consentito, il controvento non è solidale al telaio e la rigidezza in gioco è solo quella di quest’ultimo; una elettrovalvola consente di interrompere il flusso e, quindi, di fare entrare in azione il controvento, la cui rigidezza si somma così a quella del telaio; per il funzionamento dell’elettrovalvola sono richiesti solo 20 W di potenza, il tempo di ritardo complessivo è circa di 30 ms ed il carico di progetto è di 35 kN. Un dispositivo di questo tipo è stato proposto e provato sperimentalmente anche in Italia, (Serino & Russo, 1997) e (Serino *et al.*, 2000).

Dello stesso tipo di controllo, ottenuto mediante un attuatore idraulico posto in sommità di un controvento elastico 'a K', si parla in (Jiang *et al.*, 2000), mentre un diverso connettore di tipo meccanico, secondo gli autori più 'preciso' in fase di riattivazione (ritardo pari a soli 2 ms), è stato più recentemente presentato da Shih (2000).

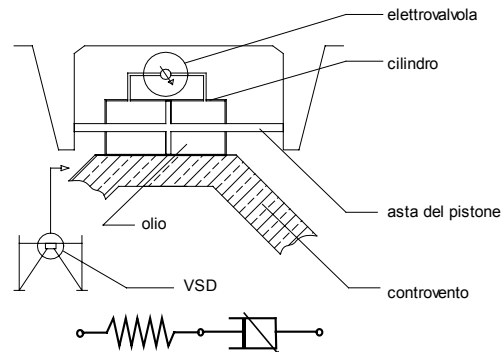
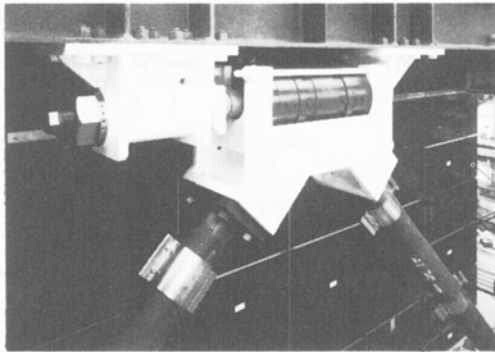


Fig.2.2.2.1 – Variable Stiffness Device VSD, per AVS.

Si noti che questo tipo di dispositivo non è altro che un normale controvento elastico a cui si aggiunge, in serie, un dispositivo idraulico a smorzamento viscoso variabile, analogo a quelli visti nella sezione precedente. Il modello del dispositivo, quindi, in realtà è un elemento di Maxwell con smorzamento variabile; tale modello è, infatti, utilizzato esplicitamente in alcuni lavori, come ad esempio (Inaudi & Hayen, 1995), (Inaudi, 1996), (Kurino & Kobori, 1998), (Hatada & Smith, 1998) (Yamada, 1999, 2000a,b) e (Asano & Nikagawa, 2000). Si ottiene il legame costitutivo in Eq.2.2.2, se il dispositivo viscoso ha smorzamento molto grande quando attivo e molto piccolo quando non attivo. Si noti, infine, che questa disposizione 'alla Maxwell' dei dispositivi è molto usata nelle applicazioni pratiche per la sua semplicità, sia ponendo in testa ai controventi dispositivi a smorzamento viscoso variabile, che altre tipologie di dispositivo, come quelli illustrati nel seguito ad attrito variabile o con fluidi controllabili. Se questi dispositivi sono utilizzati soprattutto al fine di collegare e scollegare la rigidità variabile al resto della struttura, come si trova spesso in letteratura, si ricade nel controllo a rigidità variabile (di tipo ON-OFF).

Molti e vari sono i lavori che applicano il principio della rigidità variabile, per lo più con le modalità appena descritte, al controllo di strutture civili; ai lavori già citati possiamo aggiungere: (Kawashima & Unjoh, 1993) per l'isolamento di ponti, (Loh & Ma, 1994), (Leitmann, 1994), (Occhiuzzi & Serino, 1995, 1996 e 1999) ed infine (Yang *et al.*, 1996) (Singh *et al.*, 1997), (Xinghua, 2000) e (Renzi *et al.*, 2001b) anche per sistemi a molti gdl.

Sono state proposte altre tecnologie per la realizzazione della variazione della rigidità, anche in maniera continua; ad esempio in (Francheck *et al.*, 1995) e (Buhr *et al.*, 1997) si

propone, ed utilizza come ‘Tuned Mass Damper’ adattativo, un sistema (*variable stiffness vibration absorber*, Fig.2.2.2.2) in cui la rigidezza di una molla elicoidale si modifica variando, mediante un collare movimentato da un motore, il numero di spire utilizzabili.

Più rari sono i lavori in cui si studia l'efficacia di sistemi a rigidezza variabile in maniera continua, ad esempio in (Nagarajaiah & Mate, 1998), dove si propone una soluzione tecnologica, mentre in (De Angelis & Renzi, 2000) e nel Cap.4 di questa tesi se ne mostra, teoricamente, l'efficacia nella limitazione delle discontinuità di forza di inerzia causate dalle disattivazioni istantanee.

Altre possibili modalità di variazione della rigidezza si ottengono regolando la pressione in molle pneumatiche (Giliomee & Els, 1998) o ad aria (Stein, 1997) (Stein & Tököly, 2000). Queste proposte, però, non fanno riferimento ad applicazioni di tipo civile, ma a sospensioni per automobili o sedili.

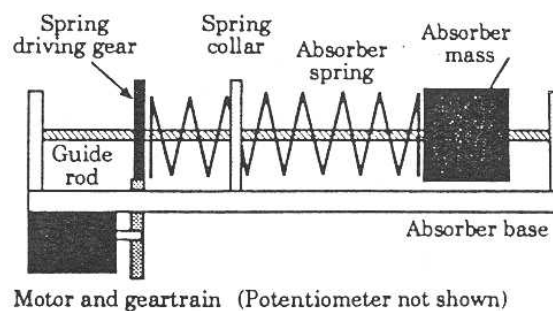


Fig.2.2.2.2 – ‘Variable stiffness vibration absorber’, da (Bhur et al., 1997).

### 2.2.3 Attrito variabile

Sono stati studiati e realizzati anche sistemi in cui si controlla la soglia di plasticizzazione di dispositivi ad attrito (o elasto-plastici), sia inseriti in sistemi di controventamento che in sistemi di isolamento (alla base) per scorrimento (*‘sliding isolation systems’*). Questi dispositivi possono essere idealizzati come elementi ad attrito alla ‘Coulomb’, dove la soglia di scorrimento (plasticizzazione)  $F_y$  dipende da una variabile di controllo  $u$  e per cui, in fase di scorrimento ( $|F(t)| > F_y$ ), vale la seguente relazione:

$$F(t) = F_y(u) \operatorname{sgn}[\dot{\delta}(t)] = N\mu(u) \operatorname{sgn}[\dot{\delta}(t)] \quad (2.2.3)$$

in cui  $N$  è il carico agente sulla superficie di scorrimento e  $\mu$  il coefficiente di attrito.

Al secondo gruppo di applicazioni appartiene il dispositivo proposto in (Feng et al., 1993), in cui la forza di attrito in appoggi controllabili (*Friction-Controllable Bearings*, FCBs), posti fra le fondazioni e la sovrastruttura, è regolata in tempo reale variando la pressione di una camera a fluido dell'appoggio (Fig.2.2.3.1a), in modo da limitare, oltre che la forza trasmessa

alla sovrastruttura, anche lo spostamento relativo fra quest'ultima e le fondazioni. In questo lavoro si utilizza sia un controllo 'continuo' che 'ON-OFF'. Dispositivi basati sulla stessa filosofia si presentano, ad esempio, anche in (Dupont *et al.*, 1997) (Nishitani *et al.*, 2000) e (Nishitani, 2000).

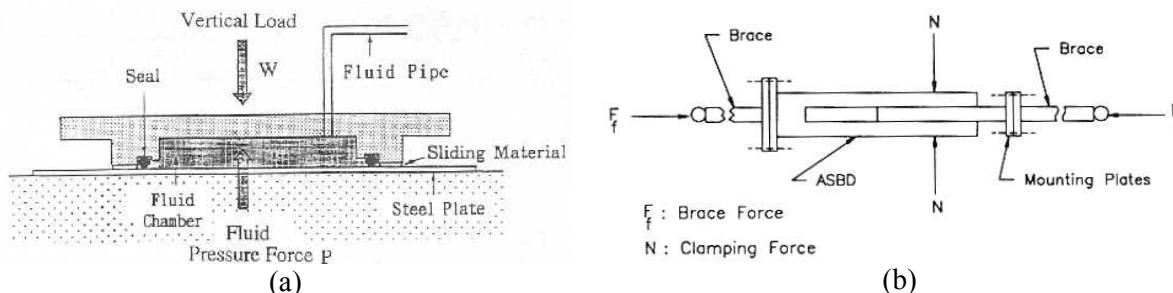


Fig.2.2.3.1 – Dispositivi ad attrito variabile, viste schematiche. (a) Friction Controllable Sliding Bearing, da (Feng *et al.*, 1993); (b) Active Slip Bracing System (ASBD), da (Kannan & Uras, 1995).

Altri autori, come anticipato, propongono di collegare tradizionali controventi elastici alla struttura da proteggere mediante dispositivi ad attrito variabile, mostrando benefici rispetto al controllo passivo, (Cherry, 1993) (Dowdell & Cherry, 1994 e 1996) in cui si confronta un dispositivo di tipo ON-OFF con un '*continuously variable Semi-Active Friction Damper*' (SAFD). In (Kannan *et al.*, 1995) si propone, e sottopone a sperimentazione, un dispositivo dello stesso tipo detto '*Active Slip Bracing Device*' (ASBD), Fig.2.2.3.1b, in cui si regola la forza di serraggio che agisce su superfici che scorrono con attrito. Sullo stesso principio si basano altri lavori fra cui (Hirai *et al.*, 1997) e (Stammers & Sireteanu, 2000a,b). Confronti fra dispositivi SA ON-OFF a soglia di scorrimento variabile ed a smorzamento viscoso variabile con i corrispondenti dispositivi passivi ottimizzati si trovano, per diversi modelli strutturali, in (De Angelis *et al.*, 1999) (Ciampi *et al.*, 1999 e 2000) e (Renzi *et al.*, 2001a).

#### 2.2.4 Smorzatori a 'fluidi controllabili'

Tutti i dispositivi finora considerati hanno bisogno di meccanismi o valvole a controllo elettromeccanico, con la necessità di utilizzare delle parti mobili; queste componenti meccaniche possono creare dei problemi in termini di affidabilità e manutenzione.

Questo inconveniente può essere risolto mediante un'altra classe di dispositivi che utilizza i cosiddetti "*fluidi controllabili*", la cui fondamentale caratteristica è quella di potere subire, in modo reversibile, cambiamenti strutturali tali da variarne le caratteristiche meccaniche, in caso di mutazioni del campo elettrico o magnetico a cui sono sottoposti, facendoli passare, ad esempio, dallo stato di fluido viscoso a quello solido, in pochissimi millisecondi, senza

bisogno di controllare parti meccaniche mobili. Due sono i materiali, studiati fin dagli anni '40, utilizzati per questo tipo di dispositivi (costituiti, di solito, ancora da cilindri con pistone, Fig.2.2.4.1): i fluidi Elettroreologici (ER) e quelli Magnetoreologici (MR).

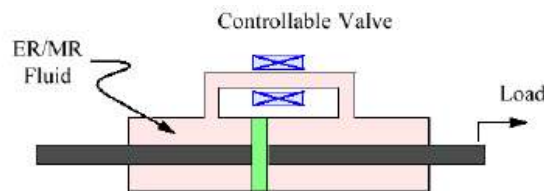


Fig.2.2.4.1 – Schema di dissipatore a fluido controllabile.

I materiali ER sono costituiti da sospensioni di particelle dielettriche (dalle dimensioni nell'ordine del micron, tipicamente fra 1 e 10  $\mu\text{m}$ ) in un fluido (olio). In presenza di campo elettrico tali particelle si orientano, offrendo una diversa resistenza al flusso.

I fluidi MR, invece, sono sostanzialmente gli analoghi magnetici dei precedenti, in cui le particelle in sospensione si orientano in funzione del campo magnetico applicato.

Il modello fenomenologico di tali fluidi è sostanzialmente costituito da uno smorzatore viscoso lineare posto in parallelo ad un componente ad attrito, secondo il modello reologico di Bingham per la viscoplasticità. Si dimostra che, sostanzialmente, il controllo modifica solo la soglia di plasticizzazione, quindi i dispositivi si comporteranno secondo il seguente modello (per  $|F(t)| > F_y$ ), dove  $u$  è il campo elettrico o magnetico imposto (Serino & Spizzuoco, 2001):

$$F(t) = c_0 \dot{\delta}(t) + F_y(u) \text{sgn}[\dot{\delta}(t)] . \quad (2.2.4)$$

Il legame fra la tensione di snervamento e l'intensità del campo magnetico è approssimativamente lineare (fino ad una soglia di saturazione) per i MR, (Spencer *et al.*, 1997), mentre per gli ER il legame fra la tensione di snervamento ed il campo elettrico  $\varepsilon$  non è lineare, per cui vale una relazione di questo tipo:  $\tau_y(\varepsilon) = K \varepsilon^p$ , ove  $p = 1.2 \div 2.5$  (Gavin *et al.*, 1994). I due materiali, pur avendo un comportamento reologico qualitativamente simile, mostrano alcune differenze quantitative che rendono i MR particolarmente interessanti: il maggiore valore della tensione massima di snervamento, l'intervallo di temperature in cui risultano operativi, la tolleranza delle impurità, sono infatti tutti elementi a vantaggio dei materiali MR (Tab.2.2.1). Per questo, nell'ultimo periodo, si è sviluppato un grande interesse rispetto a questi sistemi; nelle più recenti applicazioni, però, si è osservato che le sospensioni MR, col tempo, tendono a precipitare perdendo di efficacia.

Studi riguardanti i dissipatori ER, e la loro applicazione al controllo strutturale, sono, ad esempio: (Ehrgott & Masri, 1993) (Leitmann & Reithmeier, 1993) (Gavin *et al.*, 1994,

1996a,b e 1998) (Gordaninejad *et al.*, 1994) (Wang *et al.*, 1994) (Makris, 1996 e 1997) (Makris *et al.*, 1996) (Li & Xiaoqing, 1998) (Hidaka *et al.*, 1998) (Ribakov & Gluck, 1999) ed (Inaudi, 2000). Per quanto riguarda i fluidi MR possiamo citare: (Spencer *et al.*, 1997) (Dyke & Spencer, 1996a,b e 1997) (Dyke *et al.*, 1996b) (Spencer & Dyke, 1996) e (Jansen & Dyke, 1999), (Johnson *et al.*, 1998) per applicazioni a sistemi isolati, (Gordaninejad *et al.*, 1998) e più recentemente (Nagarajaiah *et al.*, 2000) dove si propone uno smorzatore MR in un sistema di isolamento per ponti. Infine, esistono anche lavori che utilizzano un approccio unificato per le due tipologie di dispositivi, come in (Gavin *et al.*, 2000) e (Xu *et al.*, 2000).

Proprietà	Fluidi MR	fluidi ER
Max tensione di snervamento	50 ÷ 100 kPa	2 ÷ 5 kPa
Campo max. richiesto	~250 kA/m	~4 kV/mm
Viscosità alla plasticizzazione	0.2 ÷ 1.0 Pa s	0.2 ÷ 1.0 Pa s
Temperatura di operatività	-50 ÷ 150 °C	10 ÷ 90 °C
Tolleranza alle impurità	poco sensibile	non ammesse
Tempo di risposta	ms	ms
Densità	3 ÷ 4 g/cm <sup>3</sup>	1 ÷ 2 g/cm <sup>3</sup>
Potenza richiesta (tipica)	2-50 W (1-2 A , 2-25V)	2-50 W (1-2 mA , 2-5 kV)

Tab.2.2.1 – Proprietà dei fluidi MR ed ER, da (Housner *et al.*, 1997).

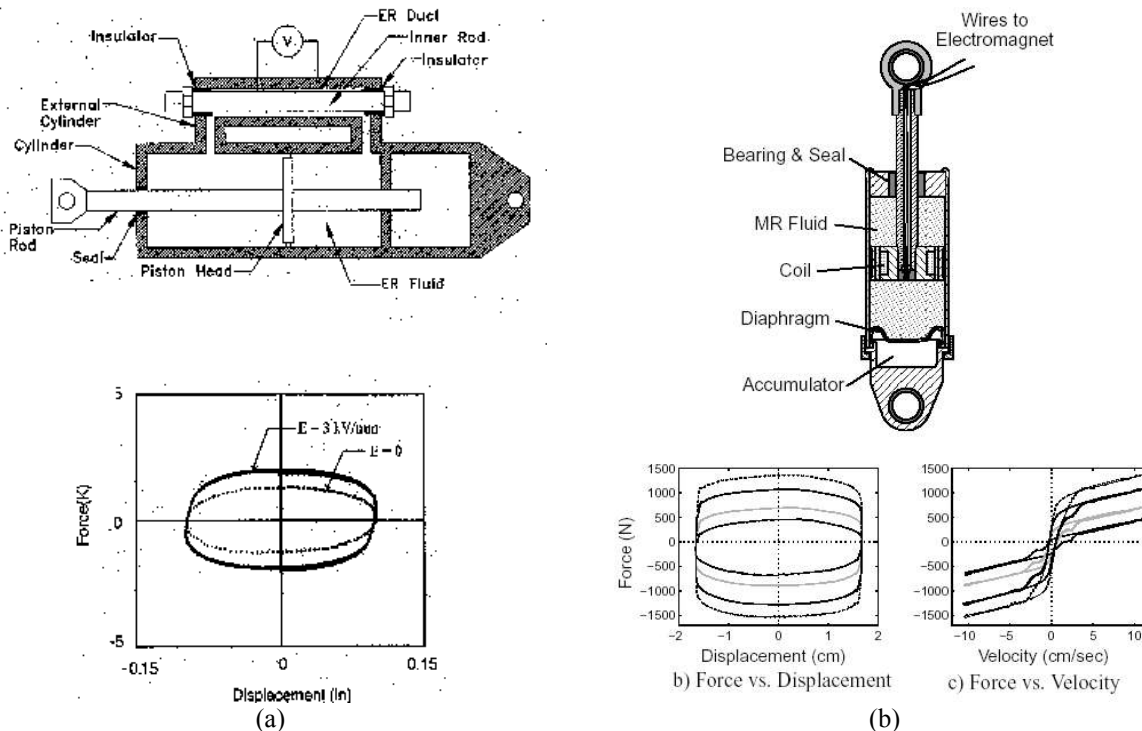


Fig.2.2.4.2 – (a) ER damper da (Makris, 1997); (b) MR damper da (Dyke *et al.*, 1996a).

Per verificare la realizzabilità di dispositivi MR con dimensioni adatte ad applicazioni in scala reale su edifici civili, la LORD Corporation ha progettato costruito e sperimentato, in collaborazione con l'università di Notre Dame (USA), un dispositivo con forza massima nominale pari a 200kN (RHEONETIC™ Seismic Damper MRD-9000: si veda sul web <http://www.rheonetic.com/mrfluid>), lungo circa 1m, pesante 250kg e contenente circa 5 litri di fluido MR, di cui 90cm<sup>3</sup> risultano influenzati dal campo magnetico, con una potenza richiesta inferiore a 50W, (Spencer & Sain, 1997).

### 2.2.5 Applicazioni in scala reale

Attualmente, tre sono le realizzazioni in scala reale che utilizzano dispositivi SA per il controllo delle vibrazioni strutturali di edifici civili, due in Giappone ed una negli USA, (Spencer & Soong, 1999) e (Soong & Spencer, 2000).

Il primo, in ordine di tempo, è il Kajima Research Lab.# 21 (KaTRI n.21 Bldg.), realizzato nel 1990 dalla Kajima Corporation per il suo centro ricerche a Tokyo; questo è un edificio a tre piani con tre dispositivi a rigidità variabile (AVS) a funzionamento ON-OFF per facciata, Fig.2.2.5.1, (Hiehata *et al.*, 1992) (Sakamoto & Kobori, 1993) e (Kobori *et al.*, 1993). L'edificio, che costituisce la prima realizzazione al mondo di controllo strutturale SA in scala reale, fino alla data dei lavori citati è stato sottoposto a tre terremoti di entità tale da fare attivare il sistema (cosa che avviene soltanto se al primo piano si registra un'accelerazione maggiore di 0.1g): nel nov. 1990, il 19 nov. 1991 ed il 2 feb. 1992; le registrazioni hanno evidenziato un ottimo comportamento della struttura controllata ed un forte miglioramento rispetto alla risposta, simulata, dell'edificio non controllato.

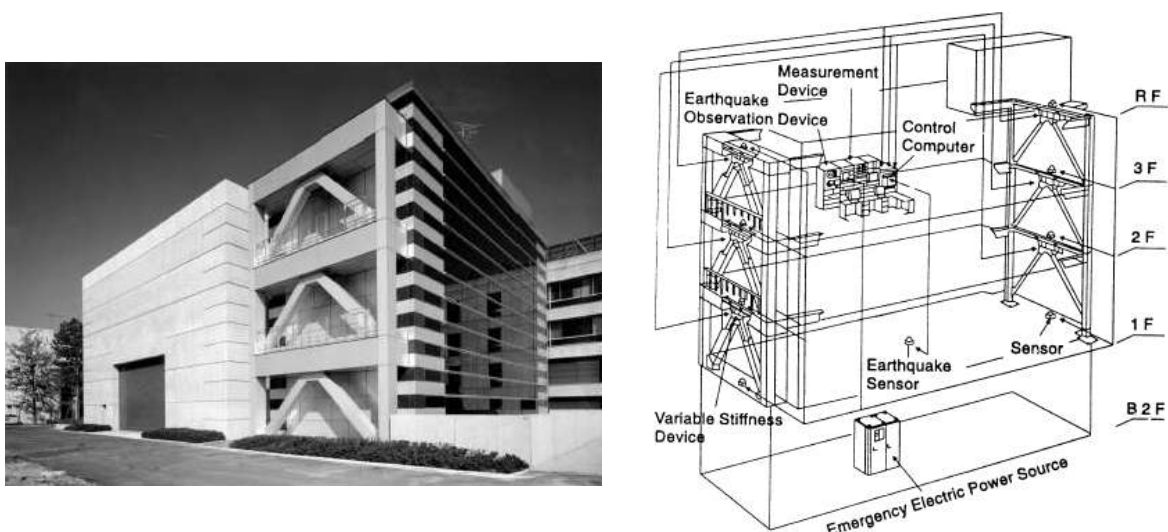


Fig.2.2.5.1 – KaTRI n.21 Bldg. Vista prospettica e configurazione.

Dispositivi a fluido viscoso controllabili sono stati applicati, nel 1997, ad un ponte autostradale negli USA, Walnut Creek Bridge, Highway I-35, Oklahoma, per dissipare l'energia vibrazionale indotta dal traffico e costituisce la prima realizzazione in vera grandezza di controllo strutturale non passivo negli USA, Fig.2.2.5.2, (Patten, 1998), (Patten *et al.*, 1999). Le verifiche in campo, durate circa 2 anni, hanno mostrato che i dispositivi (*Intelligent Stiffeners for Bridges ISB*), di tipo ON-OFF ed alimentati mediante una batteria per automobili a 12V, riducono dal 30 al 50 % le tensioni indotte dal traffico, prolungando di circa 50 anni la vita di esercizio della struttura; inoltre si osserva che i costi di installazione del sistema rappresentano meno del 10% del costo di ricostruzione del ponte.



Fig.2.2.5.2 – Walnut Creek Bridge, Highway I-35, Oklahoma.

Nel 1998, ancora la Kajima Corp. ha costruito un edificio per uffici a 5 piani, Kajima Shizouka Bldg., Shizouka (Giappone) Fig.2.2.5.3, in cui in cui sono installati 8 smorzatori viscosi controllabili (*Semi-active Hydraulic Dampers SHD*),  $\varnothing=390\text{mm}$   $L=1650\text{mm}$  peso=1300kg  $N_{\text{max}} = 1000 \text{ kN}$ , con una richiesta di potenza esterna pari a 70W (Kurata *et al.*, 1999 e 2000). Le simulazioni hanno mostrato che i dispositivi, il cui coefficiente di smorzamento varia con continuità fra i valori minimi e massimi consentiti ( $>200$  e  $< 1 \text{ kN sec/mm}$ ) sulla base di un algoritmo di controllo basato sull'LQR (§2.3.2.1), sono in grado di prevenire il danneggiamento strutturale anche per terremoti di severa intensità.

Oltre alle tre note applicazioni citate, durante il 3° workshop mondiale sul controllo strutturale tenutosi a Parigi nel 2000, è stata annunciata un'altra applicazione, ancora in Giappone, per il controllo SA di un edificio isolato alla base, (Yoshida & Fujio, 2000).



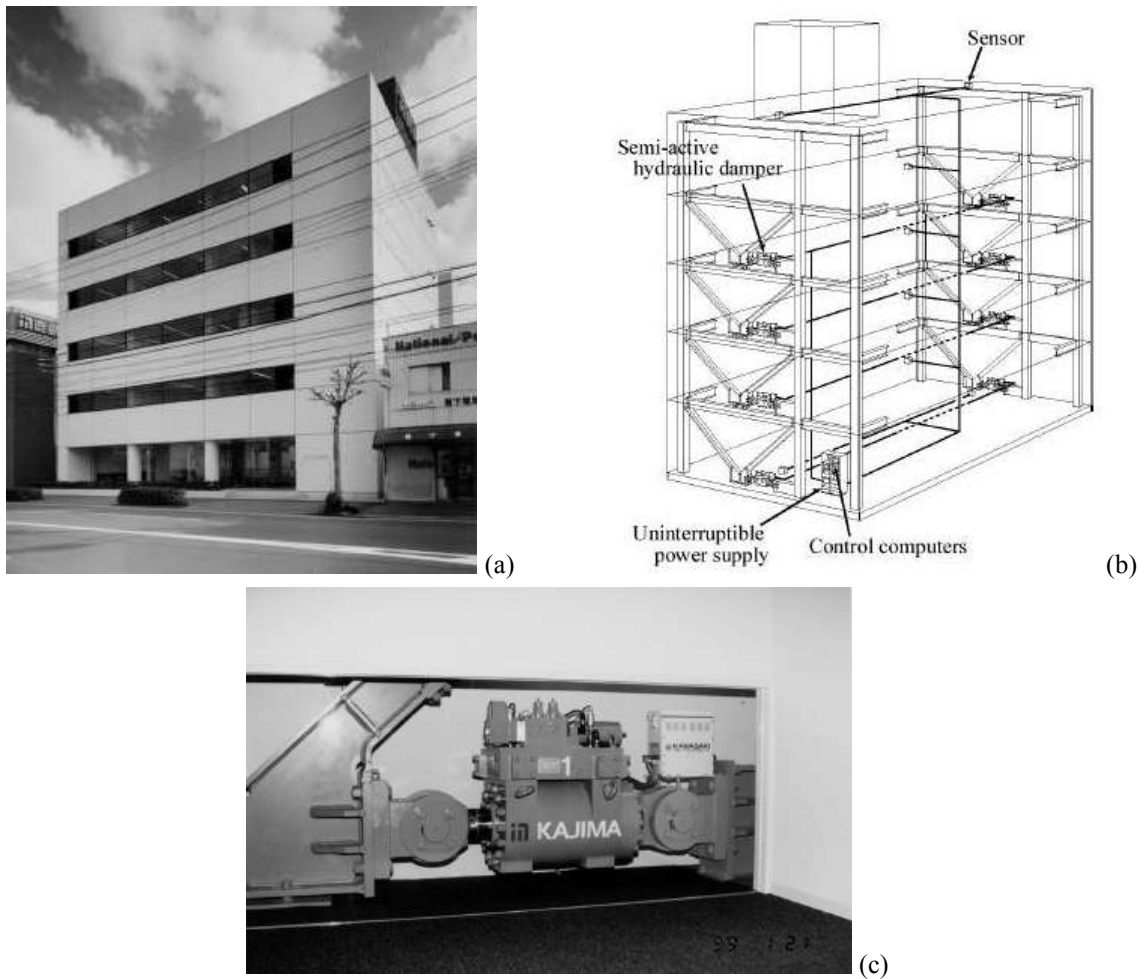


Fig.2.2.5.3 – Kajima Shizouka Bldg. (a) vista prospettica; (b) configurazione; (c) SHD.

## 2.3 Algoritmi e metodologie di controllo

Numerosi lavori sono stati dedicati allo studio, teorico ed analitico, dei metodi di controllo applicati ai dispositivi SA, specie in riferimento a modelli strutturali semplici ed a pochi gdl, adatti a cogliere gli aspetti caratterizzanti della risposta. In questo paragrafo ne illustreremo alcuni, proponendone una classificazione.

### 2.3.1 Algoritmi di origine ‘intuitiva’

In molte circostanze, gli algoritmi discendono da considerazioni di tipo “intuitivo”, nel tentativo di emulare comportamenti di sistemi noti e giudicati soddisfacenti, oppure basandosi su considerazioni intuitive sul moto. Questi algoritmi prescindono, quindi, da ottimizzazioni matematiche e dalla teoria del controllo ottimo, ma spesso si dimostrano essere anche soluzione di problemi di controllo ottimale, quando le ipotesi elementari che ne sono alla base sono ben poste.

In quanto segue si illustreranno alcuni, fra i più significativi, di questi algoritmi, ricordando comunque che, oltre a quelli presentati, ne esistono una grande quantità in letteratura.

### 2.3.1.1 Algoritmi basati sull'osservazione diretta della risposta

Il metodo più elementare di formulare algoritmi per il controllo SA è quello di osservare direttamente una o più grandezze di risposta del sistema da proteggere e, quindi, attivare o meno il dispositivo sulla base dell'interpretazione, intuitiva, dell'influenza che ha il dispositivo sulle stesse grandezze di risposta (tipicamente spostamenti ed accelerazioni).

Se si considera come variabile principale di risposta lo spostamento relativo, la versione più semplice di questi algoritmi consiste nell'attivare il dispositivo quando lo spostamento supera un certo valore di soglia, come proposto ad esempio in (Kannan *et al.*, 1995) per dispositivi ad attrito variabile a due stati per la protezione di edifici ed, in una maniera più articolata per un dispositivo a smorzamento variabile, in (Kawashima & Unjoh, 1993) per la protezione di ponti. Invece, se si considera come grandezza di risposta principale l'accelerazione assoluta (la forza trasmessa alla massa o il taglio alla base), Shinozuka propose nel 1992 (Symans & Constantinou, 1995) il seguente algoritmo di controllo detto *Base Shear Coefficient (BSC) control*, per cui il dispositivo viscoso (a due stati) è attivo quando il BSC supera un valore di soglia (con  $W$  pari al peso della struttura):

$$\begin{cases} C(t) = C_{\max} & \text{se } BSC > BSC_{\text{LIM}} \\ C(t) = C_{\min} & \text{se } BSC < BSC_{\text{LIM}} \end{cases}, \quad \text{ove } BSC = \frac{|m\ddot{x}_a|}{W}. \quad (2.3.1.1a,b)$$

In altri lavori, invece, si considerano contemporaneamente le riduzioni in termini di spostamento relativo ed accelerazioni assolute, selezionando il valore dello smorzamento variabile in funzione della posizione assunta dallo stato nel piano spostamento-accelerazione assoluta (opportunamente normalizzate), come proposto, ad esempio, in (Feng & Shinozuka, 1990) per dispositivi ON-OFF ed in (Sadek & Mohraz, 1998) per variazione continua dei parametri, tenendo conto del fatto che aumentare lo smorzamento, in generale, riduce lo spostamento ma può fare aumentare la forza trasmessa. In particolare, in (Feng & Shinozuka, 1990) si propone il seguente algoritmo:

$$\begin{cases} C(t) = C_{\max} & \text{se } |x(t)|/x_{ref} > |\ddot{x}_a(t)|/\ddot{x}_{a,ref} \\ C(t) = C_{\min} & \text{se } |x(t)|/x_{ref} < |\ddot{x}_a(t)|/\ddot{x}_{a,ref} \end{cases}. \quad (2.3.1.2)$$

In letteratura si trovano molti altri metodi di controllo basati sull'osservazione (più o meno) diretta di diverse grandezze di risposta. Ad esempio in (Kawashima & Unjoh, 1993) si varia la rigidità dell'appoggio di un ponte in modo da allontanarsi il più possibile dalla

frequenza dominate dell'eccitazione; in (Soda & Iwata, 2000) il valore dello smorzamento si seleziona in modo da garantire una forza di piano costante pari a quella limite consentita; in (Nishitani *et al.*, 2000) si seleziona la soglia di scorrimento di un dispositivo ad attrito in modo da garantire una duttilità pari a 2 (considerata ottimale).

Nel seguito illustreremo, però, altri tre algoritmi 'intuitivi' ma con un livello leggermente più elevato di elaborazione. In questi, infatti, non si controllano direttamente le grandezze di risposta considerate critiche (come deformazioni o forze di piano), ma si cerca di ridurle 'indirettamente' per mezzo del controllo. Questo rappresenta un primo rudimentale, ma decisivo, passo verso i metodi basati sul 'controllo ottimo'.

### 2.3.1.2 L'algoritmo di Kamagata & Kobori (KK) per AVS

In (Kobori & Kamagata, 1992) e (Kamagata & Kobori, 1994) si propone un algoritmo di controllo per sistemi a rigidità variabile (AVS), ottenuto "imitando le funzioni dell'equilibrio umano" ed il cui scopo indiretto è la limitazione dello spostamento relativo, per cui il controvento risulta collegato quando lo spostamento ha lo stesso segno della velocità (fase di 'carico'), quindi quando si oppone al moto, e disattivato nella fase di 'scarico' per facilitare il recupero della posizione di riposo (Fig. 2.3.1.1); quindi:

$$\begin{cases} K_c(t) = K_{\max} & \text{se } x\dot{x} > 0, \text{ Controv. ATTIVO} \\ K_c(t) = K_{\min} & \text{se } x\dot{x} < 0, \text{ Controv. NON ATTIVO} \end{cases}; \quad (2.3.1.3)$$

si noti come il controvento si attivi a spostamento nullo e disattivi a velocità nulla.

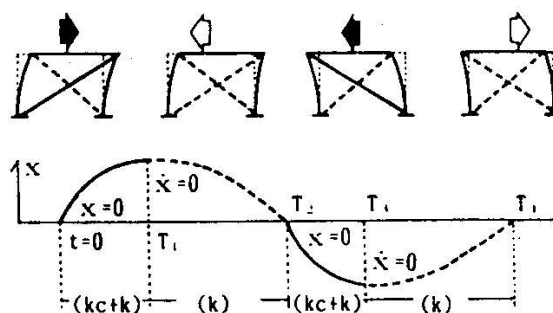


Fig.2.3.1.1 – Funzionamento dell'algoritmo di Kamagata & Kobori (1994).

Nei due lavori sopra citati, si trovano indicazioni sulla risposta in vibrazioni libere, risposta stazionaria e non, per sistemi ad 1gdl ed una estensione ai molti gdl.

Seguendo le stesse considerazioni, basate sulla volontà di aumentare la resistenza al moto quando la massa si 'allontana' dalla posizione di equilibrio, un algoritmo analogo è stato proposto anche per dispositivi ad attrito variabile (Feng *et al.*, 1993).

E' possibile mostrare che questo algoritmo non è “*ottimale*”, poiché non riconducibile ad alcuna ottimizzazione razionale ed, infatti, le sue prestazioni non sono le migliori possibili. Per ulteriori dettagli si rimanda al §3.5.3 o a (De Angelis *et al.*, 1999) e (Ciampi *et al.*, 2000).

### 2.3.1.3 Force Transfer Control (FTC)

Questo algoritmo, proposto originariamente per le sospensioni di autoveicoli, (Oueslati & Sankar, 1994), è il duale dell'algoritmo precedente per dispositivi a smorzamento variabile e si basa sulla minimizzazione della forza totale trasmessa alla massa dal moto del vincolo, che per un sistema ad 1gdl, con smorzamento strutturale nullo, ha la seguente espressione:

$$|F_{tot}| = m|\ddot{x}_a|(t) \approx Kx + C(t)\dot{x}; \quad (2.3.1.4)$$

quindi, potendo intervenire sul coefficiente di smorzamento variabile  $C(t)$ , si ottengono le seguenti condizioni che rendono minima la  $F_{tot}$ :

$$\begin{cases} C(t) = C_{max} & \text{se } x\dot{x} < 0, \text{ Elem. ATTIVO} \\ C(t) = C_{min} & \text{se } x\dot{x} > 0, \text{ Elem. NON ATTIVO} \end{cases} \quad (2.3.1.5)$$

Nel successivo cap.4 si mostrerà come questo algoritmo possa anche ottenersi mediante metodi del controllo ottimale, in cui si minimizza l'accelerazione assoluta.

Si noti, inoltre, che le condizioni di attivazione sono invertite rispetto a quelle dell'algoritmo precedente, poiché, in questo caso, l'obiettivo 'indiretto' è limitare il moto assoluto (forza totale trasmessa), mentre per KK si limitava quello relativo (*drift*). Questo algoritmo è molto usato nella progettazione di sospensioni SA, su cui si tornerà, ma molto meno per strutture civili, si veda ad esempio (Symans & Constantinou, 1995) e (Patten *et al.*, 1998). Sullo stesso principio di cancellazione dell'accelerazione di piano si basa anche un algoritmo, per dispositivi ad attrito, proposto in (Stammers & Sireteanu, 2000a).

### 2.3.1.4 Sky-Hook Damping Control

Per sistemi ad 1gdl eccitati alla base, si definisce “*Sky-Hook damping*” quello smorzamento *ideale* che si ottiene facendo lavorare uno smorzatore viscoso lineare nella velocità assoluta della massa (collegando idealmente la massa al cielo: ‘*sky*’) invece che in quella relativa. Tale sistema di smorzamento è molto favorevole in termini di riduzione della trasmissibilità ( $TR = x_{a,max} / x_{g,max}$ ) del moto del vincolo a quello assoluto della massa, Fig.2.3.1.2; infatti, diversamente da quanto accade con lo smorzamento convenzionale, con lo *Sky-Hook* si ottiene, al crescere di  $\xi$ , la riduzione di  $TR$  per *tutte* le frequenze e non soltanto per quelle basse. Questa è una caratteristica fondamentale nella progettazione delle

sospensioni attive, che hanno proprio nella riduzione del moto assoluto il loro principale obiettivo e per le quali le alte frequenze giocano un ruolo fondamentale.

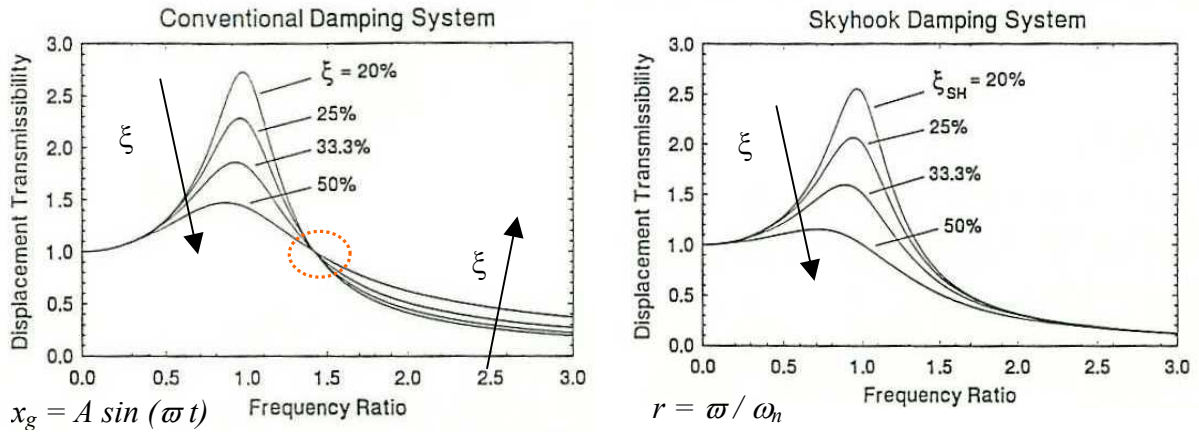


Fig.2.3.1.2 – Sky-Hook Damping Control, da (Symans & Constantinou, 1995).

Sul tentativo di emulare lo *Sky-Hook* (SH) *damper*, si basa un algoritmo proposto originariamente proprio per le sospensioni di automobili, riferendosi a dispositivi a smorzamento variabile, (Karnopp *et al.*, 1974) (Karnopp, 1990) ed (Ahamadian, 1999).

Nel caso *ideale* di smorzamento SH, la forza di controllo sarebbe la seguente:

$$f_{SH}(t) = C_{SH} \dot{x}_a(t), \tag{2.3.1.6}$$

confrontando questa espressione con il legame costitutivo del dispositivo (Eq.2.2.1,  $\delta = x$ ) si ottiene lo smorzamento *ideale* del dispositivo viscoso variabile:

$$C^*(t) = \frac{f_{SH}(t)}{\dot{x}(t)} = C_{SH} \frac{\dot{x}_a(t)}{\dot{x}(t)}. \tag{2.3.1.7}$$

Tenendo conto dei vincoli sul coefficiente di smorzamento, per dispositivi ON-OFF si ha:

$$\begin{cases} C_{SA}(t) = C_{\max} & \text{se } x\dot{x}_a > 0, \text{ Elem. ATTIVO} \\ C_{SA}(t) = C_{\min} & \text{se } x\dot{x}_a < 0, \text{ Elem. NON ATTIVO} \end{cases} \tag{2.3.1.8}$$

se, invece, lo smorzamento può variare con continuità fra un minimo ed un massimo si ha:

$$C_{SA}(t) = \begin{cases} C_{\max} & \text{if } C^*(t) > C_{\max} \\ C^*(t) & \text{if } C_{\min} < C^*(t) < C_{\max} \\ C_{\min} & \text{if } C^*(t) < C_{\min} \end{cases} \tag{2.3.1.9}$$

Anche se in letteratura questo algoritmo si riferisce, in genere, soltanto a dispositivi a smorzamento viscoso variabile, lo stesso procedimento può essere ripetuto per altri tipi di elementi di controllo, come ad esempio quello elastico. Su applicazioni di questo tipo torneremo nei successivi Capitoli 3 e 4.

E' possibile dimostrare che questo algoritmo è anche soluzione di problemi di controllo ottimo, di tipo istantaneo (si vedano ancora i successivi Cap. 3 e 4), di tipo *Linear Quadratic* (Hrovat, 1997) o di algoritmi ottenuti mediante considerazioni basate direttamente sulle equazioni di bilancio energetico assoluto. Anche su questo torneremo in seguito.

### 2.3.2 Algoritmi adattati dalla teoria del controllo ottimale

Il primo passo effettuato nel senso della determinazione 'ottimale' degli algoritmi di controllo, è stato quello di utilizzare le teorie, ben consolidate nel campo dei controlli automatici, del *controllo ottimale*, (Bryson & Ho, 1975) (Brogan, 1991). Queste teorie si basano sulla definizione di un Indice di Prestazione (IP), che costituisce una misura quantitativa ed oggettiva dell'efficacia del controllo, e sulla sua minimizzazione vincolata alle equazioni, in genere linearizzate, del moto.

Nell'applicazione diretta di questi algoritmi, nati per il controllo attivo, si devono però aggiungere le informazioni riguardanti i vincoli, fisici e tecnologici, imposti dalla realizzazione della forza di controllo mediante dispositivi SA. Per questo motivo è diventata consuetudine, fin dalle prime applicazioni al controllo SA (Hrovat *et al.*, 1983), utilizzare comunque gli algoritmi proposti per il controllo attivo, assoggettando a valle il parametro del dispositivo ai vincoli. Applicando questa metodologia, meglio illustrata nel successivo Cap.4 (§4.1.1), si ottengono algoritmi detti *Clipped Optimal Control Algorithms*.

#### 2.3.2.1 Algoritmi lineari: LQR ed IOC

Nel classico Regolatore Lineare Quadratico (LQR), per sistemi lineari a parametri costanti ed in assenza di eccitazione esterna, per cui le equazioni del moto sono le seguenti, dove  $\mathbf{z} = [\mathbf{x} \ \dot{\mathbf{x}}]^T$  è il vettore di stato ed  $\mathbf{u}$  è la forza di controllo,

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (2.3.2.1)$$

si minimizza la seguente funzione di costo (IP) quadratica

$$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \{ \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \} dt. \quad (2.3.2.2)$$

ottenendo, dopo aver risolto un'equazione matriciale differenziale (o, sotto certe condizioni, algebrica) di Riccati, per la forza di controllo una legge lineare con lo stato. Per maggiori dettagli si rimanda ai testi già citati a cui si può aggiungere, nel campo del controllo strutturale, (Soong, 1990). Nell'uso di questi algoritmi il punto cruciale è costituito dal peso assegnato nell'IP alle grandezze di risposta e, quindi, dal significato fisico attribuibile all'IP,

che può anche essere generalizzato con l'inclusione dell'accelerazione assoluta, (Yang *et al.*, 1994a); comunque ampio spazio verrà dedicato all'LQR nel seguente §4.2 .

Fra le applicazioni al controllo SA ricordiamo, innanzitutto, quella già citata di Hrovat ed altri (1983), in cui si minimizza spostamento e velocità relativa dell'edificio da proteggere (modellato ad 1 gdl) mediante il TMD SA; in (Kurata *et al.*, 1996, 1999, 2000) (Patten *et al.*, 1996) e (Symans & Constantinou, 1995), per dispositivi viscosi variabili applicati ad un edificio a più piani, si considerano solo spostamenti di piano ( $\mathbf{Q}_{11}=\mathbf{I}_{n,n}$ ), mentre Sadek & Mohraz (1998), sempre per dispositivi viscosi variabili ma per sistemi ad 1 gdl, propongono sia un LQR classico, in cui  $\mathbf{Q}_{11}=\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{Q}_{22}=\mathbf{M}$  (IP pari valor medio dell'energia recuperabile del sistema), che un LQR generalizzato con l'aggiunta dell'accelerazione assoluta nell'IP; in (Ribakov & Gluck, 1999), per dispositivi ER, si minimizzano gli spostamenti e le velocità di tutti i piani,  $\mathbf{Q}=\mathbf{I}_{2n,2n}$ , la stessa posizione si trova anche in (Xu *et al.*, 2000) per dispositivi a fluidi ER e MR applicati a sistemi a molti gdl; in (Dowdell & Cherry, 1994), per attrito variabile, si minimizzano i *drift* di interpiano e si pone  $\mathbf{R}=\mathbf{K}^{-1}$ . In generale per la matrice  $\mathbf{R}$ , che pesa nell'IP l'azione di controllo, si fissano spesso valori sulla base di esperienze passate, anche legate alla 'tradizione' del controllo attivo; rari sono i lavori, come (Inaudi *et al.*, 2000), in cui si eseguono analisi parametriche sull'influenza di  $\mathbf{R}$ . Tali analisi, che determinano la configurazione ottimale dell'IP, sono fondamentali per le prestazioni dei sistemi SA, come verrà mostrato nel successivo cap.4. Infine si cita anche (Reinohrn *et al.*, 2000) in cui si propone una metodologia, basata sull'LQR, per la progettazione di sistemi di controllo passivi, viscosi o visco-elastici.

Inoltre, si dimostra, ad esempio in (Hrovat, 1997), che lo *Sky-Hook damping control* (a cui si aggiunge anche una forza 'elastica' di controllo) è soluzione di un processo di controllo ottimale di tipo LQR; infine, nel successivo §4.2.1.1 di questa tesi, si mostra come anche l'algoritmo del *Force Transfer Control* si possa ottenere tramite un'ottimizzazione LQR.

Un altro algoritmo che conduce a leggi di controllo lineari è quello del Controllo Ottimo Istantaneo (IOC), proposto da Yang ed altri (1987) per risolvere alcuni problemi dell'LQR. Nella formulazione originaria dell'algoritmo, l'IP istantaneo era il seguente:

$$J(t) = 1/2 \{ \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \}; \quad (2.3.2.3)$$

lo stesso autore propose, successivamente, sia una versione basata su velocità ed accelerazioni, (Yang & Li, 1991) (Yang *et al.*, 1992b), che un metodo per determinare la matrice di peso  $\mathbf{Q}$ , (Yang *et al.*, 1992a); inoltre, applicazioni al controllo attivo di edifici multipiano si trovano in (Chang & Yang, 1994) e, dal punto di vista sperimentale, in (Lin *et*

*al.*, 1987). Dato che la legge di controllo che si ottiene con IOC è molto simile a quella ottenuta con LQR (la  $\mathbf{u}$  è ancora lineare con lo stato) si può mostrare che il primo è un caso particolare del secondo, (Yang & Lin, 1991).

Una nuova versione dell'algoritmo, che considera sia gli aspetti relativi che assoluti del moto e che, soprattutto, ne risolve alcuni problemi formali e lo generalizza ulteriormente includendovi anche l'accelerazione assoluta, è proposta e studiata ampiamente nel Cap.4 della tesi (§4.3), a cui si rimanda per maggiori dettagli. Sempre in quella sede si mostra come lo *Sky-Hook damper* (sia continuo che ON-OFF) ed il *Force Transfer Control*, siano soluzioni particolari anche dell'IOC generalizzato, in cui si minimizzano rispettivamente la velocità assoluta e l'accelerazione assoluta della massa.

Per quanto riguarda le applicazioni al controllo SA, si possono citare, ad esempio, (Feng & Shinozuka, 1990) e (Feng *et al.*, 1993) in cui, rispettivamente per dispositivi a smorzamento ed attrito variabile, si minimizza un IP istantaneo in cui si include lo spostamento, la forza di controllo e l'accelerazione assoluta trasmessa alla struttura; invece in (Ribakov & Gluck, 2000) e (Ribakov *et al.*, 2001) per dispositivi viscosi variabili ed in (Gluck *et al.*, 2000) per dispositivi ER, si utilizza un IOC in cui  $\mathbf{Q}=\mathbf{I}_{2n,2n}$  ed  $\mathbf{R}=10^{-m} \mathbf{I}_{2n,2n}$ . Inoltre, in (Ciampi *et al.*, 1999 e 2000), per dispositivi a smorzamento e soglia di plasticizzazione variabile, si assegna all'IP il significato di Energia Recuperabile del sistema da proteggere ( $\mathbf{Q}_{11}=\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{Q}_{22}=\mathbf{M}$  ed  $\mathbf{R}=\mathbf{O}_{2n,2n}$ ), si propone, per modelli di strutture adiacenti e di telai controventati, un metodo di progetto per i dispositivi e si confrontano le prestazioni con quelle del corrispondente controllo passivo ottimizzato; nelle stesse ipotesi, in (Renzi *et al.*, 2001a) e nel seguente Cap.8, si estende tale confronto anche al controllo attivo, nel caso di una struttura *benchmark* costituita da un telaio a tre piani in acciaio.

In conclusione di questa sezione, dedicata agli algoritmi lineari, si ricorda anche che in (Dyke *et al.*, 1996a) si è proposto un algoritmo basato sul *feedback* in accelerazione, più agevole da misurare nel caso sismico, basato su algoritmi di controllo in frequenza ( $H_2/LQG$ ), (Spencer *et al.*, 1994) e (Palazzo *et al.*, 1999c). Questo algoritmo ha trovato applicazione per dispositivi di tipo MR, ad esempio, in (Dyke *et al.*, 1996b) e (Dyke & Spencer, 1996b e 1997). Infine, algoritmi ottimali in frequenza (norma  $H_\infty$ ) sono stati applicati anche in (Palazzo *et al.*, 1999b), ancora per dispositivi MR. Inoltre, in (Yoshida *et al.*, 1998a,b) si considera il controllo a ciclo aperto (tenendo quindi conto anche dell'eccitazione nella procedura di ottimizzazione) in un algoritmo basato sull'LQR, per applicazioni su edifici multipiano e per isolamento alla base SA.



### 2.3.2.2 Altri algoritmi non lineari

In generale, i precedenti algoritmi, nati per il controllo attivo di sistemi lineari, non sono in grado di tenere conto efficacemente delle non linearità indotte dal controllo SA stesso. Questo è un aspetto molto importante del problema che è stato analizzato, sotto diversi aspetti, in letteratura.

Algoritmi per il controllo SA basati sul *Nonlinear feedback* ed il *Nonlinear Control* si trovano, ad esempio, in (Kurino & Kobori, 1998), in cui si ottimizza il ciclo dissipativo di un elemento di Maxwell variabile e, per lo stesso tipo di dispositivo, in (Yamada, 1999, 2000b); in (Ghanem & Bujakov, 1996), invece, si studiano algoritmi non lineari allo scopo di ottenerne la robustezza rispetto all'incerta identificazione dei parametri strutturali.

Molto usato, per ottenere leggi di controllo non lineari, è il Metodo Diretto di Lyapounov, per cui si impone la stabilità del sistema controllato. Per tale metodo si deve definire una funzione  $V$  (funzione di Lyapounov) dello stato  $z$ , definita positiva; in generale, garantire che la derivata temporale della  $V$  sia semi-definita negativa è sufficiente per dimostrare la stabilità del sistema controllato. In molti lavori, anche sul controllo attivo, si utilizza come funzione di Lyapounov una forma quadratica dello stato, ottenendo algoritmi di controllo di tipo ON-OFF (*bistate control*), le cui prestazioni sono determinate dalla scelta della funzione stessa. Applicazioni al controllo SA si trovano, ad esempio, in (Leitmann, 1994), (Patten *et al.*, 1994), (Loh & Ma, 1994), (Hatada & Smith, 1998) e, più recentemente, in (Kuehn & Stalford, 2000) (Nagarajaiah *et al.*, 2000) e (Rodellar, 2000).

In altri lavori si applicano, ai casi SA, i metodi dello *Sliding Mode Control* (Utkin, 1992), in cui l'obiettivo del controllo è fare tendere la traiettoria nel piano delle fasi ad opportune superfici attrattive per il sistema (*Sliding Surfaces*). Tali superfici possono essere progettate in vari modi, ad esempio utilizzando i metodi di controllo finora illustrati (LQR o di Lyapounov). Ad esempio si citano (Yang *et al.*, 1994b, 1996), (Symans & Constantinou, 1995), (Matheu, 1996), (Singh *et al.*, 1997) e più recentemente (El-Borgi *et al.*, 2000) e (Symans *et al.*, 2000). In particolare Yang ed altri (1996), per dispositivi a rigidità variabile, ottengono un algoritmo di controllo generale, che si particolarizza in modo da ottenere quello di Kamagata e Kobori (§2.3.1.2) per AVS.

Strettamente legato al concetto di *Sliding Mode Control* è quello di Controllo a Struttura Variabile (VSC) (De Carlo *et al.*, 1988), per cui il sistema cambia caratteristiche meccaniche quando la traiettoria attraversa alcune superfici (*Switching Surfaces*, SS, o *superfici di commutazione* non attrattive ed opportunamente progettate) nello spazio di stato. Questo concetto, che sarà utilizzato anche nel seguito della tesi per lo studio degli algoritmi di tipo

ON-OFF (Cap.3), ha trovato applicazione al controllo SA ad esempio in (Inaudi *et al.*, 1994), (Inaudi & Kelly, 1993 e 1995), in cui gli autori dichiarano di non interessarsi alle prestazioni dei sistemi controllati, ma allo studio del loro comportamento dinamico, rilevando, ad esempio, che in alcuni casi i sistemi controllati sono “lineari a tratti in coni dello spazio di stato”, quindi non lineari ma omogenei di ordine 1; tali sistemi (*bilineari*) mostrano interessanti proprietà, per cui si rimanda ai lavori citati ed ai successivi Cap.3 e 5 della tesi. Infine, considerazioni sui sistemi a struttura variabile si trovano in (De Angelis & Renzi, 2000) e (Nagarajaiah & Mate, 1998) per rigidità variabile, sia di tipo ON-OFF che continua.

Testi adatti all'approfondimento sono, ad esempio, per il controllo non lineare (Mholer, 1991) e (Slotine & Li, 1991) e per i sistemi a Struttura Variabile e Strutture Adattative (Itkis, 1976) e (Clark *et al.*, 1998).

### 2.3.3 L'approccio diretto in energia

In diverse circostanze si sono derivati algoritmi per il controllo di dispositivi SA mediante significative considerazioni basate, direttamente, sulle equazioni di bilancio energetico della struttura controllata che, come è noto, possono essere scritte sia secondo l'approccio relativo che assoluto (Uang & Bertero, 1988). Tali derivazioni sono tanto più importanti quanto si considera che, a volte, l'interpretazione fisica ed ingegneristica degli algoritmi di controllo ottimali proposti, pur se sicuramente efficaci per le prestazioni, può non essere né semplice né intuitiva, poiché spesso questi algoritmi sono prelevati da contesti completamente diversi (come ad esempio l'ingegneria elettrica, elettronica o dei sistemi) ed ‘adattati’ a quello dell'ingegneria civile. Inoltre, l'ottimizzazione dei parametri che caratterizzano gli algoritmi conduce, altrettanto spesso, proprio ad interpretazioni energetiche; su questo argomento si veda ad esempio (De Angelis & Renzi, 2000) e più estesamente nel seguito della tesi.

Questi approcci diretti in energia possono seguire varie strade, la prima delle quali, forse la più intuitiva, consiste nel massimizzare l'energia dissipata nel sistema di controllo. Su questo principio si basa uno dei più noti, ed utilizzati, algoritmi per il controllo SA di dispositivi di Maxwell controllabili: quello proposto da Inaudi ed Hayen nel 1995. In (Inaudi & Hayen, 1995) e (Inaudi, 1996) si dimostra, infatti, che per massimizzare l'energia dissipata dal controllore, lo smorzamento variabile deve seguire questa legge:

$$\begin{cases} C_{SA}(t) = C_{\max} & \text{se } f(t)\dot{\delta}(t) \geq 0, \text{ Elem. ATTIVO} \\ C_{SA}(t) = C_{\min} & \text{se } f(t)\dot{\delta}(t) < 0, \text{ Elem. NON ATTIVO} \end{cases} \quad (2.3.3.1)$$

dove  $f$  e  $\delta$  sono rispettivamente forza e deformazione del dispositivo, *Variable Damping Brace* VDB. Queste condizioni si traducono nel lasciare sempre collegato il dispositivo, salvo scollegarlo in corrispondenza di massimi o minimi relativi della deformazione, soltanto per il tempo necessario a disperdere (dissipare) anche l'energia elastica in esso immagazzinata. Sulla scorta dello stesso principio, una storia di disattivazioni del tutto analoga è stata proposta anche da Cherry per il controllo di controventi dotati di dispositivi SA ad attrito, (Cherry, 1993) (Dowdell & Cherry, 1994 e 1996). Questo algoritmo ha trovato molte applicazioni in letteratura, fra le quali ricordiamo (Ciampi *et al.*, 2000) (Stammers & Sireteanu, 2000b) e (Xinghua, 2000); inoltre, è stato adottato anche per alcune prove sperimentali, (Serino *et al.*, 2000) (Occhiuzzi & Serino, 2000), in occasione delle quali si è anche modificato l'algoritmo in modo da limitare la perdita di prestazione causata dai ritardi di attuazione, (Serino & Georgakis, 1999).

Considerazioni sul bilancio energetico relativo si trovano ad esempio in (Leitmann, 1994), (Hayen, 1995) (Liang *et al.*, 1999a) e (Zhu *et al.*, 2001); in (Schwartz & Maben, 1996) si ottiene un algoritmo analogo (di tipo ON-OFF) seguendo un interessante approccio basato sul controllo a minimo consumo di energia (*minimum fuel control*). E' semplice dimostrare, (Ciampi *et al.*, 1999 e 2000), che la massimizzazione dell'energia dissipata dai dispositivi coincide con la minimizzazione delle energie recuperabili relative.

Infine più rare, almeno nel campo dell'ingegneria civile, sono le applicazioni che fanno riferimento al bilancio energetico assoluto, come in (Occhiuzzi & Serino, 1995 e 1996), (Palazzo & Petti, 1999a) e (Palazzo *et al.*, 2001) per edifici isolati. A tale proposito ricordiamo che si può dimostrare che l'algoritmo dello *Sky-Hook damping control* si può ottenere anche seguendo un approccio diretto in energia, minimizzando le energie recuperabili *absolute* del sistema da proteggere.

In maniera molto semplice si può mostrare che questi algoritmi, basati sulla minimizzazione di grandezze energetiche, possono spesso essere visti come casi particolari dei precedenti algoritmi ottimali LQR, istantanei o basati sul metodo di Lyapounov, basta infatti formulare opportunamente gli IP da minimizzare o le funzioni di Lyapounov.

#### 2.3.4 Altri metodi di controllo

Altri metodi di controllo, meno generali, sono stati inoltre proposti per specifici campi di applicazione; nel seguito se ne illustrano alcuni fra i più significativi.

Come è noto, l'efficacia del controllo mediante sistemi ad attrito dipende fortemente dall'intensità dell'eccitazione, infatti, fissata una soglia di plasticizzazione  $f_y$ , se l'intensità,

del moto non è tale da attivare lo scorrimento, i dispositivi risultano del tutto inefficaci, invece per intensità alte, la  $f_y$  troppo piccola può pregiudicare le capacità dissipative. Questa è la maggiore differenza, ad esempio, fra i dissipatori ad attrito e quelli viscosi, considerati più efficaci perché in grado di dissipare energia a qualsiasi livello di moto, quindi anche per piccole oscillazioni (si veda anche il successivo Cap.6). Per risolvere questo problema Inaudi (1996 e 1997) propose, proprio per sistemi ad attrito variabile, un algoritmo in cui la resistenza del dispositivo si 'adatta' al livello di deformazione  $\delta(t)$ . In pratica, ogni volta che la  $\delta$  assume un massimo o minimo relativo, la soglia di plasticizzazione viene così aggiornata:

$$f_y(t) = \mu N(t) = \mu g |P[\delta(t)]|, \quad (2.3.4.1)$$

in cui  $\mu$  è il coefficiente di attrito,  $g$  una costante predefinita (con dimensioni di rigidità) e l'operatore  $P[\cdot]$  restituisce l'ultimo picco relativo della storia di deformazione. E' possibile dimostrare che la forza nel dispositivo (Eq.2.3.4.1) è omogenea di ordine 1 (Inaudi & Kelly, 1995), per cui si parla di *Modulated Homogeneous Friction* (MHF) ed interessanti proprietà riguardanti il periodo e l'abbattimento delle vibrazioni libere, la risposta ad eccitazione armonica, la linearizzazione equivalente e l'esistenza di modi di vibrare per sistemi a molti gdl vengono, inoltre, dimostrate. Applicazioni dell'algoritmo si trovano, ad esempio, anche in (Dyke & Spencer, 1997) per dispositivi MR ed in (Inaudi, 2000), dove si propone una modifica all'algoritmo per migliorarne le prestazioni in termini di accelerazioni.

Un altro interessante approccio al problema è quello affrontato all'università di Buffalo (NY, USA: MCEER: *Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research*), in cui si parla di *Controllo Passivo Variabile* di 'Innervated Structures' e di *Real-Time Structural Parameter Modification* (RSPM), (Lee *et al.*, 1994, 1998 e 1999) (Liang *et al.*, 1995, 1999a). In questi lavori si presenta un sistema di riduzione delle vibrazioni strutturali (RSPM) che include algoritmi di controllo, dispositivi esemplificativi ed una campagna sperimentale. Sono evidenti, ed interessanti, i riferimenti alla biomeccanica, sia perché una struttura equipaggiata con RSPM viene detta 'innervata', poiché dotata, come gli organismi viventi, di *sensori* (nervi), *processore* (cervello) ed *attuatori* (muscoli), sia per il riferimento all'osservazione del moto umano nella definizione dell'algoritmo di controllo (meccanismo tira-spingi o *push-pull* nella tensione-rilassamento dei muscoli, Fig.2.3.4.1), che comunque non si discosta sostanzialmente da quello proposto da Inaudi ed Hayen (1995). Per queste strutture, in grado concettualmente di modificare, mediante opportuni dispositivi di commutazione (*functional switches*: costituiti da dispositivi idraulici a flusso controllato in maniera ON-OFF), massa, smorzamento e rigidità, si propone un articolato algoritmo di controllo basato sul principio

del *minimo dell'energia conservativa (conservative energy)*, che altro non è che la parte recuperabile (cinetica e potenziale) del bilancio energetico relativo e che, rispetto ai precedenti, si distingue per i diversi livelli gerarchici di controllo: dal funzionamento (*locale* ed indipendente l'uno dall'altro) del singolo dispositivo che si disattiva all'annullamento della velocità di deformazione ( $L_1$ : *velocity loop*), alla verifica che queste disattivazioni producano realmente dei massimi o minimi della deformazione ( $L_2$ : *force loop*), alla valutazione *globale* dell'efficacia del controllo ( $L_3$ : *displacement loop*, allo stato dei lavori citati non ancora implementato), fino ad un ciclo di sicurezza rispetto al raggiungimento di soglie considerate critiche, e non superabili, per alcuni parametri, come deformazioni, tensioni, energie, temperature, etc. ( $L_3$ : *safety-check loop*). Utilizzando il principio della rigidità variabile, si riportano simulazioni numeriche su edifici e ponti (Tong *et al.*, 1997), ed applicazioni sperimentali su tavola vibrante per edifici ad uno e tre piani, (Liang *et al.*, 1999b).

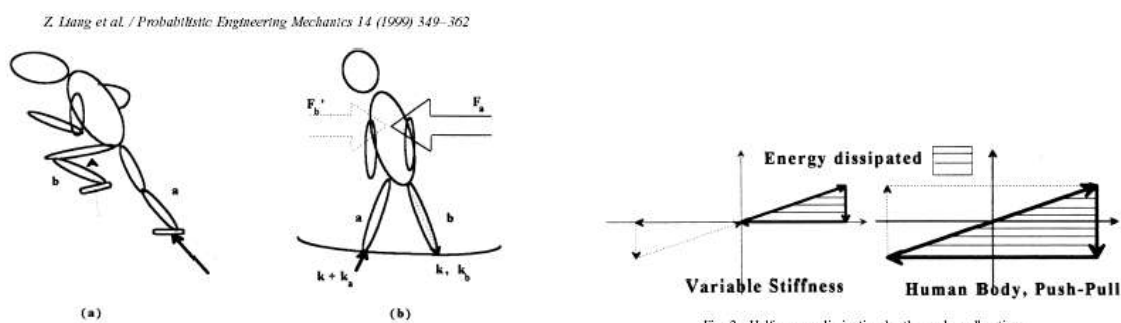


Fig. 1. The push-pull mechanism.

Fig. 2. Half energy dissipation by the push-pull action.

*Fig.2.3.4.1 – Meccanismo Push-Pull e dissipazione di energia, da (Liang. et al., 1999a).*

Un concetto simile di controllo passivo '*intelligente*' è utilizzato anche in (Xue *et al.*, 1997), in cui dispositivi di controllo passivi sono collegati alla struttura mediante parti strutturali definite '*intelligenti*'.

Interessante è anche l'approccio dell'*Active Interface Damping* o *Active Interaction Control*, in cui si controllano le interazioni dinamiche fra differenti strutture o parti diverse dello stesso organismo strutturale. In alcuni lavori, il controllo del dispositivo di unione opera per ridurre la risposta di una delle due strutture, detta *primaria*, come in (Hayen & Iwan, 1994) ed (Hayen, 1995) dove se ne minimizza l'energia recuperabile (relativa), ottenendo un algoritmo simile a quello di Inaudi & Hayen, (Eq.2.3.3.1, in cui  $\delta$  è ora lo spostamento della struttura primaria); lo stesso algoritmo è considerato in (Zhu *et al.*, 2001), confrontandolo sia col controllo passivo ottimale che con un controllo SA basato sull'LQR, ed in (Iwan & Wong, 1998) dove si confronta con altri due algoritmi di controllo, fra cui quello proposto da

Kamagata e Kobori, §2.3.1.2 e 3.5.3. In (Ciampi *et al.*, 1999), oltre che considerare il controllo della sola struttura primaria (*'Selective Protection'*), si considera anche il caso in cui la protezione è estesa ad entrambe le strutture (*'Global Protection'*), per cui l'algoritmo di controllo, ottenuto mediante la minimizzazione di un IP istantaneo dal significato fisico di energia recuperabile di entrambe le strutture, degenera, per collegamento dissipativo controllabile viscoso e rigido-plastico, nel controllo passivo; nello stesso lavoro, inoltre, si propone una metodologia per la progettazione ottimale dei dispositivi e si confronta il controllo passivo ottimizzato con quello SA. Infine, con gli stessi obiettivi, Palazzo & Petti (1999b) utilizzano un collegamento MR, controllato mediante un algoritmo per il controllo attivo ottimo in frequenza (norma  $H_\infty$ ).

Un'altra tipica situazione strutturale particolarmente adatta all'applicazione del controllo SA è quella degli *smorzatori a masse accordate* (*Semi Active Tuned Mass Dampers*). Si è già ricordato il lavoro di Hrovat ed altri (1983) in cui si utilizza un algoritmo basato sull'LQR; lo stesso tipo di algoritmo è stato utilizzato, molto più recentemente, in (Pinkaw & Fujino, 2001) verificandone l'efficacia per eccitazione armonica. Alla stessa situazione strutturale sono dedicati altri lavori, come ad esempio: (Abè & Igusa, 1996) in cui si utilizza un dispositivo ER, (Franchek *et al.*, 1995) e (Buhr *et al.*, 1997) in cui si utilizza un dispositivo a rigidità variabile (Fig.2.2.2.2) ed infine in (Ricciardelli *et al.*, 2000) e (Setareh, 2001).

In diversi lavori si sono studiati algoritmi basati su previsioni dell'eccitazione e/o della risposta futura, in modo tale da compensare i ritardi di attuazione o predisporre, nel modo migliore, il controllore. Oltre (Serino & Georgakis, 1999), di cui abbiamo già parlato nel §2.3.3, citiamo: (Yamada & Kobori, 1995), in cui si stima il valore futuro dell'eccitazione in modo tale da predisporre i dispositivi a rigidità variabile (AVS) affinché risulti minimizzata la risposta futura (calcolata); (Yamada, 2000b), in cui la stima dell'eccitazione futura viene inclusa nel processo di ottimizzazione per la determinazione dello smorzamento ottimale in un dispositivo di Maxwell variabile; (Gluck *et al.*, 2000), in cui si valuta la risposta futura del telaio per compensare il ritardo di attuazione nel controllo, realizzato mediante un algoritmo ottimo istantaneo IOC di dispositivi ER; negli ultimi tre casi citati le stime dell'eccitazione e della risposta futura sono ottenute mediante modelli auto-regressivi.

Per concludere, citiamo anche alcune interessanti applicazioni della logica Fuzzy al campo del controllo strutturale (Casciati & Yao, 1994) ed in particolare al controllo SA. Come è noto, la teoria dei *Fuzzy Sets* è stata introdotta per tenere conto di incertezze ed imprecisioni nei dati di ingresso (infatti *fuzzy* vuol dire confuso, sfocato, indistinto); per questo utilizza semplici ed intuitive regole del *linguaggio verbale*, invece che equazioni matematiche, per

definire le corrispondenze fra input ed output; in tal modo si processano informazioni ‘vaghe’ ed ‘imprecise’ mediante logiche elementari (basate su una generalizzazione dell'algebra booleana e sul concetto di parziale appartenenza ad un insieme) allo scopo di determinare l'azione di controllo. Fra le applicazioni al controllo SA ricordiamo: (Sun & Goto, 1994) e (Symans & Kelly, 1999), per il controllo di dispositivi oleodinamici a smorzamento variabile per l'isolamento di ponti; (Nagarajaiah, 1994) per il controllo di edifici isolati; infine, (Sireteanu *et al.*, 2000) per il controllo di dispositivi ad attrito variabile in sospensioni SA.

#### 2.4 Applicazioni non dell'ingegneria civile: le sospensioni Semi Attive

Come abbiamo già visto, fin dalle sue origini, (Karnopp *et al.*, 1974), il concetto di controllo SA ha trovato fertile terreno nel campo della progettazione di sistemi di sospensione, soprattutto per autoveicoli. In queste situazioni il problema consiste, essenzialmente, nell'isolare una massa dal moto del vincolo, progettando un opportuno sistema di sospensione che realizzi, al tempo stesso:

- 1) un buon isolamento della massa, in modo da garantire le condizioni di *comfort* per gli occupanti del veicolo, in questo caso il criterio di progetto maggiormente utilizzato è il valore RMS dell'accelerazione assoluta della massa; in alcuni casi è utilizzato anche il cosiddetto *jerk* (contraccolpo) definito come derivata temporale dell'accelerazione;
- 2) la limitazione del moto relativo fra la massa ed il vincolo, sia per le limitazioni fisiche sulla corsa delle sospensioni (*rattle-space*), che, soprattutto, per garantire una buona tenuta di strada (sicurezza), quantificato mediante lo spostamento *relativo* della massa rispetto al supporto.

Si noti come i criteri chiave per la valutazione delle prestazioni siano gli stessi di quelli considerati nell'ingegneria civile, ma l'ordine di importanza risulta invertito: per le sospensioni, infatti, prima di tutto si vuole limitare il moto assoluto, quindi si osserva che questo non pregiudichi la sicurezza o i limiti fisici dei dispositivi (moti relativi).

Per quanto riguarda una completa panoramica sul problema della progettazione ottimale delle sospensioni si rimanda al lavoro di Hrovat (1997), comunque appare utile ricordare alcuni aspetti caratterizzanti, facendo notare le analogie e le differenze rispetto a quello a cui siamo abituati nell'ambito dell'ingegneria civile.

Come in qualsiasi problema di controllo strutturale (§1.2), anche per la progettazione delle sospensioni è necessario definire: (1) un corretto modello per l'eccitazione; (2) dei criteri di valutazione delle prestazioni, ed infine (3) il metodo per il progetto del sistema di controllo.

Per quanto riguarda l'eccitazione, la *rugosità* del terreno viene, in generale, definita come processo aleatorio definito mediante densità di potenza spettrale in spostamento. L'approssimazione maggiormente utilizzata in letteratura, è quella per cui si ottiene un *rumore bianco* per il processo della velocità del terreno, che bene si accorda, convenzionalmente, con le ipotesi standard dei controllori Lineari Quadratici e Gaussiani (LQG). L'intensità dell'eccitazione, ovviamente, aumenta proporzionalmente alla velocità di percorrenza del veicolo ed, inoltre, dipende fortemente dalle capacità, abitudini e stato fisico e mentale del guidatore.

Per quanto riguarda i criteri di valutazione delle prestazioni, le sensazioni soggettive di *comfort* sono ben rappresentate dal valore RMS dell'accelerazione assoluta, (Smith *et al.*, 1978), mentre, come detto, la tenuta di strada e la compatibilità con la corsa della sospensione sono quantificate mediante lo spostamento relativo.

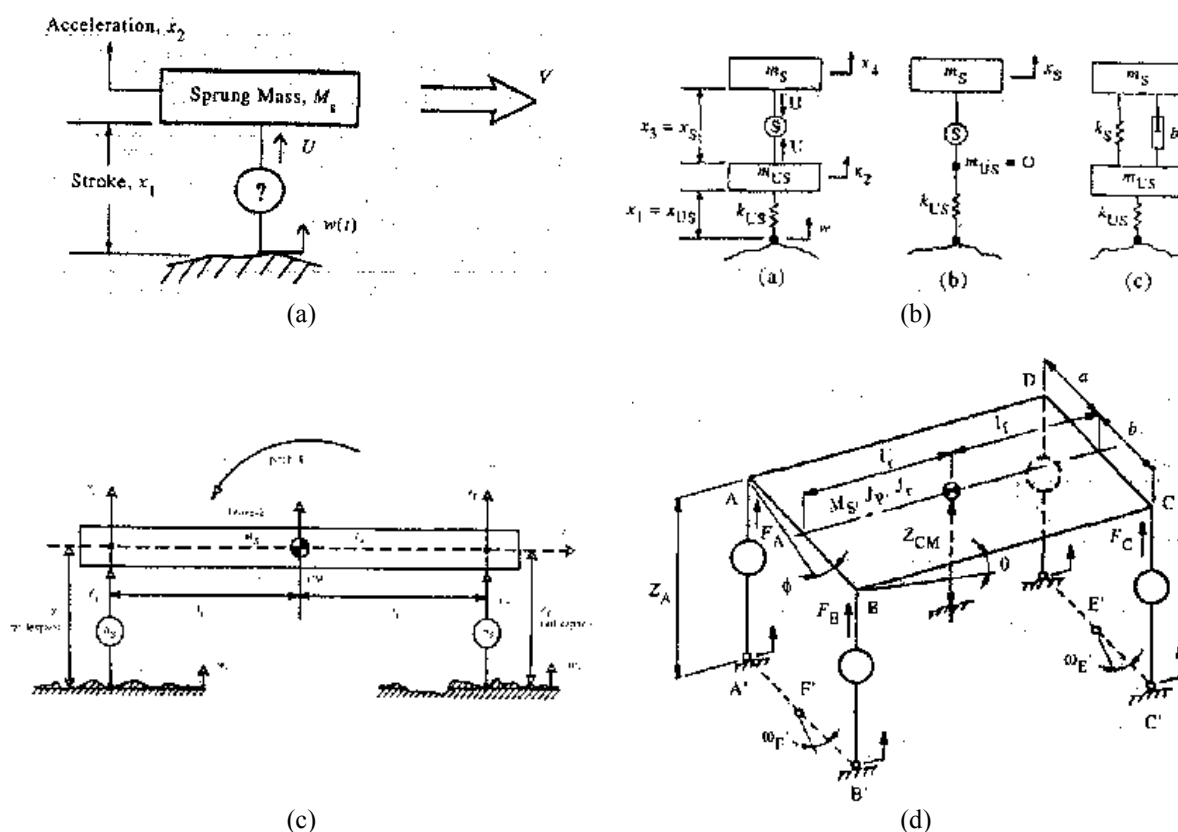


Fig.2.4.1 – Modelli per la progettazione di sospensioni, da (Hrovat, 1997). (a) 1 DOF 1/4 car model; (b) 2 DOF 1/4 car model; (c) 2DOF 1/2 car model; (d) 3D full car model.

Diversi sono i modelli utilizzati per lo studio di sistemi di sospensione *passivi*, *attivi*, e *semi attivi*; tipicamente la progettazione parte con un semplice modello ad 1 gdl di 1/4 di veicolo (*1DOF quarter-car model*, Fig.2.4.1a), che tiene conto soltanto del moto, monodimensionale verticale (*heave*) della massa sospesa (*sprung mass*). Aggiungendo anche



il modello del sistema ruota/pneumatico (*unsprung mass*) si ottiene un modello a 2 gdl, *2DOF quarter-car model* (Fig.2.4.1b); il modo di vibrare associato alle masse non sospese (“*wheel-hop*” *mode*) è, in generale, poco smorzato e molto lento (frequenza  $f < 1\text{Hz}$ ), quindi fortemente disaccoppiato da quello delle masse sospese ( $f$  fra 8 e 12 Hz). Il passo successivo è quello di considerare anche la rotazione longitudinale del veicolo (*pitch*), utilizzando tipicamente modelli a 2 gdl (*half-car model*), (Fig.2.4.1c); infine, il modello completo a 3 dimensioni (*full-car model*) include generalmente soltanto i 6 gdl di moto rigido, (Fig.2.4.1d).

Per quanto riguarda le strategie di controllo SA, l’algoritmo di riferimento è stato, fin dalle origini, quello dello *Sky-Hook damping* (SH, §2.3.1.4), (Karnopp *et al.*, 1974) (Karnopp, 1990) (Ahamadian, 1999), tenuto come costante punto di riferimento, spesso insieme al *Force Transfer Control* (FTC, §2.3.1.3), nel momento di proporre altre strategie di controllo come, ad esempio, in (Oueslati & Sankar, 1994), in cui si evidenzia come il FTC si comporti decisamente peggio del primo in risonanza, e si propone la soluzione ‘ibrida’ dell’aggiunta di un dispositivo passivo proprio per migliorare lo smorzamento in risonanza; in (Wu & Griffin, 1997), dove si utilizza un dispositivo ER, e si aggiunge una condizione di attivazione al superamento di un valore di soglia dello spostamento, per limitare gli urti a fine corsa della sospensione; ed anche in (Lie, 1997), dove si confrontano le prestazioni col controllo attivo e si investiga sull’influenza della velocità di variazione continua dello smorzamento.

In diversi lavori, fra cui ancora (Hrovat, 1997), si è notato che, essendo lo *Sky-Hook control* soluzione ottimale di un problema di controllo attivo, quando il dispositivo SA, a causa del vincolo di *passività*, non è in grado di fornire la forza di controllo richiesta, questo viene ‘semplicemente’ disattivato (*clipped optimal control*, §4.1.1), per questo si raccomanda di fare particolare attenzione a questi salti di forza di inerzia (di cui si parlerà ampiamente nel seguito) che potrebbero portare a valori eccessivi del *contraccolpo* (*jerk*). Soprattutto per questo motivo si sono proposti studi che cercassero di tenere in conto, nella procedura di ottimizzazione, delle caratteristiche di realizzazione SA della forza di controllo.

Ad esempio in (Hac & Youn, 1992) si minimizza un IP quadratico che tiene conto del comfort (accelerazione assoluta della massa sospesa), della corsa della sospensione (spostamento relativo di quest’ultima) e della tenuta di strada (deflessione del pneumatico); nella procedura di minimizzazione si tiene conto esplicitamente anche del vincolo di passività sulla forza di controllo, esprimendola in funzione del coefficiente di smorzamento variabile, che rappresenta l’incognita del problema, scrivendo le equazioni del moto in forma bilineare (Mholer, 1991, vol.2), inoltre, si considera anche la possibilità di conoscere, con un dato anticipo, l’eccitazione (*‘road preview’*) mostrandone i benefici in termini di prestazioni; gli

stessi autori, (Youn & Hac, 1995) considerano anche l'influenza di una rigidità variabile (in tre stati) utilizzata per 'aiutare' lo smorzatore viscoso variabile a realizzare la forza di controllo ottimale quando le velocità di variazione del parametro sono troppo grandi. Gordon (1995) considera, nelle stesse variabili, un IP non quadratico e, tenendo conto della passività della forza di controllo, utilizza il principio di minimo di Pontryagin per un'ottimizzazione completa, tenendo conto anche della conoscenza preventiva dell'eccitazione, (Gordon & Sharp, 1998); in questi casi si osserva che la procedura di ottimizzazione completa è assai onerosa, risolta numericamente, ma si ottengono sostanziali benefici rispetto alla procedura approssimata (sub-ottimale) del *clipped optimal control*, soprattutto quando si implementa anche il *road preview*; un approccio analogo si trova anche in (El-Beheiry, 1998).

Alla difficoltà (ed onerosità) di trovare la soluzione analitica o numerica del problema di ottimizzazione stocastica completa quando sono presenti pronunciate non linearità (attrito), fa riferimento Bellizzi (1994), che propone e verifica una procedura sub-ottimale, in cui si definisce (1) un problema di controllo attivo lineare equivalente, (2) la soluzione analitica del problema LQG e (3) la proiezione delle forze di controllo nel dominio di quelle ammissibili (*clipping*). In (Kawabe *et al.*, 1998) si propone di risolvere la complessa procedura di ottimizzazione utilizzando una 'quasi-linearizzazione' per le basse frequenze e lo *Sliding Mode Control* (ottimizzato in frequenza utilizzando la procedura  $H_\infty$ ).

Un approccio diverso, indirizzato alla conservazione del manto stradale, quindi alla minimizzazione della forza di contatto fra pneumatico e strada, è utilizzato in (Valásek *et al.*, 1998), in cui si confrontano fra loro diversi algoritmi fra cui un *Ground-Hook damping control*, lineare e non, un LQR, uno *Sliding Mode Control* con SS progettate mediante l'LQR, un controllore *Fuzzy* ed infine uno passivo ottimizzato. Dispositivi ER sono proposti in (Choi & Kim, 2000), dove si usa un controllo LQR; dispositivi ad attrito variabile di tipo ON-OFF sono utilizzati in (Stammers & Sireteanu, 1998), in cui si propone un algoritmo di *Sequential Damping* del tutto analogo al FTC, ed in (Sireteanu *et al.*, 2000), dove questo algoritmo si confronta con un controllore *fuzzy*; mentre, sistemi a rigidità variabile, ottenuti utilizzando molle 'ad aria' di cui è possibile variare, in tempo reale, la pressione (Stein & Tökölöy, 2000), sono stati proposti per il controllo di sospensioni di veicoli, (Giliomee & Els, 1998), e per l'isolamento dei sedili per guidatori di mezzi commerciali, (Stein, 1997). Infine, sistemi SA sono stati proposti per le sospensioni di veicoli fuoristrada (Nell & Steyn, 1998), per l'isolamento di motori, (Yu *et al.*, 2001), di macchine rotanti (Rana & Soong, 1998) e perfino per macchine agricole (Hansson, 1996).

## BIBLIOGRAFIA del capitolo 2

- Abè M & Igusa T., 1996. Semi-active dynamic vibration absorbers for controlling transient response. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.198 n.5, 1996, p.547-569.
- Ahamadian M., 1999. On the isolation properties of semiactive dampers. *Jour. of Vibration and Control*, Vol.5, 1999, p.217-232.
- Asano K & Nikagawa H., 2000. Optimum seismic response control of structural system using maxwell-type nonlinear viscous damper based on random earthquake response. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> International Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000, p. 39-48. World Scientific.
- Battaini M, Casciati F., Marioni A., Silvestri A & Ubaldini M., 1998. Semi-active control by electro-inductive energy dissipators. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.437-444.
- Bellizzi S., 1994. Suboptimal stochastic control for semi-active vibration isolation systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol.8 n.6, 1994, p.691-702.
- Brogan W.L., 1991. *Modern Control Theory*. 3<sup>rd</sup> Edtn. Prentice-Hall Intrn., Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- Bryson A.E. Jr. & Ho Y.C., 1975. *Applied Optimal Control*. Rev. Printing. Hemisphere Publ. Corp., NY, 1975.
- Buhr C., Franchek M.A. & Bernhard R.J., 1997. Non-collocated adaptive-passive vibration control. *Jour. of Sound and Vibration*, Vol.206 n.3, 1997, p. 371-398.
- Casciati F & Yao T., 1994. Comparison of strategies for the active control of civil structures. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p. WA1/3-12.
- Chang C.C. & Yang H.T.Y., 1994. Instantaneous optimal control of building frames. *Jour. of Structural Engineering ASCE*, vol.120 n.4, April 1994, p.1307-1326.
- Cherry S., 1993. Research on friction damping at the university of British Columbia. *Proc. of International Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii), Aug. 1993, p. 84-91.
- Choi S.B., Kim W.K., 2000. Vibration control of a semi-active suspension featuring electrorheological fluid dampers. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.234 n.2, 2000, p.537-546 .
- Ciampi V., De Angelis M. & Renzi E., 1999. Optimal selection of special connections between adjacent structures in passive and semi-active vibration control strategies. *Proc. of European Conference on Structural Dynamics EURO-DYN'99*, Praga (Rep. Ceca), 7-10 June 1999, vol. 1, p. 611-616.
- Ciampi V., De Angelis M. & Renzi E., 2000. Optimal Semi Active and Passive control of the seismic response of coupled frame-bracing systems. *Proc. of 12 World Conference on Earthquake Engineering*, 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n. 2288.
- Clark R.L., Saunders W.R. & Gibbs G.P., 1998. *Adaptive structures: dynamics and control*. John Wiley & Sons, New York, etc., 1998.
- De Angelis M., Renzi E. & Ciampi V., 1999. Sul controllo semi attivo di tipo ON-OFF della risposta sismica di telai controventati. *Atti 9 Conv. Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Torino, Sett. 1999.
- De Angelis M. & Renzi E., 2000. Energy aspects in control of Variable Structure Systems. *Proc of 2<sup>nd</sup> European Conf. on Structural Control 2ECSC*, July 3-6, Champs-sur-Marne Paris (France). [In stampa]
- De Carlo R.A., Stanislaw H.Z. & Matthews G.P., 1988. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. *Proc. IEEE*, vol.76 n.3, p. 212-232.
- Dowdell D.J. & Cherry S., 1994. Structural control using semi-active friction dampers. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p.FA1/59-68.
- Dowdell D.J. & Cherry S., 1996. On passive and semi active friction damping for seismic response control of structures. *Proc. of 11 World Conf on Earthquake Eng.* 11WCEE, Acapulco (Mexico), 1996, Paper n.957.
- Dupont P., Kasturi P. & Stokes A., 1997. Semi-Active control of friction dampers. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.202 n.2, 1987, p. 203-218.
- Dyke S.J. & Spencer B.F. Jr., 1996a. Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures*, Vol.5, p. 565-575. <http://www.seas.wustl.edu/research/quake> (19 oct. 2001)

- Dyke S.J. & Spencer B.F. Jr., 1996b. Seismic response control using multiple MR dampers. *Proc. of 2<sup>nd</sup> Intern. Workshop on Struct. Control*, Hong Kong, 1996, p.163-173. Web: <http://www.seas.wustl.edu/research/quake> (19 oct. 2001).
- Dyke S.J. & Spencer B.F. Jr., 1997. A comparison of semi-active control strategies for the MR damper. *Proc. of IASTED Intern. Conf. on Intelligent Information Systems*, The Bahamas, Dec. 8-10, 1997. Web: <http://www.seas.wustl.edu/research/quake> (19 oct. 2001).
- Dyke S.J., Spencer B.F. Jr, Quast P., Sain M.K., Kaspari D.C & Soong T.T., 1996a. Acceleration feedback control of MDOF structures. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.122 n.9, Sept.1996, p.907-918.
- Dyke S.J., Spencer B.F. Jr., Sain M.K. & Carlson J.D., 1996b. Experimental verification of semi-active structural control strategies using acceleration feedback. *Proc. 3 Intern. Conf. on Motion and Vibration Control*, Chiba (Japan), Sept 1-6, vol.3 p.291-296.
- Ehrgott R.C. & Masri S.F., 1993. Structural control applications of an electrorheological device. *Proc. of Intern. Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii), Aug. 1993, p. 115-129.
- El-Berheiry E.M., 1998. A method for preview vibration control of systems having forcing inputs and rapidity-switched dampers. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.214 n.2, 1998, p.269-283.
- El-Borgi S., Zammali C. & Tsopelas P., 2000. Semi-active control of 3-D linear and hysteretic structures for seismic applications. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> International Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000, p.141-148. World Scientific.
- Feng M.Q. & Shinozuka M., 1990. Use of a variable damper for hybrid control of bridge control response under earthquake. *Proc U.S. Nat. Workshop on Structural Control Research*, Los Angeles (USA), Oct., p.107-112.
- Feng M.Q., Shinozuka M. & Fujii S., 1993. Friction-Controllable sliding isolation system. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.119 n.9, Sept.1993, p.1845-1864.
- Franchek M.A., Ryan M.W. & Bernhard R.J., 1995. Adaptive Passive Vibration Control. *Jour. of Sound and Vibration*, Vol.189 n.5, 1995, p.565-585.
- Ghanem R.G. & Bujakov M.I., 1996. Nonlinear techniques for dynamical system with uncertain parameters. *Tech. Rep. NCEER-96-0007*, State University of NY at Buffalo (USA), May 27, 1996.
- Gavin H.P., Hose Y.D. & Hanson R.D., 1994. Design and control of electrorheological dampers. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p.WP3/83-92.
- Gavin H.P., Hanson R.D. & Filisko F.E., 1996a. Electrorheological dampers. Part I: analysis and design. *Jour. of Applied Mechanics*, vol.63, 1996, p.669-675.
- Gavin H.P., Hanson R.D. & Filisko F.E., 1996b. Electrorheological dampers. Part II: testing and modeling. *Jour. of Applied Mechanics*, vol.63, 1996, p.676-682.
- Gavin H.P. & Hanson R.D., 1998. Seismic protection using ER damping. *Proc. of 2 World Conf. on Struct. Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.2, p.1183-1190.
- Gavin H., Dobossy M. & Lamberton J., 2000. Designing and testing devices for semi-active structural control. *Proc. of 3 Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, p.255-262. World Scientific.
- Giliomee C.L. & Els P.S., 1998. Semi-active hydropneumatic spring and damper system. *Jour. of Terramechanics*, Pergamon, Vol.35, 1998, p.109-117.
- Gluck J, Ribakov Y. & Dancygier A.N., 2000. Predictive active control of MDOF structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.109-125.
- Gordaninejad F., Ray A. & Bindu R., 1994. Vibration control of structures using hybrid ER/Viscous dampers. *Proc. of 1 World Conf. on Struct. Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.2, p.TA2/41-49.
- Gordaninejad F., Saiidi M, Hansen C & Chang F.K., 1998. Magneto-Rheological fluid dampers for control of bridges. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.2, p.991-1000.
- Gordon T.J., 1995. Nonlinear optimal control of a semi-active vehicle suspension. *Chaos, Solitons and Fractals*, vol.5 n.9, 1995, p.1603-1617.
- Gordon T.J. & Sharp R.S., 1998. On improving the performance of automotive semi-active suspension systems through road preview. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.217 n.1, 1998, p.163-182.
- Hac A. & Youn I., 1992. Optimal semi-active suspension with preview based on a quarter car model. *Jour. of Vibration and Acoustic*, Trans. of ASME, vol.114, Jan.1992, p. 84-92 .

- Hansson P.A., 1996. Rear axle suspensions with controlled damping on agricultural tractors. *Computers and Electronics in Agriculture*, Vol.15, 1996, p.123-147, Elsevier.
- Hatada T. & Smith H.A., 1998. Nonlinear controlling using variable damping devices for tall building. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.2, p.1539-1548.
- Hayen J.C., 1995. Response control of structural systems using semi-actively controlled interactions. *Ph.D. Thesis, Rep. N. EERL 95-03*, Earthquake Eng. Research Lab., CalTech, Pasadena, California (USA).
- Hayen J.C. & Iwan W.D., 1994. Response control of structural systems using active interface damping. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p.WA2/23-32.
- Hidaka S., Ahn Y.K. & Morishita S., 1998. Structural control by damping-variable dynamic damper using ER fluid. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.451-460.
- Hiehata S., Ogasawara K., Takahashi M., Nasu T., Niwa N. & Kobori T., 1992. Performance verification of actual seismic response controlled structure with AVS. *Proc of 10 World Conf. on Earthquake Engineering 10WCEE*, Madrid (Spain), July 1992, vol.7, p.4177-4182.
- Hirai J., Naruse M. & Abiru H., 1997. Study on the practical application of the variable damper system for the seismic response of the building. *Proc of Intern. Post-Smirt Conf. Sem. on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Control of Vibrations of Structures*, Taormina (Italy), Aug. 1997.
- Housner G.W., Bergman L.A., Caughey T.K., Chassiakos A.G., Claus R.O., Masri S.F., Skelton R.E., Soong T.T., Spencer B.F. & Yao J.T.P., 1997. Structural control: past, present, and future. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, Special Issue, vol.123, n.9, Sept. 1997, p. 897-971.
- Hrovat D., 1997. Survey of advanced suspensions developments and related optimal control applications. *Automatica*, vol.33 n.10, p.1781-1817.
- Hrovat D., Barak P. & Rabins M., 1983. Semi-Active versus passive or active tuned mass dampers for structural control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.109, n.3, June 1983, p.691-705.
- Inaudi J.A., 1996. Control of variable-damping systems. *Proc. of 1 European Conf. on Structural Control 1ECSC*, Barcelona (Spain), May 29-31, 1996, p.362-369.
- Inaudi J.A., 1997. Modulated Homogeneous Friction: a semi-active damping strategy. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.26, p.361-376.
- Inaudi J.A., 2000. Performance of variable damping systems: theoretical analysis and simulation. *Proc. 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000. World Scientific.
- Inaudi J.A. & Hayen J.C., 1995. Research on variable-structure systems in the US. *Intern. Post-Smirt Conf. Sem. on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Control ...*, Santiago (Chile), Aug. 1995.
- Inaudi J.A. & Kelly J.M., 1993. Variable structures homogeneous control systems. *Proc. of Intern. Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii) Aug. 1993, p.224-238 .
- Inaudi J.A. & Kelly J.M., 1995. Non linear homogeneous dynamical systems. *Rep. N. UCB/EERC-93/11*, Oct. 1995, Earthquake Engineering Research Cntr., Univ. of California at Berkeley, USA.
- Inaudi J.A., Leitmann G. & Kelly J.M., 1994. Single Degree Of Freedom non linear homogeneous systems. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.120 n.7, p.1543-1562 .
- Iwan W.D. & Wong L.I., 1998. A comparison of control algorithms for active interaction control of civil structures. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), 1998, p.1560-1566 .
- Itkis U., 1976. *Control Systems of Variable Structure*. A Halsted Press Book, John Wiley & Sons, NY (USA).
- Jansen L.M. & Dyke S.J., 1999. Semi-active strategies for MR dampers: a comparative study. Submitted to *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, Vol.126 n.8, p.795-803. Web: <http://www.seas.wustl.edu/research/quake> (19 oct. 2001)
- Jiang H., Cheng F.Y. & Wang Z., 2000. State-of-the-art in hybrid control and issues on optimum seismic observer and device placement. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Eng. 12WCEE*, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n.1728.
- Johnson E., Ramallo J., Spencer B.F.Jr. & Sain M.K., 1998. Intelligent base isolation systems. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.367-376.
- Kamagata S. & Kobori T., 1994. Autonomous adaptive control of active variable stiffness systems (AVS) for seismic ground motion. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.2, p. TA4/33-42.

- Kannan S., Uras H.M & Aktan H.K., 1995. Active control of building seismic response by energy dissipation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.24, 1995, p.747-759.
- Karnopp D.C., Crosby M.J., Harwood R.A., 1974. Vibration Control using semi active force generation. *Jour. of Engineering for Industry*, Trans. of ASME, vol.96, n.2, May 1974, p.619-626.
- Karnopp D.C., 1990. Design principles for vibration control systems using Semi-Active Dampers. *Jour. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Trans. of ASME, vol.112, Sept.1990, p.448-454.
- Kawabe T., Isobe O., Watanabe Y., Hanba S., Miyasato Y., 1998. New semi-active suspension controller design using quasi-linearization and frequency shaping. *Control Engineering Practice*, Vol.6 (1998), p.1183-1191.
- Kawashima K. & Unjoh S., 1993. Variable dampers and variable stiffness for seismic control of bridges. *Proc. of Intern. Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii), Aug. 1993, p.283-297.
- Kobori T. & Kamagata S., 1992. Active Variable Stiffness systems - active seismic response control. *Proc. of U.S.-Italy-Japan Workshop/Symp. on Structural Control and Intelligent systems*, Sorrento-Genoa (Italy), July 1992, p.140-153.
- Kobori T., Takahashi M., Nasu T. & Niwa N., 1993. Seismic response controlled structure with active variable stiffness systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.22, 1993, p.925-941.
- Kuehn J.L., Stalford H., 2000. Stability of a Lyapounov controller for a semiactive structural control system with nonlinear actuator dynamics. *Jour. of Mathematical Analysis and Applications*, Vol.251, 2000, p. 940-957.
- Kurata N., Kobori T., Takahashi M., Niwa N. & Kurino H., 1994. Shaking table experiment of active variable damping systems. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug.1994, vol.2, p. TP2/108-117.
- Kurata N., Kobori T., Takahashi M. & Niwa N., 1996. Study on active variable damping system for high rise buildings in large earthquakes. *Proc of 1 European Conf. on Structural Control 1ECSC*, Barcelona (Spain), May 1996, p. 402-409.
- Kurata N., Kobori T., Takahashi M., Niwa N. & Midorikawa H., 1999. Actual seismic response controlled building with semi-active damper system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.28 n.11, Nov.1999, p.1427-1447.
- Kurata N., Kobori T., Takahashi M., Ishibashi T., Niwa N., Tahgmi J. & Midorikawa H., 2000. Forced vibration test of a building with semi-active damper system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.629-645.
- Kurino H. & Kobori T., 1998. Semi-active structural response control by optimizing the force-deformation loop of variable damper. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.408-415.
- Lee G.C., Z. Liang & M. Tong, 1994. Innervated Structures. *Proc. of 1 World Conference on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p.WP2/22-31.
- Lee G.C., Z. Liang & M. Tong, 1998. Development of a variable-passive control system. *Proc. of 2 World Conference on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), 1998, vol. 1, p. 461-470.
- Lee G.C., Z. Liang & M. Tong, 1999. Development of a semi-active structural control system. *Research progress and Accomplishments 1997-1999*. Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research MCEER, SUNY at Buffalo, NY (USA), July 1999.
- Leitmann G., 1994. Semiactive Control for vibration attenuation. *Jour. of Intelligent Materials Systems and Structures*, vol.5, Nov. 1994, p.841-846.
- Leitmann G. & Reithmeier E., 1993. Semiactive control of a vibrating system by means of electrorheological fluids. *Dynamics and Control*, vol.3, 1993, p.7-33.
- Li L. & Xiaoqing Z., 1998. The ERF smart damping system. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.445-449.
- Liang Z., Tong M. & Lee G.C., 1995. Real-Time Structural Parameter Modification (RSPM): development of innervated structures. *Tech. Rep. NCEER-95-0012*, SUNY at Buffalo, NY (USA), April 11, 1995.
- Liang Z., Tong M. & Lee G.C., 1999a. A real-time structural parameter modification (RSPM) approach for random vibration reduction: Part I. Principle. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14 (1999), p. 349-362.
- Liang Z., Tong M. & Lee G.C., 1999b. A real-time structural parameter modification (RSPM) approach for random vibration reduction: Part II. Experimental verifications. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14 (1999), p. 363-381.
- Lieh J., 1997. Semiactive and active suspensions for vehicle ride control using velocity feedback. *Jour. of Vibration and Control*, vol. 3 n. 2, May 1997, p. 201-212 .

- Lin R.C., Soong T.T. & Reinhorn A.M., 1987. Experimental evaluation of instantaneous optimal algorithms for structural control. *Tech Rep. NCEER-87-0002*, April 20, 1997. SUNY at Buffalo (USA).
- Loh C.H. & Ma M.J., 1994. Active-damping or active-stiffness control for seismic excited buildings. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.3, p. TA2/11-20.
- Makris N., 1996. Near-source earthquakes, base isolated structures and semiactive dampers. *Proc. of 1 Intern. Conf. on Earthquake Resistant Engineering Structures*, ERS96, Thessaloniki (Greece), 1996, p. 291-300.
- Makris N., 1997. Rigidity-plasticity-viscosity: can electrorheological dampers protect base-isolated structures from near-source ground motions? *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.25 n.5, May 1997, p.571-579.
- Makris N., Burton S.A, Hill D. & Jordan M., 1996. Analysis and design of ER damper for seismic protection of structures. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.122, 1996, p.1003-1011.
- Matheu E.E., 1996. Active control of seismic response by variation of structural parameters. *Proc of 11 World Conf. on Earthquake Engineering 11WCEE*, Acapulco (Mexico), July 1996, Paper n. 788.
- Mohler R.R., 1991. *Nonlinear Systems*, vol.1: *Dynamics and Control*, vol.2: *Application to Bilinear Control*. Pratince Hall, N.J., 1991.
- Nagarajaiah S., 1994. Fuzzy controller for structures with hybrid isolation system. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.2, p.TA2/67-76.
- Nagarajaiah S. & Mate D., 1998. Semi-active control of continuously variable stiffness system. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.396-405.
- Nagarajaiah S., Sahasrabudhe S. & Iyer R., 2000. Earthquake protection of bridges using sliding isolation system and MR dampers. *Proc. of 3 International Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000, p.375-383. World Scientific.
- Nasu T., Kobori T, Takahashi M & Kunise A., 1998. Analytical study on a high-rise building with the active variable stiffness system. *Proc. 2 World Conf. on Struct. Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.805-814.
- Nell S. & Steyn, 1998. An alternative control strategy for semi-active dampers on off-road vehicles. *Jour. of Terramechanics*, Vol.35, 1998, p.25-40, Pergamon.
- Nemir D.C., Lin Y. & Osegueda R.A., 1994. Semiactive motion control using variable stiffness. *Jour. of Structural Engineering ASCE*, vol. 120 n.4, April 1994, p.1291-1306.
- Nishitani A., Nitta Y. & Ishibashi Y, 2000. Structural control based on semi-active variable friction dampers. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Eng. 12WCEE*, Auckland (New Zealand), 2000, paper n.1909.
- Nishitani A., 2000. Semiactive structural control strategy for buildings against severe earthquakes. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000, p.407-416. World Scientific.
- Niwa N., Kobori T, Takahashi M., Midorikawa H., Kurara N. & Mizuno T., 2000. Dynamic loading test and simulation of full scale semi-active hydraulic damper for structural control. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.789-812.
- Occhiuzzi A. & Serino G., 1995. Criteri di progettazione di sistemi per il controllo attivo delle strutture. *7° Conv. Nazionale ANIDS "L'ingegneria sismica in Italia"*, Siena, sett. 1995. (In Italiano)
- Occhiuzzi A. & Serino G., 1996. Energy Criteria for application and use of active switching control devices. *Proc. of 1 European Conf. on Structural Control 1ECSC*, Barcelona (Spain), May 1996, p. 475-482 .
- Occhiuzzi A. & Serino G., 1999. Analisi numerica e sperimentale del comportamento di sistemi semiattivi con smorzamento non lineare". *9° Conv. Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Torino, sett. 1999.
- Occhiuzzi A. & Serino G., 2000. Earthquake excitation test on a prototype semi-actively controlled structure. *Proc of 2<sup>nd</sup> European Conf. on Structural Control 2ECSC*, July 3-6 2000, Champs-sur-Marne Paris (France).
- Oueslati F., Sankar S., 1994. A class of semi-active suspension schemes for vehicle vibration control. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.172 n.3, p.391-411.
- Palazzo B., Petti L. & Iannone G., 1999a. Algoritmi di controllo semi-attivo ottimo in energia. *Ingegneria Sismica*, Anno XVI - n.2, maggio agosto 1999, p.38-49. (In Italiano)
- Palazzo B., Petti L. & De Iuliis M., 1999b. Sperimentazione di metodologie di regolazione semi-attiva della risposta di sistemi accoppiati. *9° Conv. Naz. ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Torino, sett. 1999.

- Palazzo B., Petti L. & Grimaldi C., 1999c. Metodologie di controllo ottimo in frequenza: il controllo in norma  $H_2$  ed  $H_\infty$ . *Ingegneria Sismica*, anno XVI, n.3, sett.-dic. 1999, p. 47-57. (In Italiano)
- Palazzo P., Petti L. & Mauriello D., 2001. Optimal control algorithms based on energy criteria for semi-active isolation. *7<sup>th</sup> International Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibrations of Structures*. Assisi, Italy, October 2-5, 2001.
- Patten W.N., 1998. The I-35 Walnut Creek bridge: an intelligent highway bridge via semiactive structural control. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), 1998, vol.1, p. 427-436.
- Patten W.N., Kuo C.C, He Q., Liu L & Sack R., 1994. Seismic structural control via hydraulic SemiActive Vibration Dampers (SAVD). *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.3 p.FA2/83-89.
- Patten W.N., Sack R. & He Q., 1996. Controlled semiactive hydraulic vibration absorber for bridges. *Jour. of Structural Engineering ASCE.*, vol.122, n.2, Febr. 1996, p.187-192.
- Patten W.N., Mo C., Kuehn J & Lee J., 1998. A premier on design of semiactive vibration absorbers (SAVA). *Jour. of Engineering Mechanics ASCE.*, vol.124, n.1, January 1998, p.61-68.
- Patten W.N., Sun J., Li G., Kuehn J. & Song G., 1999. Field test of an intelligent stiffener for bridges at the I-35 Walnut Creek Bridge. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.28 n. 2, 1999, p. 109-126.
- Pinkaew T. & Fujino Y., 2001. Effectiveness of semi-active tuned mass dampers under harmonic excitation. *Engineering Structures*, Vol.23, 2001, p.850-856.
- Rana R, & Soong TT., 1998. Control of seismic and operational vibrations of rotating machines using semi-active mounts. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.2, p.1263-1272.
- Reinhorn A.M, Gluck N., Gluck J, & Levy R., 2000. Optimal design of dampers and stiffeners in structures using active control approaches. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000, p.473-485. World Scientific.
- Renzi E., De Angelis M. & Ciampi V., 2001a. Controllo passivo e semi attivo della risposta sismica di una struttura 'benchmark'. *Atti X Conv. Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Potenza, Sett. 2001.
- Renzi E., De Angelis M. & Ciampi V., 2001b. Un algoritmo per il controllo semi attivo di sistemi a molti gradi di libertà. *XV Congr. AIMETA di Meccanica Teorica e Applicata*, Taormina (Italia), 26-29 sett. 2001. CD-ROM, Paper n. SP\_ST\_47. (In Italiano).
- Ribakov Y. & Gluck J., 1999. Active control of MDOF structures with supplemental electrorheological fluid dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.28, 1999, p. 143-156.
- Ribakov Y. & Gluck J, 2000. Active viscous damping system for control of MDOF structures. *Proc. of Intern. Conf. on NOISE & VIBRATION Eng., ISMA25*. K.U. Leuven (Belgium), Sept. 13-15, 2000. CD-ROM.
- Ribakov Y., Gluck J & Reinhorn A.M., 2001. Active viscous damping system for control of MDOF structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2001, vol.30, p.195-212.
- Ricciardelli F., Occhiuzzi A., Clemente P., 2000. "Semi-Active Tuned mass dampers control strategu for wind-excited structures". *Jour. of Wind Eng. and Industrial Aerodynamic*, vol.88, p.57-74 .
- Rodellar J., 2000. On a stability-based approach for robust active, semiactive and hybrid structural control. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8 2000, p.487-494. World Scientific.
- Sack R. & Patten W.N., 1993. Semiactive hydraulic structural control. *Proc. of Intern. Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii), Aug. 1993, p.417-431.
- Sadek F. & Mohraz B., 1998. Semiactive control algorithms for structures with variable dampers. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol. 124, n. 9, Sept. 1998, p. 981-990.
- Sakamoto M. & Kobori T., 1993. Practical application of active and hybrid response control systems. *Proc. of Inter. Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii), Aug. 1993, p.432-446 .
- Sato T. & Tanaka S., 1998. A hybrid structural control experiment using variable damper. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.387-396.
- Schwartz C.A. & Maben E.N., 1996. On-Off minimum energy control of structures. *Proc. of 1 European conference on Structural control 1ECSC*, Barcelona (Spain), May 1996, p. 527-533.
- Serino G. & Russo M., 1997. Development and application of hybrid (semi-active) oleodynamic dampers for seismic response control. *Proc of Intern. Post-SMiRT Conf. Sem. on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Control of Vibrations of Structures*, Taormina (Italy), Aug. 1997.



- Serino G. & Georgakis C.T., 1999. Response prediction methods for semi-active control of structures. *Proc. of European Conf. on Structural Dynamics EURODYN99*, Praga (Rep. Ceca), 7-10 June 1999, vol.1 p.109-114.
- Serino G., Occhiuzzi A. & Georgakis C.T., 2000. Experimental study and perspectives of semi-active oleodynamic devices for seismic protection of structures. Tech. Rep. E.C. DG XII TMR program, action 2: Access to large scale facilities. Edt. G. Franchioni ISMES, Italy, may 2000.
- Serino G. & Spizzuoco M., 2001. Design of MR dampers' mechanical properties for the seismic response control of a steel frame structure. *Proc of 7<sup>th</sup> Intern. Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibrations of Structures*, Assisi (Italy), Oct. 2001.
- Setareh M., 2001. Application of semi-active tuned mass dampers to base excited systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 30, 2001, p. 449-462.
- Shih M.H., 2000. Structural semi-active control device. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Eng.* 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n.2738.
- Singh M.P., Matheu E.E. & Suarez L.E., 1997. Active and semi-active control of structures under seismic excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 26, 1997, p. 193-213.
- Sireteanu T., Stammers C.W., Giuclea M., Ursu I., Guglielmino E., 2000. Semi-Active suspension with fuzzy controller optimized by genetic algorithm. *Proc. of Intrn. Conf. on NOISE & VIBRATION Eng.* ISMA25. K.U. Leuven (Belgium), Sept. 13-15, 2000. CD-ROM.
- Slotine J.J. & Li W., 1991. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, Inc., (USA).
- Smith CC, McGehee D.Y & Haealey A.J., 1978. The prediction of passenger riding comfort from acceleration data. *Jour. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Trans. of ASME, vol.100, 1978, p.34-41.
- Soda S. & Iwata N., 2000. Seismic design of low to mid-rise building with a soft storey subject to semi-active viscous damping control. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Eng.* 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n.1728.
- Soong T.T., 1990. *Active Structural Control: Theory and Practice*. Longman Scientific and Tech., Essex (Engl).
- Soong T.T. & Spencer B.F. Jr., 2000. Active, semi-active and hybrid control of structures. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Engineering*, 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n. 2834.
- Spencer B.F. Jr., Suhardajo J. & Sain M.K., 1994. Frequency domain optimal control strategies for aseismic protection. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.120 n.1, Jan. 1994, p. 135-158.
- Spencer B.F. Jr. & Dyke S.J, 1996. Semi-active structural control: system identification for synthesis and analysis. *Proc. of 1 European Conf. on Structural Control 1ECSC*, Barcelona (Spain), May 1996, p. 569-576.
- Spencer B.F. Jr., Dyke S.J, Sain M.K. & Carlson J.D., 1997. Phenomenological model of a magnetorheological damper. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol. 123, n.3, 1997, p. 230-238.
- Spencer B.F. Jr. & Sain M.K., 1997. Controlling buildings: a new frontier in feedback. *IEEE Control Systems Magazine* Special issue on Emerging Technologies, Vol.17 n.6, Dec.1997, p.19-35. Web: <http://www.nd.edu/~quake> (16 Oct. 2001).
- Spencer B.F. Jr. & Soong T.T., 1999. New applications and development of active, semi-active and hybrid control techniques for seismic and non-seismic vibration in the USA. *Proc. Intrn. Post-SMiRT Conf. Sem. on Seismic Isol., Passive Energy Diss. and Active Control of Vibration of Struct.*, Cheju (Korea), Aug. 1999.
- Stammers C.W. & Sireteanu T., 1998. Vibration Control of machines by use of semi-active dry friction damping. *Jour. of Sound and Vibration*, vol. 209, n.4, Jan. 1998, p.671-684.
- Stammers C.W. & Sireteanu T., 2000a. Control of building seismic response by means of three semi-active friction dampers. *Jour. of Sound and Vibration*, 2000, vol.237 n.5, p.745-759.
- Stammers C.W. & Sireteanu T., 2000b. Dual semi-active friction dampers to reduce buildings response to seismic inputs. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Eng.* 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n.2561.
- Stein G.J., 1997. A driver's seat with active suspension of electro-pneumatic type" *Jour. of Vibration and Acoustic*, Trans. of ASME, vol.119, April 1997, p.230-235.
- Stein G.J., Tökölöy B., 2000. Air spring as the actuator of active electro-pneumatic suspension system. *Proc. of Intrn. Conf. on NOISE & VIBRATION Eng.* ISMA25. K.U. Leuven (Belgium), Sept. 13-15, 2000. CD-ROM.
- Sun L. & Goto Y., 1994. Application of fuzzy theory to variable dampers for bridge vibration control. *Proc. of 1 World Conf. on Struct. Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.1, p. WP1/31-40.
- Symans M.D., Constantinou M.C., Taylor D.P. & Garnjost K.D., 1994. Semi-Active fluid viscous dampers for seismic response control. *Proc. of 1 World Conf. on Struct. Control*, 1WCSC, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.3, p.FA4/3-12.

- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1995. Development and experimental study on semi-active fluid damping devices for seismic protection of structures. *Tech. Rep. NCEER-95-0011*, SUNY at Buffalo, Aug. 3, 1995.
- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1997. Seismic Testing of a building structure with semi-active fluid damper control system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.26 n.7, July 1997, p. 759-777.
- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1999. Semi-Active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures*, 21, 6, June 1999, p. 469-487.
- Symans M.D. & Kelly S.W., 1999. Fuzzy logic control of bridge structures using intelligent semi-active seismic isolation systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.28, 1999, p.37-60.
- Symans M.D., Madden G.J. & Wongprasert N., 2000. Experimental study of an adaptive base isolation system for buildings. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Eng.* 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n.1965.
- Tong M., Wu Y.H. & Lee G.C., 1997. Seismic vibration reduction of highway bridge by Real-time Structural Parameter Modification (RSPM). *Proc. Workshop on Earthquake Eng. Frontiers in Transportation Facilities*, Buffalo NY, March 1997. *Tech. Rep. NCEER-97-0005*, SUNY at Buffalo, Aug. 29, p. 471-483
- Uang C.M. & Bertero V.V., 1988. Use of energy as a design criterion in earthquake-resistant design. *Rep. No. UCB/ERC-88/18*, Nov.1988, Earthquake Eng. Research Cntr., Univ. of California at Berkeley, USA.
- Utkin V.J., 1992. *Sliding Modes in Control Optimization*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg N.Y, (U.S.A).
- Valásek M., Kotum W., Sika Z., Magdolen L., Vaculin O., 1998. Development of semi-active road-friendly truck suspensions. *Control Engineering Practice*, Vol.6 (1998), p. 735-744 .
- Wang K.W., Kim Y.S. & Shea D.B., 1994. Structural vibration control via electrorheological-fluid-based actuators with adaptive viscous and frictional damping. *Jour. of Sound and Vibration*, 177(2), p.227-237.
- Wu X. & Griffin M.J., 1997. A semi-active control policy to reduce the occurrence and severity of end-stops impacts in a suspension seat with an electrorheological fluid damper. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.203 (5), p. 781-793.
- Xinghua Y., 2000. Model and analysis of variable stiffness semi-active control system. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Engineering* 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n. 1516.
- Xu Y.L., Qu W.L. & Ko J.M., 2000. Seismic response control of frame structures using magnetorheological /electrorheological dampers. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.557-575.
- Xue S., Tobita J., Kurita S. & Izumi M., 1997. Mechanics and dynamics of intelligent passive vibration control system. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.123 n.4, April 1997, p. 322-327.
- Yamada K., 1999. Control law for variable damping devices defined by a non-linear differential equation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.28, 1999, p.529-541.
- Yamada K., 2000a. Non-linear-Maxwell-element-type hysteretic control force. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.545-554.
- Yamada K., 2000b. Control strategy for variable damping element considering near-future excitation influence. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.1199-1217.
- Yamada K. & Kabori T., 1995. Control algorithm for estimating future responses of active variable stiffness structure. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.24, p.1085-1099.
- Yang J.N., Akbarpour A. & Ghaemmaghami P., 1987. New optimal control algorithms for structural control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.113 n.9, Sept.1987, p.1369-1387 .
- Yang J.N. & Li Z., 1991. Instantaneous Optimal Control with acceleration and velocity feedback. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1991, part 2 vol.6 n.3-4. p.204-211.
- Yang J.N., Li Z. & Liu S.C., 1992a. Stable Controllers for Instantaneous Optimal Control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.118 n.8, Aug. 1992, p.1612-1630.
- Yang J.N., Li Z. & Liu S.C., 1992b. Control of Hysteretic System Using Velocity and Acceleration Feedbacks. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.118 n.11, Nov. 1992, p. 2227-2245.

- Yang J.N., Li Z., Vongchawalitkul S., 1994a. Generalization of Optimal Control Theory, Linear and Nonlinear Control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.120 n.2, Febr. 1994, p. 266-283 .
- Yang J.N., Wu J.C., Agrawal A.K & Li Z., 1994b. Sliding mode control for seismic-excited linear and nonlinear civil engineering structures. *Tech. Rep. NCEER-94-0017*, State University of NY at Buffalo, June 21, 1994 .
- Yang J.N., Wu J.C. & Li Z., 1996. Control of seismic-excited building using active variable stiffness systems. *Engineering Structures*, vol.18 n.8, 1996, p.589-596.
- Yao J.T.P., 1972. Concept of structural control. *Jour. of Struct. Div. ASCE*, vol.98, n.ST7, July, p.1567-1574.
- Yoshida K, Watanabe T. & Yoshida S., 1998a. Robust Vibration control methods accommodating disturbances. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.2, p.1371-1380.
- Yoshida K, Yoshida S. & Takeda Y., 1998b. Semi-active control of base isolation using feedforward information of disturbance. *Proc. of 2 World Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), vol.1, p.377-386.
- Yoshida K. & Fujio T., 2000. Semi-active base isolation control of a building using variable damper oil damper. *Proc. of the 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000, p.567-575.
- Youn I. & Hac A., 1995. Semi-active suspensions with adaptive capability. *Jour. of Sound and Vibration*, vol. 180 (3), 1995 p. 475-492.
- Yu Y., Naganathan N.G. & Dukkipati R.V., 2001. A literature review of automotive vehicle engine mounting systems. *Mechanism and Machine Theory*, Vol.36, 2001, p.123-142, Pergamon.
- Zhu H, Wen Y. & Iemura H., 2001. A study on interaction control of seismic response of parallel structures. *Computer & Structures*, vol.79, 2001, p.231-242, Pergamon.



## CAPITOLO 3

### CONTROLLO SEMI ATTIVO DI TIPO ON-OFF DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTÀ

---

*In questo capitolo si propone una famiglia di algoritmi per il controllo Semi Attivo di tipo ON-OFF di sistemi ad un gdl. Mediante l'applicazione a dispositivi con rigidità e smorzamento variabile si studiano, ottenendo anche originali soluzioni analitiche in regime di vibrazioni libere e di risposta stazionaria ad eccitazione armonica, le maggiori caratteristiche del comportamento dinamico dei sistemi controllati. Si valutano così, principalmente, sia la forma ottimale dell'indice di prestazione da minimizzare che le differenti prestazioni ottenute, nel controllo della risposta, con le diverse configurazioni degli algoritmi.*

---

#### 3.1 Introduzione

In questo capitolo esporremo una metodologia per il controllo SA di tipo ON-OFF di sistemi elastici lineari ad un grado di libertà. Il controllo si attua per mezzo di un solo elemento a parametro meccanico controllabile, in grado di assumere uno dei due soli stati possibili: quello di elemento *Attivo* (stato ON: interazioni consentite) e quello di elemento *NON Attivo* (stato OFF: interazioni non consentite).

Si farà l'ipotesi che il dispositivo di controllo sia in grado di variare *istantaneamente* e senza alcun ritardo i propri parametri meccanici, ciò vuol dire che l'azione di controllo è determinata senza tenere conto della *dinamica dell'attuatore*. Si farà, inoltre, l'ipotesi che ad ogni istante siano disponibili tutte le informazioni sullo stato del sistema (*full state feedback*) e che il tempo necessario per elaborarle sia trascurabile. Queste 'forti' semplificazioni permettono di mettere meglio in evidenza le fondamentali caratteristiche della dinamica del sistema controllato e, se non diversamente specificato, verranno utilizzate sia in questo capitolo che nel resto della tesi.

L'eccitazione è costituita dal moto del vincolo, per cui si potrà tenere conto contemporaneamente dei due aspetti del moto, quello *relativo* e quello *assoluto*, di diversa importanza a seconda delle applicazioni. Per questo motivo l'algoritmo studiato in questo capitolo si formulerà, in maniera *duale*, sia con l'*Approccio Relativo* (AR) che *Assoluto* (AA).

In particolare, si utilizzeranno modelli particolarmente semplici per la struttura da proteggere e per i dispositivi di controllo in modo da ottenere, per alcuni casi particolarmente significativi (vibrazioni libere e risposta stazionaria ad eccitazione armonica), originali soluzioni in forma chiusa per la risposta. Lo scopo principale di queste analisi è quello di consentire lo studio, e la migliore comprensione, della *dinamica* dei sistemi controllati; in tal modo, sarà possibile comprendere la modalità di funzionamento dei dispositivi SA (in particolare quelli basati sulla modificazione della rigidità e dello smorzamento viscoso), l'influenza dei parametri che compaiono nell'algoritmo e la loro configurazione ottimale.

### 3.2 Modello ed equazioni del moto

L'equazione che governa il moto di una struttura elastica, viscosamente smorzata ad 1 gdl (Fig.3.2.1) eccitata mediante un'accelerazione della base, è la seguente:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = u(t) - m\ddot{y}_g(t), \quad (\dot{y}(0) = \dot{y}_0 \quad y(0) = y_0) \quad (3.2.1)$$

in cui  $m$  è la massa,  $c$  è lo smorzamento strutturale,  $k$  è la rigidità,  $y$  è lo spostamento della massa relativamente al supporto,  $y_g$  è lo spostamento di trascinamento del supporto in un riferimento assoluto ed  $u$  è la forza nel dispositivo di controllo. Come è noto, le grandezze caratterizzanti il moto assoluto si ottengono aggiungendo al moto relativo quello di trascinamento; ad esempio, per lo spostamento assoluto vale la seguente relazione:

$$y_a(t) = y(t) + y_g(t), \quad (3.2.2)$$

analoghe espressioni si possono scrivere per velocità ed accelerazioni assolute.

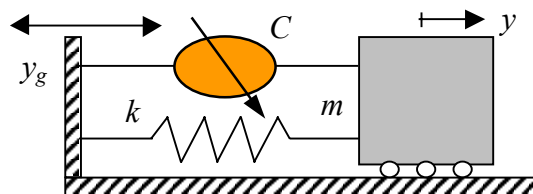


Fig.3.2.1 – Modello di riferimento

Valgono, inoltre, le seguenti note espressioni per la pulsazione propria del sistema non controllato ( $\omega$ ) e per lo smorzamento proprio strutturale ( $\xi_0$ ):

$$\omega = \sqrt{k/m} = 2\pi/T_o, \quad \xi_o = c/2m\omega. \quad (3.2.3a,b)$$

Nello spazio di stato, relativo o assoluto, le equazioni del moto si possono anche scrivere nella seguente forma compatta:

$$\dot{\mathbf{z}}_{r,a}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}_{r,a}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{H}_{r,a}w_{r,a}(t), \quad (3.2.4)$$

in cui, come è noto, le matrici e vettori di sistema sono:

$$\mathbf{z}_{r,a} = \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y}_{r,a} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\omega\xi_o \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix}, \quad (3.2.5 \text{ a,b,c})$$

$$\mathbf{H}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} -1 \\ 2\omega\xi \end{bmatrix}, \quad w_r(t) = \dot{y}_g(t), \quad w_a(t) = \dot{y}_g(t). \quad (3.2.5 \text{ d,e,f,g})$$

Come detto nell'introduzione, nel caso ON-OFF la forza di controllo  $u$  è vincolata ad assumere soltanto i seguenti valori:

$$u(t) = u[\mathbf{z}(t), t] \neq 0 \quad \text{elemento di controllo ATTIVO}, \quad (3.2.6a)$$

$$u(t) \equiv 0 \quad \text{elemento di controllo NON ATTIVO}. \quad (3.2.6b)$$

La funzione (3.2.6a) è determinata dal legame costitutivo del dispositivo di controllo.

### 3.3 Algoritmo per il controllo di tipo ON-OFF

Nello spirito della teoria del controllo ottimo è necessario associare a ciascun processo di controllo  $U$ , costituito da ogni possibile funzione  $u(t)$ , un funzionale scalare di funzioni vettoriali  $J[U]$  detto *Indice di Prestazione* (IP), che costituisce un giudizio quantitativo sul singolo processo.

Nella formulazione di tali IP va tenuto in conto che, nella maggioranza dei casi di nostro interesse, non è possibile prevedere l'eccitazione a cui verrà sottoposta la struttura. Per questo è opportuno utilizzare un metodo di controllo cosiddetto 'istantaneo', fondato sul principio di utilizzare soltanto informazioni note e disponibili all'istante di tempo corrente, *Instantaneous Optimal Control* IOC, (Yang *et al.*, 1987). In particolare, nel seguito si userà un IP costituito da forme quadratiche dei vettori che rappresentano lo stato relativo o assoluto del sistema; questa scelta, oltre ad essere ampiamente utilizzata in letteratura, ha alcuni vantaggi quali: la possibilità di ottenere (per derivazione) di leggi di controllo lineari; la possibilità di interpretare le forme quadratiche come norma del vettore di stato, di

conseguenza, sotto opportune ipotesi <sup>[1]</sup>, minimizzare le prime corrisponde a minimizzare lo stato stesso; infine, si può facilmente applicare il metodo di Laypounov per lo studio della stabilità del sistema controllato (§3.4).

Sulla base di quanto detto si assume il seguente IP da minimizzare in tempo reale:

$$J_{r,a}(z_{r,a}, t) = \frac{1}{2} z_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} z_{r,a}(t), \quad (3.3.1)$$

in cui  $\mathbf{Q}$  è una matrice di peso, quadrata e semidefinita positiva che, opportunamente partizionata, si può riscrivere introducendo i parametri adimensionali  $q_{ij}$ :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} q_{11} \omega^2 & q_{12} \omega \\ q_{21} \omega & q_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.3.2)$$

Mediante questa posizione si rendono adimensionali i pesi che compaiono nell'indice, in modo da poterli confrontare fra loro, inoltre l'IP assume le dimensioni fisiche di un'energia. Tale interpretazione non è ovviamente l'unica possibile, ma consente significative interpretazioni fisiche del processo di controllo.

Rispetto alle precedenti applicazioni di letteratura, la maggiore novità di questa formulazione è costituita dalla formulazione unitaria per approccio *relativo* ed *assoluto*. Inoltre, senza riscontro in letteratura è anche lo studio, effettuato di seguito, dell'influenza che ha la 'forma' della matrice di peso  $\mathbf{Q}$  (caratterizzata dai parametri adimensionalizzati, quindi fra loro omogenei,  $q_{ij}$ ) sul comportamento dinamico dei sistemi controllati. In tal modo si giungerà alla determinazione delle configurazioni ottimali per l'algoritmo.

Nel caso di controllo SA di tipo ON-OFF, l'algoritmo selezionerà la forza di controllo  $u[z(t), t]$  che, fra i due stati possibili, renda il più piccolo possibile, ad ogni istante  $t$ , l'IP. La strategia di controllo, quindi, non potendo modificare istantaneamente il valore dell'IP, si basa sulla selezione della forza di controllo che garantisca un IP futuro il più piccolo possibile. Dovendo però operare istantaneamente, non si può fare altro che garantire che la tendenza futura dell'IP sia la più favorevole possibile. Si comprende quindi come, a meno di infinitesimi di ordine superiore, sia necessario agire sulla derivata temporale della  $J$ .

Derivando rispetto al tempo l'IP, col vincolo delle equazioni del moto (3.2.4), si ottiene:

$$\dot{J}(t) = z^T(t) \mathbf{Q} \dot{z}(t) = z^T \mathbf{Q} \mathbf{A} z + z^T \mathbf{Q} \mathbf{H} w + z^T \mathbf{Q} \mathbf{B} u = \dot{J}^z(t) + \dot{J}^w(t) + \dot{J}^u(t). \quad (3.3.3)$$

<sup>[1]</sup> Se  $w \in \mathfrak{R}^m$ , se  $\mathbf{Q}$  è una matrice *simmetrica* e *definita positiva* e se la norma  $\|w\|_Q$  del vettore  $w$  rispetto alla matrice  $\mathbf{Q}$  è limitata, cioè se  $\exists b \in \mathfrak{R}: \|w\|_Q = w^T \mathbf{Q} w \leq b^2$ , allora si dimostra (Hayen, 1995) che anche la *norma* propriamente detta del vettore  $w$  è limitata, poichè  $\exists a \in \mathfrak{R}, a > 0: \|w\| = w^T w \leq a = b/\gamma$ , dove  $\gamma$  è il più piccolo autovalore di  $\mathbf{Q}$ .



In questa espressione, l'unica grandezza che può essere modificata direttamente mediante la variazione istantanea dei parametri meccanici del dispositivo è il termine che contiene la forza di controllo  $u(t)$ , cioè:

$$\dot{J}^u(t) = [\mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{B}] u(t) = l(t) u(t) , \quad (3.3.4)$$

in cui si è introdotta la grandezza scalare  $l(t)$ , così definita

$$l(t) = (1/m) [Q_{12} y(t)_+ Q_{22} \dot{y}_{r,a}(t)] = [q_{12} \omega y(t)_+ q_{22} \dot{y}_{r,a}(t)] . \quad (3.3.5)$$

L'elemento di controllo sarà attivo se, e solo se, la (3.3.4) contribuisce con un termine negativo alla derivata (3.3.3). In definitiva, si ha la seguente condizione di attivazione:

$$l(t) u(t) = [\mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{B}] u(t) = [q_{12} \omega y(t)_+ q_{22} \dot{y}_{r,a}(t)] u(\mathbf{z}(t), \dots, t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elem. ATTIVO}, \quad (3.3.6)$$

in caso contrario il dispositivo sarà non attivo. In quest'ultima espressione la  $u$  rappresenta la reale forza nel dispositivo di controllo, quando questo è attivo, oppure, quando questo è disattivato, l'ipotetica forza che *si avrebbe* nel dispositivo in caso si attivasse all'istante corrente. Questa forza diventa istantaneamente quella realmente esercitata dal dispositivo solo se risulta soddisfatta la condizione di attivazione (3.3.6). Quest'ultima condizione, presa con il segno di uguaglianza, può essere interpretata come insieme di superfici nello spazio di stato dette *Superfici di Commutazione (Switching Surfaces: SS)* poiché al loro attraversamento, da parte del punto rappresentativo della traiettoria del sistema, si ha la commutazione fra lo stato ON e lo stato OFF del dispositivo (o viceversa):

$$\sigma: \quad [\mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{B}] u(t) = [q_{12} \omega y(t)_+ q_{22} \dot{y}_{r,a}(t)] u(\mathbf{z}(t), \dots, t) = \sigma_Q \sigma_u = 0. \quad (3.3.7)$$

Tali superfici, che costituiscono un'utile interpretazione geometrica dell'algoritmo di controllo, dividono lo spazio delle fasi in due distinte zone,  $\Psi^{(+)}$  e  $\Psi^{(-)}$ , tali che:  $\Psi^{(+)} \cup \Psi^{(-)} = \mathfrak{R}^2$ ,  $\Psi^{(+)} \cap \Psi^{(-)} = \emptyset$ ,  $\partial \Psi^{(+)} = \partial \Psi^{(-)} = \sigma$  e caratterizzate dal fatto che il dispositivo è attivo o non a seconda che il punto rappresentativo dello stato appartenga all'una o all'altra di queste zone; quindi, l'algoritmo di controllo si può anche riscrivere nel modo seguente:

$$\text{se } \mathbf{z}(t) \in \Psi^{(+)} = \{\mathbf{z} : l u \leq 0\} \Rightarrow \text{Elemento ATTIVO} \quad (3.3.8a)$$

$$\text{se } \mathbf{z}(t) \in \Psi^{(-)} = \{\mathbf{z} : l u > 0\} \Rightarrow \text{Elemento NON ATTIVO} . \quad (3.3.8b)$$

Appare evidente l'analogia con i 'Sistemi a Struttura Variabile' (*Variable Structure Systems VSS*, Itkis, 1976), poiché la struttura assume diverse configurazioni dei parametri meccanici (per mezzo del dispositivo controllabile), a seconda della posizione assunta dal punto rappresentativo del sistema nello spazio di stato.

In particolare si osserva che, in questo caso, le SS sono due curve. La prima,  $\sigma_Q[z(t)]$ , dipende dal tempo soltanto attraverso lo stato, è quindi fissa nel piano delle fasi (relativo o assoluto). Per  $q_{22} > 0$ , si può introdurre un ulteriore parametro,

$$\varphi = q_{12} / q_{22}, \quad (3.3.9)$$

mediante il quale si evidenzia come la  $\sigma_Q$  rappresenti una retta passante per l'origine del piano delle fasi con coefficiente angolare pari a  $(-\omega \varphi)$ , infatti:

$$\sigma_Q: [\varphi \omega y(t) + \dot{y}_{r,a}(t)] = 0, \quad (3.3.10)$$

La seconda superficie,  $\sigma_u$ , dipende dal tempo e rappresenta le coppie delle variabili di stato che, per ogni istante, rendono nulla la forza di controllo:

$$\sigma_u: u[z(t), \dots, t] = 0, \quad (3.3.11)$$

questa superficie assume una forma semplice qualora si utilizzino elementi di controllo lineari, su questo argomento si tornerà in seguito (§3.3.2).

### 3.3.1 Il caso in cui gli elementi di controllo si attivano a forza nulla

Nel caso di controllo SA, i dispositivi esercitano la forza di controllo quale reazione alla deformazione che subiscono *dopo* la loro attivazione. In molte circostanze, quindi, la forza di controllo nel dispositivo risulta essere nulla proprio all'istante dell'attivazione, per poi evolvere, a seconda del tipo di elemento, secondo la sua legge costitutiva. Per questo motivo, l'espressione in Eq.3.3.6 è comunque nulla quando l'elemento è disattivato e non può, quindi, determinarne l'attivazione. Per tenere correttamente conto di quanto detto, l'algoritmo di controllo deve essere opportunamente modificato.

La filosofia della strategia di controllo è quella di attivare l'elemento soltanto quando il suo contributo fa 'decrescere' il più possibile l'IP. Nel caso di dispositivi che si attivano a forza nulla, se l'elemento è non attivo e si intende attivarlo, la  $u(t)$  ha bisogno di tempo per evolvere ed assumere valori non nulli. L'attivazione del dispositivo, quindi, non può causare alcuna variazione istantanea sia nell'IP che nella derivata temporale dell'IP stesso, Eq.3.3.4 dove, infatti, compare la  $u$ . In questa circostanza, si dovrà osservare il segno della derivata seconda rispetto al tempo dell'IP (o meglio, anche in questo caso, soltanto della parte che dipende della forza di controllo  $u$ ). Quindi, se l'elemento è disattivato ( $u(t)=0$ ), la derivata seconda rispetto al tempo dell'IP assume la seguente espressione:

$$\ddot{J}^u(t) = [\dot{z}_{r,a}^T(t)QB]u(t) + [z_{r,a}^T(t)QB]\dot{u}(t) = [z_{r,a}^T(t)QB]\dot{u}(t) = l(t)\dot{u}(t). \quad (3.3.12)$$

Infatti, dato che all'istante corrente sia la  $J''(t)$  che la sua derivata temporale sono identicamente nulle, a meno di infinitesimi di ordine superiore, il segno del valore 'futuro'  $J''(t+\Delta t)$  coincide con quello della Eq.3.3.12.

In definitiva, per gli elementi in questione, l'algoritmo di controllo risulta così definito, differenziando la condizione di attivazione da quella di disattivazione:

$$l(t)u(t) \leq 0 \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE dell'elemento non attivo,} \quad (3.3.13a)$$

$$l(t)u(t) > 0 \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE dell'elemento attivo.} \quad (3.3.13b)$$

In questo caso, diversamente da quanto accadeva precedentemente (Eq.3.3.6), nella condizione di attivazione (3.3.13a) si deve valutare il segno della derivata temporale che *avrebbe* la forza di controllo in caso di istantanea attivazione.

### 3.3.2 Il caso degli elementi di controllo lineari – Sistemi 'lineari a tratti' in coni dello spazio di stato

Altro caso di grande interesse è quello in cui gli elementi di controllo, quando attivi, hanno un comportamento lineare con lo stato. Ciò avviene, ad esempio, con i dispositivi la cui legge costitutiva è lineare ed omogenea con la deformazione (elastici lineari) o con la velocità di deformazione (viscosi lineari). In questo caso, infatti, è possibile descrivere, in modo semplice, il legame fra la forza di controllo (SA) e lo stato:

$$u[z(t),t] = \alpha(t) e(t) = \alpha(t) \mathbf{D} z(t) = \mathbf{G}(t) z(t). \quad (3.3.14)$$

dove  $\alpha(t)$  è il parametro meccanico dell'elemento di controllo ( $\alpha^{ON} \neq 0$ ,  $\alpha^{OFF} = 0$ );  $e(t)$  è la deformazione (generalizzata) dell'elemento;  $\mathbf{D}$  è una matrice di opportune dimensioni che permette di passare dal vettore di stato alle deformazioni di elemento:  $e(t)=\mathbf{D}z(t)$ ; ed infine  $\mathbf{G}(t)=\alpha(t)\mathbf{D}$ . In questo caso la superficie di commutazione (Eq.3.3.6 e 3.3.7), per approccio relativo, è bilineare in  $z$  :

$$\sigma: \quad l(t)u(t) = z^T(t) \mathbf{QBG}(t) z(t) = 0. \quad (3.3.15)$$

Si dimostra che questa SS rappresenta una coppia di rette passanti per l'origine; di conseguenza, le  $\Psi^{(+)}$  e  $\Psi^{(-)}$  costituiscono dei *coni* nello spazio di stato poiché, se il punto rappresentativo dello stato si muove su una retta passante per l'origine, questo non esce mai dalla regione stessa. Infatti, se  $z \in \Psi^{(+)}$  (quindi  $z^T \mathbf{QBG} z \leq 0$ ), allora  $\forall a \in \mathbb{R}$  anche  $az(t) \in \Psi^{(+)}$  (infatti risulta  $a^2 z^T \mathbf{QBG} z \leq 0$ ). In virtù di questo fatto il sistema è *lineare a tratti in coni dello spazio di stato* e risulta essere non lineare ma *omogeneo di ordine 1*, (Inaudi & Kelly, 1993 e 1995) (Inaudi *et al.*, 1994), ciò comporta che se si moltiplica per uno scalare

l'eccitazione e le condizioni iniziali, la risposta risulta moltiplicata per lo stesso scalare. La risposta è quindi proporzionale all'input e si può descrivere mediante grandezze indipendenti dall'ampiezza del moto (smorzamento equivalente delle vibrazioni libere, funzione di risposta in frequenza, spettri di risposta, ecc.), è possibile estendere il concetto di analisi nel dominio delle frequenze (Hac & Youn, 1992) e di modi di vibrare per sistemi a molti gdl, su quest'ultimo aspetto torneremo in un capitolo successivo (Cap.5); non vale, comunque, la sovrapposizione degli effetti. Infine, è possibile, in alcuni casi molto interessanti, studiare analiticamente la dinamica del sistema controllato, pur se caratterizzata da un comportamento spiccatamente non lineare, mediante significative soluzioni in forma chiusa.

I più significativi dispositivi lineari, che verranno utilizzati nel seguito, sono quello elastico (a rigidità variabile) e viscoso (a smorzamento variabile).

#### Elemento Elastico lineare a rigidità variabile (**EE**)

Il legame costitutivo si scrive nel modo seguente (§2.2.2):

$$u(t) = -k_d(t) [y(t) - y_{o,i}(t)] = -\lambda(t) k [y(t) - y_{o,i}(t)] \quad (3.3.16)$$

dove  $k_d$  è la rigidità variabile del dispositivo,  $\lambda$  è la rigidità relativa rispetto a quella del sistema da proteggere ( $k$ ) ed  $y_{o,i}(t)$  è la deformazione corrispondente all'ultima attivazione dell'elemento. Si noti come questo elemento si attivi *sempre* a forza nulla.

#### Elemento Viscoso lineare a smorzamento variabile (**VE**)

Il legame costitutivo è il seguente (§2.2.1), in cui si può osservare che, in generale, l'elemento *non* si attiva a forza nulla:

$$u(t) = -c_d(t) \dot{y}(t) = -2 m \omega \xi_d(t) \dot{y}(t). \quad (3.3.17)$$

### 3.4 Proprietà generali dell'algoritmo

Illustrata la metodologia generale di derivazione dell'algoritmo, la sua espressione generale e come si modifica nel caso di elementi di controllo lineari o che si attivano a forza nulla, se ne elencano, di seguito, alcune interessanti proprietà.

**P1-** Nella selezione delle componenti della matrice di peso  $\mathbf{Q}$ , non contano quelle appartenenti alla prima colonna,  $q_{11}$  e  $q_{21}$ , che infatti non compaiono nella Eq.3.3.6. Per questo motivo non si perde di generalità considerando la  $\mathbf{Q}$  anche *simmetrica*. Tale ipotesi verrà mantenuta, quando utile, nel seguito.

- P2-** L'algoritmo non richiede direttamente la misurazione dell'eccitazione; questa può però essere comunque utile, a seconda dei sensori utilizzati, nel determinare la velocità relativa a partire da quella assoluta misurata o viceversa.
- P3-** L'algoritmo appare *robusto* rispetto a limitati errori di misurazione (e di modellazione del dispositivo), poiché si basa soltanto sulla determinazione del *segno* dell'Eq.3.3.6.
- P4-** Con dispositivi *lineari*, il sistema è *lineare a tratti in coni dello spazio di stato*, quindi *omogeneo di ordine 1*, vale perciò quanto detto nel §3.3.2.
- P5-** Se la matrice dei pesi  $\mathbf{Q}$  è definita positiva e se il sistema non controllato è stabile, allora anche il sistema controllato è *stabile*.

Questa importante considerazione sulla stabilità dell'algoritmo si dimostra come segue. Se l'origine è posizione di equilibrio, l'IP (3.3.1) è una possibile funzione di Lyapounov per il sistema (definita positiva se lo è  $\mathbf{Q}$ ). La sua derivata temporale, che in assenza di controllo è semidefinita negativa (per la stabilità del sistema non controllato), per la (3.3.6) o (3.3.13) non può avere contributi positivi ad opera del controllo stesso. Di conseguenza anche il sistema controllato, per il teorema di stabilità locale di Lyapounov <sup>[2]</sup>, è stabile (c.v.d.).

Si noti, a questo proposito, che lo stesso algoritmo di controllo si poteva ricavare applicando il cosiddetto *metodo diretto di Lyapounov*, di cui si è già parlato nel §2.3.2.2. Altre interessanti proprietà emergeranno con l'estensione ai sistemi a molti gdl (Cap.5).

Nei paragrafi che seguono si effettuerà una prima analisi della dinamica di semplici sistemi ad 1 gdl controllati secondo la metodologia proposta. In particolare si osserverà il comportamento di strutture con *rigidezza e smorzamento variabile*, in regime di vibrazioni libere e di risposta stazionaria ad eccitazione sinusoidale. In tale modo sarà possibile, sia mediante soluzioni analitiche che con simulazioni numeriche, cogliere gli aspetti più importanti, le analogie e le differenze, dei due tipi di dispositivi. In queste analisi si porrà nullo lo smorzamento strutturale ( $\xi_0 = 0$ ), per evidenziare meglio l'efficacia del controllo.

### 3.5 Strutture a Rigidezza Variabile

In primo luogo esaminiamo gli aspetti tipici del comportamento di strutture dotate di un dispositivo a rigidezza variabile, il cui legame costitutivo è riportato nell'Eq.3.3.16 ponendo,

---

<sup>[2]</sup> Teorema di Stabilità Locale di Lyapounov, (Slotine & Li, 1991): “Se l'origine è posizione di equilibrio per il sistema, e se in un suo intorno esiste una funzione scalare  $V$  dello stato  $\mathbf{z}$ , continua insieme alle sue derivate prime, tale che, almeno nel detto intorno dell'origine, risulti  $V(\mathbf{z})$  definita positiva e la sua derivata rispetto al tempo almeno semi-definita negativa, allora il punto di equilibrio  $\mathbf{z}=\mathbf{0}$  è stabile. Se, inoltre, la derivata è definita negativa, la stabilità è anche asintotica”.

nel caso ON-OFF,  $\lambda(t)=\lambda$  se l'elemento è attivo e  $\lambda(t)=0$  altrimenti. Tale dispositivo è lineare e si attiva con forza iniziale nulla, di conseguenza vale l'algoritmo (3.3.13) e quanto detto riguardo alle superfici di commutazione nel paragrafo 3.3.2 .

L'elemento elastico (EE), in generale, fornisce, quando attivo, una forza di controllo proporzionale alla sua deformazione. All'istante della disattivazione, però ritorna *istantaneamente* alla posizione di riposo, rilasciando (e disperdendo<sup>[3]</sup>) l'energia di deformazione elastica fino a quel punto accumulata<sup>[4]</sup> .

Tenendo conto del legame costitutivo di elemento e della sua derivata rispetto al tempo, l'algoritmo (3.3.13) si specializza nelle seguenti condizioni:

$$-(1/q_{22}) [\varphi \omega y(t) + \dot{y}_{r,a}(t)] k_d \dot{y}(t) \leq 0 \quad \Rightarrow \text{Attivazione Elem. non attivo} \quad (3.5.1a)$$

$$-(1/q_{22}) [\varphi \omega y(t) + \dot{y}_{r,a}(t)] k_d [y(t) - y_{o,i}(t)] > 0 \quad \Rightarrow \text{Disattivazione Elem. attivo;} \quad (3.5.1b)$$

ricordando che  $q_{22}$  e  $k_d$  sono positivi, queste condizioni si semplificano ulteriormente:

$$[\varphi \omega y(t) + \dot{y}_{r,a}(t)] \dot{y}(t) \geq 0 \quad \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE Elemento non attivo} \quad (3.5.2a)$$

$$[\varphi \omega y(t) + \dot{y}_{r,a}(t)] [y(t) - y_{o,i}(t)] < 0 \quad \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE Elemento attivo;} \quad (3.5.2b)$$

Per quanto riguarda le superfici di commutazione (SS), la  $\sigma_Q$  è sempre una retta passante per l'origine del piano delle fasi, Eq.3.3.10, mentre la  $\sigma_u$  non è fissa, ma dipende dallo stato (ON o OFF) dell'elemento; infatti, è facile verificare osservando le Eq.3.5.2 che, se l'elemento non è attivo, la  $\sigma_u$  è individuata dalla derivata della forza di controllo, quindi dalla velocità di deformazione, invece, quando l'elemento è attivo, è costituita dall'incremento di deformazione a partire dall'ultima attivazione. In definitiva le SS rappresentano delle rette orientate nel piano delle fasi, e si esprimono come segue:

$$\sigma_Q: \quad \dot{y}_{r,a} + \varphi \omega y = 0 \quad (3.5.3)$$

$$\sigma_u: \quad -\dot{y}(t) = 0 \quad \text{se l'elemento è } \textit{non attivo} \quad (3.5.4a)$$

$$\sigma_u: \quad -[y(t) - y_{o,i}(t)] \quad \text{se l'elemento è } \textit{attivo}. \quad (3.5.4b)$$

<sup>[3]</sup> Nelle realizzazioni tecnologiche di questi dispositivi, in genere si associa alla parte elastica un elemento dissipativo capace di disperdere, durante la disattivazione, l'energia elastica rilasciata.

<sup>[4]</sup> Si noti che, se nella determinazione degli algoritmi non si considerasse il legame costitutivo corretto (3.3.16), ma quello, apparentemente più semplice, seguente

$$u^{ON}(t) = -k_d y(t), \quad (*)$$

utilizzato anche in alcuni lavori presenti in letteratura come ad esempio (Yang *et al.*, 1996) ed (Inaudi *et al.*, 1994), si otterrebbero degli algoritmi di controllo *non ottimali*, come in (Kamagata & Kobori, 1994) e (Yang *et al.*, 1996). Su questo punto torneremo nel §3.5.3.

Nel seguito si studierà la risposta di un sistema a rigidità variabile così controllato, in vibrazioni libere e per eccitazione stazionaria sinusoidale.

### 3.5.1 Vibrazioni Libere

Si studia, in primo luogo, il comportamento del sistema controllato in regime di vibrazioni libere a partire da condizioni iniziali assegnate. Ovviamente, in assenza di eccitazione esterna, l'approccio relativo (AR) coincide con quello assoluto (AA).

Si determinano le caratteristiche salienti della risposta dinamica del sistema al variare del parametro  $\varphi$  e quindi della forma della matrice di peso  $\mathbf{Q}$ , verificandone l'influenza sulla risposta. A questo proposito si evidenziano due situazioni principali, per cui si verificano sostanziali differenze nella dinamica del sistema: quelle in cui  $\varphi$  è minore o maggiore di zero. L'elemento separatore delle due famiglie (il caso  $\varphi=0$ ) si mostrerà particolarmente interessante, perché, oltre a coincidere con altri algoritmi proposti in letteratura costituisce la scelta ottimale del parametro  $\varphi$  (e quindi della forma della matrice  $\mathbf{Q}$ ).

#### 3.5.1.1 Il caso $\varphi \leq 0$

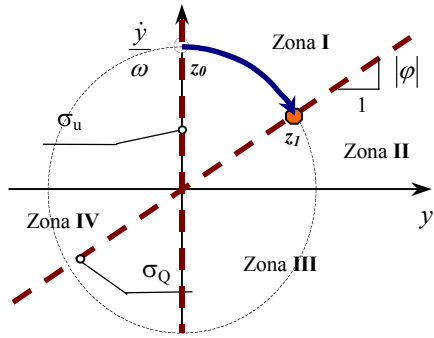
Determiniamo, prima di tutto, la forma delle superfici di commutazione nel piano delle fasi. Immaginiamo, per fissare le idee, di seguire la traiettoria del sistema a partire da condizioni iniziali in velocità, quindi  $\mathbf{z}_0 = (0; V_0)$  con  $V_0 > 0$  <sup>[5]</sup>.

Nella Fig.3.5.1.1 è riportata, in maniera schematica, la prima parte di una traiettoria nel piano delle fasi del punto rappresentativo il sistema (per  $\lambda < 1$ ), con evidenziata l'evoluzione delle SS secondo le Eq.3.5.3 e 3.5.4, e le posizioni di cambio di stato.

Quindi, per quanto riguarda la forma delle SS, si evince che per  $\varphi < 0$  la traiettoria intercetta la  $\sigma_u$  *sempre* quando questa coincide con l'asse delle ascisse (cioè quando l'elemento è disattivato e vale l'Eq.3.5.4a). Di conseguenza, le rette di commutazione *efficaci* nel caso in esame sono la  $\sigma_Q$  (retta passante per l'origine giacente nel primo e terzo quadrante) e l'asse delle ascisse (velocità nulle, Eq.3.5.4a). Tali rette, passanti per l'origine, dividono il piano delle fasi in due *coni*, per cui il sistema è lineare 'a tratti' in *coni* dello spazio di stato e valgono le proprietà enunciate nel paragrafo 3.3.2, in particolare l'omogeneità di ordine 1 e l'indipendenza dall'intensità dell'input.

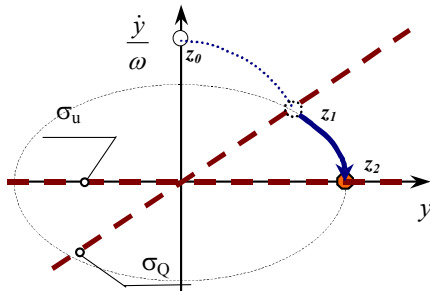
---

<sup>[5]</sup> Per quanto riguarda la forma delle SS, si può dimostrare che, con queste condizioni iniziali, si ottengono risultati del tutto generali.



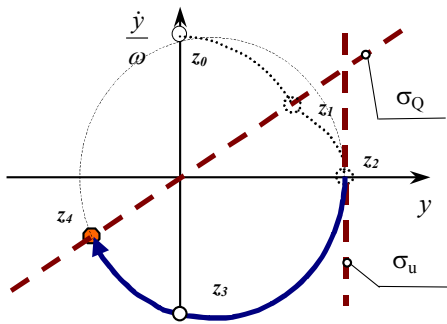
ZONA I: c.i.:  $z_0 = (0; V_0)$   
 stato elemento: ON  $k_{tot} = (1+\lambda) k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y > 0$   
 $\sigma_u = u = -y < 0$   
 Disattivazione:  $z_1 \in \sigma_Q : \dot{y} + \omega \varphi y = 0$

(a)



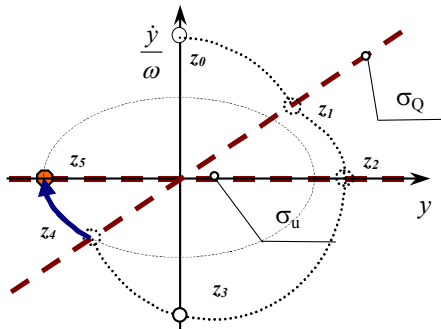
ZONA II: c.i.:  $z_1$   
 stato elemento: OFF  $k_{tot} = k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y < 0$   
 $\sigma_u = \dot{u} = -\dot{y} < 0$   
 Attivazione:  $z_2 \in \sigma_u : -\dot{y} = 0$

(b)



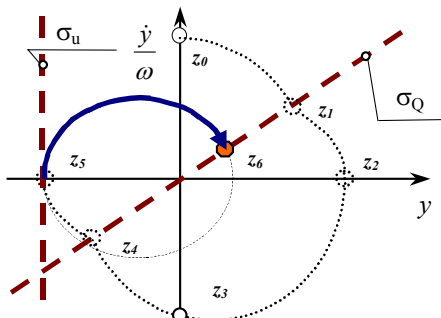
ZONA III: c.i.:  $z_2$   
 Stato elemento: ON  $k_{tot} = (1+\lambda) k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y < 0$   
 $\sigma_u = u = -[y - y_2] > 0$   
 Disattivazione:  $z_4 \in \sigma_Q : \dot{y} + \omega \varphi y = 0$

(c)



ZONA IV: c.i.:  $z_4$   
 stato elemento: OFF  $k_{tot} = k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y > 0$   
 $\sigma_u = \dot{u} = -\dot{y} > 0$   
 Disattivazione:  $z_5 \in \sigma_u : -\dot{y} = 0$

(d)



ZONA I: c.i.:  $z_5$   
 stato elemento: ON  $k_{tot} = (1+\lambda) k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y > 0$   
 $\sigma_u = u = -[y - y_5] > 0$   
 Disattivazione:  $z_6 \in \sigma_Q : \dot{y} + \omega \varphi y = 0$

(e)

Fig.3.5.1.1 – Schema qualitativo di traiettoria per vibrazioni libere, EE  $\varphi < 0$  e  $\lambda < 1$ .



Le equazioni del moto possono essere risolte analiticamente, per assegnate condizioni iniziali, risolvendo in ogni regione dello spazio degli stati il corrispondente sistema lineare, assicurando le corrette condizioni di continuità al passaggio di stato. Questa soluzione non è riconducibile ad altre presenti in letteratura per sistemi a rigidità variabile, (Inaudi *et al.*, 1994), poiché diverso è il legame costitutivo adottato per il dispositivo (si veda la nota <sup>[4]</sup>).

Con riferimento alla Fig.3.5.1.1, la soluzione delle equazioni del moto conduce a determinare lo stato nei punti indicati, e l'intervallo temporale per cui si realizzano:

$$\frac{\omega}{V_0} \mathbf{z}_1 = \frac{1}{\sqrt{(1+\lambda)+\varphi^2}} [1 \quad \omega|\varphi|]^T \quad \omega\tau_{01} = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} \arctg\left(\frac{\sqrt{1+\lambda}}{|\varphi|}\right) \quad (3.5.5a)$$

$$\frac{\omega}{V_0} \mathbf{z}_2 = \frac{\sqrt{1+\varphi^2}}{\sqrt{(1+\lambda)+\varphi^2}} [1 \quad 0]^T \quad \omega\tau_{12} = \arctg(|\varphi|) \quad (3.5.5b)$$

$$\frac{\omega}{V_0} \mathbf{z}_3 = -\frac{\sqrt{1+\varphi^2}\sqrt{1-\lambda}}{\sqrt{(1+\lambda)+\varphi^2}} [0 \quad \omega]^T \quad \omega\tau_{23} = \frac{\pi - \arccos(\lambda)}{\sqrt{1+\lambda}}, \quad \text{per } \lambda \leq 1 \quad (3.5.5c)$$

$$\frac{\omega}{V_0} \mathbf{z}_4 = -\frac{\sqrt{1+\varphi^2}(\sqrt{1+\varphi^2(1-\lambda)} - \lambda)}{\sqrt{(1+\lambda)+\varphi^2}} [0 \quad \omega|\varphi|]^T \quad \omega\tau_{24} = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} \left[ \pi - \arctg\left(\frac{|\varphi|}{\sqrt{1+\lambda}}\right) \right] \quad (3.5.5d)$$

Il periodo proprio del sistema controllato vale, quindi:

$$T_c = 2(\tau_{12} + \tau_{24}) = \frac{2\pi}{\omega} \left[ \frac{1}{\pi} \arctg(|\varphi|) + \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} - \frac{1}{\pi\sqrt{1+\lambda}} \arctg\left(\frac{|\varphi|}{\sqrt{1+\lambda}}\right) \right]. \quad (3.5.6)$$

L'abbattimento relativo delle vibrazioni fra due massimi consecutivi ha, inoltre, la seguente espressione generale:

$$\frac{Y_{n+1}}{Y_n} = \frac{(1+\varphi^2)(\sqrt{1+\varphi^2(1-\lambda)} - \lambda)^2}{[(1+\lambda)+\varphi^2]^2}. \quad (3.5.7)$$

Mediante l'abbattimento delle vibrazioni, e definito il *decremento logaritmico*  $\delta_{LN}$  (Eq.3.5.8a), è anche possibile ottenere lo *smorzamento viscoso equivalente*  $\xi_{eq}$ :

$$\delta_{LN} = \ln\left(\frac{Y_{n+1}}{Y_n}\right) \quad \xi_{eq} = \frac{\delta_{LN}}{\sqrt{\delta_{LN}^2 + 4\pi^2}}. \quad (3.5.8 \text{ a,b})$$

La discussione delle espressioni dello stato  $\mathbf{z}_4$ , permette di mettere in evidenza differenti comportamenti del sistema controllato ottenuti al variare di  $\lambda$ , evidenziati nella Fig.3.5.1.2.

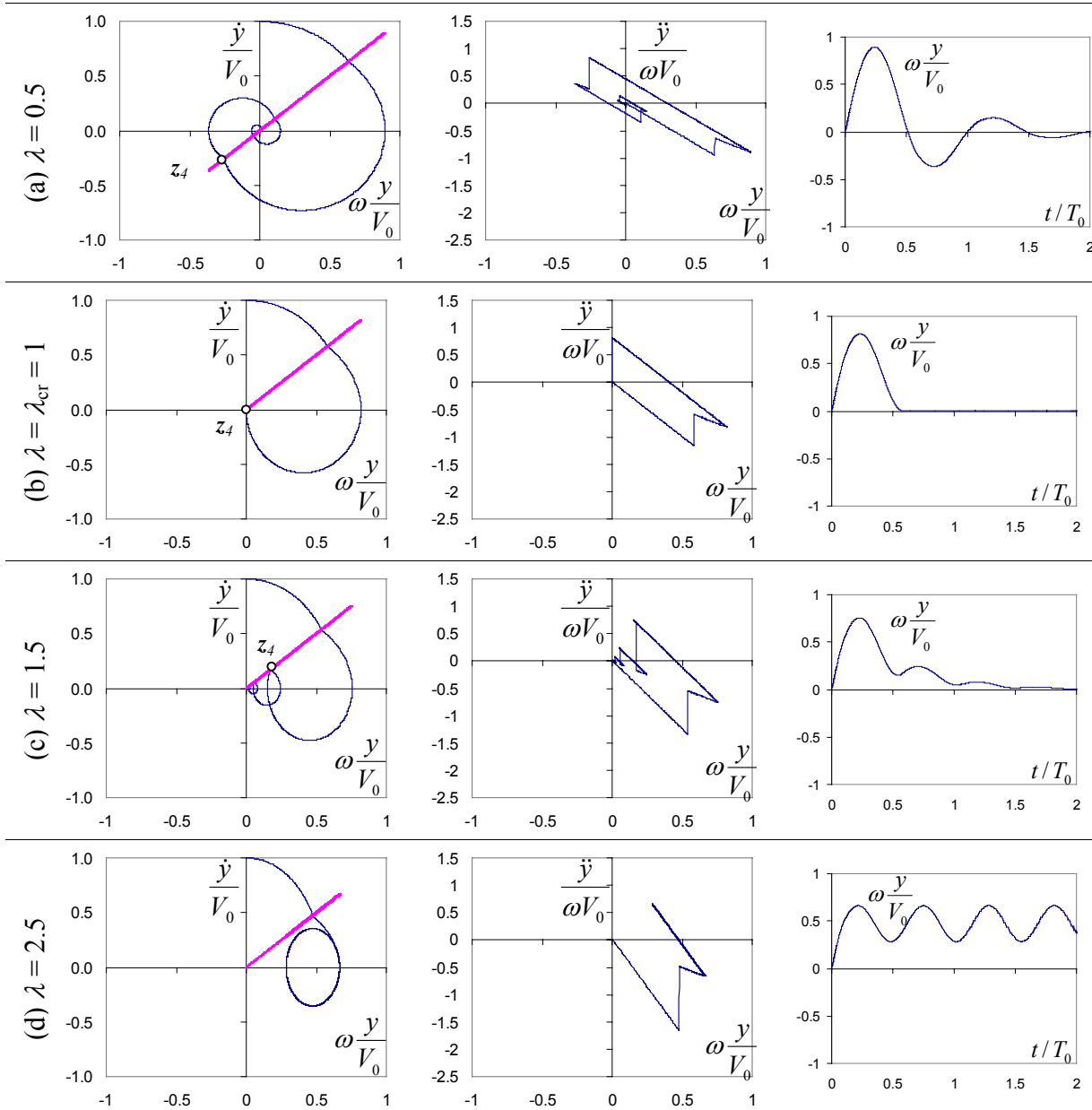


Fig.3.5.1.2 – Vibrazioni libere per il sistema a rigidità variabile: piano delle fasi ( $y$ ,  $\dot{y}$ ) legame costitutivo globale ( $y$ ,  $\ddot{y}$ ) ed  $y(t)$ ,  $\varphi = -1$ .  $\lambda=0.5, 1, 1.5$  e  $2.5$ .

Se  $\lambda < 1$  allora  $y_4$  è negativo (Fig.3.5.1.2a) il secondo cambio di stato ( $z_4$ ) avviene nel III quadrante e si realizza un moto oscillatorio, il sistema tende asintoticamente all'origine con rapidità crescente al crescere di  $\lambda$ : comportamento *sotto-critico*.

Se  $\lambda = 1$  allora  $y_4$  è nullo, il sistema torna nell'origine nel più breve tempo possibile (un solo semiperiodo) e rimane in quiete, Fig.3.5.1.2b . Il valore di  $\lambda$  per cui si realizza questo comportamento viene detto *critico*; quindi, per  $\varphi \leq 0$ ,  $\lambda_{cr} = 1$ .

Se  $1 < \lambda \leq 1 + (1/\varphi^2)$  allora  $y_4$  è positivo (Fig.3.5.1.2c), il secondo cambio di stato ( $z_4$ ) avviene nel I quadrante ed il sistema tende asintoticamente alla posizione di riposo sempre più lentamente al crescere di  $\lambda$  e senza oscillare: *comportamento sovra-critico*. Le Eq.3.5.6 e

3.5.7 sono ancora valide, ma rappresentano rispettivamente il tempo e l'abbattimento relativo delle vibrazioni fra massimi alternati ( $Y_n$  ed  $Y_{n+2}$ ).

Infine, se  $\lambda > \lambda_{inst} = 1 + (1/\varphi^2)$  allora  $y_4$  è immaginario (Fig.3.5.1.2d), la traiettoria non interseca più la retta di commutazione e non si hanno successivi cambi di stato; il sistema, con l'elemento sempre attivo, comincia ad oscillare indefinitamente intorno ad una nuova posizione di equilibrio, realizzando un comportamento *instabile*. In questo caso, la nuova posizione di equilibrio ( $y_c$ ) e l'ampiezza del moto risultante (non smorzato) valgono:

$$\frac{y_c}{V_0} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{\sqrt{1+\varphi^2}}{\omega\sqrt{(1+\lambda)+\varphi^2}} \quad \left| \frac{y_{peak} - y_c}{V_0} \right| = \frac{1}{1+\lambda} \frac{\sqrt{1+\varphi^2}}{\omega\sqrt{(1+\lambda)+\varphi^2}} \quad (3.5.9 \text{ a,b})$$

Il valore di  $\lambda$  a partire dal quale si ottiene questo comportamento,  $\lambda_{inst} = 1 + (1/\varphi^2)$ , cresce rapidamente per  $\varphi$  che diminuisce, in particolare non si ha più *instabilità* per  $\varphi=0$ .

In generale, al crescere di  $\lambda$  si osserva la riduzione dello spostamento massimo accompagnata, d'altro canto, dall'aumento dell'accelerazione massima.

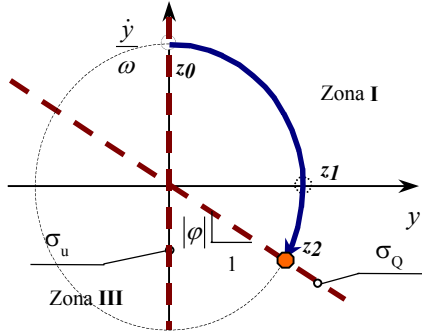
Si può inoltre dimostrare che, fissato  $\lambda$ , le migliori prestazioni del sistema di controllo in termini di velocità di abbattimento delle vibrazioni (minimo  $Y_{n+1}/Y_n$ ) si ha per  $\varphi=0$ . Su questo interessante caso particolare torneremo ampiamente in seguito (§3.5.1.3).

Infine, si noti che in questo caso (vibrazioni libere e  $\varphi < 0$ ), come in tutti quelli successivi, alla disattivazione del dispositivo corrispondano brusche discontinuità nella forza di inerzia. Queste discontinuità rappresentano un elemento molto sfavorevole, soprattutto in termini di comfort e sicurezza per le persone o il materiale contenuto nella struttura; inoltre, la loro entità può essere tale da ridurre notevolmente le prestazioni dell'algoritmo, su quest'ultimo argomento si ritornerà dettagliatamente parlando dei sistemi a molti gdl (Cap.5), dove queste discontinuità diventano particolarmente grandi e quindi 'fastidiose'.

### 3.5.1.2 // caso $\varphi > 0$

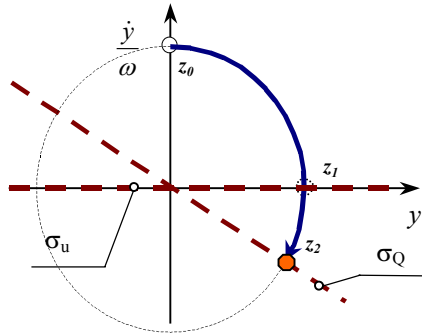
Determiniamo, anche in questo caso, la forma assunta dalle SS, Fig.3.5.1.3. L'elemento di controllo resta attivo finché la traiettoria non incontra la  $\sigma_Q$ , giacente nel II e IV quadrante, (Fig.3.5.1.3a). In quell'istante l'elemento si disattiva, ma contemporaneamente cambia la condizione di attivazione, infatti si ha  $\sigma_Q < 0$  e  $\sigma_u > 0$ , di conseguenza l'elemento si riattiva immediatamente, (Fig. 3.5.1.3b). Lo stesso processo di disattivazione-riattivazione istantaneo, avviene anche per la successiva intersezione con la  $\sigma_Q$ , (Fig. 3.5.1.3c). In questo caso, quindi, il cono di disattivazione ha ampiezza nulla, e coincide con la retta  $\sigma_Q$ . In definitiva esiste una

sola retta di commutazione, la  $\sigma_Q$ , in corrispondenza della quale l'elemento si disattiva, si scarica, ed immediatamente si riattiva di nuovo. Vale ancora la condizione di omogeneità di ordine 1, poiché esiste un cono di disattivazione di ampiezza nulla.



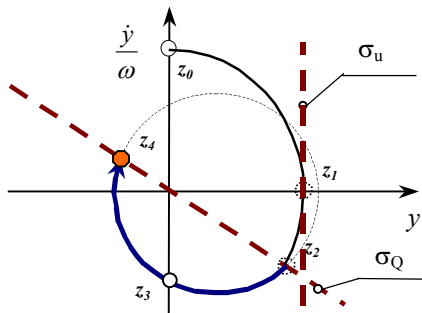
(a)

ZONA I: c.i.:  $z_0 = (0; V_0)$   
 stato elemento: ON  $k_{tot} = (1+\lambda)k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y > 0$   
 $\sigma_u = u = -y < 0$   
 Disattivazione:  $z_2 \in \sigma_Q : \dot{y} + \omega \varphi y = 0$



(b)

ZONA II: c.i.:  $z_2$   
 stato elemento: OFF  $k_{tot} = k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y < 0$   
 $\sigma_u = \dot{u} = -\dot{y} > 0$   
 Attivazione:  $z_2 \in \sigma_u : -\dot{y} = 0$   
 Processo di Riattivazione Istantaneo  
 Zona II: Ampiezza nulla



(c)

ZONA III: c.i.:  $z_2$   
 stato elemento: ON  $k_{tot} = (1+\lambda)k$   
 $\sigma_Q = \dot{y} + \omega \varphi y < 0$   
 $\sigma_u = u = -[y - y_2] > 0$   
 Disattivazione:  $z_4 \in \sigma_Q : \dot{y} + \omega \varphi y = 0$

Fig.3.5.1.3 – Schema qualitativo di traiettoria per vibrazioni libere, EE  $\varphi > 0$  e  $\lambda < \lambda_{cr}$ .

Risolvendo le equazioni del moto si possono ottenere analiticamente, anche per  $\varphi > 0$ , le coordinate dei punti indicati nella Fig.3.5.1.3 :

$$\frac{\omega}{V_0} z_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} [1 \quad 0]^T, \quad \frac{\omega}{V_0} z_2 = \frac{1}{\sqrt{\varphi^2 + 1 + \lambda}} [1 \quad -\omega\varphi]^T \quad (3.5.10a,b)$$

$$\frac{\omega}{V_0} z_3 = -\frac{\sqrt{\varphi^2 + 1 - \lambda}}{\sqrt{\varphi^2 + 1 + \lambda}} [0 \quad 1]^T \quad (\lambda \leq 1 + \varphi^2), \quad \frac{\omega}{V_0} z_4 = -\frac{(\varphi^2 + 1 - \lambda)}{(\varphi^2 + 1 + \lambda)^{3/2}} [1 \quad -\omega\varphi]^T \quad (3.5.10c,d)$$

Dalle espressioni precedenti si ricava facilmente anche l'abbattimento delle vibrazioni:

$$\frac{Y_{n+1}}{Y_n} = \frac{(\varphi^2 + 1 - \lambda)^2}{(\varphi^2 + 1 + \lambda)^2}. \quad (3.5.11)$$

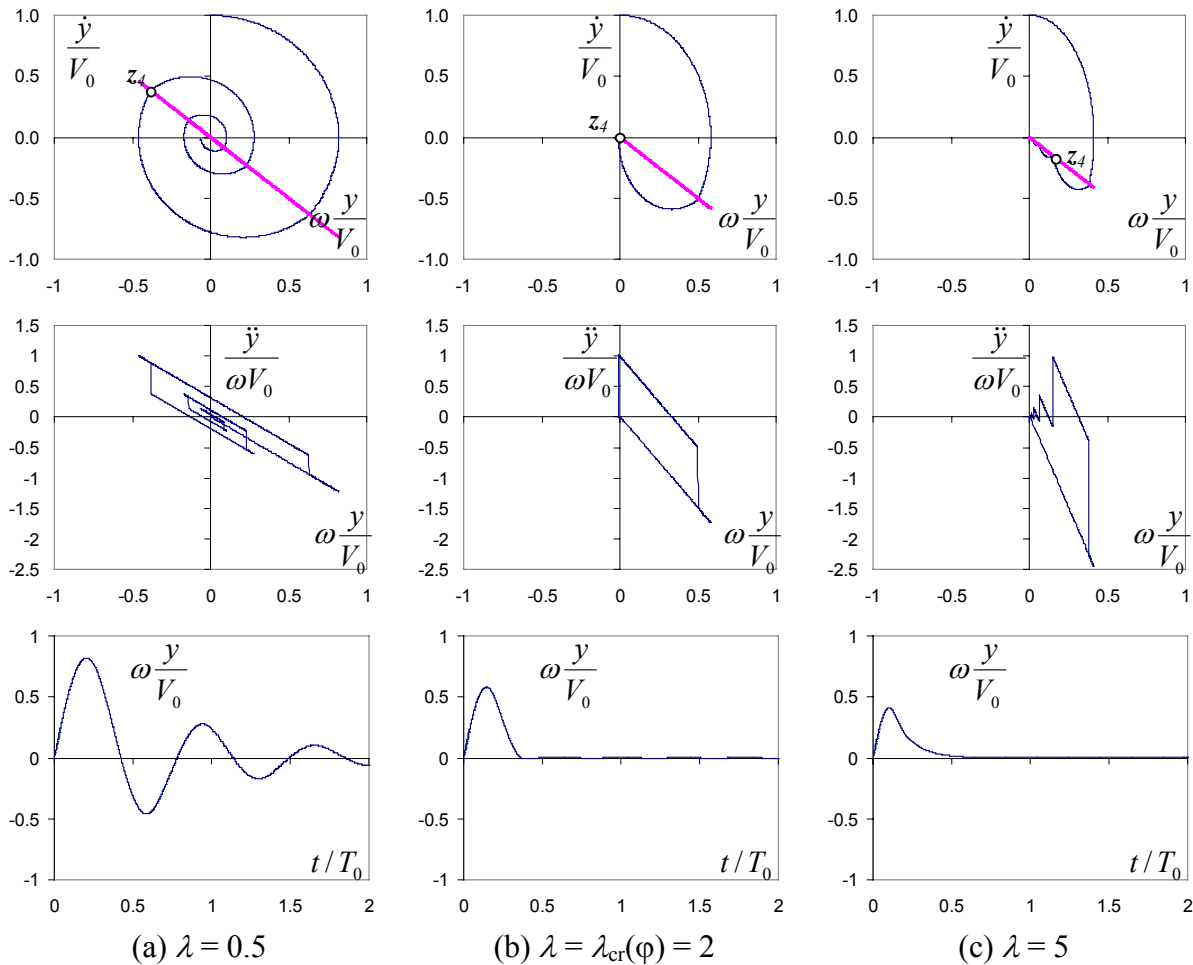


Fig.3.5.1.4 a,b,c – Vibrazioni libere per il sistema a rigidità variabile: piano delle fasi ( $y, \dot{y}$ ) legame costitutivo globale ( $y, \ddot{y}$ ) ed  $y(t)$ ,  $\varphi = 1$ . (a)  $\lambda=0.5$ ; (b)  $\lambda=2$ ; (c)  $\lambda=5$ .

Anche per  $\varphi > 0$  la discussione delle precedenti espressioni consente di evidenziare diversi comportamenti del sistema controllato per diversi valori di  $\lambda$  (Fig.3.5.1.4).

Se  $\lambda < 1 + \varphi^2$  allora  $y_4$  è negativo (Fig.3.5.1.4a), il secondo cambio di stato ( $z_4$ ) avviene nel IV quadrante e si realizza un moto oscillatorio, il sistema tende asintoticamente all'origine con rapidità crescente al crescere di  $\lambda$ : comportamento *sotto-critico*.

Se  $\lambda = \lambda_{cr}(\varphi) = 1 + \varphi^2$  allora  $y_4$  è nullo (Fig.3.5.1.4b), il sistema torna nell'origine nel più breve tempo possibile e rimane in quiete: comportamento *critico*.

Se  $\lambda > 1 + \varphi^2$  allora  $y_4$  è positivo (Fig.3.5.1.4c), il successivo cambio di stato avviene ancora nel II quadrante ed il sistema tende asintoticamente alla posizione di riposo sempre più lentamente al crescere di  $\lambda$  e senza oscillare: *comportamento sovra-critico*. L'Eq.3.5.11 è

ancora valida, ma rappresenta di nuovo l'abbattimento delle vibrazioni fra massimi alternati ( $Y_n$  ed  $Y_{n+2}$ ). Diversamente dal caso  $\varphi < 0$ , non si verificano condizioni di *instabilità*.

Inoltre, anche per  $\varphi \leq 0$  si dimostra che il massimo abbattimento delle vibrazioni si ha per  $\varphi = 0$ . A questo proposito, come conclusione della discussione sull'influenza del segno di  $\varphi$ , si riporta nella Fig.3.5.1.5 la funzione  $Y_{n+1} / Y_n$  al variare di  $\varphi$  (positivo e negativo), per diversi valori di  $\lambda$  ( $\lambda < 1$ , per non considerare comportamenti *sovra-critici*).

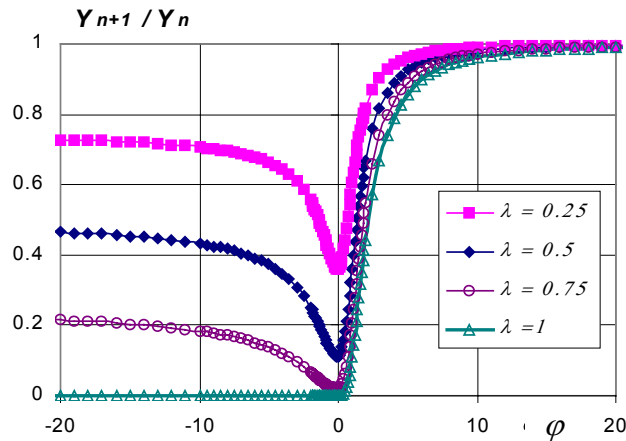


Fig.3.5.1.5 – Andamento del rapporto ( $Y_{n+1} / Y_n$ ) al variare di  $\varphi$  per diversi  $\lambda$ .

Questa funzione, definita dalla Eq.3.5.7 per  $\varphi < 0$  e dalla Eq.3.5.11 per  $\varphi > 0$ , è continua nell'origine poiché i limiti da destra e da sinistra coincidono assumendo i valori minimi. Quindi, l'abbattimento delle vibrazioni è sempre massimo proprio per  $\varphi=0$ , inoltre, le vibrazioni si abbattano più velocemente per valori grandi di  $\lambda$  (con la condizione  $\lambda < \lambda_{cr}$ ). Decisamente diversi sono i comportamenti per  $\varphi > 0$  e  $\varphi < 0$ , come i limiti per  $\varphi$  che diverge positivamente o negativamente.

Per  $\varphi > 0$ , diversamente dall'altro caso, c'è un rapido decadimento delle prestazioni all'aumentare di  $\varphi$  fino ad arrivare, al limite, all'assenza di smorzamento delle vibrazioni. Ciò avviene perché per  $\varphi = +\infty$  la  $\sigma_Q$  coincide con l'asse delle ordinate, quindi la disattivazione istantanea avviene a spostamento nullo, quindi inefficacemente.

Per  $\varphi = -\infty$ , invece, si ha un cono di disattivazione coincidente con il I e III quadrante, ed uno di attivazione con il II e IV ('cono di scarico'). Di conseguenza esiste una sequenza di attivazioni e disattivazioni e si dimostra che per  $\lambda \leq \lambda_{cr} = 1$  vale il seguente limite:

$$\lim_{\varphi \rightarrow -\infty} (Y_{n+1} / Y_n) = 1 - \lambda. \quad (3.5.12)$$

Questo caso, rappresenta l'algoritmo 'inverso' di quello proposto da Kamagata & Kobori (1994), per cui l'EE deve rimanere attivo nel I e II quadrante (§2.3.1.2 e 3.5.3).

Prima di passare ad esaminare nel dettaglio l'interessante caso in cui  $\varphi=0$ , appare utile riepilogare, in un'ultima figura, la forma che assumono le *Switching Surfaces* nel piano delle fasi, nei due casi esaminati caratterizzati dal segno di  $\varphi$  (Fig.3.5.1.6).

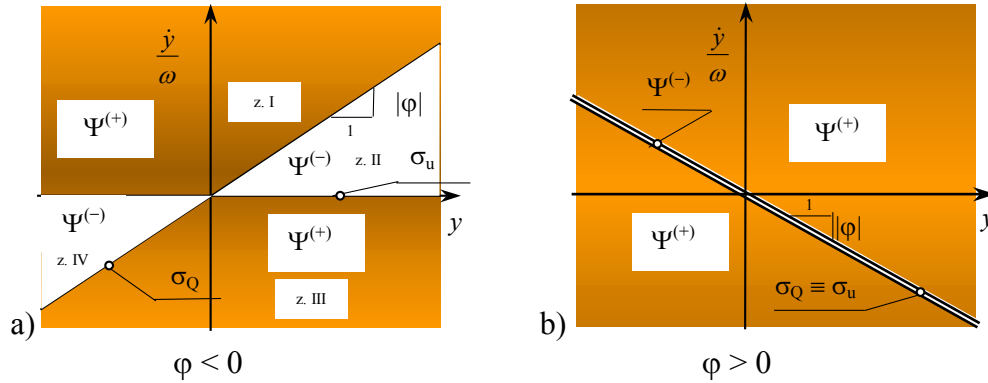


Fig.3.5.1.6 – Superfici di commutazione (*Switching Surfaces*) per EE:  $\varphi < 0$  e  $\varphi > 0$

### 3.5.1.3 Il caso $\varphi = 0$ : Algoritmo di Inaudi ed Hayen (IH)

Per  $\varphi = 0$  le rette di commutazione coincidono e sono sovrapposte all'asse delle ascisse. Ciò vuol dire che l'elemento di controllo realizza un processo di disattivazione e riattivazione *istantaneo* all'annullarsi della velocità. In questo modo, poiché la deformazione dell'elemento assume un massimo o minimo locale, si massimizza l'energia dissipata dal controllore e l'algoritmo coincide (nel caso di AR) con quello proposto da Inaudi & Hayen (1995). Risulta che  $\lambda_{cr}=1$  ed , inoltre, il periodo proprio e l'abbattimento delle vibrazioni libere assumono le già note espressioni seguenti:

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{\sqrt{1+\lambda}} \qquad \frac{Y_{n+1}}{Y_n} = \frac{(1-\lambda)^2}{(1+\lambda)^2} \qquad (3.5.13 \text{ a,b})$$

In Fig.3.5.1.7 si riportano le traiettorie ottenute, per tre valori di  $\lambda$  e per  $\varphi=0$ , in cui si evidenziano di nuovo i comportamenti *sottocritico*, *critico*, e *sopracritico*. Diversamente dal caso  $\varphi < 0$  non si hanno casi di *instabilità*, infatti per  $\varphi=0$ :  $\lambda_{inst} = \lambda + (1/\varphi^2) \rightarrow \infty$ .

Dal confronto con le analoghe figure ottenute per  $\varphi < 0$  e  $\varphi > 0$  è evidente come, a parità di  $\lambda$ , per  $\varphi = 0$  si ottenga sempre la più rapida attenuazione del moto. Anche la forma dei legami costitutivi globali appare decisamente più regolare proprio per  $\varphi = 0$ , infatti, in questo caso, la disattivazione dell'elemento si ha quando la deformazione è massima. Invece, per  $\varphi < 0$  (Fig. 3.5.1.2), l'elemento si disattiva 'in anticipo' e resta disattivato fino al raggiungimento della massima deformazione, a partire dalla quale si riattiva; si ha quindi una zona del digramma accelerazione spostamento con minore area racchiusa, in cui si procede con la sola rigidezza

del sistema originario. Invece per  $\varphi > 0$  (Fig.3.5.1.4), il processo di disattivazione–riattivazione istantaneo avviene ‘in ritardo’ rispetto alla deformazione massima; di conseguenza c’è un tratto del diagramma forza spostamento che è percorso elasticamente due volte, una in fase di ‘carico’ e l’altro in fase di ‘scarico’. In tal modo si riduce la dissipazione del sistema. Si dimostra così che l’efficacia dell’algoritmo IH, rispetto a quelli della stessa famiglia ottenuti per  $\varphi \neq 0$ , è sostanzialmente causata dalla forma del ciclo di isteresi dell’elemento di controllo, che è il più dissipativo possibile.

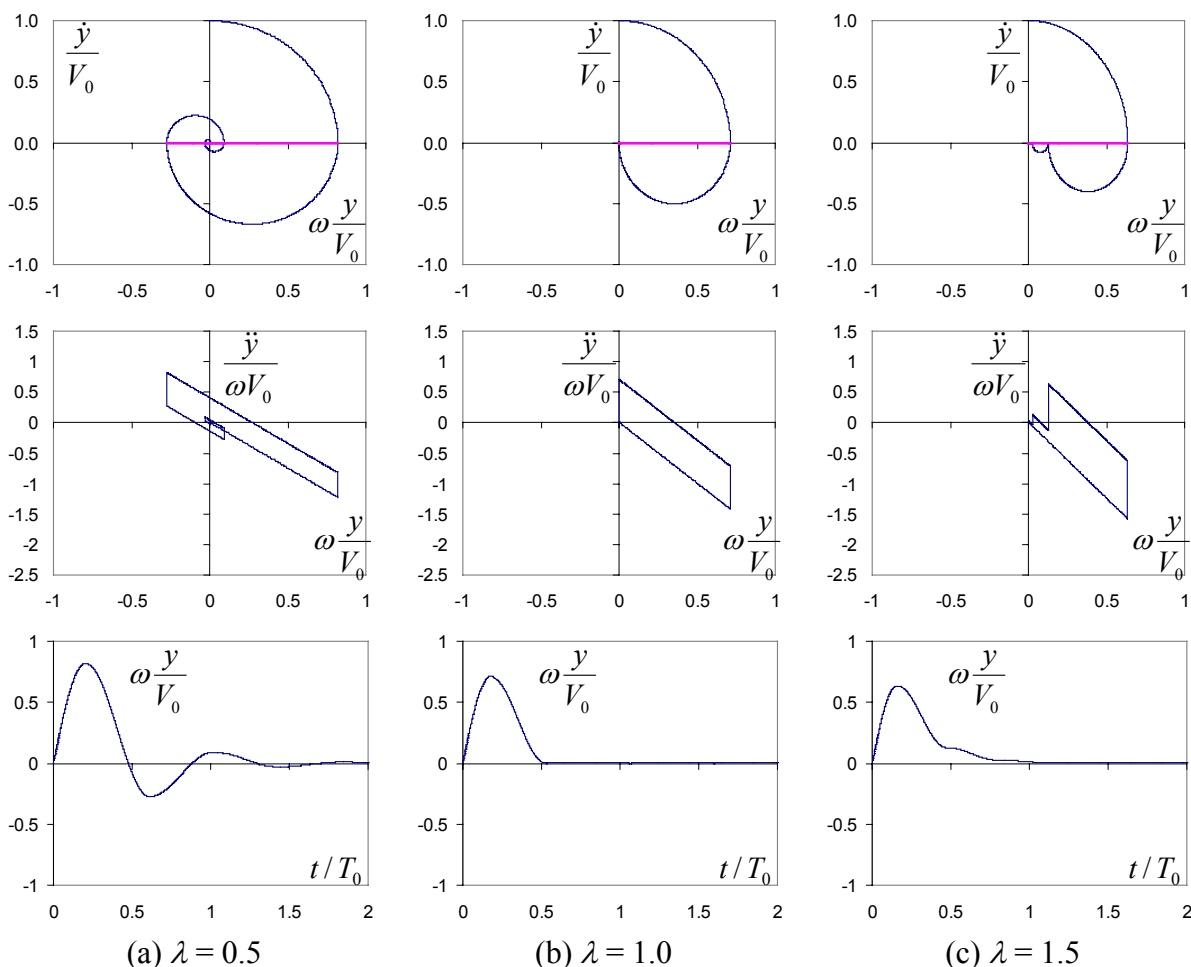


Fig.3.5.1.7 a,b,c – Vibrazioni libere per il sistema a rigidità variabile: piano delle fasi ( $y, \dot{y}$ ) legame costitutivo globale ( $y, \ddot{y}$ ) ed  $y(t)$ ,  $\varphi = 0$ . (a)  $\lambda = 0.5$ ; (b)  $\lambda = 1$ ; (c)  $\lambda = 1.5$ .

Per quanto detto finora si considera ottimale la posizione  $\varphi = 0$  e, di conseguenza, sarà questa la scelta effettuata per le considerazioni future.

Fatta questa scelta ottimale, l’algoritmo di controllo che ne deriva ha delle proprietà caratteristiche aggiuntive rispetto a quelle della formulazione generale (§3.4). In particolare:

**P6-** L’algoritmo non richiede l’*identificazione* del sistema da controllare, infatti nell’algoritmo di controllo (Eq.3.5.2) non compare la  $\omega$  se si pone  $\varphi = 0$ .



**P7-** L'algoritmo richiede soltanto la misurazione di una velocità (relativa o assoluta), ed eventualmente quella della forza nel dispositivo di controllo; questa forza, noto il legame costitutivo di elemento, potrebbe essere anche determinata sulla base della misurazione della sua deformazione.

Inoltre, se si assume come algoritmo di riferimento questo ottenuto per  $\varphi=0$ , allora il parametro  $\varphi$ , oltre a caratterizzare la forma della matrice di peso dello stato nell'IP, assume anche un fondamentale significato tecnico. Infatti  $\varphi$  rappresenta una quantificazione (normalizzata rispetto la periodo proprio della struttura da proteggere:  $\Delta t = \varphi / \omega$ ) del ritardo (per  $\varphi>0$ ) o anticipo (per  $\varphi<0$ ) di disattivazione del dispositivo rispetto all'istante 'ottimale' che è quello in cui si annulla la velocità ( $\varphi=0$ ). Fatta questa considerazione, il diagramma riportato in Fig.3.5.1.5 rappresenta anche il decadimento di prestazione dell'algoritmo IH al variare del tempo di ritardo (o di anticipo) di attuazione. Ovviamente il caso di maggiore interesse tecnico è quello del ritardo di attuazione ( $\varphi>0$ ), che è proprio quello per cui le prestazioni risultano maggiormente sensibili.

Infine, se si utilizza la posizione ottimale  $\varphi=0$ , l'IP assume l'importante significato fisico di *Energia Recuperabile* (relativa o assoluta) del sistema da proteggere, costituita dalla somma della componente potenziale elastica e cinetica. In particolare, rispetto ad altri lavori di letteratura, in virtù della proprietà P1 del §3.4 (secondo cui  $q_{11}$  e  $q_{21}$  non influiscono sull'algoritmo), si può ora osservare che in realtà l'algoritmo opera sulla minimizzazione della sola *energia cinetica* (relativa o assoluta).

### 3.5.2 Risposta stazionaria ad eccitazione sinusoidale

In questo paragrafo si studierà la risposta del sistema ad 1 gdl a rigidità variabile, soggetto ad accelerazione della base sinusoidale, con frequenza pari a  $\beta$  volte quella propria del sistema non controllato (posto anche  $\psi$  pari ad un angolo di fase):

$$\ddot{y}_g = -W \text{sen}(\beta\omega_0 t + \psi), \quad \beta = \omega_f / \omega_0 . \quad (3.5.14 \text{ a,b})$$

In questo caso si può differenziare l'algoritmo di controllo basato sull'Approccio Relativo (AR) da quello basato sull'Approccio Assoluto (AA). Come detto si procede fissando  $\varphi=0$ , il che vuol dire adottare l'algoritmo di Inaudi ed Hayen per AR ed il suo corrispondente per AA.

Nelle Figg.3.5.2.1 (fissato  $\lambda=1$ , per tre valori del rapporto delle frequenze:  $\beta = 0.5, 1$  e  $2$ ) si mostrano le traiettorie nel piano delle fasi, i legami costitutivi e le storie temporali in spostamento, a regime stazionario raggiunto, per il sistema controllato secondo i due approcci.

Si può, quindi, osservare il diverso comportamento dinamico indotto, dai due algoritmi di controllo, per i diversi valori di  $\beta$ .

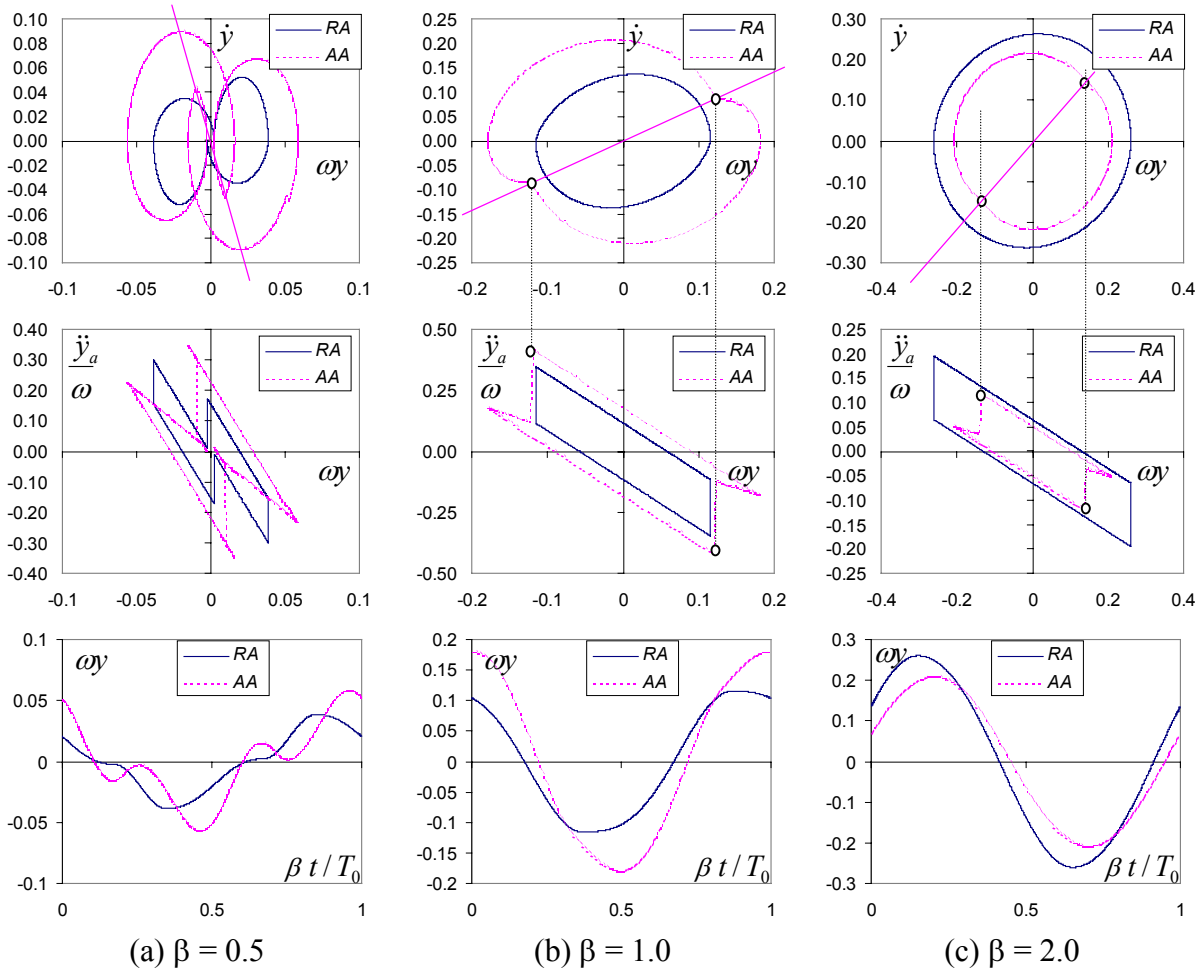


Fig.3.5.2.1 a,b,c – Risposta stazionaria ad eccitazione sinusoidale per il sistema a rigidità variabile: piano delle fasi relativo, legame costitutivo globale ed  $y(t)$ ,  $\varphi = 0$   $\lambda=1$ , RA: Approccio Relativo ed AA: Approccio Assoluto. (a)  $\beta=0.5$ ; (b)  $\beta=1$ ; (c)  $\beta=2$ .

Per quanto riguarda l'AA, si osserva che il cambio di stato del dispositivo, definito secondo le Eq.3.5.3 e 3.5.4 in corrispondenza di rette nel piano delle fasi *assoluto*, avviene in corrispondenza di rette passanti per l'origine anche di quello *relativo*. Si osserva così in Fig.3.5.2.1, in cui sono state evidenziate le superfici di commutazione e le disattivazioni per AA, un comportamento simile a quello visto (per vibrazioni libere) per l'AR con  $\varphi < 0$ . Ciò è dovuto al fatto che, a stazionario raggiunto, la velocità relativa è periodica con la stessa frequenza dell'eccitazione, ma sfasata di una quantità costante (pari a  $\psi$ ); di conseguenza, anche la velocità assoluta è sfasata di una quantità costante rispetto a quella relativa. Ciò determina, nel piano delle fasi *relativo*, la presenza di una retta di commutazione inclinata rispetto all'asse delle velocità (relative). Per l'esistenza di rette di commutazione passanti per

l'origine, anche nel caso di controllo con l'AA siamo in presenza di sistemi a struttura variabile lineari a tratti in *coni* dello spazio di stato; vale quindi la condizione di omogeneità di ordine 1 ed è quindi ancora possibile prescindere dall'intensità dell'input (§3.3.2).

Per quanto riguarda l'influenza del parametro  $\beta$ , innanzitutto si nota che per  $\beta$  non troppo piccoli (frequenza dell'eccitazione maggiore o uguale a quella della struttura da proteggere,  $\beta=1$  e  $2$  in Figg.3.5.2.1 b,c) l'andamento nel tempo delle grandezze di risposta (in figura lo spostamento) è molto prossimo ad una sinusoidale; si hanno, quindi, legami costitutivi molto regolari ed in particolare, per AR (algoritmo di Inaudi & Hayen) si osserva il caratteristico ciclo di isteresi di forma quadrilatera, ben noto in letteratura, si veda ad esempio: (Inaudi & Hayen, 1995), (Lee *et al.*, 1998), (Liang *et al.*, 1999) e (Xinghua, 2000). Invece, per strutture più rigide rispetto alle precedenti ( $\beta=0.5$ , Fig.3.5.2.1a), si osservano significative componenti armoniche superiori nella risposta (caratterizzate da frequenze maggiori di quella della forzante), più importanti al decrescere di  $\beta$  o al crescere di  $\lambda$ . Queste componenti sono causate da disattivazioni che avvengono in corrispondenza di un punto di *flesso* dello spostamento e non in corrispondenza di un massimo o minimo relativo. Questo fatto si giustifica, intuitivamente, come segue: per strutture particolarmente rigide ( $\beta$  piccoli) si hanno velocità piccole (infatti per  $\beta$  che tende a zero si ha la risposta statica), quindi incrementi istantanei di forza di controllo altrettanto piccoli rispetto alla forza di inerzia; per questo motivo la forza elastica aggiuntiva, che si ha all'attivazione del dispositivo, non riesce ad invertire la direzione del moto e si ha un flesso dello spostamento. Inoltre, queste disattivazioni in corrispondenza dei flessi riducono notevolmente l'energia dissipata dal controllore, come appare evidente dalla ridotta area dei cicli di isteresi (Fig.3.5.2.1a)

Per quanto riguarda, infine, le differenti prestazioni fra AR ed AA, si osserva che per  $\beta=0.5$  ed  $1$  l'AR risulta preferibile all'AA (infatti le traiettorie nei piani delle fasi ed i legami costitutivi del primo sono contenuti in quelli del secondo), il viceversa accade per  $\beta=2$ . Tale fatto si generalizzerà immediatamente nel successivo paragrafo.

### 3.5.2.1 Confronto fra Approccio Relativo ed Approccio Assoluto

Data la difficoltà di determinare soluzioni analitiche (su cui si tornerà anche nel successivo paragrafo), per confrontare, al variare di  $\lambda$  e  $\beta$ , le prestazioni degli algoritmi basati sull'approccio relativo (AR) ed assoluto (AA), si è fatto uso di simulazioni numeriche.

Dai grafici di Fig.3.5.2.1 si sono già ottenute delle indicazioni riguardo la dipendenza dalla frequenza ( $\beta$ ) dell'eccitazione delle prestazioni dei due algoritmi; queste si possono

generalizzare costruendo le funzioni di risposta in frequenza, ottenute al variare di  $\beta$  e per diversi valori di  $\lambda$ . Come esempio, si riportano nelle Fig.3.5.2.2 queste risposte in frequenza per lo spostamento relativo massimo  $Y$  (normalizzato rispetto allo spostamento statico della struttura non controllata) e della trasmissibilità ( $TR$ ), definita come il rapporto fra il massimo valore dello spostamento assoluto della massa ed il massimo valore di quello del supporto.

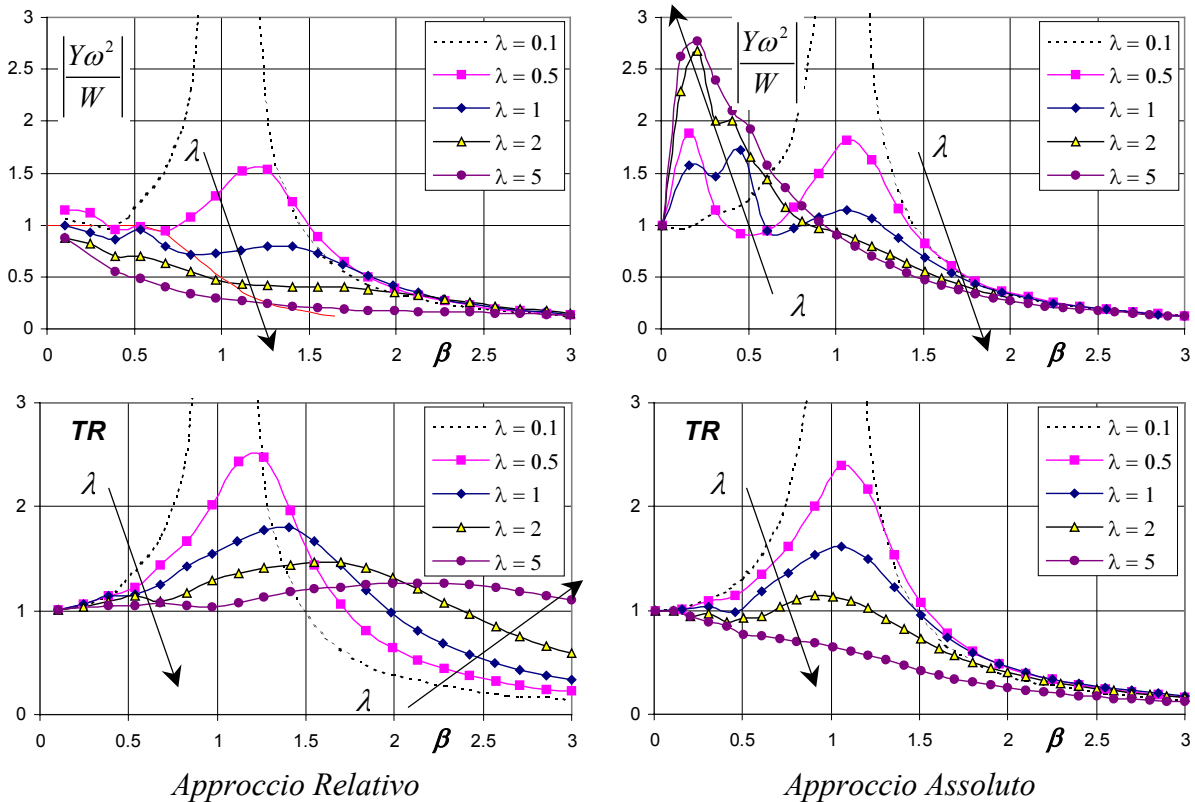


Fig.3.5.2.2 - Spettri per la risposta stazionaria,  $\varphi=0$ , per vari valori di  $\lambda$ . Massimo spostamento relativo e Trasmissibilità ( $TR$ ), per AR ed AA. EE.

Si nota un comportamento decisamente diverso fra i due algoritmi di controllo. In entrambi i casi si identifica una zona di risonanza della risposta, sempre meno evidente al crescere di  $\lambda$ . Lo spostamento verso destra della frequenza di risonanza dipende da  $\lambda$  ed è decisamente più accentuato nel caso di AR rispetto all'AA. A parità di  $\lambda$ , con AR si ottengono le maggiori riduzioni degli spostamenti relativi, specialmente in corrispondenza della risonanza originaria ( $\beta=1$ ). Diversamente, con l'AA si ottiene un comportamento favorevole, specialmente in termini di riduzione del moto assoluto ( $TR$ ) e per  $\beta$  alti.  $TR$ , infatti, si riduce sempre al crescere di  $\lambda$  e per ogni valore di  $\beta$ , mostrando una caratteristica tipica del cosiddetto 'Sky-Hook damper' (§2.3.1.4), che riduce la trasmissibilità per tutte le frequenze, senza la presenza di 'nodi' (nei sistemi lineari alla 'Kelvin' si hanno per  $\beta = \sqrt{2}$ ) ove si inverte questa tendenza.

Questa inversione si osserva anche nel grafico di  $TR$  ottenuto con l'algoritmo di controllo basato sull'AR, anche se non localizzata in un solo punto. Inoltre, con AA si hanno forti amplificazioni della risposta in spostamento per  $\beta$  piccoli (strutture maggiormente rigide) causate dalle disattivazioni che abbiamo visto verificarsi, in questi casi, in corrispondenza di flessi invece che di massimi delle deformazioni. La sensibile riduzione di energia dissipata da essi causata, è testimoniata proprio dalle amplificazioni delle componenti armoniche per  $\beta < 1$ .

Si osserva, inoltre, che mentre l'AR incrementa sia la rigidezza che la dissipazione del sistema, l'AA incrementa principalmente solo la dissipazione; infatti, nel primo caso si ha uno spostamento verso destra della risonanza ed una riduzione del valore massimo, nel secondo, per  $TR$ , si ha solo una riduzione del valore massimo, invece per  $Y$  si osservano evidenti risonanze 'secondarie' per  $\beta < 1$ , che si accompagnano a quelle principali per  $\beta \cong 1$ .

Riepilogando, tramite la risposta al moto armonico del supporto è stato possibile evidenziare le forti differenze che ci sono fra i due algoritmi di controllo, AR ed AA. In particolare, come era lecito attendersi, il primo privilegia gli aspetti relativi del moto, mentre l'altro quelli assoluti. Inoltre, grosse differenze di comportamento si hanno in relazione al rapporto  $\beta$  fra la frequenza della forzante e quella della struttura da proteggere. Si evidenzia che l'AA è più efficace per strutture più flessibili (rapporti  $\beta$  grandi, ad esempio  $> 1$ ), mostra sensibili amplificazioni degli spostamenti nel caso di strutture più rigide (rapporti  $\beta$  più piccoli, ad esempio  $< 1$ ) ed è capace di ridurre la trasmissibilità del moto assoluto per qualsiasi frequenza. Questa caratteristica, propria dello *Sky-Hook damping control*, è stata in questo caso ottenuta, in maniera originale rispetto ad altre applicazioni di letteratura (§2.3.1.4), mediante un dispositivo a rigidezza variabile invece che a smorzamento variabile.

Diversamente l'AR, che realizza un più accentuato spostamento verso destra della risonanza (irrigidimento dinamico della struttura), sembra essere più adatto alla protezione in corrispondenza della risonanza stessa, dove si ottengono le maggiori riduzioni possibili, a scapito, però, di zone di spettro in cui incrementare la rigidezza del dispositivo di controllo porta a peggioramenti nelle prestazioni, e dove la risposta del sistema controllato può essere maggiore ( $TR$ ) di quella del non controllato.

### 3.5.2.2 *La soluzione analitica per l'Approccio Relativo*

In questo paragrafo si determina la soluzione in forma chiusa, per la risposta stazionaria ad eccitazione sinusoidale del sistema a rigidezza variabile controllato per mezzo dell'algoritmo di Inaudi ed Hayen ( $\varphi=0$ , AR), risolvendo una serie di equazioni lineari del moto ed

imponendo le opportune condizioni iniziali fra un tratto e l'altro. Il ben noto teorema di Cauchy dimostra che, se l'eccitazione è sufficientemente regolare, ovvero uniformemente Lipschitziana (Ghizzetti & Rosati, 1993), allora la soluzione esiste ed è unica. Considerando, nella Eq.3.2.1, il legame costitutivo dell'elemento elastico (Eq.3.3.16), l'equazione del moto risulta essere la seguente:

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) + \lambda \omega^2 [y(t) - y_{o,i}] = W \text{sen}(\beta \omega t + \psi), \quad \dot{y}(-\infty) = 0, \quad y(-\infty) = 0 \quad (3.5.15a,b)$$

in cui, come si è detto,  $y_{o,i}(t)$  è lo spostamento della massa in corrispondenza dell'ultimo annullamento della velocità relativa (ultima disattivazione); per la risposta stazionaria si pone:

$$y(0) = Y, \quad \dot{y}(0) = 0. \quad (3.5.15c)$$

La  $Y$  (ampiezza della risposta in spostamento a stazionario raggiunto) e la  $\psi$  (sfasamento fra eccitazione e spostamento), sono incognite e si possono calcolare come segue. Per il primo 'semiciclo' della risposta stazionaria, posto  $y_{o,o} = Y$  e  $\omega_c^2 = (1+\lambda)\omega^2$ , si ha:

$$y(t) = A \cos(\omega_c t) + B \text{sen}(\omega_c t) + \frac{W}{\omega^2 [(1+\lambda) - \beta^2]} \text{sen}(\beta \omega t + \psi) - \frac{\lambda}{1+\lambda} Y, \quad (3.5.16)$$

dove le costanti di integrazione, ottenute imponendo le condizioni iniziali, valgono:

$$A = \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} Y - \frac{W}{\omega^2 [(1+\lambda) - \beta^2]} \text{sen} \psi, \quad B = -\frac{W\beta}{\omega^2 [(1+\lambda) - \beta^2] \sqrt{1+\lambda}} \cos \psi. \quad (3.5.17 a,b)$$

In questa situazione ci sono grosse difficoltà analitiche nel trovare, in forma chiusa, il successivo punto di annullamento della velocità. Per questo si procede ponendo le seguente ipotesi di lavoro: dato che il periodo della risposta è pari a quello della forzante, si assume che il prossimo annullamento della velocità si verifichi dopo un semiperiodo della risposta, in tal caso lo spostamento sarà pari a  $-Y$ . Come si è osservato a proposito della Fig.3.5.2.1a, questa ipotesi è valida soltanto per  $\beta$  sufficientemente grandi, cioè quando non si verificano anche le disattivazioni in corrispondenza dei flessi. Il valore di  $\beta$  a partire dal quale risulta valida la soluzione analitica trovata verrà indicato con  $\beta^*$  e dipende da  $\lambda$ . Quindi, per  $\beta > \beta^*$  si ha:

$$y(\pi/\beta\omega) = -Y, \quad \dot{y}(0) = 0. \quad (3.5.18)$$

Imponendo le condizioni (3.5.18) alla soluzione (3.5.16), si ottengono due equazioni non lineari in  $Y$  e  $\psi$ . Risolvendo queste ultime si ottengono le seguenti espressioni finali per l'ampiezza normalizzata della risposta stazionaria e per la fase:

$$\left| \frac{Y\omega^2}{W} \right| = \left| \frac{\beta [\lambda \text{sen}^2 \alpha - (1 + \cos \alpha)^2 (1 + \lambda)]}{[(1 + \lambda) - \beta^2] \sqrt{\lambda^2 \text{sen}^2 \alpha + \beta^2 (1 + \lambda) (1 + \cos \alpha)^2}} \frac{\sqrt{1 + \lambda}}{[(2\lambda + 1) \cos \alpha + 1]} \right|, \quad (3.5.19a)$$

$$\tan \psi = -\frac{\sqrt{1+\lambda}}{\lambda} \frac{\beta(1+\cos \alpha)}{\sin \alpha}, \quad \text{dove } \alpha = \frac{\pi\sqrt{1+\lambda}}{\beta} \quad (3.5.19b)$$

In Fig.3.5.2.3a si riporta, in funzione di  $\lambda$ , il valore di  $\beta^*$  al partire dal quale la soluzione (3.5.19) è valida. Tale diagramma è stato determinato con l’ausilio di analisi numeriche. Infine, in Fig.3.5.2.3b è mostrata l’ampiezza della risposta stazionaria in spostamento (Eq.3.5.19a), al variare di  $\beta$  e per diversi valori di  $\lambda$ , ove a tratto continuo si evidenzia la curva che delimita il campo di validità della soluzione proposta.

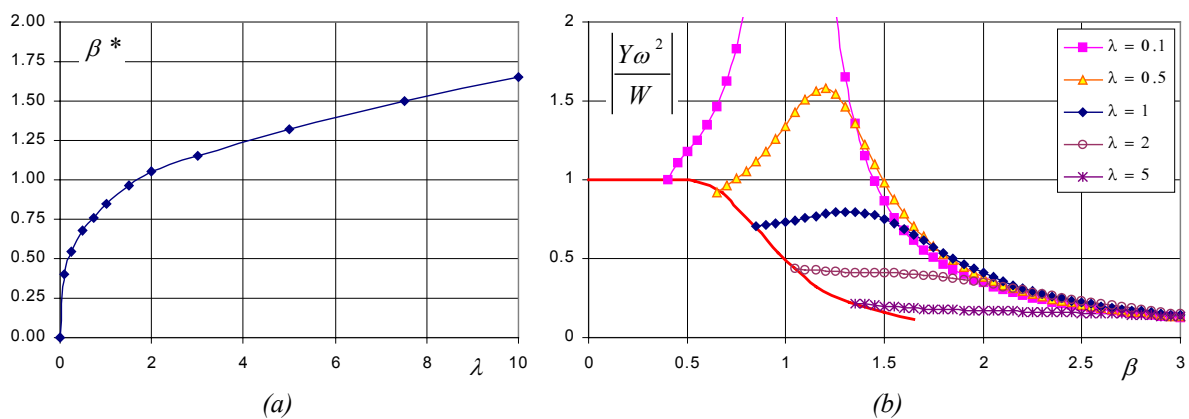


Fig.3.5.2.3 – Risposta stazionaria ad eccitazione: (a)  $\beta^*$  in funzione di  $\lambda$ , (b) Ampiezza.

Questa soluzione non era finora disponibile in letteratura, dove è possibile trovare soltanto espressioni approssimate basate sulla linearizzazione equivalente dell’elemento di controllo (Inaudi *et al.*, 1994). Tali linearizzazioni, che si basano sull’equivalenza fra l’energia dissipata per ciclo dall’elemento di controllo e da uno smorzatore viscoso lineare, sono valide soltanto quando il ciclo di isteresi è di forma quadrilatera, in tal caso è agevole ottenere, per la rigidità e smorzamento equivalente, le espressioni seguenti:

$$k_e = \lambda k, \quad \xi_e = (2\lambda / \pi) \beta. \quad (3.5.20 \text{ a,b})$$

Si noti che questa soluzione, molto semplice ma approssimata, ha comunque lo stesso campo di validità della Eq.3.5.19, esatta ed ottenuta per via analitica.

### 3.5.3 Confronto con l’algoritmo di Kamagata & Kobori (1994) per ‘AVS’

Prima di passare ai sistemi a smorzamento variabile, appare utile confrontare i risultati appena ottenuti con quelli dell’algoritmo proposto per dispositivi a rigidità variabile (*Active Variable Stiffness, AVS*) da Kobori e Kamagata (1994). Come si è già visto nel §2.3.1.2 (a cui si rimanda per maggiori dettagli), secondo questo algoritmo il dispositivo è attivo quando la

velocità ha lo stesso segno dello spostamento della massa. Dato che le zone di attivazione (I e III quadrante) sono dei *coni*, allora il sistema è ancora omogeneo di ordine 1.

Nella sua formulazione originaria, questo algoritmo è stato ottenuto mediante considerazioni di origine ‘intuitiva’. Si è osservato, però, che le stesse condizioni di attivazione si possono ottenere anche mediante una procedura di ottimizzazione del tutto analoga a quella utilizzata nel §3.3 in cui, però, si considera (erroneamente) il legame costitutivo  $u(t) = -k_d y(t)$  per il dispositivo attivo (si veda la precedente nota <sup>[4]</sup>) in luogo di quello corretto  $u(t) = -k_d [y(t) - y_{o,i}(t)]$  (Eq.3.3.16). Il confronto, quindi, mette in luce l’influenza di tale errata assunzione sul legame costitutivo, ad esempio compiuta anche da Yang ed altri (1996) e da Palazzo ed altri (1999a).

Anche per questo algoritmo, nel caso di vibrazioni libere, si possono ricavare espressioni analitiche dell’abbattimento delle vibrazioni libere e del loro periodo proprio, analoghe alle Eq.3.5.13, (Kamagata & Kobori, 1994):

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega} \frac{1 + \sqrt{1 + \lambda}}{2\sqrt{1 + \lambda}} \quad \frac{Y_{n+1}}{Y_n} = \frac{1}{(1 + \lambda)}, \quad (3.5.21 \text{ a,b})$$

Il confronto fra lo spostamento residuo dopo un ciclo, nel caso di questo algoritmo (KK, Eq.3.5.21b) e per quello di Inaudi & Hayen (IH, Eq. 3.5.13b), è riportato nella Fig.3.5.3.1 (figura che per ‘IH’ completa la precedente Fig.3.5.1.5, poiché ne rappresenta la ‘sezione trasversale’ per  $\varphi=0$ ). Si nota che, a parità di  $\lambda$ , l’algoritmo di Kamagata & Kobori è superiore, in termini di velocità di abbattimento delle vibrazioni libere, soltanto per  $\lambda > 3$  poiché in condizioni *sopra-critiche* l’algoritmo IH perde efficienza; inoltre, per KK la condizione di criticità si ha solo per  $\lambda \rightarrow \infty$ , per questo si ha in ogni caso moto oscillatorio.

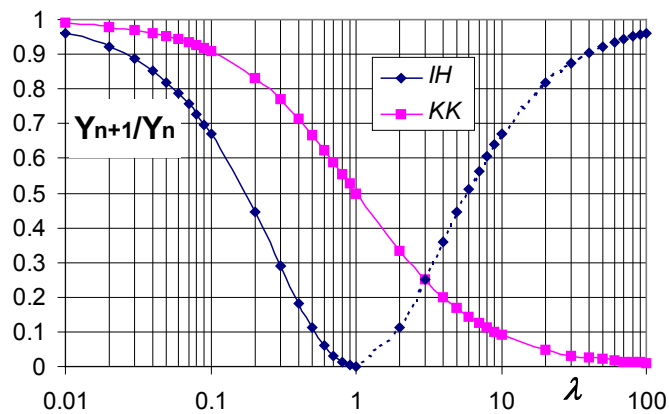


Fig.3.5.3.1 – Spostamento Residuo dopo un ciclo di vibrazioni libere, confronto fra algoritmo di Inaudi & Hayen ('IH') e Kamagata & Kobori ('KK').



Per l'eccitazione sinusoidale, a stazionario raggiunto, per l'algoritmo KK l'elemento di controllo mostra il caratteristico legame isteretico bi-triangolare (Fig.3.5.3.2b), è quindi evidente come, a parità di deformazione massima  $y_0$ , l'energia dissipata sia sensibilmente minore rispetto al caso IH (Fig.3.5.3.2a). Come nel caso IH, anche con KK e per valori di  $\beta$  piccoli si possono realizzare più disattivazioni in un semiciclo, legate ancora a punti di flesso dello spostamento; tale fatto non è stato adeguatamente evidenziato finora in letteratura.

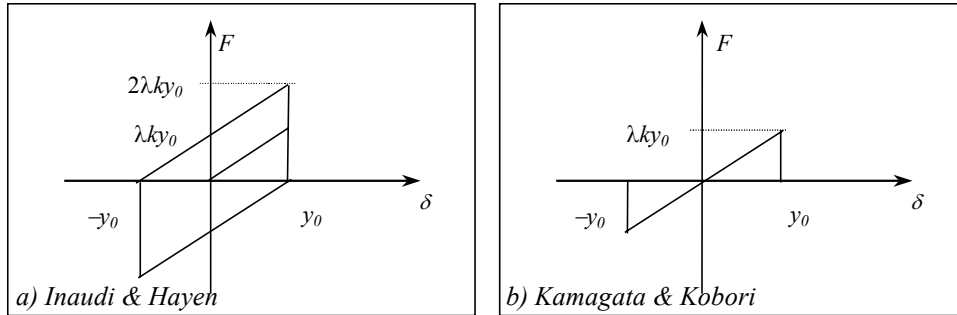


Fig.3.5.3.2 – Cicli di isteresi del dispositivo di controllo per risposta stazionaria.

Nelle stesse condizioni del caso IH, è possibile elaborare il ciclo di isteresi mostrato in figura, ottenendo la rigidità e lo smorzamento equivalenti:

$$k_e = (\lambda / 2) k, \quad \xi_e = (\lambda / 2\pi) \beta. \quad (3.5.22 \text{ a,b})$$

In particolare, a parità di  $\lambda$  e  $\beta$ , lo smorzamento equivalente che si ottiene con l'algoritmo IH (Eq.3.5.20b) è ben 4 volte maggiore di quello che si ottiene con l'algoritmo KK.

### 3.6 Strutture a Smorzamento Variabile

Consideriamo ora strutture con smorzamento variabile, per le quali il legame costitutivo di elemento è l'Eq.3.3.17, in cui si assume  $\xi_d(t) = \xi_d = \xi$  se l'elemento è attivo e  $\xi_d(t) = 0$  altrimenti. L'elemento è lineare, ma non si attiva a forza nulla, vale quindi la forma (3.3.6) dell'algoritmo di controllo, che si specializza come segue:

$$-(1/q_{22}) [\varphi \omega y(t)_+ \dot{y}_{r,a}(t)] c_d \dot{y}(t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elemento ATTIVO, non attivo altrimenti.} \quad (3.6.1a)$$

Ricordando che  $q_{22}$  e  $c_d$  sono positivi, questa condizione si semplifica ulteriormente:

$$[\varphi \omega y(t)_+ \dot{y}_{r,a}(t)] \dot{y}(t) \geq 0 \Rightarrow \text{Elemento ATTIVO, non attivo altrimenti.} \quad (3.6.1b)$$

Per quanto riguarda le superfici di commutazione (SS), la  $\sigma_Q$  è sempre una retta passante per l'origine del piano delle fasi, con coefficiente angolare pari a  $-\omega \varphi$ , mentre la  $\sigma_u$  è ora fissa e coincide con il luogo delle velocità relative nulle, quindi:

$$\sigma_Q: \dot{y}_{r,a} + \varphi \omega y = 0, \quad \sigma_u: -\dot{y}(t) = 0. \quad (3.6.2 \text{ a,b})$$

Le SS sono, quindi, due rette passanti per l'origine, e le zone di attivazione e disattivazione sono *coni*, Fig.3.6.1.1; di nuovo, quindi, vale l'*omogeneità di ordine 1* (§3.3.2)

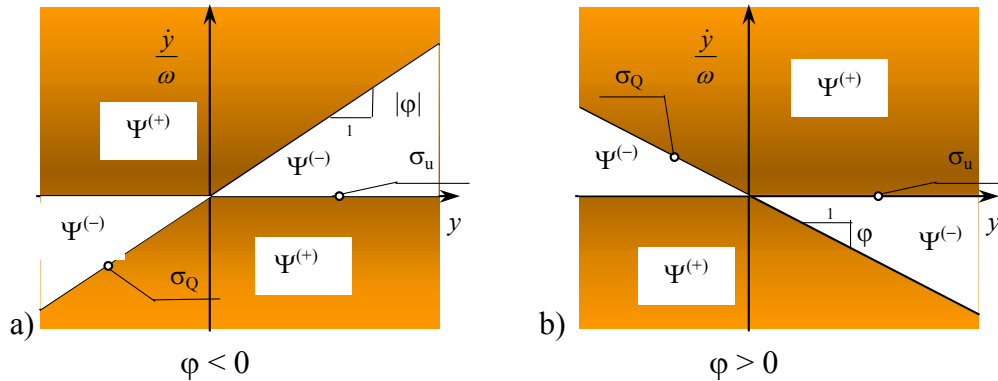


Fig.3.6.1.1 – Superfici di commutazione (Switching Surfaces) per VE:  $\varphi < 0$  e  $\varphi > 0$ .

### 3.6.1 Vibrazioni Libere

Studiamo prima di tutto le vibrazioni libere del sistema controllato, per cui non c'è alcuna distinzione fra Approccio Assoluto ed Approccio Relativo.

Per quanto riguarda la risposta, si distinguono di nuovo due casi:  $\varphi < 0$  e  $\varphi > 0$ . In particolare per  $\varphi = 0$ , e per Approccio Relativo, la condizione di attivazione (3.6.1) è sempre soddisfatta; l'elemento viscoso, quindi, risulta essere sempre attivo, degenerando nel controllo passivo [6]. La dinamica del sistema controllato con questo dispositivo è meno ricca ed interessante, del caso a rigidità variabile, per questo riportiamo direttamente i risultati dello studio analitico, per l'abbattimento delle vibrazioni libere ed il periodo proprio delle stesse. Per  $\varphi < 0$ , si ha:

$$\frac{Y_{n+1}}{Y_n} = \frac{(1 + \varphi^2)}{(1 + \varphi^2 - 2\xi\varphi)} \exp \left[ -\frac{2\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \left( \pi - \arctg \left( \frac{\varphi\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi\varphi - 1} \right) \right) \right], \quad (3.6.3a)$$

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} - \frac{1}{\pi\sqrt{1 - \xi^2}} \arctg \left( \frac{\varphi\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi\varphi - 1} \right) - \frac{\arctg(\varphi)}{\pi} \right]. \quad (3.6.3b)$$

Queste espressioni valgono in condizioni *sotto-critiche* (Fig.3.6.1.2a), per cui il moto è oscillatorio. Si dimostra che per  $\varphi < 0$  la condizione di criticità è data da  $\xi_{cr} = 1$  (Fig.3.6.1.2b). Per valori di  $\xi$  maggiori si ha un moto *sovra-criticamente* smorzato, (Fig.3.6.1.2c).

[6] In realtà, a rigore, le due rette di commutazione vanno a coincidere con l'asse degli spostamenti (velocità nulle). Il dispositivo subisce un processo di attivazione-disattivazione istantanea per velocità nulla, quando cioè la forza è già nulla. Tale processo è quindi totalmente inefficace.

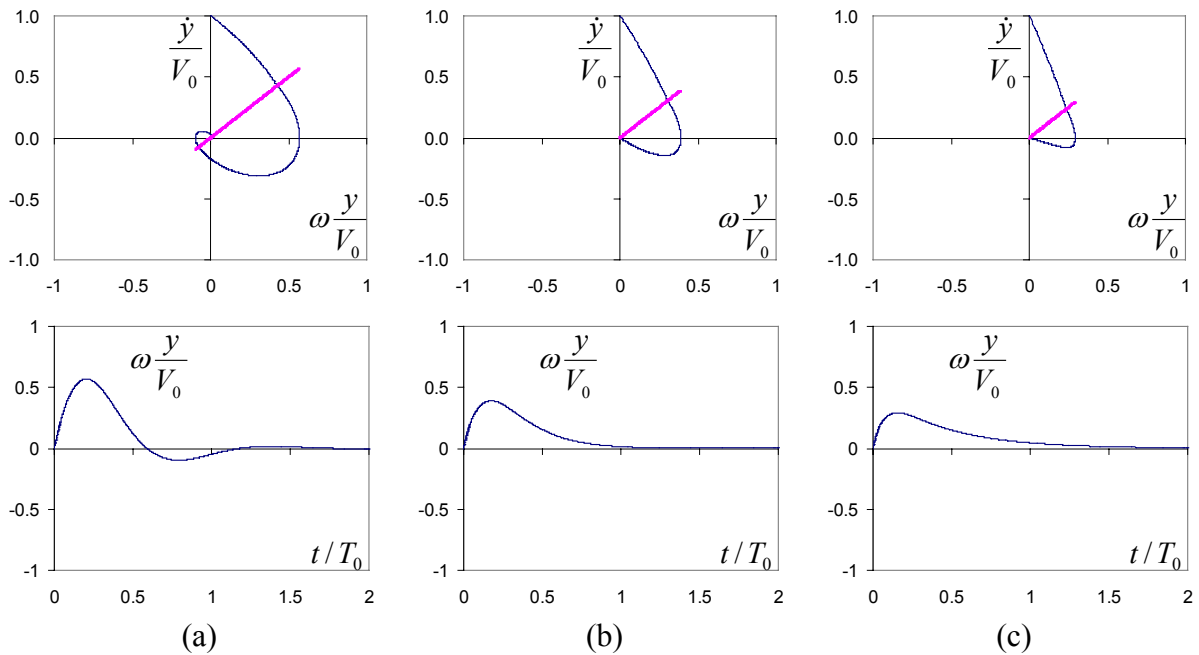


Fig.3.6.1.2 a,b,c – Vibrazioni libere per il sistema a smorzamento variabile: piano delle fasi ed  $y(t)$ ,  $\varphi = -1$ . (a)  $\xi=0.5$ ; (b)  $\xi=1$ ; (c)  $\xi=1.5$ .

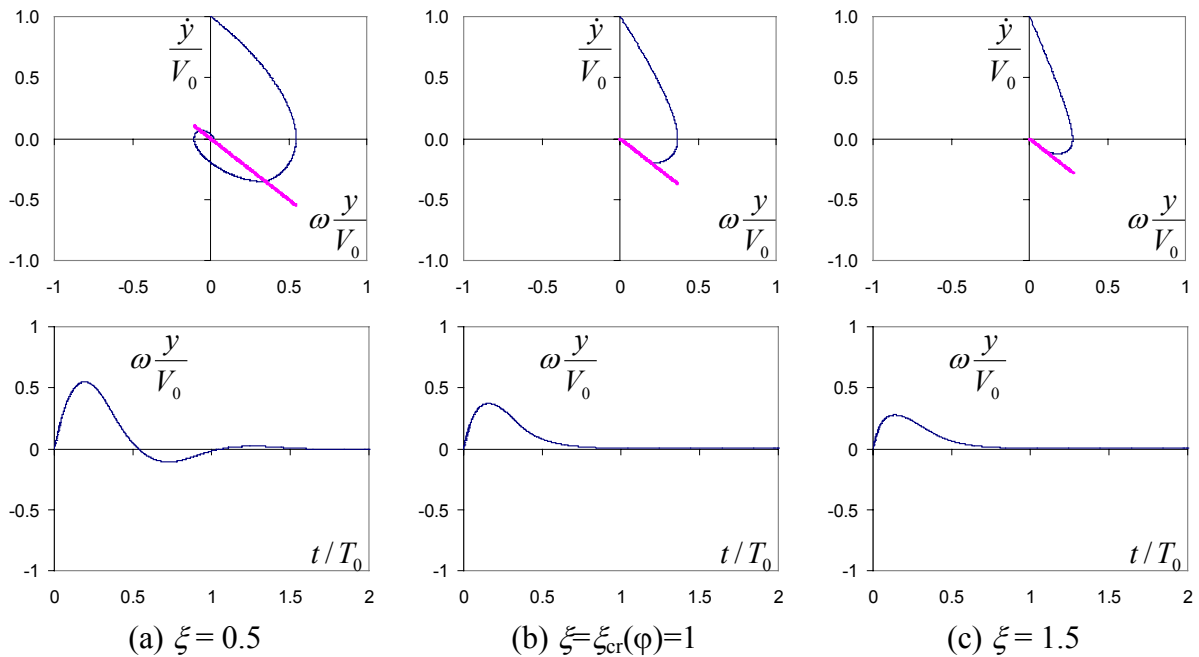


Fig.3.6.1.3 a,b,c – Vibrazioni libere per il sistema a smorzamento variabile: piano delle fasi ed  $y(t)$ ,  $\varphi = 1$ . (a)  $\xi=0.5$ ; (b)  $\xi=\xi_{cr}(\varphi)=1$ ; (c)  $\xi=1.5$ .

Per  $\varphi > 0$ , le espressioni dell'abbattimento delle vibrazioni libere e del periodo proprio, valevoli per  $\xi < \xi_{cr}$ , sono le seguenti:

$$\frac{Y_{n+1}}{Y_n} = \frac{(1 + \varphi^2 - 2\xi\varphi)}{(1 + \varphi^2)} \exp \left[ -\frac{2\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \left( \pi + \arctg \left( \frac{\varphi\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi\varphi - 1} \right) \right) \right], \quad (3.6.4a)$$

$$T_c = \frac{2\pi}{\omega} \left[ \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{1}{\pi\sqrt{1-\xi^2}} \arctg\left(\frac{\varphi\sqrt{1-\xi^2}}{\xi\varphi-1}\right) + \frac{\arctg(\varphi)}{\pi} \right]. \quad (3.6.4b)$$

Si dimostra, inoltre, che per  $\varphi > 0$ , lo *smorzamento critico* dipende da  $\varphi$  e vale:

$$\xi_{cr} = (\varphi^2 + 1) / 2\varphi. \quad (3.6.4c)$$

In Fig.3.6.1.3, sono riportate le traiettorie per i tre comportamenti caratteristici, posto  $\varphi=1$ .

Infine, in Fig.3.6.1.4, è riportato l'andamento della funzione  $Y_{n+1} / Y_n$ , su tutto il campo di  $\varphi$ . Si nota che, anche per strutture a smorzamento variabile, il valore minimo della funzione si ottiene, per ogni valore di  $\xi$ , sempre per  $\varphi=0$  (Controllo Passivo). Inoltre, per  $\varphi > 0$  le prestazioni peggiorano più rapidamente che per  $\varphi < 0$ .

Anche in questo caso, quindi, la situazione ottimale è caratterizzata da  $\varphi=0$  (controllo passivo del dispositivo); le situazioni con  $\varphi < 0$  e  $\varphi > 0$  possono essere di nuovo tecnicamente interpretate rispettivamente come ritardo o anticipo di attuazione (cfr §3.5.1.3).

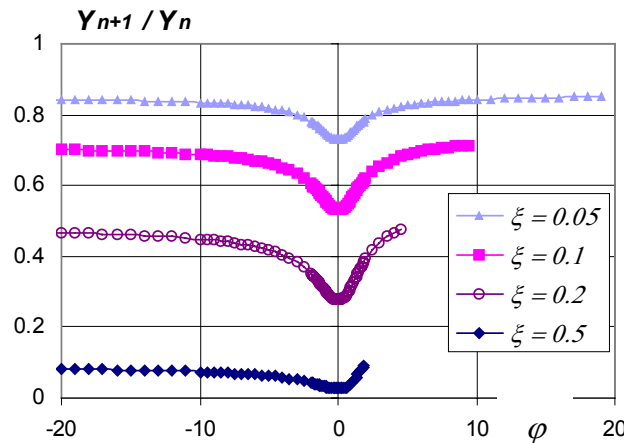


Fig.3.6.1.4 – Andamento del rapporto ( $Y_{n+1} / Y_n$ ) al variare di  $\varphi$  per diversi  $\xi$ .

### 3.6.2 Risposta Stazionaria ad Eccitazione Sinusoidale

Come per il caso a rigidità variabile, in presenza del moto del vincolo, è possibile differenziare l'algoritmo di controllo basato sull'Approccio Relativo (AR) da quello basato sull'Approccio Assoluto (AA); si assume, inoltre,  $\varphi=0$ . Per quanto detto, quindi, per  $\varphi=0$  l'AR coincide con il controllo passivo (elemento di controllo sempre attivo), mentre per AA si realizzano attivazioni e disattivazioni secondo la seguente condizione:

$$\dot{y}_a(t) \dot{y}(t) \geq 0 \quad \Rightarrow \text{Elemento ATTIVO, non attivo altrimenti.} \quad (3.6.5)$$

Questo algoritmo è già stato proposto in altri lavori di letteratura, derivandolo per mezzo di considerazioni intuitive quale emulazione del cosiddetto *sky-hook damper* (§2.3.1.4) si veda

ad esempio: (Symans & Constantinou, 1995), (Karnopp *et al.*, 1974), (Wu & Griffin, 1997), (Oueslati & Sankar, 1994) e (Lieh, 1997).

Nelle Fig.3.6.2.1 (fissato  $\xi=0.5$  e per tre valori del rapporto delle frequenza:  $\beta = 0.5, 1$  e  $2$ ) si mostrano le traiettorie nel piano delle fasi, i legami spostamento accelerazione assoluta e le storie temporali in spostamento, a regime stazionario raggiunto.

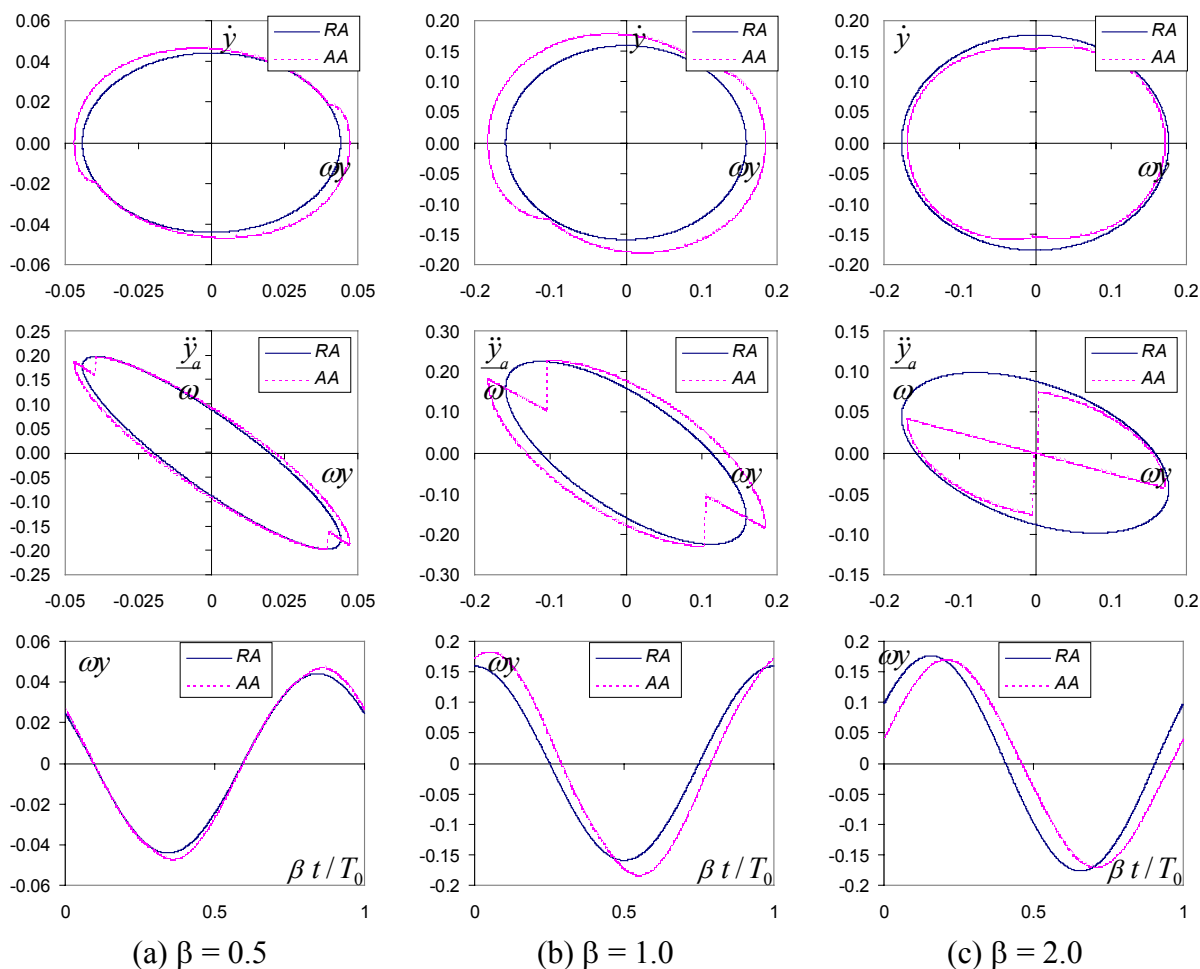


Fig.3.6.2.1 a,b,c – Risposta stazionaria ad eccitazione sinusoidale per il sistema a smorzamento variabile: piano delle fasi relativo, legame costitutivo globale ed  $y(t)$ ,  $\varphi = 0$   $\xi=0.5$ , AR (c. passivo) ed AA. (a)  $\beta=0.5$ ; (b)  $\beta=1$ ; (c)  $\beta=2$ .

Anche per quanto riguarda l'AA, il cambio di stato del dispositivo avviene in corrispondenza di rette passanti per l'origine del piano delle fasi *relativo*. Si ottiene così un comportamento simile a quello visto (per vibrazioni libere) per l'AR con  $\varphi < 0$ ; quindi anche per AA si configurano coni di attivazione, ed il sistema risulta ancora omogeneo di ordine 1.

Per quanto riguarda l'influenza di  $\beta$ , in entrambi i casi non ci sono apprezzabili componenti armoniche superiori nella risposta. Si nota, inoltre, che la differenza fra AR (controllo passivo) ed AA diventa importante solo per valori grandi di  $\beta$ . Questa differenza si

apprezza maggiormente in termini di cicli accelerazione assoluta – spostamento. Infatti, al crescere di  $\beta$  i cicli si differenziano sostanzialmente, aumenta il tempo in cui l'elemento resta disattivato e si riduce sia l'energia dissipata (area sottesa dal ciclo di isteresi) che il valore massimo dell'accelerazione stessa.

Queste considerazioni si generalizzano osservando gli spettri di risposta in spostamento relativo ( $Y$ ) ed in trasmissibilità ( $TR$ ), costruiti per diversi valori di  $\xi$ , Figg.3.6.2.2. Si osserva, infatti, che per  $Y$  non si hanno grandi differenze fra AR (controllo passivo) ed AA (*Sky-Hook control*), in particolare a parità di  $\xi$  si ottengono valori minori con AR. Inoltre, per il sistema controllato non si apprezzano evidenti variazioni nel periodo di risonanza.

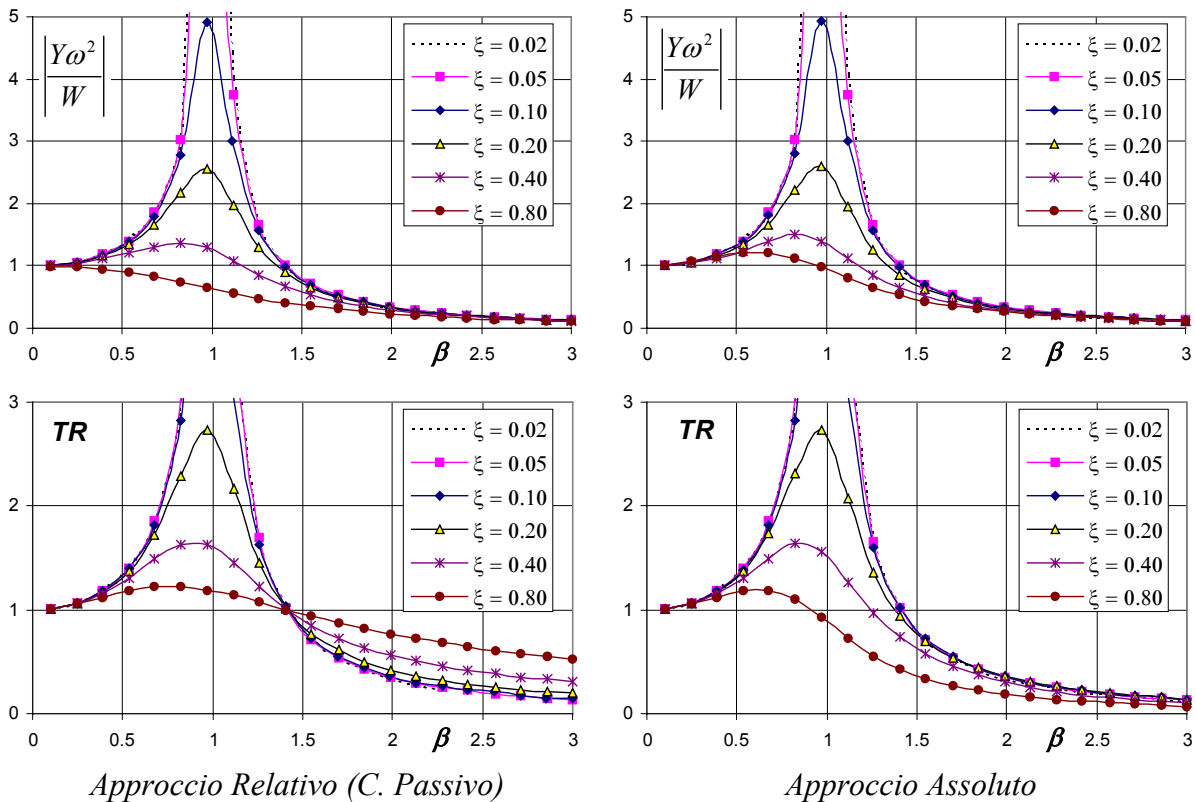


Fig.3.6.2.2 - Spettri per la risposta stazionaria,  $\varphi=0$ , per vari valori di  $\xi$ . Massimo spostamento relativo e Trasmissibilità ( $TR$ ), per AR (C. Passivo) ed AA.

Sostanziali differenze si notano, invece, per quanto riguarda il moto assoluto. In generale, a parità di  $\xi$ , con AA si ottengono valori della trasmissibilità minori su tutto il campo di  $\beta$ , ma le maggiori differenze si ottengono per  $\beta$  sufficientemente grandi. Infatti, come è noto, per il controllo passivo esiste un valore di  $\beta$  (pari a  $\sqrt{2}$ ) oltre il quale la trasmissibilità aumenta al crescere di  $\xi$ . Questa cosa non avviene nel caso di AA, per cui al crescere di  $\xi$ , la trasmissibilità si riduce anche per valori alti di  $\beta$ . Ciò mostra la più importante caratteristica

dello *Sky-Hook Control* (§2.3.1.4) e la motivazione della sua grande diffusione nel campo delle sospensioni di macchine e di veicoli.

Si osservi, infine, come per valori piccoli di  $\beta$  non si hanno le amplificazioni che si verificano con l'EE, poiché con l'elemento viscoso non si mostra il problema delle indesiderate disattivazioni in corrispondenza dei flessi dello spostamenti invece che dei massimi o minimi relativi.

### 3.7 Conclusioni e Limiti del Controllo di tipo ON-OFF

In questo capitolo si è proposto e studiato un algoritmo per il controllo SA di strutture ad 1 grado di libertà. Per mezzo dell'applicazione a sistemi a rigidità o smorzamento variabile, anche mediante interessanti ed originali soluzioni analitiche in forma chiusa, si sono mostrate le maggiori caratteristiche prestazionali dell'algoritmo in regime di vibrazioni libere e di risposta stazionaria ad eccitazione armonica. Per quanto riguarda la forma della matrice  $\mathbf{Q}$ , che caratterizza l'Indice di Prestazione minimizzato, le condizioni ottimali si ottengono per  $\mathbf{Q}$  diagonale ( $\varphi=0$ ). In questo caso (algoritmo di Inaudi & Hayen) si ottiene una importante interpretazione fisica ed ingegneristica dell'IP che, infatti, rappresenta l'*energia recuperabile totale (relativa o assoluta)* del sistema da controllare.

Nel controllo della risposta, l'algoritmo ON-OFF mostra alcuni limiti: il primo è costituito dal fatto che le disattivazioni degli elementi di controllo provocano bruschi, ed indesiderati, salti nella forza di inerzia, che possono pregiudicare il *comfort* di persone o la conservazione dei beni contenuti nella struttura. Per questo motivo tali algoritmi a due stati mostrano, in generale, difficoltà nel controllo del moto assoluto. Per risolvere quest'ultimo problema si è proposta, in maniera duale con quella relativa, la formulazione assoluta dell'algoritmo. L'efficacia di tale formulazione, però, è fortemente dipendente dalla frequenza, risultando favorevole, in termini di moto assoluto, soltanto per strutture *flessibili* (caratterizzate da alti valori del rapporto fra le frequenze caratterizzanti la forzante e quella propria del sistema da proteggere). L'approccio assoluto, quindi, risolvendolo solo in parte, lascia in generale irrisolto il problema di un efficace controllo anche del moto assoluto.

Infine, si deve tenere conto del fatto che il controllo ON-OFF non può essere altro che una prima schematizzazione del funzionamento dei dispositivi di controllo SA, per i quali, infatti, non è realistico considerare velocità di variazione dei parametri infinite. Ottenute, quindi, interessanti indicazioni sui controllori SA di tipo ON-OFF, risulta evidentemente necessario un ulteriore sforzo votato allo studio di algoritmi di controllo in grado di superarne i maggiori

limiti, orientati sia a controllare meglio anche grandezze, come l'accelerazione assoluta, fondamentali nella valutazione delle prestazioni, che a modellare in maniera più 'realistica' le interazioni fra dispositivi di controllo e struttura. La via di sviluppo adottata è quella del controllo semi attivo di tipo 'continuo', studiato nel capitolo seguente.

### **BIBLIOGRAFIA del Capitolo 3**

- Ghizzetti A. & Rosati F., 1993. *Analisi Matematica*. Vol.II. Masson Ed., Milano.
- Hac A. & Youn I., 1992. Optimal semi-active suspension with preview based on a quarter car model. *Jour. of Vibration and Acoustic*, Trans. of ASME, vol.114, Jan.1992, p. 84-92 .
- Hayen J.C., 1995. Response control of structural systems using semi-actively controlled interactions. *Ph.D. Thesis, Rep. N. EERL 95-03*, Earthquake Eng. Research Lab., CalTech, Pasadena, California (USA).
- Inaudi J.A. & Hayen J.C., 1995. Research on variable-structure systems in the US. *Intern. Post-Smirt Conf. Sem. on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Control ...*, Santiago (Chile), Aug. 1995.
- Inaudi J.A. & Kelly J.M., 1993. Variable structures homogeneous control systems. *Proc. of Intern. Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii) Aug. 1993, p.224-238 .
- Inaudi J.A. & Kelly J.M., 1995. Non linear homogeneous dynamical systems. *Rep. N. UCB/EERC-93/11*, Oct. 1995, Earthquake Engineering Research Cntr., Univ. of California at Berkeley, USA.
- Inaudi J.A., Leitmann G. & Kelly J.M., 1994. Single Degree Of Freedom non linear homogeneous systems. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.120 n.7, p.1543-1562 .
- Itkis U., 1976. *Control Systems of Variable Structure*. A Halsted Press Book, John Wiley & Sons, NY (USA).
- Kamagata S. & Kobori T., 1994. Autonomous adaptive control of active variable stiffness systems (AVS) for seismic ground motion. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.2, p. TA4/33-42.
- Karnopp D.C., Crosby M.J., Harwood R.A., 1974. Vibration Control using semi active force generation. *Jour. of Engineering for Industry*, Trans. of ASME, vol.96, n.2, May 1974, p.619-626.
- Lee G.C., Z. Liang & M. Tong, 1998. Development of a variable-passive control system. *Proc. of 2 World Conference on Structural Control 2WCSC*, Kyoto (Japan), 1998, vol. 1, p. 461-470.
- Liang Z., Tong M. & Lee G.C., 1999. A real-time structural parameter modification (RSPM) approach for random vibration reduction: Part I. Principle. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 14 (1999), p. 349-362.
- Lieh J., 1997. Semiactive and active suspensions for vehicle ride control using velocity feedback. *Jour. of Vibration and Control*, vol. 3 n. 2, May 1997, p. 201-212 .
- Oueslati F., Sankar S., 1994. A class of semi-active suspension schemes for vehicle vibration control. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.172 n.3, p.391-411.
- Palazzo B., Petti L. & Iannone G., 1999a. Algoritmi di controllo semi-attivo ottimo in energia. *Ingegneria Sismica*, Anno XVI - n.2, maggio agosto 1999, p.38-49. (In Italiano)
- Slotine J.J. & Li W., 1991. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, Inc., (USA).
- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1995. Development and experimental study on semi-active fluid damping devices for seismic protection of structures. *Tech. Rep. NCEER-95-0011*, SUNY at Buffalo, Aug. 3, 1995.
- Wu X. & Griffin M.J., 1997. A semi-active control policy to reduce the occurrence and severity of end-stops impacts in a suspension seat with an electrorheological fluid damper. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.203 (5), p. 781-793.
- Xinghua Y., 2000. Model and analysis of variable stiffness semi-active control system. *Proc. of 12 World Conf. on Earthquake Engineering 12WCEE*, Auckland (New Zealand), 30 Jan.-4 Feb. 2000, paper n. 1516.
- Yang J.N., Wu J.C. & Li Z., 1996. Control of seismic-excited building using active variable stiffness systems. *Engineering Structures*, vol.18 n.8, 1996, p.589-596.
- Yang J.N., Akbarpour A. & Ghaemmaghami P., 1987. New optimal control algorithms for structural control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.113 n 9 Sept.1987, pp.1369-1387 .



## CAPITOLO 4

# CONTROLLO SEMI ATTIVO DI TIPO ‘CONTINUO’ DI SISTEMI AD UN GRADO DI LIBERTÀ

---

*Nel capitolo si studiano le caratteristiche dinamiche dei sistemi, ad 1 gdl, controllati mediante dispositivi SA capaci di variare, in maniera continua, i propri parametri meccanici. Dopo avere richiamato il Regolatore Lineare Quadratico (LQR) generalizzato, si propone un nuovo algoritmo generalizzato per il Controllo Ottimo Istantaneo (IOC), in cui si include nell’IP sia la forza di controllo che l’accelerazione. Nel caso di sistemi a rigidità o smorzamento variabile si studia, nel dettaglio, l’influenza dei vari parametri che caratterizzano l’algoritmo e si illustra una interessante interpretazione fisica dell’IP istantaneo proposto.*

---

### 4.1 Generalità

In questo capitolo si affronta il problema del controllo SA di tipo ‘continuo’ di sistemi ad 1 gdl. Tale tipo di controllo rappresenta l’evoluzione di quello ON-OFF illustrato nel capitolo precedente e nasce proprio per superarne i limiti già evidenziati, legati ai bruschi salti di forza di inerzia ed al controllo dell’accelerazione assoluta. Quest’ultima, in particolare, non è presente nell’IP utilizzato nel caso ON-OFF, Eq.3.3.1, ed il tentativo di tenerne conto *indirettamente*, per mezzo dell’approccio assoluto, non ha risolto completamente il problema. Inoltre, è evidente che nella realtà i dispositivi di controllo non possono variare le proprie caratteristiche meccaniche con velocità infinita, per questo il controllo ‘continuo’ rappresenta anche un più fedele modello della realtà.

Nel caso di controllo ‘continuo’, quindi, il parametro meccanico dei dispositivi può assumere, con continuità, un valore compreso fra un minimo ed un massimo (che

costituiscono i vincoli, fisici o tecnologici, del problema). La forza di controllo, quindi, dipende da questi parametri (variabili nel tempo), secondo il legame costitutivo di elemento.

Per quanto riguarda gli algoritmi di controllo utilizzabili in questi casi, si possono classificare, in maniera molto sommaria, in due grandi classi. La prima classe è costituita dagli algoritmi formulati per il controllo di tipo *attivo*, che quindi richiedono degli accorgimenti nella loro applicazione al controllo a parametri variabili; di solito, in questo caso, l'incognita del problema di ottimizzazione è la forza di controllo  $u_{opt}$ . La seconda classe è, invece, costituita da algoritmi formulati direttamente per il SA, che quindi tengono conto *esplicitamente*, nella procedura di ottimizzazione, della particolare natura della forza di controllo (quindi dei *vincoli* ai quali è sottoposta); in questo caso è utile usare quale variabile di controllo direttamente il parametro meccanico del dispositivo SA.

Nel seguito illustreremo un classico algoritmo lineare appartenente alla prima classe, per poi proporre una originale formulazione ‘generalizzata’ dell'algoritmo *istantaneo* utilizzato per il controllo ON-OFF. Infine, mediante la definizione di opportuni strumenti di valutazione, si ottimizzeranno i parametri che compaiono nel processo di controllo e confronteranno le prestazioni degli algoritmi.

A differenza del capitolo precedente, le non linearità connesse alla variazione continua dei parametri meccanici rende poco agevole, anche per eccitazioni molto semplici, lo studio della dinamica del sistema controllato per mezzo di soluzioni in forma chiusa. E' per questo motivo che si mostreranno le principali caratteristiche della metodologia di controllo proposta mediante risultati numerici, ampliando i termini e gli strumenti di analisi con eccitazioni e grandezze significative di risposta diverse da quelle viste finora e più adatte al problema in esame. Inoltre, dato che gli algoritmi di controllo ON-OFF studiati nel precedente capitolo 3 risulteranno essere casi particolari della metodologia, più generale, di controllo continuo di seguito presentata, si coglierà l'occasione per sottoporre i detti sistemi controllati in maniera ON-OFF ad eccitazioni diverse da quelle usate in precedenza ed, in particolare, anche ad eccitazioni non stazionarie. In questo modo sarà, inoltre, possibile un più completo confronto con le tecniche di controllo continuo oggetto di questo capitolo.

Prima di tutto, però, illustreremo una classica metodologia utilizzata per applicare al controllo SA gli algoritmi formulati per quello attivo, quindi chiariremo meglio anche il concetto di controllo lineare (*linear feedback*).

#### 4.1.1 ‘Clipped’ Semi Active Optimal Control

In genere, quando si utilizzano algoritmi formulati per il controllo attivo, l’applicazione al caso SA si effettua attraverso la procedura di *Clip* (‘taglio’) dell’azione di controllo (*Clipped Optimal Control*). Bisogna infatti considerare che, nel caso SA, la forza di controllo è soggetta al vincolo di *passività* (dove  $\Delta$  è la deformazione effettiva dell’attuatore):

$$u(z(t), \dots, t) \dot{\Delta}(t) \leq 0, \quad (4.1.1)$$

di conseguenza, possono realizzarsi soltanto azioni di controllo compatibili con l’Eq.4.1.1, e con i limiti fisici e tecnologici dei dispositivi

In generale, quindi, ottenuta (per ogni  $t$ ) la forza di controllo ottimale  $u_{opt}$  quale risultato del processo di ottimizzazione, la si confronterà con il legame costitutivo di elemento; tenendo conto dei vincoli, si otterrà il parametro meccanico ‘*ottimale*’ del dispositivo.

Nel caso di dispositivi *lineari* (paragrafo 3.3.2), confrontando la  $u_{opt}$  con il legame costitutivo, Eq.3.3.14, si ottiene il valore *ideale* del parametro meccanico del dispositivo:

$$\alpha^*(t) = u_{opt}(t) / e(t) \quad (4.1.2)$$

dove  $e(t)$  rappresenta la deformazione *generalizzata* di elemento (differenza fra gli spostamenti, nel caso di dispositivo elastico lineare EE, o fra le velocità, per dispositivo viscoso lineare VE, degli estremi dell’elemento). Il valore *effettivo* del parametro meccanico è, quindi, il seguente:

$$\alpha(t) = \mathfrak{S} [\alpha^*(t), \alpha_{min}, \alpha_{max}], \quad (4.1.3)$$

ove si è introdotto “l’operatore di Clip”  $\mathfrak{S} [f(t), a, b]$ , così definito (per  $0 \leq a \leq b$ ):

$$\mathfrak{S} [f(t), a, b] = a \quad \text{se} \quad f(t) < a \quad (4.1.4a)$$

$$\mathfrak{S} [f(t), a, b] = f(t) \quad \text{se} \quad a \leq f(t) \leq b \quad (4.1.4b)$$

$$\mathfrak{S} [f(t), a, b] = b \quad \text{se} \quad f(t) > b. \quad (4.1.4c)$$

Ovviamente, tale procedura rende il processo di controllo SA non ottimale. L’efficacia del controllo SA così progettato, rispetto a quello attivo, dipende da quanto la Eq.4.1.3 segue la 4.1.2; a questo proposito si rimanda, ad esempio, ad (Inaudi, 2000).

#### 4.1.2 Controllo Retroazionato Lineare (Linear Feedback)

Nel *Linear Feedback* si assume che la forza di controllo sia proporzionale, per mezzo di una opportuna matrice di *guadagno*  $\mathbf{G}$  costante, allo stato. Quindi, si può scrivere in maniera ‘duale’ secondo l’approccio *relativo* o *assoluto*:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}z_{r,a}(t) = \mathbf{G}_x \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_\dot{x} \dot{\mathbf{x}}_{r,a}(t). \quad (4.1.5)$$

Nel campo del controllo attivo, sono state proposte molte metodologie per la determinazione della matrice di guadagno  $\mathbf{G}$ . Alcuni approcci (definiti *classici* da Meirovitch, 1990) si basano essenzialmente sull’osservazione delle trasformate di Laplace della risposta del sistema a ciclo chiuso <sup>[1]</sup>, come nel metodo del *Root-Locus*, di *Nyquist*, dei diagrammi di *Bode* e delle carte di *Nichols*, (Meirovitch, 1990) e (Preumont, 1999). Questi metodi fanno largo uso del concetto di *funzione di trasferimento* e sono particolarmente utili nei casi ad un solo input ed un solo output (SISO: *Single-Input Single-Output*); per sistemi MIMO (*Multi-Input Multi-Output*) si deve considerare una funzione di trasferimento per ogni coppia Input/Output e la complessità cresce considerevolmente.

In un secondo approccio, definito da Meirovitch ‘*Modern Approach*’, si determina la matrice di guadagno sulla base di ottimizzazioni analitiche (che attingono spesso ai metodi del *calcolo variazionale*), basate di solito sullo studio dei valori estremanti di *Indici di Prestazione* (IP) definiti, come norme (quadratiche) di grandezze di risposta e/o di controllo, osservate sia nel dominio del tempo, in senso *deterministico* (*Linear Quadratic Regulator* LQR, *Instantaneous Optimal Control* IOC, etc...) o *aleatorio* (*Linear Quadratic Gaussian* LQG), (Meirovitch, 1990) (Soong, 1990) (Preumont, 1999), che nel dominio delle frequenze (norme  $H_2$  ed  $H_\infty$ ), (Spencer *et al.*, 1994) (Palazzo *et al.*, 1999c).

## 4.2 Il Regolatore Lineare Quadratico (LQR) ‘Generalizzato’

Nel classico *Regolatore Lineare Quadratico* (LQR), molto usato sia per il controllo attivo che SA (si veda anche il §2.3.2.1) si minimizza un IP quadratico nello stato e nella forza di controllo (Eq.2.3.2.2). Generalizzandolo, (Yang *et al.*, 1994a) (Sadek & Mhoraz, 1998), si può includere anche l’accelerazione e l’IP si scrive nella forma seguente:

$$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \left\{ \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \dot{\mathbf{x}}_a^T(t) \mathbf{Q}_a \dot{\mathbf{x}}_a(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \right\} dt. \quad (4.2.1)$$

Come è noto, per mezzo delle equazioni del moto 3.2.1, l’accelerazione si può esprimere in funzione dello stato e dell’azione di controllo come segue:

$$\dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_o \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_o \mathbf{u}(t), \quad (4.2.2)$$

dove le matrici ‘ridotte’  $\mathbf{A}_o$  e  $\mathbf{B}_o$  contengono la seconda riga di  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  (Eq.3.2.5b,c).

---

<sup>[1]</sup> L’uso del dominio di Laplace (o delle frequenze) è possibile data la linearità del sistema controllato a ciclo chiuso (*closed loop*), garantita a sua volta dalla linearità dell’azione di controllo.

Mediante quest'ultima espressione si può scrivere l'IP in una forma più generale, usuale nella teoria del controllo ottimo con IP quadratici, (Bryson & Ho, 1975) (Strejc, 1981):

$$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T(t) & \mathbf{u}^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} + \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0 \\ (\mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0)^T & \mathbf{R} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \right\} dt \quad (4.2.3a)$$

$$J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T(t) & \mathbf{u}^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}} & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^T & \tilde{\mathbf{R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \right\} dt = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} \{ \mathbf{z}^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z} + 2 \mathbf{z}^T \mathbf{N} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{u} \} dt \quad (4.2.3b)$$

in cui si sono definite le seguenti matrici 'generalizzate':

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0, \quad \mathbf{N} = \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0, \quad \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0. \quad (4.2.4 \text{ a,b,c})$$

Si dimostra che per  $t_f \rightarrow \infty$ , trascurando l'eccitazione (*problema omogeneo*) e nell'ipotesi di *optimal closed loop control* (Bryson & Ho, 1975), la legge lineare che minimizza  $J$  è

$$\mathbf{u}^{LQR}(t) = -\tilde{\mathbf{R}}^{-1} [\mathbf{N} + \mathbf{P}^T(t) \mathbf{B}]^T \mathbf{z}(t), \quad (4.2.5)$$

in cui  $\mathbf{P}(t)$  è soluzione della seguente equazione matriciale differenziale di Riccati:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{P}} &= -\mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{N}^T) - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{N}^T)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P} - (\tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{N}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{N}^T) = \\ &= -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} + (\mathbf{P}\mathbf{B} + \mathbf{N})\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(\mathbf{N}^T + \mathbf{B}^T \mathbf{P}) - \tilde{\mathbf{Q}} \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

La soluzione di quest'ultima equazione non è semplice, perché si deve procedere *a ritroso* a partire dalle condizioni finali  $\mathbf{P}(t_f)$ . Comunque, prassi comune è quella di considerare la matrice  $\mathbf{P}$  costante nel tempo. In questo caso l'equazione di Riccati diventa *algebraica*:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - (\mathbf{P}\mathbf{B} + \mathbf{N})\tilde{\mathbf{R}}^{-1}(\mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{N}^T) + \tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{O}. \quad (4.2.7)$$

Sono disponibili algoritmi per la soluzione di questa equazione matriciale, implementati nelle librerie standard di *software* molto diffusi, quali ad esempio il MATLAB<sup>®</sup> (1998: *lqr.m*).

Nell'applicazione dell'LQR, vanno inoltre tenute presenti le seguenti considerazioni.

- Il processo di controllo *non* è *ottimale* nel caso di eccitazione generica, lo è soltanto per *vibrazioni libere* e per *rumore bianco gaussiano e stazionario*.
- Una ulteriore fonte di non ottimalità deriva dall'uso dell'equazione algebrica di Riccati in luogo di quella differenziale; si è comunque mostrato, (Yang *et al.*, 1987) (Soong, 1990), che la soluzione esatta  $\mathbf{P}(t)$  è costante per la gran parte della durata delle vibrazioni.

Osservando la forma dell'IP si deduce che l'algoritmo minimizza il valore medio, lungo l'intera durata delle vibrazioni, di una norma quadratica della risposta (e dell'azione di controllo). Ci possono essere, quindi, problemi nel controllo dei valori di picco della risposta, specie se questi si verificano nei primi cicli di vibrazione (come può frequentemente accadere

nel caso di eccitazione sismica). Questo problema è stato evidenziato ed affrontato in letteratura, ad esempio in (Wu *et al.*, 1995).

Infine, nell’applicazione al controllo SA, c’è un’ulteriore fonte di *non ottimalità* dovuta alla realizzazione della forza di controllo mediante dispositivi a parametri variabili (§4.1.1).

#### 4.2.1 Applicazione a sistemi ad 1 gdl

Per sistemi ad 1 gdl le matrici di sistema sono riportate nelle Eq.3.2.5; inoltre, se si assume che la funzione integranda nell’IP abbia dimensioni fisiche di energia, le matrici che vi compaiono si possono scrivere come segue, evidenziando i parametri adimensionali  $q_{ij}$ ,  $r$  e  $q_a$ :

$$\mathbf{Q} = m \begin{bmatrix} q_{11} \omega^2 & q_{12} \omega \\ q_{21} \omega & q_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = r \frac{1}{m\omega^2}, \quad \mathbf{Q}_a = q_a \frac{m}{\omega^2}. \quad (4.2.8 \text{ a,b,c})$$

In definitiva, risolvendo l’equazione algebrica di Riccati (Eq.4.2.7), e sostituendo nella Eq.4.2.5, si ottiene la seguente espressione generale per la forza di controllo ottimale:

$$u_{r,a}^{LQR}(t) = m\omega^2 \left[ 1 - \sqrt{\frac{r+q_{11}}{r+q_a}} \right] y(t) - m\omega \left[ \sqrt{\frac{2\sqrt{(r+q_a)(r+q_{11})} - 2r + q_{22}}{(r+q_a)}} \right] \dot{y}_{r,a}(t). \quad (4.2.9a)$$

Nelle applicazioni al controllo SA il valore del parametro meccanico del dispositivo si ottiene secondo la procedura di ‘Clip’ illustrata nel precedente paragrafo 4.1.1 .

Dall’osservazione della  $u_{opt}$  (Eq. 4.2.9a) scaturisce quanto segue.

- La  $u_{opt}$  *non dipende* da  $q_{12}$  e  $q_{21}$ ; per questo si usa solitamente una  $\mathbf{Q}$  diagonale a blocchi.
- I parametri essenziali dell’algoritmo, che determinano la forza di controllo ottimale, sono soltanto *tre*. Infatti si può porre, in tutta generalità,  $q_{22}$  unitario e considerare i parametri indipendenti  $q_{11}$ ,  $r$  e  $q_a$  normalizzati rispetto a  $q_{22}$  stesso <sup>[2]</sup>. In particolare, ad una più attenta osservazione dell’espressione della forza di controllo, si nota che questa dipende soltanto da *due* combinazioni dei parametri caratterizzanti l’algoritmo, infatti:

$$u_{r,a}^{LQR}(t) = m\omega^2 [1 - \alpha_{LQR}] y(t) - m\omega \sqrt{2\alpha_{LQR} + \beta_{LQR}} \dot{y}_{r,a}(t) \quad (4.2.9b)$$

$$\text{ove si è posto:} \quad \alpha_{LQR} = \sqrt{\frac{r+q_{11}}{r+q_a}} \quad \text{e} \quad \beta_{LQR} = \frac{q_{22} - 2r}{r+q_a} \quad (4.2.9 \text{ c,d})$$

Inoltre, si osserva che il guadagno in spostamento è costituito da due fattori di segno discorde: il primo compensa completamente la forza di richiamo strutturale elastica, mentre il secondo la sostituisce con una forza *elastica* con rigidità dipendente dai fattori di peso.

<sup>[2]</sup> La stessa cosa si può fare normalizzando rispetto a  $q_{11}$ , in questo caso i parametri indipendenti sono  $q_{22}$ ,  $r$  e  $q_a$ .

L’LQR, quindi, cerca di sostituire alla struttura *reale* una *ideale*, costituita da un elemento elastico ed uno viscoso (*ground-hook* nel caso relativo e *sky-hook* in quello assoluto <sup>[3]</sup>), con rigidezza relativa e smorzamento complessivi pari a:

$$\bar{\lambda} = \alpha_{LQR}, \quad \bar{\xi} = 0.5\sqrt{2\alpha_{LQR} + \beta_{LQR}}. \quad (4.2.10 \text{ a,b})$$

Se  $r$  e  $q_a$  sono nulli, la  $u_{opt}$  diverge ed assume il seguente segno:

$$\text{sgn} \left[ \lim_{r, q_a \rightarrow 0, 0} u_{r,a}^{LQR} \right] = \text{sgn} \left[ -\omega\sqrt{q_{11}}y(t) - \sqrt{q_{22}}\dot{y}_{r,a}(t) \right], \quad (4.2.11)$$

quindi, nel caso SA si ottiene un controllo di tipo ON-OFF che, per l’elemento elastico (Eq.3.3.16) e viscoso (Eq.3.3.17) a parametri variabili, evolve secondo le seguenti leggi:

$$\text{EE: } \left( \omega\sqrt{q_{11}}y(t) + \sqrt{q_{22}}\dot{y}_{r,a}(t) \right) [y(t) - y_{0,i}(t)] \geq 0 \Rightarrow \text{Elem. ATTIVO: } \lambda(t) = \lambda_{\max} \quad (4.2.12a)$$

$$\text{VE: } \left( \omega\sqrt{q_{11}}y(t) + \sqrt{q_{22}}\dot{y}_{r,a}(t) \right) \dot{y}(t) \geq 0 \Rightarrow \text{Elem. ATTIVO: } \xi_d(t) = \xi_{d,\max}. \quad (4.2.12b)$$

Questi algoritmi coincidono con quelli ON-OFF studiati nel capitolo precedente, se si pone

$$\varphi = \sqrt{q_{11}/q_{22}}, \quad (4.2.13)$$

quindi per  $q_{11}=0$  ( $\varphi=0$ ) si ottengono algoritmi coincidenti con l’IH (relativo o assoluto) (§3.5.1.3) e l’IP 4.2.1 rappresenta il valore medio dell’energia cinetica del sistema.

#### 4.2.1.1 Il caso limite $q_a = \infty$ : il ‘Force Transfer Control’

Altro caso particolarmente interessante si ottiene per  $q_a \rightarrow \infty$ , per cui la  $u_{opt}$  vale:

$$u_{opt}(t) = \lim_{q_a \rightarrow \infty} u_{r,a}^{LQR}(t) = m\omega^2 y(t). \quad (4.2.14)$$

Il controllore, quindi, bilancia esattamente la forza di richiamo elastica. Infatti, sostituendo la  $u_{opt}$  nell’espressione 4.2.2 dell’accelerazione assoluta si ottiene, per  $\xi_0=0$ :

$$m\ddot{y}_a(t) = -m\omega^2 y(t) + u_{opt}(t) = 0, \quad (4.2.15)$$

da cui risulta evidente come la  $u_{opt}$  annulla, in questo modo, l’accelerazione assoluta della massa. Infatti, nell’IP rimane significativa la sola parte contenente quest’ultima.

Nell’applicazione al controllo SA, mediante elemento elastico e viscoso, si ha:

$$\text{EE: } \lambda(t) = \mathfrak{S} [\lambda^*(t), 0, \lambda_{\max}] \equiv 0 \quad \text{con } \lambda^*(t) = -y(t) / [y(t) - y_{0,i}(t)] \quad (4.2.16a)$$

$$\text{VE: } \xi_d(t) = \mathfrak{S} [\xi^*(t), 0, \xi_{d,\max}] \quad \text{con } 2\xi^*(t) = -\omega [y(t) / \dot{y}(t)]. \quad (4.2.16b)$$

<sup>[3]</sup> Secondo una terminologia molto usata nel campo delle sospensioni di autoveicoli, (Hrovat, 1997), si definiscono *ground-hook* gli elementi strutturali che lavorano negli spostamenti *relativi* e *sky-hook* (§2.3.1.4) quelli (ideali) che lavorano sugli spostamenti *assoluti*.

Per EE l’algoritmo richiede sempre una rigidità ideale  $\lambda^*$  negativa. Infatti, all’istante iniziale si ha  $y_{o,o} = 0$  da cui  $\lambda^* = -1$  (costante)  $< 0$ ; quindi, per la (4.2.16a), il dispositivo non si attiva mai ( $y_{o,i}$  è in ogni caso nullo) e permane  $\lambda^* = -1$ . Questa rigidità negativa, ovviamente, non può essere realizzata, per questo l’elemento, restando disattivato per l’intera durata delle vibrazioni, risulta inadeguato a realizzare l’algoritmo. Per il VE, invece, la condizione di bilanciamento dell’accelerazione si ottiene soltanto quando il coefficiente di smorzamento ideale  $\xi^*(t)$  è compatibile con i vincoli; quindi, con valori maggiori di  $\xi_{d,max}$  si aumenta il tempo in cui si compensa l’accelerazione assoluta.

Si può infine verificare che questo caso particolare dell’LQR generalizzato coincide con l’algoritmo *Force Transfer Control* (FTC), derivato sulla base di considerazioni intuitive per la limitazione della forza trasmessa alla massa, proposto originariamente per applicazioni a sospensioni di autoveicoli, (Oueslati & Sankar, 1994) (Wu & Griffin, 1997), per poi essere applicato anche a strutture civili, (Symans & Constantinou, 1995), mediante elementi viscosi a smorzamento variabile. Per maggiori dettagli si rimanda anche al §2.3.1.3.

### 4.3 La proposta di un nuovo algoritmo ‘generalizzato’ per il Controllo Ottimo Istantaneo (IOC)

Altra metodologia molto utilizzata nella derivazione di leggi di controllo è quella fondata sul *Controllo Ottimo Istantaneo* o *Instantaneous Optimal Control* (IOC). Questa nasce fondamentalmente da una critica dei metodi *classici* basati sull’LQR, nei quali la legge di controllo realmente *ottimale* richiede la conoscenza *a priori* dell’intera storia temporale dell’eccitazione, cosa improponibile ad esempio nel caso sismico. Per questo motivo Yang ed altri (1987) ottengono una legge di controllo ottimo lineare minimizzando, istante per istante, un IP *istantaneo* dipendente, cioè, soltanto da grandezze note (e disponibili) al tempo corrente. Come già visto nel §2.3.2.1 (Eq.2.3.2.3) l’IP proposto da Yang è il seguente:

$$J(t) = 1/2 [\mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)]. \quad (4.3.1)$$

Ad una formulazione simile, in cui non si considerava la parte comprendente la  $\mathbf{u}$ , abbiamo già fatto riferimento per il controllo ON-OFF trattato nel capitolo precedente, Eq.3.3.1.

Nel seguito proporremo una nuova espressione dell’IP, che risolve alcuni problemi formali presenti in quella di Yang, che la generalizza includendo anche l’accelerazione e che comprende, come caso particolare, anche il controllo ON-OFF precedentemente studiato.



Nello spirito della derivazione *incrementale* di leggi di controllo a partire da IP *istantanei*, si è già evidenziata la necessità di operare sulla derivata temporale dell’IP, garantendo così che la variazione del parametro meccanico dei dispositivi sia tale da rendere l’IP il più *decescente* possibile, in modo da minimizzarne il valore *futuro*  $J(t+\Delta t)$  senza alterare quello attuale (§3.3). Per questo motivo, è preferibile che l’IP non possa essere modificato *istantaneamente* dalla variazione (con discontinuità molto pronunciate nel caso SA) della forza di controllo  $\mathbf{u}(t)$ , come invece può accadere all’IP di Yang (Eq.4.3.1). Lo stesso può dirsi per l’accelerazione assoluta, legata alla forza di controllo ed allo stato per mezzo della Eq.4.2.2. Per quanto detto, quindi, si propone la seguente formulazione dell’IP istantaneo *generalizzato*, in cui si include esplicitamente anche l’accelerazione assoluta, integrandola rispetto al tempo, insieme alla  $\mathbf{u}(t)$ , fino all’istante corrente  $t$ :

$$J_{r,a}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}_{r,a}(t) + \int_0^t \left[ \mathbf{u}^T(\tau) \mathbf{R} \mathbf{u}(\tau) + \ddot{\mathbf{x}}_a^T(\tau) \mathbf{Q}_a \ddot{\mathbf{x}}_a(\tau) \right] d\tau. \quad (4.3.2)$$

In questa espressione  $\mathbf{Q}$  è ancora una matrice (simmetrica) semidefinita positiva, mentre  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{Q}_a$  (almeno semidefinite positive, la seconda simmetrica) pesano la forza di controllo e l’accelerazione assoluta.

Minimizzare l’IP, quindi, significa minimizzare sia lo stato all’istante corrente che l’intera storia temporale della forza di controllo (e dell’accelerazione assoluta) fino all’istante considerato. Ciò evita la necessità di esprimere lo stato futuro mediante sviluppi approssimati in funzione della risposta misurata (come accadeva a Yang), inoltre permette una significativa interpretazione energetica, meglio approfondita in seguito (§4.7.1).

Mediante l’Eq.4.2.2, che esprime l’accelerazione in funzione di  $\mathbf{z}_{r,a}$ <sup>[4]</sup> ed  $\mathbf{u}$ , si ha<sup>[5]</sup>:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \int_0^t \left\{ \mathbf{u}^T(\tau) \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{u}(\tau) + \mathbf{z}^T(\tau) \tilde{\mathbf{Q}}_1 \mathbf{z}(\tau) + 2 \mathbf{z}^T(\tau) \tilde{\mathbf{N}} \mathbf{u}(\tau) \right\} d\tau, \quad (4.3.3)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_1 = \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{A}_0, \quad \tilde{\mathbf{N}} = \mathbf{A}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0, \quad \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{Q}_a \mathbf{B}_0. \quad (4.3.4 \text{ a,b,c})$$

Derivando rispetto al tempo l’IP (Eq.4.3.3), ricordando il teorema di Torricelli-Barrow per la derivazione di funzioni integrali e le equazioni del moto (Eq.3.2.4), si ottiene:

[4] L’Eq.4.2.2 è valida sia per approccio *relativo* che *assoluto* solo se si ha smorzamento strutturale nullo. Infatti, nel caso di sistemi ad 1 gdl, l’espressione completa è la seguente:

$$\ddot{\mathbf{y}}_a(t) = \mathbf{A}_o \mathbf{z}_{r,a}(t) + \mathbf{B}_o \mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_o^{r,a} w_{r,a}(t),$$

$$\text{dove: } \mathbf{A}_o = [-\omega^2 \quad -2\omega \xi_o], \quad \mathbf{B}_o = [1/m], \quad \mathbf{H}_o^r = [0] \text{ e } w_r = \ddot{y}_g \text{ oppure } \mathbf{H}_o^a = [-2\omega \xi_o] \text{ e } w_a = \dot{y}_g$$

[5] Nel seguito, anche dove non esplicitamente riportato, si intende per ogni grandezza il doppio approccio relativo e assoluto:  $\mathbf{z}_{r,a}$ ,  $\mathbf{H}_{r,a}$ ,  $w_{r,a}$ , etc.

$$\dot{J} = \mathbf{z}^T(t) \mathbf{Q} [\mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{w}(t)] + \mathbf{u}^T(t) \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{u}(t) + \mathbf{z}^T(t) \tilde{\mathbf{Q}}_1 \mathbf{z}(t) + 2\mathbf{z}^T(t) \tilde{\mathbf{N}}\mathbf{u}(t). \quad (4.3.5)$$

Il minimo di questa espressione, rispetto alla forza di controllo, si ottiene imponendo che

$$\frac{\partial \dot{J}}{\partial \mathbf{u}} = [2\tilde{\mathbf{N}} + \mathbf{Q}\mathbf{B}]^T \mathbf{z}(t) + 2\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{u}(t) = 0, \quad (4.3.6)$$

da cui deriva l'espressione della forza di controllo ottimale:

$$\mathbf{u}^{IOC}(t) = -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} [2\tilde{\mathbf{N}} + \mathbf{Q}\mathbf{B}]^T \mathbf{z}_{r,a}(t). \quad (4.3.7)$$

Dall'osservazione delle espressioni appena ottenute si nota che esiste un completo parallelismo fra l'LQR generalizzato (Eq.4.2.4 e 4.2.5) e la presente proposta di IOC generalizzato (Eq.4.3.4 e 4.3.7). Quest'ultima formulazione è però molto più semplice, poiché non è necessario risolvere l'equazione (algebraica o differenziale) di Riccati.

Per quanto riguarda il confronto con la formulazione originaria di Yang, si osserva che gli IP, Eq.4.3.1 e 4.3.2, sono simili ma non uguali. Innanzitutto, con la proposta generalizzazione, si considera esplicitamente sia l'accelerazione assoluta che il doppio approccio relativo ed assoluto. Concettualmente, però, la maggiore novità sta nell'integrare nel tempo la forma quadratica dell'azione di controllo e dell'accelerazione. Inoltre, per  $\mathbf{Q}_a = \mathbf{0}$ , la legge di controllo ottenuta (Eq.4.3.7) è molto simile a quella ricavata da Yang, ma non uguale; infatti, la seconda, diversamente della prima, dipende (proporzionalmente) dall'intervallo temporale  $\Delta t$ . Con il presente approccio innovativo, quindi, si risolve anche l'incongruenza, spesso rilevata ma non risolta in letteratura, per cui la forza di controllo ottimale tende a zero se anche l'intervallo temporale che discretizza il processo di controllo tende a zero.

Si noti, infine, che la generalizzazione di un IP *istantaneo*, in cui si include anche l'accelerazione, non ha molti riscontri in letteratura. Se ne trova traccia, ad esempio, in (Feng & Shinozuka, 1990) ma in una forma diversa (seguendo l'impostazione di Yang, quindi senza integrale sul tempo) che richiede, per questo, un'approssimazione della risposta futura.

### 4.3.1 Applicazione a sistemi ad 1 gdl

Per sistemi ad 1 gdl, le matrici che compaiono nell'IP, normalizzate come nel §4.2.1, sono:

$$\mathbf{Q} = m \begin{bmatrix} q_{11} \omega^2 & q_{12} \omega \\ q_{12} \omega & q_{22} \end{bmatrix} \text{ e } \varphi = \frac{q_{12}}{q_{22}} \quad (q_{22} > 0). \quad (4.3.8 \text{ a,b})$$

$$\mathbf{R} = r \frac{1}{2m\omega} \text{ e } \rho = \frac{r}{q_{22}} \geq 0, \quad \mathbf{Q}_a = q_a \frac{m}{2\omega} \text{ e } \varphi_a = \frac{q_a}{q_{22}} \geq 0. \quad (4.3.8 \text{ c,d,e,f})$$

e l’IP si può scrivere come:

$$J_{r,a}(t) = \frac{mq_{22}}{2} \left\{ \frac{q_{11}}{q_{22}} \omega^2 y^2(t) + 2\varphi\omega y\dot{y}_{r,a}(t) + \dot{y}_{r,a}^2(t) + \frac{1}{\omega} \int_0^t \left[ \rho \frac{u^2(\tau)}{m^2} + \varphi_a \dot{y}_a^2(\tau) \right] d\tau \right\}. \quad (4.3.8g)$$

L’Eq. 4.3.7 della  $u_{opt}$  si esplicita, quindi, nel modo seguente:

$$u_{r,a}^{IOC}(t) = -m\omega \frac{1}{(\rho + \varphi_a)} \left[ \omega(\varphi - \varphi_a)y(t) + \dot{y}_{r,a}(t) \right], \quad (4.3.9)$$

dalla quale appare evidente che i parametri essenziali (normalizzati rispetto a  $q_{22}$ ) che definiscono l’IP sono di nuovo soltanto *tre*: l’elemento fuori diagonale della matrice di peso dello stato  $\varphi$  (stesso parametro che abbiamo esaminato nel controllo ON-OFF, Eq.3.3.9), il peso dell’azione di controllo  $\rho$  e dell’accelerazione assoluta  $\varphi_a$ . Infatti, la  $u_{opt}$  di nuovo (§3.4) non dipende dagli elementi presenti nella prima colonna della matrice  $\mathbf{Q}$  ( $q_{11}$  e  $q_{21}$ , che essendo ininfluenti possono essere arbitrariamente assegnati, ad esempio nulli o tali che  $q_{11}=q_{22}$  e  $q_{21}=q_{12}$ ); inoltre realizza *idealmente* una forza di richiamo elastica ed una viscosa (di tipo *ground-hook* o *sky-hook*, si veda ancora la precedente nota <sup>[3]</sup>) con rigidità relativa e smorzamento pari a:

$$\bar{\lambda} = \left( \frac{\varphi - \varphi_a}{\rho + \varphi_a} \right), \quad \bar{\xi} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho + \varphi_a} \right). \quad (4.3.10a,b)$$

Si noti come  $\varphi_a$  intervenga positivamente a denominatore (come  $\rho$ ) per la rigidità e per lo smorzamento aggiuntivo; invece, interviene negativamente a numeratore della rigidità.

Applicando le Eq.4.1.4, per il controllo SA dell’elemento elastico e viscoso si ha:

$$\mathbf{EE:} \quad \lambda(t) = \mathfrak{T} [\lambda^*(t), 0, \lambda_{max}] \quad \text{con } \lambda^*(t) = -u_{r,a}^{IOC}(t) / k [y(t) - y_{o,i}(t)] \quad (4.3.11a)$$

$$\mathbf{VE:} \quad \xi_d(t) = \mathfrak{T} [\xi^*(t), 0, \xi_{d,max}] \quad \text{con } \xi^*(t) = -u_{r,a}^{IOC}(t) / 2m\omega \dot{y}(t). \quad (4.3.11b)$$

Per  $\rho + \varphi_a = 0$  la  $u_{opt}$  *diverge* ed assume il segno seguente:

$$\text{sgn}[\lim_{r \rightarrow 0} u_{r,a}^{IOC}] = -\text{sgn}[\omega\varphi y(t) + \dot{y}_{r,a}(t)]; \quad (4.3.12)$$

nel caso SA si ottiene la stessa legge di controllo ON-OFF trattata nel capitolo precedente (Eq.3.5.2 per EE ed Eq.3.6.1b per VE), valgono, perciò, tutte le considerazioni allora fatte. Risulta dimostrato, quindi, che il controllo ON-OFF (già esaminato nel Cap.3) non è altro che un caso particolare della presente formulazione generalizzata.

Si dimostra facilmente che, anche nel passaggio al limite per  $q_a \rightarrow \infty$  ( $\varphi_a \rightarrow \infty$ ), si ottiene, di nuovo, l'espressione 4.2.14 della  $u_{\text{opt}}$  per l'algoritmo *Force Transfer Control* (§4.2.1.1 e §2.3.1.3), che quindi è anch'esso un caso particolare della presente formulazione.

#### 4.4 Strumenti per lo studio dei sistemi controllati

Come detto nell'introduzione, nel seguito illustreremo alcuni risultati numerici ottenuti applicando gli algoritmi illustrati, mediante dispositivi di tipo viscoso ed elastico a parametri variabili, ad un semplice sistema ad 1 gdl. In tale modo, studiando la dinamica dei sistemi controllati, si valuterà l'influenza delle varie possibili scelte dei parametri caratterizzanti gli algoritmi, per determinarne la configurazione ottimale.

A questo proposito, per operare oggettivamente è necessario definire un insieme di strumenti per lo studio dei sistemi controllati, costituito (1) da una struttura di riferimento, (2) da un set di eccitazioni e (3) da indici di valutazione delle prestazioni, utilizzando, in questo modo, tutti gli elementi tipici di un problema *benchmark* (Spencer *et al.*, 1998 a,b,c), anche se il sistema strutturale ora utilizzato è molto semplice. Un applicazione ad un problema *benchmark* per il controllo strutturale è riportata anche nel seguente Cap.8 di questa tesi.

##### (1) Modello

Il modello strutturale di riferimento è l'oscillatore semplice ad un gdl definito nel paragrafo 3.2, il controllo si realizza mediante i dispositivi lineari elastici (EE) e viscosi (VE) e si assume ancora nullo lo smorzamento strutturale. Modelli simili sono spesso utilizzati, ad esempio, per schematizzare edifici monopiano, (Cherry, 1993) (Symans & Constantinou, 1995) (Sadek & Mohraz, 1998) (Yamada, 1999 e 2000a) (Ciampi *et al.*, 2000), edifici isolati con sovrastruttura rigida, (Feng *et al.*, 1993) (Makris, 1997), ponti, (Feng & Shizouka, 1990) o sospensioni di automobili (*simplified quarter-car model*, §2.4).

##### (2) Input

Si è sottoposto il modello a tre diverse eccitazioni, imposte quali accelerazioni della base.

La prima è la funzione *Unit Step* (US) definita, come è noto, nel modo seguente:

$$f(t) = 0 \text{ per } t < 0; \quad f(t) = 1 \text{ per } t \geq 0. \quad (4.4.1)$$

Questa forzante è stata scelta perché comunemente utilizzata per verificare le prestazioni di sistemi controllati attivamente (Meirivitch, 1990), poiché capace di evidenziare al tempo stesso caratteristiche della fase transitoria del moto e della convergenza a regimi stazionari

(equilibrio statico). Si osservino le evidenti analogie fra tale eccitazione e le vibrazioni libere studiate per il controllo ON-OFF, in cui si valutava la convergenza alla posizione di riposo.

Si utilizzeranno, inoltre, anche altri due tipi di eccitazioni, costituite da un campione di *Rumore Bianco* (*White Noise*) stazionario e dalla registrazione dell’accelerogramma naturale di *El Centro* (comp. NS, Imperial Valley – California, 18 maggio 1940). In particolare, per *White Noise* (WN) si considera una sola realizzazione del processo di durata limitata a 20s, e valore RMS pari circa a 0.1 (Fig.4.4.1a); non si effettuerà alcuna indagine statistica e sarà possibile, data la durata limitata del segnale, anche considerare la fase transitoria della risposta (specie per valori alti del periodo proprio della struttura non controllata  $T_0$ ) ove possono verificarsi i valori massimi più pericolosi. Infine, per la storia temporale di *El Centro* (ELC), si è proceduto scalandola a PGA=1 e considerando soltanto i primi 10 secondi (Fig. 4.4.1b), certamente i più gravosi in termini di risposta di picco.

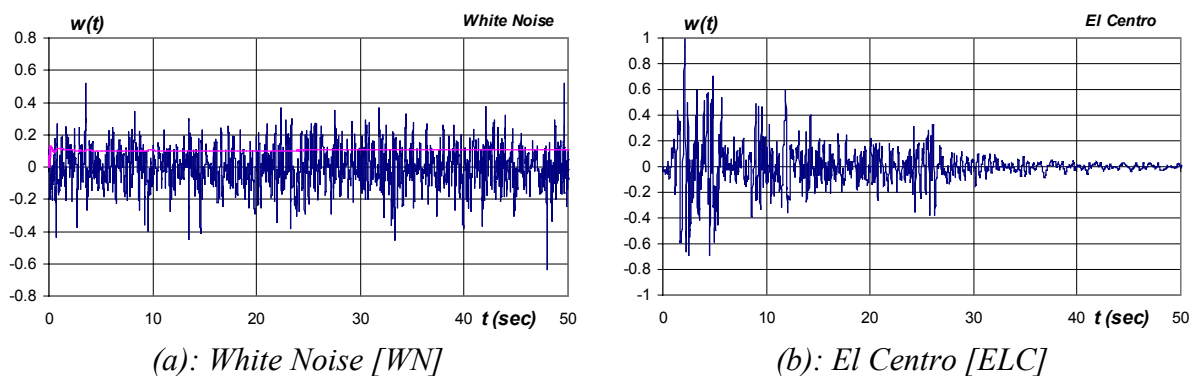


Fig.4.4.1 – Eccitazioni di riferimento, WN ed ELC.

### (3) Criteri per la valutazione della risposta

Per ottenere indicazioni corrette, oggettive e ripetibili, è necessario studiare la risposta mediante opportuni indici di valutazione, che consentano sia il confronto fra i vari casi, che la determinazione dei parametri ottimali di algoritmi e dispositivi.

Meirovitch (1990) definisce dei ‘*criteri di prestazione*’ per la valutazione della risposta ad eccitazioni tipo *Unit Step* (Fig.4.4.2); fra questi i più significativi sono:

1. *Maximum Overshoot*,  $M_p$  : il valore di picco della risposta (per  $t = T_p$ ) a cui si sottrae il valore finale; può anche essere espresso come *Overshoot Percentuale* (PO):

$$PO = [y(T_p) - y_\infty] / y_\infty . \quad (4.4.2)$$

2. *Settling Time*,  $T_s$  : tempo richiesto alla risposta per decrescere e poi rimanere all’interno di una data percentuale  $\delta$  del valore finale; comunemente si usa  $\delta = 5\%$ .

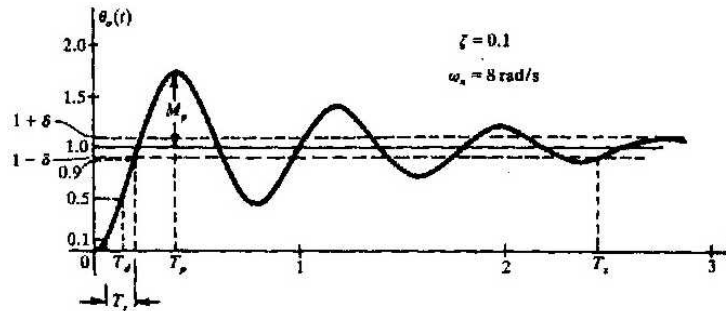


Fig.4.4.2 – Generica risposta in spostamento ad Unit Step, da (Meirovitch, 1990).

In particolare, buone prestazioni di un sistema di controllo retroazionato sono caratterizzate da piccoli  $PO$  e  $T_s$ , che rappresentano rispettivamente la risposta di picco nella fase di transitorio e la velocità di attenuazione del moto (smorzamento equivalente). Inoltre il  $PO$  si può significativamente valutare sia in termini di spostamento,  $PO_Y$  [6], come proposto da Meirovitch, che di accelerazione assoluta,  $PO_A$ . In generale, può accadere che buone prestazioni secondo uno dei criteri non corrispondano a situazioni ottimali anche per gli altri.

Per *White Noise* (WN) ed *El Centro* (ELC) si possono definire indici di valutazione, in termini di spostamento relativo ed accelerazione assoluta, riferiti sia ai valori di picco (per valutare la capacità di riduzione della risposta massima) che alla ‘norma’ del segnale (per valutare la riduzione della risposta lungo l’intera storia temporale). I criteri di valutazione utilizzati sono i seguenti (fra parentesi si ricorda la denominazione usata nei problemi *Benchmark* di seconda generazione per il controllo strutturale, Spencer *et al.*, 1998c):

$$\text{‘Peak’ Interstory Drift Ratio} \quad Y \quad (J_1) \quad Y = y_{\max} / y_{\max}^{(0)} \quad (4.4.3a)$$

$$\text{‘Peak’ Level Acceleration} \quad A \quad (J_2) \quad A = \ddot{y}_{a,\max} / \ddot{y}_{a,\max}^{(0)} \quad (4.4.3b)$$

$$\text{‘Normed’ Interstory Drift Ratio} \quad Y_{RMS} \quad (J_4) \quad Y_{RMS} = \|y(t)\| / \|y^{(0)}(t)\| \quad (4.4.3c)$$

$$\text{‘Normed’ Level Acceleration} \quad A_{RMS} \quad (J_5) \quad A_{RMS} = \|\ddot{y}_a(t)\| / \|\ddot{y}_a^{(0)}(t)\| \quad (4.4.3d)$$

In questa definizione le grandezze di risposta sono normalizzate rispetto alle corrispondenti grandezze ottenute in assenza di controllo, contraddistinte dall’apice  $(0)$ . Inoltre è anche utile richiamare la definizione di *Norma* tipo *RMS*, (dove  $t_f$  = durata del segnale):

$$\|\cdot\| \equiv \sqrt{(1/t_f) \int_0^{t_f} [\cdot]^2 dt} \quad (4.4.4)$$

[6] Si può dimostrare lo stretto legame fra il  $PO_Y$  e l’abbattimento delle vibrazioni libere dopo un ciclo ( $Y_{n+1} / Y_n$ ) valutato nel caso di controllo ON-OFF (Cap.3).  $PO_Y$  è infatti pari all’abbattimento in un *semiciclo* di vibrazioni libere ( $Y_{n+1/2} / Y_n$ ), e quindi è pari alla radice quadrata di  $Y_{n+1} / Y_n$ .

Spesso sistemi di controllo efficaci nella riduzione, ad esempio, degli spostamenti non lo sono altrettanto per le accelerazioni o viceversa. Nello spirito multiobiettivo di considerare entrambi questi aspetti della risposta, appare utile introdurre altri criteri *sintetici* capaci di tenerne conto contemporaneamente. Per questo si introducono i seguenti indici di valutazione *globali* definiti, sia in termini di picco che di norma, come valori medi delle riduzioni in spostamento ed accelerazione:

$$\text{‘Peak’ Global Index} \quad G = (Y + A) / 2 \quad (4.4.5a)$$

$$\text{‘Normed’ Global Index} \quad G_{RMS} = (Y_{RMS} + A_{RMS}) / 2 . \quad (4.4.5b)$$

#### 4.5 IOC generalizzato applicato a strutture a rigidità variabile

In questo paragrafo studieremo il comportamento dinamico dei sistemi controllati mediante l’algoritmo di controllo ottimo istantaneo (IOC) generalizzato proposto nel §4.3, partendo dall’applicazione al controllo continuo di sistemi a rigidità variabile. Nel fare ciò si assumerà, in generale, quale vincolo per la rigidità del dispositivo  $\lambda_{\max}=1$ ; in alcuni casi, comunque, si approfondirà anche l’influenza di tale parametro caratterizzante il dispositivo.

##### 4.5.1 Unit Step

Illustriamo innanzitutto, per mezzo di un esempio, le principali caratteristiche del controllo SA di tipo continuo. A tale proposito è utile ricordare che anche nel caso di eccitazione US, come per le vibrazioni libere, l’approccio relativo (AR) coincide con quello assoluto (AA). In Fig.4.5.1, si riporta la risposta ad US del sistema controllato mediante un dispositivo elastico (EE), posto  $\lambda_{\max}=1$ ; fissati  $\varphi=\varphi_a=0$ , esaminiamo in particolare l’influenza di  $\rho$  (peso della forza di controllo nell’IP). Con  $\rho \neq 0$ , il parametro normalizzato del dispositivo  $\lambda(t)$  può variare con continuità nell’intervallo dei valori ammissibili; in pratica ciò avviene soltanto nel passaggio da  $\lambda_{\max}=1$  a  $\lambda_{\min}=0$ , quindi proprio in corrispondenza delle disattivazioni (istantanee nel caso ON-OFF) che causano brusche discontinuità nella forza di inerzia <sup>[7]</sup>. È evidente, inoltre, come la rapidità di attenuazione del moto decresca al crescere di  $\rho$ ; infatti, per  $\rho=0$  (controllo ON-OFF) si ha ancora comportamento *critico* ( $\lambda=1$ , Fig.4.5.1a), poiché lo spostamento statico è raggiunto senza oscillazioni e nel minore tempo possibile.

<sup>[7]</sup> Si ricorda che in fase di attivazione, pur essendoci una discontinuità nella rigidità, a causa del legame costitutivo che lavora sulla deformazione progressiva del dispositivo, non si ha alcuna discontinuità nella forza di controllo (che parte comunque da valore nullo) e quindi nella forza di inerzia.

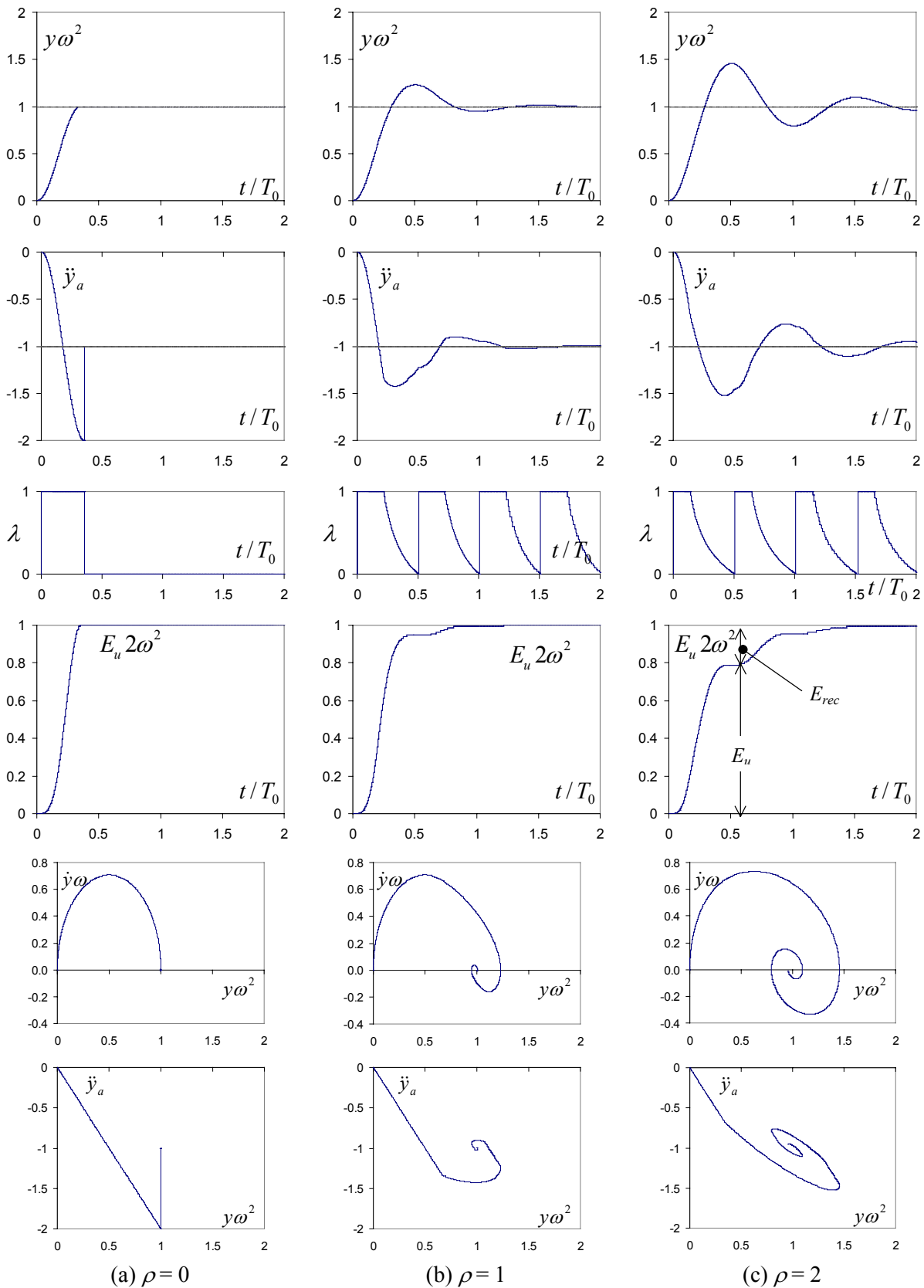


Fig.4.5.1 a,b,c – Risposta ad US, EE, IOC AR $\equiv$ AA,  $\varphi = \varphi_a = 0$ : spostamento, accelerazione, parametro meccanico ed energia dissipata al variare di  $t$ ; piano delle fasi e legame accelerazione spostamento. (a)  $\rho=0$ , controllo ON-OFF; (b)  $\rho=1$ ; (c)  $\rho=2$ .



Invece, per  $\rho > 0$  si hanno oscillazioni, si riduce la velocità di attenuazione del moto, aumenta il picco dello spostamento, ma si riduce quello dell’accelerazione; ciò è dovuto proprio alla gradualità del passaggio fra  $\lambda_{\max}$  (=1) e  $\lambda_{\min}$  (=0). Si noti, inoltre, che per  $\rho=2$  si hanno sia spostamenti che accelerazioni massime maggiori che per  $\rho=1$ , quindi esiste un valore di  $\rho$  per cui si ottiene un accettabile compromesso nel controllo di entrambe le grandezze di risposta; su tale importante aspetto torneremo in seguito. Infine, si osservi anche l’andamento nel tempo dell’energia dissipata dall’elemento di controllo  $E_u$ : al crescere di  $\rho$ , la dissipazione dell’energia di input è più lenta, ma anche più graduale ed uniforme (e quindi realistica). Negli stessi grafici di Fig.4.5.1 inoltre, è rappresentata anche l’energia recuperabile del sistema  $E_{rec}$ , poiché complementare a quella dissipata. Le considerazioni fatte osservando le storie temporali delle risposte, di  $\lambda(t)$  e delle energie, sono suffragate anche dalle traiettorie nel piano delle fasi ed i legami costitutivi globali, riportati nella stessa figura.

Quanto detto si può utilmente generalizzare osservando le figure successive, in cui si riportano le grandezze caratteristiche della risposta, ottenuti al variare di  $\rho$ ,  $\varphi$  ed anche  $\lambda_{\max}$ .

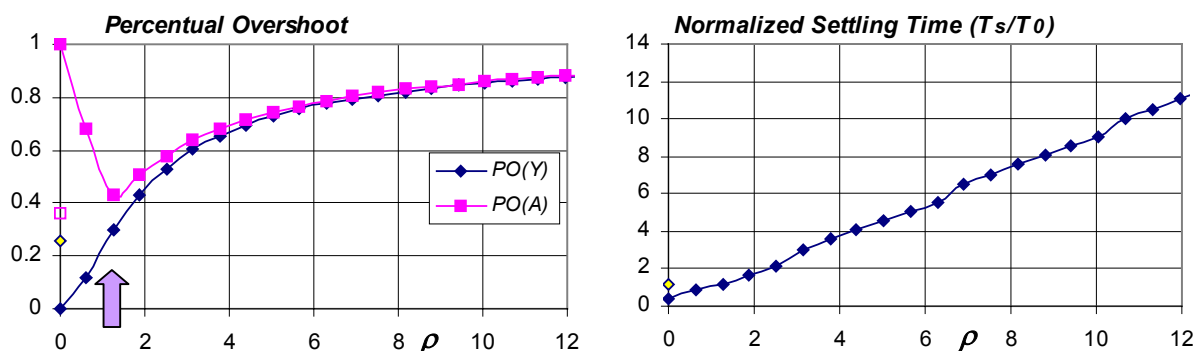


Fig.4.5.2 – EE, IOC  $\varphi = \varphi_a = 0$ , US,  $\lambda_{\max}=1$ .  $PO_Y$ ,  $PO_A$  e  $T_s$  al variare di  $\rho$ .

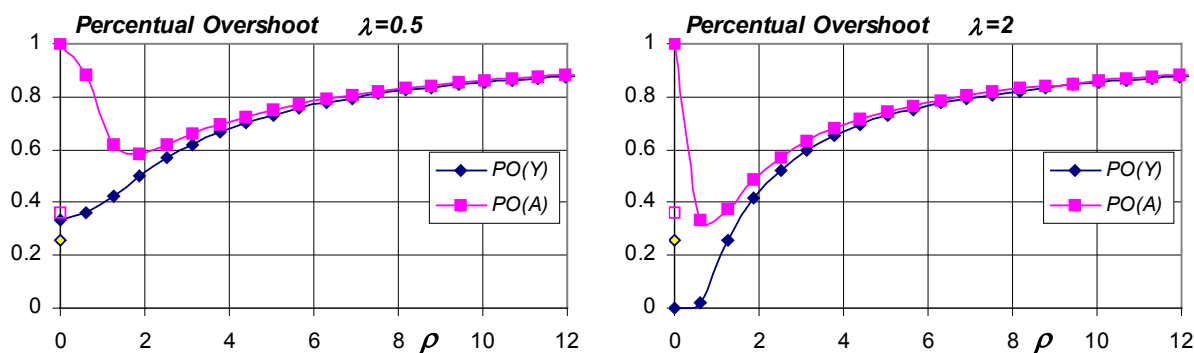


Fig.4.5.3 – EE, IOC, US,  $\lambda_{\max}=0.5$  e 2,  $\varphi = \varphi_a = 0$ .  $PO_Y$ ,  $PO_A$  al variare di  $\rho$ .

Per  $\varphi = \varphi_a = 0$  (Fig.4.5.2, per  $\lambda_{\max}=1$ ) si osserva, come anticipato, l’esistenza di un valore di  $\rho$  che minimizza il superamento in accelerazione  $PO_A$ , peggiorando d’altro canto le

prestazioni in termini di spostamento ( $PO_Y$ ); questo valore di  $\rho$  si può considerare *ottimale* poiché rappresenta un buon compromesso fra le prestazioni in termini di spostamenti ed accelerazioni. Per quanto riguarda, invece, il tempo di convergenza allo spostamento statico ( $T_s$ ), questo aumenta circa linearmente con  $\rho$ , confermando che il controllo ‘continuo’, se da una parte consente un migliore controllo dell’accelerazione massima, riduce dall’altra la velocità di attenuazione del moto. Quanto detto riguardo l’influenza di  $\rho$  è generale e si verifica anche per diversi valori di  $\lambda_{max}$  come è mostrato in Fig.4.5.3 per  $\lambda_{max} = 0.5$  e 2. In particolare, si nota che il valore “*ottimale*” di  $\rho$  decresce con  $\lambda_{max}$  e che per valori maggiori di  $\lambda_{max}$  si hanno maggiori riduzioni delle risposte, anche su questo aspetto si tornerà in seguito.

Analizzando anche l’influenza di  $\varphi$  si nota che, posto  $\varphi_a=0$  (Fig.4.5.4,  $\lambda_{max}=1$ ), il  $PO_Y$  minimo si ha comunque per  $\varphi=0$  indipendentemente da  $\rho$ ; invece, per  $\rho=0$ ,  $PO_A$  ha un minimo in corrispondenza di  $\varphi$  negativi. Se si usa, però, il valore *ottimale* di  $\rho$ , allora anche il minimo di  $PO_A$  si ottiene per  $\varphi=0$ , inoltre le riduzioni di  $PO_A$  e  $PO_Y$  diventano comparabili. Quindi, proprio come mostrato nel caso ON-OFF, anche per il controllo ‘continuo’ si può affermare che la maggiore efficacia dell’algoritmo si ottiene ponendo  $\varphi=0$ .

Infine, si studia anche l’influenza del peso dell’accelerazione assoluta  $\varphi_a$  (Fig.4.5.5,  $\lambda_{max} = 1$ ); si nota che, una volta ottimizzati correttamente  $\varphi$  e soprattutto  $\rho$ , praticamente non si ottengono ulteriori benefici inserendo nell’IP l’accelerazione assoluta ( $\varphi_a \neq 0$ ); tale fatto si giustifica in virtù dello stretto legame fra quest’ultima e la forza di controllo (Eq.4.2.2), che si rispecchia anche nella forma dell’espressione della  $u_{opt}$  (Eq.4.3.9). Infatti questo risultato, insieme all’osservazione dell’Eq.4.3.9 stessa, mostra con chiarezza che i parametri che fondamentalmente influenzano l’algoritmo di controllo (e che quindi richiedono una corretta ottimizzazione) non sono *tre*, ma soltanto *due* e cioè le combinazioni  $(\rho+\varphi_a)$  e  $(\varphi-\varphi_a)$ . Quindi, quando in precedenza (posto  $\varphi_a=0$ ) si è trovato un valore ottimale per  $\rho$  (non nullo) e per  $\varphi$  (nullo), in realtà ci si poteva riferire, più in generale, alle combinazioni  $(\rho+\varphi_a)$  e  $(\varphi-\varphi_a)$ . Tale fatto giustifica anche gli osservati minimi dell’accelerazione assoluta ottenuti, posto  $\rho=0$ , per valori negativi di  $\varphi$  (Fig.4.5.4), infatti porre  $\varphi_a = 0$  e  $\varphi < 0$  equivale, per quanto detto, a  $\varphi_a > 0$  (e  $\varphi=0$ ) e quindi proprio a minimizzare, nell’IP, anche l’accelerazione assoluta.

In definitiva, quindi, il funzionamento ottimale dell’algoritmo si ottiene ottimizzando un solo parametro, ad esempio  $\rho$ , mentre  $\varphi$  e  $\varphi_a$  si possono porre semplicemente pari a zero.

In seguito si utilizzeranno le altre eccitazioni (ELC e WN) per confermare le indicazioni ottenute con lo US. In questo modo si noterà che, mediante quest’ultima eccitazione, abbiamo

già ottenuto le informazioni essenziali sull’influenza dei parametri. Le eccitazioni seguenti, però, saranno utili anche per ottenere informazioni sull’efficacia dell’approccio assoluto, non investigabile mediante US e per un ulteriore confronto con il controllo ON-OFF.

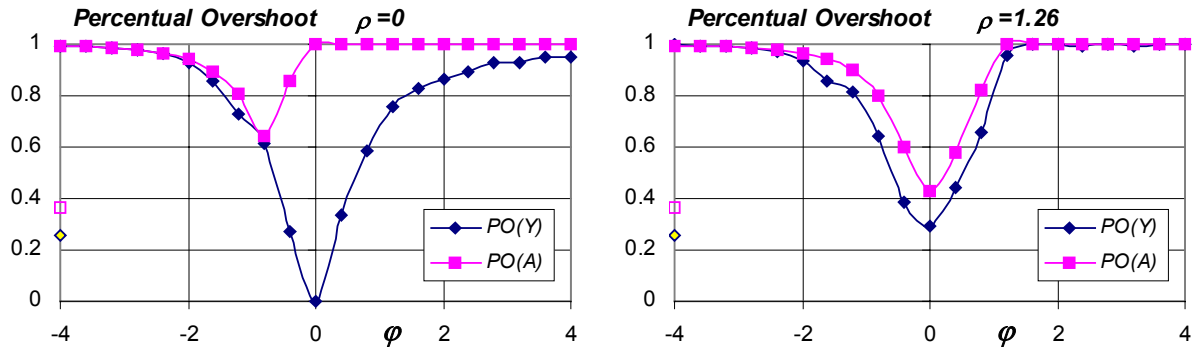


Fig.4.5.4 – EE, IOC US  $\lambda_{max}=1$ ,  $\rho=0$  (ON-OFF)  $\rho=1.26$ .  $PO_Y$ ,  $PO_A$  al variare di  $\phi$ .

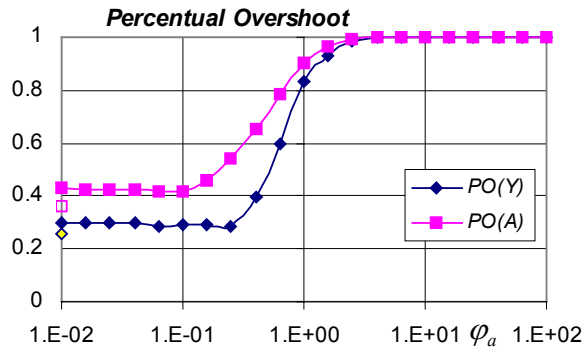


Fig.4.5.5 – EE, IOC, US,  $\lambda_{max}=1$   $\rho = \rho_{opt} = 1.26$ .  $PO_Y$ ,  $PO_A$  al variare di  $\phi_a$ .

#### 4.5.2 White Noise ed El Centro

Per quanto riguarda l’Approccio Relativo (AR) riportiamo, prima di tutto, nella Fig.4.5.6 i risultati ottenuti al variare di  $\rho$  e  $\phi$ , per ELC,  $\lambda_{max} = 1$  e  $\phi_a = 0$ . Si nota che i valori minimi di spostamenti ed accelerazioni (sia di picco che RMS) si ottengono, anche in questo caso, sempre per valori di  $\phi$  prossimi a zero. Questa circostanza, già emersa con US ed ora confermata, generalizza quanto detto riguardo il controllo ON-OFF e conferma l’opportunità di assegnare forma diagonale della matrice di peso dello stato  $\mathbf{Q}$ . Inoltre, anche in questo caso, si nota che per  $\rho \approx 0$  (controllo ON-OFF) il minimo dell’accelerazione, specialmente di picco, si ottiene per valori negativi di  $\phi$ .

Si conferma, inoltre, l’esistenza un valore non nullo di  $\rho$  in corrispondenza del quale si ha una forte riduzione dell’accelerazione assoluta (soprattutto di picco), accompagnata da un meno pronunciato incremento dello spostamento (Fig.4.5.7); di conseguenza la grandezza di risposta globale  $G$  (soprattutto in termini di valori massimi) presenta un minimo ben definito

in corrispondenza di questo valore di  $\rho$ , che abbiamo già definito *ottimale*. Il controllo SA *continuo* che si realizza in questo modo, quindi, consente migliori prestazioni (soprattutto per le accelerazioni) rispetto al corrispondente controllo ON-OFF. Questo fatto è generale ed avviene per le diverse eccitazioni e per diversi valori di  $T_o$ . A tale proposito si confrontino le tabelle 4.5.1 e 4.5.2, in cui si riassumono i criteri di valutazione della risposta rispettivamente nel caso ON-OFF e per controllo continuo *ottimizzato*.

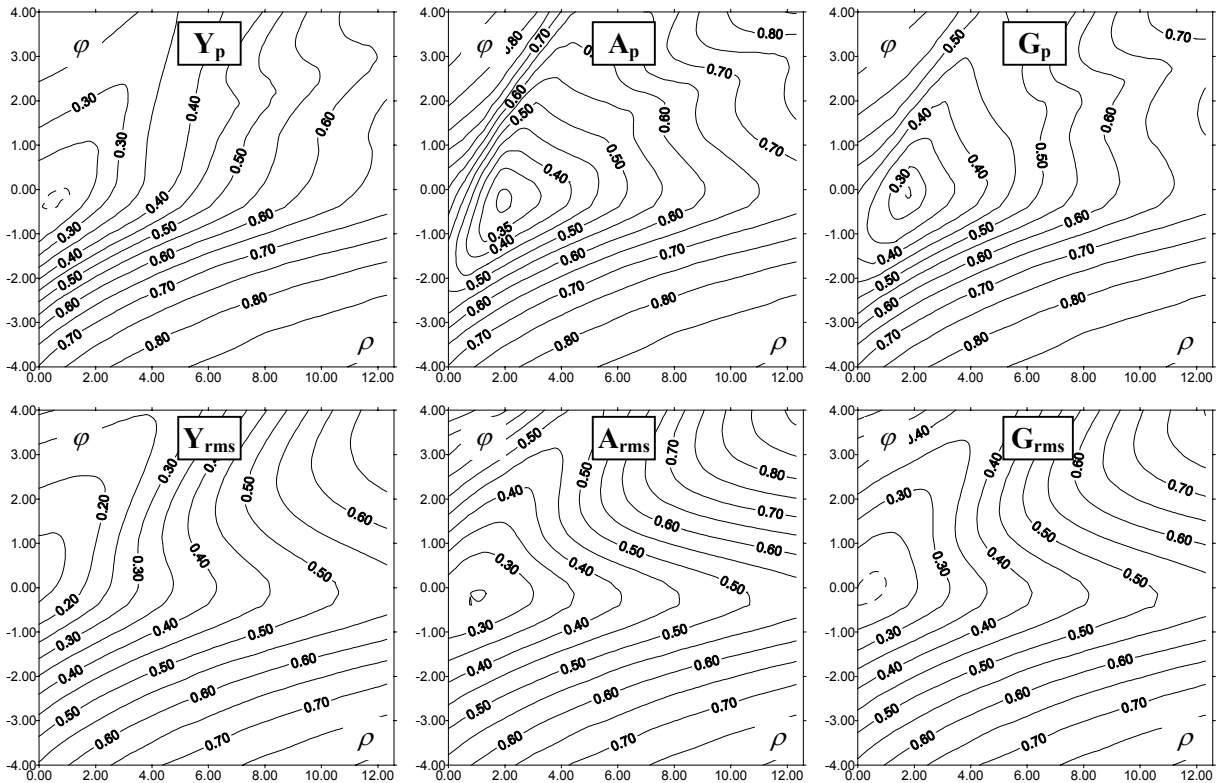


Fig.4.5.6 – EE, IOC (AR)  $\varphi_a = 0$ , ELC,  $T_o=1s$ ,  $\lambda_{max}=1$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\rho$  e  $\phi$ .

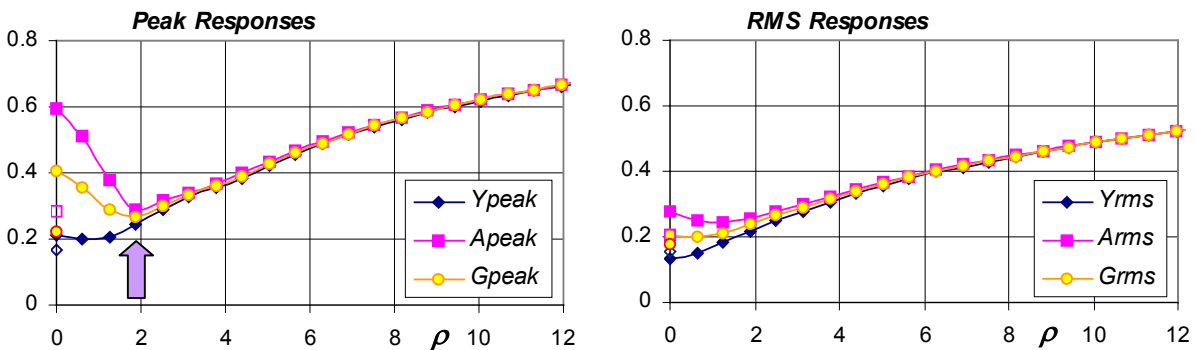


Fig.4.5.7 – EE, IOC (AR)  $\varphi = \varphi_a = 0$ , ELC,  $T_o=1s$ ,  $\lambda_{max}=1$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\rho$ .

Si è notato, inoltre, che il valore ottimale di  $\rho$  (riportato nella Tab.4.5.2) è poco variabile al variare dell'eccitazione e del periodo proprio  $T_o$ . Questo ci permette di ottenere una semplice

regola progettuale, valida in prima approssimazione. Infatti, se si pone della forza ottimale di controllo (Eq.4.3.9)  $\varphi = \varphi_a = 0$ , si ottiene, nel caso di AR, la seguente espressione:

$$u_r^{IOC}(t) = -\frac{m\omega}{\rho} \dot{y}(t) = -2m\omega\xi^* \dot{y}(t), \quad (4.5.1)$$

il dispositivo di controllo cerca, cioè, di emulare uno smorzatore viscoso passivo con smorzamento  $\xi^* = 1 / (2\rho)$ . Si è verificato che ponendo  $\xi^*$  pari a 0.3 ÷ 0.4 si ottiene  $\rho = 1.67 \div 1.25$ , che costituisce una buona indicazione per  $\rho_{opt}$ .

T <sub>o</sub>	White Noise							EI Centro						
	$\rho$	Y <sub>P</sub>	A <sub>P</sub>	G <sub>P</sub>	Y <sub>rms</sub>	A <sub>rms</sub>	G <sub>rms</sub>	$\rho$	Y <sub>P</sub>	A <sub>P</sub>	G <sub>P</sub>	Y <sub>rms</sub>	A <sub>rms</sub>	G <sub>rms</sub>
0.5	0	0.20	0.40	0.30	0.13	0.22	0.18	0	0.15	0.42	0.29	0.17	0.31	0.24
1	0	0.19	0.39	0.29	0.14	0.23	0.19	0	0.21	0.60	0.41	0.14	0.28	0.21
2	0	0.36	0.75	0.56	0.28	0.48	0.38	0	0.36	0.75	0.56	0.28	0.48	0.38
<b>Unit Step</b>		$\rho=0$		PO <sub>Y</sub> =0.00			PO <sub>A</sub> =1.00			T <sub>s</sub> /T <sub>o</sub> =0.36				

Tab.4.5.1 - EE, IOC AR  $\varphi = \varphi_a = 0, \rho = 0$  (controllo ON-OFF: IH),  $\lambda_{max} = 1$ .

T <sub>o</sub>	White Noise							EI Centro						
	$\rho_{opt}$	Y <sub>P</sub>	A <sub>P</sub>	G <sub>P</sub>	Y <sub>rms</sub>	A <sub>rms</sub>	G <sub>rms</sub>	$\rho_{opt}$	Y <sub>P</sub>	A <sub>P</sub>	G <sub>P</sub>	Y <sub>rms</sub>	A <sub>rms</sub>	G <sub>rms</sub>
0.5	1.51	0.22	0.27	0.25	0.17	0.21	0.19	0.5	0.19	0.35	0.27	0.18	0.30	0.24
1	1.26	0.20	0.27	0.24	0.16	0.20	0.18	1.88	0.25	0.29	0.27	0.21	0.26	0.24
2	0.94	0.41	0.60	0.51	0.32	0.45	0.39	1.57	0.39	0.50	0.45	0.31	0.40	0.36
<b>Unit Step</b>		$\rho=1.26$		PO <sub>Y</sub> =0.30			PO <sub>A</sub> =0.43			T <sub>s</sub> /T <sub>o</sub> =1.12				

Tab.4.5.2 - EE, IOC AR  $\varphi = \varphi_a = 0, \rho$  variabile,  $\lambda_{max} = 1$ .

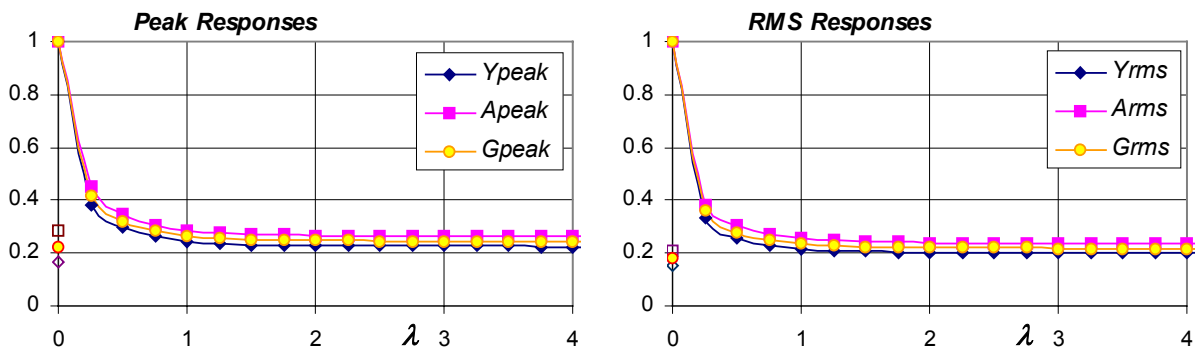


Fig.4.5.8 - EE, IOC AR  $\varphi = \varphi_a = 0, ELC, T_o=1s, \rho = 1.88$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\lambda_{max}$ .

Infine, si è approfondita anche l'influenza di  $\lambda_{max}$  sulle prestazioni dell'algorithmo. In particolare, si è mostrato che le prestazioni ottimali del sistema si ottengono per  $\lambda_{max} = 1$  o 2 e che ulteriori incrementi non danno apprezzabili miglioramenti (Fig.4.5.8).

Quanto visto finora conferma quanto già emerso con US; informazioni nuove si ottengono, invece, utilizzando l'Approccio Assoluto (AA). In questo caso, sempre per  $\varphi_a = 0$ , si osserva

un generale peggioramento delle prestazioni, rispetto all’AR; questo accade sia nel caso ON-OFF ( $\rho=0$ , Tab.4.5.3) che ‘continuo’ (Tab.4.5.4), per quest’ultimo si osserva ancora l’esistenza di un valore (ottimale) di  $\rho$  in corrispondenza del quale si ha un minimo dell’accelerazione assoluta (di picco, Fig.4.5.9). Quanto detto finora rappresenta una estensione, e generalizzazione, dei risultati già ottenuti in (De Angelis & Renzi, 2000).

White Noise								EI Centro						
$T_o$	$\rho$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\rho$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0	0.60	0.92	0.76	0.39	0.54	0.47	0	0.36	0.62	0.49	0.33	0.45	0.39
1	0	0.43	0.72	0.58	0.27	0.37	0.32	0	0.24	0.55	0.40	0.21	0.32	0.27
2	0	0.63	1.03	0.83	0.49	0.69	0.59	0	0.45	0.97	0.71	0.34	0.49	0.42
<b>Unit Step</b>		$\rho=$ -			$PO_Y=$ -			$PO_A=$ -			$T_s/T_o=$ -			

Tab.4.5.3 - EE, IOC AA  $\varphi = \varphi_a = 0$ ,  $\rho = 0$  (controllo ON-OFF),  $\lambda_{max} = 1$ .

White Noise								EI Centro						
$T_o$	$\rho_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\rho_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	5.03	0.53	0.60	0.57	0.35	0.38	0.37	2.01	0.46	0.46	0.46	0.40	0.44	0.42
1	2.51	0.32	0.32	0.32	0.25	0.29	0.27	1.88	0.31	0.33	0.32	0.28	0.30	0.29
2	1.26	0.59	0.65	0.62	0.51	0.61	0.56	1.26	0.54	0.54	0.54	0.39	0.43	0.41
<b>Unit Step</b>		$\rho=$ -			$PO_Y=$ -			$PO_A=$ -			$T_s/T_o=$ -			

Tab.4.5.4 - EE, IOC AA  $\varphi = \varphi_a = 0$ ,  $\rho$  variabile,  $\lambda_{max} = 1$ .

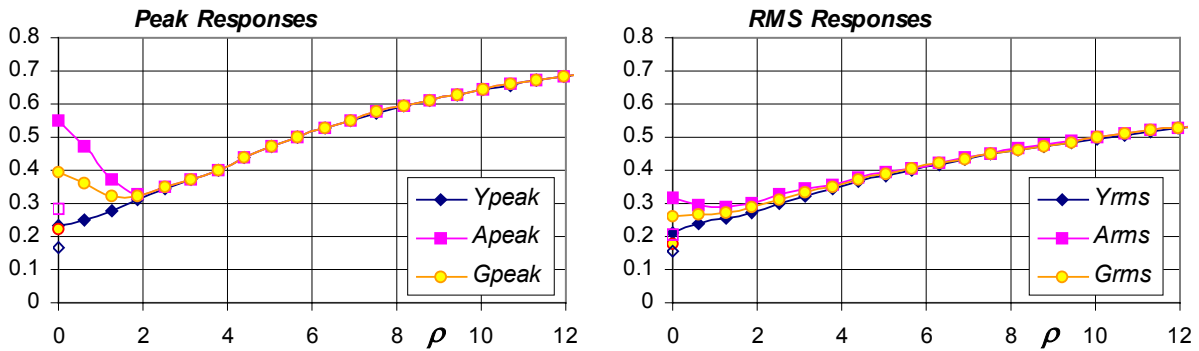


Fig.4.5.9 – EE, IOC AA  $\varphi = \varphi_a = 0$ , ELC,  $T_o=1s$ ,  $\lambda_{max} = 1$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\rho$ .

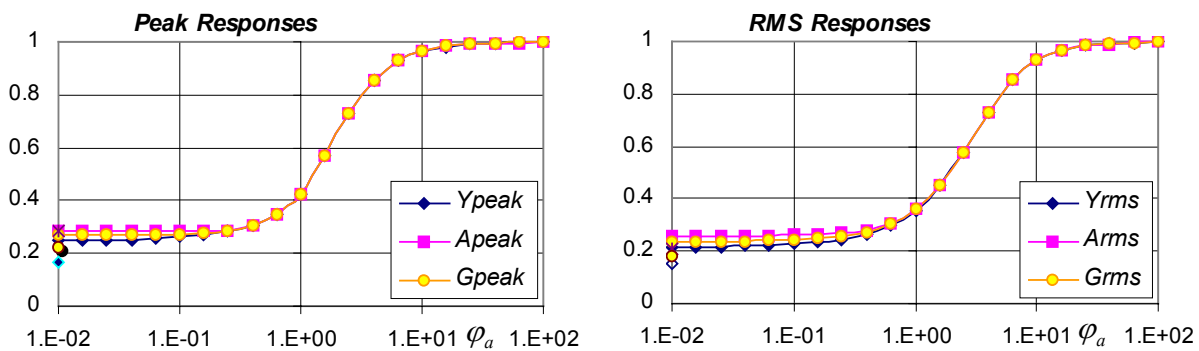


Fig.4.5.10 – EE, IOC generalizzato  $\varphi = 0$  e  $\rho = 1.9$  (opt), ELC,  $T_o=1s$ ,  $\lambda_{max}=1$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $q_a (= \varphi_a)$ .

Si riporta, quindi, anche qualche considerazione sull'influenza di  $\varphi_a$ . In generale si conferma che, una volta ottimizzato  $\varphi$  ( $=0$ ) e  $\rho$ , facendo variare anche  $\varphi_a$  non si migliorano ulteriormente le prestazioni del sistema, che evidentemente ha già raggiunto la sua massima efficacia (Fig. 4.5.10); tale fatto si verifica al variare dell'eccitazione e di  $T_o$  (Tab.4.5.5).

Infine, utilizzando l'approccio assoluto per l'IP generalizzato ( $\varphi_a=0$ ), non si ottengono, in generale, risultati competitivi con quelli visti per l'AR.

Si riportano, in conclusione, in Fig.4.5.11 gli spettri per spostamento relativo ( $Y$ ) ed accelerazione assoluta ( $A$ ), per diversi  $\lambda$  ed ELCEN con controllo ON-OFF ( $W=PGA=1$ )

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$\varphi_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\varphi_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0.25 <sup>1</sup>	0.25	0.25	0.25	0.20	0.22	0.21	0.01 <sup>4</sup>	0.19	0.35	0.27	0.18	0.30	0.24
1	0.25 <sup>2</sup>	0.21	0.22	0.22	0.17	0.20	0.19	0.01 <sup>5</sup>	0.25	0.29	0.27	0.21	0.26	0.24
2	0.40 <sup>3</sup>	0.51	0.54	0.53	0.43	0.48	0.46	0.01 <sup>6</sup>	0.39	0.50	0.45	0.31	0.40	0.36
<b>Unit Step</b>		$\varphi_a=0.04$ <sup>7</sup>			$PO_Y=0.38$			$PO_A=0.42$			$T_s/T_o=1.87$			

Tab.4.5.5 - EE, IOC generalizzato  $\varphi = 0$ ,  $\rho = \rho_{opt}$   $\varphi_a$  variabile,  $\lambda_{max} = 1$ .  $\rho_1=1.51$ ,  $\rho_2=1.26$ ,  $\rho_3=0.94$ ,  $\rho_4=0.5$ ,  $\rho_5=1.88$ ,  $\rho_6=1.57$ ,  $\rho_7=1.26$ .

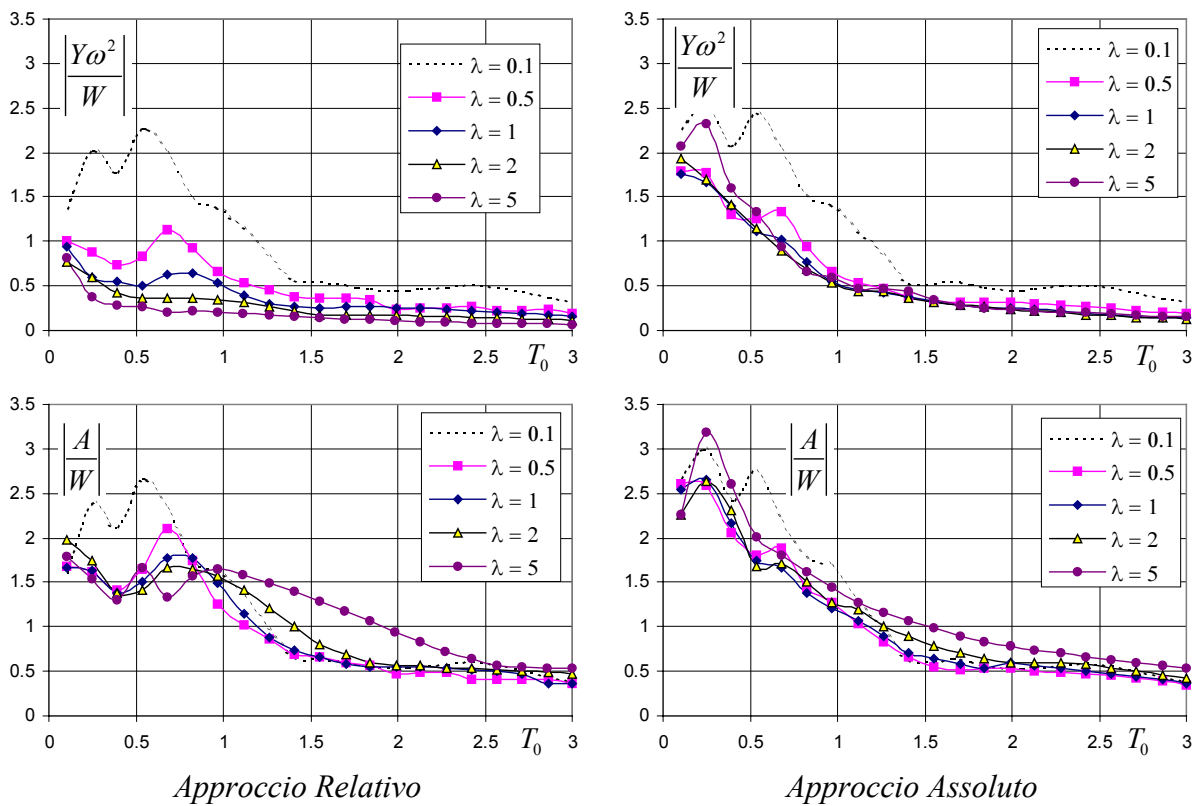


Fig.4.5.11- Spettri per ELCEN  $\varphi = \varphi_a = 0$ ,  $\rho = 0$  (controllo ON-OFF), per diversi  $\lambda$ . Massimo spostamento relativo ( $Y$ ) ed accelerazione assoluta ( $A$ ) per AR ed AA. EE.

Per AR si conferma che, per quanto riguarda  $Y$  è sempre conveniente aumentare la rigidità del dispositivo  $\lambda$ ; ciò invece non avviene per  $A$ , per le quali si osserva una zona di periodi oltre i quali irrigidire il dispositivo peggiora la risposta. Si verifica, inoltre, che il valore di  $\lambda=1$  rappresenta una buona scelta progettuale, poiché permette al tempo stesso di ottenere gran parte dei benefici possibili in termini di spostamento, mostrando basse accelerazioni assolute su tutto il campo dei periodi di interesse.

Per quanto riguarda l'AA, si evidenziano, invece, minori differenze di prestazioni al variare di  $\lambda$ ; comunque si nota ancora che porre  $\lambda=1$  rappresenta una valida scelta progettuale.

Applicando il controllo continuo all'AR (che abbiamo visto porta alle migliori prestazioni) si ottengono, al variare di  $\lambda$ , gli spettri di risposta riportati in Fig.4.5.12, ottenuti sempre con ELCEN ponendo su tutto il campo dei periodi  $\rho=1.5$ . In tal caso si osserva che l'influenza di  $\lambda$ , specie per lo spostamento, è meno importante, in particolare porre  $\lambda$  maggiori di 1 non produce apprezzabili miglioramenti.

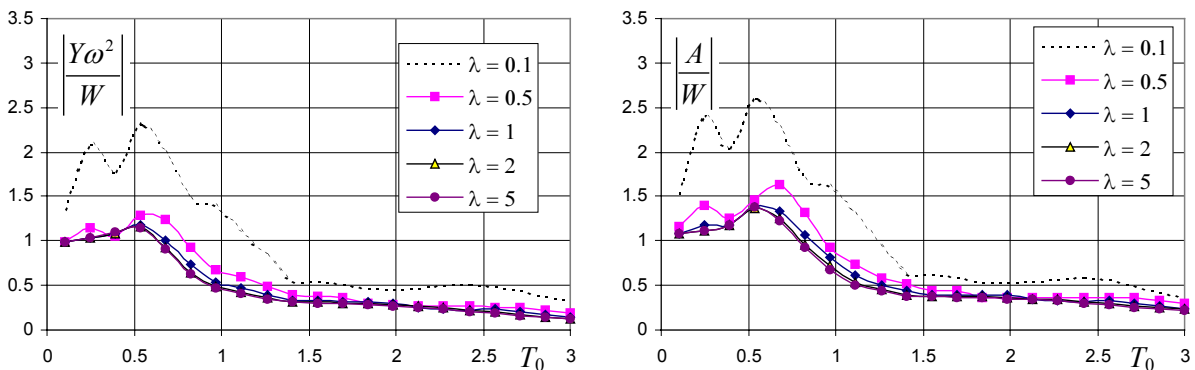


Fig.4.5.12 - Spettri per ELCEN  $\varphi=\varphi_a=0$ ,  $\rho=1.5$  (controllo 'continuo'), per vari valori di  $\lambda$ . Massimo spostamento relativo ( $Y$ ) ed accelerazione assoluta ( $A$ ) per AR, EE.

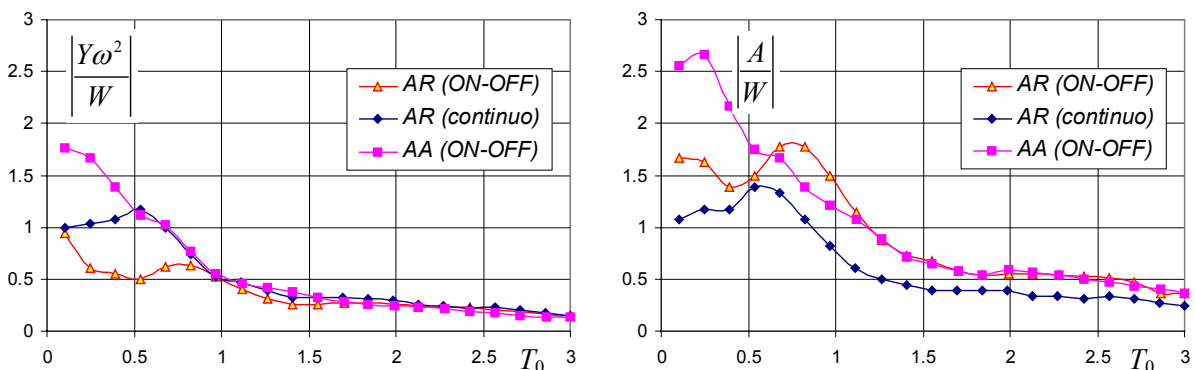


Fig.4.5.13 - Spettri per ELCEN  $\varphi=\varphi_a=0$ , confronto fra AR (controllo ON-OFF), AR (controllo 'continuo',  $\rho=1.5$ ) ed AA (controllo ON-OFF) per  $\lambda=1$ . EE.

Infine in Fig.4.5.13 si riporta, sempre per  $\lambda=1$ , il confronto fra i due approcci di controllo ON-OFF ed il controllo continuo (posto ancora  $\rho=1.5$ ). Per il controllo ON-OFF è evidente la



forte dipendenza dal periodo proprio  $T_o$  nel confronto delle prestazioni. Infatti, per periodi bassi (strutture *rigide*) l'AR appare decisamente migliore, non solo in termini di spostamenti (dove le differenze sono molto pronunciate) ma anche per le accelerazioni assolute. Esiste soltanto un ristretto campo di periodi (fra 0.7 ed 1.2s circa) per cui con AA si hanno accelerazioni assolute minori che con AR. Questi risultati sul controllo ON-OFF sono del tutto analoghi a quanto visto, nel precedente §3.5.2.1, per eccitazione armonica.

Il controllo continuo, invece, risulta preferibile in ogni caso a quello ON-OFF basato sull'approccio assoluto, in particolare si noti che i benefici in termini di accelerazione assoluta si verificano su tutto il campo dei periodi, senza mostrare dipendenza dalla frequenza. Ovviamente, rispetto al caso ON-OFF con AR, il controllo continuo mostra minori riduzioni in termini di spostamenti relativi, specie per i periodi bassi, confermando comunque le migliori prestazioni in termini di accelerazioni assolute su tutto il campo di frequenze.

#### 4.6 IOC generalizzato applicato a strutture a smorzamento variabile

In questo paragrafo si studierà l'applicazione del controllo continuo, mediante l'algoritmo istantaneo proposto, a dispositivi a smorzamento variabile (VE), il cui legame costitutivo è riportato in Eq.3.3.17 ed in cui si assume, se non diversamente specificato,  $\xi_{\max} = 0.4$ .

Per AR, posto  $\varphi = \varphi_a = 0$ , si ottiene la forza di controllo ottimale dell'Eq.4.5.1, quindi, utilizzando il VE, l'algoritmo degenera nel controllo passivo con  $\xi_d(t) = 1 / (2\rho) = \text{costante}$ . Di conseguenza, al variare di  $\rho$  si ottiene semplicemente una successione di diversi controlli passivi, quindi è utile osservare, più che l'influenza di  $\rho$ , direttamente quella di  $\xi_{\max} = \xi$  nel caso passivo. Quindi, in questo caso, si osservino le risposte ottenute, fissato  $T_o = 1\text{s}$ , al variare di  $\xi$  (Fig.4.6.1). Per quanto riguarda la risposta ad *Unit Step*, come è noto, si ha un comportamento critico (cioè non avviene alcun *superamento* dello spostamento statico) per  $\xi = 1$  ( $PO_Y = 0$ ),  $T_s$  è l'unica grandezza che assume un minimo (per  $\xi \cong 0.70$ ) e la riduzione di  $PO_A$ , a parità di  $\xi$ , è minore di quella di  $PO_Y$ . Per *White Noise*, si osserva il noto andamento inversamente proporzionale a  $\xi$  di  $Y_{\text{rms}}$  [8]. Lo spostamento, sia di picco che in norma,  $Y$  migliora al crescere di  $\xi$ , ma molto poco per  $\xi > 0.3 \div 0.4$ , dove si osserva un pronunciato ‘gomito’ dei diagrammi. Questi comportamenti, che si verificano anche per *El Centro*, giustificano la scelta per il valore ottimale di  $\xi$  compreso fra  $0.3 \div 0.4$ .

[8] Ricordiamo la soluzione analitica per lo scarto quadratico medio dello spostamento per rumore bianco:  $\sigma_y^2 = (\pi S_0) / (2m \omega^3 \xi)$ , dove  $S_0$  è la densità spettrale di potenza dell'eccitazione.

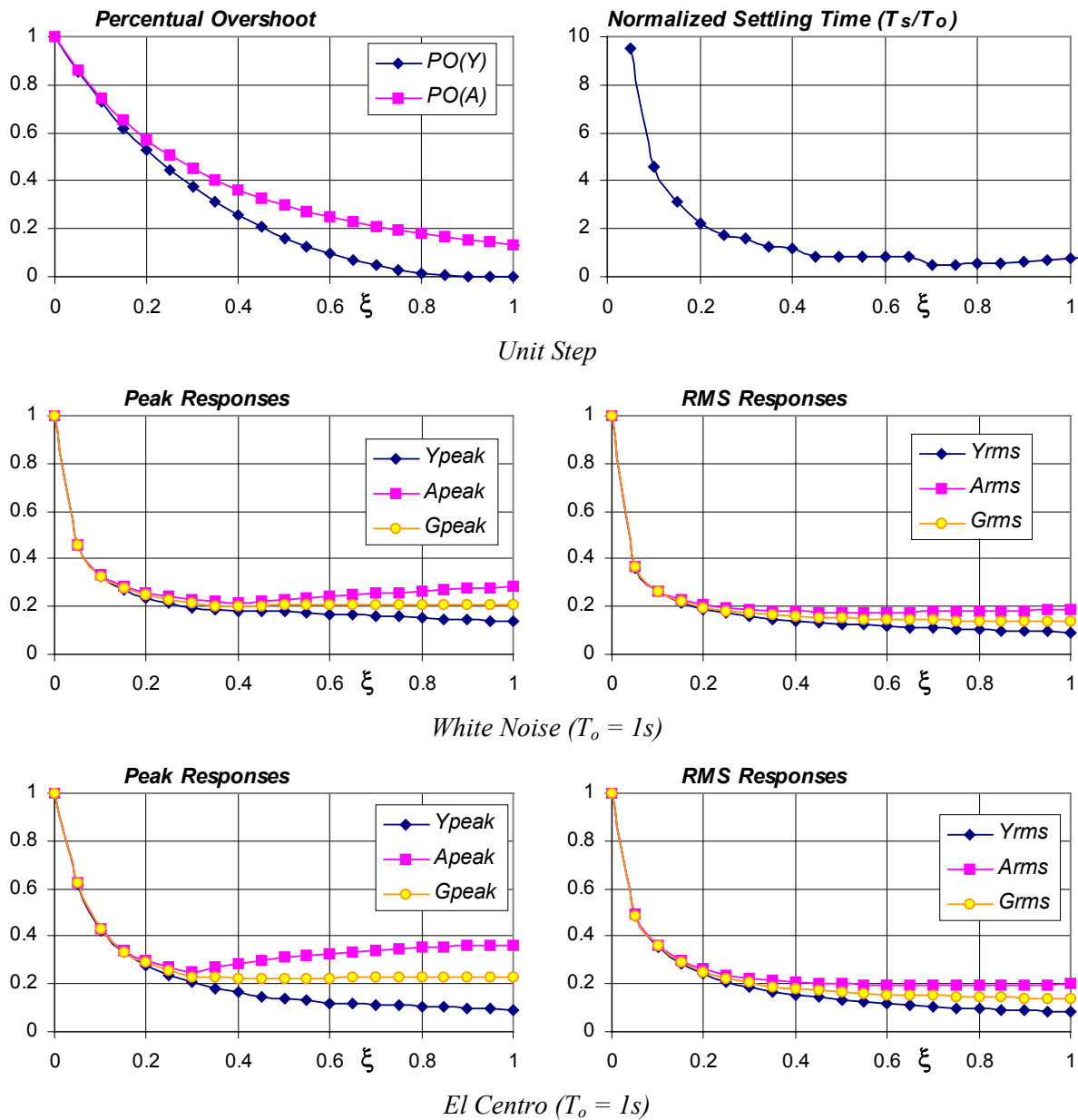


Fig.4.6.1 – Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\xi$ . VE, Controllo Passivo.

Per quanto detto, nelle Tabelle 4.6.1 a e b si riportano, per tre valori di  $T_o$ , i risultati sintetici ottenuti per  $\xi = 0.3$  e  $0.4$ , in cui sono evidenti le piccole differenze di prestazioni nel passaggio fra il primo ed il secondo valore di  $\xi$ . Si nota, inoltre, la dipendenza della risposta da  $T_o$  (anche per *White Noise*, a causa della durata limitata dell'eccitazione). In particolare, per *El Centro*, incrementare  $\xi$  giova sempre agli spostamenti, mentre per le accelerazioni è favorevole solo per periodi bassi (data la forma dello spettro in accelerazione dell'eccitazione). Per periodi alti (strutture *flessibili*) l'incremento di  $\xi$  non è favorevole in termini di accelerazioni; si notino, infatti, le minori riduzioni di  $A$  (specialmente di picco) sia per WN che per ELC. Tale problema, evidenziato anche da altri autori in letteratura, può

giustificare l’uso del controllo SA per il dispositivo viscoso, (Sadek & Mhoraz, 1998). In generale, infine, il controllo appare più efficace nella riduzione dei valori RMS che di picco.

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$\xi_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\xi_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0.3	0.23	0.26	0.24	0.17	0.20	0.18	0.3	0.37	0.42	0.39	0.27	0.31	0.29
1	0.3	0.19	0.23	0.21	0.16	0.19	0.17	0.3	0.21	0.25	0.23	0.19	0.22	0.20
2	0.3	0.48	0.58	0.53	0.39	0.45	0.42	0.3	0.40	0.50	0.45	0.29	0.37	0.33
<b>Unit Step</b>		$\xi_{opt}= 0.3$		$PO_Y= 0.37$			$PO_A= 0.45$			$T_s/T_o= 1.62$				

Tab.4.6.1a - Controllo Passivo, VE,  $\xi=0.3$ .

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$\xi_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\xi_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0.4	0.21	0.26	0.23	0.15	0.18	0.16	0.4	0.31	0.38	0.34	0.23	0.28	0.26
1	0.4	0.18	0.22	0.20	0.14	0.18	0.16	0.4	0.16	0.28	0.22	0.15	0.20	0.18
2	0.4	0.42	0.56	0.49	0.33	0.42	0.37	0.4	0.33	0.48	0.40	0.25	0.35	0.30
<b>Unit Step</b>		$\xi_{opt}= 0.4$		$PO_Y= 0.25$			$PO_A= 0.36$			$T_s/T_o= 1.21$				

Tab.4.6.1b - Controllo Passivo, VE,  $\xi=0.4$ .

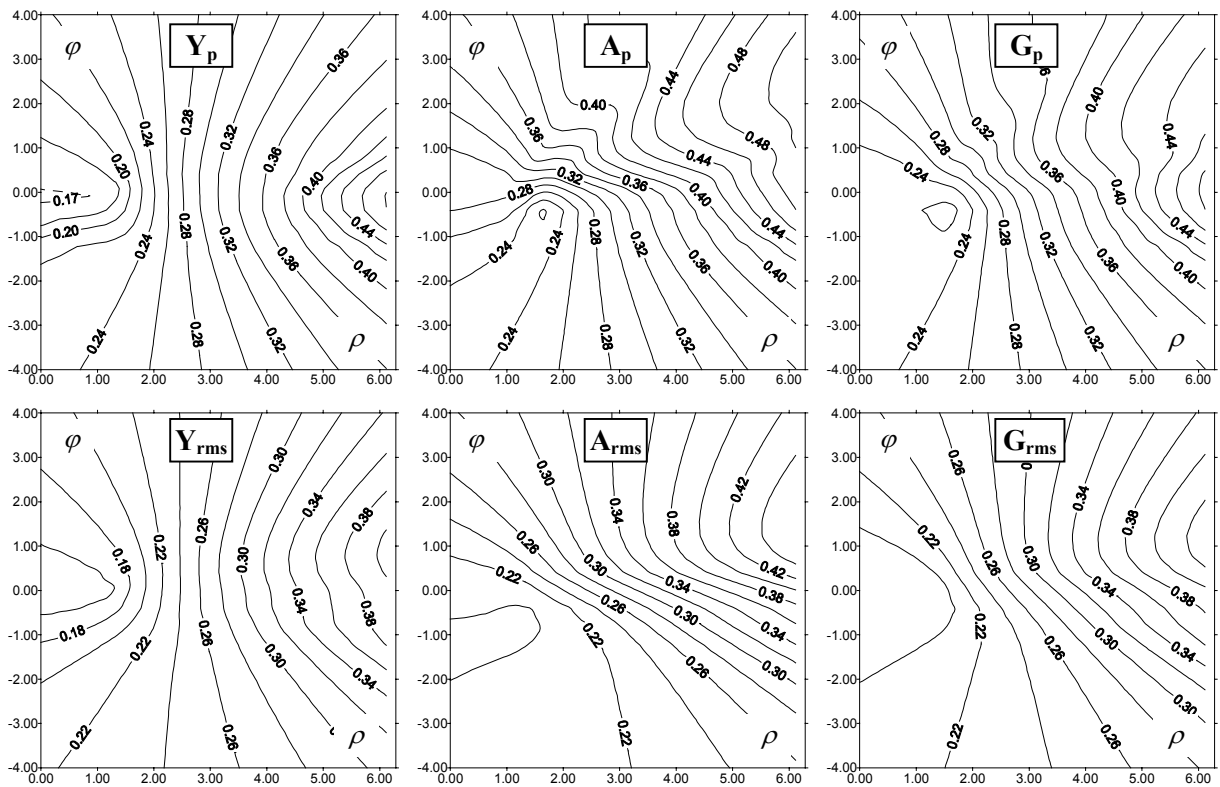


Fig.4.6.2 – VE, IOC (AR)  $\varphi_a = 0$ , ELC,  $T_o=1s$ ,  $\xi_{max}=0.4$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\rho$  e  $\varphi$ .

Se, invece, si pone  $\varphi \neq 0$ , si realizza la variazione nel tempo dello smorzamento dei dispositivi. Quindi, studiando sempre per AR l’influenza di  $\varphi$  e  $\rho$ , posto preliminarmente  $\varphi_a=0$  (Fig.4.6.2), si è verificato come  $\varphi=0$  sia, in generale, la situazione ottimale per gli

spostamenti (sia di picco che RMS). Diversamente, per quanto riguarda l’accelerazione assoluta, si conferma che le maggiori riduzioni si ottengono per valori di  $\varphi$  negativi (intorno a  $-1$ ). Nel complesso, comunque, i migliori risultati in senso globale ( $G_p$  e  $G_{rms}$ ) si ottengono nell’intorno di  $\varphi=0$  che costituisce, quindi una posizione ‘globalmente’ ottimale; in questo caso si ricade, di nuovo, nel controllo passivo (CP).

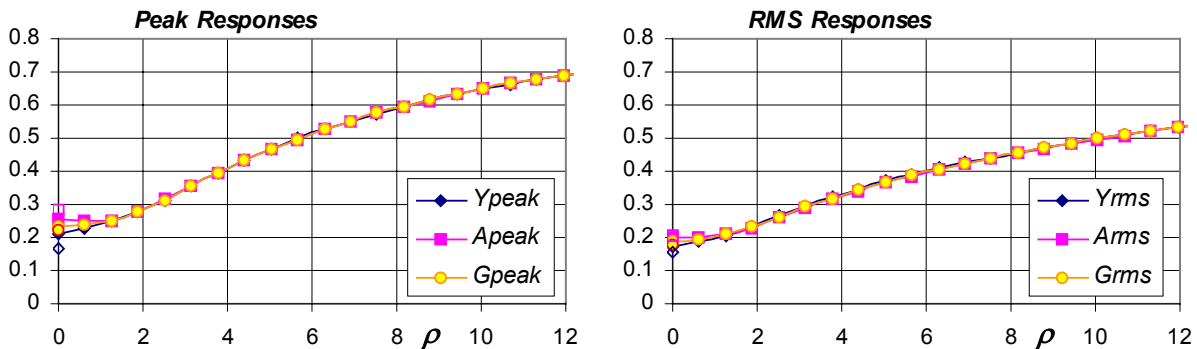


Fig.4.6.3 – VE, IOC (AA)  $\varphi = \varphi_a = 0$ , ELC,  $T_o=1s$ ,  $\xi_{max}=0.4$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\rho$ .

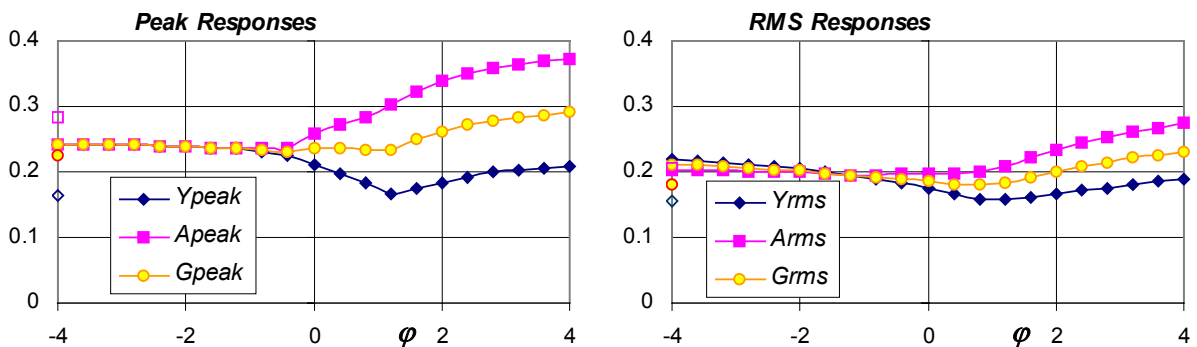


Fig.4.6.4 – VE, IOC (AA)  $\varphi_a = 0$   $\rho = 0$  (ON-OFF control), ELC,  $T_o=1s$ ,  $\xi_{max}=0.4$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $\varphi$ .

Utilizzando invece l’Approccio Assoluto, sempre con  $\varphi_a=0$  (Fig.4.6.3), si ottiene che la situazione più favorevole, in generale, si ha in prossimità del valore nullo di  $\rho$  (controllo ON-OFF). Per quanto riguarda l’influenza di  $\varphi$ , si ottengono valori minimi dello spostamento per  $\varphi$  positivi (Fig.4.6.4); ciò, in pratica bilancia lo sfasamento fra velocità assoluta e relativa e fa in modo che la disattivazione dell’elemento di controllo avvenga per velocità relativa circa nulla, per cui praticamente si ricade ancora nel controllo passivo. Per l’accelerazione assoluta, invece, si hanno minimi (poco evidenti) per  $\varphi<0$ . In definitiva, con riferimento alla risposta ‘globale’, si può ancora considerare ottimale la posizione  $\varphi=0$ .

Nella seguente Tab.4.6.2 si riportano le grandezze di risposta, ottenute per le eccitazioni WN ed ELC, per diversi valori di  $T_o$  e posto  $\varphi=\varphi_a=0$ . Come era lecito attendersi in virtù delle

proprietà dello *sky-hook damping control* (§3.6.2 e §2.3.1.4), il controllo è più efficace del corrispondente caso passivo (AR), solo in termini di accelerazioni assolute e per strutture più *flessibili* ( $T_o > 1s$ ). Si conferma e generalizza, quindi, quanto emerso nel caso ON-OFF riguardo la dipendenza da  $T_o$  dell’efficacia dell’AA nel controllo delle accelerazioni.

Diversamente da EE, se si considera  $\varphi_a \neq 0$  si ottengono, rispetto al CP, ulteriori riduzioni delle accelerazioni assolute, specialmente in termini di picco (Fig.4.6.5), comunque bilanciate dai peggioramenti in spostamento. Questo fatto si riscontra, diversamente da quanto visto per l’AA, su tutti i periodi (Tab.4.6.3).

$T_o$	White Noise							El Centro						
	$\rho_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\rho_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0.00	0.32	0.32	0.32	0.22	0.22	0.22	0.00	0.40	0.40	0.40	0.29	0.31	0.30
1	0.00	0.24	0.24	0.24	0.19	0.20	0.20	0.00	0.21	0.26	0.24	0.18	0.20	0.19
2	0.00	0.53	0.56	0.55	0.43	0.45	0.44	0.94	0.39	0.41	0.40	0.32	0.33	0.33
<b>Unit Step</b>		$\rho = -$		$PO_Y = -$			$PO_A = -$			$T_s/T_o = -$				

Tab.4.6.2 - VE, IOC AA  $\varphi = \varphi_a = 0$ ,  $\rho$  variabile,  $\xi_{max} = 0.4$ .

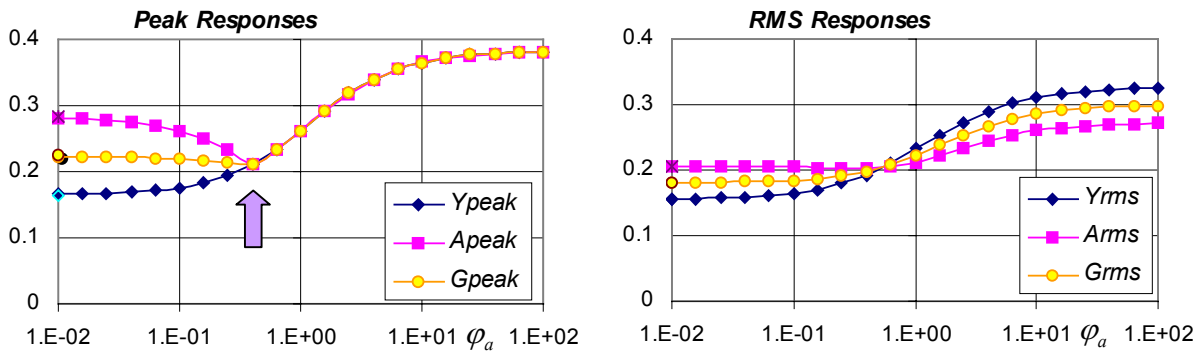


Fig.4.6.5 – VE, IOC generalizzato  $\varphi = 0$  e  $\rho = 1.25$  (opt), ELC,  $T_o = 1s$ ,  $\xi_{max} = 0.4$ . Criteri di valutazione della risposta al variare di  $q_a (= \varphi_a)$ .

$T_o$	White Noise							El Centro						
	$\varphi_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\varphi_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0.25	0.25	0.25	0.25	0.18	0.18	0.18	0.01	0.32	0.38	0.35	0.23	0.28	0.26
1	0.01	0.19	0.22	0.21	0.14	0.19	0.17	0.4	0.21	0.21	0.21	0.19	0.20	0.20
2	0.4	0.51	0.52	0.52	0.44	0.44	0.44	0.01	0.33	0.48	0.41	0.25	0.35	0.30
<b>Unit Step</b>		$\varphi_a = 0.01$		$PO_Y = 0.27$			$PO_A = 0.37$			$T_s/T_o = 1.16$				

Tab.4.6.3 - VE, IOC generalizzato  $\varphi = 0$ ,  $\rho = 1.25$ ,  $\varphi_a$  variabile,  $\xi_{max} = 0.4$ .

Ancora dalla Fig.4.6.5 è possibile dedurre un’altra importante considerazione generale. Nel controllo dell’accelerazione non è opportuno utilizzare l’intuitivo algoritmo del *Force Transfer Control* (che si ottiene per  $\varphi_a \rightarrow \infty$ ), ma è preferibile adottare un valore di  $\varphi_a$  intermedio, in corrispondenza del quale si ottiene la minimizzazione della risposta.

Infine, anche per dispositivo viscoso variabile, l’inclusione dell’accelerazione nell’IP formulato secondo l’AA ( $\varphi_a \neq 0$ ) non conduce ad efficienti riduzioni della risposta.

A conferma di quanto detto finora, si riportano gli spettri di risposta ( $T_o$  variabile fra 0.1 e 3s per *El Centro*) per spostamento ( $Y$ ) ed accelerazione assoluta ( $A$ ), posto  $\rho = \varphi = \varphi_a = 0$  per AR (controllo passivo) ed AA (controllo SA ON-OFF), al variare dello smorzamento del dispositivo  $\xi$  (Fig.4.6.6). Si osservi come già per  $\xi = 0.4$  si ottenga un buon compromesso fra le prestazioni in spostamento e quelle in accelerazione, sia per AR che per AA.

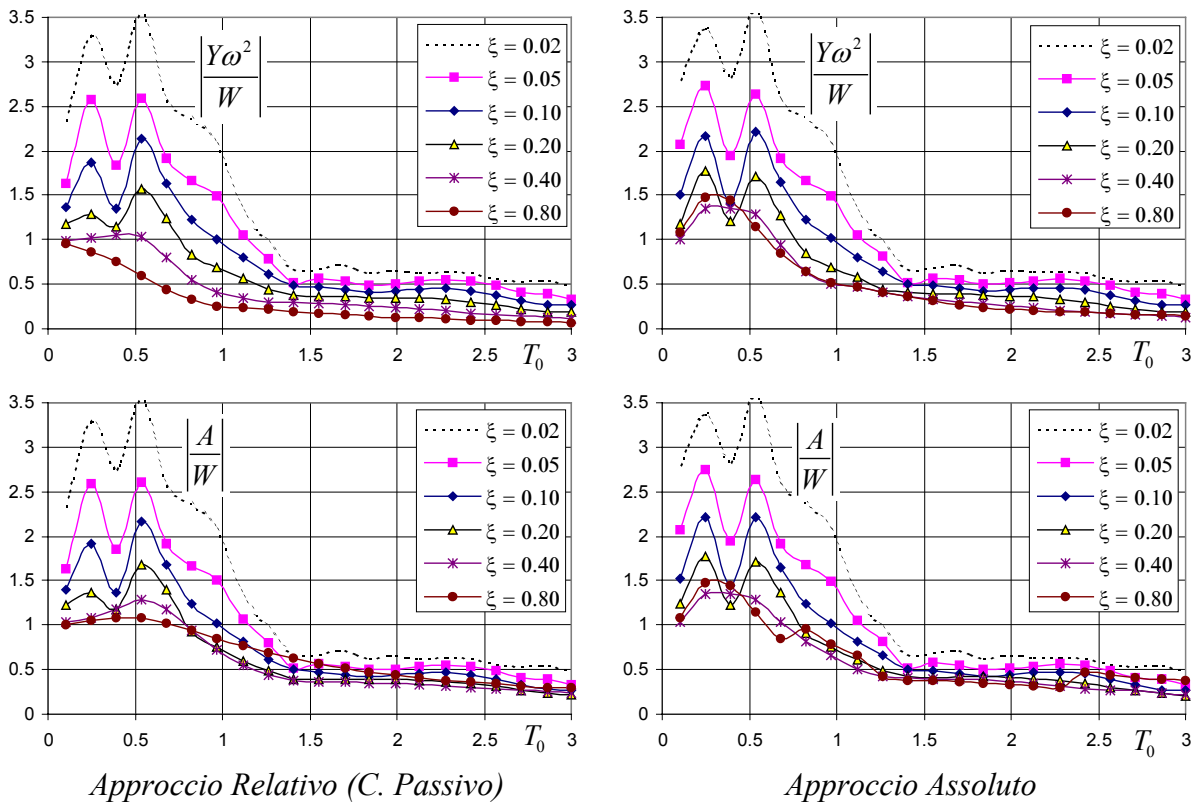


Fig.4.6.6 - Spettri per *El Centro*  $\varphi = 0$ , per diversi  $\xi$ . Massimo spostamento relativo ed accelerazione assoluta per AR (C. Passivo) ed AA. VE.

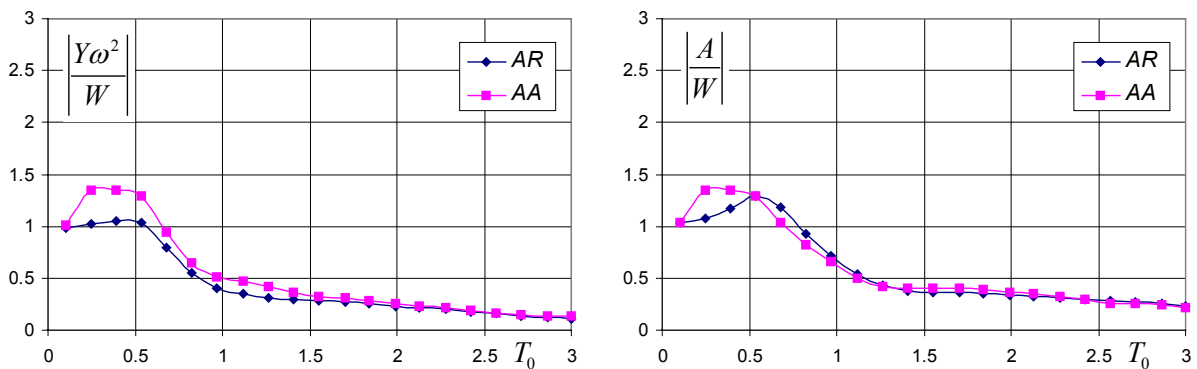


Fig.4.6.7 - Spettri per *El Centro*  $\varphi = 0$ , confronto fra AR (C. Passivo) ed AA per  $\xi = 0.4$ . Massimo spostamento relativo ed accelerazione assoluta, VE.

Confrontando direttamente i due approcci (Fig.4.6.7 per  $\xi=0.4$ ), si verifica ancora come l’AA risulta meno efficace, su tutto il campo dei periodi, per quanto riguarda lo spostamento relativo, ma mostra minori accelerazioni assolute soltanto in un piccolo campo di periodi (compresi ancora fra 0.7 ed 1.2s circa). Anche per il dispositivo viscoso controllabile, quindi, l’AR (che in questo caso coincide col controllo passivo) è, in generale, migliore dell’AA.

#### 4.7 Considerazioni conclusive sull’IOC generalizzato

Riepilogando, si osserva che il controllo continuo dei parametri meccanici (specialmente per l’EE) permette, se correttamente ottimizzato, di ottenere un buon compromesso fra le prestazioni in termini di spostamenti (molto buone nel caso ON-OFF) ed accelerazioni.

Inoltre, l’ottimizzazione solo di  $\rho$  (peso della forza di controllo nell’IP) consente di ottenere gran parte di benefici (anche in termini di accelerazione) ottenibili considerando esplicitamente anche l’accelerazione stessa nell’IP ( $\varphi_a \neq 0$ ). Ciò si giustifica osservando che i parametri che influenzano l’algoritmo di controllo sono soltanto due combinazioni dei tre pesi normalizzati  $\rho$ ,  $\varphi$  e  $\varphi_a$  :  $(\rho + \varphi_a)$  e  $(\varphi - \varphi_a)$ , Eq.4.3.9. In particolare, si è mostrato che la condizione ‘globalmente’ migliore si ha per  $(\varphi - \varphi_a) = 0$ , quindi per  $\varphi = \varphi_a = 0$ , di conseguenza è richiesta l’ottimizzazione di un solo parametro (ad esempio  $\rho$ ). Invece, benefici soltanto in termini di accelerazione assoluta (soprattutto di picco) si possono ottenere considerando valori positivi di  $\varphi_a$  oppure, il che è equivalente dato che conta  $(\varphi - \varphi_a)$ , valori negativi di  $\varphi$ .

Si è inoltre mostrato che per il controllo dell’accelerazione assoluta (sempre a discapito dello spostamento) è preferibile generalizzare l’IP relativo, ponendo  $\varphi_a \neq 0$ , piuttosto che utilizzare l’approccio assoluto (sia nella versione ON-OFF che continua).

Fatte queste osservazioni riguardanti le prestazioni dell’algoritmo IOC generalizzato, esaminiamo una possibile interpretazione fisica del processo di controllo, resa possibile dall’individuazione dei valori ottimali dei parametri che lo caratterizzano.

##### 4.7.1 Interpretazione Energetica dell’IOC generalizzato

Soffermiamoci, anche alla luce di quanto ottenuto nelle precedenti analisi parametriche, ad osservare l’IP generalizzato proposto per il controllo ottimo istantaneo (Eq.4.3.2 o 4.3.8g). Se si pone  $\varphi = 0$  (posizione che si è dimostrata essere ottimale), la prima parte dell’IP che dipende direttamente dallo stato assume, come nel caso ON-OFF (§3.5.1.3), il significato di *Energia Recuperabile Totale*  $E_{rec}$  (relativa o assoluta) del sistema da proteggere.

Si osservi che, anche in questo caso, per l'arbitrarietà di  $q_{11}$  (che è ininfluente ai fini della determinazione della forza di controllo ottimale, §4.3.1) la componente energetica recuperabile realmente minimizzata e soltanto quella *cinetica* (relativa o assoluta).

Per dare un significato energetico a tutto l'IP generalizzato, è necessario interpretare fisicamente anche la parte sotto integrale in cui, per quanto detto, si può porre anche  $\varphi_a=0$ . In tal caso, per la forza di controllo ottimale (AR) vale l'Eq.4.5.1<sup>[9]</sup>. Riferendosi a grandezze energetiche, appare naturale ricercare il legame fra la parte sotto integrale dell'IP (contenente  $u$ ) e l'*Energia Dissipata* dal sistema di controllo  $E_u$ . Quest'ultima, come è noto, ha la seguente espressione (per sistemi ad 1 gdl):

$$E_u(t) = - \int_0^t u(\tau) \dot{y}(\tau) d\tau . \quad (4.7.1)$$

Ricordando la normalizzazione fatta sul peso della  $u$  (Eqq.4.3.8c,d), sostituiamo ora l'espressione della forza di controllo (4.5.1) sia nella parte sotto integrale dell'IP ( $J_u$ ) che nell'espressione di  $E_u$ , ottenendo (per  $\varphi_a=0$ ) la seguente coppia di equazioni:

$$J_u(t) = \int_0^t R u^2(\tau) d\tau = q_{22} \int_0^t \frac{\rho}{2m\omega} \left( \frac{m\omega}{\rho} \right)^2 \dot{y}^2(\tau) d\tau = \frac{q_{22}}{2} \int_0^t \frac{m\omega}{\rho} \dot{y}^2(\tau) d\tau , \quad (4.7.2)$$

$$E_u(t) = - \int_0^t u(\tau) \dot{y}(\tau) d\tau = \int_0^t \frac{m\omega}{\rho} \dot{y}^2(\tau) d\tau . \quad (4.7.3)$$

Confrontando queste ultime si verifica che a meno della costante moltiplicativa  $q_{22}$  (ininfluente ai fini della minimizzazione), la parte di IP che contiene la forza di controllo ( $J_u$ ) è pari *alla metà* dell'energia dissipata dal sistema di controllo  $E_u$ . L'intero IP ha, quindi, il significato fisico seguente:

$$J(t) = E_{rec}(t) + 0.5 E_u(t) = E_I(t) - 0.5 E_u(t), \quad (4.7.4)$$

ove si è introdotta anche l'*Energia di Input*,  $E_I = E_{rec} + E_u$  (per dissipazione strutturale nulla).

Questa interessante interpretazione energetica permette di affermare che il processo di controllo proposto, minimizzando la derivata temporale dell'IP  $J(t)$ , realizza, ad ogni istante  $t$ , *contemporaneamente* sia la *minimizzazione* della potenza in ingresso alla struttura ( $dE_I/dt$ ) che la *massimizzazione* della potenza dissipata dal sistema di controllo ( $dE_u/dt$ ).

Tale fatto è molto importante poiché, come osservato anche in lavori precedenti riguardanti il controllo passivo, (De Angelis, 1996) (Ciampi & De Angelis, 1996) (Paolacci *et al.*, 1998) e

<sup>[9]</sup> A causa dell'operazione di ‘clip’, nel caso SA questa forza si realizza esattamente solo per AR e dispositivo viscoso (controllo passivo).



SA di tipo ON-OFF, (Ciampi *et al.*, 1999 e 2000), in generale la configurazione ottimale dei dispositivi non si ottiene massimizzando l’energia dissipata o minimizzando quella di input, ma tenendo conto *contemporaneamente* dei due apporti energetici. Infatti, in questo modo si riescono ad evitare possibili situazioni indesiderate, per cui l’incremento dell’energia dissipata ottenuta con l’introduzione del controllore è accompagnato dall’incremento, dello stesso ordine di grandezza (o addirittura maggiore), dell’energia in ingresso alla struttura. In tali situazioni, quindi, può verificarsi che il sistema controllato, pur in presenza di una significativa dissipazione di energia, si comporti peggio di quello non controllato.

Per questo motivo nei lavori citati si è proposto, e minimizzato, un indice di progetto di natura energetica (*EDI, Energy Dissipation Index*) costituito, appunto, da una misura del rapporto fra l’energia dissipata dal dispositivo di controllo e quella entrante nel sistema. Tale indice di progetto, in particolare, sarà usato nel seguente Cap.6 per la progettazione dei dispositivi per il controllo SA di telai controventati. A quel capitolo, quindi, si rimanda per maggiori dettagli sull’argomento (§6.3.1).

Con questa interpretazione energetica dell’IP, quindi, si può ottenere l’omogeneizzazione (con un comune denominatore energetico) dei metodi utilizzati per la progettazione dell’algoritmo (*Software* del processo di controllo, Indice di Prestazione da minimizzare nel tempo per ottenere l’algoritmo) e del dispositivo che lo deve realizzare (*Hardware*, indice di progetto per determinare i parametri meccanici ottimali dei dispositivi) auspicata nel §1.2.

#### 4.8 Controllo Semi Attivo mediante LQR generalizzato

Lo studio delle prestazioni del controllo SA di tipo continuo si conclude applicando l’algoritmo LQR generalizzato (§4.2), di largo uso in letteratura. Nelle analisi parametriche si sono considerate tre formulazioni per l’LQR classico (Wu *et al.*, 1995) ed una generalizzata (Tab.4.8.1). Questi algoritmi sono stati ancora applicati ad elementi SA di tipo elastico (EE) e viscoso (VE), sia secondo l’approccio relativo (AR) che quello assoluto (AA).

Nell’estesa analisi parametrica effettuata, si è verificato che le tre formulazioni ‘classiche’ ( $q_a=0$ ), se si ottimizza correttamente il parametro libero  $r$  (peso della forza di controllo), pervengono di fatto risultati del tutto equivalenti. In questo modo è stato possibile ‘snellire’ questa elencazione di risultati, riportando, fra le prime tre formulazioni, soltanto quelli riguardanti LQR<sub>2</sub>. Quest’ultimo è stato scelto poiché, a parità di prestazioni, consente di semplificare decisamente l’espressione della  $u_{opt}$ , che è di seguito riportata:

$$u_{r,a}^{LQR_2}(t) = -m\omega\sqrt{1/r}\dot{y}_{r,a}(t). \quad (4.8.1)$$

	$Q$	$r$	$q_a$
<b>LQR<sub>1</sub></b>	$m \begin{bmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Variabile	= 0
<b>LQR<sub>2</sub></b>	$m \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Variabile	= 0
<b>LQR<sub>3</sub></b>	$m \begin{bmatrix} \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	Variabile	= 0
<b>LQR<sub>gen</sub></b>	$m \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	Fisso / Variabile	Variabile

Tab.4.8.1 – Algoritmi tipo LQR utilizzati nelle analisi parametriche.

White Noise								EI Centro						
$T_o$	$r_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$r_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	2.5	0.23	0.27	0.25	0.18	0.21	0.20	1.7	0.21	0.33	0.27	0.19	0.30	0.25
1	3.3	0.21	0.24	0.23	0.17	0.20	0.19	6.7	0.24	0.29	0.27	0.21	0.26	0.24
2	0.7	0.40	0.60	0.50	0.32	0.45	0.39	5.0	0.39	0.50	0.45	0.31	0.40	0.36
<b>Unit Step</b>		$r = 1.00$		$PO_Y = 0.23$			$PO_A = 0.43$			$T_s/T_o = 1.04$				

Tab.4.8.2 - EE, LQR<sub>2</sub>, AR,  $r$  variabile,  $\lambda_{max} = 1$ .

White Noise								EI Centro						
$T_o$	$r_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$r_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	10.0	0.54	0.63	0.59	0.36	0.42	0.39	0.4	0.45	0.47	0.46	0.39	0.44	0.42
1	6.7	0.32	0.32	0.32	0.25	0.29	0.27	2.5	0.29	0.33	0.31	0.26	0.30	0.28
2	6.7	0.64	0.70	0.67	0.57	0.65	0.61	2.5	0.54	0.54	0.54	0.40	0.43	0.42
<b>Unit Step</b>		$r = -$		$PO_Y = -$			$PO_A = -$			$T_s/T_o = -$				

Tab.4.8.3 - EE, LQR<sub>2</sub>, AA,  $r$  variabile,  $\lambda_{max} = 1$ .

White Noise								EI Centro						
$T_o$	$r_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$r_{opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	5.0	0.32	0.32	0.32	0.23	0.22	0.23	2.0	0.45	0.45	0.45	0.31	0.32	0.32
1	5.0	0.23	0.23	0.23	0.20	0.20	0.20	2.0	0.26	0.26	0.26	0.21	0.21	0.21
2	2.0	0.59	0.59	0.59	0.47	0.47	0.47	1.0	0.40	0.40	0.40	0.32	0.33	0.33
<b>Unit Step</b>		$r = -$		$PO_Y = -$			$PO_A = -$			$T_s/T_o = -$				

Tab.4.8.4 - VE, LQR<sub>2</sub>, AA,  $r$  variabile,  $\xi_{max} = 0.4$ .

Per AR e con il dispositivo elastico (EE,  $\lambda_{max}=1$ ) si è verificato, analogamente all’IOC, l’esistenza di un valore di  $r$  ottimale, per il quale si ha un minimo dell’accelerazione assoluta e di  $G$ . In Tab.4.8.2 si riportano le risposte ottenute al variare dell’eccitazione e di  $T_o$ . Per quanto riguarda l’influenza di  $\lambda_{max}$ , si conferma che per  $\lambda_{max}=1$  si ottiene la gran parte dei miglioramenti possibili. Col dispositivo elastico, ma utilizzando l’AA, si ha un comportamento peggiore e dipendente dal periodo (Tab.4.8.3).

Per dispositivo viscoso ed AR, l'LQR<sub>2</sub> degenera (come l'IOC) nel controllo passivo (CP). Maggiori differenze, rispetto al CP, si ottengono con questo dispositivo (VE,  $\xi_{\max}=0.4$ ) ma utilizzando l'AA: le riduzioni rispetto all'assenza di controllo sono paragonabili sia per spostamenti che per accelerazioni privilegiando quest'ultima, rispetto al caso passivo (Tab.4.6.1), in particolare per ELC e strutture con  $T_o$  maggiori (Tab.4.8.4).

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	1.8	0.24	0.24	0.24	0.17	0.18	0.18	1.0	0.34	0.36	0.35	0.25	0.28	0.27
1	1.0	0.21	0.21	0.21	0.15	0.18	0.17	10.0	0.21	0.22	0.22	0.19	0.20	0.20
2	3.2	0.48	0.49	0.49	0.40	0.42	0.41	5.6	0.40	0.41	0.41	0.30	0.33	0.32
<b>Unit Step</b>		$q_a=0.32$			$PO_Y=0.33$			$PO_A=0.34$			$T_s/T_o=1.69$			

Tab.4.8.5 - VE, LQR<sub>gen</sub> AR  $r = 1.56$ ,  $q_a$  variabile,  $\xi_{\max} = 0.4$ .

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	1.0	0.24	0.26	0.25	0.19	0.21	0.20	1.8	0.40	0.40	0.40	0.30	0.34	0.32
1	1.0	0.21	0.23	0.22	0.18	0.20	0.19	1.0	0.25	0.28	0.27	0.22	0.25	0.24
2	10.0	0.52	0.52	0.52	0.46	0.51	0.49	10.0	0.42	0.43	0.43	0.35	0.40	0.38
<b>Unit Step</b>		$q_a =$			$PO_Y =$			$PO_A =$			$T_s/T_o =$			

Tab.4.8.6 - EE, LQR<sub>gen</sub> AR  $r = 5$ ,  $q_a$  variabile,  $\lambda_{\max} = 1$ .

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	0.1	0.33	0.33	0.33	0.22	0.22	0.22	0.1	0.45	0.45	0.45	0.31	0.31	0.31
1	0.0	0.23	0.23	0.23	0.19	0.20	0.20	0.1	0.26	0.26	0.26	0.21	0.21	0.21
2	0.0	0.59	0.59	0.59	0.47	0.47	0.47	0.1	0.43	0.43	0.43	0.35	0.34	0.35
<b>Unit Step</b>		$q_a = -$			$PO_Y = -$			$PO_A = -$			$T_s/T_o = -$			

Tab.4.8.7 - VE, LQR<sub>gen</sub> AA  $r = 2$ ,  $q_a$  variabile,  $\xi_{\max} = 0.4$ .

$T_o$	White Noise							EI Centro						
	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$q_{a,opt}$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
0.5	100.0	0.60	0.63	0.62	0.36	0.39	0.38	0.1	0.47	0.47	0.47	0.41	0.46	0.44
1	17.8	0.30	0.38	0.34	0.26	0.30	0.28	0.1	0.33	0.34	0.34	0.29	0.31	0.30
2	0.1	0.62	0.77	0.70	0.55	0.64	0.60	0.1	0.58	0.58	0.58	0.44	0.48	0.46
<b>Unit Step</b>		$q_a = -$			$PO_Y = -$			$PO_A = -$			$T_s/T_o = -$			

Tab.4.8.8 - EE, LQR<sub>gen</sub> AA  $r = 5$ ,  $q_a$  variabile,  $\lambda_{\max} = 1$ .

Per quanto riguarda la formulazione generalizzata LQR<sub>gen</sub> (in cui si considera esplicitamente l'accelerazione assoluta nell'IP,  $q_a \neq 0$ ), si è osservato che per VE ( $\xi_{\max}=0.4$ ) ed AR esistono valori finiti di  $q_a$  per cui l'accelerazione assoluta (di picco) assume un minimo significativo; tale fatto si riscontra per le due eccitazioni su tutto il campo dei periodi

(Tab.4.8.5). L’AA è meno efficace, le prestazioni dipendono dal periodo, quindi l’approccio perde di importanza rispetto a quello relativo generalizzato (Tab.4.8.7).

Con l’EE ( $\lambda_{\max}=1$ ) ed AR, infine, si hanno limitati miglioramenti, rispetto al caso passivo ottimizzato, per le accelerazioni, solo per ELC, per periodi alti e con peggioramenti degli spostamenti (Tab.4.8.6). L’AA appare, infine, totalmente inadeguato (Tab.4.8.8).

Confrontando le presenti tabelle riassuntive con quelle ottenute per IOC si verifica che le prestazioni dei due algoritmi di controllo lineari sono del tutto comparabili.

#### 4.9 Considerazioni Conclusive

In conclusione è possibile affermare che l’uso del controllo SA ‘continuo’, se si ottimizzano correttamente i parametri che caratterizzano l’algoritmo, è in grado di risolvere i maggiori problemi del controllo di tipo ON-OFF, costituiti sostanzialmente dal poco efficace controllo delle accelerazioni.

La proposta fatta per il processo di controllo ottimo istantaneo (IOC) generalizzato (§4.3) costituisce una soluzione del problema poiché, in maniera originale rispetto alle esistenti proposte per l’IOC, generalizza l’IP inserendovi *esplicitamente* sia la forza di controllo che l’accelerazione assoluta e perviene ad una semplice espressione della forza di controllo ottimale senza alcuna ipotesi di approssimazione della risposta. Inoltre, si ottiene una completa dualità formale con il classico Regolatore Lineare Quadratico (LQR) generalizzato (§4.2). Va però sottolineato che l’approccio istantaneo qui proposto è di gran lunga preferibile per la sua semplicità, in quanto l’IP dipende solo da grandezze note e disponibili all’istante considerato, non è necessario conoscere a priori l’eccitazione e non è necessaria la soluzione dell’equazione (algebraica o differenziale) di Riccati. Si è comunque verificato che, una volta ottimizzati i parametri degli algoritmi, questi hanno anche prestazioni confrontabili (§4.8).

Per quanto riguarda i parametri che influenzano l’algoritmo IOC generalizzato, mediante l’applicazione a strutture con rigidità (§4.5) e smorzamento (§4.6) variabile, si è mostrato che questi sono sostanzialmente *due*:  $(\rho+\varphi_a)$  e  $(\varphi-\varphi_a)$ . Inoltre, si è verificato che la situazione ottimale, per quanto riguarda le prestazioni globali, si ha per  $\varphi=\varphi_a=0$ , quindi rimane da ottimizzare soltanto il peso normalizzato  $\rho$  della forza di controllo nell’IP. Facendo variare quest’ultimo, se ne individua un valore ottimale che realizza il migliore compromesso fra le riduzioni degli spostamenti e delle accelerazioni. Per tale valore ottimale, generalmente compreso fra 1 e 2, si è proposta una espressione valida in prima approssimazione.

Si è anche mostrato come diversi algoritmi proposti in letteratura, ed originariamente derivati anche mediante considerazioni di tipo intuitivo, come il controllo *Sky-Hook*, il *Force Transfer Control* e gli algoritmi di tipo ON-OFF studiati nel capitolo precedente, rientrano come casi particolari nella presente formulazione.

Inoltre, si è mostrata una significativa interpretazione energetica dell'IP istantaneo proposto (§4.7.1), che lo lega sia all'energia in ingresso al sistema (da minimizzare) che a quella dissipata dal sistema di controllo (da rendere contemporaneamente massima).

## **BIBLIOGRAFIA del Capitolo 4**

- Bryson A.E. Jr. & Ho Y.C., 1975. *Applied Optimal Control*. Rev. Printing. Hemisphere Publ. Corp., NY, 1975.
- Cherry S., 1993. Research on friction damping at the university of British Columbia. *Proc. of International Workshop on Structural Control*, Honolulu (Hawaii), Aug. 1993, p. 84-91.
- Ciampi V. & De Angelis M., 1996. Optimal design of passive control system based on energy dissipation for earthquake protection of structures. *Proc. of European Conf. on Struct Dynamics EURODYN96*, Firenze (Italy), 5-8 June 1996.
- Ciampi V., De Angelis M. & Renzi E., 1999. Optimal selection of special connections between adjacent structures in passive and semi-active vibration control strategies. *Proc. of European Conference on Structural Dynamics EURODYN'99*, Praga (Rep. Ceca), 7-10 June 1999, vol. 1, p. 611-616.
- Ciampi V., De Angelis M. & Renzi E., 2000. Optimal Semi Active and Passive control of the seismic response of coupled frame-bracing systems. *Proc. of 12 World Conference on Earthquake Engineering*, 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n. 2288.
- De Angelis M., 1996. Una metodologia di progetto su base energetica di sistemi di controllo passivo della risposta sismica delle strutture. *Dissertazione presentata per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in 'Ingegneria delle Strutture'*, Università di Roma 'La Sapienza', Febbraio 1996.
- De Angelis M. & Renzi E., 2000. Energy aspects in control of Variable Structure Systems. *Proc of 2<sup>nd</sup> European Conf. on Structural Control 2ECSC*, July 3-6, Champs-sur-Marne Paris (France). [In stampa]
- Feng M.Q. & Shinozuka M., 1990. Use of a variable damper for hybrid control of bridge control response under earthquake. *Proc U.S. Nat. Workshop on Structural Control Research*, Los Angeles (USA), Oct., p.107-112.
- Feng M.Q., Shinozuka M. & Fujii S., 1993. Friction-Controllable sliding isolation system. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.119 n.9, Sept.1993, p.1845-1864.
- Hrovat D., 1997. Survey of advanced suspensions developments and related optimal control applications. *Automatica*, vol.33 n.10, p.1781-1817.
- Inaudi J.A., 2000. Performance of variable damping systems: theoretical analysis and simulation. *Proc. 3<sup>rd</sup> Intern. Workshop on Structural Control*, Paris (France), July 6-8, 2000. World Scientific.

- Makris N., 1997. Rigidity-plasticity-viscosity: can electrorheological dampers protect base-isolated structures from near-source ground motions? *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.25 n.5, May 1997, p.571-579.
- MATLAB<sup>®</sup>, 1998. *MATLAB<sup>®</sup>: The Language of Technical Computing*. The MathWorks Inc, Natick Massachusetts, for MATLAB 5.3.
- Meirovitch L., 1990. *Dynamics and Control of Structures*. John Wiley & Sons, New York (USA), 1990.
- Oueslati F., Sankar S., 1994. A class of semi-active suspension schemes for vehicle vibration control. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.172 n.3, p.391-411.
- Palazzo B., Petti L. & Grimaldi C., 1999c. Metodologie di controllo ottimo in frequenza: il controllo in norma  $H_2$  ed  $H_\infty$ . *Ingegneria Sismica*, anno XVI, n.3, sett.-dic. 1999, p. 47-57. (In Italiano)
- Paolacci F., Ciampi V. & De Angelis M., 1998. Optimal design of viscoelastic bracing systems for earthquake protection of buildings. *Proc. of 11 European Conf. on Earthquake Engineering 11ECEE*, Paris (France), September 1998.
- Preumont A., 1999. *Vibration control of active structures*. Kluwer Academic Publ., Netherlands, 1999.
- Sadek F. & Mohraz B., 1998. Semiactive control algorithms for structures with variable dampers. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol. 124, n. 9, Sept. 1998, p. 981-990.
- Soong T.T., 1990. *Active Structural Control: Theory and Practice*. Longman Scientific and Tech., Essex (Engl).
- Spencer B.F. Jr., Suhardajo J., Sain M.K., 1994. Frequency domain optimal control strategies for aseismic protection. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.120 n.1, Jan. 1994, p. 135-158.
- Spencer B.F. Jr., Dyke S.J. & Deoscar H.S., 1998a. Benchmark problems in Structural Control: Part I - Active Mass Driver System. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Special Issue, vol.27 n.11 Nov. 1998, p.1127-1139. Web: <http://www.nd.edu/~quake/benchmarks/> (24 Aug 2001).
- Spencer B.F. Jr., Dyke S.J. & Deoscar H.S., 1998b. Benchmark problems in Structural Control: Part II -Active Tendon System. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Special Issue, vol.27 n.11 Nov. 1998, p.1141-1147. Web: <http://www.nd.edu/~quake/benchmarks/> (24 Aug 2001).
- Spencer B.F.Jr., Christenson R.E. & Dyke S.J., 1998c. Next Generation Benchmark Control Problem for Seismically Excited Buildings". *Proc. 2 Word Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto, Japan, p.1351-1360. Web: <http://www.nd.edu/~quake/benchmarks/> (24 Aug 2001).
- Strejc V., 1981. *State Space Theory of Discrete Linear Control*. John Wiley & Sons, Chichester, Prague.
- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1995. Development and experimental study on semi-active fluid damping devices for seismic protection of structures. *Tech. Rep. NCEER-95-0011*, SUNY at Buffalo, Aug. 3, 1995.
- Wu X. & Griffin M.J., 1997. A semi-active control policy to reduce the occurrence and severity of end-stops impacts in a suspension seat with an electrorheological fluid damper. *Jour. of Sound and Vibration*, vol.203 (5), p. 781-793.
- Wu Z., Soong T.T., Gattulli V. & Lin R.C., 1995. Nonlinear control algorithms for peak response reduction. *Tech. Rep. NCEER-95-0004*, State University of New York at Buffalo, Febr 16, 1995.
- Yamada K., 1999. Control law for variable damping devices defined by a non-linear differential equation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.28, 1999, p.529-541.
- Yamada K., 2000a. Non-linear-Maxwell-element-type hysteretic control force. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, 2000, p.545-554.
- Yang J.N., Akbarpour A. & Ghaemmaghami P., 1987. New optimal control algorithms for structural control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.113 n.9, Sept.1987, p.1369-1387 .
- Yang J.N., Li Z., Vongchawalitkul S., 1994a. Generalization of Optimal Control Theory, Linear and Nonlinear Control. *Jour. of Engineering Mechanics ASCE*, vol.120 n.2, Febr. 1994, p. 266-283 .

## CAPITOLO 5

### CONTROLLO SEMI ATTIVO DI TIPO ON-OFF DI SISTEMI A MOLTI GRADI DI LIBERTÀ

---

*In questo capitolo si studia l'applicazione del controllo Semi Attivo di tipo ON-OFF a sistemi a molti gdl, formulando e confrontando tre algoritmi che si differenziano nella scrittura dell'IP. Mediante il primo algoritmo (SA-1) si evidenzia, e giustifica, il problema dei sensibili incrementi delle accelerazioni assolute massime (che si osserva anche in altri lavori di letteratura). Il secondo (SA-2), realizzando le disattivazioni contemporanee dei dispositivi, risolve questo problema ed, infine, il terzo algoritmo (SA-3) 'semplificato' ne migliora l'implementabilità e le prestazioni. Infine si studia la stabilità dei tre metodi di controllo e, per sistemi a rigidità variabile, l'esistenza di modi di vibrare.*

---

#### 5.1 Introduzione

Nel precedente Cap.3 si è studiata una classe di algoritmi per il controllo SA, di tipo ON-OFF, di sistemi ad 1 gdl. In quel caso, si sono mostrate le più importanti caratteristiche del comportamento dinamico del sistema controllato, per mezzo sia di dispositivi lineari a rigidità variabile che a smorzamento variabile, individuando la configurazione migliore dei parametri che influenzano le prestazioni dell'algoritmo. In quella sede, in particolare, si è verificato che, operata la scelta ottimale dei parametri, l'IP assume il significato fisico di *Energia Recuperabile Totale* (relativa o assoluta) del sistema da proteggere (§3.5.1.3).

L'estensione di queste metodologie di controllo SA ai sistemi a molti gdl, riveste una grande importanza, soprattutto in vista delle applicazioni a strutture reali.

In diversi lavori, soprattutto riguardanti applicazioni di tipo civile, si vedano ad esempio (Symans & Constantinou, 1995 e 1997) e (Singh *et al.*, 1997), si è osservato come

l'applicazione a sistemi a molti gdl di dispositivi a parametri variabili puramente viscosi (senza cioè sostanziali contributi in rigidità), non offra benefici rispetto al controllo passivo.

Quindi, per le applicazioni SA, appaiono particolarmente interessanti i sistemi a rigidità variabile (AVS). Come si è visto precedentemente (§2.2.2), la modificazione della rigidità si può ottenere, ad esempio, per mezzo di un dispositivo di blocco, a rapida risposta, capace di solidarizzare, o meno, dei normali controventi elastici alla struttura, si veda ad esempio (Kobori *et al.*, 1993). Il controllo, mediante questi sistemi, di strutture a molti gdl è stato studiato in precedenti lavori, ad esempio con la strategia di trasferire energia ai modi superiori senza dissiparla direttamente nei dispositivi di controllo, (Nemir *et al.*, 1994). In altri lavori, ed in particolare per la protezione sismica di strutture civili, si utilizzano invece i controventi anche per dissipare direttamente energia, rilasciandoli opportunamente in modo da non rendere disponibile alla struttura l'energia elastica da loro immagazzinata, (Kamagata & Kobori, 1994) (Yang *et al.*, 1996). In particolare, l'osservazione di questi ultimi due lavori, permette di evidenziare un problema molto importante nell'estensione ai molti gdl degli algoritmi e non ancora pienamente risolto. Infatti, a parità di condizioni ed utilizzando lo stesso algoritmo, quello di Kamagata & Kobori (§2.3.1.2 e §3.5.3) ottenuto da Yang ed altri (1996) come caso particolare di un algoritmo basato sullo *Sliding Mode Control*, si ottengono prestazioni discordanti per le accelerazioni assolute massime, che nel lavoro di Yang risultano sensibilmente aumentate sia rispetto all'assenza di controllo che rispetto alla situazione con dispositivi sempre attivi ('controllo passivo'), Fig.5.1.1. Invece, nel lavoro di Kamagata & Kobori, anche l'accelerazione è efficacemente controllata, come accade per gli spostamenti.

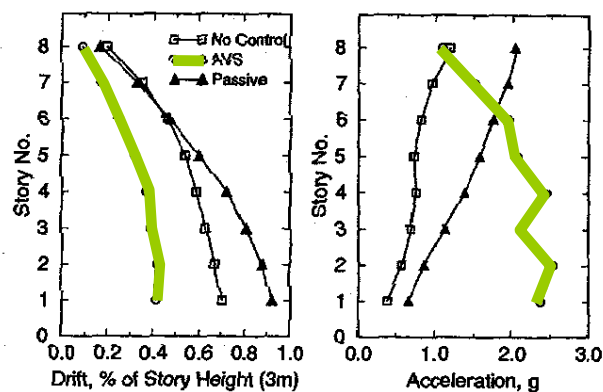


Fig. 5.1.1 - Drift di interpiano ed accelerazioni di piano di un edificio ad 8 piani sottoposto ad El Centro scalato a 0.3g; da (Yang *et al.*, 1996).

Nel presente capitolo, quindi, si studierà l'estensione e l'applicazione degli algoritmi di controllo, di tipo ON-OFF proposti, a sistemi a molti gdl, seguendo l'impostazione già utilizzata in (Renzi *et al.*, 2001b). Uno degli obiettivi, inoltre, sarà quello di evidenziare,



giustificare e risolvere il problema del sensibile incremento delle accelerazioni assolute massime, che si può rilevare in questi sistemi.

Prima di addentrarci nel problema appare utile sia ricordare le equazioni del moto, valide per sistemi a molti gdl lineari, che introdurre un semplice modello strutturale utile ad evidenziare le maggiori caratteristiche dei diversi algoritmi.

### 5.1.1 Equazioni del moto in coordinate fisiche e modali

Le equazioni del moto per un sistema lineare a molti gdl sono, come è noto, le seguenti:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{b}^u \mathbf{u}(t) + \mathbf{b}^v \mathbf{v}(t), \quad (5.1.1)$$

con le assegnate condizioni iniziali in spostamenti e velocità, in cui i simboli utilizzati hanno il seguente significato:  $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^n$  è il vettore degli spostamenti nodali, di dimensioni  $(n, 1)$ ;  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{K}$  sono rispettivamente le matrici di massa, smorzamento e rigidità del sistema non controllato, dim.  $(n, n)$ ;  $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^m$  è il vettore delle forze negli  $m$  dispositivi di controllo (azioni di controllo), dim.  $(m, 1)$  con  $m \leq n$ ;  $\mathbf{v}(t) \in \mathcal{R}^p$  è il vettore delle azioni esterne, dim.  $(p, 1)$  con  $p \leq n$ ;  $\mathbf{b}^u$  e  $\mathbf{b}^v$  sono le matrici (topologiche) di allocazione, rispettivamente, delle azioni di controllo ed esterne, dim.  $(n, m)$  e  $(p, n)$ . Nel caso, da noi usualmente considerato, in cui l'eccitazione è costituita dal moto monodimensionale del vincolo, si ha che  $\mathbf{b}^v \mathbf{v}(t) = -\mathbf{M}\{\mathbf{I}\}_n \ddot{x}_g(t)$ , dove  $\{\mathbf{I}\}_n$  rappresenta un vettore unitario di ordine  $n$  e  $\ddot{x}_g(t)$  è l'accelerazione di trascinarsi del vincolo.

Nello spazio delle *Variabili di Stato*, considerando l'eccitazione quale moto del vincolo, le equazioni del moto si possono riscrivere, similmente a quanto fatto nel §3.2 per 1 gdl, nella seguente forma compatta sia per approccio relativo (AR) che assoluto (AA):

$$\dot{\mathbf{z}}_{r,a}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}_{r,a}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}_{r,a}w_{r,a}(t), \quad (\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0), \quad (5.1.2)$$

dove, per le matrici e vettori utilizzati, valgono le seguenti relazioni (in cui  $\mathbf{O}$  e  $\mathbf{I}$  sono, rispettivamente, la matrice nulla ed identità di opportune dimensioni):

$$\mathbf{z}_{r,a}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_{r,a}(t) \end{Bmatrix}_{(2n,1)}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{n,n} & \mathbf{I}_{n,n} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{(2n,2n)}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{n,m} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{b}^u \end{bmatrix}_{(2n,m)} \quad (5.1.3 \text{ a,b,c})$$

$$\mathbf{H}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{n,1} \\ -\{\mathbf{I}\}_n \end{bmatrix}_{(2n,1)}, \quad w_r = \ddot{x}_g(t), \quad \mathbf{H}_a = \begin{bmatrix} -\{\mathbf{I}\}_n \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\{\mathbf{I}\}_n \end{bmatrix}_{(2n,1)}, \quad w_a = \dot{x}_g(t) \quad (5.1.3 \text{ d,e,f,g})$$

Come è noto, se il sistema da proteggere (lineare) è anche *classicamente* smorzato, allora esistono modi di vibrare (reali) della struttura non controllata. I vettori delle forme modali

$\boldsymbol{\varphi}^{[1]}$ , che costituiscono le colonne della *matrice modale*  $\boldsymbol{\Phi}$  (dim.  $n,n$ ), si considerano normalizzati in modo tale che  $\boldsymbol{\Phi}$  sia *ortonormale*, per cui  $\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{I}$  e quindi  $\boldsymbol{\Phi}^{-1} = \boldsymbol{\Phi}^T$ .

Applicando la seguente *trasformazione di coordinate*, che definisce la corrispondenza fra le coordinate *fisiche*  $\mathbf{x}$  e quelle *modali*  $\boldsymbol{\eta}$  (riportata sia in forma *matriciale* che *indiciale*),

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\eta}(t) \quad x_i(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_{ij} \eta_j(t) \quad (5.1.4 \text{ a,b})$$

alla equazione del moto (Eq.5.1.1) e premoltiplicando tutti i membri per  $\boldsymbol{\Phi}^T$ , si ottengono le note *equazioni del moto in coordinate modali* (per  $j=1, \dots, n$ ):

$$\text{diag}[\mu_j] \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \text{diag}[2\mu_j \omega_j \xi_j] \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \text{diag}[\mu_j \omega_j^2] \boldsymbol{\eta}(t) = \mathcal{U}(t) + \mathcal{V}(t). \quad (5.1.5a)$$

Le singole equazioni si scrivono nel modo seguente:

$$\ddot{\eta}_j(t) + 2\omega_j \xi_j \dot{\eta}_j(t) + \omega_j^2 \eta_j(t) = 1/\mu_j (\mathcal{U}_j(t) + \mathcal{V}_j(t)); \quad (5.1.5b)$$

in cui  $\mu_j$ ,  $\omega_j$  e  $\xi_j$  rappresentano la massa, la pulsazione e lo smorzamento associati con il modo  $j$ , mentre  $\mathcal{U}_j(t)$  e  $\mathcal{V}_j(t)$  rappresentano, rispettivamente, la proiezione dei vettori delle azioni di controllo ed esterne sul modo  $j$ . Tali grandezze, come è noto, sono legate alle matrici di sistema, mediante le seguenti trasformazioni:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} = \text{diag}[\mu_j]; \quad \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \text{diag}[\omega_j^2 \mu_j]; \quad \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi} = \text{diag}[2\mu_j \omega_j \xi_j], \quad (5.1.6a,b,c)$$

$$\mathcal{U}_j(t) = \{[\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{b}^u] \mathbf{u}(t)\}_j = \sum_{i=1}^m p_{ji}^u u_i(t) = \delta \boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{u}(t), \quad (5.1.6d)$$

$$\mathcal{V}_j(t) = \{[\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{b}^v] \mathbf{v}(t)\}_j = \sum_{i=1}^m p_{ji}^v v_i(t). \quad (5.1.6e)$$

Appare utile, anche in relazione agli sviluppi futuri, osservare l'espressione 5.1.6d della  $\mathcal{U}_j$ . Come detto,  $\mathcal{U}_j$  rappresenta la proiezione del vettore delle forze di controllo  $\mathbf{u}$  sul modo  $j$ , quindi è il *lavoro virtuale* delle  $\mathbf{u}$  nelle associate deformazioni del modo  $j$ , raccolte nel vettore  $\delta \boldsymbol{\varphi}_j$ ; le componenti di questo vettore,  $p_{ji}^u$  (*coefficienti di partecipazione modale*) rappresentano, in pratica, la deformazione dell'elemento  $i$  associata alla forma modale  $j$ . Lo stesso discorso vale anche per le azioni esterne, Eq.5.1.6e.

<sup>[1]</sup> Nei precedenti capitoli 3 e 4 si è utilizzato lo stesso simbolo  $\varphi$  (scalare) per indicare il rapporto fra gli elementi in posizione 12 e 22 della matrice di peso  $\mathbf{Q}$  dell'IP da minimizzare (Eq.3.3.9 e 4.3.8b), dimostrando che, nella situazione ottimale, tale rapporto deve essere nullo. Nel presente capitolo questo rapporto non verrà mai utilizzato, quindi, non essendoci possibilità di confusione, si utilizza il simbolo  $\boldsymbol{\varphi}_j$  associandolo al vettore della forma modale  $j^{\text{ma}}$ :  $\boldsymbol{\varphi}_j = [\Phi_{1j} \Phi_{2j} \dots \Phi_{nj}]^T$ , dove  $\Phi_{ij}$  è il valore assunto dalla forma modale  $j$  in corrispondenza del gdl  $i$ .

Con trasformazioni simili si possono scrivere, in coordinate modali, anche le equazioni del moto (Eq.5.1.3) nello spazio delle variabili di stato  $\mathbf{z}(t)$ . Su questo si rimanda a testi specializzati, ad esempio ancora (Meirovitch, 1990).

In generale, per il sistema controllato, le Eq.5.1.5b non sono disaccoppiate a causa delle azioni di controllo. Infatti, la generica componente  $\mathcal{U}_j$ , associata al modo  $j$ , può dipendere, per mezzo dell'algoritmo di controllo, da tutte le altre coordinate modali. Nei casi particolari in cui si progetta l'algoritmo in modo tale da disaccoppiare queste equazioni (nel caso in cui, quindi, la  $\mathcal{U}_j$  dipenda soltanto dalla  $j^{\text{ma}}$  coordinata modale), si parla, in letteratura, di *controllo indipendente nello spazio modale* (*Independent Modal-Space Control, IMSC*), (Meirovitch, 1990) e (Soong, 1990).

Se l'azione di controllo si realizza per mezzo di dispositivi a rigidità variabile (sistemi AVS), il legame costitutivo (§3.3.2) è, per il singolo dispositivo  $i^{\text{mo}}$  ( $i=1\dots m$ ), il seguente:

$$u_i(t) = -k_{c,i}[d_i(t) - d_{i,0}(t)], \quad (5.1.7a)$$

ove  $d_i$  è la deformazione associata al dispositivo  $i^{\text{mo}}$ ; vettorialmente si può scrivere:

$$\mathbf{u}(t) = -\text{diag}_m[k_{c,i}]\{\mathbf{d}(t) - \mathbf{d}_0(t)\} = -\mathbf{k}_c\{\mathbf{d}(t) - \mathbf{d}_0(t)\} \quad (5.1.7b)$$

dove si è introdotta la matrice di rigidità associata ai dispositivi di controllo  $\mathbf{k}_c$ . Ricordando il legame fra le deformazioni e gli spostamenti nodali,  $\mathbf{d}(t) = -\mathbf{b}^u{}^T \mathbf{x}(t)$ , si può esprimere anche il legame costitutivo in funzione di questi ultimi:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{k}_c \mathbf{b}^u{}^T \{\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)\}. \quad (5.1.7c)$$

### 5.1.2 Il modello strutturale utilizzato nelle analisi

Per mostrare, via via che verranno introdotti, l'efficacia degli algoritmi proposti, si esaminerà la risposta di un semplice modello strutturale costituito da un edificio a 5 piani a masse concentrate e comportamento *shear-type*, avente distribuzione uniforme con l'altezza sia per le masse che per le rigidità ed eccitato dal moto monodimensionale della base. Si assume che le rigidità fra i piani siano pari a  $k_i = 340.4 \times 10^6$  N/m, che le masse siano pari a  $m_i = 345.6 \times 10^3$  Kg ( $i=1\dots 5$ ) e che lo smorzamento strutturale (assunto proporzionale a masse e rigidità) sui primi due modi (se non diversamente specificato) sia pari al 5% di quello critico. Le frequenze proprie di vibrazione sono, per la struttura non controllata (NC), le seguenti:  $f_1 = 1.42$  Hz,  $f_2 = 4.15$  Hz,  $f_3 = 6.54$  Hz,  $f_4 = 8.40$  Hz,  $f_5 = 9.59$  Hz. Tale modello è già stato utilizzato in altri lavori sul controllo attivo di edifici multipiano, fra cui in (Brown *et*

al., 1999) e sarà ripreso anche nel successivo Cap.7; inoltre, le stesse masse e rigidità sono state utilizzate in (Yang *et al.*, 1996).

Il controllo si realizza per mezzo di 5 elementi elastici (*AVS*) posti fra tutti i piani. Per ‘Controllo Passivo’ (*CP*) si intende il caso in cui tutti i dispositivi rimangono attivi per l’intera durata delle vibrazioni; in questo caso non c’è alcuna dissipazione aggiuntiva di energia. Se non diversamente specificato si assume, per i dispositivi, rigidità pari a quella strutturale. In tal caso, dato che si ha la stessa distribuzione con l’altezza delle rigidità strutturali e di quelle dei dispositivi di controllo, si può introdurre un’unica grandezza scalare che rappresenta la rigidità normalizzata  $\lambda$  dei controllori, intesa come il rapporto fra la rigidità dei dispositivi e quella dei piani corrispondenti (si rimanda al successivo §7.2.1 per la generalizzazione di quanto detto). Per  $\lambda=1$ , il sistema con dispositivi sempre attivi (*CP*) ha le seguenti frequenze proprie: 2.01 Hz, 5.87 Hz, 9.24 Hz, 11.88 Hz e 13.56 Hz, essendo valida la relazione  $f_i^{(CP)} = (1+\lambda)^{0.5} f_i^{(NC)}$ .

## 5.2 Estensione ‘diretta’ ai sistemi a molti gdl: algoritmo ‘SA-1’

La prima, e più intuitiva, metodologia di estensione ai molti gdl degli algoritmi di controllo ON-OFF studiati nel capitolo 3 consiste, semplicemente, nell’usare la stessa forma per l’IP proposto (Eq.3.3.1) e ripetere tutte le considerazioni fatte nel §3.3, considerando le equazioni vettoriali del moto per sistemi a più gdl (Eq.5.1.1 e 5.1.2) in luogo di quelle riferite al sistema ad 1 gdl (§3.2). Facendo riferimento a quanto già visto nel §3.3, l’IP è ancora il seguente:

$$J_{r,a}(z_{r,a}, t) = \frac{1}{2} z_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} z_{r,a}(t), \quad (5.2.1)$$

in cui la matrice di peso  $\mathbf{Q}$ , quadrata (simmetrica) e definita positiva, è ora di ordine  $2n$  e si può partizionare in matrici quadrate di ordine  $n$ :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix}_{(2n,2n)}. \quad (5.2.2)$$

Nel caso in esame di controllo SA di tipo ON-OFF, l’algoritmo deve selezionare il vettore  $\mathbf{u}[z(t), t]$  tale che, fra le  $2^m$  configurazioni possibili ( $m$ : numero dei controllori), renda il più piccolo possibile, ad ogni istante di tempo  $t$ , il valore *futuro* dell’IP. Ciò si ottiene (§3.3) richiedendo che la derivata temporale della  $J$  sia la più negativa possibile.

Derivando rispetto al tempo l’IP, col vincolo delle equazioni del moto (Eq.5.1.2), si ha:

$$\dot{J}(t) = z^T(t) \mathbf{Q} \dot{z}(t) = z^T \mathbf{Q} \mathbf{A} z + z^T \mathbf{Q} \mathbf{H} w + z^T \mathbf{Q} \mathbf{B} u = \dot{J}^z(t) + \dot{J}^w(t) + \dot{J}^u(t). \quad (5.2.3)$$

In questa espressione, l'unica grandezza che può essere modificata direttamente mediante la variazione istantanea dei parametri meccanici del dispositivo è, ovviamente, soltanto il termine che contiene il vettore delle azioni di controllo  $\mathbf{u}(t)$ , cioè

$$\dot{J}^u(t) = [\mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{B}] \mathbf{u}(t) = \mathbf{l}^T(t) \mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^m l_i(t) u_i(t) = \sum_{i=1}^m \dot{J}_i^u(t) , \quad (5.2.4)$$

in cui si è introdotto il vettore  $\mathbf{l}(t)$ , di  $m$  elementi, che ha la seguente espressione:

$$\mathbf{l}^T(t) = \mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{B} = (\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_{12} + \dot{\mathbf{x}}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q}_{22}) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b}^u . \quad (5.2.5)$$

L'Eq.5.2.4 assume il valore più negativo possibile se lo sono i singoli addendi della sommatoria; quindi, l'elemento di controllo  $i^{\text{mo}}$  sarà attivo ( $u_i^{ON} \neq 0$ ) se, e solo se, contribuisce con un termine negativo alla somma in Eq.5.2.4. In definitiva, si può riscrivere la condizione di attivazione (Eq.3.3.6, per i sistemi ad 1 gdl) valida per ogni dispositivo ( $i=1 \dots m$ ):

$$l_i(t) u_i(t) = [\mathbf{z}_{r,a}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{B}]_i u_i(t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elem. } i^{\text{mo}} \text{ Attivo.} \quad (5.2.6)$$

Valgono, in questo caso, considerazioni analoghe a quelle fatte nel caso ad 1 gdl, in particolare: (1) sull'esistenza di *superfici di commutazione* (SS, *Switching Surfaces*), che dividono l'*iperspazio di stato* a  $2n$  dimensioni in due regioni per ogni dispositivo di controllo,  $\Psi_1^{(+)}$  e  $\Psi_1^{(-)}$ ; (2) sulla linearità a tratti, quindi omogeneità di ordine 1, del sistema qualora si utilizzino elementi di controllo lineari (§3.3.2); (3) infine, sulla necessità di modificare la condizione di attivazione dell'elemento non attivo, nel caso in cui si utilizzino elementi di controllo che si attivano 'a forza nulla', proprio come accade per quelli a rigidità variabile, definendo in questo caso il seguente algoritmo (§3.3.1):

$$l_i(t) \dot{u}_i(t) \leq 0 \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE dell'elemento } i^{\text{mo}} \text{ non attivo,} \quad (5.2.7a)$$

$$l_i(t) u_i(t) > 0 \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE dell'elemento } i^{\text{mo}} \text{ attivo.} \quad (5.2.7b)$$

Se teniamo conto delle indicazioni ottenute per sistemi ad 1 gdl, riguardanti la forma ottimale della matrice di peso  $\mathbf{Q}$ , si deduce che si deve porre  $\mathbf{Q}_{12} = \mathbf{O}_{n,n}$ . Quindi, se si assume

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{O}_{n,n} \\ \mathbf{O}_{n,n} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad (5.2.8)$$

allora l'IP assume la sua forma *ottimale* ed ancora il significato di *Energia Recuperabile Totale* (relativa o assoluta) del sistema da proteggere [2]:

---

[2] Come è evidente dall'osservazione dell'Eq.5.2.5 (proprietà P1, §3.4) l'algoritmo di controllo non dipende dalla  $\mathbf{Q}_{11}$ , di conseguenza è indifferente porre anche la  $\mathbf{Q}_{11}$  pari a  $\mathbf{O}_{n,n}$  nell'Eq.5.2.8. Operando questa scelta l'IP assume il significato di *energia cinetica* (relativa o assoluta) del sistema da proteggere (§3.5.1.3).

$$J(t) = E_{rec}(t) = 1/2[\mathbf{x}^T(t)\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \dot{\mathbf{x}}_{r,a}^T(t)\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}_{r,a}(t)], \quad (5.2.9)$$

in tal caso l'algoritmo di controllo (Eq.5.2.6) si esplicita nel modo seguente:

$$[\dot{\mathbf{x}}_{r,a}^T(t)\mathbf{b}^u]_i u_i(t) = \dot{d}_i^{(r,a)}(t) u_i(t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elem. } i^{\text{mo}} \text{ Attivo}, \quad (5.2.10)$$

ove  $d_i^{(r,a)}$  è la *deformazione* del dispositivo, valutata secondo l'approccio relativo (AR) o assoluto (AA). Si noti che nell'espressione dell'algoritmo (Eq.5.2.10) compare la differenza di velocità (relativa o assoluta) agli estremi degli elementi di interazione; di conseguenza, la differenza fra AR ed AA si ha soltanto per i dispositivi che collegano il vincolo mobile (fondazioni) con un altro gdl (per esempio 1° piano). Negli altri casi infatti, la differenza fra le velocità relative ed assolute è sempre la stessa (pari alla deformazione di elemento  $d_i$ ), poiché la velocità di trascinamento interviene su entrambi i gdl connessi dall'elemento.

Si noti che questo algoritmo costituisce l'estensione ai molti gdl dell'algoritmo di Inaudi ed Hayen, di cui si è ampiamente parlato nel Cap. 3 ed in particolare nel §3.5.1.3 .

### 5.2.1 Proprietà dell'algoritmo

L'algoritmo di controllo, nella sua formulazione per i sistemi a più gdl, ha le stesse proprietà (da P1 a P7) illustrate nei precedenti §3.4 e §3.5.1.3 (ai quali si rimanda) nel caso ad 1 solo gdl. Fra queste, appare utile ricordarne alcune che assumono ora un particolare significato (anche alla luce degli approfondimenti successivi): (P6) non è necessaria l'identificazione del sistema da proteggere se si dispone di tutte le informazioni necessarie; (P7) è richiesta soltanto la misurazione della velocità di deformazione dei dispositivi controllati; (P4) con dispositivi di controllo *lineari*, il sistema è *lineare a tratti* in 'coni' dell'*iperspazio di stato*, quindi è non lineare ma *omogeneo di ordine 1*, la risposta è proporzionale all'input e sarà possibile (sotto alcune ipotesi) estendere il concetto di *modi di vibrare*; (P5) dato che la matrice  $\mathbf{Q}$  è definita positiva (Eq.5.2.8) allora il sistema controllato è *stabile*. Sugli importanti temi dell'esistenza dei modi di vibrare (in particolare per controllori *lineari* a rigidità variabile) e sulla stabilità del sistema controllato, si tornerà nel seguito con significativi approfondimenti (§5.5 e 5.6). A queste proprietà, già note, se ne aggiungono altre due di grande importanza, caratteristiche dei sistemi a molti gdl.

**P8-** Ogni dispositivo è controllato indipendentemente da tutti gli altri.

**P9-** Lo stato del singolo elemento di controllo dipende soltanto dalla risposta 'locale', cioè riferita ai soli gdl connessi dal dispositivo. Nel seguito ci riferiremo a questa interessante circostanza parlando, appunto, di *controllo 'locale'*.

Queste due ultime proprietà rendono l'algoritmo di semplice implementazione ed affidabile. In particolare il 'controllo locale' è molto attraente, poiché permette di controllare il singolo dispositivo mediante una *unità di controllo locale*, che acquisisce ed elabora soltanto dati provenienti dagli estremi del dispositivo stesso, senza dovere ricorrere ad una unità centralizzata che deve acquisire ed elaborare dati provenienti dall'*intera* struttura. Inoltre, dato che lo stato del singolo dispositivo non dipende da quello che accade negli altri, il sistema è *robusto* rispetto a malfunzionamenti localizzati, oltre che rispetto ad errori di *identificazione* del sistema da proteggere (proprietà P6) e a limitati errori di acquisizione ed elaborazioni, dato che si deve valutare semplicemente il segno delle Eq.5.2.10.

Prima di osservare i risultati delle applicazioni numeriche, è utile esplicitare l'algoritmo di controllo nel caso si utilizzino dispositivi a rigidità variabile.

Se si considera il legame costitutivo dei dispositivi AVS (Eq.5.1.7), e tenendo conto sia dell'algoritmo per elementi che si attivano a forza nulla (Eq.5.2.7) che della posizione *ottimale* per  $\mathbf{Q}$  (Eq.5.2.8), per  $k_{c,i} > 0$  le condizioni di attivazione si possono così esplicitare:

$$\dot{d}_i^{(r,a)}(t)[d_i(t) - d_{i,0}(t)] \leq 0 \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE dell'Elem. } i^{\text{mo}} \text{ attivo} \quad (5.2.11a)$$

$$\dot{d}_i^{(r,a)}(t)\dot{d}_i(t) > 0 \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE dell'elemento } i^{\text{mo}} \text{ non attivo} \quad (5.2.11b)$$

Per AR, ed anche per AA riferendosi a dispositivi non collegati al vincolo (per cui la deformazione assoluta è uguale a quella relativa), è immediato verificare che, come nel caso ad 1 gdl (§3.5.1.3), l'annullarsi della Eq.5.2.11a è *sempre* determinato dall'annullarsi della velocità di deformazione; invece, una volta disattivato (Eq.5.2.11b) il dispositivo si riattiva immediatamente. Alla disattivazione l'elemento elastico si scarica e disperde (dissipa) l'energia elastica immagazzinata, non rendendola più disponibile per la struttura controllata; dato che tale disattivazione avviene alla massima deformazione del dispositivo (velocità di deformazione nulla) l'energia elastica 'dispersa' è localmente massima.

Infine, per AA e riferendosi a dispositivi che collegano una massa al vincolo mobile, la disattivazione (soltanto per questi dispositivi) è determinata dall'annullarsi della velocità assoluta della massa collegata, come avveniva nei sistemi ad 1 gdl trattati nel §3.5.2.

## 5.2.2 Applicazione Numerica

Per mostrare immediatamente alcune, fondamentali, caratteristiche prestazionali dell'algoritmo e quindi per illustrare il comportamento dinamico delle strutture controllate, si osserva la risposta del sistema 5 gdl prima presentato (§5.1.2), controllato con 5 dispositivi a rigidità variabile (AVS) e sottoposto, in queste analisi preliminari, ad una accelerazione

della base costituita dai primi 20s di un campione di rumore bianco generato artificialmente (WN, §4.4.1), con valore *RMS* di circa 0.20 m/s<sup>2</sup> e di picco pari a circa 0.83 m/s<sup>2</sup>.

Dall'analisi delle simulazioni numeriche, di cui qualche esempio è di seguito riportato, si può affermare che questo algoritmo ha, in generale, un buon comportamento, ma mostra, similmente a quanto visto in (Yang *et al.*, 1996), cattive prestazioni in termini di accelerazioni assolute massime, poiché sono presenti forti picchi localizzati.

Si riportano, innanzitutto, i risultati in termini di spostamenti ed accelerazioni assolute massime di piano (Fig.5.2.1), confrontando l'algoritmo (SA-1), formulato sia secondo l'approccio relativo (AR) che assoluto (AA), con la situazione non controllata (NC) e dispositivi sempre attivi (CP).

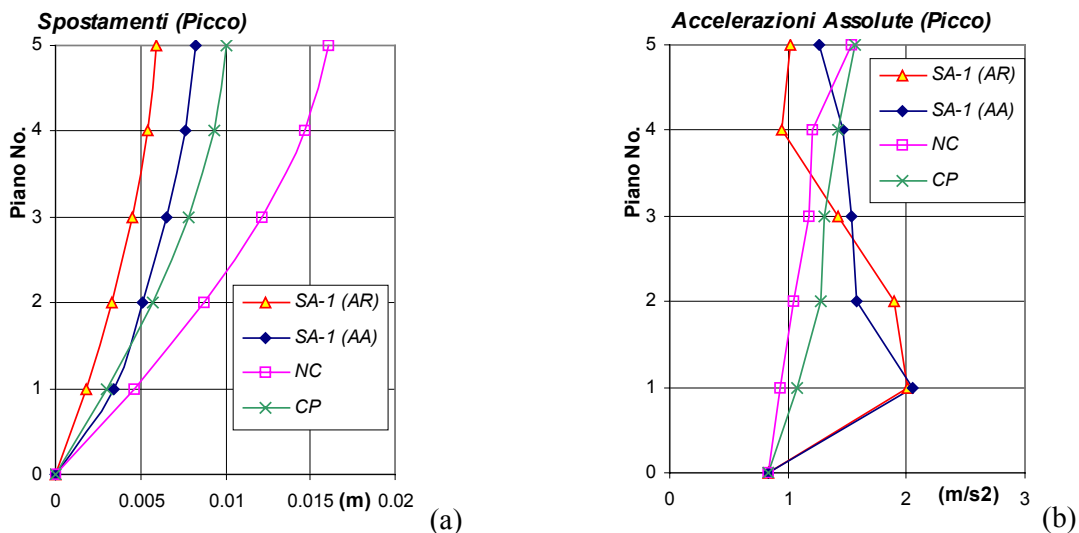


Fig.5.2.1 – Spostamenti ed accelerazioni massime, Estensione 'Diretta' (SA-1), WN.

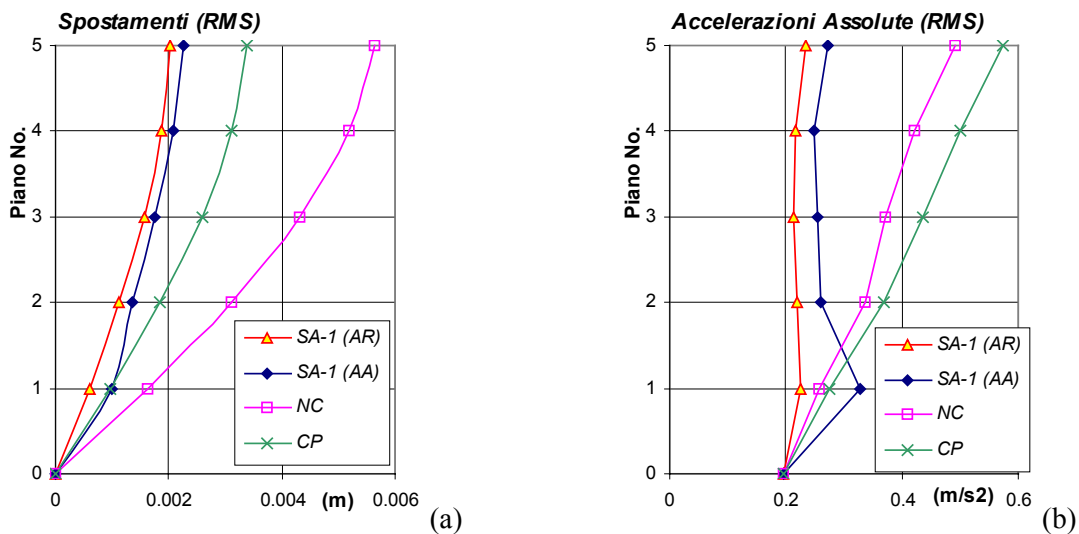


Fig.5.2.2 – Spostamenti ed accelerazioni RMS, Estensione 'Diretta' (SA-1), WN.



Per quanto riguarda lo spostamento relativo (Fig.5.2.1a), si nota come sia l'AR che l'AA conducano a sensibili riduzioni rispetto ai casi non controllati (*NC* e *PC*); in particolare, l'AR è quello che meglio riduce lo spostamento (relativo appunto) lungo tutta l'altezza. L'aspetto più importante delle prestazioni dell'algoritmo, però, emerge osservando le accelerazioni assolute massime (Fig.5.2.1b); per queste, infatti, il controllo SA (sia con AR che con AA) produce forti incrementi rispetto all'assenza di controllo (fino a 2 volte), soprattutto in corrispondenza dei piani più bassi, proprio come osservato anche in (Yang *et al.*, 1996). Osservando i piani superiori, con AR si ha una riduzione graduale dell'accelerazione massima, mentre con AA (che ricordiamo differisce dal primo soltanto nel controllo del dispositivo posto al primo interpiano) si ha una più marcata riduzione fra il 1° e 2° piano, per poi mantenere l'accelerazione quasi costante con l'altezza.

Osservando le risposte in termini di valori RMS, per gli spostamenti (Fig.5.2.2a) si trova lo stesso comportamento qualitativo che si è riscontrato per i valori massimi, mentre per le accelerazioni assolute (Fig.5.2.2b) si osserva che le concentrazioni, viste per i valori di picco ai piani bassi risultano ora ridimensionate, soprattutto utilizzando l'AR. In particolare con quest'ultimo si hanno risultati decisamente migliori, sia i termini di spostamento che di accelerazioni, lungo tutta l'altezza. Si noti, inoltre, come con AA la prima massa (l'unica controllata in maniera diversa rispetto all'AR) risulti avere valori RMS di spostamento ed accelerazione assoluta sensibilmente maggiori rispetto ad AR, ed anche peggiori rispetto all'assenza di controllo. Infine, si apprezzi l'efficacia del controllo SA (AR), con cui praticamente non si ha amplificazione strutturale dell'accelerazione del vincolo.

Illustrate le risposte in termini di valori massimi e medi di piano, mediante un più attento esame delle singole storie temporali, si possono motivare le anomalie mostrate in termini di accelerazioni assolute massime. Queste sono, infatti, causate dalle brusche discontinuità di forza di inerzia che si hanno in corrispondenza delle disattivazioni istantanee dei dispositivi di controllo. Infatti, si consideri, come esempio, l'equazione di equilibrio dinamico di una massa ( $m_i$ ) intermedia di un sistema *a catena*, collegata a quelle adiacenti ( $i-1$  ed  $i+1$ ) mediante rigidità strutturali costanti ( $k_i$  e  $k_{i+1}$ ) e di dispositivi controllabili ( $k_{c,i}$  e  $k_{c,i+1}$ ):

$$m_i \ddot{x}_{a,i}(t) + k_i d_i(t) - k_{i+1} d_{i+1}(t) + k_{c,i}(t)[d_i(t) - d_{0,i}(t)] - k_{c,i+1}(t)[d_{i+1}(t) - d_{0,i+1}(t)] = 0; \quad (5.2.12)$$

alla disattivazione di un dispositivo ( $i+1$ ), si ha una discontinuità nell'accelerazione pari a:

$$\Delta \ddot{x}_{a,i}^{(-)} = (1/m_i) k_{c,i} [d_i(t) - d_{0,i}(t)], \quad (5.2.13a)$$

tanto più significativa quanto più grande era la forza preesistente nel controllore. Questa forza è più grande dove maggiore è il taglio di piano (ed il *drift* di interpiano), quindi in generale ai

piani più bassi, proprio come evidenziato in Fig.5.2.1b. Nell'ipotesi, sicuramente valida per strutture regolari soggette ad eccitazioni a largo spettro come nell'esempio considerato, che la risposta sia dominata da una forma modale, allora i massimi dei *drift* sono temporalmente molto ravvicinati, ed assumono, per i diversi piani, lo stesso segno. Di conseguenza, dopo pochi istanti dalla prima disattivazione, si realizza anche quella dell'altro dispositivo ( $i$ ) e si ha una ulteriore discontinuità nell'accelerazione assoluta (di segno opposto alla precedente, ma poco diversa in valore assoluto) pari a:

$$\Delta \ddot{x}_{a,i}^{(+)} = -(1/m_i)k_{c,i+1}[d_{i+1}(t) - d_{0,i+1}(t)]. \quad (5.2.13b)$$

Nella seguente Fig.5.2.3 si riporta, come esempio di quanto detto, una porzione della storia temporale dell'accelerazione assoluta del primo piano (Fig.5.2.3a), ottenuta per la simulazione precedente, e delle forze nei controventi 1 e 2 ad essa collegati (Fig.5.2.3b), in cui si notano chiaramente le disattivazioni ravvicinate, ma non contemporanee, associabili alle discontinuità in forza di inerzia. In questa figura è riportata anche l'accelerazione dell'ultima massa (5° piano, Fig.5.2.3c), collegata ad un solo dispositivo di controllo, per evidenziare la riduzione delle discontinuità nel passaggio ai piani più alti. E' opportuno anche notare che questi valori di picco dell'accelerazione, rilevandosi per intervalli temporali molto brevi, hanno poca influenza sulle grandezze di risposta ottenute per integrazione delle accelerazioni, quali gli spostamenti, i tagli di piano o anche valori RMS delle risposte, perciò tale inconveniente si risente soprattutto in termini di effetti sugli occupanti e sugli oggetti contenuti, ma molto meno in termini di sicurezza rispetto al collasso (*drift* o tagli di piano).

In definitiva, emerge il maggiore limite dell'approccio *locale* al problema: tale controllo (pur attraente sotto diversi punti di vista, quali l'affidabilità e l'implementabilità) è soggetto a significative discontinuità di forza di inerzia causate dalla disattivazione, ravvicinata ma non contemporanea, di dispositivi contigui e collegati alla stessa massa. Tali discontinuità conducono a grandi valori delle accelerazioni assolute massime, anche sensibilmente superiori a quelle che si ottengono in assenza di controllo. Questo fatto era meno evidente nei casi ad 1 gdl poiché, nei sistemi a catena ad  $n$  gdl, alla base si riscontrano tagli di piano (e quindi forze nei dispositivi) all'incirca  $n$  volte maggiori (dove  $n$  è il numero di piani) rispetto alla sommità (ed ai sistemi ad 1 gdl con stessa massa e rigidità).

L'osservazione delle Eq.5.2.13, che quantificano le discontinuità di forza di inerzia, e dell'esempio in Fig.5.2.3, oltre ad evidenziare e giustificare il problema delle accelerazioni massime riscontrate col 'controllo *locale*', suggerisce anche una possibile soluzione. Infatti, se i due dispositivi contigui si disattivassero *contemporaneamente*, la discontinuità sarebbe

pari alla *somma* algebrica dei due salti di accelerazione (Eq. 5.2.13a,b) le quali, essendo di segno opposto, si compenserebbero in larga parte a vicenda. Si noti, infatti (Fig.5.2.3b), come la differenza fra le forze nei controventi prima delle disattivazioni sia molto piccola rispetto ai singoli valori; di conseguenza, se i dispositivi si disattivassero contemporaneamente, si avrebbero discontinuità nell'accelerazione (quindi valori massimi) decisamente contenuti rispetto a quelli che si osservano effettivamente col *controllo locale* (Fig.5.2.3a).

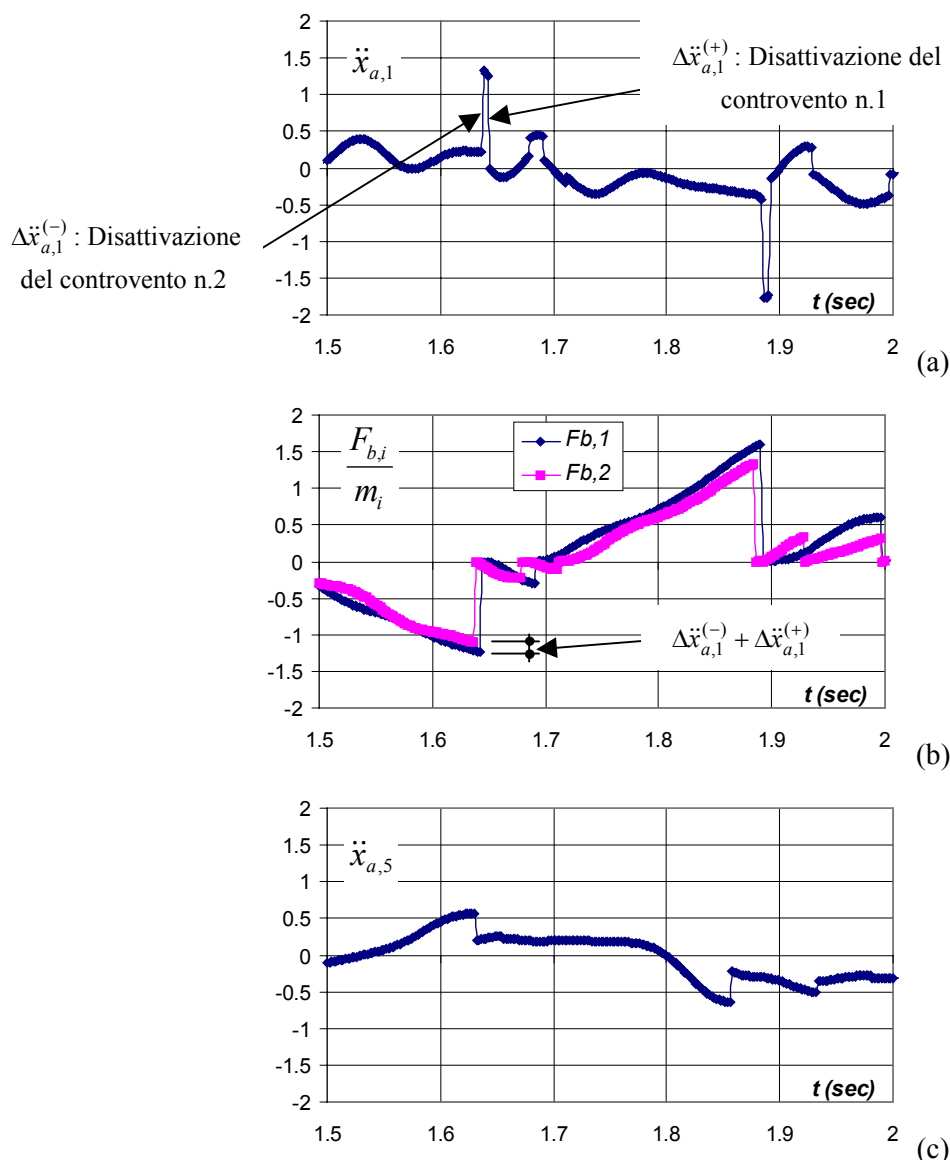


Fig.5.2.3 – Porzioni di storie temporali delle accelerazioni assolute al 1° e 5° piano, e della forza nel 1° e 2° controvento, SA-1(AR) ‘Estensione Diretta’, WN.

Seguendo questa indicazione si procederà alla formulazione di altri algoritmi per il controllo SA di sistemi a molti gdl che, preservando per quanto è possibile gli aspetti positivi del controllo *locale* (estensione ‘diretta’: SA-1), in termini soprattutto di spostamenti, migliorino il controllo delle accelerazioni massime, disattivando contemporaneamente i

dispositivi di controllo. A questi algoritmi sono dedicati i paragrafi seguenti. Inoltre, data la maggiore efficacia mostrata dall'approccio relativo rispetto a quello assoluto (Fig.5.2.1 e 5.2.2), nel seguito si studieranno direttamente solo algoritmi basati sull'AR.

In conclusione di questo paragrafo va sottolineato, ancora una volta, che il controllo ON-OFF è un'astrazione della realtà, per questo i salti *istantanei* di forza di inerzia, sopra evidenziati, sono certamente mitigati dal reale comportamento dei dispositivi, i quali si disattivano con velocità finita. D'altro canto, le considerazioni passate, e quelle future, proprio perché riguardanti un modello essenziale della realtà, sono di portata generale ed, almeno *qualitativamente*, costituiscono la parte preponderante della risposta dei sistemi reali, in cui il modello dovrà essere necessariamente più complicato (comprendendo anche, e non solo, la dinamica degli attuatori). Tali modelli strutturali più realistici, però, esulano dagli scopi di questo lavoro e ne costituiranno l'inevitabile sviluppo futuro in vista di possibili applicazioni sperimentali ed in vera grandezza.

### 5.3 Formulazione 'modale': algoritmi 'SA-2'

Se il sistema da proteggere è lineare e classicamente smorzato, allora è lecito applicare la trasformazione in coordinate modali (Eq.5.1.4) anche all'energia recuperabile del sistema da proteggere, che si può riscrivere come segue:

$$E_{rec}(t) = 1/2 \sum_{j=1}^n \mu_j (\omega_j^2 \eta_j^2(t) + \dot{\eta}_j^2(t)) = \sum_{j=1}^n \mathcal{E}_j(t), \quad (5.3.1)$$

dove  $\mathcal{E}_j(t)$  è la 'componente' dell'energia recuperabile secondo la  $j^{\text{ma}}$  forma modale del sistema *non controllato*.

In questa seconda formulazione dell'algoritmo, che chiameremo 'modale', si assume, quale IP, una misura dell'energia recuperabile, basata sulla decomposizione illustrata nell'Eq.5.3.1, costituita dalla somma di  $N_c$  energie modali ( $N_c \leq n$ ):

$$J(t) = \sum_{j=1}^{N_c} \mathcal{E}_j(t). \quad (5.3.2)$$

Seguendo la metodologia di derivazione dell'algoritmo vista nei paragrafi precedenti, si vuole ancora rendere più negativa possibile la derivata temporale dell'IP. Derivando  $\mathcal{E}_j(t)$  e tenendo conto delle equazioni del moto in coordinate modali (Eq.5.1.5), si ottiene:

$$\dot{\mathcal{E}}_j(t) = \mu_j \dot{\eta}_j (\omega_j^2 \eta_j + \ddot{\eta}_j) = \dot{\eta}_j(t) (-2\mu_j \omega_j \xi_j \dot{\eta}_j(t) + \mathcal{U}_j(t) + \mathcal{V}_j(t)). \quad (5.3.3)$$

L'unica parte che dipende direttamente dalle azioni di controllo, che quindi può essere modificata *istantaneamente* mediante il controllo stesso, risulta essere:

$$\dot{\mathcal{E}}_j^{(u)}(t) = \dot{\eta}_j(t) \mathcal{U}_j(t) \quad (5.3.4)$$

pari, cioè, al prodotto della componente modale della forza di controllo per la corrispondente velocità modale. In definitiva, se si sommano le Eq.5.3.4 per tutti gli  $N_C$  modi da controllare, la parte controllabile della derivata temporale dell'IP ha la forma seguente:

$$\dot{j}^{(u)}(t) = \sum_{j=1}^{N_C} \dot{\mathcal{E}}_j^{(u)}(t) = \sum_{j=1}^{N_C} \dot{\eta}_j(t) \mathcal{U}_j(t). \quad (5.3.5)$$

Anche in questo caso, come per l'estensione 'diretta' (Eq.5.2.4), è possibile scrivere questa espressione come somma di  $m$  termini distinti, ciascuno riguardante un singolo elemento di controllo; infatti, ricordando l'Eq.5.1.6d, si può scrivere:

$$\dot{j}^{(u)}(t) = \sum_{j=1}^{N_C} \dot{\eta}_j(t) \mathcal{U}_j(t) = \sum_{j=1}^{N_C} \dot{\eta}_j(t) \sum_{i=1}^m p_{ji}^u u_i(t), \quad (5.3.6a)$$

e quindi, per la linearità dell'operatore somma, si ottiene

$$\dot{j}^{(u)}(t) = \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^{N_C} p_{ji}^u \dot{\eta}_j(t) \right) u_i(t) = \sum_{i=1}^m g_i(t) u_i(t) = \mathbf{g}^T(t) \mathbf{u}(t), \quad (5.3.6b)$$

in cui si è introdotto il vettore  $\mathbf{g}(t)$  di  $m$  componenti, corrispondente 'modale' di  $\mathbf{I}(t)$  (Eq.5.2.5), che rappresenta le proiezioni delle  $m$  velocità di deformazione di elemento nello spazio delle  $N_c$  coordinate modali considerate:

$$g_i(t) = \sum_{j=1}^{N_C} p_{ji}^u \dot{\eta}_j(t). \quad (5.3.7)$$

Quindi, minimizzando separatamente gli  $m$  termini della somma in Eq.5.3.6b, è ancora possibile controllare gli elementi l'uno indipendentemente dagli altri (proprietà P8, §5.2.1) e si ottiene la seguente condizione di attivazione per il singolo dispositivo:

$$g_i(t) u_i(t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elemento } i^{\text{mo}} \text{ Attivo.} \quad (5.3.8)$$

Anche in questo caso valgono considerazioni analoghe a quelle fatte in precedenza, §5.2 e §3.3.1, riguardanti le modifiche da apportare all'algoritmo nel caso si utilizzino dispositivi di controllo che si attivano 'a forza nulla'. In questo caso, quindi, è valida la seguente versione dell'algoritmo di controllo (analogo a quella riportata in Eq.5.2.7)

$$g_i(t) \dot{u}_i(t) \leq 0 \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE dell'elemento } i^{\text{mo}} \text{ non attivo,} \quad (5.3.9a)$$

$$g_i(t) u_i(t) > 0 \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE dell'elemento } i^{\text{mo}} \text{ attivo.} \quad (5.3.9b)$$

Osservando le Eq.5.3.8 e 5.3.9, si deduce che anche per questo algoritmo (come nella formulazione 'diretta') lo stato del singolo elemento di controllo è determinato dal segno del prodotto fra la forza di controllo (o la sua derivata) e una grandezza,  $g_i(t)$ , che è combinazione

lineare delle  $N_c$  velocità di deformazione modali per l'elemento considerato. Si noti, però, che rispetto al caso precedente non sono più valide le proprietà P6 e P9 (§5.2.1). Infatti, lo stato dell'elemento dipende dalle velocità modali che, dovendo invertire e derivare l'Eq.5.1.4, dipende dalla risposta in tutti i gdl e dalle forme modali; per questo è necessaria la preventiva identificazione del sistema da proteggere e lo stato del singolo elemento non dipende soltanto dalle risposte misurate ai suoi estremi (non si ha più il controllo 'locale').

Anche in questo caso, per dispositivi a rigidità variabile (AVS), si dimostra che valgono espressioni analoghe alle Eq.5.2.11, per cui il singolo dispositivo  $i^{\text{mo}}$  si disattiva istantaneamente quando la  $g_i(t)$  si annulla, per poi attivarsi subito dopo. Comunque, in generale, i dispositivi non si disattivano *contemporaneamente*, poiché le  $g_i(t)$  si annullano in istanti diversi elemento per elemento (al variare di  $i$ ) e non si risolve, quindi, il problema delle accelerazioni assolute massime.

Prima di procedere con le simulazioni numeriche esplicative, osserviamo due interessanti casi particolari di questa formulazione.

### 5.3.1 Tutti i modi sono compresi nell'IP: $N_c = n$

Se si considerano tutti i modi della struttura non controllata nell'IP (ponendo  $N_c=n$  nell'Eq.5.3.2), si dimostra facilmente che l'IP coincide con l'intera energia recuperabile della struttura non controllata, Eq.5.3.1, cioè con quello dell'estensione 'diretta' (Eq. 5.2.9). Infatti, con semplici passaggi, è immediato mostrare che, se si estende la somma dell'Eq.5.3.7 a tutti i modi, allora  $g_i(t)$  corrisponde con la velocità di deformazione (fisica) dell'elemento di controllo  $i^{\text{mo}}$  e l'algoritmo coincide con quello precedentemente studiato, Eq. 5.2.10; infatti,

$$g_i(t) = \sum_{j=1}^n p_{ji}^u \dot{\eta}_j(t) = [\mathbf{b}^{uT} \Phi \dot{\boldsymbol{\eta}}(t)]_i = [\mathbf{b}^{uT} \dot{\mathbf{x}}(t)]_i = \dot{d}_i, \quad (5.3.10)$$

e l'algoritmo di Eq.5.3.8 coincide con quello di Eq.5.2.10. In definitiva, quindi, l'algoritmo ottenuto con l'estensione diretta (§5.2) è un caso particolare della presente formulazione 'modale', in cui si pone  $N_c = n$ .

### 5.3.2 Un solo modo è compreso nell'IP: $N_c = 1$

Caso particolarmente interessante è, però, quello in cui nell'IP si considera un solo modo di vibrare, l' $h^{\text{mo}}$ , e si assume  $N_c = 1$ . In tale caso l'IP è costituito dalla proiezione dell'energia recuperabile del sistema secondo una sola forma modale (del sistema non controllato):

$$J(t) = \mathcal{E}_h(t). \quad (5.3.11)$$

Derivando quest'ultima rispetto al tempo e considerando, come al solito, soltanto la parte che dipende direttamente dalle azioni di controllo si ha:

$$\dot{J}^{(u)}(t) = \dot{\mathcal{E}}_h^{(u)}(t) = \dot{\eta}_h(t) \mathcal{U}_h(t), \quad (5.3.12)$$

per cui si ottiene la seguente condizione *scalare* di attivazione, unica per tutti i dispositivi:

$$\dot{\eta}_h(t) \mathcal{U}_h(t) \leq 0 \Rightarrow \text{TUTTI gli Elementi sono ATTIVI.} \quad (5.3.13)$$

In questo caso, quindi, il cambio di stato degli elementi è determinato soltanto dalla variazione del segno della velocità modale considerata ed avviene *contemporaneamente* per tutti i dispositivi. Questo algoritmo, quindi, risolve in maniera coerente il problema delle disattivazioni *non contemporanee*.

Nel caso in cui si utilizzino dispositivi di controllo che si attivano ‘a forza nulla’, l'algoritmo si modifica come segue:

$$\dot{\eta}_h(t) \dot{\mathcal{U}}_h(t) \leq 0 \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE di TUTTI gli elementi,} \quad (5.3.14a)$$

$$\dot{\eta}_h(t) \mathcal{U}_h(t) \leq 0 \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE di TUTTI gli elementi.} \quad (5.3.14b)$$

Formulato l'algoritmo si osserva ora, mediante un'applicazione numerica, la sua efficacia nella stessa situazione in cui si è esaminata l'estensione ‘diretta’ SA-1.

### 5.3.3 Applicazione Numerica

Nelle seguenti Fig.5.3.1 e 5.3.2 si riportano i risultati ottenuti controllando lo stesso sistema strutturale del §5.2.2, mediante due algoritmi ottenuti con la formulazione ‘modale’ (SA-2), in particolare il primo include nell'IP soltanto la componente energetica associata al primo modo ( $N_c=1$  ed  $h=1$ ) ed il secondo, invece, ne include contemporaneamente due associate al primo ed al secondo modo ( $N_c = 2$ ).

In Fig.5.3.1a si osserva come le due versioni dell'algoritmo controllino, circa con pari efficacia, lo spostamento massimo; maggiori differenze, anche in questo caso, si verificano per le accelerazioni assolute massime, Fig.5.3.1b. Infatti, l'algoritmo basato sul controllo dei primi due modi ( $N_c=2$ ), analogamente all'estensione ‘diretta’ ( $N_c=5$ ) nel §5.2.2 (Fig.5.2.1b), mostra concentrazioni di accelerazione assoluta massima soprattutto per la prima massa; invece, quello basato sul controllo del solo primo modo, per il quale le disattivazioni dei dispositivi avvengono tutte *contemporaneamente*, controlla efficacemente anche le accelerazioni assolute massime, che risultano praticamente costanti lungo l'altezza e non molto dissimile dall'accelerazione massima della base. Indicazioni analoghe si ottengono anche osservando il valore medio della risposta lungo l'intera storia temporale, valori RMS

(Fig.5.3.2). Infatti, le due versioni dell’algoritmo modale sono molto efficaci nel ridurre anche gli spostamenti medi (Fig.5.3.2a), ma quello basato su un solo modo è decisamente preferibile, anche in questo caso, per quanto riguarda le accelerazioni assolute medie (Fig.5.3.2b). L’algoritmo basato su due modi, infatti, mostra valori RMS delle accelerazioni sempre maggiori e, come per le grandezze di picco, mostra un massimo pronunciato in corrispondenza del primo piano.

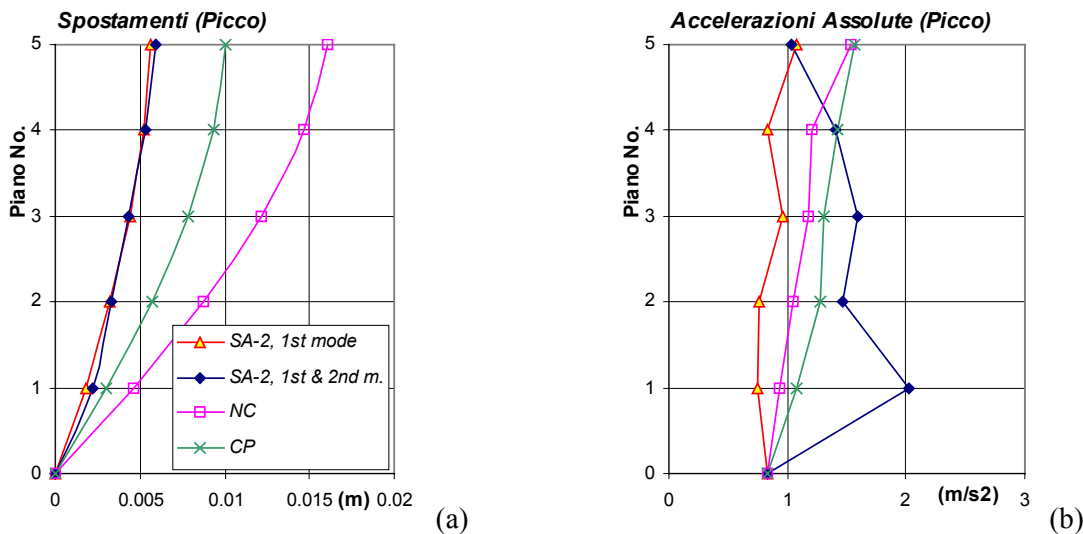


Fig.5.3.1 – Spostamenti ed accelerazioni massime, Formulazione Modale (SA-2), controllo del solo 1° modo e dei primi due, WN.

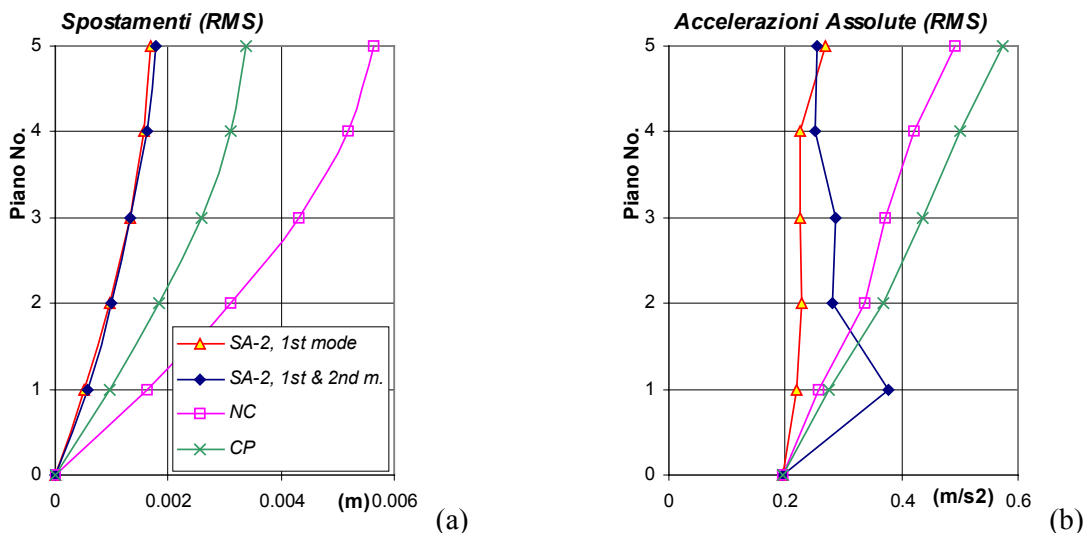


Fig.5.3.2 – Spostamenti ed accelerazioni RMS, Formulazione Modale (SA-2), controllo del solo 1° modo e dei primi due, WN.

Come previsto esaminando le storie temporali delle accelerazioni ottenute con l’algoritmo basato sull’estensione ‘diretta’ (§5.2.2), i grossi picchi che allora si osservavano sono stati eliminati (o meglio ‘compensati’) realizzando la disattivazione contemporanea dei dispositivi. Infatti, come è possibile osservare in Fig.5.3.3, in questo caso le discontinuità



nell'accelerazione assoluta di una massa (Fig.5.3.3a, dove è ancora riportata quella del 1° piano) sono molto piccole, poiché pari soltanto alla *differenza* fra le forze preesistenti nei dispositivi ad essa collegati (Fig.5.3.3b: forze normalizzate nei dispositivi 1 e 2). Si noti la grande differenza quantitativa con le discontinuità mostrate nella Fig.5.2.3a; motivate dal fatto che ora i due dispositivi producono sulla massa ad essi collegata, contemporaneamente, salti di forza di inerzia di segno opposto, che si compensano a vicenda. Infatti al 5° piano, dove questa compensazione non può avvenire, le accelerazioni assolute ottenute con  $N_c=1$  e 2 sono sostanzialmente coincidenti.

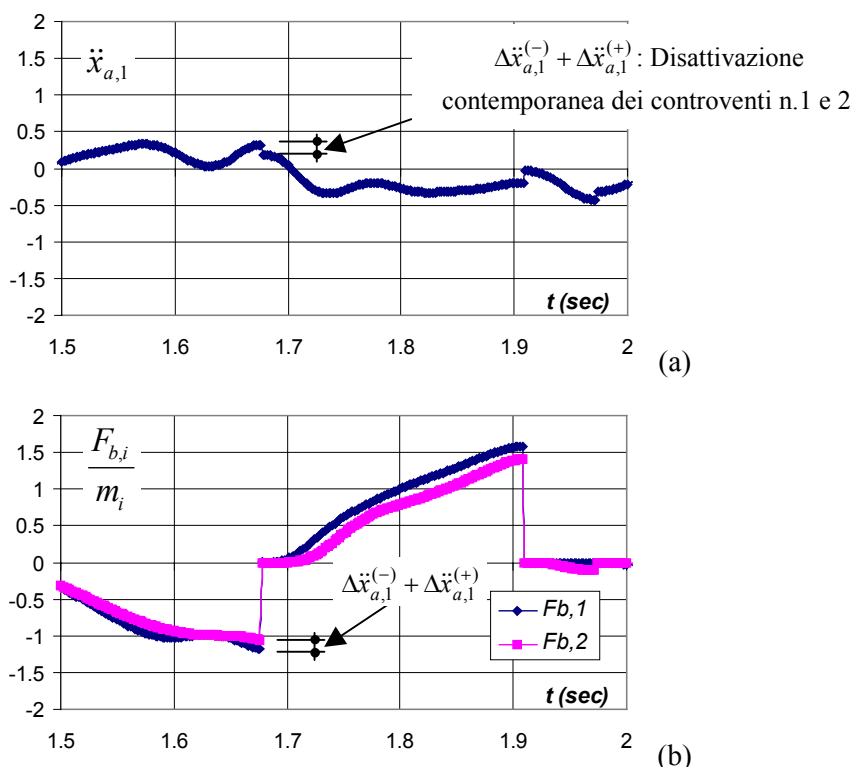


Fig.5.3.3 – Porzioni delle storie temporali delle accelerazioni assolute al 1° piano e della forza nel 1° e 2° controvento. SA-2: ‘Controllo basato sul 1° modo’ ( $N_c=1, h=1$ ), WN.

Si ricordi, comunque, che questo comportamento favorevole si ottiene soltanto se si considera *un solo modo di vibrare* nell'IP, per questo la differenza sostanziale rispetto al caso dell'estensione ‘diretta’ si ottiene soltanto per  $N_c=1$ . In questo caso infatti, si preservano le buone prestazioni in termini di spostamenti, ma soprattutto si controllano efficacemente anche le accelerazioni assolute massime.

Va, infine, notato che anche questa versione dell'algoritmo presenta degli inconvenienti. In primo luogo, una volta selezionata la forma modale da controllare, in relazione al comportamento predominante previsto per la struttura, non è garantito il controllo degli altri modi; infatti, se ad esempio la struttura vibra con una forma *ortogonale* al modo prescelto, si

ha identicamente  $\eta_h \equiv 0$ , per cui l'algoritmo (Eq.5.3.13 o 5.3.14) diventa inefficace. Inoltre, l'implementazione dell'algoritmo si complica, poiché, come si è visto, richiede l'identificazione delle forme modali della struttura non controllata e la misura, gestione, trasmissione ed elaborazione centralizzata dei dati riguardanti la risposta di *tutti* i gdl.

Detto questo, appare giustificato lo studio, illustrato nel paragrafo successivo, di un terzo algoritmo che, mantenendo la caratteristica dei cambi di stato simultanei, risulti sia di più semplice ed affidabile implementazione, che in grado di controllare efficacemente la risposta anche in presenza di diversi significativi contributi modali.

#### 5.4 Formulazione 'semplificata': algoritmo 'SA-3'

Nell'ipotesi che la risposta strutturale sia dominata da una sola forma di vibrazione  $\psi$  (ipotesi valida, ad esempio, per strutture regolari soggette ad eccitazioni a largo spettro o nei casi, per definizione pericolosi, di risonanza), si può introdurre la coordinata generalizzata scalare  $\eta$  ed è lecito utilizzare la seguente descrizione approssimata del moto:

$$\mathbf{x}(t) = \psi \eta(t) \quad , \quad \dot{\mathbf{x}}_r(t) = \psi_r \dot{\eta}(t) \quad (5.4.1a,b)$$

in cui  $\psi$  (di dimensioni  $n,1$ ) è un vettore *di forma* ed  $r$  il generico gdl.

Utilizzando l'Eq.5.4.1a e premoltiplicando le Eq.5.1.1 per  $\psi^T$ , si ottengono le equazioni del moto (scalari) del sistema ad 1gdl *generalizzato*:

$$\ddot{\eta}(t) + 2\omega\xi\dot{\eta}(t) + \omega^2\eta(t) = 1/\mu_j (\mathcal{U}(t) + \mathcal{V}(t)), \quad (5.4.2)$$

dove valgono relazioni del tutto analoghe alle Eq.5.1.6 :

$$\psi^T \mathbf{M} \psi = \mu; \quad \psi^T \mathbf{K} \psi = \omega^2 \mu; \quad \psi^T \mathbf{C} \psi = 2 \mu \omega \xi, \quad (5.4.3a,b,c)$$

$$\mathcal{U}(t) = [\psi^T \mathbf{b}^u] \mathbf{u}(t) = \delta \psi^T \mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^m \delta \psi_i u_i(t); \quad \mathcal{V}(t) = [\psi^T \mathbf{b}^v] \mathbf{v}(t). \quad (5.4.3d,e)$$

Si assume come IP l'energia recuperabile associata all'oscillatore ad 1gdl *generalizzato*:

$$J(t) = \mathcal{E}(t) = 1/2 \mu (\omega^2 \eta^2(t) + \dot{\eta}^2(t)); \quad (5.4.4)$$

minimizzando la derivata temporale dell'IP e considerando soltanto la parte dipendente dalla forza di controllo, si ottengono espressioni analoghe alle Eq.5.3.3 e 5.3.4 e, quindi, il seguente algoritmo di controllo:

$$\dot{\eta}(t)\mathcal{U}(t) \leq 0 \Rightarrow \text{TUTTI gli Elementi sono ATTIVI}, \quad (5.4.5)$$

del tutto analogo a quello di Eq.5.3.13, in cui però la forma di vibrare ipotizzata  $\psi$  sostituisce il modo di vibrare  $\phi_h$ . Per elementi che si attivano 'a forza nulla' si deve, infine, scrivere:

$$\dot{\eta}(t)\mathcal{U}(t) \leq 0 \Rightarrow \text{ATTIVAZIONE di TUTTI gli elementi,} \quad (5.4.6a)$$

$$\dot{\eta}(t)\mathcal{U}(t) \leq 0 \Rightarrow \text{DISATTIVAZIONE di TUTTI gli elementi.} \quad (5.4.6b)$$

L’algoritmo appena presentato, si può ulteriormente semplificare ricordando che è determinato soltanto dal segno dell’Eq.5.4.5 (o 5.4.6); quindi invertendo l’Eq.5.4.1b si scrive:

$$\dot{x}_r(t)\mathcal{U}(t)\text{sgn}[\psi_r] \leq 0 \Rightarrow \text{TUTTI gli Elementi sono ATTIVI;} \quad (5.4.7)$$

infine, per l’arbitrarietà di  $\psi_r$ , si può sempre selezionare un gdl per cui  $\psi_r > 0$ , per cui si ottiene, in definitiva, la seguente versione *semplificata* (SA-3) dell’algoritmo di controllo:

$$\dot{x}_r(t)\mathcal{U}(t) \leq 0 \Rightarrow \text{TUTTI gli Elementi sono ATTIVI,} \quad (5.4.8)$$

a cui si affiancano le equivalenti delle Eq.5.4.6 per dispositivi che si attivano a ‘forza nulla’.

In maniera simile a quanto accadeva precedentemente, la disattivazione (contemporanea) di *tutti* i dispositivi è determinata soltanto dal segno assunto dalla velocità del gdl  $r^{\text{mo}}$ . Di conseguenza, tutti i dispositivi si disattiveranno non più in corrispondenza della variazione del segno della prescelta velocità modale, come accadeva per la formulazione ‘modale’ ( $N_c=1$ , Eq.5.3.13), bensì in corrispondenza dell’annullamento della velocità (fisica) selezionata.

#### 5.4.1 Applicazione Numerica

Nelle seguenti Fig.5.4.1 e 5.4.2 si riportano i risultati ottenuti per lo stesso sistema strutturale del §5.2.2, confrontando le prestazioni dell’algoritmo *semplificato*, in cui si utilizza la velocità del 5° piano (SA-3,  $r=5$ ), con quelle della formulazione ‘diretta’ (SA-1, AR) e di quella ‘modale’ basata sul primo modo di vibrare (SA-2,  $N_c=1$  ed  $h=1$ ).

Si osserva che l’algoritmo semplificato (SA-3) non mostra gli incrementi di accelerazioni assolute massime di quello ‘diretto’ (SA-1) (si ha, infatti, la disattivazione contemporanea dei dispositivi) ed ha prestazioni analoghe a quelle dell’algoritmo ‘modale’ (SA-2). Questo fatto è dovuto all’uso, nell’esempio considerato, di una struttura a catena regolare (con distribuzione di masse e rigidezze costanti lungo l’altezza) soggetta ad un’eccitazione a “largo spettro”, per cui la risposta strutturale risulta dominata soltanto dalla prima forma modale.

Va comunque sottolineato che, a parità di prestazioni con l’algoritmo ‘modale’, la versione semplificata SA-3 è particolarmente interessante poiché, oltre a mantenere le disattivazioni contemporanee, risulta di più semplice implementazione, non richiede alcuna identificazione del sistema da proteggere e necessita della misurazione di una sola grandezza fisica di risposta opportunamente selezionata. Infine, l’algoritmo non è legato al controllo di una particolare forma modale, ma a situazioni in cui esiste una forma di vibrazione predominante, che

comunque *non deve essere determinata a priori*; per questo è lecito attendersi un migliore comportamento in frequenza, sul quale torneremo in un paragrafo successivo (§5.8).

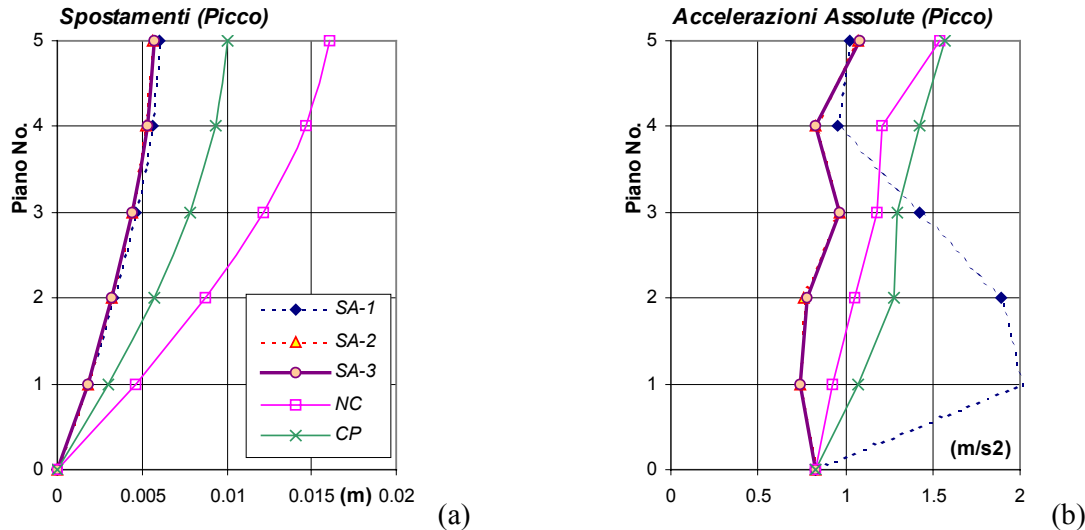


Fig.5.4.1 – Spostamenti ed accelerazioni massime, Formulazione Semplificata (SA-3,  $r=5$ ) e confronto con SA-1 (AR) ed SA-2 ( $N_c=1$ ,  $h=1$ ), WN.

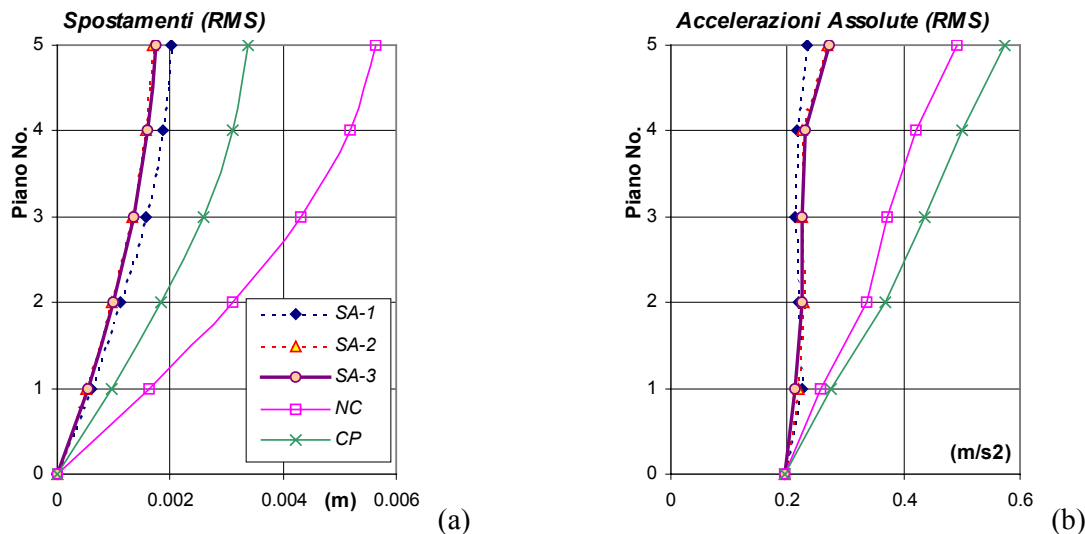


Fig.5.4.2 – Spostamenti ed accelerazioni RMS, Formulazione Semplificata (SA-3,  $r=5$ ) e confronto con SA-1 (AR) ed SA-2 ( $N_c=1$ ,  $h=1$ ), WN.

Si spiega così la differenza fra i lavori di Kamagata e Kobori (1994) e Yang ed altri (1996), infatti, nel secondo si utilizzava un ‘controllo locale’ dei dispositivi, come nell’algoritmo SA-1, mentre i primi basavano i cambi di stato degli elementi, per i sistemi a molti gdl, sullo spostamento della sommità dell’edificio, come in SA-3.

## 5.5 Stabilità degli algoritmi di controllo

Come già detto per i sistemi ad 1 gdl, la stabilità è una caratteristica fondamentale degli algoritmi di controllo, per questo appare opportuno approfondire l'argomento per quelli proposti finora per sistemi a molti gdl.

Si consideri la seguente funzione di Lyapounov:

$$V(\boldsymbol{\eta}) = \sum_{j=1}^{N_c} \frac{1}{2} \mu_j (\omega_j^2 \eta_j^2(t) + \dot{\eta}_j^2(t)) = \sum_{j=1}^{N_c} \mathcal{E}_j(t), \quad (5.5.1)$$

in cui  $\boldsymbol{\eta}$  è legata allo stato per mezzo delle trasformazioni in Eq.5.1.4 o 5.4.1. Questa funzione coincide con l'IP utilizzato per l'approccio 'modale' (Eq.5.3.1), per l'estensione 'diretta' (con  $N_c=n$ ) e per la formulazione approssimata (con  $N_c=1$  e se vale l'Eq.5.4.1).

L'Eq.5.5.1 è una possibile funzione di Lyapounov, poiché l'origine del sistema di coordinate è posizione di equilibrio del sistema,  $V(\mathbf{0}) = 0$  e  $V(\boldsymbol{\eta})$  è definita positiva per  $\boldsymbol{\eta} \neq \mathbf{0}$ .

Come è noto, la posizione di equilibrio  $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$  è stabile se la derivata temporale della  $V$  è almeno *semi-definita* negativa. Derivando rispetto al tempo  $V$  e considerando le equazioni del moto del sistema non eccitato, si ottiene la seguente espressione (analoga alla Eq.5.3.3):

$$\dot{V}(\boldsymbol{\eta}) = -\sum_{j=1}^{N_c} (2\mu_j \omega_j \xi_j \dot{\eta}_j^2(t)) + \sum_{j=1}^{N_c} (\dot{\eta}_j(t) \mathcal{U}_j(t)). \quad (5.5.2)$$

La prima parte è sicuramente non positiva poiché, per ipotesi, il sistema non controllato è stabile. Anche la seconda parte è non positiva, poiché tutti e tre gli algoritmi di controllo considerati (Eq.5.3.5 per  $N_c=n$  o  $N_c$  generica, ed Eq.5.4.5 nei limiti di validità della posizione 5.4.1) lo assicurano. Quindi, per il teorema di stabilità locale di Lyapounov (§3.4), il sistema controllato con i detti algoritmi, è stabile nell'intorno della posizione di equilibrio statico.

## 5.6 Esistenza dei modi di vibrare per sistemi a rigidità variabile

Altra importante caratteristica dei sistemi controllati mediante questi algoritmi è la *omogeneità di ordine 1*, che si ottiene utilizzando elementi lineari. In questo caso, infatti, siamo in presenza di sistemi lineari 'a tratti' in cono dello spazio di stato, §3.3.2 (Inaudi & Kelly, 1995). Per tali sistemi la risposta è proporzionale all'input ed, inoltre, è possibile estendere, sotto certe condizioni, il concetto di *modi di vibrare* anche alla struttura controllata. In questo modo si possono utilizzare, anche per sistemi a molti gdl, i risultati ottenuti per vibrazioni libere e armonicamente forzate di sistemi ad 1 gdl (§3.5.1 e 3.5.2).

In questo paragrafo si farà riferimento soltanto a sistemi a rigidità variabile di tipo ON-OFF e, per facilitare l'esposizione, si considera nullo lo smorzamento proprio strutturale.

Innanzitutto dimostriamo che, per il sistema controllato con gli algoritmi considerati e sotto alcune condizioni per la distribuzione dei controllori, esistono forme modali in vibrazioni libere coincidenti con quelle della struttura non controllata.

Le equazioni del moto, per vibrazioni libere in assenza di smorzamento strutturale, sono:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) - \mathbf{b}^u \mathbf{u}(t) = \mathbf{0}, \quad (5.6.1)$$

utilizzando il legame costitutivo dei dispositivi di controllo (Eq.5.1.7c) si ottiene

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_c[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_0(t)] = \mathbf{0}, \quad (5.6.2)$$

in cui si è definita la seguente matrice generalizzata di rigidezza dei controllori:

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{b}^u \mathbf{k}_c \mathbf{b}^{uT}. \quad (5.6.3)$$

Verifichiamo l'esistenza di una soluzione per cui la risposta risulti parallela ad una qualsiasi forma di vibrare della struttura non controllata  $\boldsymbol{\varphi}_s$ , cioè del tipo:

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\varphi}_s \eta(t). \quad (5.6.4)$$

Sostituendo l'Eq.5.6.4 nell'equazione del moto (Eq.5.6.2) e premoltiplicando per un'altra qualsiasi forma di vibrare  $\boldsymbol{\varphi}_j$ , si ottiene:

$$\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_s \ddot{\eta}(t) + \boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_s \eta(t) + \boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{K}_c \boldsymbol{\varphi}_s [\eta(t) - \eta_0(t)] = \mathbf{0}. \quad (5.6.5)$$

Per le proprietà di ortogonalità dei modi, rispetto alle matrici di massa e rigidezza della struttura non controllata, dall'Eq.5.6.5 si deduce che:

$$\text{se } j \neq s \quad \boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{K}_c \boldsymbol{\varphi}_s [\eta(t) - \eta_0(t)] = \mathbf{0}, \quad (5.6.6a)$$

$$\text{se } j = s \quad \mu_s \ddot{\eta}(t) + \mu_s \omega_s^2 \eta(t) + \boldsymbol{\varphi}_s^T \mathbf{K}_c \boldsymbol{\varphi}_s [\eta(t) - \eta_0(t)] = \mathbf{0}. \quad (5.6.6b)$$

Quindi, la soluzione è valida solo se i modi di vibrare della struttura non controllata sono ortogonali anche rispetto alla matrice di rigidezza dei controllori  $\mathbf{K}_c$ , cioè se risulta che

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K}_c \boldsymbol{\Phi} = \text{diag} [\omega_{i,c}^2 \mu_i]; \quad (5.6.7)$$

inoltre, l'unica coordinata modale non nulla è  $\eta_s(t)$ , soluzione dell'Eq. (differenziale) 5.6.6b.

Come è noto, la condizione di ortogonalità (Eq.5.6.7) si realizza se la  $\mathbf{K}_c$  è combinazione lineare di  $\mathbf{M}$  e  $\mathbf{K}$ , cioè se si verifica che

$$\mathbf{K}_c = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}. \quad (5.6.8)$$

Si può dimostrare che nel caso, ad esempio, di sistemi 'a catena' (in cui rientrano anche gli edifici a comportamento *shear-type*) in cui la matrice delle rigidezze dei dispositivi  $\mathbf{K}_c$  (come quella delle rigidezze strutturali  $\mathbf{K}$ ) è vincolata ad assumere una forma ben precisa, l'unico

modo di realizzare la condizione (5.6.8) è ponendo la  $\mathbf{K}_c$  proporzionale soltanto alla  $\mathbf{K}$ , per cui si deve porre  $\alpha=0$  e  $\beta=\lambda$ , quindi:

$$\mathbf{K}_c = \lambda \mathbf{K}. \quad (5.6.9)$$

Usando gli algoritmi presentati, si ottiene che tutti i dispositivi a rigidità variabile si disattivano, contemporaneamente, per  $\dot{\eta}_s = 0$ ; in quel caso l'unica coordinata modale non nulla è la  $\eta_s = \eta_{0,1}$ . Alla successiva, immediata, attivazione il sistema si presenta con le seguenti condizioni iniziali (ed ovviamente con le stesse equazioni del moto 5.6.2):

$$\dot{\mathbf{x}}(0) = \Phi \dot{\boldsymbol{\eta}}(0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{x}(0) = \Phi \boldsymbol{\eta}(0) = \boldsymbol{\varphi}_s(0) \eta_{0,1}. \quad (5.6.10a,b)$$

Queste condizioni iniziali sono ancora 'parallele' a  $\boldsymbol{\varphi}_s$  e quindi compatibili con la soluzione in Eq.5.6.4; perciò il modo si conserva anche dopo il processo di attivazione e disattivazione.

Si è quindi dimostrato che il sistema controllato conserva, in vibrazioni libere, le forme modali della struttura non controllata se, e solo se, la forma della distribuzione delle rigidità aggiuntive è la stessa delle rigidità della struttura da proteggere. Esistono però ulteriori condizioni da assicurare affinché questi modi risultino controllati o meno.

Per la 'famiglia' di algoritmi 'modali' SA-2 (§5.3) la condizione di disattivazione, per il dispositivo  $i^{\text{mo}}$ , è la seguente:

$$g_i(t) = \sum_{j=1}^{N_c} p_{ji}^u \dot{\eta}_j(t) = 0; \quad (5.6.11)$$

nel caso in cui il sistema vibri esclusivamente secondo il modo  $s^{\text{mo}}$  (vale l'Eq.5.6.4) le disattivazioni possono avvenire soltanto se questo modo è compreso negli  $N_c$  modi considerati nell'IP (Eq.5.3.2), in caso contrario il dispositivo rimane sempre collegato ed il modo  $s^{\text{mo}}$  non è controllato. Di conseguenza, se  $N_c=n$  (estensione 'diretta') tutti i modi sono sicuramente controllati; diversamente, se  $N_c=1$  risulta controllato solo il modo considerato nell'IP.

Per l'algoritmo semplificato SA-3, §5.4, la condizione di disattivazione, se l'unica coordinata modale non identicamente nulla è  $\eta_s$ , è la seguente:

$$\dot{x}_r(t) = \sum_{j=1}^n \varphi_{rj} \dot{\eta}_j(t) = \varphi_{rs} \dot{\eta}_s = 0, \quad (5.6.12)$$

questa condizione può realizzarsi per ogni  $s$ , quindi tutti i modi sono controllati a patto che risultino 'osservabili' nel gdl  $r$ , cioè se quest'ultimo non è un 'nodo' di una forma modale.

Dimostrata l'esistenza di modi di vibrare per la struttura soggetta al controllo, sotto quali condizioni questo avviene e come il controllo agisce su questi modi, è possibile estendere ai molti gdl alcune soluzioni analitiche trovate in vibrazioni libere per sistemi ad 1 gdl (§3.5.1).

A questo proposito, come esempio, si riportano in Fig.5.6.1 per  $\lambda=0.5$  ed 1, le vibrazioni libere del sistema a 5 gdl introdotto nel §5.1.2, da condizioni iniziali coincidenti con la prima forma modale della struttura non controllata:  $\varphi_1=[0.1699, 0.3260, 0.4557, 0.5485, 0.5969]^T$  ( $T_{0,1}=0.70s$ ). In questa figura si può verificare la conservazione della forma di vibrare, le analogie delle singole risposte con il corrispondente sistema ad 1 gdl (Fig.3.5.1.7a,b) e la validità delle Eq.3.5.13 per il periodo proprio e per l'abbattimento delle vibrazioni, infatti per  $\lambda=0.5$  si ottiene  $T_{c,1}=0.57s$  e  $(Y_{n+1}/Y_n) = 0.11$  e per  $\lambda=1$ :  $T_{c,1}=0.50s$  e  $(Y_{n+1}/Y_n) = 0$  (moto critico).

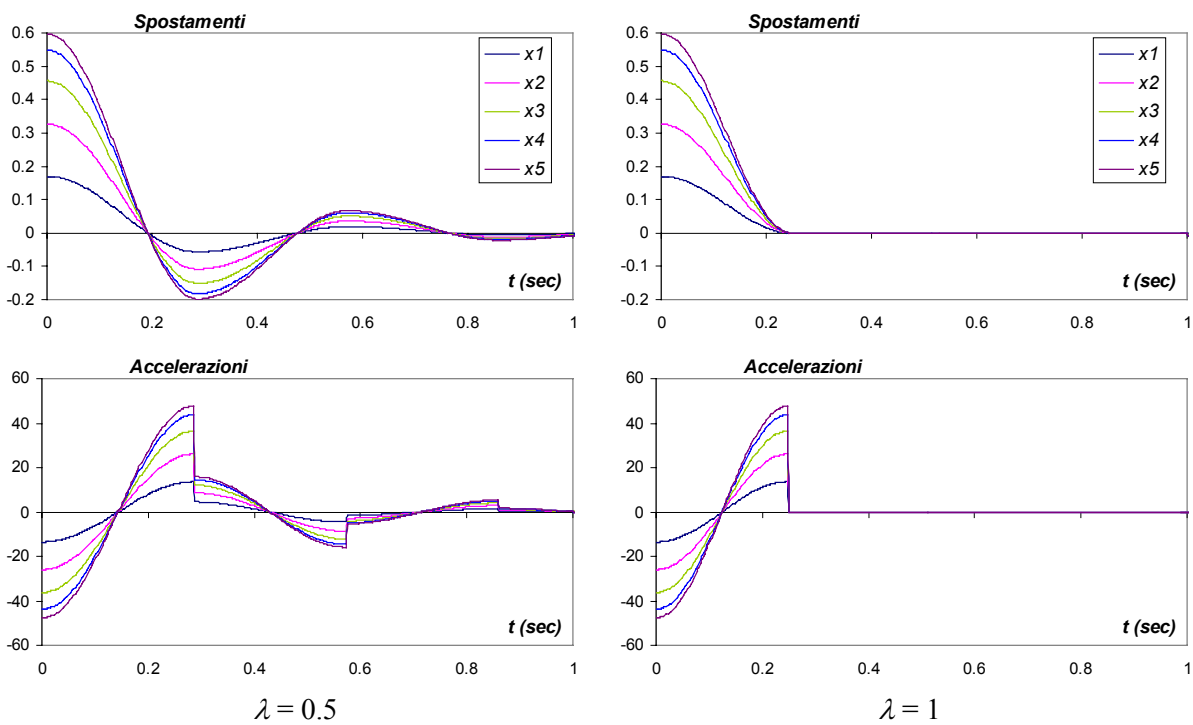


Fig.5.6.1 – Vibrazioni libere del sistema controllato, c.i.:  $\varphi_1=[0.1699, 0.3260, 0.4557, 0.5485, 0.5969]^T$ ,  $\lambda=0.5$  e 1. Algoritmo SA-1 o SA-2.

Inoltre, considerazioni analoghe a quelle riportate nel §3.5.2, riguardanti la risposta stazionaria ad eccitazione armonica, possono essere estese alle singole componenti modali della risposta. Ad esempio è lecito attendersi che, soprattutto se si coinvolgono nel controllo anche i modi di vibrare superiori, la risposta possa cadere nella zona di spettro (Fig.3.5.2.2) per cui si realizzano disattivazioni in corrispondenza di flessi invece che di massimi, ottenendo le anomalie di comportamento descritte per i sistemi ad 1 gdl (Fig.3.5.2.1a). Inoltre, si potrebbe valutare, in forma per lo meno qualitativa, la risposta ed eccitazioni qualsiasi estendendo il concetto di somma delle componenti modali col metodo dello spettro di risposta.



### 5.7 Eccitazione non stazionaria: accelerogramma 'El Centro'

Come nel precedente Cap.4, utilizzeremo i primi 10 s dell'eccitazione non stazionaria di *El Centro* (§4.4), per verificare le indicazioni già ottenute sulle prestazioni degli algoritmi di controllo. A tale proposito riportiamo, in Fig.5.7.1, i risultati ottenuti, in termini di valori massimi, applicando al sistema a 5 gdl (controllato mediante rigidzze aggiuntive pari a quelle strutturali,  $\lambda=1$ ) l'algoritmo ottenuto mediante l'estensione 'diretta' *SA-1* (approccio relativo AR ed assoluto AA), quella 'modale' *SA-2* (basata sul controllo del solo 1° modo,  $N_c=1, h=1$ ) e quella 'semplificata' *SA-3* (in cui si osserva lo spostamento del 5° piano,  $r=5$ ).

Si conferma, con questa eccitazione, quanto visto in precedenza; in particolare, si osservano i sensibili incrementi di accelerazione assoluta (causati dalle disattivazioni, non contemporanee, dei dispositivi) che si ottengono nel caso *SA-1*, inoltre risulta confermata la superiorità dell'approccio relativo rispetto a quello assoluto, specialmente in termini di spostamenti. Un buon controllo degli spostamenti, ma soprattutto delle accelerazioni, si ottiene, invece, con gli algoritmi che consentono la disattivazione contemporanea dei dispositivi (*SA-2* e *SA-3*). Questi ultimi conducono a risposte molto simili poiché, anche in questo caso, la parte predominante della risposta è costituita dalla prima forma modale. Le differenze fra questi due algoritmi emergeranno chiaramente nel successivo paragrafo.

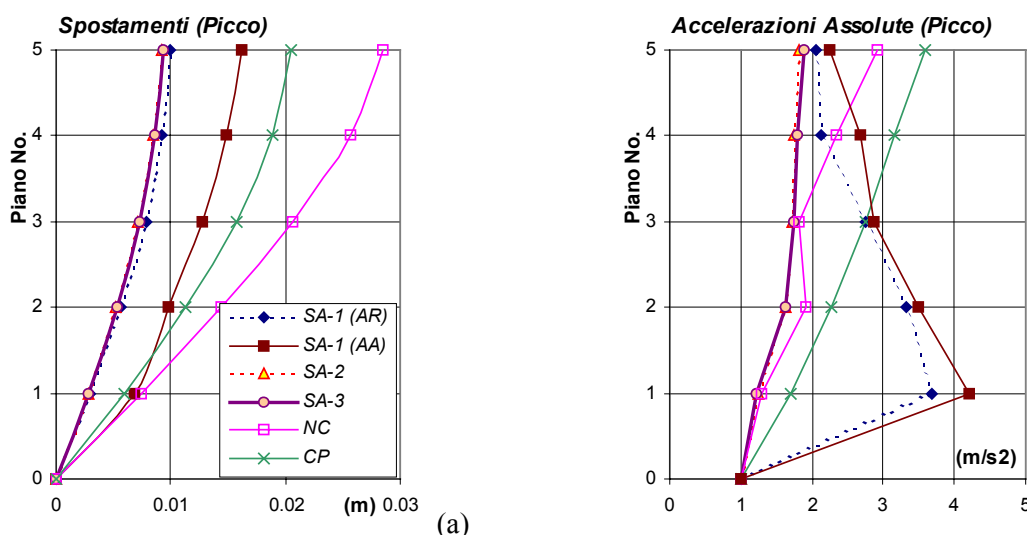


Fig.5.7.1 – Spostamenti ed accelerazioni massime, Formulazione Semplificata (*SA-3*,  $r=5$ ) e confronto con *SA-1* (AR ed AA) e *SA-2* ( $N_c=1, h=1$ ), *El Centro*.

## 5.8 Comportamento ‘in frequenza’

In questo paragrafo si investigherà sul comportamento ‘in frequenza’ degli algoritmi di controllo considerati. Per fare ciò si sottoporrà il modello a 5 gdl, finora utilizzato, ad una eccitazione armonica a variazione continua di frequenza (*Swept Frequency Cosine*) di ampiezza massima unitaria, investigando un campo di frequenze comprese 0 e 10 Hz, con velocità di variazione pari a 0.1 Hz/s. In questo modo è possibile eccitare significativamente, e separatamente l’uno dall’altro, tutti i modi della struttura e verificare, quindi, anche le prestazioni nel controllo dei modi superiori.

In questo paragrafo si prescinde, per non complicare inutilmente lo studio, dai problemi delle concentrazioni locali delle accelerazioni, che comunque esistono e che vanno tenuti ben presenti quando si parla dell’estensione ‘diretta’ (§5.2.2); per questo motivo, nei diagrammi che seguono, si osserva la risposta del 5° piano, dove questo problema è meno evidente. Quindi, in Fig.5.8.1, si riporta l’accelerazione assoluta del 5° piano del modello considerato, in funzione della frequenza istantanea dell’eccitazione, sia per il sistema non controllato (‘NC’) che per quello controllato con i tre algoritmi proposti, SA-1 (AR), SA-2 (controllo del solo 1° modo,  $N_c=1$   $h=1$ ) e SA-3 (osservazione del 5° piano,  $r=5$ ).

Si noti, innanzitutto, il buon comportamento dell’algoritmo basato sull’estensione ‘diretta’ (controllo *locale*) SA-1, su tutto l’intervallo di frequenze. Questo algoritmo realizza, infatti, un ottimo controllo sia del primo modo che di tutti quelli superiori (Fig.5.8.1b), senza mostrare significative zone di risonanza. Ciò avviene perché, come abbiamo dimostrato anche nel §5.6 per vibrazioni libere, l’algoritmo è capace di controllare tutti i modi della struttura.

Diverso è il discorso per il controllo ‘modale’ SA-2 (Fig.5.8.1c), basato solo sul primo modo, poiché le prestazioni sono confrontabili con quelle dell’algoritmo precedente solo per quanto riguarda, appunto, il primo modo (quello per cui è stato progettato e quindi compreso nell’IP minimizzato); sono infatti evidenti le risonanze in corrispondenza dei modi successivi (soprattutto il secondo, per  $f \approx 5$ Hz). Ciò mostra chiaramente il preannunciato limite di questo algoritmo di controllo, che non è in grado di controllare efficacemente i modi non compresi nell’IP, come si è anche dimostrato per vibrazioni libere nel §5.6 .

Infine, come ci si attendeva, particolarmente interessante appare l’algoritmo ‘semplificato’ SA-3 (Fig.5.8.1d). In questo caso, infatti, rispetto al SA-2 si osserva una maggiore efficienza anche in corrispondenza dei modi superiori al primo. Questo accade perché l’algoritmo è in grado di controllare qualsiasi situazione in cui domina una forma di vibrazione nella risposta, senza doverla definire a priori; a tale riguardo si ricorda che, ancora nel precedente §5.6, si è

dimostrato che l’algoritmo controlla qualsiasi modo in vibrazioni libere, purché osservabile dal gdl prescelto. Tale caratteristica rende l’algoritmo semplificato *SA-3* molto attraente, soprattutto perché, pur non realizzando un controllo dei modi superiori migliore dell’estensione ‘diretta’ (controllo basato su *tutti* i modi di vibrare: controllo ‘locale’ *SA-1*), non presenta i picchi in accelerazione dovuti alle disattivazioni non simultanee, evidenziati, per quest’ultimo algoritmo, nei paragrafi precedenti (§5.2.2 e 5.7).

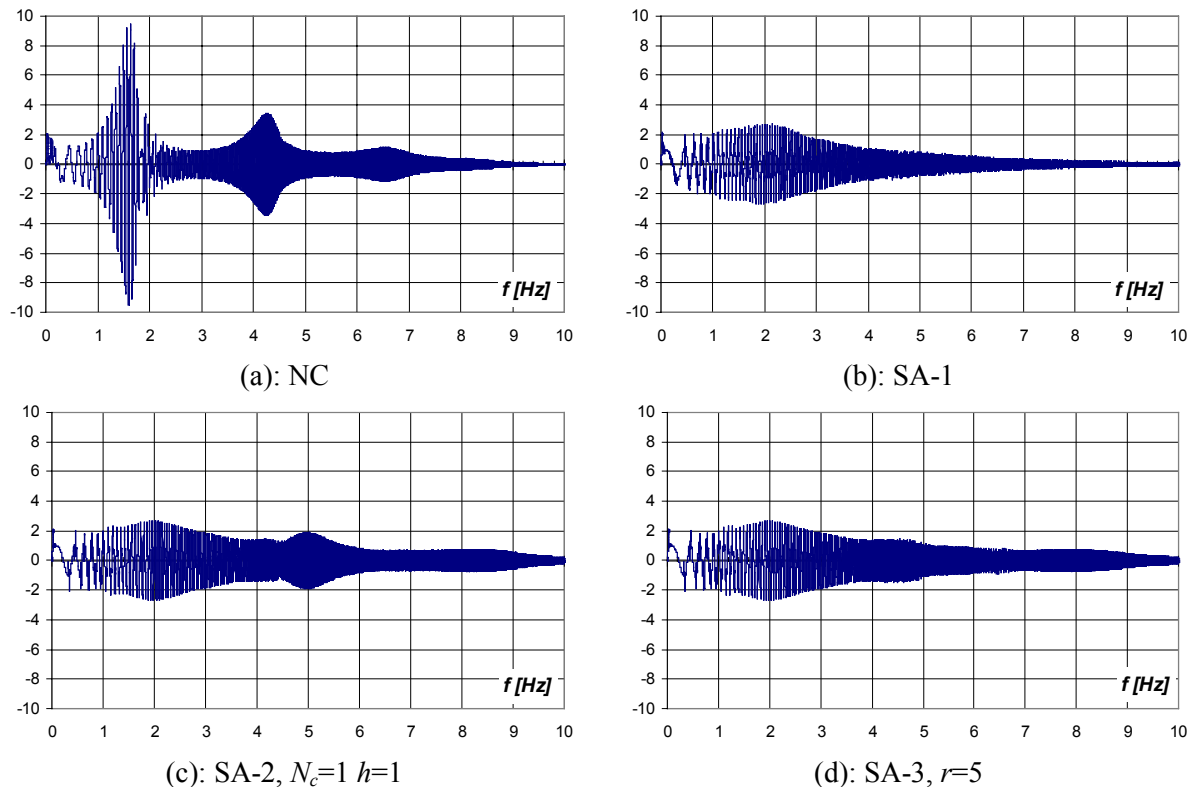


Fig.5.8.1 - Risposta ad eccitazione armonica a frequenza variabile: accelerazioni assolute del 5° piano. (a) NC; (b) SA-1 AR; (c) SA-2,  $N_c=1$   $h=1$ ; (d) SA-3,  $r=5$ .

## 5.9 Conclusioni

In questo capitolo si sono introdotte, e studiate, diverse metodologie per l’estensione ai sistemi a molti gdl degli algoritmi di controllo SA di tipo ON-OFF, precedentemente studiati ed ottimizzati (Cap.3) nel caso di sistemi ad un gdl. In particolare sono state presentate tre diverse formulazioni di algoritmi, che si differenziano nella scrittura dell’IP da minimizzare.

Nella prima (estensione ‘diretta’ degli algoritmi precedentemente proposti nel Cap.3, §5.2) si minimizza l’intera energia recuperabile del sistema da proteggere e si ottiene il controllo ‘locale’ dei singoli elementi. Questo controllo *locale*, pur attraente dal punto di vista dell’affidabilità e semplicità di implementazione del sistema di controllo, consente la non contemporanea disattivazione degli elementi di controllo agenti sulla stessa massa e, quindi,

forti picchi in termini di accelerazioni assolute, causati dalle discontinuità delle forze di inerzia prodotte dalle disattivazioni *istantanee* dei dispositivi.

Nel secondo algoritmo (estensione ‘modale’, §5.3) si considera, nell’IP, soltanto l’energia associata ad alcuni modi di vibrare e si dimostra che l’algoritmo precedente è un caso particolare di questo ‘modale’, ottenuto se nell’IP si considerano tutti i modi di vibrare (§5.3.1). Particolarmente interessante è il caso in cui si considera nell’IP un solo modo di vibrare (§5.3.2), poiché così si ottiene la disattivazione contemporanea dei dispositivi agenti sulla stessa massa, per cui si ha una compensazione delle discontinuità nelle forze di inerzia e quindi il buon controllo delle accelerazioni assolute massime, risolvendo, in tal modo, i problemi mostrati dall’estensione ‘diretta’. Questo algoritmo, però, richiede l’identificazione del sistema da proteggere e la misura delle risposte di tutti i gdl, inoltre non è capace di controllare i modi non inclusi nell’IP; per questo motivo si è proposto un terzo algoritmo di più semplice implementazione e capace di controllare meglio anche gli altri modi, pur mantenendo la caratteristica delle disattivazioni contemporanee.

Quest’ultimo algoritmo, detto ‘semplificato’ (§5.4), è decisamente interessante poiché risolve i problemi mostrati dai primi due. Infatti, garantendo il cambio di stato contemporaneo per tutti i dispositivi, non evidenzia i picchi di accelerazione del primo algoritmo, semplifica in modo sostanziale l’implementazione del secondo e, a differenza di quest’ultimo, controlla efficacemente tutte le situazioni in cui la risposta è dominata da una forma modale, come accade per strutture regolari soggette ad eccitazioni a largo spettro ed in tutte le situazioni, per definizione pericolose, di risonanza. E’ fondamentale notare che tale forma non deve essere determinata a priori, da questo fatto discende il buon comportamento in frequenza.

Le caratteristiche peculiari delle prestazioni dei diversi algoritmi sono state evidenziate sottoponendo un modello strutturale a 5 gdl, controllato con dispositivi a rigidità variabile, a diverse eccitazioni alla base, costituite da un campione di rumore bianco (§5.2.2, 5.3.3 e 5.4.1), un’eccitazione sismica (*El Centro*, §5.7) ed, infine, una eccitazione armonica a frequenza variabile capace di eccitare significativamente tutti i modi della struttura (§5.8). Inoltre, si è discussa la stabilità degli algoritmi (§5.5) e le condizioni per cui, con controllori a rigidità variabile, si può estendere il concetto di modi di vibrare (§5.6).

Sviluppi successivi dovranno riguardare il comportamento degli algoritmi, specialmente di quello ‘semplificato’ SA-3, in situazioni di significativo accoppiamento modale. Inoltre, dovranno verificare l’efficacia del controllo ‘continuo’ dei parametri meccanici degli elementi, già studiato per sistemi ad 1 gdl (Cap.4), nel rendere gradualmente le disattivazioni dei dispositivi e, quindi, nel limitare le brusche discontinuità di forza di inerzia.

## **BIBLIOGRAFIA del Capitolo 5**

- Brown A.S., Ankireddi S. & Yang H.T.Y., 1999. Actuator and sensor placement for multiobjective control of structures. *Jour. of Structural Engineering ASCE*, Vol. 125 (7), pp.757-765.
- Inaudi J.A. & Kelly J.M., 1995. Non linear homogeneous dynamical systems. *Rep. N. UCB/EERC-93/11*, Oct. 1995, Earthquake Engineering Research Cntr., Univ. of California at Berkeley, USA.
- Kamagata S. & Kobori T., 1994. Autonomous adaptive control of active variable stiffness systems (AVS) for seismic ground motion. *Proc. of 1 World Conf. on Structural Control 1WCSC*, Los Angeles (USA), Aug. 1994, vol.2, p. TA4/33-42.
- Kobori T., Takahashi M., Nasu T. & Niwa N., 1993. Seismic response controlled structure with active variable stiffness systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.22, 1993, p.925-941.
- Meirovitch L., 1990. *Dynamics and Control of Structures*. John Wiley & Sons, New York (USA), 1990.
- Nemir D.C., Lin Y. & Osegueda R.A., 1994. Semiactive motion control using variable stiffness. *Jour. of Structural Engineering ASCE*, vol. 120 n.4, April 1994, p.1291-1306.
- Renzi E., De Angelis M. & Ciampi V., 2001b. Un algoritmo per il controllo semi attivo di sistemi a molti gradi di libertà. *XV Congr. AIMETA di Meccanica Teorica e Applicata*, Taormina (Italia), 26-29 sett. 2001. CD-ROM, Paper n. SP\_ST\_47. (In Italiano).
- Singh M.P., Matheu E.E. & Suarez L.E., 1997. Active and semi-active control of structures under seismic excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 26, 1997, p. 193-213.
- Soong T.T., 1990. *Active Structural Control: Theory and Practice*. Longman Scientific and Tech., Essex (Engl).
- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1995. Development and experimental study on semi-active fluid damping devices for seismic protection of structures. *Tech. Rep. NCEER-95-0011*, SUNY at Buffalo, Aug. 3, 1995.
- Symans M.D. & Constantinou M.C., 1997. Seismic Testing of a building structure with semi-active fluid damper control system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.26 n.7, July 1997, p. 759-777.
- Yang J.N., Wu J.C. & Li Z., 1996. Control of seismic-excited building using active variable stiffness systems. *Engineering Structures*, vol.18 n.8, 1996, p.589-596.



## CAPITOLO 6

# CONTROLLO DI EDIFICI INTELAIATI MONOPIANO MEDIANTE CONTROVENTI SEMI ATTIVI

---

*In questo capitolo si studia l'applicazione di controventi SA (viscoelastici ed elastoplastici) al controllo della risposta sismica di edifici intelaiati ad un piano. Definito il problema ed un criterio di progetto, su base energetica, si studia inizialmente il controllo passivo ottimale che si utilizzerà, quindi, come termine di paragone per il controllo SA, sia ON-OFF che 'continuo'.*

---

### 6.1 Presentazione

Nei precedenti capitoli (da 3 a 5) si è illustrato, sotto l'aspetto teorico e del comportamento dinamico del sistema controllato, un possibile approccio al controllo SA delle vibrazioni strutturali. Col presente capitolo, invece, si comincia la seconda parte della tesi, riguardante le *applicazioni* delle metodologie di controllo finora proposte. Tali applicazioni si rivolgeranno ad una situazione strutturale molto significativa, che utilizza controventi SA per il controllo della risposta sismica di edifici intelaiati. In particolare, in questa prima fase, si affronterà il problema mediante un modello semplificato ad un solo piano, mentre nel prossimo capitolo si estenderà lo studio considerando anche edifici multipiano.

Come si è osservato nel precedente Cap.2, l'applicazione delle tecnologie di tipo SA al controllo degli edifici si può realizzare mediante l'uso di controventi SA, costituiti da tradizionali elementi elastici collegati alla struttura da proteggere per mezzo di dispositivi a parametri controllabili, ciò infatti avviene nella gran parte degli studi presenti in letteratura. Sempre nel Cap.2 si è osservato che la gran parte delle applicazioni del controllo SA agli edifici, di piccole o medie dimensioni, sono caratterizzate dall'esigenza di mitigarne efficacemente soprattutto la risposta ad eccitazioni di tipo sismico.

Detto questo appare chiaro il motivo per cui si è esaminato, quale esempio di applicazione delle metodologie presentate, proprio il controllo della risposta sismica degli edifici intelaiati. Inoltre, nei precedenti capitoli si è parlato soprattutto della progettazione dell'algoritmo di controllo (*Software* del controllo, secondo la terminologia introdotta nel Cap.1) e del comportamento dinamico del sistema; in queste applicazioni si evidenzierà anche l'ottimizzazione dei dispositivi che devono realizzare il controllo (*Hardware*), chiudendo in tal modo il ciclo completo della progettazione (§1.2).

Quindi, presentato il modello utilizzato per gli edifici intelaiati ad un piano, se ne studierà il controllo ottimizzato mediante controventi SA, utilizzando collegamenti sia a viscosità variabile (controventi Visco-Elastici: VE) che a soglia di scorrimento variabile (Elasto-Plastici: EP). Nella valutazione delle prestazioni, ovviamente, il principale termine di paragone è costituito dai corrispondenti controventi dissipativi passivi di tipo EP (Ciampi *et al.*, 1995) e VE (Paolacci *et al.*, 1998), opportunamente ottimizzati.

## 6.2 Definizione del modello e del problema progettuale

Il modello strutturale adottato (Fig.6.2.1) è costituito da due oscillatori elementari ad un gdl, indefinitamente elastici, collegati da un solo elemento di interazione, controllabile e privo di massa. Il primo oscillatore rappresenta il telaio e l'altro il controvento; lo stesso modello è stato già usato per telai controventati in (De Angelis *et al.*, 1999) (Ciampi *et al.*, 2000) ed in (Ciampi *et al.*, 1999) anche per il controllo passivo e semi attivo di strutture adiacenti. In molti casi di interesse pratico, si possono trascurare la massa e lo smorzamento del controvento rispetto a quelli del telaio; con tale ipotesi di lavoro ( $m_2 \ll m_1$ ) il problema risulta decisamente semplificato, in quanto si riduce ad un solo gdl dinamico.

Si assume che il telaio (di massa  $m$ , rigidezza  $k=m\omega_0^2 = m4\pi^2/T_0^2$  e smorzamento strutturale  $c = 2m\omega_0\xi_0$ ) sia collegato al controvento elastico (di rigidezza  $k_2=k_c=\lambda k$ ) per mezzo di uno dei seguenti possibili collegamenti a parametri variabili (Fig.6.2.2):

1. Elemento viscoso lineare, con smorzamento pari a  $c_u(t) = 2m\omega_0\xi(t) = c_{cr} \xi(t)$ ;
2. Elemento rigido-plastico, con soglia di scorrimento pari a  $f_y(t) = \eta(t) m\ddot{y}_{G,max}$ , dove  $\ddot{y}_{G,max}$  rappresenta il massimo valore dell'accelerazione del suolo (PGA).

Nella definizione degli elementi di collegamento si siano introdotti i parametri normalizzati  $\xi$  ed  $\eta$  che li definiscono. Mediante il primo tipo di collegamento si realizza il controvento viscoelastico (VE), mentre con il secondo quello elastoplastico (EP); infine, i



controventi elastici (non dissipativi) si possono ottenere come caso limite, al crescere del parametro normalizzato,  $\xi$  o  $\eta$ , del collegamento (che in così tende al comportamento rigido).

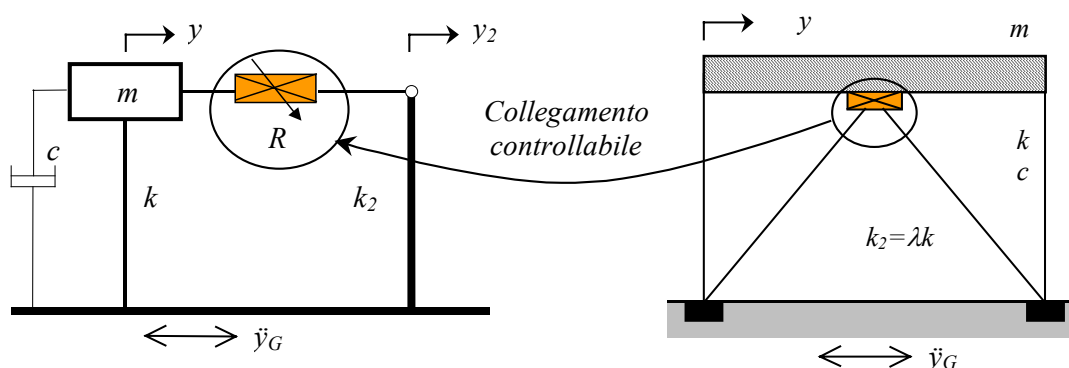


Fig. 6.2.1 - Il modello adottato per il sistema telaio-controvento.

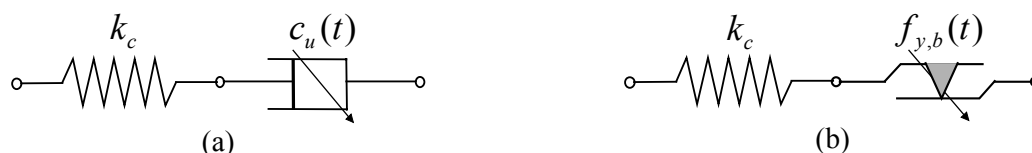


Fig.6.2.2 – Controvento (a) viscoelastico VE e (b) elastoplastico EP.

E' importante notare che, in corrispondenza dell'eventuale disattivazione del collegamento controllabile, il controvento (di massa nulla) ritorna *istantaneamente* alla sua posizione di riposo, disperdendo tutta l'energia elastica fino a quel punto immagazzinata. Come visto nei precedenti capitoli, ed in particolare nel 3, tale proprietà è utilmente sfruttata dagli algoritmi di controllo finora studiati. Nella realtà questo processo di *scarico* del controvento avviene in un tempo *breve* ma finito, legato al periodo proprio del controvento stesso ed alle caratteristiche proprie di smorzamento.

Seguendo lo schema del problema di progettazione, presentato nel §1.2, in questo caso i *Parametri del Modello* (PM), che costituiscono i dati di partenza del problema, sono costituiti dal periodo proprio del telaio non controllato  $T_o$ , che si assume variabile fra 0.1 e 3 secondi, e dal suo smorzamento proprio  $\xi_o$ , che si assume *convenzionalmente* pari al 5%.

Le *Variabili di Progetto* (VP) che definiscono, quali incognite del problema, il sistema di controllo sono la rigidità relativa del controvento  $\lambda$  ed il parametro,  $\xi$  o  $\eta$ , del collegamento.

L'*Input* (IN) sismico utilizzato è costituito da un set di 5 accelerogrammi artificialmente generati, della durata di 20 secondi ciascuno e valore di picco unitario, compatibili con lo spettro elastico proposto dall'EC8 per il suolo di tipo C, (CEN, 1994). Tutti i risultati riportati, sono calcolati come valore medio delle grandezze ottenute su questo insieme di 5 accelerogrammi, con ovvia eccezione per le storie temporali, che fanno riferimento ad un solo input. In particolare, come verifica delle indicazioni ottenute con i detti accelerogrammi, per

le storie temporali si sono anche utilizzati i primi 10s della registrazione naturale di *El Centro*, già presentata nel Cap.4.

Nell'ottica di una protezione multiobiettivo, si considerano come *Grandezze di Risposta* (GR) significative i valori massimi ottenuti, lungo l'intera storia temporale, per lo spostamento  $y$  e l'accelerazione assoluta  $\ddot{y}_a$  del telaio. Per le stesse grandezze si considerano anche i valori medi (RMS) lungo la storia temporale. Si ricorda che lo spostamento indica il livello di sollecitazione nelle strutture del telaio, mentre l'accelerazione assoluta, oltre ad essere un indice di *comfort*, rappresenta la forza totale in fondazione. Si useranno gli stessi criteri di valutazione della risposta definiti nel Cap.4 (§4.4) ed, in particolare, i valori massimi e medi, normalizzati rispetto alla corrispondente situazione non controllata, degli spostamenti ( $Y$  ed  $Y_{RMS}$ ) e delle accelerazioni assolute ( $A$  ed  $A_{RMS}$ ). Come indice di confronto globale, che tenga conto contemporaneamente delle due grandezze di risposta, si utilizza anche l'indice  $G$ , riferito ai valori massimi o a quelli 'in norma' ( $G_{RMS}$ ), definito come valore medio fra  $Y$  ed  $A$ . Tale indice è stato scelto, e sistematicamente utilizzato nei confronti, perché un minore valore di  $G$  rappresenta una migliore prestazione *globale* del sistema di controllo.

La minimizzazione di  $G$  rappresenta, quindi, l'*obiettivo* (OB) principale del controllo ed i *criteri di progetto* utilizzati per conseguirlo saranno illustrati immediatamente di seguito, parlando delle metodologie di ottimizzazione del controllo passivo.

### 6.3 Controllo passivo ottimizzato

#### 6.3.1 Criterio di progetto: definizione di un indice energetico (EDI)

Le metodologie di progetto più tradizionali selezionano gli indici da massimizzare (o minimizzare) tra le grandezze di risposta strutturali di tipo cinematico e/o statico. In questi casi si ricerca, ad esempio, la riduzione dello spostamento massimo in punti significativi della struttura, ovvero quella delle sollecitazioni massime in punti critici dalla stessa. Appare evidente che, se si vuole tenere conto di più di una grandezza di risposta significativa per volta, tale problema progettuale ricade in un caso complesso di *ottimizzazione multiobiettivo*. E' però possibile un approccio più moderno, basato sull'uso di grandezze energetiche, che consente, allo stesso tempo, il controllo globale di diverse grandezze di risposta mediante una più semplice ottimizzazione *scalare*, (De Angelis, 1996) e (Ciampi & De Angelis, 1996). E' per questo motivo che utilizzeremo un criterio di progetto su base energetica, proposto nel caso di controllo passivo, (Addessi *et al.*, 1997) (Paolacci *et al.*, 1998), ma estendibile a qualsiasi tipo di risposta oscillatoria di un sistema controllato e che, in particolare, si è già

dimostrato efficace anche nel caso di controllo SA, (Ciampi *et al.*, 1999 e 2000). Tale indice, detto *EDI* (*Energy Dissipation Index*), rappresenta una misura della quantità di energia dissipata dal sistema di controllo ( $E_U$ ), rispetto a quella in ingresso alla struttura ( $E_I$ ); questa scelta viene giustificata intuitivamente dalle seguenti osservazioni:

- i) massimizzare l'energia dissipata nei dispositivi riduce, in generale, l'energia disponibile per il danneggiamento strutturale;
- ii) quando si modificano le caratteristiche dinamiche del sistema, cambiano sia i valori dell'energia dissipata che di quella entrante, cioè di input.

Appare quindi ragionevole introdurre nella definizione dell'indice tutte e due queste grandezze. Si notino le analogie con quanto detto riguardo l'interpretazione energetica dell'IP proposto per il Controllo Ottimo Istantaneo generalizzato (§4.7.1).

Inoltre l'indice è stato definito tenendo conto delle seguenti esigenze:

- è necessaria una sua valutazione globale su tutto l'arco temporale della risposta, che però allo stesso tempo, riesca a rendere conto di eventuali anomalie locali;
- l'indice deve assumere significato anche per eccitazioni di tipo periodico e durata indefinita, cogliendo la ripetitività della risposta, una volta raggiunto il regime stazionario.

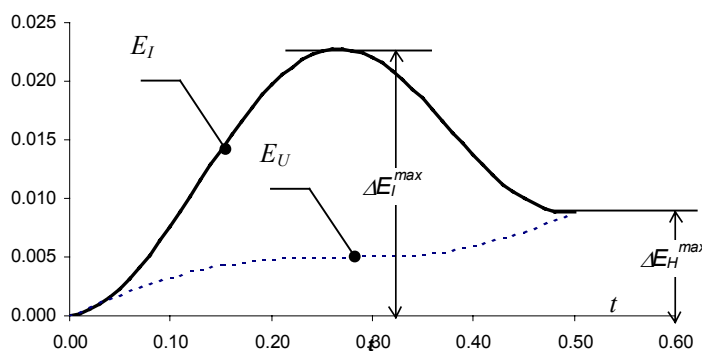


Fig. 6.3.1 - Andamento esemplificativo delle energie per la definizione di EDI.

Per questi motivi, si introduce la seguente *formulazione locale* dell'indice, con riferimento ad un andamento esemplificativo delle energie (quale quello mostrato in Fig.6.3.1):

$$EDI_i^{(loc)} = \Delta E_{U,i}^{\max} / \Delta E_{I,i}^{\max} \quad (6.3.1)$$

dove  $\Delta E_{U,i}^{\max}$  rappresenta l'incremento massimo di energia dissipata dal dispositivo di controllo, nella  $i^{\text{ma}}$  finestra temporale considerata, e  $\Delta E_{I,i}^{\max}$  l'incremento massimo di energia di input valutata nella medesima finestra. La finestra temporale è individuata dall'intervallo di tempo compreso fra due minimi consecutivi dell'energia di input. Per ciascuna storia, quindi, si otterrà una sequenza di indici, valutati in corrispondenza di ciascuna finestra temporale, la

cui ampiezza è legata all'andamento dell'energia di input. Se la risposta è sufficientemente regolare, in particolare stazionaria, non emergeranno particolari differenze fra i valori locali dell'indice. Infine, allo scopo di ottenere una informazione globale, si calcola *EDI* su un intervallo di tempo che tiene conto di un certo numero di finestre, al limite un tempo corrispondente all'intera durata delle vibrazioni. Per fare ciò si possono utilizzare delle medie ponderate dei valori locali dell'indice ( $n$  = numero di finestre considerate,  $p_i$  = pesi):

$$EDI = \left[ \sum_{i=1}^n \left( \Delta E_U^{\max} / \Delta E_I^{\max} \right)_i p_i \right] / \sum_{i=1}^n p_i \quad (6.3.2)$$

Tra le possibili definizioni di questa media, particolarmente idonea sembra essere quella che pesa l'indice locale con il corrispondente incremento di energia di input; in tale modo risultano poco importanti, nella sommatoria, tutte quelle finestre in cui l'incremento di energia di input è piccolo. Con questa scelta si ottiene la seguente semplice espressione:

$$EDI = \sum_{i=1}^n (\Delta E_U^{\max})_i / \sum_{i=1}^n (\Delta E_I^{\max})_i \quad (6.3.3)$$

Sono numerose ed interessanti le proprietà dell'indice così definito:

- l'osservazione della variazione temporale di *EDI* evidenzia caratteristiche di regolarità e di rapido raggiungimento di un valore stabile nel tempo;
- l'indice presenta, in genere, massimi ben definiti nello spazio delle variabili di progetto, (si vedano ad esempio le seguenti Fig.6.3.2);
- la selezione delle Variabili di Progetto effettuata con l'indice *EDI* mostra interessanti proprietà di indipendenza dall'input e dallo smorzamento strutturale (De Angelis, 1996);
- si osserva sistematicamente che massimizzare l'indice scalare *EDI* equivale a risolvere un problema di ottimizzazione multiobiettivo, (De Angelis, 1996) (Ciampi & De Angelis, 1996) e (Ciampi *et al.*, 1999).

Nel seguito, le grandezze energetiche saranno calcolate solo secondo l'approccio relativo.

### 6.3.2 Determinazione delle Variabili di Progetto ottimali

Come accennato in precedenza, il problema progettuale consiste sostanzialmente nella determinazione dei valori ottimali di  $\lambda$  e  $\xi$  od  $\eta$ . Tale problema si risolve effettuando una serie di analisi parametriche, al variare di tali grandezze (Variabili di Progetto VP), in modo da determinarne il valore ottimale.

A tale riguardo si osservi l'esempio riportato in Fig.6.3.2, in cui (fissato  $\lambda$ ) si mostra l'andamento delle grandezze di risposta (di picco) al variare del parametro del collegamento,

per controvento VE (Fig.6.3.2a) ed EP (Fig.6.3.2b). Al crescere di  $\xi$  o  $\eta$ , lo spostamento del telaio si riduce continuamente, mentre l'accelerazione, e quindi  $G$ , assume un minimo. Il massimo dell'indice  $EDI$  coincide con il minimo dell'indice di risposta 'globale'  $G$  e quindi seleziona il valore del parametro che, per il dato  $\lambda$ , realizza la migliore riduzione 'globale' della risposta, tenendo conto contemporaneamente di spostamenti ed accelerazioni.

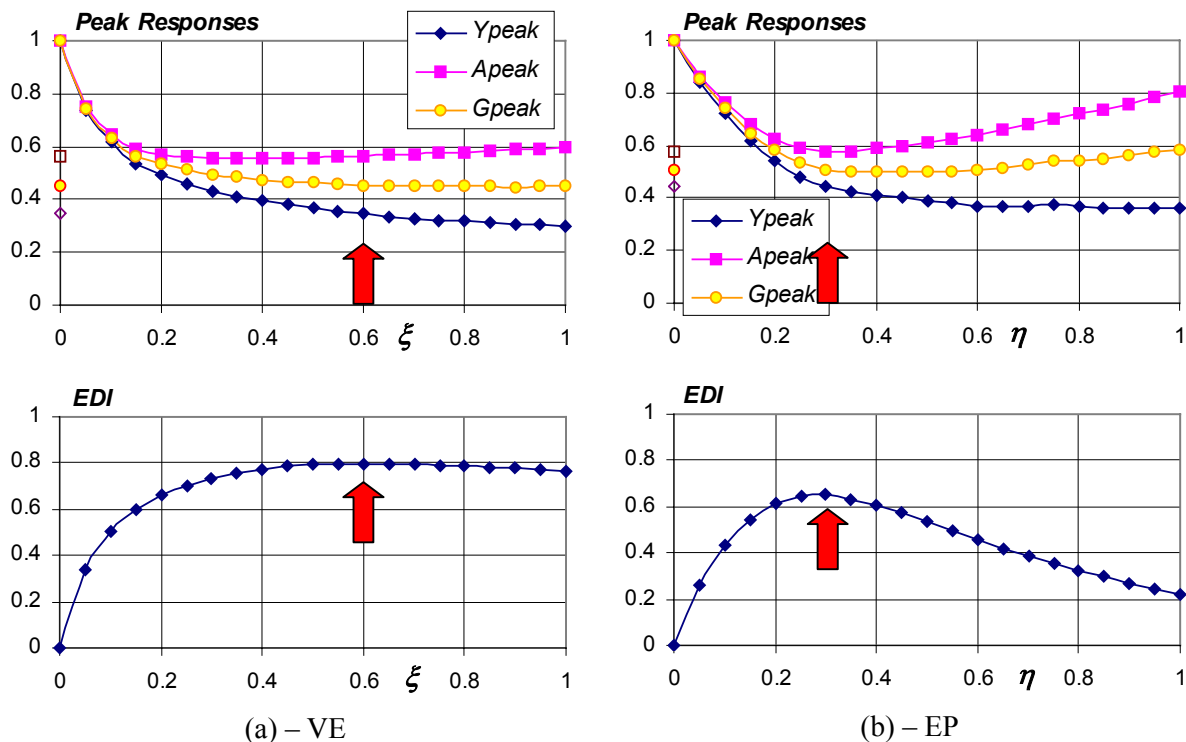


Fig. 6.3.2 – Andamento delle grandezze di risposta (di picco) e di EDI al variare del parametro del collegamento ( $\xi$  o  $\eta$ ); EC8C,  $\lambda=2$ ,  $T_0=0.5s$ ,  $\xi_0=0.05$ . (a) VE; (b) EP.

Ripetendo la stessa operazione al variare della rigidità del controvento si ottengono, per ogni  $\lambda$ , i parametri ottimali dei collegamenti e le corrispondenti risposte.

Graficando tali grandezze (Fig.6.3.3) si nota come, in generale, la risposta migliori sempre al crescere di  $\lambda$ , infatti l'indice  $EDI$  cresce continuamente; anche il valore del parametro ottimale del collegamento cresce al crescere di  $\lambda$ , con un caratteristico andamento parabolico.

Anche se aumentare la rigidità risulta sempre favorevole nei confronti della risposta, si consideri, comunque, che la velocità di riduzione delle risposte stesse si riduce notevolmente al crescere di  $\lambda$ . I miglioramenti che si ottengono aumentando  $\lambda$ , infatti, diventando trascurabili già per valori maggiori di 2. Considerazioni aggiuntive di carattere pratico ed economico, d'altro canto, ci portano a concludere che non conviene adottare valori di  $\lambda$  troppo elevati, sia perché oltre un certo valore i miglioramenti delle prestazioni si ottengono ad un costo unitario (rappresentato dalla rigidità del controvento e dal parametro meccanico

del dispositivo) sempre più elevato, sia poiché valori elevati della rigidità relativa del controvento, rispetto a quella dell'edificio, appaiono difficilmente realizzabili. Sulla base di quanto detto, quindi, si assume di fissare un valore di  $\lambda$  'ottimale' pari a 2<sup>[1]</sup>.

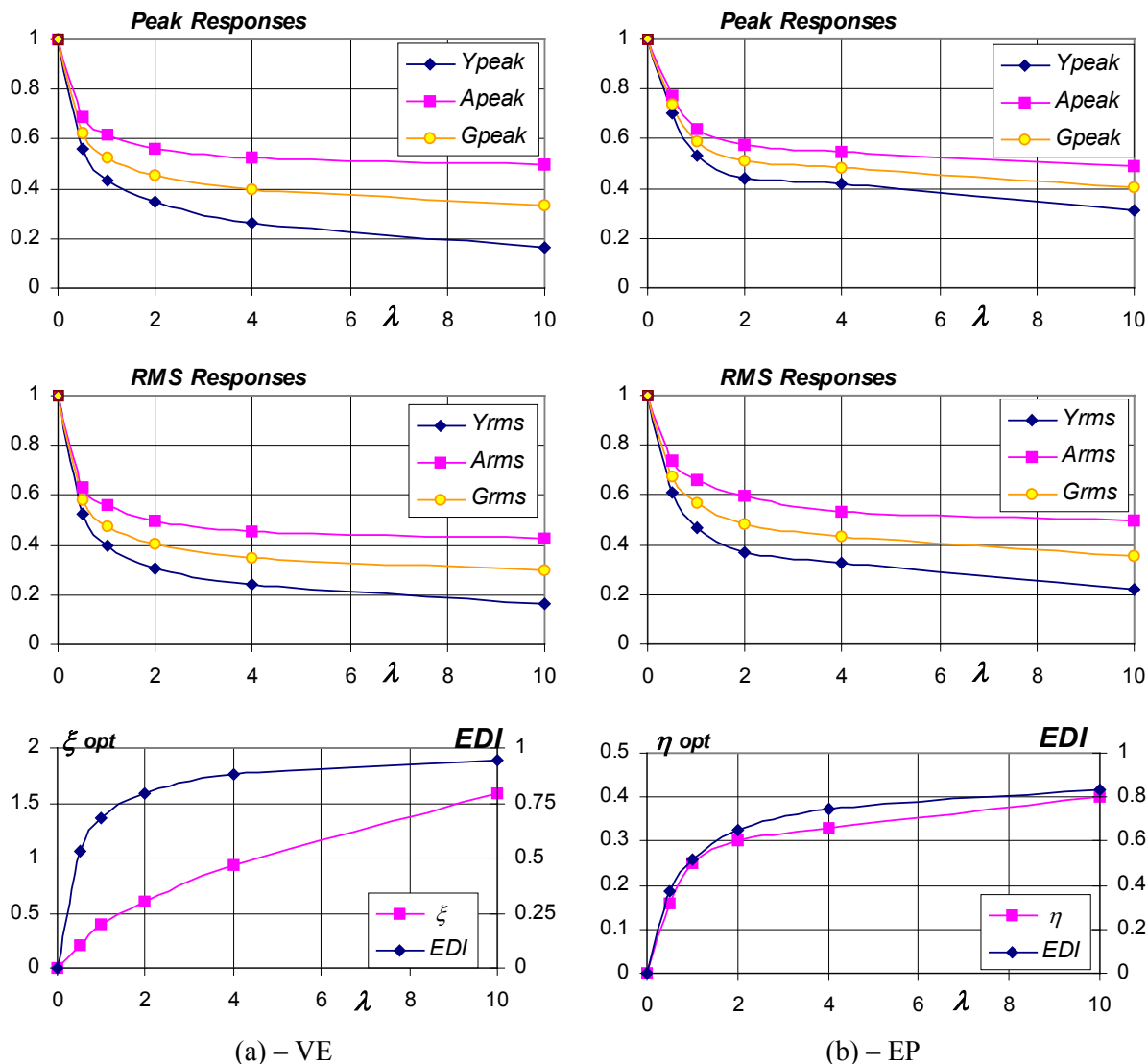


Fig. 6.3.3 - Andamento delle grandezze di risposta, del parametro ottimale e di EDI al variare della rigidità del controvento  $\lambda$ ; EC8C,  $T_0=0.5s$ ,  $\xi_0=0.05$ . (a) VE; (b) EP.

[1] Per valutare tecnicamente il significato di tale posizione (e la sua realizzabilità) applichiamo un controvento 'a K' in acciaio ad un campo tipico di telaio in c.a., di lunghezza  $B=6m$  ed altezza  $H=3m$ ; si assume che il telaio abbia il trasverso rigido e le dimensioni dei pilastri siano  $b=h=0.40m$ . E' facile verificare che la singola asta del controvento elastico (inclinata a  $45^\circ$ ), per realizzare una rigidità rispetto a forze orizzontali pari a  $\lambda$  volte quella del telaio, deve avere la seguente sezione (nell'ipotesi che si consideri inefficace quella compressa):

$$A_a = \sqrt{2\lambda} (Bbh^3 E_c / H^3 E_a),$$

ove  $E_c$  è il modulo elastico del calcestruzzo ( $E_c=30000$  MPa) ed  $E_a$  è quello dell'acciaio ( $E_a=210000$  MPa). Quindi, per l'esempio proposto, per realizzare  $\lambda=2$  è sufficiente un tubolare commerciale  $\varnothing=193.7mm$  e spessore  $s=4.5mm$  ( $A_a=26.4cm^2$ ). Tale intervento appare pienamente realizzabile.

Ragionamenti del tutto analoghi sono stati già effettuati in altri lavori, sia riguardanti i controventi EP (Ciampi *et al.*, 1995) che VE (Paolacci *et al.*, 1998); inoltre, alle stesse conclusioni si può giungere considerando anche i dispositivi di collegamento SA.

Prima di passare agli spettri di progetto ottimali, pare opportuno soffermarsi sul valore adottato per  $\lambda$  ottimale, che è leggermente diverso da quanto visto nei Cap.3 e 4, in cui si poneva  $\lambda=1$ . Le maggiori differenze con il caso ora affrontato sono due. La prima riguarda la considerazione di uno smorzamento strutturale non trascurabile (pari al 5%), infatti per  $\xi_o=0$  aumenta l'efficacia del controllo (rispetto al caso non controventato) e la risposta ha un 'gomito' molto più pronunciato per valori di  $\lambda \approx 1$  (si osservi, ad esempio, la Fig.4.5.8). L'altra differenza è data dal dispositivo, che ora presenta un collegamento dissipativo in serie con la parte elastica, che modifica in sostanzialmente la dinamica del sistema.

Infine, applicando la procedura di progettazione per diversi valori del periodo proprio della struttura non controllata, si ottengono i risultati riportati (per  $T_o = 0.5, 1$  e  $2s$ ) nella Tab.6.3.1, in cui si confronta anche l'ottimizzazione effettuata massimizzando *EDI* e minimizzando direttamente anche *G* (di picco).

<i>Picco</i>		$T_o = 0.5\ s$				$T_o = 1.0\ s$				$T_o = 2.0\ s$			
	<b>Crit.</b>	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$
<b>EP</b> ( $\eta_u$ )	<i>EDI</i>	<b>0.30</b>	0.44	0.58	0.51	<b>0.28</b>	0.47	0.62	0.55	<b>0.20</b>	0.48	0.70	0.59
	$G_p$	<b>0.45</b>	0.40	0.60	0.50	<b>0.40</b>	0.41	0.63	0.52	<b>0.16</b>	0.50	0.67	0.59
<b>VE</b> ( $\xi_u$ )	<i>EDI</i>	<b>0.60</b>	0.35	0.56	<u>0.46</u>	<b>0.60</b>	0.30	0.58	<u>0.44</u>	<b>0.60</b>	0.34	0.72	<u>0.53</u>
	$G_p$	<b>0.80</b>	0.32	0.58	0.45	<b>0.50</b>	0.32	0.56	0.44	<b>0.35</b>	0.39	0.61	0.50

<i>RMS</i>		$T_o = 0.5\ s$				$T_o = 1.0\ s$				$T_o = 2.0\ s$			
	<b>Crit.</b>	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
<b>EP</b> ( $\eta_u$ )	<i>EDI</i>	<b>0.30</b>	0.37	0.60	0.49	<b>0.28</b>	0.45	0.76	0.61	<b>0.20</b>	0.40	0.76	0.58
	$G_p$	<b>0.45</b>	0.31	0.66	0.49	<b>0.40</b>	0.41	0.87	0.64	<b>0.16</b>	0.42	0.70	0.56
<b>VE</b> ( $\xi_u$ )	<i>EDI</i>	<b>0.60</b>	0.31	0.50	<u>0.41</u>	<b>0.60</b>	0.33	0.61	<u>0.47</u>	<b>0.60</b>	0.31	0.62	<u>0.47</u>
	$G_p$	<b>0.80</b>	0.28	0.51	0.40	<b>0.50</b>	0.35	0.59	0.47	<b>0.35</b>	0.37	0.56	0.47

Tab. 6.3.1 - Controllo Passivo 'ottimale', EC8C,  $\lambda=2$ ,  $\xi_o=0.05$ .

In termini di riduzione globale della risposta (*G*, sia di picco che rms) il collegamento viscoso è più efficace di quello rigido-plastico; in particolare il vantaggio maggiore si ha in termini di spostamenti piuttosto che di forze. La superiorità del controvento VE è attribuibile alla sua capacità di dissipare energia per ogni livello di deformazione. Inoltre si nota che massimizzando *EDI* si ottengono, con buona approssimazione, i valori minimi delle risposte, con l'evidente vantaggio di una maggiore regolarità del parametro ottimale al variare di  $T_o$ .

Generalizzando, si riportano nella Fig.6.3.4a gli spettri di progetto per il parametro del collegamento, sia per controvento VE che EP, ottenuti utilizzando il criterio del massimo  $EDI$  per  $\lambda=2$ . Per verificare le prestazioni del metodo di progetto si riportano, inoltre, nelle Fig.6.3.4b,c,d, le grandezze di risposta (di picco) ottenute con tale scelta ottimale dei parametri e l'indice di valutazione della risposta globale  $G$ . Si noti come il metodo porti ad una scelta particolarmente semplice e regolare dei parametri, cosa che non avviene con altri indici energetici: per il VE il valore ottimale di  $\xi$  è sostanzialmente indipendente dal periodo, almeno per  $T_o > 0.3s$ , e vale circa 0.6; invece, per l'EP,  $\eta$  segue l'andamento del valore massimo della forza totale ottenuta nel caso di collegamento perfettamente rigido, a meno di un rapporto di proporzionalità, costante con il periodo e pari circa a 0.1. In termini di risposte, invece, si conferma la superiorità del collegamento viscoso rispetto a quello rigido-plastico, su tutto il campo dei periodi per lo spostamento (Fig.6.3.4c) ed anche in accelerazione (Fig.6.3.4d) nelle zone di massimo dello spettro dell'eccitazione ( $T_o \leq 1s$ ).

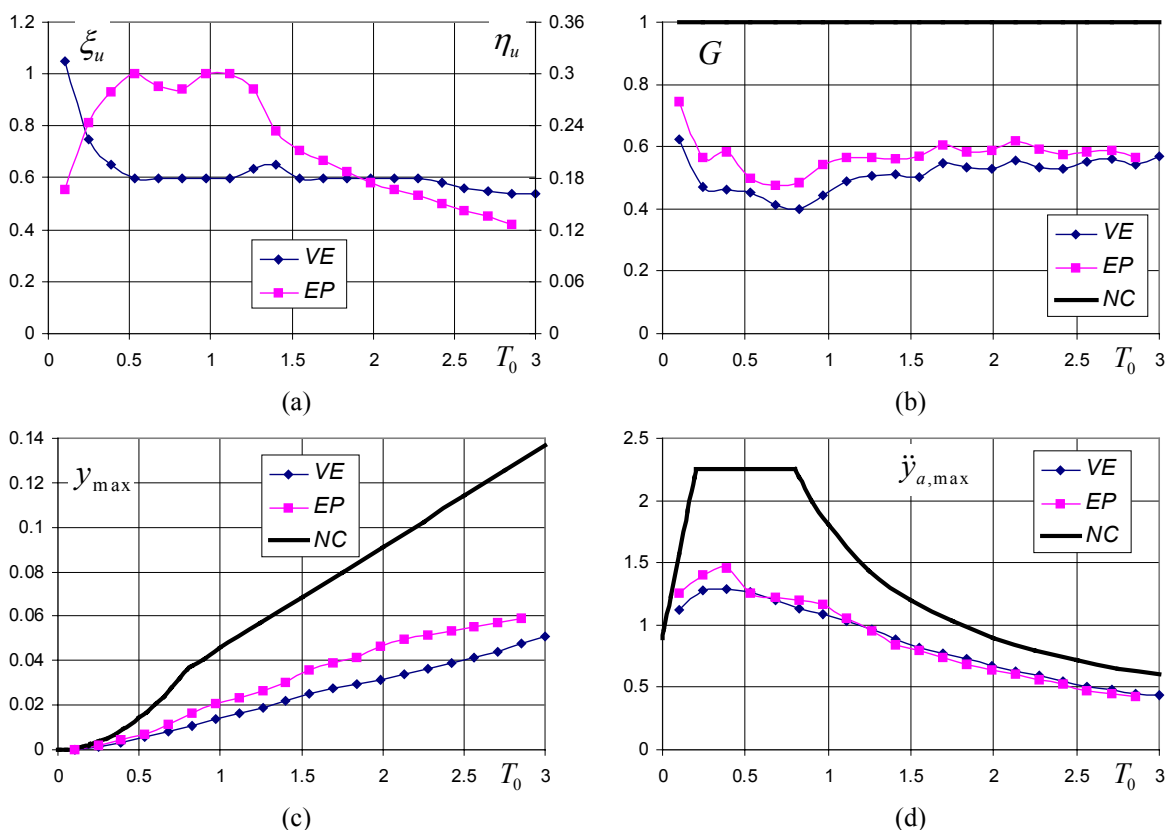


Fig. 6.3.4 – Spettri di progetto per il parametro del collegamento (a) e grandezze di risposta (b), (c) e (d). Controvento VE ed EP, EC8C,  $\lambda=2$   $\xi_o=0.05$ .

E' possibile verificare, infine, che il valore del parametro ottimale  $\xi$  ed il rapporto di proporzionalità fra  $\eta_{opt}$  e la forza massima nel corrispondente collegamento rigido, sono



sostanzialmente indipendenti dallo smorzamento strutturale  $\xi_0$  e dall'eccitazione, quindi gli spettri di progetto in Fig.6.3.4a si possono efficacemente estendere anche ad altri casi. Invece, per quanto riguarda le risposte, queste dipendono, ovviamente, in maniera più marcata dall'input e da  $\xi_0$  e possono essere generalizzate solo in termini qualitativi.

In conclusione, si è verificata l'efficacia del metodo di progetto utilizzando anche la registrazione di El Centro; in Fig.6.3.5 si mostra una storia temporale della risposta ottenuta per  $T_0=1s$ , confrontando il caso non controllato, con l'utilizzo dei controventi EP e VE. Si osservi, in particolare, che mentre il controvento VE limita maggiormente lo spostamento lungo l'intera storia temporale considerata, quello EP, per sua natura, riduce maggiormente il massimo della forza, perdendo di efficacia quando l'ampiezza delle vibrazioni è minore.

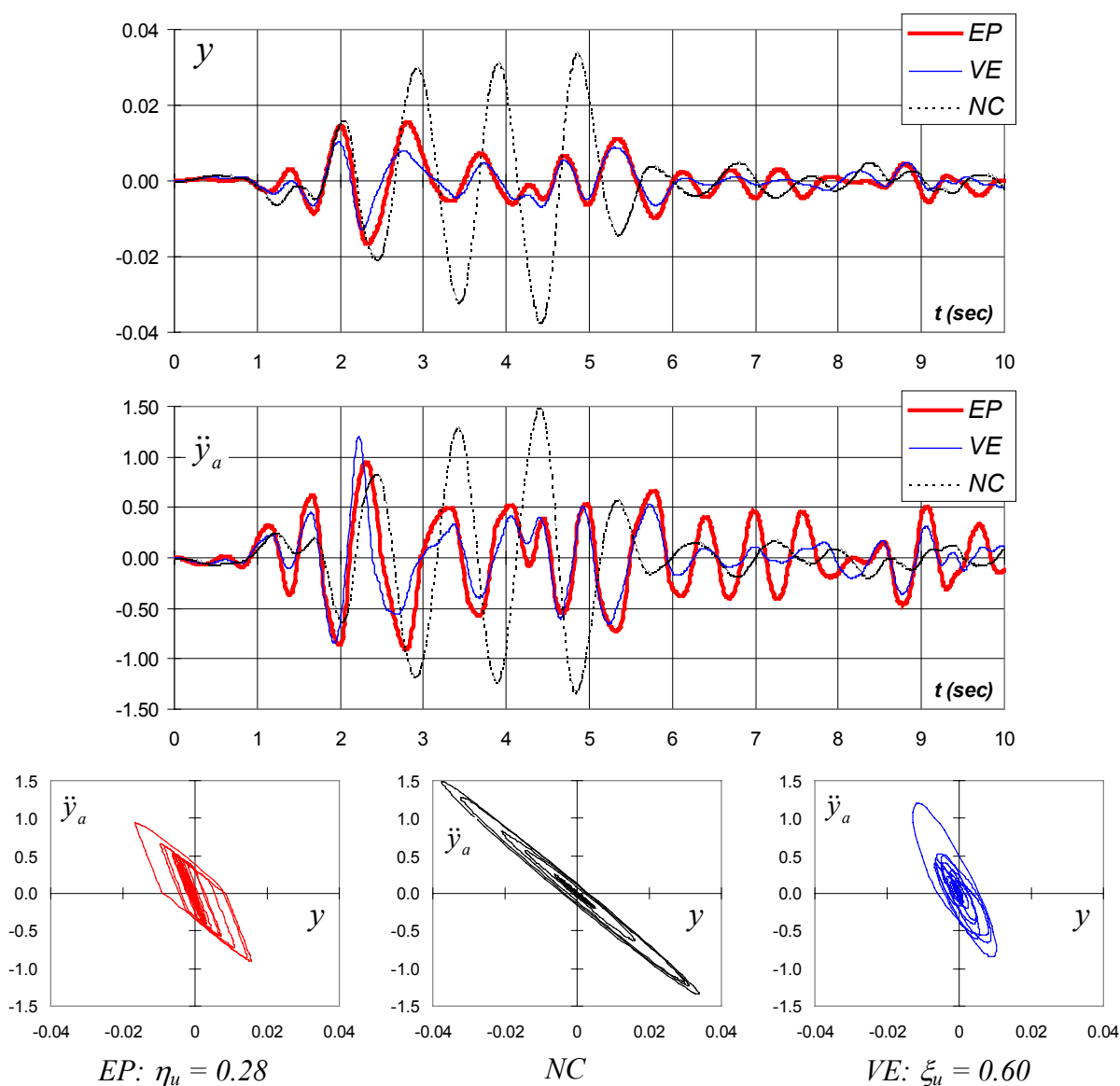


Fig.6.3.5 - Storia temporale della risposta in spostamento ed accelerazione assoluta e cicli di isteresi. Controllo Passivo, ELCEN,  $\lambda=2$ ,  $T_0=1s$   $\xi_0=0.05$ , EP:  $\eta=0.28$ , VE:  $\xi=0.60$ .

#### 6.4 Algoritmi per il controllo SA dei controventi

Per quanto riguarda i controventi SA, si userà l'algoritmo di controllo ottimo istantaneo (IOC) presentato nel §4.3. Sulla base dei risultati illustrati nel cap.4, si applicherà la formulazione relativa dell'algoritmo, ponendo nullo nell'IP sia l'elemento fuori diagonale della matrice di peso dello stato ( $\varphi=0$ ) che il peso dell'accelerazione assoluta ( $\varphi_a=0$ ). Con queste posizioni la forza di controllo ottimale, Eq.4.3.9, è la seguente:

$$u_{opt}(t) = -m\omega \frac{1}{\rho} \dot{y}(t), \quad (6.4.1)$$

in cui l'unico parametro 'libero', quindi soggetto ad ottimizzazione, è  $\rho$ .

Nell'applicazione ai collegamenti a parametri variabili viscoso e rigido-plastico considerati, gli algoritmi di controllo SA che determinano lo stato dei dispositivi sono i seguenti, in cui  $\delta$  rappresenta la deformazione del collegamento, pari alla differenza fra lo spostamento del telaio e quello del controvento ( $\delta = y - y_2$ ):

$$\mathbf{VE:} \quad \xi_u(t) = \mathfrak{T} [\xi^*(t), 0, \xi_{u,max}] \quad \text{con} \quad \xi^*(t) = -\frac{u_{opt}(t)}{2m\omega \dot{\delta}(t)} = \frac{1}{2\rho} \frac{\dot{y}(t)}{\dot{\delta}(t)}, \quad (6.4.2a)$$

$$\mathbf{EP:} \quad f_y(t) = \mathfrak{T} [\eta^*(t), 0, \eta_{u,max}] \quad \text{con} \quad \eta^*(t) = -\frac{u_{opt}(t)}{m\ddot{y}_{G,max} \text{sgn}[\dot{\delta}(t)]} = \frac{m\omega}{\rho} \frac{\dot{y}(t)}{\text{sgn}[\dot{\delta}(t)]}. \quad (6.4.2b)$$

In quanto segue, quindi, si considererà sia il controllo di tipo ON-OFF, che si ottiene per  $\rho=0$ , che quello 'continuo', in cui  $\rho \neq 0$  va incluso nelle Variabili di Progetto.

Per quanto riguarda i parametri meccanici normalizzati massimi dei dispositivi ( $\xi_{u,max}$  e  $\eta_{u,max}$ ), si assumono due differenti scelte progettuali. Nella prima si considerano gli stessi dispositivi progettati per il controllo passivo (§6.3), mentre nella seconda si ottimizzeranno per il controllo SA.

Infine, si ricorda che nel caso ON-OFF ( $\rho=0$ ) l'algoritmo, come nella proposta di Inaudi ed Hayen (§3.5.1.3), prevede che il controvento sia sempre collegato salvo disattivarsi solo negli istanti in cui si annulla la velocità del telaio, per il tempo necessario a scaricarsi.

#### 6.5 Controllo Semi Attivo dei dispositivi ottimali per il controllo passivo

Come per il caso passivo, una volta adottato l'algoritmo di controllo, è necessario progettare nel modo migliore i parametri meccanici dei dispositivi che costituiscono i vincoli fisici del problema di controllo SA,  $\xi_{u,max}$  ed  $\eta_{u,max}$ .

La prima fase della progettazione dei dispositivi SA è costituita dalla verifica delle prestazioni che si ottengono utilizzando, per questi ultimi, i parametri meccanici ottimali ottenuti nel precedente caso di controllo passivo (§6.3.2). Questi risultati mostrano, a parità di dispositivo, direttamente i benefici ottenuti per mezzo della sola adozione dell’algoritmo di controllo. Inoltre, tale posizione potrebbe rappresentare una valida scelta progettuale poiché, in caso di mancato funzionamento del controllore SA, sarebbero comunque garantite le migliori prestazioni del sistema passivo.

In Tab.6.5.1 si riportano i risultati ottenuti mediante il controllo SA tipo ON-OFF ( $\rho=0$ ), in cui, come negli altri casi riportati, sono state sottolineate le migliori situazioni. Si nota che le riduzioni (osservate ‘globalmente’ in termini di  $G$ ), rispetto al corrispondente caso passivo, sono meno importanti per il controvento VE (2, 7 e 9% sui tre periodi) rispetto a quello EP (4, 25 e 22%). Quest’ultimo, infatti, per  $T_o= 2s$  risulta preferibile al VE ed il miglioramento globale delle prestazioni rispetto al migliore controllo passivo, determinato nel precedente paragrafo (VE), sono nell’ordine del 13%.

<i>Picco</i>		$T_o = 0.5\text{ s}$				$T_o = 1.0\text{ s}$				$T_o = 2.0\text{ s}$			
	<b>Crit.</b>	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$
<b>EP</b>	–	<b>0.30</b>	0.41	0.55	0.48	<b>0.28</b>	0.34	0.49	<u>0.41</u>	<b>0.20</b>	0.35	0.57	<u>0.46</u>
<b>VE</b>	–	<b>0.60</b>	0.34	0.56	<u>0.45</u>	<b>0.60</b>	0.28	0.54	<u>0.41</u>	<b>0.60</b>	0.31	0.65	0.48

<i>RMS</i>		$T_o = 0.5\text{ s}$				$T_o = 1.0\text{ s}$				$T_o = 2.0\text{ s}$			
	<b>Crit.</b>	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
<b>EP</b>	–	<b>0.30</b>	0.33	0.47	0.40	<b>0.28</b>	0.33	0.52	0.42	<b>0.20</b>	0.30	0.53	0.41
<b>VE</b>	–	<b>0.60</b>	0.31	0.46	0.39	<b>0.60</b>	0.31	0.53	0.42	<b>0.60</b>	0.30	0.54	0.42

Tab. 6.5.1 - Controllo SA ON-OFF, applicato ai dispositivi progettati per il controllo passivo,  $\lambda=2$ ,  $\xi_o=0.05$ , EC8C.

<i>Picco</i>		$T_o = 0.5\text{ s}$				$T_o = 1.0\text{ s}$				$T_o = 2.0\text{ s}$			
	$\rho_{opt}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$
<b>EP</b>	<b>0</b>	<b>0.30</b>	0.41	0.55	0.48	<b>0.28</b>	0.34	0.49	0.41	<b>0.20</b>	0.35	0.57	<u>0.46</u>
<b>VE</b>	<b>1.2</b>	<b>0.60</b>	0.38	0.49	<u>0.45</u>	<b>0.60</b>	0.32	0.47	<u>0.39</u>	<b>0.60</b>	0.35	0.56	<u>0.46</u>

<i>RMS</i>		$T_o = 0.5\text{ s}$				$T_o = 1.0\text{ s}$				$T_o = 2.0\text{ s}$			
	$\rho_{opt}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
<b>EP</b>	<b>0</b>	<b>0.30</b>	0.33	0.47	0.40	<b>0.28</b>	0.33	0.52	0.42	<b>0.20</b>	0.30	0.53	0.41
<b>VE</b>	<b>1.2</b>	<b>0.60</b>	0.32	0.46	0.41	<b>0.60</b>	0.36	0.50	0.43	<b>0.60</b>	0.35	0.49	0.42

Tab. 6.5.2 - Controllo SA ‘Continuo’, applicato ai dispositivi progettati per il controllo passivo,  $\lambda=2$ ,  $\xi_o=0.05$ , EC8C.

Nell’applicazione del controllo ‘continuo’ a dispositivi i cui parametri massimi coincidono con quelli progettati per il controllo passivo, si è effettuata una analisi parametrica facendo

variare  $\rho$  (Tab.6.5.2). Come è già stato osservato nel Cap.4, il controllo continuo del parametro del dispositivo ne rende graduale la disattivazione; in tal modo, limitando le brusche discontinuità di forza di inerzia causate dalla disattivazione istantanea del controvento, il controllo continuo migliora sensibilmente la risposta in termini di accelerazione, peggiorando però quella in termini di spostamenti. Ciò però non è evidenziato, nel caso in esame (Tab.6.5.2), per controvento EP; infatti, fissata la soglia plastica massima, l'analisi parametrica ha mostrato che la migliore situazione possibile è quella che si ottiene col controllo ON-OFF ( $\rho=0$ ). Ciò si spiega col fatto che il dispositivo EP, per sua natura, al superamento del valore di soglia scorre e limita la forza totale, quindi l'accelerazione assoluta (Fig.6.5.1). Nel seguito vedremo che, per evidenziare le caratteristiche di limitazione dell'accelerazione assoluta, sarà necessario modificare il valore del parametro massimo dei dispositivi di controllo, in particolare aumentando il valore della forza di scorrimento massima nel processo di progettazione ottimale del dispositivo SA.

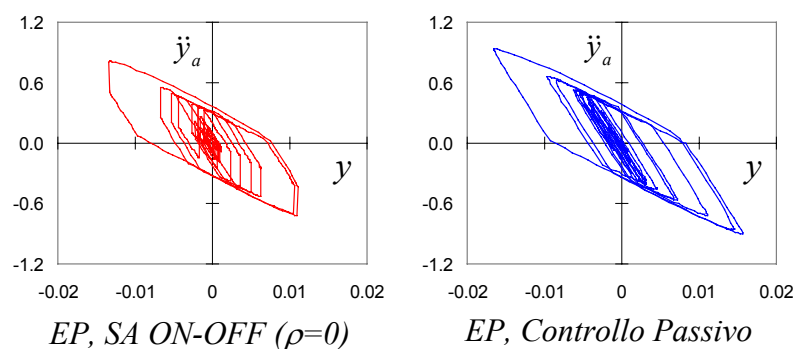


Fig.6.5.1 - Confronto fra i cicli spostamento accelerazione assoluta per controllo passivo e SA di tipo ON-OFF; EP, ELCEN,  $\eta_{u,max}=0.28$ ,  $T_0=1s$   $\xi_0=0.05$ .

Invece, con il controllo continuo del parametro viscoso del controvento VE si ottengono anche importanti riduzioni in termini di accelerazioni assolute di picco (7, 13 e 14%) rispetto al caso ON-OFF accompagnate, però, da peggioramenti, poco meno importanti, negli spostamenti. Le differenze fra controllo passivo, SA ON-OFF e SA 'continuo' sono evidenziate nella Fig.6.5.2, in cui si osserva soprattutto l'effetto della variazione continua dello smorzamento nel rendere graduale (anche anticipandola) la disattivazione del dispositivo e, quindi, nella riduzione dell'accelerazione di picco.

In definitiva, applicando il controllo SA ai dispositivi progettati per il controllo passivo, la situazione migliore si ottiene ancora col controvento VE controllato in maniera 'continua' ( $\rho=1.2$ ). In questo caso, infatti, si hanno riduzioni in termini di  $G_p$ , rispettivamente sui tre

periodi analizzati, del 2, 11 e 14% rispetto al migliore controllo passivo (ancora VE). Si è notato, comunque, che l'elemento che 'beneficia' maggiormente del controllo SA è quello EP.

Quest'ultimo fatto indica chiaramente che, pur avendo le stesse caratteristiche meccaniche, il meccanismo di funzionamento dei dispositivi passivi è decisamente diverso da quello dei corrispondenti SA. Ciò verrà meglio evidenziato dall'ottimizzazione dei parametri.

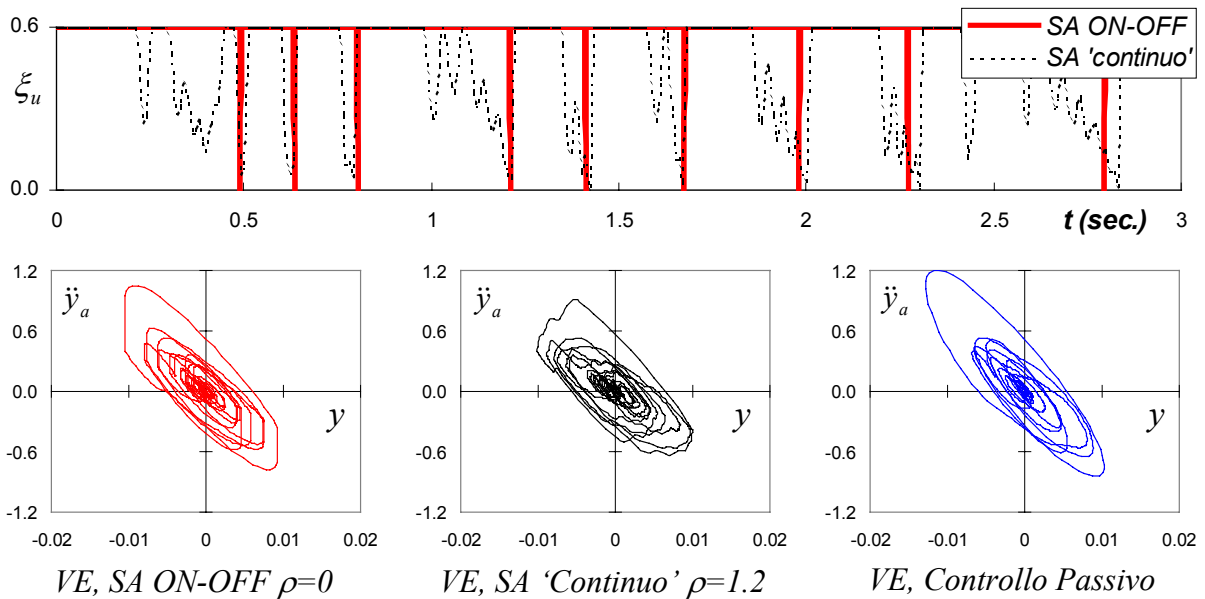


Fig.6.5.2 - Andamento del parametro meccanico nel tempo e cicli spostamento accelerazione assoluta; VE, EICEN,  $\xi_{u,max}=0.60$ ,  $T_0=1s$   $\xi_0=0.05$ .

### 6.6 Controllo Semi Attivo 'Ottimizzato'

In questo paragrafo si esaminano i risultati che si ottengono applicando la procedura di ottimizzazione, illustrata nel caso passivo, anche ai controventi di tipo SA. Per quanto riguarda la rigidezza relativa  $\lambda$  si è tenuto lo stesso valore adottato per il caso passivo,  $\lambda=2$ .

Osserviamo innanzitutto, nella Tab.6.6.1, il caso del controllo di tipo ON-OFF ( $\rho=0$ ).

Picco	Crit.	$T_0 = 0.5 \text{ s}$				$T_0 = 1.0 \text{ s}$				$T_0 = 2.0 \text{ s}$			
		$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$
EP	$G_p$	<b>0.70</b>	0.25	0.55	<u>0.40</u>	<b>0.44</b>	0.25	0.49	<u>0.37</u>	<b>0.24</b>	0.32	0.58	<u>0.45</u>
VE	$G_p$	<b>1.40</b>	0.27	0.61	0.44	<b>0.60</b>	0.28	0.54	0.41	<b>0.60</b>	0.31	0.65	0.48

RMS	Crit.	$T_0 = 0.5 \text{ s}$				$T_0 = 1.0 \text{ s}$				$T_0 = 2.0 \text{ s}$			
		$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_{rms}$	$A_{rms}$	$G_{rms}$
EP	$G_p$	<b>0.70</b>	0.22	0.46	0.34	<b>0.44</b>	0.25	0.53	0.39	<b>0.24</b>	0.27	0.55	0.41
VE	$G_p$	<b>1.40</b>	0.31	0.46	0.39	<b>0.60</b>	0.31	0.53	0.42	<b>0.60</b>	0.30	0.54	0.42

Tab.6.6.1 - Controllo SA ON-OFF 'ottimizzato',  $\lambda=2$ ,  $\xi_0=0.05$ , EC8C.

Tali risultati mostrano, in primo luogo, che i valori ottimali dei parametri meccanici dei dispositivi di collegamento dissipativi, in particolare  $\eta$  per EP, risultano sensibilmente maggiori di quelli ottimali per il controllo passivo (Tab.6.3.1 e Fig.6.3.4a). Ciò avviene sostanzialmente perché, nel caso SA, cambia il meccanismo di funzionamento dell'intero sistema di controllo. Infatti, mentre nel caso passivo la dissipazione di energia è riservata soltanto al collegamento viscoso o plastico, nel caso SA si ha a disposizione una fonte aggiuntiva di dissipazione energetica, costituita dalla possibilità di disperdere l'energia elastica accumulata nei controventi negli istanti delle disattivazioni.

Si può osservare che l'ottimizzazione dei sistemi SA conduce alla valorizzazione di questa energia 'elasticamente' dissipata dai controventi, che riveste infatti un ruolo predominante. Di conseguenza i collegamenti, oltre che dissipare una quota parte di energia, devono essere in grado di fare 'caricare' adeguatamente il controvento elastico. In particolare, per valori sufficientemente alti dei parametri  $\xi$  ed  $\eta$ , si realizza il collegamento rigido del controvento al telaio. In tal caso il controllo SA si attua mediante un processo di blocco-sblocco rigido del controvento, con il quale comunque si continua a dissipare energia.

Tale fatto è evidente in Fig.6.6.1 dove, oltre alle grandezze di risposta (di picco) e ad *EDI* (che si possono confrontare con il corrispondente caso passivo riportato in Fig.6.3.2), si mostra anche l'energia totale dissipata dal controllore ( $E_u$ ) e la parte costituita dall'energia elastica del controvento dispersa nelle disattivazioni (*EESA*), al variare del parametro del dispositivo ( $\xi$  o  $\eta$ ) VE ed EP. In corrispondenza dei valori minimi della risposta, *EESA* è predominante per il controvento EP che, con forze di scorrimento più alte, permette al controvento elastico di caricarsi in maniera importante. Il collegamento viscoso, invece, non è in grado di sfruttare, quanto il precedente, questa ulteriore fonte di dissipazione, poiché per sua natura carica di meno il controvento elastico. Questa è la causa dei limitati miglioramenti, rispetto alle configurazioni passive ottimizzate, che si riscontrano applicando il controllo SA (ON-OFF) a controventi VE. Per lo stesso motivo il controllo SA esalta le prestazioni dei controventi EP, poiché, alla limitazione della forza massima propria del collegamento, il controllo SA aggiunge proprio quella fonte di dissipazione efficace a qualsiasi livello di ampiezza del moto (*EESA*), che non può realizzarsi coi dispositivi rigido-plastici passivi.

Si noti, inoltre, che l'*EDI* in questo caso non assume un valore massimo (come avveniva nel controllo passivo) poiché per  $\eta$  o  $\xi$  molto elevati il controllo SA garantisce ancora una significativa dissipazione di energia. In questi casi, comunque, l'indice è ancora in grado di

selezionare efficacemente i parametri ottimali, con l'avvertenza di non cercarne il massimo ma di arrestarsi in corrispondenza del pronunciato 'gomito' (forte variazione di pendenza)<sup>[2]</sup>.

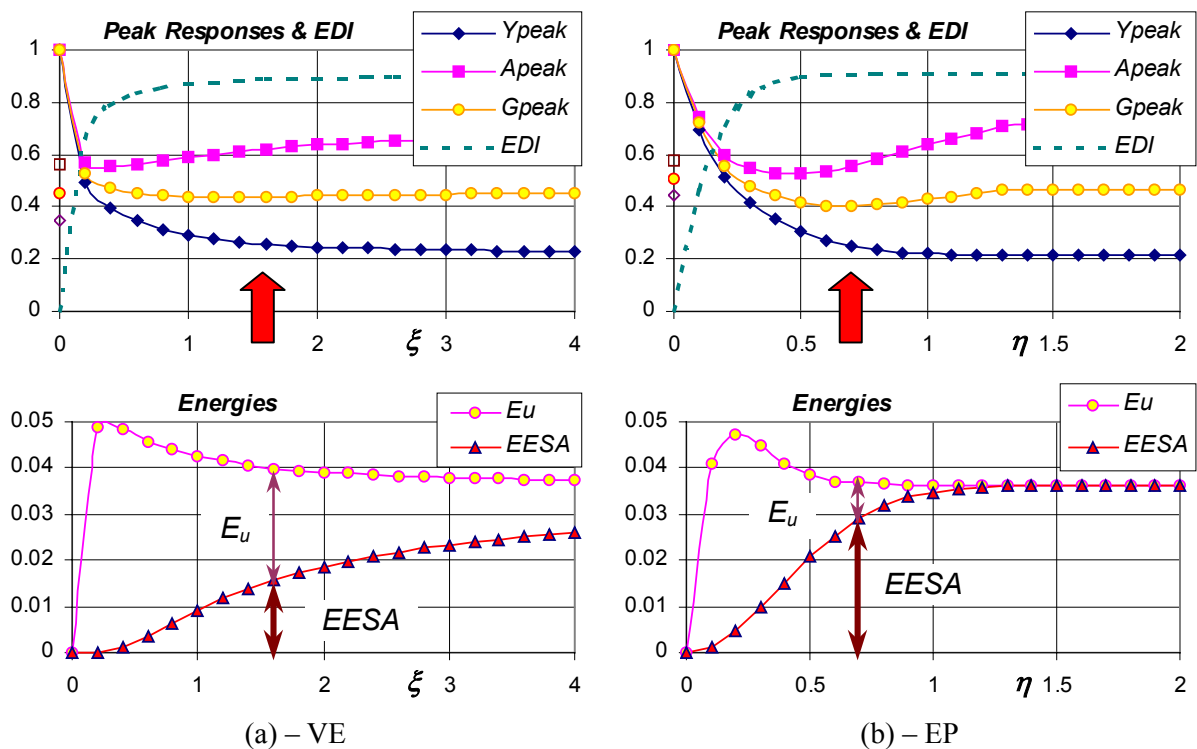


Fig. 6.6.1 – Andamento delle grandezze di risposta (di picco), di EDI, dell'energia totale dissipata dal controllore ( $E_u$ ) e della sola energia dispersa dal controvento elastico (EESA), al variare del parametro del collegamento ( $\xi$  o  $\eta$ ); Controllo SA ON-OFF, EC8C,  $\lambda=2$ ,  $T_0=0.5s$   $\xi_0=0.05$ . (a) VE; (b) EP.

Quindi, per quanto riguarda le prestazioni (Tab.6.6.1), quanto detto giustifica la maggiore efficacia, per tutti i periodi investigati, del controvento EP rispetto a quello VE. In particolare, col primo, si hanno riduzioni pronunciate rispetto al migliore dispositivo passivo (VE), nell'ordine del 15% nelle grandezze di picco e quasi del 30% in quelle RMS per  $T_0=0.5s$ .

Infine, nella Tab.6.6.2 si riportano i risultati ottenuti ottimizzando opportunamente anche il controllo SA di tipo 'continuo'. Per quanto riguarda la determinazione delle Variabili di Progetto (in questo caso due:  $\rho$  e  $\xi$  o  $\eta$ ), l'indagine parametrica ha mostrato che per il controvento VE il valore di  $\rho$  ottimale è pari a 1.2 (come già osservato in precedenza nel caso in cui non si ottimizzava anche  $\xi$ , Tab.6.5.2) ed il valore ottimale di  $\xi_{u,max}$  è pari circa ad 1; invece, per quello EP si ha  $\rho_{opt} = 1$ , mentre il valore ottimale del parametro è variabile col periodo e generalmente è maggiore (o uguale per  $T_0=0.5s$ ) di quello determinato per controllo ON-OFF. Si noti che il valore di  $\rho_{opt}$  determinato in questo caso si accorda molto bene con

<sup>[2]</sup> E' per questo motivo che nella Tab.6.6.1 si utilizza direttamente  $G_p$  come *criterio di progetto*.

quello mostrato nel Cap.4 per dispositivi puramente elastici e viscosi; le piccole differenze, ove si mostrino, sono da addebitare al diverso smorzamento adottato per la struttura da proteggere ( $\xi_o = 0$  nel Cap.4 e  $\xi_o = 5\%$  in questo caso).

<i>Picco</i>		$T_o = 0.5 \text{ s}$					$T_o = 1.0 \text{ s}$					$T_o = 2.0 \text{ s}$				
	Crit.	$\rho_{opt}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$		
EP	$G_p^{[3]}$	1.0	0.70	0.34	0.47	0.40	0.60	0.27	0.42	0.35	0.36	0.29	0.49	0.39		
VE	$G_p$	1.2	1.00	0.37	0.50	0.43	1.00	0.31	0.46	0.38	1.00	0.34	0.55	0.45		

<i>RMS</i>		$T_o = 0.5 \text{ s}$					$T_o = 1.0 \text{ s}$					$T_o = 2.0 \text{ s}$				
	Crit.	$\rho_{opt}$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$	$\eta_u / \xi_u$	$Y_P$	$A_P$	$G_P$		
EP	$G_p$	1.0	0.70	0.33	0.43	0.38	0.60	0.31	0.46	0.39	0.36	0.28	0.45	0.37		
VE	$G_p$	1.2	1.00	0.35	0.45	0.40	1.00	0.35	0.49	0.42	1.00	0.34	0.49	0.41		

Tab.6.6.2 - Controllo SA continuo 'ottimizzato',  $\lambda=2$ ,  $\xi_o=0.05$ , EC8C.

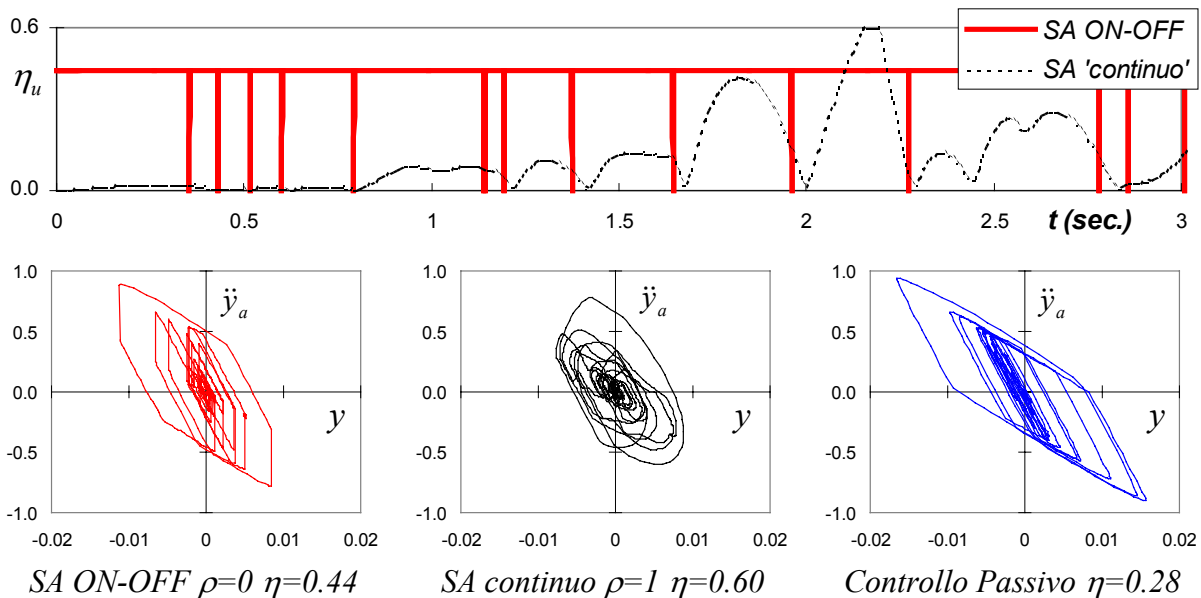


Fig.6.6.2 - Andamento del parametro meccanico nel tempo e cicli spostamento accelerazione assoluta; EP, ELCEN,  $\xi_{u,max}=0.60$ ,  $T_o=1s$ .  $\xi_o=0.05$ .

Per quanto riguarda le prestazioni, il controllo continuo produce, rispetto a quello ON-OFF, limitati miglioramenti nel caso di controvento VE, mentre per quello EP (che si mostra ancora essere il migliore dispositivo per realizzare il controllo SA) le differenze sono maggiori. Infatti, per EP e per  $T_o=1$  e  $2s$ , la soglia di scorrimento ottimale è ancora maggiore di quella per il controllo ON-OFF e si ottengono prestazioni globalmente migliori, rispetto a quest'ultimo, di un ulteriore 5% per  $T_o=1s$  e 13% per  $T_o=2s$ .

[3 - Tab.6.6.2] Dato che il controllo 'continuo' produce i suoi maggiori benefici in termini di accelerazioni assolute, l'indice EDI formulato secondo l'approccio relativo non seleziona in maniera corretta i parametri che



In pratica il controllo SA ‘continuo’ del dispositivo EP realizza una situazione particolarmente interessante poiché, quando la soglia di plasticizzazione ideale ( $\eta^*$  nella Eq.6.4.2.b) è compatibile con il vincolo ( $\eta^* < \eta_{u,max}$ ), allora il dispositivo, secondo la legge della forza di controllo ottimale (Eq.6.4.1), realizza uno smorzamento viscoso che, come è noto, è efficace anche per piccole ampiezze del moto. Il problema dello smorzamento viscoso, però, può essere rappresentato dai valori alti dell’accelerazione assoluta massima che si possono verificare per grandi ampiezze, in quel caso però il collegamento rigido-plastico SA (per  $\eta^* > \eta_{u,max}$ ) torna al suo comportamento originario e ‘taglia’ la forza totale massima, (Fig.6.6.2). In tal modo si realizzano contemporaneamente gli aspetti positivi dello smorzamento viscoso e di quello per attrito (o plastico).

## 6.7 Conclusioni

In conclusione si riporta, nelle Tab.6.7.1 e 6.7.2, il confronto fra le prestazioni che si ottengono, per il problema proposto, con il migliore controllo passivo (controvento VE) e con il migliore controllo SA (controvento EP) sia ON-OFF che ‘continuo’.

Proponendo un criterio di progetto, basato su considerazioni energetiche, si è verificato, anche sulla base di considerazioni tecnico-economiche, che la rigidità ottimale dei controventi deve essere dello stesso ordine di grandezza di quella del telaio e nello studio, in particolare, si è posta la prima pari a 2 volte la seconda.

Quindi, per il controllo passivo, si sono presentati spettri di progetto per il parametro ottimale sia del collegamento viscoso che rigido-plastico (§6.3.2); questi spettri mostrano interessanti caratteristiche di regolarità al variare del periodo proprio della struttura da proteggere. Dall’osservazione delle grandezze di risposta, che tengono conto sia degli spostamenti che delle accelerazioni assolute, si è verificato che, per il controllo della risposta sismica di edifici intelaiati ad un piano, il migliore controllo passivo si ottiene con controventi VE, capaci di dissipare energia per qualsiasi ampiezza delle vibrazioni.

Invece, nell’applicazione del controllo SA, sia ‘ON-OFF’ che ‘continuo’, le migliori prestazioni si ottengono con i controventi EP (§6.6). Tale fatto si giustifica, nel caso ON-OFF, sulla base della maggiore capacità del dispositivo nel valorizzare la componente di energia dissipata nel processo di rilascio istantaneo del controvento elastico. Invece, nel caso di controllo ‘continuo’, la modificazione istantanea del parametro del dispositivo EP realizza

---

minimizzano la risposta globale ( $G$ ). Comunque l’indice  $EDI$  continua ad essere un efficace criterio di progetto anche in questo caso se formulato secondo l’approccio energetico assoluto.

una dissipazione di tipo viscosa (efficace durante tutta la durata delle vibrazioni) a cui si aggiunge la limitazione della forza totale massima (accelerazione di picco) e la dissipazione per attrito, caratteristiche del collegamento rigido-plastico.

<i>Picco</i>	<b>T = 0.5 s</b>			<b>T = 1.0 s</b>			<b>T = 2.0 s</b>		
	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>
<b>Miglior Passivo</b>	0.35	0.56	0.46	0.30	0.58	0.44	0.34	0.72	0.53
	<b>VE, <math>\xi = 0.6</math></b>								
<b>Miglior SEMI ATTIVO</b>	0.33	0.47	0.40	0.27	0.42	0.35	0.29	0.49	0.39
	<b>EP, <math>\eta = 0.7, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.6, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.36, \rho = 1</math> (cont.)</b>		
	0.25	0.55	0.40	0.25	0.49	0.37	0.32	0.58	0.45
	<b>EP <math>\eta = 0.7 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.44 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.24 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>		
<i>RMS</i>	<b>T = 0.5 s</b>			<b>T = 1.0 s</b>			<b>T = 2.0 s</b>		
	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>
<b>Miglior Passivo</b>	0.31	0.50	0.41	0.33	0.61	0.47	0.31	0.62	0.47
	<b>VE, <math>\xi = 0.6</math></b>								
<b>Miglior SEMI ATTIVO</b>	0.33	0.43	0.38	0.31	0.46	0.39	0.28	0.45	0.37
	<b>EP, <math>\eta = 0.7, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.6, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.36, \rho = 1</math> (cont.)</b>		
	0.22	0.46	0.34	0.25	0.53	0.39	0.27	0.55	0.41
	<b>EP <math>\eta = 0.7 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.44 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.24 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>		

Tab.6.7.1 - Confronto fra il migliore controllo passivo ed i migliori SA.  $\lambda=2, \xi_o=0.05, EC8C$ .

<i>Picco</i>	<b>T = 0.5 s</b>			<b>T = 1.0 s</b>			<b>T = 2.0 s</b>		
	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>
<b>Miglior SEMI ATTIVO</b>	-6%	-16%	-12%	-10%	-28%	-22%	-15%	-32%	-26%
	<b>EP, <math>\eta = 0.7, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.6, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.36, \rho = 1</math> (cont.)</b>		
	-29%	-2%	-12%	-17%	-16%	-16%	-6%	-19%	-15%
	<b>EP <math>\eta = 0.7 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.44 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.24 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>		
<i>RMS</i>	<b>T = 0.5 s</b>			<b>T = 1.0 s</b>			<b>T = 2.0 s</b>		
	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>	<b>Y<sub>P</sub></b>	<b>A<sub>P</sub></b>	<b>G<sub>P</sub></b>
<b>Miglior SEMI ATTIVO</b>	6%	-14%	-6%	-6%	-25%	-18%	-10%	-27%	-22%
	<b>EP, <math>\eta = 0.7, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.6, \rho = 1</math> (cont.)</b>			<b>EP, <math>\eta = 0.36, \rho = 1</math> (cont.)</b>		
	-29%	-8%	-16%	-24%	-13%	-17%	-13%	-11%	-12%
	<b>EP <math>\eta = 0.7 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.44 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>			<b>EP <math>\eta = 0.24 \rho = 0</math> (ON-OFF)</b>		

Tab.6.7.2 - Riduzioni % dei migliori controlli SA rispetto al miglior passivo.  $\lambda=2, \xi_o=0.05, EC8C$ .

In generale, il controllo ON-OFF realizza le migliori prestazioni in termini di spostamenti relativi (fino al 30% circa in meno rispetto al controllo passivo ottimale per  $T_o=0.5s$ , sia come massimo che RMS), mentre con quello ‘continuo’ si ottengono i valori più bassi dell’accelerazione assoluta (di nuovo fino al 30% circa in meno rispetto al controllo passivo ottimale per  $T_o=1$  e  $2s$ , sia come massimo che RMS). Comunque, in entrambi i casi, si

ottengono ottimi valori per la grandezza di risposta *globale* ( $G$ ), che tiene conto contemporaneamente dei due aspetti, la quale è ridotta, sempre rispetto al migliore possibile controllo passivo, in maniera crescente al crescere di  $T_o$  dal 15% al 25% circa.

Il più immediato sviluppo del presente studio su edifici intelaiati ad un piano è costituito, ovviamente, dal problema dell'estensione di questi risultati ai sistemi intelaiati multipiano. A questi sviluppi, almeno per quanto riguarda il controllo SA di tipo ON-OFF, è dedicato, infatti, il prossimo capitolo.

## **BIBLIOGRAFIA del capitolo 6**

- Addressi D., Ciampi V. & De Angelis M., 1997. Sulla scelta di un indice energetico per la progettazione ottimale di sistemi di protezione sismica. *Atti 8° Conv. Naz. ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Taormina.
- CEN, 1994. *Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures*. ENV 1998-1-1, Seismic actions and general requirements of structures, May 1994. CEN: European Committee for Standardization, Bruxelles (Belgium).
- Ciampi V. & De Angelis M., 1996. Optimal design of passive control system based on energy dissipation for earthquake protection of structures. *Proc. of European Conf. on Struct Dynamics EURODYN96*, Firenze (Italy), 5-8 June 1996.
- Ciampi V., De Angelis M. & Paolacci F., 1995. Design of yielding or friction-based dissipative bracings for seismic protection of buildings. *Engineering Structures*, vol.17 n.5, p. 381-391.
- Ciampi V., De Angelis M. & Renzi E., 1999. Optimal selection of special connections between adjacent structures in passive and semi-active vibration control strategies. *Proc. of European Conference on Structural Dynamics EURODYN'99*, Praga (Rep. Ceca), 7-10 June 1999, vol. 1, p. 611-616.
- Ciampi V., De Angelis M. & Renzi E., 2000. Optimal Semi Active and Passive control of the seismic response of coupled frame-bracing systems. *Proc. of 12 World Conference on Earthquake Engineering*, 12WCEE, Auckland (New Zealand), 30 Jan.- 4 Feb. 2000, paper n. 2288.
- De Angelis M., 1996. Una metodologia di progetto su base energetica di sistemi di controllo passivo della risposta sismica delle strutture. *Dissertazione presentata per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in 'Ingegneria delle Strutture'*, Università di Roma 'La Sapienza', Febbraio 1996.
- De Angelis M., Renzi E. & Ciampi V., 1999. Sul controllo semi attivo di tipo ON-OFF della risposta sismica di telai controventati. *Atti 9 Conv. Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria Sismica in Italia"*, Torino, Sett. 1999.
- Paolacci F., Ciampi V. & De Angelis M., 1998. Optimal design of viscoelastic bracing systems for earthquake protection of buildings. *Proc. of 11 European Conf. on Earthquake Engineering 11ECEE*, Paris (France), September 1998.



## CAPITOLO 7

# CONTROLLO DI EDIFICI INTELAIATI MULTIPIANO MEDIANTE CONTROVENTI SEMI ATTIVI

---

*In questo capitolo si applicheranno le tecniche di controllo finora illustrate, alla protezione di edifici intelaiati multipiano mediante controventi SA (visco-elastici ed elasto-plastici). Presentato un modello di edificio a 5 piani, ed una metodologia di progetto per le rigidzze ed i parametri dei collegamenti dei controventi, si illustrano, prima di tutto, i risultati del migliore possibile controllo passivo, quindi i benefici che, rispetto a questo, si ottengono applicando il controllo SA (di tipo ON-OFF). Risultano sostanzialmente confermati (anche quantitativamente) i risultati ottenuti per i telai ad un piano.*

---

### 7.1 Introduzione

Nel precedente Cap.6 si è studiata l'efficacia dell'uso di controventi SA nel controllo di edifici intelaiati ad un piano. Nel presente capitolo, invece, si studierà l'applicazione di queste metodologie al controllo della risposta sismica di edifici intelaiati multipiano, seguendo le stesse linee di sviluppo del capitolo precedente, in modo da mostrare come i risultati allora visti siano estendibili anche a modelli a più gdl. In questo capitolo, quindi, definito un modello di calcolo particolarmente semplice, costituito da un telaio piano, con comportamento *shear-type*, a 5 piani, si studierà il controllo passivo (CP) ottimale mediante controventi viscoelastici (VE) ed elastoplastici (EP) posti fra tutti i piani; quindi si applicheranno gli algoritmi per il controllo SA di sistemi a molti gdl, proposti e studiati nel precedente Cap.5, a controventi dotati di collegamenti a parametri variabili. Per semplicità di esposizione si parlerà soltanto di controllo di tipo ON-OFF.

## 7.2 Il modello di calcolo

Il modello di calcolo adottato è lo stesso telaio a 5 piani, a comportamento *shear-type*, già utilizzato nel Cap.5, avente distribuzione uniforme con l'altezza sia per le masse che per le rigidità di piano. Per la descrizione di questo telaio, di cui comunque le principali caratteristiche meccaniche sono riportate in Fig.7.2.1, rimandiamo al §5.1.2. Si ricorda che le stesse caratteristiche meccaniche (che costituiscono i *Parametri del Modello* nella posizione del *Problema Progettuale*, §1.2) sono state usate in altri lavori sul controllo strutturale, come (Brown *et al.*, 1999), (Yang, *et al.*, 1996) e (Shmitendorf *et al.*, 1994). I controventi, passivi e semi attivi, di tipo visco-elastico (VE) ed elasto-plastico (EP), si assumono dislocati su tutti i piani, con caratteristiche su cui torneremo fra breve.

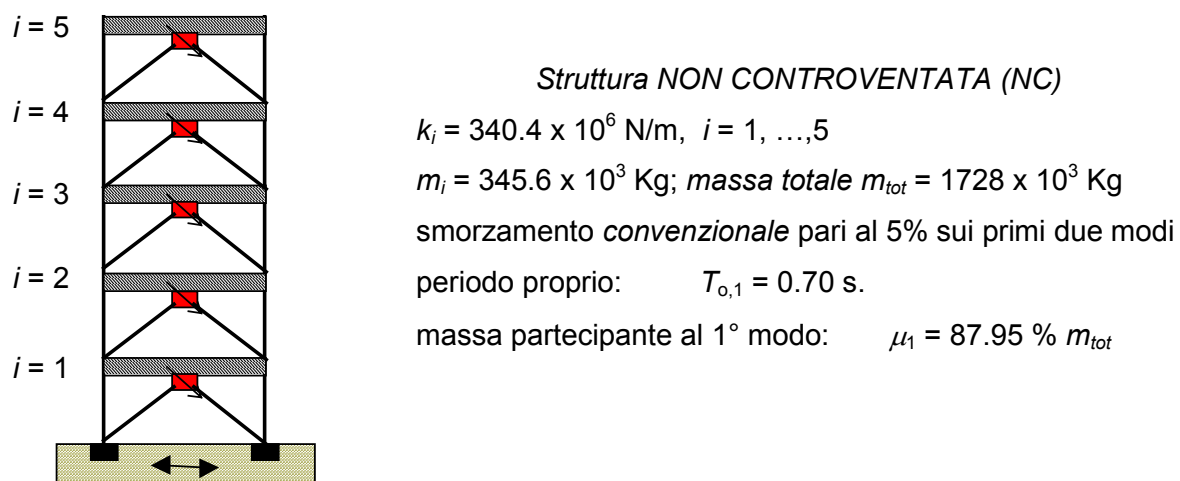


Fig. 7.2.1 – Il modello adottato per il telaio multipiano.

Come nel capitolo precedente (§6.2) l'*Input* sismico è costituito da 5 accelerogrammi artificiali, della durata di 20s ciascuno, spettro-compatibili con la normativa europea EC8 per terreni 'soffici' (classe C). Oltre a questi si utilizzeranno anche i primi 10s della registrazione naturale di *El Centro*. Tutti gli accelerogrammi sono scalati a  $PGA=1$ .

Per quanto riguarda le *Grandezze di Risposta* cinematiche, si osserveranno sia i valori massimi che medi (RMS) lungo la storia temporale di spostamenti relativi ed accelerazioni assolute (forze totali) di piano. In particolare, definiamo due differenti classi di criteri di valutazione della risposta, basate sull'osservazione sia della risposta *globale* (o *integrale*) dell'intero edificio che di quella *locale* allo scopo di evidenziare eventuali concentrazioni di sollecitazione. Nella prima classe includiamo lo spostamento relativo massimo in sommità  $Y$  ed il valore massimo del taglio alla base  $T$  (forza orizzontale in fondazione), mentre nella seconda consideriamo il massimo *drift* di interpiano  $D$  e la massima accelerazione assoluta di

piano  $A$ ; queste grandezze si considerano normalizzate rispetto alle analoghe ottenute in assenza di controventi. Per tenere conto, in maniera sintetica, dell'esigenza di limitare (secondo un approccio *multiobiettivo*) sia gli spostamenti che le forze (accelerazioni), si utilizzano, come in precedenza, due ulteriori criteri di valutazione, così definiti:

$$G_{glob} = 0.5 ( Y + T ) , \quad G_{loc} = 0.5 ( D + A ). \quad (7.2.1)$$

Si osservi che le grandezze di risposta *globali* (spostamento in sommità  $y_5$  e taglio alla base  $S_o$ ) costituiscono una sorta di 'integrale' di quelle locali (*drift*,  $d_i$ , ed accelerazione assoluta):

$$y_5(t) = \sum_{i=1}^5 d_i(t) , \quad S_o(t) = \sum_{i=1}^5 m_i \ddot{y}_{a,i}(t) , \quad (7.2.2)$$

quindi, se le seconde evidenziano eventuali anomalie a livello del *singolo* piano, le prime tengono conto di quanto avviene in *tutti* i piani.

Seguendo questo approccio *multiobiettivo*, si identifica come *criterio di progetto* principale la minimizzazione degli indici  $G$  (in particolare  $G_{glob}$ ); in tal modo si verificherà la possibilità di estendere ai sistemi a molti gdl le indicazioni progettuali ottenute, in maniera più semplice e generale utilizzando l'indice energetico  $EDI$  (§6.3.1), nel Cap.6 per quelli ad 1 gdl.

Infine, maggiore approfondimento è necessario per la definizione del sistema di controllo (dislocazione dei controventi) e, quindi, delle *Variabili di Progetto* da determinare.

### 7.2.1 La definizione del sistema di controllo

Si ponga, come ipotesi semplificativa, di lavorare in regime di *risorse illimitate*, cioè nel caso in cui, nella progettazione del sistema di controllo, si possa non tenere conto di considerazioni di tipo economico; in questo caso si può assumere che i controventi, VE o EP, siano disposti su tutti i piani <sup>[1]</sup>. Per quanto riguarda la distribuzione ottimale dei controventi, si adotta una variazione lineare 1: $n$  con l'altezza, sia per la rigidità che per i parametri dei collegamenti; ciò vuol dire, in pratica, che il controvento posto al primo interpiano ha una rigidità ed un parametro (di smorzamento o di plasticizzazione) del collegamento pari a 5 volte quelli del controvento posto in sommità e che, per i controventi intermedi, vale una legge di variazione lineare fra questi due valori estremi. Questa distribuzione, verificatasi essere quella migliore per strutture 'regolari', (Ciampi *et al.*, 1995) e (De Angelis, 1996), si giustifica intuitivamente anche col fatto che il decremento lineare delle caratteristiche di

<sup>[1]</sup> Al caso, peraltro molto interessante, di allocazione ottimale dei controllori in regime di *risorse limitate*, che non verrà trattato in questa tesi, è dedicato molto spazio in letteratura. Per approfondimenti citiamo, ad esempio, (Brown *et al.*, 1999) (Cheng & Pantelides, 1988) (Soong, 1990) per il controllo attivo e (Wu *et al.*, 1997) (Shukla & Datta, 1999) per quello passivo.

rigidezza e resistenza dei controventi segue l'andamento delle sollecitazioni di piano, ad esempio per telai regolari a comportamento 'a taglio' soggetti ad eccitazioni a largo spettro.

Fissata la distribuzione con l'altezza delle caratteristiche meccaniche dei controventi, è possibile definire l'intero sistema di controllo mediante due soli parametri scalari, uno per la rigidezza dei controventi e l'altro per il parametro del collegamento viscoso o rigido-plastico.

Per i controventi EP si segue una metodologia di progetto (*Metodo Globale*) riportata in (Ciampi *et al.*, 1995). Per quanto riguarda la rigidezza si introduce il parametro  $\lambda$ , tale che:

$$T_{c,1} = T_{o,1} \sqrt{1 + \lambda} \quad (7.2.3)$$

ove  $T_{c,1}$  è il primo periodo proprio della struttura non controventata (NC) e  $T_{o,1}$  è il primo periodo proprio della struttura con controventi collegati rigidamente (CR). Scelta la distribuzione con l'altezza delle rigidezze dei controventi  $k_{c,i}$  e  $\lambda$  (o  $T_{c,1}$ ), le singole  $k_{c,i}$  si ottengono imponendo che  $T_{c,1}$  soddisfi l'Eq.7.2.3. Per la resistenza dei controventi De Angelis (1996) propone una equivalenza, basata sulla decomposizione modale delle equazioni del moto, fra il sistema a molti e ad un gdl, con cui si può definire il parametro scalare  $\eta_u$ :

$$f_{y,tot} = \frac{\delta\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{k}_c \{1\}_n \boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \{1\}_n}{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{K}_c \boldsymbol{\varphi}_1} \eta_u \ddot{y}_{G,max} \quad (7.2.4a)$$

ove per i simboli vale il significato già usato nel cap.5 ed in particolare:  $\boldsymbol{\varphi}_1$  è la prima forma modale della struttura NC,  $\delta\boldsymbol{\varphi}_1$  è la deformazione ad essa associata,  $\mathbf{M}$  è la matrice di massa del sistema,  $\mathbf{K}_c$  è la matrice di rigidezza associata ai soli controventi,  $\mathbf{k}_c$  è la matrice che raccoglie sulla diagonale principale le rigidezze dei controventi,  $\ddot{y}_{G,max}$  è il valore massimo dell'accelerazione del suolo (PGA) ed infine  $f_{y,tot}$  è la somma delle resistenze di tutti i controventi. Definita la distribuzione con l'altezza delle resistenze  $f_{y,i}$  dei controventi, queste si calcolano imponendo che la loro somma  $f_{y,tot}$  soddisfi l'Eq.7.2.4a. In molte circostanze, caratterizzate da regolarità strutturali, si può adottare la seguente relazione approssimata:

$$f_{y,tot} = \frac{n(n+1)}{2} \eta_u m \ddot{y}_{G,max} \quad (7.2.4b)$$

ove  $n$  è il numero di piani ed  $m$  è la massa di piano (ipotizzata costante con l'altezza).

Per quanto riguarda i controventi VE, per la rigidezza si assume lo stesso parametro  $\lambda$  definito per quelli EP, invece, per gli smorzamenti, si definisce un valore di riferimento  $C_{rif}$  pari al coefficiente di smorzamento di dispositivi puramente viscosi posti su tutta l'altezza con



distribuzione uniforme (sull’edificio NC assunto non smorzato) e tali da realizzare lo smorzamento critico sul primo modo <sup>[2]</sup>:

$$C_{rif} = \frac{2\mu_1\omega_{0,1}}{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{C}_c \boldsymbol{\varphi}_1}, \quad (7.2.5)$$

in cui (Cap.5)  $\boldsymbol{\varphi}_1$  è ancora la prima forma modale della struttura NC,  $\omega_{0,1}$  la sua pulsazione,  $\mu_1$  la massa partecipante ad essa associata e  $\mathbf{C}_c$  la matrice di smorzamento associata a questi dispositivi viscosi di riferimento. Introdotta  $C_{rif}$ , si definisce il parametro normalizzato  $\xi_u$  pari al rapporto fra lo smorzamento totale dei collegamenti viscosi dei controventi VE ( $C_{tot}$ ) e  $C_{rif}$ :

$$C_{tot} = \xi_u C_{rif}. \quad (7.2.6)$$

Anche in questo caso, data  $\xi_u$  e la forma della distribuzione con l’altezza dei coefficienti di smorzamento  $c_{c,i}$  dei singoli collegamenti viscosi, se ne determina il valore imponendo che la loro somma  $C_{tot}$  soddisfi l’Eq.7.2.6.

Piano <i>i</i>	Struttura non controv.		Controventi		
	masse $m_i$ [Kg x 10 <sup>3</sup> ]	rigidezze $k_i$ [MN/m]	rigidezze $k_{c,i}$ [MN/m]	colleg. RP $f_{y,i}$ [MN]	colleg. VE $c_{c,i}$ [MN s/m]
5	345.6	340.4	193	0.325 $\eta_u$	22.21 $\xi_u$
4	345.6	340.4	2 x 193	2 x 0.325 $\eta_u$	2 x 22.21 $\xi_u$
3	345.6	340.4	3 x 193	3 x 0.325 $\eta_u$	3 x 22.21 $\xi_u$
2	345.6	340.4	4 x 193	4 x 0.325 $\eta_u$	4 x 22.21 $\xi_u$
1	345.6	340.4	5 x 193	5 x 0.325 $\eta_u$	5 x 22.21 $\xi_u$
<b>tot</b>	<b>1831</b>	<b>1702</b>	<b>2895</b>	<b>4.87 <math>\eta_u</math></b>	<b>333.15 <math>\xi_u</math></b>

Tab. 7.2.1 – Parametri meccanici adottati per i controventi VE ed EP.

Come per i telai ad un piano, quindi, le *Variabili di Progetto* da determinare nel processo di ottimizzazione sono soltanto due:  $\lambda$  e  $\xi$  (per controventi VE) o  $\eta$  (per controventi EP). Inoltre, seguendo le indicazioni ottenute nel precedente capitolo, si pone  $\lambda=2$ , quindi, selezionato  $\lambda$  e le forme delle distribuzioni con l’altezza delle rigidezze e parametri dei collegamenti dei controventi, il problema progettuale si risolve con una semplice ottimizzazione *scalare* per la determinazione dei valori ottimali di  $\xi$  ed  $\eta$ . Nelle ipotesi poste, in Tab.7.2.1 si riportano i risultati ottenuti con l’applicazione delle precedenti relazioni al

<sup>[2]</sup> Se la distribuzione dei dispositivi viscosi di riferimento è uguale a quella delle masse o delle rigidezze strutturali, come avviene in questo caso di distribuzione uniforme, allora il sistema è ancora classicamente smorzato (smorzamento proporzionale) e l’analisi modale utilizzata è ancora valida.

modello di edificio a 5 piani adottato; in particolare si noti come, data la distribuzione lineare 1:n delle rigidezze dei controventi, la condizione  $\lambda=2$  si ottiene con rigidezze aggiuntive pari ad 1.7 volte circa quelle della struttura NC, infine applicando le Eq.7.2.4a e 7.2.5 si ottiene  $f_{y,tot} = 4.87$  MN (per PGA=1) e  $C_{rif} = 333.15$  MN s / m .

### 7.3 Controllo passivo ottimale

Si osserva, innanzitutto, come il problema progettuale di ottimizzazione sia stato risolto nel caso di controllo passivo. In Fig.7.3.1 è riportato, per controventi VE ed EP, l'andamento delle grandezze di risposta globale ( $Y$ ,  $T$  e la loro media  $G_{glob}$ ) e locale ( $D$ ,  $A$  e  $G_{loc}$ ) di picco, al variare del parametro scalare ( $\xi$  o  $\eta$ ) che definisce i collegamenti. La scelta del valore ottimale del parametro è tale da minimizzare  $G_{glob}$ ; si osservi che tale scelta spesso minimizza anche  $G_{loc}$  (come avviene anche nell'esempio riportato).

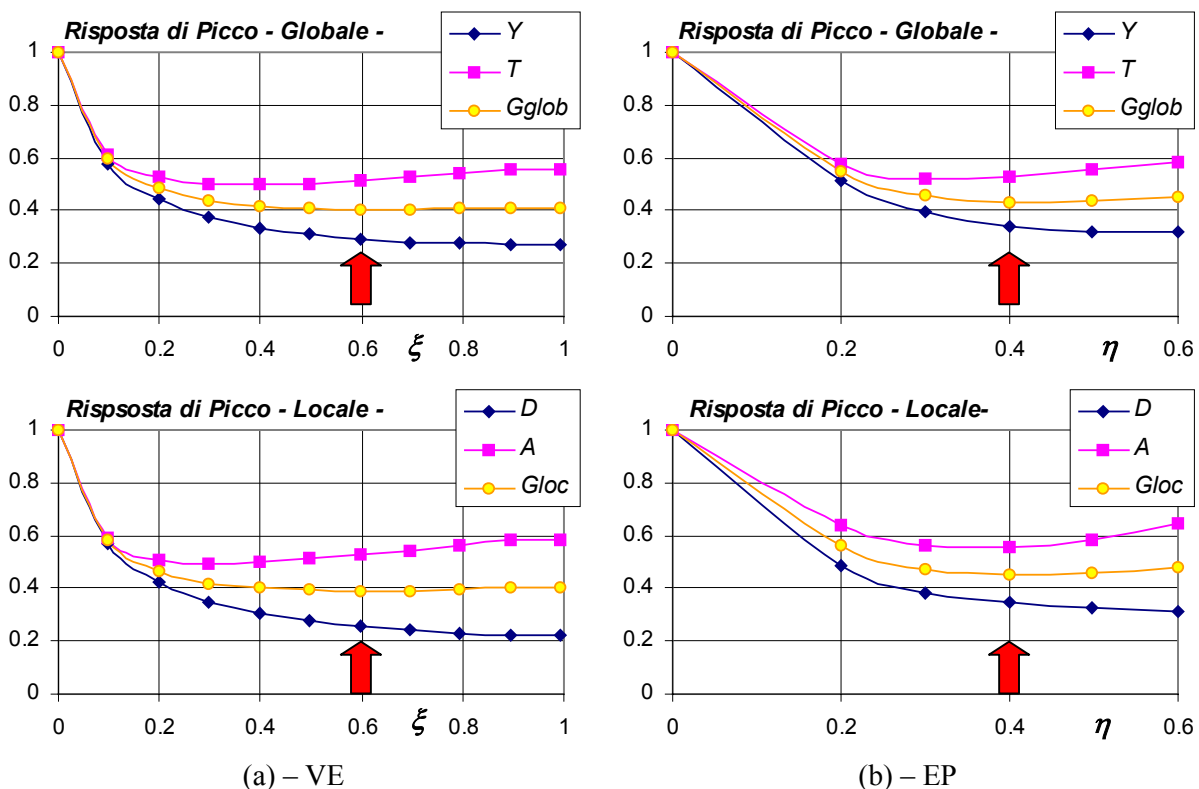


Fig. 7.3.1 – Andamento delle grandezze di risposta (di picco) locali e globali, al variare del parametro del collegamento ( $\xi$  o  $\eta$ ); EC8C,  $\lambda=2$ . (a) VE; (b) EP. EC8C,  $\lambda=2$ .

Come nel caso ad 1 gdl (§6.3.2), al crescere del parametro del collegamento le grandezze di risposta che si riferiscono agli spostamenti ( $Y$  e  $D$ ) decrescono sempre, mentre quelle riferite alle forze ed accelerazioni assolute ( $T$  ed  $A$ ), quindi le  $G$ , presentano un minimo.

In Tab.7.3.1, si riportano in maniera sintetica i risultati (sia di picco che RMS) ottenuti in corrispondenza della scelta ottimale dei parametri per controventi VE ed EP, confrontandoli anche con il caso di intervento ‘tradizionale’ mediante controventi non dissipativi (elastici collegati rigidamente, CR). Si nota come, anche per i telai multipiano, le prestazioni migliori si ottengano con i controventi VE, soprattutto per i valori medi (RMS).

	Risp. Picco		Risp. ‘Globale’			Risp. ‘Locale’		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
EP	$G_{gl}$	0.4	0.34	0.53	0.43	0.35	0.55	0.45
VE	$G_{gl}$	0.6	0.30	0.51	0.40	0.26	0.53	0.39
CR	–	$\infty$	0.45	1.17	0.81	0.35	1.36	0.85

	Risp. RMS		Risp. ‘Globale’			Risp. ‘Locale’		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
EP	$G_{gl}$	0.4	0.35	0.57	0.61	0.34	0.71	0.52
VE	$G_{gl}$	0.6	0.31	0.55	0.43	0.27	0.53	0.40
CR	–	$\infty$	0.51	1.36	0.94	0.39	1.52	0.96

Tab. 7.3.1 – Controllo Passivo Ottimizzato,  $\lambda=2$  EC8C.

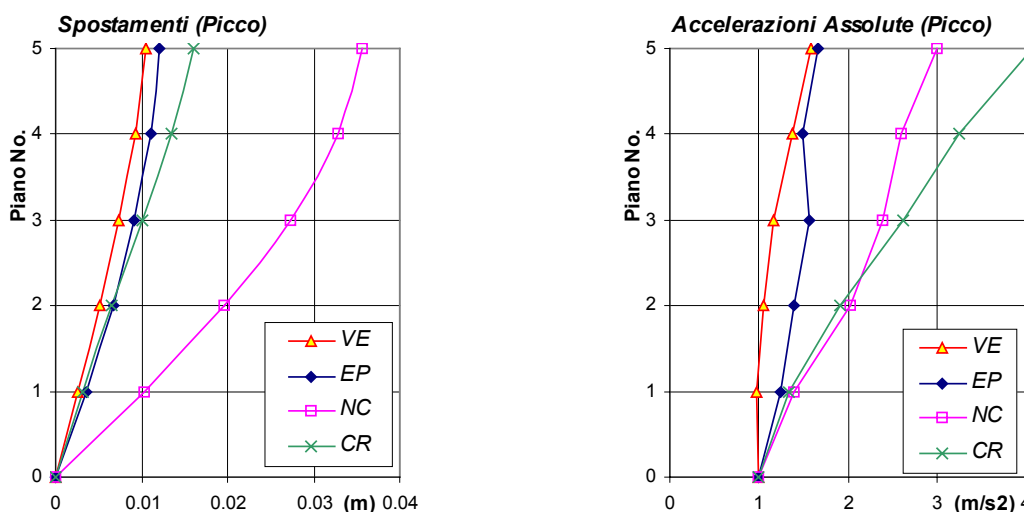


Fig. 7.3.2 – Spostamenti ed accelerazioni assolute di piano. Controllo Passivo Ottimale. VE:  $\xi=0.6$ , EP:  $\eta=0.4$ , EC8C,  $\lambda=2$ .

Per quanto riguarda le sole risposte di picco, in Fig.7.3.2 si riportano gli andamenti, con l’altezza, di spostamenti ed accelerazioni assolute di piano, ottenute effettuando la scelta ottimale dei collegamenti (Tab.7.3.1). In questo modo si apprezza come i controventi VE siano più efficaci di quelli EP lungo tutta l’altezza ed, inoltre, anche rispetto a quelli tradizionali elastici (CR); con i controventi dissipativi, infatti, si realizzano spostamenti minori senza mostrare i grossi incrementi in accelerazione e forza in fondazione caratterizzanti i CR.

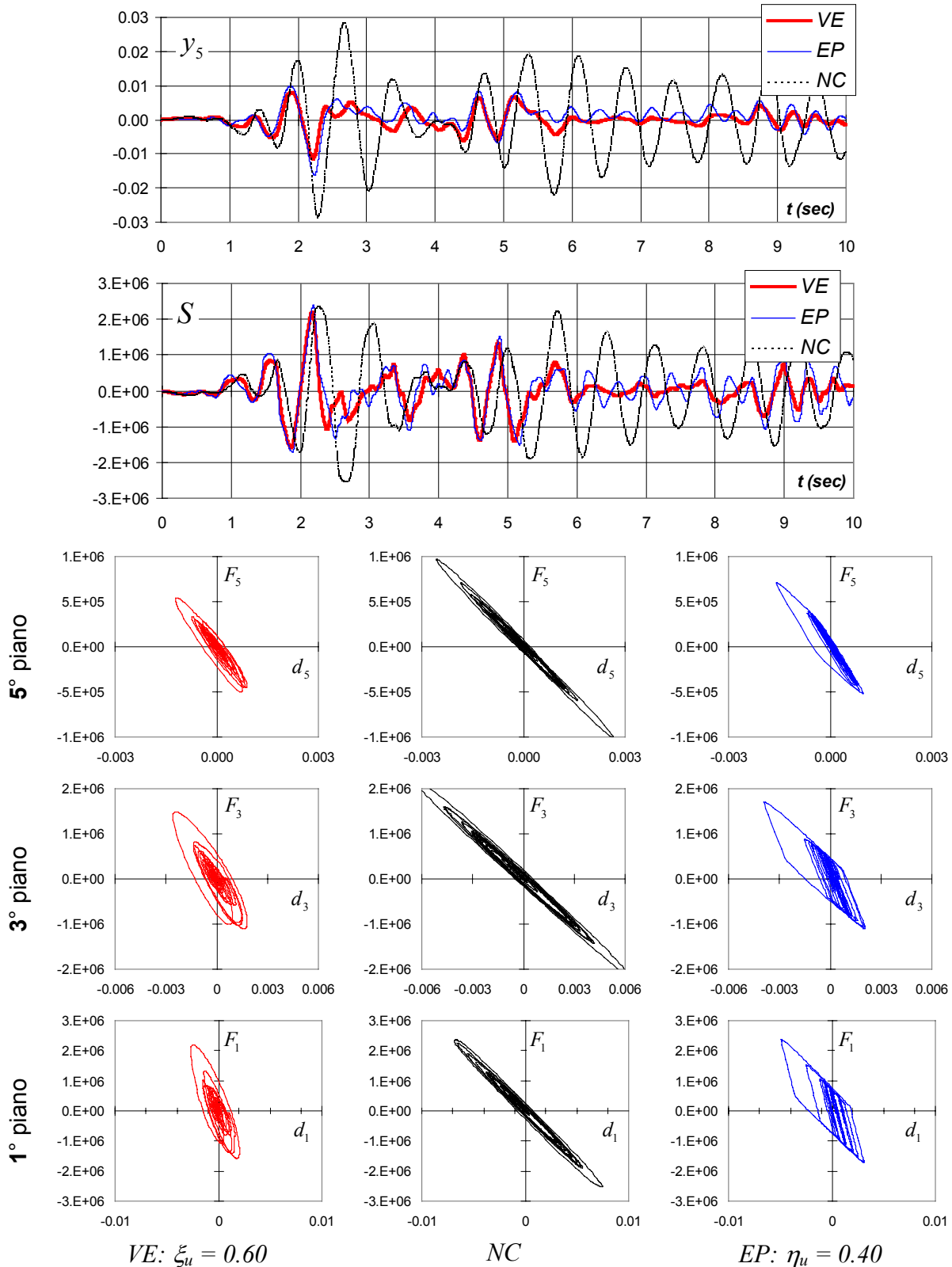


Fig. 7.3.3 - Storia temporale della risposta: spostamento in sommità  $y_5$  [m], tagliante alla base  $S$  [N] e cicli di isteresi forza totale di piano  $F_i$  [N] - drift di interpiano  $d_i$  [m]. Controllo Passivo, ELCEN,  $\lambda=2$ , VE:  $\xi=0.6$  EP:  $\eta=0.4$ .

Inoltre, a conferma di quanto osservato con EC8C, si riportano alcune storie temporali delle risposta ottenute con ELCEN (Fig.7.3.3), in particolare lo spostamento in sommità  $y_5$ , il

taglio alla base  $S$  ed i legami costitutivi globali per tre piani ( $1^\circ$ ,  $3^\circ$  e  $5^\circ$ ) in cui è evidente l'effetto dei controventi dissipativi sulla risposta.

Si notino, infine, le analogie, anche quantitative per quanto riguarda i valori ottimali dei parametri e le risposte, col caso ad 1 gdl (Tab.6.3.1); ciò mostra come i risultati allora ottenuti mediante un modello strutturale molto più semplice (ad 1 gdl), possano essere estesi, almeno in prima approssimazione, anche a sistemi strutturali a più gdl come quello in esame.

#### 7.4 Algoritmi per il controllo Semi Attivo di tipo ON-OFF

Facendo riferimento a quanto visto nel precedente Cap.5, si applicheranno due degli algoritmi allora presentati e studiati al controllo dei controventi SA ora esaminati. In particolare si farà riferimento soltanto alla formulazione relativa degli stessi.

In primo luogo si verifica ancora l'efficacia (e gli inconvenienti) dell'algoritmo 'SA-1' (§5.2), basato sull'estensione diretta dell'algoritmo ON-OFF per sistemi ad 1 gdl, che realizza, come si è già visto, il cosiddetto *controllo locale* dei singoli dispositivi, secondo la legge seguente (ove  $d$  è il *drift* di interpiano ed  $u$  la forza nel controvento):

$$\dot{d}_i(t) u_i(t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elem. } i^{\text{mo}} \text{ Attivo.} \quad (7.4.1)$$

Come nel caso a rigidità variabile, anche per controventi EP e VE il controllo si realizza scollegando il controvento per un solo istante in corrispondenza di un massimo o minimo relativo del *drift* di interpiano, massimizzando in questo modo (*localmente*) l'energia elastica dissipata dal singolo controvento in corrispondenza delle disattivazioni istantanee. Nel §5.2.1 abbiamo enunciato alcune fra le più interessanti proprietà dell'algoritmo, fra cui appunto quella del controllo *locale*, mentre nel §5.2.2 se ne è mostrato (e spiegato) il maggiore limite costituito da un non efficace controllo delle accelerazioni assolute di picco dovute ai salti di forza di inerzia causati dalla disattivazione istantanea dei controventi. In quanto segue si confermerà che tale problema esiste anche con collegamenti dissipativi.

Sempre nel Cap.5 si è proposta la soluzione a tale problema, facendo in modo che tutti i dispositivi si disattivo contemporaneamente, in modo da compensare l'uno con l'altro l'entità delle discontinuità di forza di inerzia sulle masse. In particolare, attraverso una procedura che ha anche condotto alla formulazione di una estensione 'modale' degli algoritmi per sistemi a molti gdl (§5.3), si è proposto infine l'algoritmo 'SA-3' (§5.4) di agevole ed affidabile implementazione e che risolve efficacemente il problema delle accelerazioni assolute di picco. Tale algoritmo, della cui efficacia si è già parlato nel Cap.5, si esprime come segue (§5.4):

$$\dot{x}_r(t)\mathcal{U}(t) \leq 0 \Rightarrow \text{TUTTI gli Elementi sono ATTIVI} \quad (7.4.2)$$

e si realizza, anche nel caso di controventi dissipativi, disattivando *tutti* i dispositivi *contemporaneamente* in corrispondenza di un massimo o minimo relativo dello spostamento di un prescelto gdl (l'*r*-mo). In questo modo, pur non massimizzando *localmente* l'energia elastica dissipata nelle disattivazioni dei controventi, si realizza un comportamento *nel complesso* migliore. In particolare, nel seguente studio, si applicherà l'algoritmo basandolo sullo spostamento in sommità dell'edificio ( $r=5$ ), considerato come punto più rappresentativo dell'intera risposta e, date le maggiori ampiezze attese, più affidabilmente misurabile.

### 7.5 Controllo Semi Attivo dei dispositivi ottimali per il controllo passivo

Seguendo l'iter proposto per i telai ad un piano, il primo passo nello studio dell'efficacia dei controventi SA è costituito dall'applicazione del controllo ON-OFF ai dispositivi progettati, nel §7.3, per il controllo passivo (CP).

	<i>Risp. Picco</i>		<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
<b>EP</b>	–	<b>0.4</b>	0.33	0.49	0.41	0.31	0.73	0.52
<b>VE</b>	–	<b>0.6</b>	0.29	0.51	0.40	0.25	0.92	0.58
<b>CR</b>	–	$\infty$	0.23	0.65	0.44	0.20	1.58	0.89

	<i>Risp. RMS</i>		<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
<b>EP</b>	–	<b>0.4</b>	0.31	0.48	0.40	0.30	0.43	0.37
<b>VE</b>	–	<b>0.6</b>	0.28	0.50	0.39	0.25	0.46	0.36
<b>CR</b>	–	$\infty$	0.24	0.50	0.37	0.22	0.46	0.34

Tab. 7.5.1 – Controllo SA-1 applicato ai dispositivi progettati per il CP,  $\lambda=2$  EC8C.

In Tab.7.5.1 si riportano, prima di tutto, le grandezze di risposta ottenute con l'applicazione del controllo 'locale' SA-1, sia ai controventi dissipativi (EP e VE) che puramente elastici (CR). Rispetto ai corrispondenti dispositivi passivamente controllati (Tab.7.3.1) si osservano riduzioni sensibili in termini di valori RMS, mentre le risposte massime mostrano un sensibile incremento di *A* (accelerazione assoluta massima di piano) dovuta, come ci si attendeva, alla disattivazione dei dispositivi ai piani più bassi. Questi incrementi pregiudicano notevolmente l'efficacia del controllo SA-1 nei confronti della limitazione della risposta locale di picco.

Tale problema, come già visto (Cap.5), si risolve applicando l'algoritmo SA-3 che garantisce la disattivazione contemporanea dei dispositivi. In questo caso (Tab.7.5.2) sono i

controventi EP che, rispetto al corrispondente CP, beneficiano maggiormente del controllo (miglioramenti nell'ordine del 10% per la risposta globale di picco, 15% per quella locale di picco e 25÷30% per quelle RMS), recuperando rispetto al VE (che, peraltro, poco beneficia del controllo SA) la differenza che emergeva nel caso passivo e giungendo a prestazioni del tutto confrontabili. Comunque, rispetto al migliore CP (con controventi VE), si ottengono miglioramenti molto limitati, che non vanno oltre il 5% per le  $G$  di picco (per cui si osserva che EP SA-3 migliora le prestazioni in forze ed accelerazioni, ma perde in termini di spostamenti e *drift*) e che si attestano intorno al 10% per le  $G$  in RMS.

	<i>Risp. Picco</i>		<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
<b>EP</b>	–	<b>0.4</b>	0.31	0.48	<u>0.39</u>	0.30	0.46	0.38
<b>VE</b>	–	<b>0.6</b>	0.28	0.51	0.40	0.24	0.54	<u>0.39</u>
<b>CR</b>	–	$\infty$	0.21	0.65	0.43	0.21	0.71	0.46

	<i>Risp. RMS</i>		<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
<b>EP</b>	–	<b>0.4</b>	0.26	0.50	<u>0.38</u>	0.27	0.46	<u>0.36</u>
<b>VE</b>	–	<b>0.6</b>	0.29	0.51	0.40	0.27	0.48	0.37
<b>CR</b>	–	$\infty$	0.22	0.53	0.37	0.21	0.52	0.37

Tab. 7.5.2 – Controllo SA-3 applicato ai dispositivi progettati per il CP,  $\lambda=2$  EC8C.

Infine, le differenze che si ottengono fra il CP ed i due algoritmi di controllo SA, applicati agli stessi dispositivi, sono meglio evidenziate in Fig.7.5.1 per controventi VE e Fig.7.5.2 per quelli EP, dove si riportano gli spostamenti e le accelerazioni (di picco) ottenute ai vari piani. In questi diagrammi si osserva che il controllo SA dei dispositivi VE, a parità di parametro ( $\xi$ ), non conduce ad alcun beneficio rispetto al CP ottimizzato, invece sostanziali benefici, soprattutto in termini di accelerazioni, si ottengono (ovviamente applicando l'algoritmo SA-3) con i controventi EP. In entrambi i casi si rilevano gli incrementi di accelerazione, maggiormente evidenti ai piani più bassi, caratteristici dell'algoritmo 'locale' SA-1. Tale comportamento sfavorevole dell'algoritmo SA-1, evidenziato già nel Cap.5 per controventi collegati rigidamente ed ora confermato anche nel caso di collegamenti dissipativi, giustifica la scelta di applicare, nella seguente scelta ottimale dei parametri dei dispositivi anche nel caso SA, soltanto l'algoritmo SA-3.

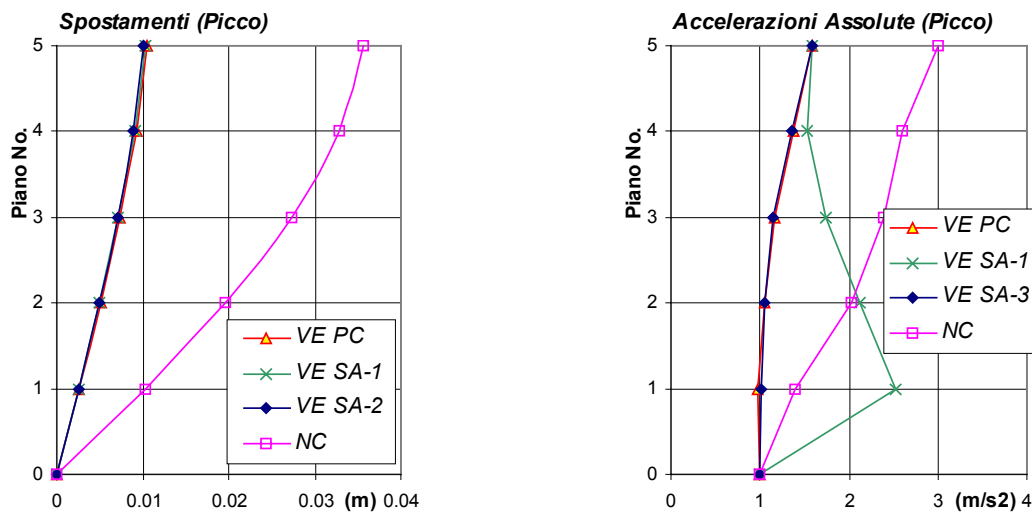


Fig. 7.5.1 – Spostamenti ed accelerazioni assolute di piano. Controllo SA applicato ai dispositivi per il controllo passivo, VE  $\xi=0.60$ . EC8C,  $\lambda=2$ .

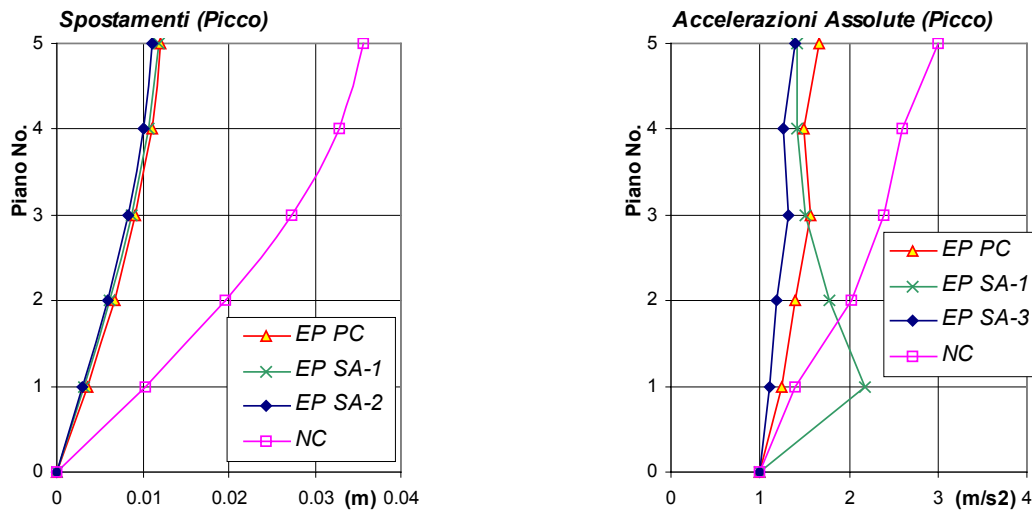


Fig. 7.5.2 – Spostamenti ed accelerazioni assolute di piano. Controllo SA applicato ai dispositivi per il controllo passivo, EP  $\eta=0.40$ . EC8C,  $\lambda=2$ .

## 7.6 Controllo Semi Attivo ottimale

Lo studio dell'applicazione di controventi SA ai telai multipiano si conclude, anche in questo caso, con la ricerca dei parametri ottimali dei dispositivi di collegamento, realizzata applicando il metodo di progetto usato nel caso passivo ai controventi controllati (con l'algoritmo SA-3). Quindi, minimizzando la risposta globale ( $G$ ), si ottengono i risultati sinteticamente riportati nella Tab.7.6.1.

Innanzitutto, si nota (come per i telai monopiano, §6.6) come per entrambi i dispositivi la valorizzazione dell'energia elastica dissipata nelle disattivazioni istantanee, rispetto a quella dissipata dal collegamento, conduce a valori ottimali dei parametri dei collegamenti stessi più



alti di quanto ottenuto nel caso passivo (Tab.7.3.1). Con questi parametri si ottengono prestazioni migliori rispetto ai corrispondenti casi passivi. In particolare, con EP SA-3 ( $\eta=0.6$ ) si ottengono riduzioni, rispetto agli stessi controventi passivi ( $\eta=0.4$ ), nell'ordine del 30% per gli spostamenti e *drift* (sia di picco che RMS) e per forze ed accelerazioni RMS; minori riduzioni (5% circa) si mostrano per forze ed accelerazioni di picco. Invece con i dispositivi VE (SA-3,  $\xi=1.1$ ) si hanno miglioramenti nell'ordine del 20% per spostamenti (di picco ed RMS) e forze (RMS), ma peggioramenti per forze ed accelerazioni di picco. Inoltre, il confronto fra le risposte massime di piano, ottenute con i controventi SA ottimizzati ed il miglior controllo passivo, è riportato in Fig.7.6.1; infine, in Fig.7.6.2, lo stesso confronto è esteso anche alle storie temporali.

In queste ultime figure, in particolare, si osserva l'effetto delle disattivazioni istantanee dei controventi nell'incrementare l'ampiezza di cicli dissipativi ed, inoltre, le forti analogie fra controventi VE ed EP controllati ed ottimizzati.

	<i>Risp. Picco</i>		<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
EP	$G_{gl}$	<b>0.60</b>	0.24	0.50	<u>0.37</u>	0.23	0.56	0.40
VE	$G_{gl}$	<b>1.10</b>	0.25	0.54	0.39	0.21	0.58	<u>0.39</u>
CR	–	$\infty$	0.21	0.65	0.43	0.21	0.71	0.46

	<i>Risp. RMS</i>		<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Crit.	$\eta_u / \xi_u$	Y	T	$G_{glob}$	D	A	$G_{loc}$
EP	$G_{gl}$	<b>0.60</b>	0.25	0.51	0.38	0.23	0.49	0.36
VE	$G_{gl}$	<b>1.10</b>	0.23	0.50	<u>0.36</u>	0.22	0.49	<u>0.35</u>
CR	–	$\infty$	0.22	0.53	0.37	0.21	0.52	0.37

Tab. 7.6.1 – Controllo SA-3 ottimizzato.  $\lambda=2$  EC8C.

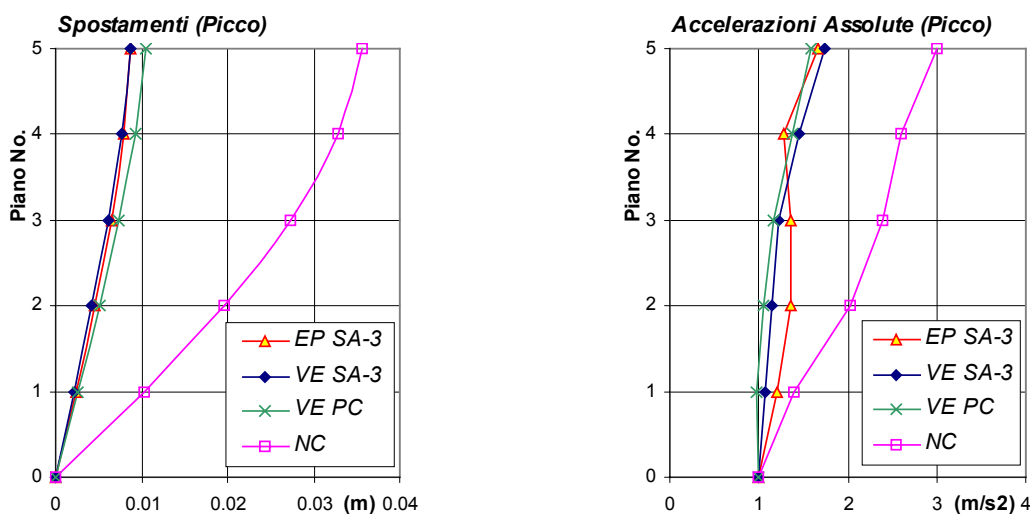


Fig. 7.6.1 – Spostamenti ed accelerazioni assolute di piano. Controllo SA 'Ottimizzato': EP SA-3 ( $\eta=0.60$ ), VE SA-3 ( $\xi=1.10$ ), VE PC ( $\xi=0.60$ ). EC8C,  $\lambda=2$ .

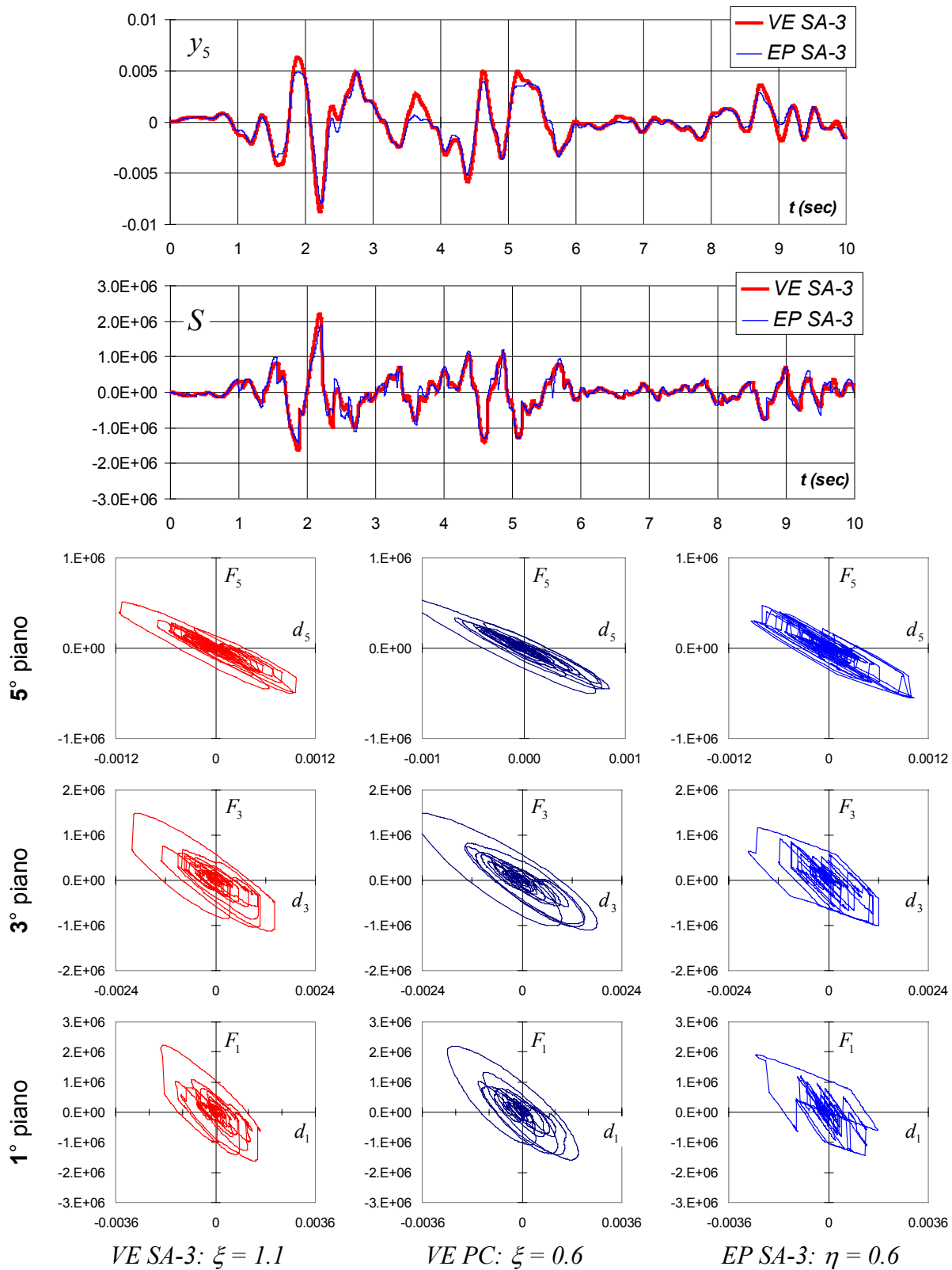


Fig. 7.6.2 - Storia temporale della risposta: spostamento in sommità  $y_5$  [m], tagliante alla base  $S$  [N] e cicli di isteresi forza totale di piano  $F_i$  [N] - drift di interpiano  $d_i$  [m]. Controllo SA-3 ottimizzato e passivo, ELCEN,  $\lambda=2$ .

## 7.7 Conclusioni

In conclusione si riporta, nella successiva Tab.7.7.1, il confronto fra le considerate grandezze normalizzate di risposta, ottenute con la migliore situazione di controllo passivo (controventi VE con  $\xi=0.6$ ) ed i migliori controventi SA (EP SA-3,  $\eta=0.6$ ).

<i>Risp. Picco</i>	<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Y	T	G <sub>glob</sub>	D	A	G <sub>loc</sub>
<b>Migliore Passivo</b>	0.30	0.51	0.40	0.26	0.53	0.39
<b>VE, <math>\xi = 0.6</math></b>						
<b>Migliore Semi Attivo</b>	0.24	0.50	0.37	0.23	0.56	0.40
	-20%	-2%	-8%	-11%	+6%	+2%
<b>EP (SA-3) <math>\eta = 0.6</math></b>						
<i>Risp. RMS</i>	<i>Risp. 'Globale'</i>			<i>Risp. 'Locale'</i>		
	Y	T	G <sub>glob</sub>	D	A	G <sub>loc</sub>
<b>Migliore Passivo</b>	0.31	0.55	0.43	0.27	0.53	0.40
<b>VE, <math>\xi = 0.6</math></b>						
<b>Migliore Semi Attivo</b>	0.25	0.51	0.38	0.23	0.49	0.36
	-19%	-7%	-12%	-15%	-8%	-10%
<b>EP (SA-3) <math>\eta = 0.6</math></b>						

Tab. 7.7.1 – Confronto fra il migliore controllo passivo ed il migliore SA,  $\lambda=2$  EC8C.

In particolare, si riportano anche le differenze % fra il controllo SA e quello passivo, da cui emerge la maggiore efficacia del controllo SA nella limitazione di spostamenti e *drift* rispetto a forze ed accelerazioni. In termini di  $G$  si mostrano riduzioni nell'ordine del 10% per la risposta globale (sia di picco che RMS) e per quella locale RMS; invece la  $G$  locale di picco risulta sostanzialmente invariata, poiché i benefici in termini di *drift* (circa il 10%) sono compensati da peggioramenti nell'accelerazione assoluta massima (date le maggiori forze di plasticizzazione dei collegamenti).

Confrontando, inoltre, la Tab.7.7.1 (ottenuta nel caso di edificio a 5 piani con periodo proprio NC pari a circa 0.7s) con la Tab.6.7.1 (ottenuta precedentemente per il telaio ad 1 piano), si possono osservare le analogie quantitative sia per i parametri dei dispositivi che per le risposte. In tale modo si è dimostrato che è possibile estendere, almeno nei casi di strutture regolari come quello presente, i risultati ottenuti utilizzando il criterio di progetto energetico per i sistemi ad 1gdl ai sistemi a molti gdl, ottenendo con i primi anche un'ottima stima della risposta dei secondi.

Infine si può concludere che, come nel caso ad 1 piano, il migliore controllo passivo si ottiene con controventi VE, capaci come è noto di dissipare energia per qualsiasi ampiezza del

moto. Invece, del controllo SA (algoritmo ON-OFF SA-3) beneficiano maggiormente i controventi EP, che migliorano le prestazioni del controllo (già buone nel caso passivo) di un ulteriore 10 ÷ 20 % sugli spostamenti e *drift* di piano (massimi ed RMS) e sulle forze ed accelerazioni (RMS). I maggiori valori delle forze di plasticizzazione, richieste dal controllo SA per valorizzare l'energia elastica dissipata nelle disattivazioni dei controventi, però, fanno sì che in questo caso possano verificarsi valori *localmente* maggiori, sempre rispetto al CP ottimizzato, delle accelerazioni massime (taglianti) di piano; tali incrementi, però, sono minori dei benefici sopra menzionati.

Questi risultati, che mostrano l'efficacia del controllo SA anche per edifici intelaiati multipiano, sono comunque legati all'uso diffuso, lungo tutta l'altezza, dei controventi SA. Per questo si ritiene opportuno concludere le applicazioni, e quindi la tesi, con un caso-studio in cui si utilizza un solo controvento nel controllo di un edificio a tre piani. Questo caso-studio è molto interessante, anche e soprattutto, poiché costituito da una struttura *benchmark* proposta per il controllo strutturale di tipo attivo, che permetterà il confronto, fondato su basi oggettive, delle metodologie di controllo SA proposte in questa tesi con altre di tipo attivo, avvalorandone, se era ancora necessario, l'applicabilità al controllo di edifici civili.

## **BIBLIOGRAFIA del Capitolo 7**

- Brown A.S., Ankireddi S. & Yang H.T.Y., 1999. Actuator and sensor placement for multiobjective control of structures. *Jour. of Structural Engineering ASCE*, Vol. 125 (7), p.757-765.
- Cheng F.Y & Pantelides C.P., 1988. Optimal placement of actuators in structural control. *Tech. Rep. NCEER-88-0037*, National Center for Earthquake Engineering Research, S.U. of N.Y. at Buffalo (USA).
- Ciampi V., De Angelis M. & Paolacci F., 1995. Design of yielding or friction-based dissipative bracings for seismic protection of buildings. *Engineering Structures*, vol.17 n.5, p.381-391.
- De Angelis M., 1996. Una metodologia di progetto su base energetica di sistemi di controllo passivo della risposta sismica delle strutture. *Dissertazione presentata per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in 'Ingegneria delle Strutture'*, Università di Roma 'La Sapienza', Febbraio 1996.
- Shmitendorf W.E., Jabbari F. & Yang J.N., 1994. Robust control techniques for buildings under earthquake excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.23, p.539-552.
- Shukla A.K. & Datta T.K., 1999. Optimal use of viscoelastic dampers in building frames for seismic force. *Jour. of Structural Engineering ASCE*, vol.125 n.4, April 1999, p.401-409
- Soong T.T., 1990. *Active Structural Control: Theory and Practice*. Longman Scientific and Tech., Essex (Engl).
- Wu B., Ou J.P. & Soong T.T., 1997. Optimal placement of energy dissipation devices for three-dimensional structures. *Engineering Structures*, Vol.19 n.2, p.113-125.
- Yang J.N., Wu J.C. & Li Z., 1996. Control of seismic-excited building using active variable stiffness systems. *Engineering Structures*, Vol. 18 (8), p.589-596.

## CAPITOLO 8

### **APPLICAZIONE AD UN CASO-STUDIO: CONTROLLO PASSIVO E SEMI ATTIVO DI UNA STRUTTURA 'BENCHMARK'**

---

*In questo capitolo si studia l'efficacia dei controventi, sia passivi che semi attivi, nel controllo della risposta sismica di un telaio a tre piani in acciaio, già utilizzato in letteratura come struttura 'benchmark' di prima generazione per il controllo strutturale. I risultati ottenuti con il controllo passivo e semi attivo sono stati confrontati sia fra loro che con quelli, noti in letteratura, riguardanti il controllo con tiranti attivi. In questo confronto si è mostrato che le tecniche passive, ed in particolare semi attive, se correttamente progettate, sono competitive con quelle attive, non solo per semplicità ed affidabilità, ma anche in termini prestazionali.*

---

#### **8.1 Il problema 'benchmark'**

In conclusione delle applicazioni, e della tesi, si vuole mostrare l'efficacia dei sistemi di controllo basati sull'uso passivo e semi attivo di controventi dissipativi, rispetto a sistemi di tipo attivo variamente progettati. Inoltre, diversamente da quanto esaminato nel precedente cap.7, si studieranno queste tecniche anche in situazioni in cui i controllori non sono diffusi su tutta l'altezza della struttura, ma localizzati.

Per fare ciò, si applicheranno queste metodologie di controllo ad una struttura di riferimento ben nota nel campo del controllo strutturale, poiché proposta (1997) dal comitato per il controllo strutturale dell'ASCE, quindi ripresa dall'associazione internazionale per il controllo strutturale, quale problema 'benchmark' di prima generazione (Spencer *et al.*, 1998a,b). Caratteristica di tali problemi *benchmark* è, infatti, la definizione di una struttura, di un set di eccitazioni e di una serie di grandezze rappresentative della risposta, con riferimento alle quali è possibile il confronto diretto fra le prestazioni di differenti metodologie di

controllo. Nel caso in esame la struttura è costituita da un telaio a tre piani controllato mediante tiranti attivi posti al primo piano. Il confronto si effettuerà ponendo, sempre al primo piano, controventi elastoplastici (EP) e viscoelastici (VE), sia passivi che SA.

Nel seguito, quindi, illustrata la formulazione originaria del problema *benchmark* e richiamati alcuni risultati disponibili in letteratura sul controllo attivo di tale struttura, si effettuerà la progettazione ottimale dei sistemi di controvento e si confronteranno i risultati sia fra loro che con quelli disponibili per il controllo attivo.

### 8.1.1 La struttura ‘benchmark’

La struttura sulla quale si basa il modello di comparazione per il *benchmark* di prima generazione è costituita da un telaio in acciaio a tre piani ed una campata (Spencer *et al.*, 1998a,b). Tale struttura è un modello in scala ridotta, circa 1:4, utilizzato per campagne sperimentali condotte al NCEER (Buffalo, NY) negli anni passati, (Chung *et al.*, 1989).

Nella definizione originaria del problema, si sono proposte due differenti sistemi per il controllo attivo della struttura. Il primo è costituito da un sistema a masse accordate attivamente controllato (*Active Mass Driver: AMD*) posto sulla sommità del telaio, (Spencer *et al.*, 1998a). Mentre, nel secondo caso, al primo interpiano del telaio sono applicati 4 cavi pretesi (tiranti attivi o *Active Tendons, AT*) collegati ad un attuatore idraulico; quest’ultimo costituisce il sistema di attuazione che fornisce l’azione esterna di controllo (Spencer *et al.*, 1998b). In quanto segue si considererà soltanto la seconda versione del problema *benchmark*, quella con i tiranti attivi, poiché meglio confrontabile con i sistemi di controllo costituiti da controventi. Una immagine della struttura di riferimento, insieme ad un suo disegno schematico, sono riportati in Fig.8.1.1.

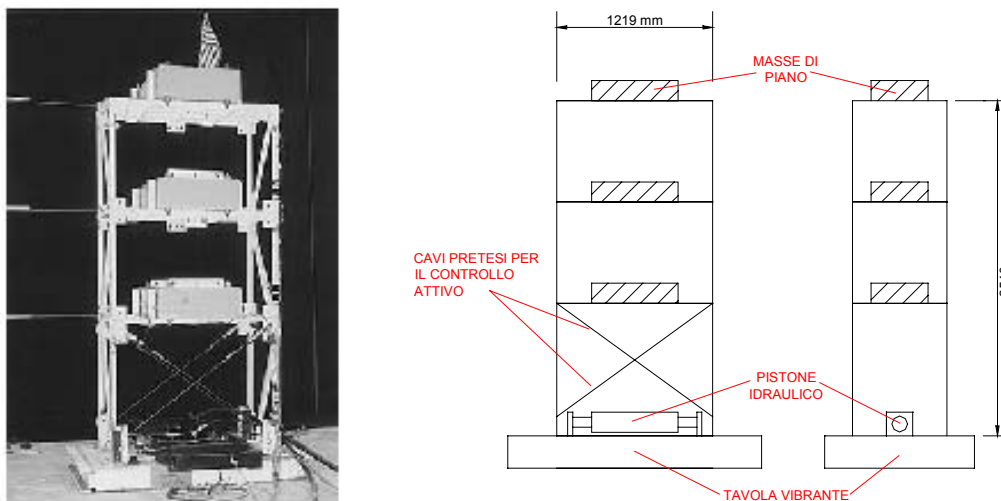


Fig. 8.1.1 – La struttura di riferimento per il problema benchmark.

La massa totale del modello, distribuita sui tre piani, è di circa 3000 kg e l’altezza complessiva della struttura è di 254 cm. Le frequenze dei primi tre modi di vibrare, per la struttura non controllata, sono pari a 2.27 Hz, 7.33 Hz e 12.24 Hz, con rapporti di smorzamento pari a 0.6%, 0.7% e 0.3%. Assumendo come gdl dinamici gli spostamenti orizzontali (longitudinali) di piano, le matrici di massa e rigidezza, direttamente derivate dall’elaborazione di dati sperimentali, (Chung *et al.*, 1989), sono le seguenti:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1005 & 0 & 0 \\ 0 & 1005 & 0 \\ 0 & 0 & 1005 \end{bmatrix} \text{ (kg)}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2801.17 & -1677.23 & 377.15 \\ -1677.23 & 1005 & -1660.05 \\ 377.15 & -1660.05 & 1362.55 \end{bmatrix} \text{ (kN/m)}; \text{ (8.1.1 a,b)}$$

la forma della matrice  $\mathbf{K}$ , non riconducibile a quella di un telaio *shear-type*, mostra l’influenza della rotazione di piano e dei trasversi deformabili.

Nella definizione originaria del problema *benchmark* si propongono due diverse tipologie di eccitazione monodirezionale alla base. La prima è rappresentata da processi aleatori stazionari, con densità spettrale definita da una serie di spettri di Kanai-Tajimi. La seconda, invece, è costituita da due registrazioni ‘storiche’ di terremoti naturali: *El Centro* (1940, El Centro NS) ed *Hachinohe* (1968, Hachinohe NS). Queste ultime (Fig.8.1.2) sono state opportunamente scalate, dimezzando la scala dei tempi, per garantire i corretti rapporti di similitudine col modello in scala considerato (Spencer *et al.* 1998a,b). In quanto segue si considererà la sola risposta di picco alle eccitazioni di tipo sismico. A tale proposito è utile ricordare che le eccitazioni di tipo aleatorio, proposte per il *benchmark* di prima generazione, non sono state più riproposte in quelli di generazione successiva, (Spencer *et al.* 1998c).

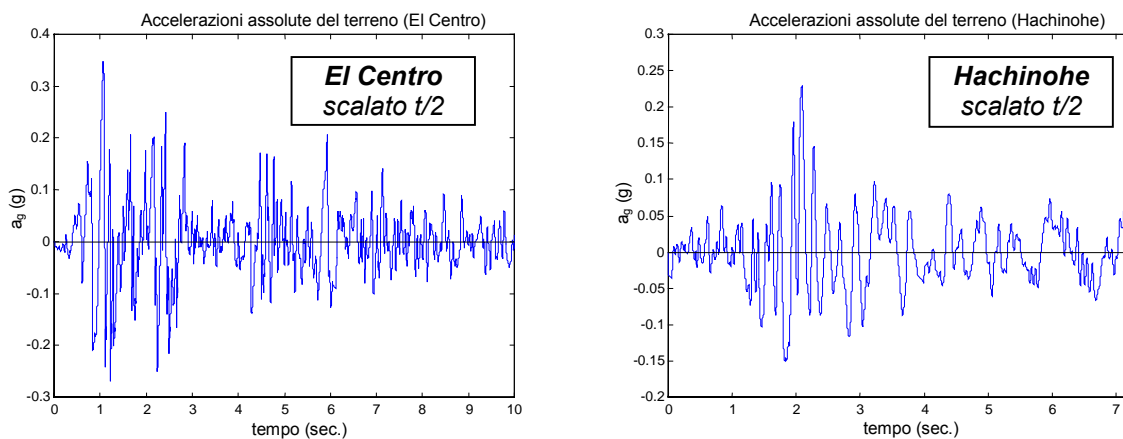


Fig. 8.1.2 - Eccitazioni utilizzate nel problema ‘benchmark’.

### 8.1.2 Criteri di valutazione della risposta

Per il confronto delle prestazioni fra i diversi sistemi di controllo applicati alla struttura di riferimento, risulta necessario definire delle opportune grandezze per la valutazione della risposta, che permettano un confronto quantitativo ed oggettivo. Il problema *benchmark* proponeva di utilizzare una serie di grandezze legate sia alla risposta in norma per eccitazioni aleatorie che alla risposta massima per quelle di tipo sismico.

Per quanto riguarda le grandezze cinematiche di risposta, nel *benchmark* si considerano i *drift* di interpiano, caratterizzanti dello stato di sollecitazione e quindi della sicurezza rispetto al collasso, e le accelerazioni massime di piano, significative nella valutazione del *comfort* sia per le persone che per gli oggetti contenuti.

Per continuità con quanto già visto per i telai controventati multipiano, a tali grandezze di risposta, che coincidono con quelle *locali* utilizzate nel Cap.7, si affiancano quelle *globali* introdotte nel §7.2. Tale distinzione è, in questo caso, particolarmente significativa per verificare che sistemi di controllo localizzati, quali sono sia i tiranti attivi che i controventi posizionati al primo piano, non producano pericolose concentrazioni di sollecitazione. In definitiva, gli indici utilizzati per la valutazione della risposta sono, per quanto riguarda la risposta globale, ancora il massimo spostamento in sommità  $Y$  ed il massimo taglio alla base  $T$ , normalizzati rispetto alle corrispondenti grandezze ottenute in assenza di controllo. Per quanto riguarda le grandezze di risposta ‘locale’, proposte nel problema *benchmark*, si è preferito mantenere la simbologia originaria (Spencer, 1998a,b), poiché tali indici sono diversamente normalizzati rispetto a quelli utilizzati nel Cap.7, infatti si definiscono:

$$J_6 = \max_t \left\{ \frac{|d_1(t)|}{y_{3,0}}, \frac{|d_2(t)|}{y_{3,0}}, \frac{|d_3(t)|}{y_{3,0}} \right\}, \quad J_7 = \max_t \left\{ \frac{|\ddot{y}_{a1}(t)|}{\ddot{y}_{a3,0}}, \frac{|\ddot{y}_{a2}(t)|}{\ddot{y}_{a3,0}}, \frac{|\ddot{y}_{a3}(t)|}{\ddot{y}_{a3,0}} \right\} \quad (8.1.2 \text{ a,b})$$

in cui  $d_i$  è il *drift* di interpiano,  $\ddot{y}_{ai}$  l’accelerazione assoluta di piano,  $y_{3,0}$  e  $\ddot{y}_{a3,0}$  rispettivamente, il massimo spostamento e la massima accelerazione assoluta della sommità della struttura non controllata, in valore assoluto. Per come sono stati definiti gli indici, per la struttura non controllata (NC)  $J_7$  è unitario, mentre questo non accade per  $J_6$ ; in particolare si ha per El Centro  $J_{6,NC} = 0.431$  e per Hachinohe  $J_{6,NC} = 0.425$ .

Analogamente a quanto visto nei precedenti capitoli, si introducono anche altri indici in grado di valutare *contemporaneamente* le prestazioni sia in spostamento che in accelerazione. Tali grandezze complessive di risposta sono definite come valore medio fra le grandezze ‘globali’  $Y$  e  $T$  ( $G_{glob}$ ) e fra le grandezze ‘locali’, in questo caso  $J_6$  e  $J_7$  ( $G_{loc}$ ).



Non si considereranno, in quanto segue, gli altri indici proposti nel *benchmark*, poiché una prima parte si riferisce alla risposta alle eccitazioni aleatorie (da  $J_1$  a  $J_5$ ), mentre altri, pur facendo riferimento alla risposta di picco per gli accelerogrammi naturali, valutano parametri, come la corsa, la velocità e la forza nell’attuatore (da  $J_8$  a  $J_{10}$ ), che hanno interesse solo per i sistemi di controllo di tipo attivo.

### 8.1.3 I risultati del ‘benchmark’: controllo mediante tiranti attivi

Nella formulazione originaria del *benchmark* lo scopo era, assegnata sia la struttura che il sistema di controllo (costituito in questo caso dai tiranti attivi), quello di confrontare fra loro le prestazioni di vari algoritmi per il controllo attivo. I risultati sono ora disponibili in letteratura, in particolare in una uscita speciale di *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* (vol.27 n.11, Nov.1998) e sul web al sito <http://www.nd.edu/~quake/>.

Un’opportuna selezione dei più significativi risultati riguardanti il sistema controllato con i tiranti attivi, è stata usata come termine di paragone per quelli ottenuti con il controllo passivo e SA, studiati nel seguito. A titolo orientativo si riportano, nella Tab.8.1.1, i valori più bassi ottenuti dai partecipanti al *benchmark*, sia per i criteri  $J_6$  e  $J_7$  che per il loro valore medio ( $G_{loc}$ ). Quest’ultimo, come accennato, è significativo per una valutazione complessiva degli algoritmi, che tenga al tempo stesso conto del *drift* di interpiano e dell’accelerazione assoluta.

Si noti come, in generale, i valori maggiori degli indici si ottengono con Hachinohe; ciò indica che, con questa eccitazione, si presentano maggiori difficoltà nel controllo della risposta del telaio *benchmark* rispetto ad El Centro.

Per maggiori dettagli, e per l’illustrazione degli algoritmi di controllo attivo utilizzati, si rimanda ai risultati del *benchmark*, di agevole consultazione, ad esempio, sul citato sito web.

Eccitazione	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
El Centro	0.2028 <sup>(1)</sup>	0.4609 <sup>(3)</sup>	0.3508 <sup>(5)</sup>
Hachinohe	0.2818 <sup>(2)</sup>	0.7712 <sup>(4)</sup>	0.5306 <sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> Worton *et al.* Ctrl\_H2 - H<sub>2</sub> design  
<sup>(2)</sup> Worton *et al.* Ctrl\_mix - mixed H<sub>2</sub> - H<sub>∞</sub> design  
<sup>(3)</sup> Johnson *et al.* JTH2 - H<sub>2</sub>  
<sup>(4)</sup> Johnson *et al.* JTH2Hi - mixed H<sub>2</sub> - H<sub>∞</sub>  
<sup>(5)</sup> Agrawal *et al.* Linear 1 sensor

Tab. 8.1.1 - Migliori risultati per il controllo attivo del problema benchmark.

## 8.2 Controllo passivo mediante controventi dissipativi

Il sistema di controllo passivo (CP) utilizzato nella comparazione, analogamente a quanto presentato anche nel precedente §6.2 (Fig.6.2.2), è costituito da un controvento elasto-plastico (EP) o visco-elastico (VE), posizionato al primo interpiano (Fig.8.2.1). Data la natura concentrata (e non diffusa sull'altezza) dei controventi, è necessario definire in maniera opportuna (e diversa da quanto fatto nel Cap.7), i parametri meccanici che li definiscono, ed in particolare:

- la rigidezza relativa  $\lambda = k_c / k_{f,l}$ , pari al rapporto fra la rigidezza del controvento ( $k_c$ ) e quella di piano del telaio ( $k_{f,l}$ );
- lo smorzamento normalizzato  $\xi = c_c / 2 m_1 \omega_{1,c}$ , nel caso di collegamento di tipo viscoso (controvento VE), dove  $c_c$  è il coefficiente di smorzamento associato al controvento,  $m_1$  è la massa del primo piano del telaio,  $\omega_{1,c} = \omega_{1,0} (1+\lambda)^{1/2}$  è la pulsazione propria del telaio con controvento rigidamente collegato ed  $\omega_{1,0}$  è la prima pulsazione propria del telaio non controllato (nel nostro caso  $\omega_{1,0} = 14.26$  rad/s);
- la soglia di plasticizzazione normalizzata  $\eta = F_{y,b} / m_1 \ddot{y}_{G,max}$ , nel caso di collegamento di tipo rigido-plastico (controvento EP), ove  $F_{y,b}$  è la soglia plastica del controvento e  $\ddot{y}_{G,max}$  è il valore massimo dell'accelerazione del suolo (PGA).

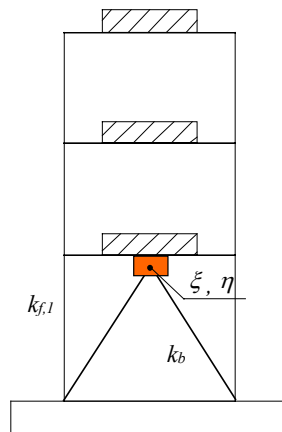


Fig. 8.2.1 - Posizione dei controventi dissipativi.

La progettazione del dispositivo richiede la determinazione dei valori della rigidezza relativa  $\lambda$  del controvento e dello smorzamento  $\xi$  o della soglia di plasticizzazione normalizzata  $\eta$  del collegamento. I valori ottimali dei parametri vengono determinati in modo tale da minimizzare le selezionate grandezze di risposta significative.

Nella Fig.8.2.2 sono mostrati, per El Centro, gli andamenti delle grandezze di risposta al variare del parametro  $\eta$  o  $\xi$  del collegamento, per diversi valori della rigidezza relativa  $\lambda$ . E'

evidente come, fissato  $\lambda$ , esiste un valore del parametro del collegamento che minimizzi la considerata grandezza di risposta. Inoltre, si può osservare come i valori minimi delle  $J$  si riducano al crescere di  $\lambda$ . Ciò conferma che aumentare la rigidezza dei controventi risulta essere favorevole nei riguardi delle riduzioni della risposta. Va però osservato che la gran parte delle riduzioni possibili per le risposte si ottengono per rigidezze del controvento dello stesso ordine di grandezza di quella di piano ( $\lambda=1 \div 2$ ) e che, inoltre, valori troppo grandi della rigidezza possono non essere agevolmente ottenibili da un punto di vista pratico ed economico. Per questo motivo, e come già assunto nei precedenti capitoli (6 e 7), si considereranno valori di  $\lambda$  non maggiori di 2. In particolare, si è verificato che per Hachinohe non si hanno miglioramenti significativi nel passaggio fra  $\lambda=1$  e  $\lambda=2$ , di conseguenza si considererà soltanto  $\lambda=1$ . Per El Centro, invece, esistono ancora margini di miglioramento nel passaggio fra  $\lambda=1$  e  $\lambda=2$  quindi, per maggiore completezza, si considerano entrambi i valori della rigidezza relativa del controvento.

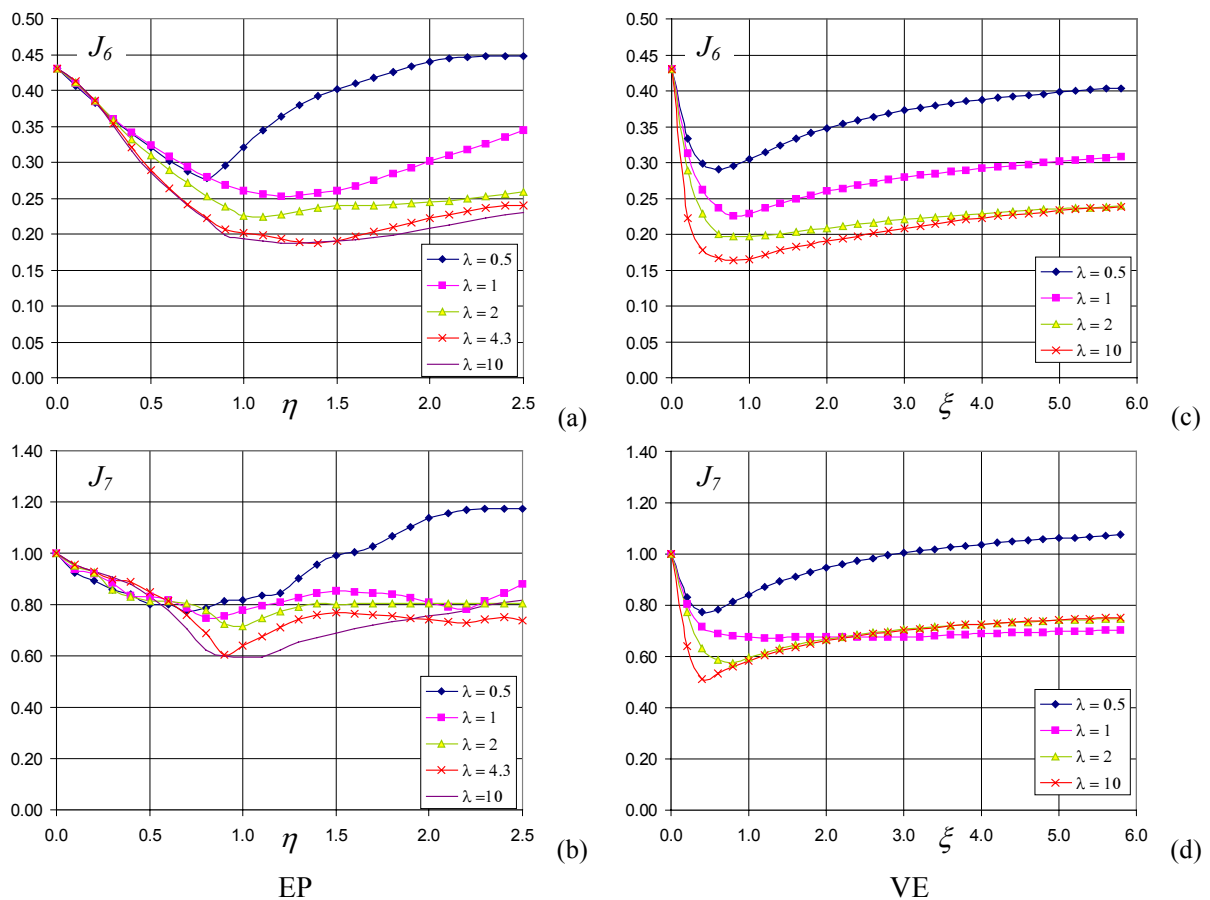


Fig. 8.2.2 - Andamento delle grandezze di risposta al variare di  $\lambda$ ,  $\xi$  ed  $\eta$ . (a) e (b): controvento EP; (c) e (d): controvento VE. El Centro, Controllo Passivo.

Fissati i valori di  $\lambda$ , anche in questo caso il problema progettuale si risolve ricavando i valori ottimali dei parametri dei collegamenti, sulla base della minimizzazione delle grandezze di risposta sopra considerate. Tale procedura ha portato ai risultati riportati nelle tabelle da 8.2.1 a 8.2.4.

Per quanto riguarda El Centro, nel confronto fra controvento EP (Tab.8.2.1) e VE (Tab.8.2.2) emerge, come accadeva anche nelle precedenti applicazioni, la superiorità di quest’ultimo, in termini di spostamenti in sommità  $Y$ , *drift* di interpiano  $J_6$ , taglio alla base  $T$ , ed accelerazione massima di piano  $J_7$ . Invece questa tendenza si inverte per Hachinohe (Tab. 8.2.3 e 8.2.4), per il quale, infatti, le migliori prestazioni di controllo passivo si ottengono con i controventi EP.

Queste differenze di prestazioni ottenute con le due eccitazioni considerate sono evidenti anche nel confronto con il controllo attivo (Tab.8.1.1). Infatti, con Hachinohe il controllo passivo (per mezzo, come detto, dei controventi EP) risulta essere anche più efficace di quello attivo, sia in termini di *drift* (–5%) che, soprattutto, in termini di accelerazione assoluta massima di piano (–17%). Con El Centro, invece, il controllo passivo è ancora più efficace di quello attivo solo in termini di riduzione del *drift* (–4%), infatti nel primo caso si ottengono accelerazioni assolute massime maggiori (+26%) che nel secondo.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\eta_{ott}$	$Y$	$T$	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6, J_7$	1	0.9	0.5881	0.7144	0.6513	0.2589	0.7543	0.5066
$J_6$	2	1.1	0.4840	0.6557	0.5699	0.2234	0.7456	0.4845
$J_7$	2	1.0	0.4961	0.6569	0.5765	0.2256	0.7157	0.4706

Tab. 8.2.1 - Controvento EP passivo, El Centro.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\xi_{ott}$	$Y$	$T$	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6, J_7$	1	0.9	0.5221	0.6453	0.5837	0.2254	0.6786	0.4520
$J_6$	2	1.0	0.4168	0.5894	0.5031	<u>0.1953</u>	0.5938	0.3945
$J_7$	2	0.9	0.4241	0.5931	0.5072	0.1960	<u>0.5828</u>	0.3894

Tab. 8.2.2 - Controvento VE passivo, El Centro.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\eta_{ott}$	$Y$	$T$	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6, J_7$	1	1.3	0.5803	0.6457	0.6130	<u>0.2662</u>	<u>0.6403</u>	0.4533

Tab. 8.2.3 - Controvento EP passivo, Hachinohe.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\xi_{ott}$	$Y$	$T$	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6$	1	1.2	0.5936	0.6269	0.6102	0.2657	0.7296	0.4977
$J_7$	1	0.8	0.6184	0.6376	0.6280	0.2741	0.7193	0.4967

Tab. 8.2.4 - Controvento VE passivo, Hachinohe.

In definitiva, quindi, si è osservato che già il controllo passivo è decisamente competitivo, in termini di prestazioni, con il controllo attivo proposto per il *benchmark*; di conseguenza questo risulta essere di gran lunga preferibile, data la sua enorme semplicità ed affidabilità, rispetto a quello attivo. Nel paragrafo che segue si applicheranno, alla struttura considerata, controventi di tipo SA, in modo da quantificare gli ulteriori benefici.

### 8.3 Controllo semi attivo

#### 8.3.1 Algoritmo di Controllo di tipo ON-OFF

Per quanto riguarda il controllo SA dei parametri meccanici dei dispositivi di collegamento, nel caso in esame (in cui è presente un solo controvento) non esiste alcun particolare vantaggio nell'applicare l'algoritmo 'SA-3' (che garantisce la disattivazione contemporanea di tutti i controventi, §5.4) invece del 'SA-1' (che realizza il controllo *locale* dei singoli dispositivi, §5.2). Per questo motivo si utilizzerà l'algoritmo 'SA-1' che, come abbiamo visto, si basa sulla minimizzazione istantanea dall'energia recuperabile totale (relativa) del sistema da proteggere. Nell'applicazione al caso in esame, l'algoritmo di controllo, analogo a quello proposto da Inaudi ed Hayen, si esplicita nel modo seguente:

$$\dot{d}_1(t)u(t) \leq 0 \Rightarrow \text{Elemento ATTIVO, Non Attivo altrimenti} \quad (8.3.1)$$

in cui  $u$  rappresenta la forza nel controvento e  $d_1$  il *drift* del primo interpiano, pari in questo caso, allo spostamento relativo del primo piano. Valgono, ovviamente, tutte le proprietà dell'algoritmo viste nei §5.2 e §7.4, in particolare si ricorda, ancora una volta, che il controvento rimane sempre collegato alla struttura salvo disattivarsi soltanto in corrispondenza dell'annullarsi della velocità di *drift* (quando cioè è massima la deformazione del controvento). In questo modo il controvento, scaricandosi, disperderà anche l'energia elastica fino a quell'istante accumulata (la massima possibile), per poi ricollegarsi immediatamente alla struttura.

Si osservi che la complessità del sistema di controllo SA è molto bassa, infatti è richiesto un solo dispositivo di controllo, un sensore di spostamento (o velocità) di interpiano ed una minima capacità di calcolo (l'algoritmo deve soltanto valutare il segno di una grandezza).

Nell'applicare l'algoritmo di controllo SA ai controventi si seguirà la stessa procedura utilizzata nei precedenti Cap.6 e 7 quindi, prima si applicherà il controllo ai dispositivi ottimali selezionati (nel §8.2) per il controllo passivo, per poi passare all'ottimizzazione dei dispositivi controllati in maniera SA.

### 8.3.2 Controllo Semi Attivo dei dispositivi ottimali per il controllo passivo

Come detto, la prima fase della progettazione dei dispositivi SA è costituita dalla verifica delle prestazioni che si ottengono utilizzando, per questi ultimi, i parametri meccanici ottimali ottenuti nel precedente caso di CP (§8.2).

Osservando questi risultati, riportati nelle Tab. da 8.3.1 a 8.3.4, in cui come negli altri casi riportati sono state sottolineate le situazioni ottimali, si nota che il minimo valore di  $J_7$  per El Centro si ottiene, questa volta, usando il controvento EP. Negli altri casi, come avveniva per il CP, risulta ancora preferibile quello VE. Inoltre, le riduzioni in termini di spostamento, causate dal solo utilizzo dell' algoritmo di controllo, sono quantificabili nell'ordine del 4% per El Centro e 7% per Hachinohe. Invece, in termini di accelerazione, per El Centro è l'uso del dispositivo EP che consente un guadagno sensibile nell'ordine del 10%, mentre per Hachinohe si ottiene un indice maggiore rispetto a quello ottenuto col corrispondente controllo passivo.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\eta_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6, J_7$	1	0.9	0.4668	0.5485	0.5077	0.2194	0.6050	0.4122
$J_6$	2	1.1	0.4309	0.5319	0.4814	0.2006	0.5463	0.3735
$J_7$	2	1.0	0.4378	0.5288	0.4833	0.2012	<u>0.5272</u>	0.3642

Tab. 8.3.1 - Controvento EP SA, ottimo del CP, El Centro.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\xi_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6, J_7$	1	0.9	0.4775	0.5841	0.5308	0.2123	0.6671	0.4397
$J_6$	2	1.0	0.4059	0.5506	0.4783	<u>0.1873</u>	0.5569	0.3721
$J_7$	2	0.9	0.4124	0.5594	0.4859	0.1888	0.5518	0.3703

Tab. 8.3.2. Controvento VE SA, ottimo del CP, El Centro.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\eta_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6, J_7$	1	1.3	0.5529	0.6253	0.5891	<u>0.2475</u>	<u>0.7020</u>	0.4749

Tab. 8.3.3 - Controvento EP SA, ottimo del CP, Hachinohe.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\xi_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
$J_6$	1	1.2	0.5860	0.6308	0.6084	0.2565	0.7263	0.4914
$J_7$	1	0.8	0.6162	0.6304	0.6233	0.2677	0.7403	0.5040

Tab. 8.3.4 - Controvento VE SA, ottimo del CP, Hachinohe.

Come già osservato nel Cap.6 (§6.6), quest'ultimo fatto indica chiaramente che, pur avendo le stesse caratteristiche meccaniche, il meccanismo di funzionamento dei dispositivi passivi è decisamente diverso da quello dei corrispondenti SA. Questi ultimi, quindi, necessitano di essere a loro volta correttamente ottimizzati.

Infine, il motivo per cui, in questo caso, non si manifestano i grossi incrementi dell’accelerazione assoluta (rilevati nei Cap. 5 e 7) è dovuto al minore numero di piani (solo 2 rispetto ai 4 dei capitoli precedenti) ‘portati’ da quello controventato, quindi alla minore entità delle forze nel controvento stesso.

### 8.3.3 Controllo Semi Attivo Ottimizzato

Nelle tabelle da 8.3.5 a 8.3.8 si ripartano i risultati ottenuti applicando la procedura di ottimizzazione anche ai controventi di tipo SA. Per quanto riguarda la rigidezza relativa  $\lambda$  si sono tenuti gli stessi valori considerati per il caso passivo.

Tali risultati confermano, in primo luogo, che i valori ottimali dei parametri meccanici dei dispositivi di collegamento dissipativi,  $\xi$  ed  $\eta$ , risultano sensibilmente maggiori (fra due e quattro volte) quelli ottimali per il controllo passivo. Ciò avviene, come si è visto in situazioni analoghe nei capitoli 6 e 7, per ottenere il migliore compromesso fra l’energia dispersa nei collegamenti dissipativi e nelle disattivazioni istantanee dei controventi elastici (§6.6).

Indice minimizzato	$\lambda$	$\eta_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
J <sub>6</sub>	1	1.40	0.4362	0.5982	0.5172	0.2088	0.6607	0.4347
J <sub>7</sub>	1	1.25	0.4416	0.6028	0.5222	0.2094	0.5899	0.3996
J <sub>6</sub>	2	1.90	0.3726	0.5297	0.4512	<u>0.1805</u>	0.6592	0.4199
J <sub>7</sub>	2	1.00	0.4378	0.5288	0.4833	0.2010	<u>0.5269</u>	0.3639

Tab. 8.3.5 - Controvento EP SA ottimizzato, El Centro.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\xi_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
J <sub>6</sub>	1	1.50	0.4389	0.5471	0.4930	0.1968	0.6330	0.4149
J <sub>7</sub>	1	2.85	0.4369	0.5098	0.4733	0.2005	0.5830	0.3917
J <sub>6</sub>	2	2.85	0.3741	0.5552	0.4646	0.1815	0.6143	0.3979
J <sub>7</sub>	2	0.85	0.4165	0.5641	0.4903	0.1897	0.5504	0.3700

Tab. 8.3.6 - Controvento VE SA ottimizzato, El Centro.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\eta_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
J <sub>6</sub>	1	2.60	0.5246	0.6341	0.5793	<u>0.2409</u>	0.6753	0.4581
J <sub>7</sub>	1	1.80	0.5323	0.5982	0.5653	0.2424	<u>0.6242</u>	0.4333

Tab. 8.3.7 - Controvento EP SA ottimizzato, Hachinohe.

Indice minimizzato	$\lambda$	$\xi_{ott}$	Y	T	$G_{glob}$	$J_6$	$J_7$	$G_{loc}$
J <sub>6</sub>	1	3.45	0.5397	0.6157	0.5777	0.2382	0.6934	0.4658
J <sub>7</sub>	1	4.35	0.5402	0.6232	0.5817	0.2420	0.6838	0.4629

Tab. 8.3.8 - Controvento VE SA ottimizzato, Hachinohe.

Le migliori prestazioni, sia con El Centro che con Hachinohe, si ottengono utilizzando i controventi EP. In particolare si hanno, sempre rispetto al corrispondente dispositivo passivo ottimizzato, sensibili riduzioni in termini di *drift* di interpiano sia per El Centro ( $-7.5\%$ ) che per Hachinohe ( $-9.5\%$ ). Invece, in termini di accelerazioni assolute di piano, maggiore è il margine di miglioramento per El Centro ( $-9.6\%$ ) rispetto ad Hachinohe (soltanto  $-3\%$  circa). In riferimento a quest'ultimo risultato, però, è utile ricordare che il controllo SA, senza ottimizzazione dei parametri, conduceva a risultati peggiori rispetto a quelli ottenuti col CP.

Si noti, inoltre, che l'ottimizzazione del controllo SA è più sensibile all'obiettivo prefissato. Infatti, i valori ottimali dei parametri selezionati con la minimizzazione di  $J_6$  e  $J_7$  sono, in questo caso, differenti. In particolare, per ottenere le migliori prestazioni sui *drift* di interpiano, bisogna adottare parametri meccanici dei dispositivi di collegamento anche sensibilmente più alti (circa il doppio) di quelli ottimali per l'accelerazione assoluta di piano. Inoltre, se si ottimizza il sistema allo scopo di ottenere i minimi spostamenti possibili, le accelerazioni assolute si incrementano fino a superare quelle ottenute con il controllo passivo. Il viceversa avviene se si ottimizza il sistema rispetto alle accelerazioni.

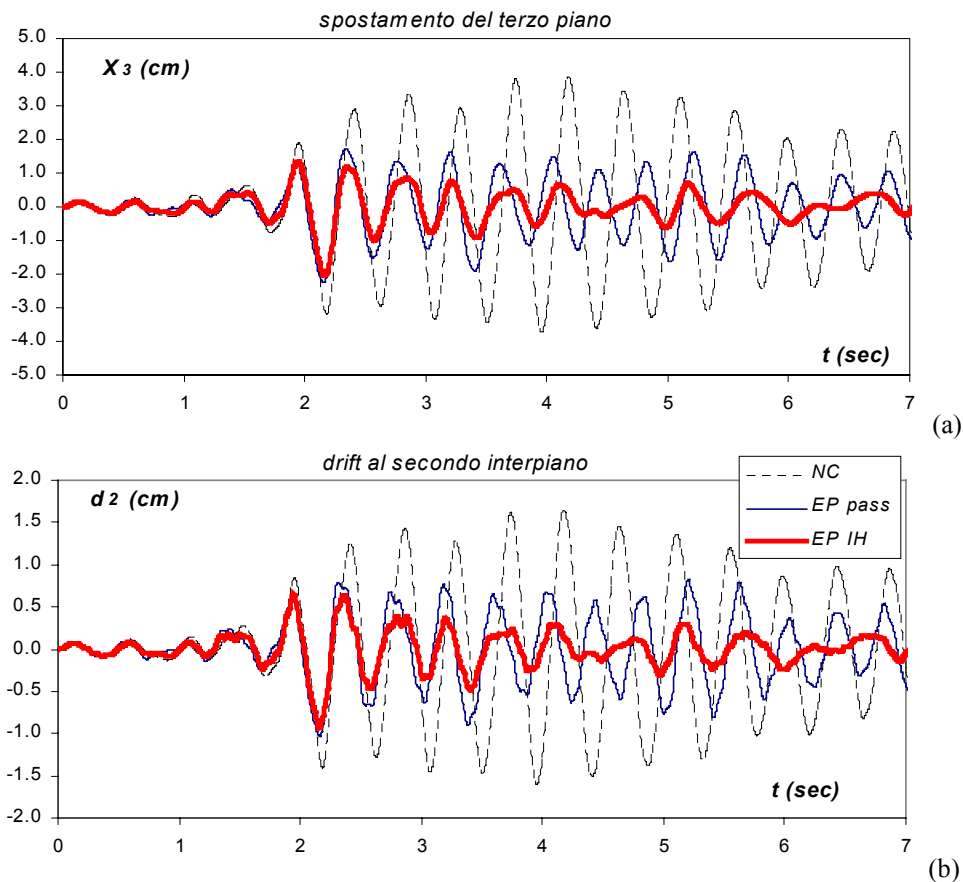


Fig. 8.3.1 - Storie temporali della risposta: spostamento in sommità (a) e drift del secondo interpiano (b), controllo passivo e SA con controventi EP; Hachinohe.



Infine nella Fig.8.3.1 si riporta, per Hachinohe, il confronto fra le storie temporali della risposta, sia in termini di spostamento in sommità che di *drift* al secondo interpiano (quello ove si verifica il massimo valore, in presenza di controvento), ottenute in assenza di controllo (‘NC’), con controvento EP passivo (‘EP pass’  $\lambda=1$  e  $\eta=1.3$ ) e con controvento EP semi attivo (strategia Inaudi-Hayen, ‘EP IH’  $\lambda=1$  e  $\eta=2.0$ ). In queste figure appare evidente come, mediante il controllore SA, la risposta sia sensibilmente ridotta lungo tutta la durata temporale della risposta e non soltanto in corrispondenza dei valori massimi.

### 8.4 Conclusioni

Nelle successive Tabelle 8.4.1 e 8.4.2 si riportano, in conclusione, i migliori risultati ottenuti mediante il controllo attivo (tiranti attivi posti al primo piano), disponibili in letteratura quali risultati del problema *benchmark* di prima generazione, e quelle di controllo passivo e semi attivo ottenute per mezzo di controventi dissipativi posti al primo piano.

Controllo	$J_6$	$\Delta$ (%)	(dispositivo)	$J_7$	$\Delta$ (%)	(dispositivo)
Attivo	0.2028	–		0.4609	–	
Passivo	0.1953	–3.7%	VE $\lambda=2$ $\xi=1.0$	0.5828	+26.4%	VE $\lambda=2$ $\xi=1.0$
Semi Attivo	0.1805	–11.0%	EP $\lambda=2$ $\eta=1.9$	0.5269	+14.3%	EP $\lambda=2$ $\eta=1.0$

Tab. 8.4.1 - Migliori risultati per il controllo attivo, passivo e SA. El Centro.

Controllo	$J_6$	$\Delta$ (%)	(dispositivo)	$J_7$	$\Delta$ (%)	(dispositivo)
Attivo	0.2818	–		0.7712	–	
Passivo	0.2662	–5.5%	EP $\lambda=1$ $\eta=1.3$	0.6403	–17.0%	EP $\lambda=1$ $\xi=1.3$
Semi Attivo	0.2409	–14.5%	EP $\lambda=1$ $\eta=2.6$	0.6242	–19.1%	EP $\lambda=1$ $\eta=1.8$

Tab. 8.4.2 - Migliori risultati per il controllo attivo, passivo e SA. Hachinohe.

Si è verificato che, utilizzando i controventi dissipativi passivi, si ottengono risultati equivalenti o migliori di quelli ottenuti nel problema *benchmark* con il controllo attivo. In particolare, per El Centro sono preferibili controventi VE, con una rigidezza relativa pari a 2, con i quali si eguagliano, di fatto, le prestazioni del controllo attivo in termini di *drift* di interpiano (–3.7%). Questi controventi, però, mostrano maggiori problemi nel controllo delle accelerazioni assolute (+26.4%). Per Hachinohe, invece, è preferibile adottare un controvento EP (con rigidezza relativa pari ad 1), con il quale si hanno prestazioni migliori, sia in spostamenti (–5.5%) che accelerazioni (–17.0%), del controllo attivo.

Nel caso di controllo SA (ON-OFF), per entrambe le eccitazioni, è preferibile adottare controventi EP, con i quali si ottengono ulteriori sensibili miglioramenti delle prestazioni del controllo, rispetto al caso attivo, sia per El Centro (–11.0% per spostamenti e +14.3% per

accelerazioni) che Hachinohe (rispettivamente  $-14.5\%$  e  $-19.1\%$ ). Si è, inoltre, osservato che tali riduzioni non si limitano ai soli valori massimi, ma sono distribuite lungo l'intera durata della risposta.

In definitiva, si è mostrato che le metodologie di controllo passivo e SA mediante controventi dissipativi, se correttamente progettate, possono essere assolutamente competitive, nel controllo della risposta sismica di edifici civili, con quelle attive, anche in termini prestazionali e non solo per semplicità ed affidabilità. Inoltre il caso-studio affrontato dimostra l'efficacia dei sistemi SA anche se non diffusi su tutta la struttura.

### ***BIBLIOGRAFIA del capitolo 8***

- Chung L.L., Lin R.C., Soong T.T. & Reinhorn A.M., 1989. Experiments on active control of MDOF seismic structures. *Jour. of Engineering Mechanics* ASCE, Vol.115, n.8, p. 1609-1627.
- Spencer B.F. Jr., Dyke S.J. & Deoscar H.S., 1998a. Benchmark problems in Structural Control: Part I - Active Mass Driver System. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Special Issue, vol.27 n.11 Nov. 1998, p.1127-1139. Web: <http://www.nd.edu/~quake/benchmarks/> (24 Aug 2001).
- Spencer B.F. Jr., Dyke S.J. & Deoscar H.S., 1998b. Benchmark problems in Structural Control: Part II -Active Tendon System. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Special Issue, vol.27 n.11 Nov. 1998, p.1141-1147. Web: <http://www.nd.edu/~quake/benchmarks/> (24 Aug 2001).
- Spencer B.F.Jr., Christenson R.E. & Dyke S.J., 1998c. Next Generation Benchmark Control Problem for Seismically Excited Buildings. *Proc. 2 Word Conf. on Structural Control 2WCSC*, Kyoto, Japan, p.1351-1360. Web: <http://www.nd.edu/~quake/benchmarks/> (24 Aug 2001).

## CAPITOLO 9

### CONCLUSIONI

#### 9.1 *Sommario e conclusioni*

In questa dissertazione si è affrontato lo studio dell'approccio semi attivo al problema del controllo delle vibrazioni strutturali, caratterizzato dall'uso di particolari dispositivi in grado di modificare, in tempo reale e sulla base di un prefissato algoritmo, le proprie caratteristiche meccaniche in funzione dell'eccitazione e/o della risposta realmente misurata. Questi dispositivi, quindi, interagiscono 'passivamente', tramite forze reattive, con il resto della struttura, fornendo l'azione di controllo: la quantità di energia esterna richiesta (problema principale delle applicazioni di controllo attivo, soprattutto per le strutture civili) è minima e può essere fornita, ad esempio, anche da una semplice batteria. Tali sistemi, che costituiscono la naturale evoluzione tecnologica di quelli passivi, risultano per quanto detto particolarmente attraenti, poiché all'*affidabilità*, robustezza e semplicità tipica dei sistemi passivi, abbinano l'*adattabilità* tipica di quelli attivi.

Principalmente, si è affrontato lo studio secondo due aspetti. In una prima parte, di approfondimento teorico, si è proposto, nel caso di strutture eccitate per mezzo del moto del vincolo, un approccio generale ed unitario alla formulazione di algoritmi di controllo capaci di tenere conto (secondo un approccio *multiobiettivo*) sia del moto relativo (spostamenti relativi, deformazioni, tensioni, sicurezza rispetto al collasso, etc.) che di quello assoluto (accelerazioni assolute, forze totali in fondazione, condizioni di utilizzabilità in esercizio per persone ed oggetti contenuti, *comfort*, etc.). In questa prima fase si è studiato, applicando tale metodologia di controllo SA a casi semplici ma significativi, il comportamento dinamico dei sistemi controllati e l'influenza delle possibili scelte nella definizione dell'algoritmo di controllo, individuando così le situazioni ottimali.

Compresa meglio la dinamica dei sistemi controllati con questo approccio, e chiariti gli aspetti che maggiormente la caratterizzano, nella seconda parte della tesi si è verificata

l'efficacia di tali metodi di controllo in applicazioni tipiche dell'ingegneria civile, ponendo al centro dello studio il confronto fra le prestazioni del controllo SA e quelle delle più consolidate tecniche di controllo passivo, correttamente ottimizzate.

Più nel dettaglio, dopo una parte introduttiva di presentazione del problema si è presentata una ricca introduzione alla letteratura sul controllo SA (Cap.2) che, con circa 200 citazioni bibliografiche, offre una panoramica sulle tecnologie, dispositivi e realizzazioni di controllo SA nel campo dell'ingegneria civile, accennando anche al campo (molto ricco) delle sospensioni SA per automobili e macchine. Particolarmente significativa (poiché non riconducibile ad altri lavori precedenti) è l'estensione di questa panoramica anche agli algoritmi e metodi di controllo presentati in letteratura, che vengono classificati (in maniera originale) sulla base dell'idea da cui traggono spunto. Si è dimostrato, nel corso del successivo studio, che diversi degli algoritmi (fra i più significativi) presentati in questa rassegna rientrano, quali casi particolari, nell'approccio formulato ed utilizzato nella tesi.

### 9.1.1 Parte I: TEORIA

La parte di approfondimento teorico inizia con l'introduzione di una metodologia per il controllo SA di tipo ON-OFF (in cui, cioè, i dispositivi possono assumere due soli stati di funzionamento: elemento attivo e non attivo, Cap.3) di sistemi ad 1 gdl. Questa metodologia è caratterizzata dalla minimizzazione, in tempo reale, di un Indice di Prestazione (IP) *istantaneo* costituito da una forma quadratica dello stato (relativo o assoluto) del sistema. Nello studio di sistemi a rigidità e smorzamento variabile, anche mediante originali soluzioni in forma chiusa ottenute in regime di vibrazioni libere e di risposta stazionaria ad eccitazione armonica, si sono evidenziate le maggiori caratteristiche degli algoritmi. In particolare, si è studiata l'influenza della forma assunta dalla matrice di peso dello stato, che caratterizza l'IP, sul comportamento dinamico del sistema controllato, individuandone così la forma ottimale (diagonale); con questa scelta ottimale l'IP assume il significato fisico di energia recuperabile (relativa o assoluta) del sistema da proteggere. Tale controllo ON-OFF, però, mostra degli evidenti limiti. Innanzitutto non controlla efficacemente grandezze importanti, ma non presenti nell'IP, quali l'accelerazione assoluta; il tentativo di tenerne conto indirettamente mediante l'approccio assoluto risolve solo in parte il problema (per frequenze caratterizzanti l'eccitazione alte rispetto a quelle proprie strutturali). Inoltre, la disattivazione istantanea dei dispositivi produce bruschi (ed indesiderati) salti di forza di inerzia, che costituiscono un problema particolarmente grave per i sistemi a molti gdl.

Per risolvere questi problemi, si è proposto un nuovo algoritmo generalizzato per il controllo ottimo istantaneo che, includendo direttamente (ed opportunamente) nell'IP anche la forza di controllo e l'accelerazione assoluta, permette il (più realistico) controllo continuo dei parametri meccanici dei dispositivi, che possono quindi variare fra un valore minimo e massimo prefissati, Cap.4. Rispetto al ben noto Regolatore Quadratico Lineare (LQR) generalizzato, il nuovo algoritmo istantaneo proposto ne ripercorre i passi in piena dualità senza però richiedere, per la determinazione della forza di controllo ottimale, la risoluzione dell'equazione (differenziale o algebrica) di Riccati. Si è mostrato che i parametri da cui dipende l'algoritmo sono sostanzialmente due; dalla loro ottimizzazione, infine, risulta che la corretta determinazione del valore ottimale del solo peso (normalizzato) dell'azione di controllo nell'IP (per cui si propone anche un'espressione valida in prima approssimazione) è sufficiente a garantire le prestazioni ottimali anche nella riduzione dell'accelerazione assoluta. Infine, si è evidenziato che la variazione continua dei parametri meccanici consente un migliore controllo dell'accelerazione assoluta (su tutto il campo di frequenze), ma peggiora (rispetto al caso ON-OFF) le prestazioni in termini di spostamento. Questi ultimi peggioramenti possono essere tollerati in virtù di un migliore comportamento globale della struttura (ottica multiobiettivo).

La parte teorica si conclude (Cap.5) con lo studio dell'estensione della metodologia di controllo proposta (in particolare, ON-OFF) ai sistemi a molti gdl; tale studio si concretizza con la formulazione di tre algoritmi. Col primo (estensione 'diretta' SA-1) si ottiene il 'controllo locale' dei singoli dispositivi, ma si presentano grossi picchi di accelerazione, particolarmente significativi ai piani bassi, causati dalle disattivazioni 'istantanee'. Col secondo (estensione 'modale' SA-2), se si controlla un solo modo, si perde il 'controllo locale' ma si risolvono i problemi in accelerazione del precedente; si richiede, però, l'identificazione del sistema da proteggere e la misura delle risposte di tutti i gdl, inoltre l'algoritmo non controlla efficacemente i modi non compresi nell'IP. Il terzo algoritmo ('semplificato' SA-3), invece, oltre che risolvere efficacemente il problema delle accelerazioni assolute massime, semplifica sostanzialmente l'implementazione del SA-2 ed ha un migliore comportamento 'in frequenza', poiché in grado di controllare tutte le componenti modali della risposta. Infine, si mostrano le condizioni di asintotica stabilità degli algoritmi e quelle per cui, in presenza di dispositivi di controllo elastici a rigidità variabile (di tipo ON-OFF), è garantita l'omogeneità di ordine 1 del sistema controllato e l'esistenza dei modi di vibrare (con la conservazione delle forme modali della struttura non controllata).

### 9.1.2 Parte II: APPLICAZIONI

Le applicazioni al controllo, mediante controventi SA, della risposta sismica di edifici intelaiati, hanno mostrato l'efficacia della metodologia proposta rispetto al corrispondente controllo passivo ottimizzato. Questi controventi sono costituiti da tradizionali elementi elastici collegati alla struttura per mezzo di collegamenti viscosi o rigido-plastici, a smorzamento o resistenza variabile (nel caso SA) o prefissata (nel caso passivo).

Un aspetto importante di queste applicazioni, di rado riscontrato in altri lavori di letteratura, è costituito dalla corretta determinazione dei parametri meccanici ottimali dei controllori (rigidezza del controvento e smorzamento o resistenza dei collegamenti) sia nel caso passivo che, soprattutto, SA. I risultati ottenuti nella progettazione dei dispositivi, a volte anche notevolmente differenti per il controllo passivo e SA, consentono di comprendere il reale meccanismo di controllo e costituiscono i corretti termini di paragone nel confronto delle prestazioni.

Mediante un modello semplificato ad un piano (Cap.6), si è verificato che il controllo SA dei controventi porta ad un effettivo salto di qualità, rispetto ai corrispondenti dispositivi passivi, solo se la scelta dei parametri dei collegamenti esalta il meccanismo di controllo della rigidezza, piuttosto che quello dello smorzamento. Di conseguenza, i migliori risultati prestazionali si ottengono mediante il collegamento rigido-plastico (a resistenza variabile), diversamente da quanto accade nel caso passivo in cui risulta preferibile il collegamento viscoso (capace di dissipare energia per tutte le ampiezze di vibrazione). Infatti, nel caso ON-OFF, il collegamento plastico, caricando maggiormente la parte elastica del controvento, valorizza al meglio l'energia elastica sottratta alla struttura nel rilascio istantaneo del controvento stesso, ciò avviene anche per piccole ampiezze di vibrazione; in tal modo si determina la migliore situazione in termini di spostamento. Invece, nel caso di controllo 'continuo', il collegamento plastico (controllato) unisce i vantaggi della dissipazione 'viscosa' (a tutti i livelli di ampiezza) a quelli della dissipazione 'plastica' (limitazione dei valori massimi delle forze) ottenendo il migliore controllo dell'accelerazione assoluta. Le ulteriori riduzioni delle diverse grandezze di risposta che si ottengono utilizzando il controllo SA rispetto al passivo vanno, nel caso esaminato, dal 10 al 30% circa.

Le applicazioni a modelli più complessi di telai multipiano (Cap.7) mostrano la completa estendibilità, sia in termini qualitativi che soprattutto quantitativi, dei risultati ottenuti per il sistema ad un piano, sia per quanto riguarda i parametri di progetto ottimali dei dispositivi che per le prestazioni dei controllori.

Infine, Cap.8, l'applicazione ad una struttura '*benchmark*', già utilizzata in letteratura per il controllo attivo (mediante *Active Tendons*), oltre che confermare i risultati sopra illustrati, mostra la competitività dei controventi sia passivi che ovviamente SA (correttamente progettati) addirittura rispetto ai sistemi di controllo attivi, non solo per quanto riguarda la semplicità ed affidabilità, ma anche dal punto di vista delle prestazioni. In tal modo si conferma ulteriormente, se era ancora necessario, che le metodologie di controllo SA si propongono quale promettente via di sviluppo del controllo passivo, poiché ne incrementano le prestazioni, rimanendo al tempo stesso affidabili e senza incorrere negli inconvenienti tipici del controllo puramente attivo.

## 9.2 Possibili sviluppi futuri

Nel concludere questo lavoro si vogliono evidenziare le seguenti linee di possibile (ed auspicabile) sviluppo futuro.

Prima di tutto ulteriori indagini dovranno considerare modelli più realistici (e quindi più complicati) delle strutture da proteggere e dei dispositivi di controllo, verificando, inoltre, l'efficacia dell'approccio di controllo proposto anche in presenza di non linearità di materiale e/o geometriche per la struttura da proteggere.

Per sistemi a molti gdl, futuri studi dovranno riguardare sia l'efficacia degli algoritmi proposti in presenza di significativo accoppiamento modale, che l'allocazione ottimale dei controllori in regime di 'risorse limitate'.

Inoltre, appare necessario tenere conto dei problemi tipici di *implementazione* del controllo, quali ritardi di attuazione, digitalizzazione dei segnali, misurazioni affette da rumore, dinamica di sensori ed attuatori, discretizzazione del controllo, etc.

Infine, naturale punto di arrivo di questo studio dovrà essere la sperimentazione dinamica su dispositivi e modelli in scala di strutture controllate, alla cui programmazione si sta già lavorando.

