



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Propagazione elettromagnetica in strutture non convenzionali

Dottorato di Ricerca in Elettromagnetismo – XXVI Ciclo

Candidato

Endri Stoja

Matricola 793924

Relatore

Fabrizio Frezza

Correlatore

Dr. Paolo Nocito

Tesi presentata in parziale adempimento dei requisiti necessari
per conseguire il titolo di Dottore di Ricerca in Elettromagnetismo.

Maggio 2014

Tesi non ancora discussa

Propagazione elettromagnetica in strutture non convenzionali

Tesi di dottorato. Sapienza – Università di Roma

ISBN: 000000000-0

© 2014 Endri Stoja. Tutti i diritti riservati

Questa tesi è stata composta con \LaTeX e la classe Sapthesis.

Versione: 15 aprile 2014

Email dell'autore: endri.stoja@uniroma1.it

Nanës time.

Indice

Introduzione	vii
1 Considerazioni teoriche sui plasmoni polaritoni di superficie	1
1.1 Superare il limite di diffrazione, un esempio	1
1.2 Modi guidati sostenuti da un'interfaccia singola	3
1.2.1 Decomposizione TE/TM dei campi in strutture 2D	3
1.2.2 Soluzioni TE	4
1.2.3 Soluzioni TM	6
1.2.4 Relazione di dispersione	7
1.2.5 Caratteristiche di propagazione dell'onda SPP	8
1.3 Eccitazione dei plasmoni polaritoni di superficie	12
1.4 Altri tipi di guide bidimensionali	14
1.5 Conclusioni	17
2 Studio modale della guida plasmonica a slot	21
2.1 Guide d'onda plasmoniche	21
2.2 La guida plasmonica a slot	21
2.3 Il modello di Drude-Lorentz	23
2.4 Studio modale e modello di simulazione	25
2.4.1 Il dominio di simulazione	26
2.4.2 Indice di rifrazione efficace e lunghezza di propagazione	27
2.4.3 Il fattore di confinamento del modo	27
2.4.4 Modello a linea di trasmissione associato al modo	27
2.5 Discussione dei risultati	29
2.5.1 Struttura simmetrica	30
2.5.2 Struttura asimmetrica	33
2.6 Sommario	38
3 Accoppiatori direzionali plasmonici in guida MDM	43
3.1 Circuiti plasmonici funzionali	43
3.2 La guida Metallo-Dielettrico-Metallo (MDM)	45
3.2.1 Analisi modale della guida MDM	45
3.2.2 Modello a linea di trasmissione	46
3.3 Accoppiatori direzionali, considerazioni generali	49
3.4 Il <i>branch-coupler</i> a 3dB	50
3.5 L'accoppiatore ad anello (<i>rat-race</i>)	52

3.6	Sommario	55
4	Studio di Superfici Selettive in Frequenza Cilindriche	61
4.1	Calcolo dei coefficienti dell'espansione	62
4.2	Studio mediante il modello FEM	65
4.3	Risultati numerici e discussione	66
4.4	Sommario	69
5	Modello elettrostatico di un sensore capacitivo	73
5.1	Microscopia a scansione alle microonde	73
5.2	Calcolo analitico della capacità	74
5.2.1	Soluzione dell'equazione di Laplace in coordinate cilindriche	75
5.2.2	Calcolo dei coefficienti dell'espansione	77
5.2.3	Espressione analitica della capacità	78
5.3	Validazione del modello analitico	79
5.4	Il modello del tronco di cono	80
5.5	Conclusioni	84
6	Scattering elettromagnetico in ambito biomedico	89
6.1	Omogeneizzazione del modello a membrana	90
6.2	Condizioni di validità del modello <i>single-shell</i>	92
6.2.1	Validazione del modello numerico	92
6.2.2	Verifica del modello omogeneizzato	93
6.3	Effetto della membrana nelle fasi intermedie	93
6.4	Analisi del campo scatterato durante la mitosi	102
6.5	Sommario	103

Introduzione

Il primo argomento di studio che si è affrontato durante il corso di dottorato è quello delle guide d'onda plasmoniche, le quali sfruttano la proprietà di permittività dielettrica negativa dei metalli alle frequenze ottiche, consentendo un confinamento del campo in spazi di dimensioni minori del limite di diffrazione risultando quindi adatte per l'impiego nei circuiti integrati fotonici.

Una breve introduzione ai plasmoni polaritoni di superficie (SPP, *Surface Plasmon Polaritons*) viene presentata nel primo capitolo. Essi sono onde superficiali che nascono dall'accoppiamento del campo elettromagnetico con le oscillazioni collettive del gas di elettroni all'interno del metallo. In particolare, vengono studiate le caratteristiche di propagazione del plasmone polaritone di superficie sostenuto da un'interfaccia piana dielettrico-metallo, la più semplice struttura che può sostenere un'onda siffatta. La relazione di dispersione del modo viene derivata mediante l'uso di un modello semplificato per il comportamento dei metalli alle frequenze ottiche. Dall'analisi di quest'ultima risulta che il confinamento del modo in vicinanza dell'interfaccia è inversamente proporzionale alla lunghezza di propagazione del modo. Alla fine del capitolo, si trattano brevemente anche strutture guidanti bidimensionali composte di due interfacce dielettrico-metallo.

Il secondo capitolo concerne lo studio delle caratteristiche di propagazione del modo fondamentale sostenuto dalla guida plasmonica a slot. La guida a slot risulta a nostro parere la più adatta nel contesto dei circuiti integrati plasmonici in quanto offre un alto confinamento del modo, ovvero alte densità di integrazione. Si è svolto uno studio delle proprietà del modo fondamentale per tre diversi tipi di materiale costituente la guida: argento, oro e alluminio, con l'obiettivo di determinare la migliore scelta in dipendenza del contesto di utilizzo della guida. Si è scoperto che nel caso dell'alluminio, anche se le perdite sono notevolmente maggiori rispetto agli altri due metalli, per l'elevato valore (in modulo) della parte reale della permittività elettrica, la penetrazione del campo nel metallo è confrontabile con gli altri due casi e la lunghezza di propagazione del modo risulta perfino maggiore di quella del oro in certe situazioni. Parallelamente agli studi in regime guidato, particolare risalto è stato dato anche alla determinazione delle condizioni sotto le quali il modo sostenuto dalla versione asimmetrica della guida diventa *leaky*. Il fenomeno di radiazione nel substrato, a parità di geometria della sezione trasversa, dipende fortemente dal contrasto tra gli indici di rifrazione del substrato e del mezzo che riempie la slot e non è possibile rendere il modo *leaky* nel mezzo di indice di rifrazione minore.

Prendendo spunto dal fatto che il modo fondamentale della guida è quasi-TEM, nel terzo capitolo trattiamo il problema della progettazione di accoppiatori direzionali usando un modello a linea di trasmissione. Visto però l'alto costo computazionale

di una struttura plasmonica tridimensionale, per condurre lo studio si è cercato di semplificare il problema numerico considerando, anziché la guida a slot, la sua controparte bidimensionale, ovvero la struttura metallo-dielettrico-metallo (MDM). L'impedenza caratteristica del modo è stata calcolata integrando numericamente i campi ottenuti dallo studio modale. Il modello a linea di trasmissione così derivato è stato quindi adottato per progettare due tipi di accoppiatori direzionali molto utilizzati nell'ambito delle microonde: un *branch-coupler* a 3dB e un accoppiatore ad anello. Le strutture operano a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$ e lo strato di biossido di silicio (SiO_2) per le linee di accesso è fissato a $50 nm$. Il metallo impiegato è quello che offre le minori perdite, ovvero l'argento. Per il dimensionamento sono state usate le regole di progetto delle stesse strutture alle microonde, dimostrando che componenti passivi plasmonici si possono progettare mediante ben note e consolidate tecniche delle microonde.

Un'altra attività di ricerca svolta durante il corso di dottorato è quella concernente le superfici selettive in frequenza cilindriche (CFSS, *Cylindrical Frequency-Selective Surfaces*) per applicazioni radome. Le strutture studiate consistono in un allineamento periodico di *patch* metallici nello spazio libero. Si ha in questo caso una periodicità circonferenziale e una traslazionale lungo l'asse del cilindro. La struttura viene eccitata mediante una linea di corrente posta nell'asse di simmetria. Per lo studio di queste strutture è stato messo a punto un metodo nel quale i campi scatterati vengono espressi in termini di armoniche di Floquet cilindriche e si è inoltre sviluppato anche un modello basato su un simulatore commerciale. Lo studio è l'argomento del quarto capitolo.

Nel quinto capitolo viene presentato lo studio di un sensore per la microscopia a scansione alle microonde operante da 1 a 20 GHz. Lo scopo di questo studio è quello di valutare con metodi analitici e mediante simulazione numerica la capacità verso il piano di massa del sensore con finalità legate alla calibrazione del sistema. A queste frequenze, le dimensioni del cono sono molto minori della lunghezza d'onda e lo studio si può condurre in condizioni elettrostatiche. Il sensore viene approssimato da un tronco di cono, la capacità verso massa del quale viene calcolata dividendo il tronco in tante sezioni cilindriche.

In un altro studio svolto durante l'attività di dottorato, argomento dell'ultimo capitolo di questa tesi, si è indagato sulle interazioni della radiazione elettromagnetica con una cellula durante le diverse fasi della mitosi, fenomeno di duplicazione di una cellula eucariote. Una delle difficoltà affrontate nella modellazione numerica è quella dell'elevato rapporto tra il raggio della cellula e lo spessore della membrana cellulare (circa mille). Per aggirare questo problema si è proceduto in una prima fase alla omogeneizzazione del sistema cellula-membrana facendo uso del modello *single-shell*. Lo studio ha evidenziato che osservando la differenza delle ampiezze delle componenti scatterate, si può determinare la fase in cui si trova il processo di mitosi.

Capitolo 1

Considerazioni teoriche sui plasmoni polaritoni di superficie

I plasmoni polaritoni di superficie (*Surface Plasmon Polaritons, SPP*) sono onde elettromagnetiche bidimensionali (2D) [11, 2] che si propagano all'interfaccia tra un dielettrico e un metallo alle frequenze ottiche, dove il metallo presenta una permittività elettrica negativa [3, 4, 17]. Esse nascono dall'accoppiamento delle onde elettromagnetiche con le oscillazioni collettive degli elettroni liberi del metallo. Il campo si attenua esponenzialmente nella direzione trasversa sia nel dielettrico che nel metallo, quindi risulta fortemente confinato all'interfaccia, in spazi di dimensioni minori del limite di diffrazione. Questa proprietà peculiare dei plasmoni di superficie viene sfruttata in vari campi come, ad esempio, in nano-ottica, microscopia, nel fotovoltaico, nella rivelazione di molecole in biologia ecc. [5, 7, 8, 9, 10].

Nel prossimo paragrafo viene illustrato mediante un esempio [11], la potenzialità messa a disposizione da questo tipo d'onda in ambito applicativo.

1.1 Superare il limite di diffrazione, un esempio

Cominciamo dimostrando che superare il limite di diffrazione non viola le leggi fondamentali della fisica. La relazione di dispersione della luce nello spazio libero $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \omega/c$, esprime il legame tra la costante di propagazione k di un fotone e la sua frequenza angolare ω . Il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che il prodotto tra l'incertezza sulla posizione di una particella in una particolare direzione e l'incertezza sulla componente del momento di moto nella stessa direzione non può risultare minore di un valore \hbar . Quindi, supposta x la direzione di interesse, usando il dualismo particella/onda secondo la teoria di de Broglie¹, per un fotone risulta:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar \quad \implies \quad \Delta \hbar k_x \cdot \Delta x \geq \hbar \quad \implies \quad \Delta x \geq \frac{1}{\Delta k_x}. \quad (1.1)$$

L'ultima disuguaglianza si può interpretare così: il confinamento spaziale per un fotone è proporzionale alla variabilità sulle componenti del vettore d'onda. La

¹Dal postulato di de Broglie $\lambda = h/p$, essendo $\lambda = 2\pi/k$, risulta $p = h/2\pi \cdot k = \hbar k$.

massima variabilità² delle componenti del vettore d'onda è pari all'ampiezza del vettore stesso, $\Delta k_x|_{max} = k = 2\pi/\lambda$, che sostituita nella (1.1) ci dà il massimo confinamento possibile per un fotone nella direzione prescelta:

$$\Delta x \geq \frac{\lambda}{2\pi}, \quad (1.2)$$

che è molto simile alla ben nota espressione sul limite di diffrazione di Rayleigh³. Notiamo che il confinamento spaziale in una direzione è limitato soltanto dalla massima variabilità della componente del vettore d'onda rispetto alla stessa direzione.

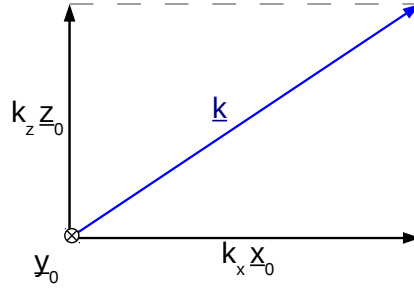


Figura 1.1. Decomposizione del vettore d'onda.

Se possiamo fare in modo che $\Delta k_x|_{max} = k_x > k$, allora il confinamento nella direzione x non dovrà più soddisfare la (1.2). Nello spazio libero però le componenti del vettore d'onda devono soddisfare la condizione di separabilità che, scegliendo per semplicità un sistema di riferimento con l'asse delle y perpendicolare al vettore d'onda in modo da avere $k_y = 0$ come in Fig. 1.1, risulta:

$$k^2 = k_x^2 + k_z^2, \quad (1.3)$$

con $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2}$ che risulta puramente immaginario per $k_x > k$. Quindi per un'onda piana uniforme che si propaga nello spazio libero, la dipendenza da z è $e^{-jk_z z} = e^{-|k_z|z}$. Questo dà luogo ad un campo che decresce esponenzialmente nella direzione delle z positive ovvero ad un'onda evanescente, mentre nella direzione opposta il campo cresce esponenzialmente, divergendo per $z \rightarrow \infty$. Un'onda siffatta non ha significato fisico e di conseguenza possiamo concludere che per lo spazio libero la disequazione (1.2) è sempre valida. Vogliamo evidenziare che tutto questo è vero solo per lo spazio libero. Infatti, se dividiamo lo spazio libero in almeno due semispazi riempiti di materiali con proprietà diverse, potrebbero esistere delle soluzioni che, sotto opportune condizioni, decrescono non solo nella direzione delle z

²Nel contesto della diffrazione.

³Il criterio di Rayleigh ci permette, conoscendo la lunghezza d'onda della luce osservata e il diametro del foro di osservazione (detto anche pupilla), di sapere qual è la minima distanza angolare oltre la quale è possibile la risoluzione. Il criterio di Rayleigh afferma che due sorgenti puntiformi sono distinguibili se la loro separazione angolare è maggiore o uguale a:

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

dove λ è la lunghezza d'onda della luce osservata e d è il diametro del foro di osservazione [12].

positive ma anche in quella opposta, soddisfacendo allo stesso tempo la condizione di continuità all'interfaccia tra i due semispazi.

In conclusione di questo paragrafo, possiamo affermare che in presenza di inomogeneità nello spazio il limite di diffrazione di Rayleigh non è più valido e, almeno in teoria, un confinamento in uno spazio infinitesimo della luce sarebbe possibile. Per una trattazione più ampia e rigorosa rimandiamo al [11].

1.2 Modi guidati sostenuti da un'interfaccia singola

Come anticipato nel paragrafo precedente consideriamo a questo punto il sistema costituito da due semispazi riempiti di mezzi diversi (Fig. 1.2). Supponiamo dapprima che i mezzi siano lineari, omogenei, isotropi ed inoltre non magnetici, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$. L'interfaccia è posta in corrispondenza del piano $z = 0$, con il semispazio superiore $z > 0$ riempito di un dielettrico non dispersivo e non dissipativo $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \in \mathfrak{R}$, mentre il semispazio $z < 0$ è riempito di un mezzo dispersivo nel tempo, ma non nello spazio eventualmente dissipativo. Anticipiamo che perché l'interfaccia possa sostenere un modo SPP, il mezzo 2 deve essere un metallo e di conseguenza d'ora in poi ci riferiremo ad esso con il pedice m , quindi avremo $\varepsilon_{c_m} = \varepsilon_m - j\sigma_m/\omega = \varepsilon_0 \varepsilon_{r_m}$, ove con ε_{r_m} abbiamo indicato la permittività dielettrica relativa del metallo, la quale risulta complessa quando si tiene conto delle perdite.



Figura 1.2. Geometria del problema e definizione del sistema di riferimento.

1.2.1 Decomposizione TE/TM dei campi in strutture 2D

Consideriamo quindi le equazioni di Maxwell omogenee (assenza di sorgenti), valide in ognuna delle due regioni separatamente:

$$\nabla \times \underline{E} = -j\omega\mu_0 \underline{H} \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \underline{H} = j\omega\varepsilon_c \underline{E}. \quad (1.5)$$

Esplicitando l'espressione del rotore in coordinate cartesiane⁴ dalle equazioni (1.4) e (1.5) seguono le sei equazioni scalari:

⁴In coordinate cartesiane:

$$\nabla \times \underline{A} = \begin{vmatrix} \underline{x}_0 & \underline{y}_0 & \underline{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}.$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x \quad (1.6) \quad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon_c E_x \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \quad (1.7) \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon_c E_y \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z \quad (1.8) \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon_c E_z \quad (1.11)$$

La struttura che stiamo studiando è indefinita nella direzione y il che comporta l'indipendenza delle componenti del campo dalla variabile y , ovvero $\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0$. Inoltre supponiamo che l'energia si propaghi nella direzione x e, siccome la struttura è indefinita in questa direzione, possiamo considerare solo l'onda diretta (assenza di riflessioni) con una dipendenza da x del tipo $e^{-jk_x x}$. Sotto questa ipotesi, derivare una componente del campo rispetto a x equivale ad una moltiplicazione della stessa per un fattore $-jk_x$. Applicando quanto detto al set di equazioni scalari si ha:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu_0 H_x \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} + jk_x E_z = -j\omega\mu_0 H_y \quad (1.13)$$

$$jk_x E_y = j\omega\mu_0 H_z \quad (1.14)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon_c E_x \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} + jk_x H_z = j\omega\varepsilon_c E_y \quad (1.16)$$

$$-jk_x H_y = j\omega\varepsilon_c E_z \quad (1.17)$$

Osserviamo che le componenti E_y , H_x , H_z compaiono solo nelle equazioni (1.12), (1.14), (1.16) e le altre componenti E_x , E_z , H_y solo nelle equazioni (1.13), (1.15), (1.17). Di conseguenza, il precedente set di sei equazioni dà luogo a due set di equazioni disaccoppiati. Il primo set, nel quale compaiono le componenti E_y , H_x , H_z dà luogo a soluzioni TE (rispetto alla direzione di propagazione x), mentre il secondo a soluzioni TM.

Nel seguito ci proponiamo di derivare la condizione di esistenza di un'onda che si attenua esponenzialmente in direzione trasversa al piano dell'interfaccia in ambedue i semispazi, analizzando prima le soluzioni TE e dopo quelle TM.

1.2.2 Soluzioni TE

Dalle equazioni (1.12) e (1.14) è possibile esprimere le componenti del campo magnetico H_x e H_z in funzione della componente trasversa del campo elettrico E_y ,

$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (1.18)$$

$$H_z = \frac{k_x}{\omega\mu_0} E_y, \quad (1.19)$$

le quali, sostituite nella (1.16), danno luogo all'equazione di Helmholtz scalare in E_y , valida separatamente nelle due regioni,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_z^2 E_y = 0, \quad (1.20)$$

ove si è tenuto conto del fatto che, per la relazione di separabilità, risulta $k_z^2 = k^2 - k_x^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_c - k_x^2$.

Siamo alla ricerca di soluzioni che si attenuano esponenzialmente sia in direzione delle z positive che in quella opposta. Per $z > 0$, nel semispazio riempito dal mezzo 1, le espressioni delle componenti saranno:

$$E_{y_1}(x, z) = A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_1} z} \quad (1.21)$$

$$H_{x_1}(x, z) = -\frac{k_{z_1}}{\omega \mu_0} A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_1} z} \quad (1.22)$$

$$H_{z_1}(x, z) = \frac{k_x}{\omega \mu_0} A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_1} z}, \quad (1.23)$$

ove A_1 è una costante arbitraria, $k_{z_1} = \sqrt{k_1^2 - k_x^2} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} - k_x^2}$ che, perché il campo si attenui esponenzialmente per le z positive, deve essere puramente immaginaria con parte immaginaria negativa, ovvero $k_{z_1} = -j\alpha_{z_1}$ e $\alpha_{z_1} \in \Re$, $\alpha_{z_1} > 0$.

Nel semispazio inferiore $z < 0$ occupato dal metallo avremo:

$$E_{y_m}(x, z) = A_m e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_m} z} \quad (1.24)$$

$$H_{x_m}(x, z) = -\frac{k_{z_m}}{\omega \mu_0} A_m e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_m} z} \quad (1.25)$$

$$H_{z_m}(x, z) = \frac{k_x}{\omega \mu_0} A_m e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_m} z}, \quad (1.26)$$

ove analogamente A_m è una costante arbitraria e $k_{z_m} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{r_m} - k_x^2}$. Adesso però vorremo che il campo si attenui esponenzialmente nella direzione delle z negative, e quindi, supponendo per semplicità che il metallo sia non dissipativo, ma il procedimento è valido anche nel caso con perdite, k_{z_m} deve essere puramente immaginaria con parte immaginaria positiva, ovvero $k_{z_m} = j\alpha_{z_m}$ e $\alpha_{z_m} \in \Re$, $\alpha_{z_m} > 0$.

Infine, imponendo la condizione di continuità della componente tangenziale del campo elettrico E_y all'interfaccia ($z = 0$),

$$E_{y_1}(x, 0) = E_{y_m}(x, 0), \forall x \implies A_1 = A_m, \quad (1.27)$$

e la continuità della componente tangenziale del campo magnetico H_x ,

$$H_{x_1}(x, 0) = H_{x_m}(x, 0), \forall x \implies k_{z_1} A_1 = k_{z_m} A_m, \quad (1.28)$$

tenendo conto delle espressioni di k_{z_1} , k_{z_m} e della (1.27), dalla equazione (1.28) segue la relazione di dispersione per i modi TE:

$$A_1(\alpha_{z_1} + \alpha_{z_m}) = 0. \quad (1.29)$$

Avendo supposto che α_{z_1} e α_{z_m} siano entrambe reali e positive, l'ultima equazione viene soddisfatta solo per $A_1 = A_m = 0$, il che dà luogo ad una soluzione banale. Questo significa che l'interfaccia singola tra due mezzi non magnetici non può sostenere modi TE che si attenuano esponenzialmente in direzione trasversa, allontanandosi dall'interfaccia, in ambedue i semispazi.

1.2.3 Soluzioni TM

Consideriamo a questo punto il caso delle soluzioni TM. Procedendo in modo del tutto analogo al caso TE, esprimiamo in questo caso le componenti del campo elettrico E_x , E_z in funzione dell'unica componente non nulla del campo magnetico H_y :

$$E_x = -\frac{1}{j\omega\varepsilon_c} \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (1.30)$$

$$E_z = -\frac{k_x}{\omega\varepsilon_c} H_y, \quad (1.31)$$

che seguono dalle equazioni (1.15) e (1.17) rispettivamente. Da quest'ultime equazioni e dalla (1.13) ricaviamo l'equazione di Helmholtz scalare in H_y :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + k_z^2 H_y = 0, \quad (1.32)$$

che, come la (1.20), è anch'essa valida separatamente nelle due regioni.

Assumendo per $H_y(x, z)$ una soluzione decrescente esponenzialmente rispetto alle z positive nel semispazio superiore e, rispetto alle z negative nel semispazio inferiore, le componenti si esprimono come segue:

$$H_{y_1}(x, z) = A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_1} z} \quad (1.33)$$

$$E_{x_1}(x, z) = \frac{k_{z_1}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}} A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_1} z} \quad (1.34)$$

$$E_{z_1}(x, z) = -\frac{k_x}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}} A_1 e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_1} z}, \quad (1.35)$$

per $z > 0$, e

$$H_{y_m}(x, z) = A_m e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_m} z} \quad (1.36)$$

$$E_{x_m}(x, z) = \frac{k_{z_m}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_m}} A_m e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_m} z} \quad (1.37)$$

$$E_{z_m}(x, z) = -\frac{k_x}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}} A_m e^{-jk_x x} e^{-jk_{z_m} z}, \quad (1.38)$$

per $z < 0$, con le (1.34), (1.35) e (1.37), (1.38) che seguono dalle (1.30) e (1.31) rispettivamente per i due mezzi. Per le componenti lungo z del vettore d'onda, k_{z_1} e k_{z_m} nei due mezzi, valgono le stesse considerazioni fatte nel caso TE.

A questo punto forziamo le condizioni di continuità all'interfaccia ($z = 0$) prima sulla componente tangenziale del campo magnetico H_y , ottenendo

$$H_{y_1}(x, 0) = H_{y_m}(x, 0), \forall x \implies A_1 = A_m, \quad (1.39)$$

e successivamente su quella tangenziale del campo elettrico E_x ,

$$E_{x_1}(x, 0) = E_{x_m}(x, 0), \forall x \implies \frac{k_{z_1}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_1}} A_1 = \frac{k_{z_m}}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r_m}} A_m. \quad (1.40)$$

Semplificando, riordinando e applicando la (1.39) nella (1.40) si ha:

$$\frac{k_{z_m}}{k_{z_1}} = \frac{\varepsilon_{r_m}}{\varepsilon_{r_1}}. \quad (1.41)$$

L'equazione (1.41) costituisce l'equazione di dispersione dei modi TM e verrà trattata in dettaglio nel paragrafo successivo.

1.2.4 Relazione di dispersione

Partendo dall'equazione di dispersione dei modi TM ricavata in conclusione del paragrafo precedente, ricaviamo la relazione di dispersione dei modi TM che esprime il legame tra la costante di propagazione $k_{spp} = k_x$ e la frequenza angolare ω . Nel paragrafo 1.2.2 (pag. 4) avevamo esposto le condizioni a cui devono soddisfare k_{z_1} e k_{z_m} perché l'onda sia confinata all'interfaccia:

$$k_{z_1} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_{r_1} - k_{spp}^2} = -j\alpha_{z_1} \implies \alpha_{z_1} = \sqrt{k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_1}} \quad (1.42)$$

$$k_{z_m} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_{r_m} - k_{spp}^2} = j\alpha_{z_m} \implies \alpha_{z_m} = -\sqrt{k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_m}(\omega)}, \quad (1.43)$$

ove $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ è la costante di propagazione dell'onda piana uniforme nel vuoto. Abbiamo inoltre esplicitato il fatto che il metallo è dispersivo e quindi la sua costante dielettrica relativa è funzione della frequenza angolare $\varepsilon_{r_m} = \varepsilon_{r_m}(\omega)$.

Scrivendo l'equazione di dispersione (1.41) in termini delle costanti di attenuazione $\alpha_{z_1}, \alpha_{z_m}$:

$$\frac{\alpha_{z_m}}{\alpha_{z_1}} = -\frac{\varepsilon_{r_m}(\omega)}{\varepsilon_{r_1}} \quad (1.44)$$

doendo essere, per come abbiamo impostato il problema, queste costanti reali e positive, otteniamo che la costante dielettrica relativa del metallo deve assumere valore negativo $\varepsilon_{r_m}(\omega) < 0$ finché il mezzo 1 è un dielettrico con $\varepsilon_{r_1} > 0$. Come anticipato, sono proprio i metalli che alle frequenze ottiche presentano una permittività elettrica negativa, e dunque, le onde SPP si propagano all'interfaccia tra un dielettrico e un metallo in un intervallo di frequenze dove la permittività dielettrica del metallo è negativa. D'altronde, visto che un'interfaccia singola non può sostenere modi TE, concludiamo che *i modi SPP sono di natura TM*. Il significato fisico di questo risultato deriva dal fatto che è proprio la componente longitudinale del campo elettrico che si accoppia con le oscillazioni collettive degli elettroni liberi del plasma che sono appunto di natura longitudinale.

Sostituendo le espressioni (1.42) e (1.43), rispettivamente di α_{z_1} e α_{z_m} , nella

(1.44) e con semplici passaggi illustrati nel seguito,

$$\begin{aligned}
\frac{-\sqrt{k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_m}(\omega)}}{\sqrt{k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_1}}} &= -\frac{\varepsilon_{r_m}(\omega)}{\varepsilon_{r_1}} \implies \\
\frac{k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_m}(\omega)}{k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_1}} &= \frac{\varepsilon_{r_m}^2(\omega)}{\varepsilon_{r_1}^2} \iff \\
\varepsilon_{r_1}^2 [k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_m}(\omega)] &= \varepsilon_{r_m}^2(\omega) [k_{spp}^2 - k_0^2 \varepsilon_{r_1}] \iff \\
k_{spp}^2 [\varepsilon_{r_1}^2 - \varepsilon_{r_m}^2(\omega)] &= k_0^2 [\varepsilon_{r_1}^2 \varepsilon_{r_m}(\omega) - \varepsilon_{r_1} \varepsilon_{r_m}^2(\omega)] \iff \\
k_{spp}^2 [\varepsilon_{r_1} - \varepsilon_{r_m}(\omega)] [\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_m}(\omega)] &= k_0^2 \varepsilon_{r_1} \varepsilon_{r_m}(\omega) [\varepsilon_{r_1} - \varepsilon_{r_m}(\omega)] \iff \\
k_{spp}^2 &= k_0^2 \frac{\varepsilon_{r_1} \varepsilon_{r_m}(\omega)}{\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_m}(\omega)}
\end{aligned}$$

si ricava la relazione di dispersione del modo SPP per l'interfaccia singola:

$$k_{spp} = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_{r_1} \varepsilon_{r_m}(\omega)}{\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_m}(\omega)}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_{r_1} \varepsilon_{r_m}(\omega)}{\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_m}(\omega)}}. \quad (1.45)$$

Nella (1.45) si è tenuto conto del fatto che $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \omega/c$, dove con c abbiamo indicato la velocità della luce nel vuoto. Nel successivo paragrafo introduciamo un modello, detto del *gas di elettroni liberi* che approssima il comportamento dei metalli alle frequenze ottiche e analizziamo le caratteristiche di propagazione dell'onda SPP in questo semplice caso.

1.2.5 Caratteristiche di propagazione dell'onda SPP

Come premesso, presentiamo prima un modello molto semplice che approssima il comportamento alle frequenze ottiche dei metalli. Per semplicità consideriamo solo il caso senza perdite.

Il modello del gas di elettroni liberi

Le proprietà ottiche dei metalli, per un ampio intervallo di frequenze, si possono studiare con un modello di *plasma*, dove un gas di elettroni liberi con densità di numero $n^{(5)}$ si sposta in un reticolo di ioni caricati positivamente. Nel modello del plasma vengono trascurate sia le interazioni tra gli elettroni che il potenziale introdotto dal reticolo di ioni. D'altra parte, si assume che alcuni aspetti della struttura elettronica siano incorporati nella massa ottica efficace m di ognuno degli elettroni. Gli elettroni oscillano in risposta al campo applicato e il loro moto viene smorzato a causa delle collisioni che accadono con frequenza $\gamma = 1/\tau$, con τ che rappresenta il tempo di rilassamento del gas di elettroni liberi. Il tempo di rilassamento è dell'ordine di 10^{-14} s alla temperatura standard e corrisponde a $\gamma = 100$ THz.

⁵La *densità di numero* è una grandezza intensiva utilizzata per descrivere il grado di concentrazione di oggetti numerabili nel dominio fisico tridimensionale.

Consideriamo l'equazione del moto di un elettrone del gas sollecitato da un campo esterno \underline{E} :

$$m \frac{\partial^2 \underline{x}}{\partial t^2} + m\gamma \frac{\partial \underline{x}}{\partial t} = -e\underline{E}. \quad (1.46)$$

Assumendo una dipendenza armonica per il campo applicato $\underline{E}(t) = \underline{E}_0 e^{j\omega t}$, una soluzione particolare della (1.46) è $\underline{x}(t) = \underline{x}_0 e^{j\omega t}$, con \underline{x}_0 che tiene conto di un eventuale sfasamento tra l'eccitazione e la risposta. Sostituendo questa soluzione particolare nella (1.46) si ha:

$$\underline{x}(t) = \frac{e}{m(\omega^2 - j\omega\gamma)} \underline{E}(t). \quad (1.47)$$

Gli elettroni che oscillano contribuiscono al campo polarizzazione elettrica $\underline{P} = -ne\underline{x}$, quindi risulta

$$\underline{P} = -\frac{ne^2}{m(\omega^2 - j\omega\gamma)} \underline{E} \quad \Rightarrow \quad \underline{D} = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m(\omega^2 - j\omega\gamma)} \right] \underline{E}. \quad (1.48)$$

dalla quale, tenendo conto che $\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{E} + \underline{P} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r_m}(\omega) \underline{E}$ (vedi ad es. [13]) e ponendo $\omega_p^2 = ne^2/(\varepsilon_0 m)$ ⁽⁶⁾, si determina la funzione dielettrica relativa complessa del gas di elettroni liberi:

$$\varepsilon_{r_m}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - j\omega\gamma}. \quad (1.49)$$

Questa funzione è conosciuta anche come il *modello di Drude* per la risposta ottica dei metalli.

Le parti reale e immaginaria di questa permittività dielettrica relativa complessa $\varepsilon_{r_m}(\omega) = \varepsilon'_{r_m}(\omega) - j\varepsilon''_{r_m}(\omega)$ sono date dalle espressioni

$$\varepsilon'_{r_m}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (1.50)$$

$$\varepsilon''_{r_m}(\omega) = \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}, \quad (1.51)$$

ove abbiamo usato $\tau = 1/\gamma$.

In questo studio ci interessa il comportamento del gas di elettroni liberi per frequenze $\omega < \omega_p$, ove i metalli conservano il loro carattere metallico (non consentono la propagazione della radiazione al loro interno). Inoltre, per $\omega \approx \omega_p$, si ha $\omega\tau \gg 1$, quindi le perdite sono trascurabili e la $\varepsilon_{r_m}(\omega)$ risulta essere prevalentemente reale. La funzione

$$\varepsilon_{r_m}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1.52)$$

costituisce la funzione dielettrica del gas di elettroni senza perdite⁷. In Fig. 1.3 viene graficata questa funzione. Notare che per $\omega < \omega_p$ la funzione assume valori negativi.

⁶La frequenza di risonanza del plasma ω_p è la frequenza delle oscillazioni libere del gas di elettroni liberi (plasmone di volume).

⁷Ricordiamo che il comportamento dei metalli reali in questa regione dello spettro viene alterato completamente dalle transizioni interbanda comportando un aumento delle perdite.

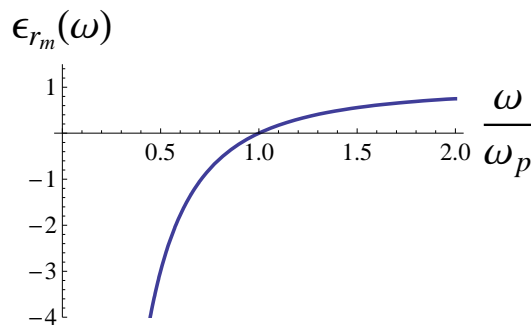


Figura 1.3. Funzione dielettrica relativa del gas di elettroni liberi.

Propagazione dell'onda SPP

A questo punto utilizziamo l'appena ricavata funzione dielettrica del gas di elettroni liberi per calcolare la relazione di dispersione (1.45) del plasmone polaritone di superficie che si propaga all'interfaccia aria/metallo quindi con $\epsilon_{r_1} = 1$.

La curva di dispersione è illustrata in Fig. 1.4, dove in ascissa viene rappresentata la costante di propagazione normalizzata $k_{spp}c/\omega_p$, mentre in ordinata la frequenza angolare ω , anch'essa normalizzata rispetto alla frequenza angolare del plasma ω_p . In figura viene rappresentato anche il cono di radiazione della luce in aria (regione di

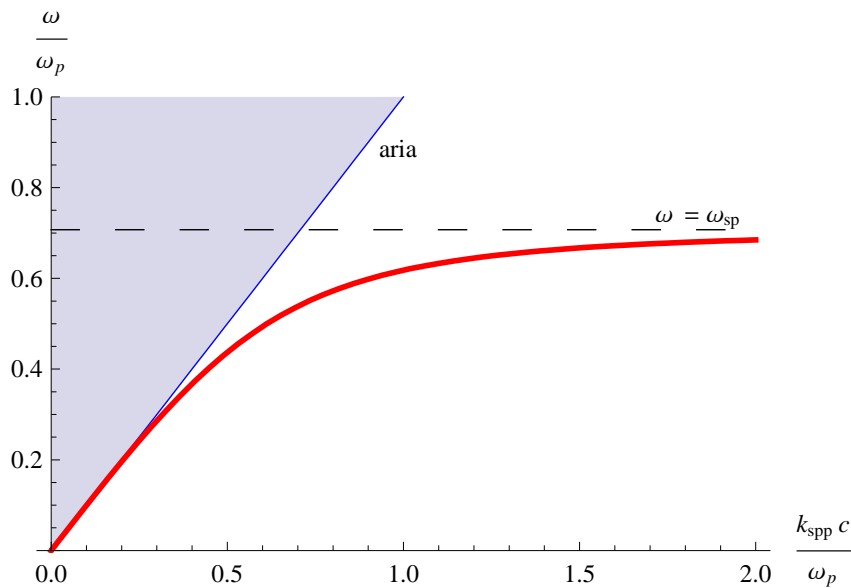


Figura 1.4. Curva di dispersione (in rosso) dell'onda SPP sostenuta da un'interfaccia aria/metallo. Nel grafico viene rappresentata anche la linea di propagazione della luce in aria (in blu). La regione in azzurro è il cono di radiazione in aria.

colore azzurro). Notiamo che la curva di dispersione del modo SPP si colloca fuori dal cono di radiazione in aria, ovvero a destra della linea della luce in aria ($\omega = ck_0$). Per ogni frequenza di interesse ω , la costante di propagazione k_{spp} risulta maggiore della costante di propagazione della luce in aria k_0 , a conferma del fatto che le onde

SPP sono modi guidati confinati all'interfaccia e non si possono accoppiare alla radiazione che si propaga nell'aria.

Alle basse frequenze $\omega/\omega_p \ll 1$, la curva di dispersione segue l'andamento della linea della luce in aria. Questo è dovuto al fatto che la penetrazione del campo all'interno del metallo è molto bassa ($|\varepsilon_{r_m}| \gg \varepsilon_{r_1} = 1$) e di conseguenza l'onda SPP risente poco la sua presenza avendo caratteristiche molto simili a quelle di propagazione libera in aria.

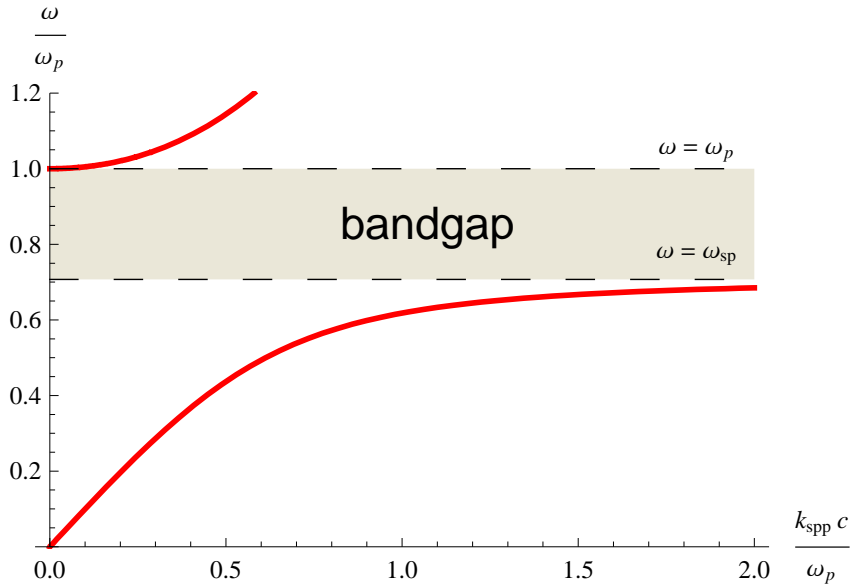


Figura 1.5. Nel caso senza perdite, per $\omega_{sp} < \omega < \omega_p$, la costante di propagazione k_{spp} è puramente immaginaria. Esiste dunque un bandgap all'interno del quale la propagazione non può avere luogo.

All'aumentare della frequenza, la curva di dispersione si allontana sempre di più da quella della luce in aria, e per ω che tende ad un particolare valore ω_{sp} , diverge. Dunque per $\omega \rightarrow \omega_{sp}$ la costante di propagazione $k_{spp} \rightarrow \infty$. La condizione di divergenza, nel caso più generale di un dielettrico qualsiasi, si può ricavare dalla relazione di dispersione (1.45) imponendo l'annullarsi del denominatore sotto radice:

$$\varepsilon_{r_1} + \varepsilon_{r_m}(\omega) = 0 \quad (1.53)$$

nella quale, sostituendo l'espressione (1.52), ricavata per il gas di elettroni liberi, possiamo calcolare l'espressione della ω_{sp} alla quale la k_{spp} diverge:

$$\omega_{sp} = \frac{\omega_p}{\sqrt{\varepsilon_{r_1} + 1}}. \quad (1.54)$$

La frequenza ω_{sp} è detta frequenza del *plasmon di superficie*. Il suo significato fisico deriva dal fatto che per $k_{spp} \rightarrow \infty$, la velocità di gruppo⁸ dell'onda SPP $v_g \rightarrow 0$ e l'onda stessa assume carattere elettrostatico prendendo appunto il nome di plasmon di superficie. Quindi teoricamente, nel semplice caso di assenza di perdite, per avere

⁸La velocità di gruppo viene definita come $v_g = \partial\omega/\partial k$, ed è una quantità fisica, da non confondere con la velocità di fase, $v_{ph} = \omega/k$, che al contrario è un concetto astratto.

una k_{spp} grande quanto si vuole, basta lavorare ad una frequenza ω abbastanza vicina alla ω_{sp} e, per quanto detto nel primo paragrafo, questo permetterà anche un confinamento grande a piacere. Accenniamo che questo non è vero nel caso in cui si tiene conto delle perdite per dissipazione nel metallo, le quali pongono un limite finito al valore massimo che la k_{spp} può assumere.

Nell'intervallo di frequenze $\omega_{sp} < \omega < \omega_p$, l'argomento della radice della (1.45) diventa negativo, e di conseguenza k_{spp} risulta immaginaria pura. L'onda risulta evanescente anche nella direzione di propagazione x e dunque questo intervallo di frequenze costituisce un bandgap⁹ ove non c'è propagazione (Fig. 1.5).

Per $\omega > \omega_p$, siamo in condizioni di radiazione nel metallo e la curva che parte da $\omega/\omega_p = 1$ è proprio quella di dispersione della luce che si propaga nel gas di elettroni liberi.

1.3 Eccitazione dei plasmoni polaritoni di superficie

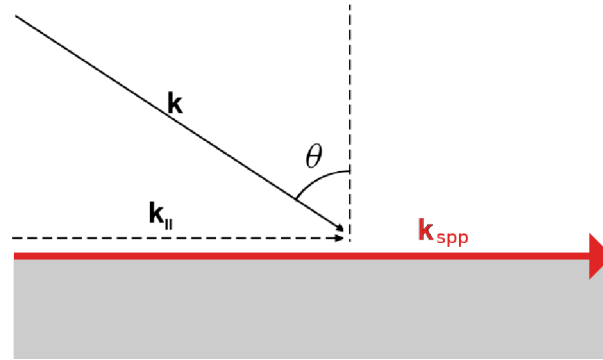


Figura 1.6. Incidenza diretta

Ricapitolando quello che si è trattato finora, possiamo affermare che i plasmoni polaritoni di superficie si propagano all'interfaccia piana tra un conduttore e un dielettrico e risultano confinati all'interfaccia per il fatto che la costante di propagazione k_{spp} risulta maggiore della costante di propagazione della luce nel dielettrico $k_0\sqrt{\epsilon_{r1}}$. Di conseguenza, la curva di dispersione di un'onda SPP si colloca sulla destra della linea della luce nel dielettrico ($\omega = ck$) e una radiazione incidente direttamente sull'interfaccia non può eccitare un'onda SPP. Infatti, la proiezione lungo l'interfaccia del vettore d'onda di un fascio di fotoni che incide con un angolo θ rispetto alla normale, $k_x = k \sin \theta$, è minore della costante di propagazione $k_{spp} > k > k \sin \theta$ anche nel caso limite di incidenza radente. Per eccitare un plasmon polaritone di superficie sono dunque necessarie tecniche opportune. In seguito illustriamo soltanto una di queste.

Attraverso un sistema costituito da due strati dielettrici con permittività diverse che avvolgono un sottile film metallico è possibile accoppiare un fascio di luce che si propaga nel dielettrico di permittività maggiore con l'onda SPP sostenuta dall'interfaccia tra il dielettrico di permittività minore (che d'ora in poi assumeremo

⁹Il bandgap scompare nel caso con perdite.

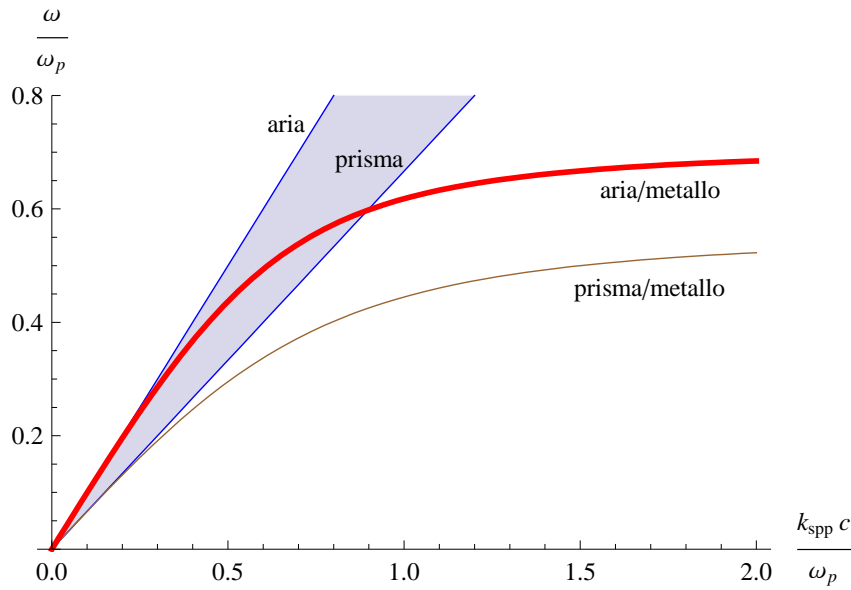


Figura 1.7. Curve di dispersione delle onde SPP all'interfaccia aria/metallo (in rosso) e prisma/metallo (in nero). In figura vengono tracciate anche le linee di propagazione della luce in aria e nel prisma (in blu).

per semplicità sia l'aria) e il metallo. Infatti, un fascio di luce che incide sull'interfaccia tra il dielettrico di costante dielettrica relativa $\varepsilon_{r_p} > 1$, tipicamente un prisma (Fig. 1.8), e il metallo ad un angolo θ maggiore dell'angolo critico θ_c di riflessione totale¹⁰ avrà una componente parallela all'interfaccia $k_x = \sqrt{\varepsilon_{r_p}} k_0 \sin \theta$ sufficiente ad eccitare un'onda SPP all'interfaccia aria/metallo in un ben preciso intervallo di frequenze ω . L'intervallo di frequenze suddetto è quello per il quale la curva di dispersione dell'onda SPP aria/metallo si trova tra la linea di propagazione della luce nel prisma e quella della luce in aria come illustrato in Fig. 1.7. Notiamo che l'onda incidente non può eccitare l'onda SPP sostenuta dall'interfaccia prisma/metallo, perché la sua curva di dispersione si colloca sulla destra della linea della luce nel prisma.

¹⁰Nel caso di un'onda che incide sull'interfaccia piana tra due mezzi non magnetici di indice di rifrazione $n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r_1}}$, $n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r_2}}$, provenendo dal mezzo più denso 1 ($n_1 > n_2$), l'angolo critico di riflessione totale è l'angolo di incidenza θ_i per cui l'angolo dell'onda rifratta nell'altro mezzo θ_t , è pari a $\pi/2$, dando luogo a un'onda trasmessa che si propaga tangenzialmente all'interfaccia. Dalla legge di Snell, $n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$, ponendo $\sin \theta_t = \sin \frac{\pi}{2} = 1$, si ricava l'espressione dell'angolo critico:

$$\theta_c = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right).$$

Per angoli di incidenza maggiori dell'angolo critico, l'onda trasmessa continua a propagarsi tangenzialmente all'interfaccia ed inoltre si attenua esponenzialmente nel mezzo 2 in direzione trasversa all'interfaccia, ovvero con un vettore di attenuazione $\underline{\alpha}$ perpendicolare al vettore di fase $\underline{\beta}$, con verso entrante nel mezzo 2. Infatti, in mezzi privi di perdite, $\underline{\alpha} \neq \underline{0} \Rightarrow \underline{\alpha} \perp \underline{\beta}$ [13].

Se invece di occupare tutto il suo semispazio, il mezzo 2 occupa solo uno strato di un certo spessore (sistema a due interfacce), il campo evanescente, per uno spessore dello strato di cui sopra abbastanza piccolo, può risultare di un'ampiezza consistente all'altra interfaccia ove può eccitare un'onda rifratta che si propaga nell'altro semispazio. Il fenomeno descritto viene detto di *riflessione totale frustata* e l'energia elettromagnetica viene trasmessa nello strato per *effetto tunnel*.

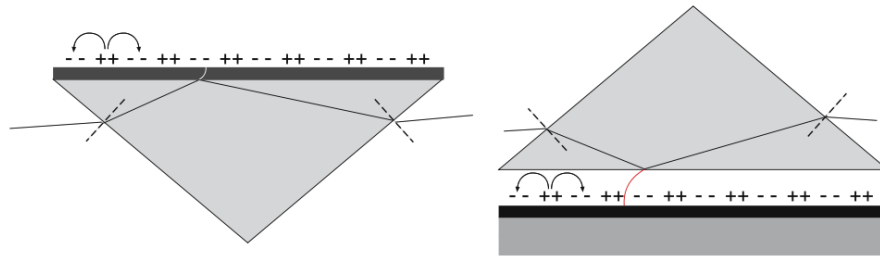


Figura 1.8. Geometria di Kretschmann (sinistra) e Otto (destra).

Il meccanismo di trasmissione dell'energia dal fascio di luce che si propaga nel prisma all'onda SPP sostenuta dall'interfaccia aria/metallo è quello della riflessione totale frustrata. Come abbiamo anticipato, l'onda incidente sull'interfaccia prisma/metallo ad un angolo $\theta > \theta_c$ dà luogo a un'onda trasmessa che risulta evanescente in direzione perpendicolare all'interfaccia. Se lo spessore dello strato metallico è abbastanza piccolo l'ampiezza del campo in corrispondenza dell'interfaccia aria/metallo non è nulla ed è proprio questo campo che eccita il plasmone polaritone di superficie sostenuto dall'interfaccia aria/metallo. L'eccitazione dell'onda SPP si presenta come un minimo nell'intensità del fascio riflesso.

Ovviamente anche il fenomeno inverso può avere luogo. Un'onda SPP così eccitata può cedere energia ad un'onda che si propaga nel prisma nella direzione che forma un angolo θ con la perpendicolare all'interfaccia prisma/metallo. Le onde SPP così eccitate sono intrinsecamente *leaky*, perché le perdite sono dovute non solo alla dissipazione nel metallo, ma anche per radiazione nel prisma. Questa radiazione interferisce con l'onda riflessa all'interfaccia prisma/metallo e il minimo nell'intensità del fascio riflesso è dovuto proprio ad una interferenza distruttiva. Esiste uno spessore ottimo per il quale l'interferenza distruttiva è perfetta e il minimo corrisponde ad uno zero dell'intensità del fascio riflesso.

Concludiamo questo paragrafo presentando le due geometrie utilizzate per l'accoppiamento tramite prisma (Fig. 1.8). La più diffusa è quella di Kretschmann [14], mentre quella di Otto [15] viene preferita nel caso in cui non si vuole avere un contatto diretto con il metallo, ad esempio in studi di qualità della superficie. In quest'ultima geometria la riflessione totale avviene all'interfaccia prisma/aria e poi l'energia viene trasmessa all'onda SPP sull'interfaccia aria/metallo per effetto tunnel tramite il sottile strato di aria tra il prisma e il metallo. Facciamo notare che l'accoppiamento tramite prisma è utile anche per l'eccitazione di modi sostenuti anche dalle guide d'onda DMD e MDM delle quali si parlerà nel paragrafo successivo [16, 17]. Tra le altre tecniche per l'eccitazione dei modi SPP sono quello mediante l'impatto di particelle cariche [18], mediante superfici periodicamente corrugate [19] e molte altre ancora [20, 21].

1.4 Altri tipi di guide bidimensionali

Abbiamo considerato fino a questo punto solo i plasmoni polaritoni di superficie sostenuti da una interfaccia singola e intendiamo proseguire in questo paragrafo con un breve cenno alle strutture multistrato bidimensionali e più in particolare allo

slab plasmonico immerso in un dielettrico, detta anche guida Dielettrico-Metallo-Dielettrico (DMD) e lo slab dielettrico rivestito di strati metallici, ovvero guida Metallo-Dielettrico-Metallo (MDM) riportate in Fig. 1.9. Quest'ultima verrà trattata più in dettaglio nel terzo capitolo.



Figura 1.9. Slab plasmonico immerso in dielettrico (sinistra) e slab dielettrico rivestito di strati metallici (destra). Le regioni in blu rappresentano il dielettrico, mentre quelle in grigio il metallo.

Nei sistemi multistrato, ogni singola interfaccia può sostenere un modo SPP e se le due interfacce sono abbastanza vicine tra loro, si può verificare un accoppiamento dei modi. Nel caso della guida DMD, per piccoli spessori dello slab centrale, questo dà luogo a due modi di propagazione accoppiati detti simmetrico e anti-simmetrico, le costanti di propagazione delle quali differiscono tra loro, ovvero i modi sono non degeneri. Con riferimento alla Fig. 1.9, notiamo che il piano xy è un piano di simmetria della struttura ed inoltre si dimostra che [17], se la componente trasversa E_z è simmetrica, la componente longitudinale E_x risulta anti-simmetrica. Ricordiamo allora che viene chiamato simmetrico il modo SPP per il quale la componente E_z è simmetrica []. Ricordando inoltre che le perdite dei modi SPP sono dovute principalmente alla componente longitudinale del campo la quale si accoppia alle oscillazioni degli elettroni liberi del metallo, il modo SPP simmetrico per il quale la suddetta componente è nulla sul piano di simmetria (quindi all'interno della regione di metallo), si attenua molto meno rispetto al modo SPP anti-simmetrico per il quale la componente longitudinale è pari rispetto a z . Il primo modo prende il nome di modo SPP a lungo raggio (*Long-Ranging SPP*, *LR-SPP*), mentre l'altro a corto raggio (*Short-Ranging SPP*, *SR-SPP*). In Fig. 1.10 vengono riportati l'indice di rifrazione efficace e la lunghezza di propagazione dei due modi in funzione dello spessore dello slab che confermano quanto detto in questo paragrafo[9].

Passando ora alla guida duale MDM, possiamo affermare che da un punto di vista del confinamento dell'energia elettromagnetica, il modo più interessante è quello fondamentale che risulta inoltre un modo simmetrico e non ha uno spessore di cut-off. In Fig. 1.11 si riporta la curva di dispersione di tale modo nel caso di una struttura argento-aria-argento, con la costante dielettrica complessa dell'argento costruita da interpolando dati sperimentali presi da [8]. Osserviamo che, a differenza del modo LR-SPP dello slab metallico, adesso si possono avere costanti di propagazione grandi anche a frequenze ω molto minori di ω_{sp} . Quindi basta solo prendere lo spessore dello strato dielettrico abbastanza piccolo per avere lunghezze di decadimento (confinamento) piccole quanto si vuole.

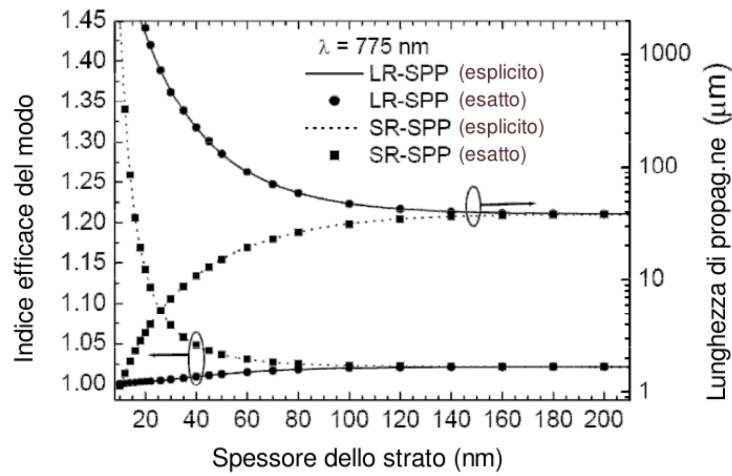


Figura 1.10. Indice di rifrazione efficace e lunghezza di propagazione dei modi LR-SPP e SR-SPP per un film d'oro in aria alla lunghezza d'onda di 775 nm . Riportato da [9].

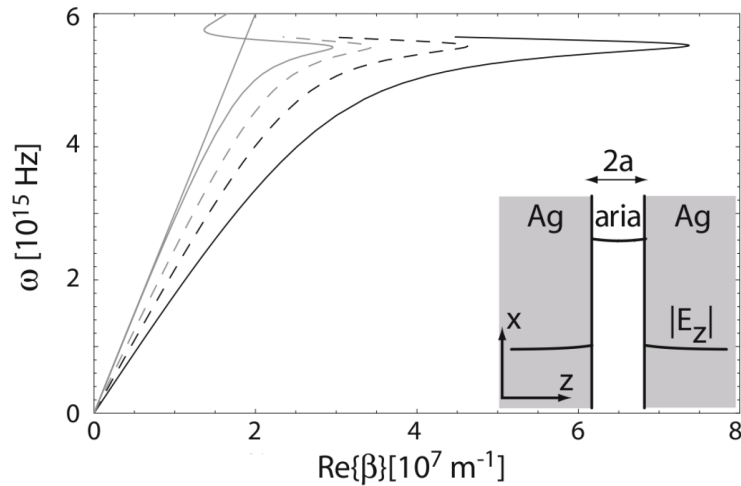


Figura 1.11. Curva di dispersione del modo fondamentale di una guida MDM ove il metallo è argento ed il dielettrico aria per diversi spessori dello slab centrale, con riferimento all'inset della figura: $a = 50 \text{ nm}$ (curva tratteggiata di colore grigio), $a = 25 \text{ nm}$ (curva tratteggiata di colore nero) e $a = 12.5 \text{ nm}$ (curva continua di colore nero). Vengono inoltre riportate anche le curve di dispersione di una interfaccia singola aria-argento (curva continua grigia) e la linea della luce in aria (linea grigia) [17].

1.5 Conclusioni

Dopo una breve introduzione ed un esempio per illustrare l'importanza dei plasmoni polaritoni di superficie, in questo capitolo abbiamo dimostrato, mediante la teoria dell'elettromagnetismo classico e facendo uso di un modello molto semplificato del comportamento dei metalli alle frequenze ottiche, l'esistenza e le condizioni sotto le quali un'interfaccia singola metallo-dielettrico può sostenere un'onda SPP. In un sistema semplice come quello costituito dall'interfaccia singola, le onde SPP possono essere solo di natura TM a dimostrazione del fatto che il campo elettrico longitudinale funge da intermediario nell'accoppiamento tra l'onda elettromagnetica che si propaga nel dielettrico e le oscillazioni collettive degli elettroni nella regione di metallo.

Successivamente, ricavata la relazione di dispersione, abbiamo analizzato le caratteristiche di propagazione dell'onda SPP sostenuta dall'interfaccia singola constatando che un compromesso deve essere fatto tra confinamento del modo vicino all'interfaccia e la sua lunghezza di propagazione. Questa è infatti una caratteristica di tutte le guide plasmoniche; anche se diversi tipi di guide d'onda sono state proposte in letteratura, tutte sono affette da questo trade-off.

Una discussione delle possibili tecniche per l'eccitazione dei modi SPP è seguita, con particolare attenzione al metodo di accoppiamento mediante prisma. Avendo un indice di rifrazione efficace maggiore di quello del dielettrico, i modi SPP non si possono eccitare incidendo semplicemente sulla superficie metallica e tecniche relativamente avanzate vengono impiegate.

Infine, abbiamo introdotto due strutture guidanti bidimensionali, ovvero la guida dielettrico-metallo-dielettrico e quella duale metallo-dielettrico-metallo esponendo brevemente le caratteristiche di propagazione dei modi da esse sostenuti.

Bibliografia

- [1] F. Frezza, *Lezioni di campi elettromagnetici II*, Capitolo 2, IEEE Student Branch Roma “La Sapienza”, 2013.
- [2] A. D. Boardman, *Electromagnetic surface modes*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1982.
- [3] A. V. Zayats, I. I. Smolyaninov e A. A. Maradudin, “Nano-optics of surface plasmon polaritons,” *Physics Reports*, **408**, 131–314, (2005).
- [4] V. M. Shalaev e S. Kawata, Editori, *Nanophotonics with Surface Plasmons Advances in Nano-Optics and Nano-Photonics Series*, Elsevier, 2007.
- [5] S. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer, Berlin, 2007.
- [6] E. Ozbay, “Plasmonics: Merging Photonics and Electronics at Nanoscale Dimensions,” *Science*, **331**, 5758, 189–193, (2006).
- [7] H. A. Atwater e A. Polman, “Plasmonics for improved photovoltaic devices,” *Nature Materials*, **9**, 205–213 (2010).
- [8] M. L. Brongersma e P. G. Kik, Editori, *Surface plasmon nanophotonics*, Springer, Berlin, 2007.
- [9] S. I. Bozhevolnyi, Editore, *Plasmonic nanoguides and circuits*, Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., Singapore, 2009.
- [10] J. N. Anker, W. P. Hall, O. Lyandres, N. C. Shah, J. Zhao e R. P. Van Duyne, “Biosensing with plasmonic nanosensors,” *Nature Materials*, **7**, 442–453 (2008).
- [11] L. Novotny e B. Hecht, *Principles of nano-optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- [12] Contributori di Wikipedia, *Criterio di Rayleigh*. Wikipedia, L’enciclopedia libera, controllata il febbraio 1, 2011.
- [13] G. Gerosa e P. Lampariello, *Lezioni di campi elettromagnetici*, 2^a Edizione, Edizioni Ingegneria 2000, Roma, 2006.
- [14] E. Kretschmann e H. Raether, “Radiative decay of non radiative plasmons excited by light,” *Zeitschrift für Naturforschung A*, **23**, 2135–2136 (1968).

-
- [15] A. Otto, "Excitation of non-radiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection," *Zeitschrift für Physik*, **216**, 398–410 (1968).
- [16] J. C. Quail, J. G. Rako e H. J. Simon, "Long-range surface-plasmon modes in silver and aluminum films," *Optics Letters*, **8**, 377–379 (1983).
- [17] B. Neuner, III, D. Korobkin, G. Ferro e G. Shvets, "Prism-coupled surface wave accelerator based on silicon carbide," *Physical Review ST Accelerators and Beams*, **15**, 031302 (2012).
- [18] R. H. Ritchie, "Plasma losses by fast electrons in thin films," *Physical Review*, **106**, 874–881 (1957).
- [19] S. Park, G. Lee, S. H. Song, C. H. Oh e P. S. Kim, "Resonant coupling of surface plasmons to radiation modes by use of dielectric gratings," *Optics Letters*, **28**, 1870–1872 (2003).
- [20] A. Bouhelier e G. P. Wiederrecht, "Surface plasmon rainbowjets," *Optics Letters*, **30**, 884–886 (2005).
- [21] B. Hecht, H. Bielefeld, L. Novotny, Y. Inouye e D. W. Pohl, "Local excitation, scattering, and interference of surface plasmons," *Physical Review Letters*, **77**, 1889–1892 (1996).
- [22] P. B. Johnson e R. W. Christy, "Optical constants of noble metals," *Physical Review B*, **6**, 4370–4379 (1972).

Capitolo 2

Studio modale della guida plasmonica a slot

2.1 Guide d'onda plasmoniche

Le guide d'onda plasmoniche, che sfruttano la proprietà di permittività dielettrica negativa dei metalli alle frequenze ottiche, offrono la possibilità di confinare l'energia elettromagnetica in strutture di dimensioni molto minori della lunghezza d'onda di funzionamento. Una delle problematiche legate alle guide plasmoniche riguarda le alte perdite dovute all'effetto Joule nei metalli, le quali aumentano all'aumentare del confinamento richiesto per il modo. Di conseguenza, tanti tipi di guida sono stati proposti in letteratura: da quelle che offrono un confinamento estremo ma soffrono di perdite altissime a quelle che sostengono modi con lunghezze di propagazione più lunghe ma il quale profilo di campo è largamente esteso in sezione trasversa [1]. In (Fig. 2.1) vengono riportate alcune di esse.

Nell'ottica dei circuiti integrati, causa l'alto grado di integrazione richiesto, un buon confinamento del modo in sezione trasversa viene richiesto, e a nostro parere, la guida a slot [21] sembra essere il migliore candidato.

2.2 La guida plasmonica a slot

L'argomento di questo capitolo è quindi lo studio ed il confronto delle caratteristiche di propagazione del modo fondamentale sostenuto da una guida a slot di dimensioni molto minori della lunghezza d'onda (da $\lambda/20$ a $\lambda/40$), nel caso in cui il film metallico che costituisce la guida sia costituito di tre materiali differenti: oro, argento ed alluminio. L'obiettivo è quello di individuare il materiale più adatto rispetto all'applicazione in cui viene impiegata la guida.

Come abbiamo accennato nel precedente paragrafo, nell'ottica dei circuiti integrati plasmonici, la guida plasmonica a slot [21], la quale inoltre può essere considerata a tutti gli effetti come l'estensione tridimensionale, e di conseguenza più realistica, della già presentata guida bidimensionale Metallo-Dielettrico-Metallo (MDM), rappresenta il candidato migliore in termini di confinamento del modo e quindi offrendo una più alta densità di integrazione dei componenti. La guida stessa si presenta in due configurazioni dette simmetrica e asimmetrica. La guida simmetrica è composta

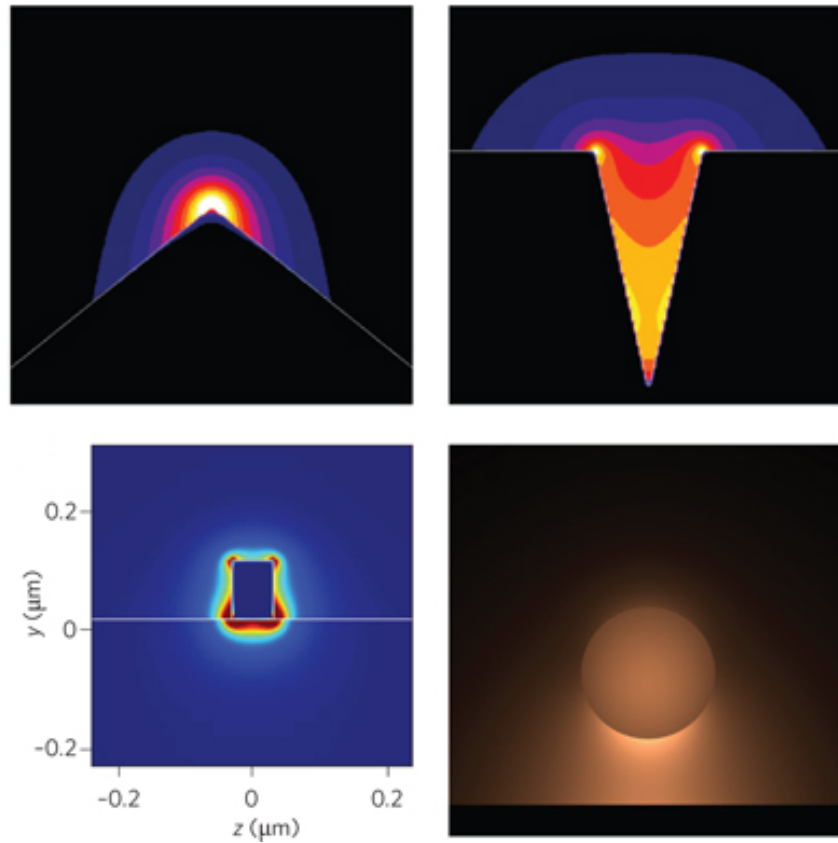


Figura 2.1. Modo fondamentale della guida *wedge* [2] (in alto a sinistra); modo fondamentale della guida plasmonica a canale troncata [3] (in alto a destra); modo fondamentale sostenuta da una nanostriscia di oro su un substrato di sapphire operante a $\lambda_0 = 1.48 \mu\text{m}$ [4]; e modo ibrido sostenuto da una nanostriscia di GaAs immersa in vetro e posta sopra un piano di argento operante a $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ [5]. Figure riprodotte da [1].

da un film metallico, immerso in un mezzo dielettrico omogeneo, ove viene incisa una slot, mentre nel caso della "asimmetrica" il film metallico viene depositato su un substrato (Fig. 2.2). In questo studio, il mezzo dielettrico omogeneo nel primo caso ed il substrato nel secondo caso, sono costituiti da biossido di silicio SiO_2 (vetro) il quale presenta nel intervallo di lunghezze d'onda da noi considerato un indice di rifrazione $n = 1.44$. D'altra parte, nel caso della struttura asimmetrica, l'altro mezzo è aria, $n = 1$.

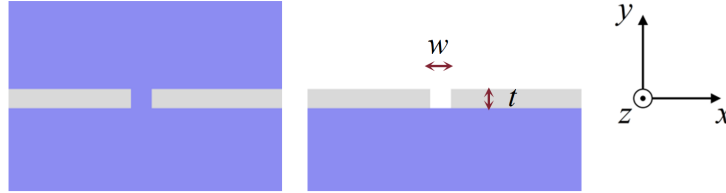


Figura 2.2. Sezione trasversa della guida a slot: struttura simmetrica (sinistra) e struttura asimmetrica (destra). In grigio viene presentato il metallo, mentre in blu il vetro. Notare anche il sistema di riferimento scelto in questa trattazione.

2.3 Il modello di Drude-Lorentz

Mentre il substrato non è dispersivo¹, in regime ottico i metalli presentano un comportamento plasmonico, dovuto maggiormente al gas di elettroni liberi. In letteratura sono presenti sia dati di misure della costante dielettrica dei metalli da noi considerati [8, 9], sia modelli analitici sviluppati attraverso un fitting dei dati sperimentali. Uno di quest'ultimi è quello di Drude-Lorentz il quale tiene conto del contributo del gas di elettroni liberi e anche di quelli di valenza, vincolati cioè al reticolo cristallino [18]. In breve, si è dimostrato che la costante dielettrica complessa $\varepsilon_r(\omega)$ può essere espressa come somma di due contributi [11, 12]:

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_r^{(l)}(\omega) + \varepsilon_r^{(v)}(\omega), \quad (2.1)$$

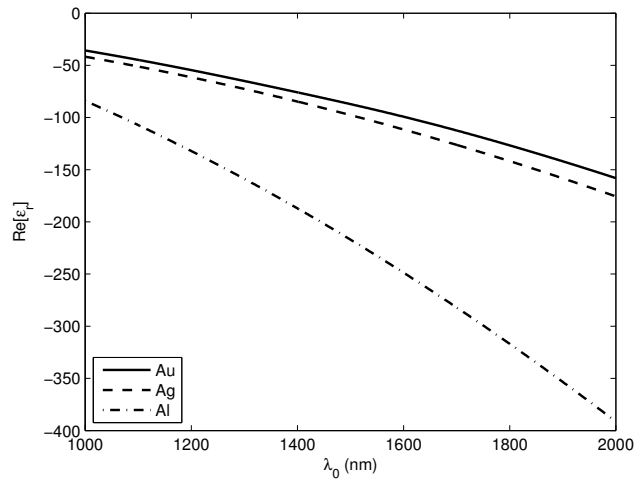
ove il primo è legato agli effetti intrabanda dovuti agli elettroni liberi, mentre il secondo a quelli interbanda usualmente riferiti anche come effetti dovuti agli elettroni vincolati. Il contributo dovuto agli elettroni liberi viene rappresentato mediante il già citato modello di Drude il quale, a differenza di prima, include anche le perdite:

$$\varepsilon_r^{(l)}(\omega) = 1 - \frac{\Omega_p^2}{\omega(\omega - i\Gamma_0)}. \quad (2.2)$$

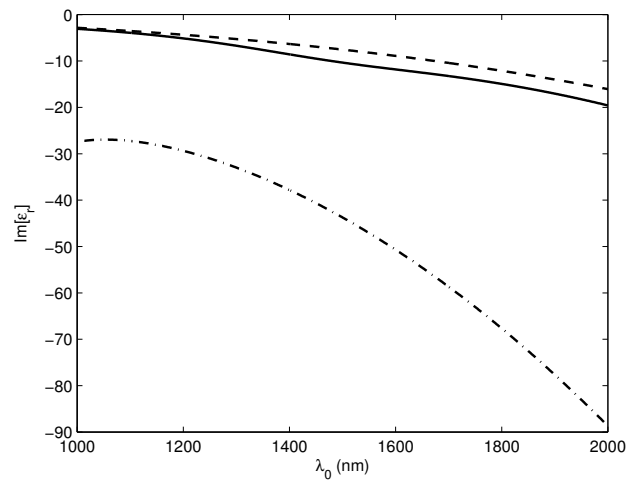
L'altro contributo viene rappresentato come una sovrapposizione di termini Lorentziani:

$$\varepsilon_r^{(v)}(\omega) = \sum_{j=1}^k \frac{f_j \omega_p^2}{(\omega_j^2 - \omega^2) + i\omega\Gamma_j}, \quad (2.3)$$

¹Nell'intervallo di lunghezze d'onda 1 – 2 μm la dispersione del biossido di silicio risulta trascurabile.



(a)



(b)

Figura 2.3. Real (a) and imaginary (b) parts of the relative electric permittivity of gold (solid line), silver (dashed line) and aluminium (dash-dotted line).

ove ω_p è la frequenza angolare del plasma, k il numero di oscillatori considerati con frequenza ω_j , forza f_j , e tempo di smorzamento $1/\Gamma_j$, mentre $\Omega_p = \sqrt{f_0}\omega_p$ è la frequenza di plasma associata alle transizioni intrabanda riferita ad un oscillatore di forza f_0 e costante di attenuazione Γ_0 . Questi parametri vengono ricavati dai dati sperimentali mediante una tecnica di *fitting* e sono disponibili in letteratura [18].

In Fig. 2.3 vengono riportate la parte reale e quella immaginaria della costante dielettrica relativa dell'oro, argento e alluminio nell'intervallo delle lunghezze d'onda di interesse che va da $\lambda_0 = 1\mu m$ a $\lambda_0 = 2\mu m$, il quale include anche la lunghezza d'onda particolarmente rilevante nell'ambito delle telecomunicazioni $\lambda_0 = 1.55\mu m$. Notiamo che la parte reale della costante dielettrica relativa è negativa in tutti i casi (comportamento plasmonico), mentre la parte immaginaria, legata alle perdite ohmiche è non nulla. E' inoltre interessante notare che l'alluminio rappresenta il metallo con la parte reale e immaginaria più grande in modulo dei tre metalli considerati. Possiamo intuire che le perdite ohmiche saranno maggiori nel caso dell'alluminio, però i risultati ottenuti ci smentiranno.

Concludiamo questo paragrafo giustificando la scelta riguardo al modello di dispersione dei metalli. Il simulatore da noi adottato si basa su un metodo di risoluzione nel dominio della frequenza (vedere il paragrafo successivo), quindi consente di utilizzare direttamente i dati sperimentali senza ulteriori approssimazioni. Si è scelto però di adottare il modello proposto da Rakić [18] perché riconosciuto come accurato e anche per il motivo che risulta molto usato in letteratura [13, 14, 15, 16] da gruppi che usano metodi basati sul metodo alle differenze finite nel dominio del tempo (*Finite Difference Time Domain*, FDTD). Volendo riprodurre risultati presenti in letteratura per motivi di validazione dei dati di simulazione, si è voluto usare lo stesso modello di dispersione dei metalli da essi adottato.

2.4 Studio modale e modello di simulazione

Per lo studio modale della nostra struttura abbiamo fatto uso del simulatore commerciale COMSOL Multiphysics [17] che implementa il metodo agli elementi finiti (*Finite Elements Method*, FEM) [18].

Il metodo FEM² è ampiamente utilizzato in plasmonica [23] perché consente di infittire la mesh, cioè aumentare il grado di discretizzazione del dominio di simulazione, solo localmente, ovvero in corrispondenza delle zone in cui ci si aspetta che la soluzione cercata abbia variazioni molto brusche. Questo fatto costituisce un grande vantaggio in termini di costo computazionale ed è il più grande vantaggio rispetto ai metodi di simulazione nel dominio del tempo, la discretizzazione nel tempo delle quali è vincolata alle dimensioni della mesh più piccola di tutto il dominio di simulazione comportando così una prolungamento dei tempi di simulazione nel caso in cui ci si voglia rappresentare soluzioni che variano bruscamente nello spazio, com'è il caso del campo elettrico del plasmone polaritone di superficie in corrispondenza dell'interfaccia dielettrico-metallo alle frequenze ottiche. D'altra parte, per studiare il comportamento della soluzione in un intervallo di frequenze, servono più simulazioni consecutive ed infine un'interpolazione dati, visto che il metodo risolve il campo ad una singola frequenza, contrariamente al caso dei metodi nel dominio del tempo.

²Più in generale i metodi di risoluzione nel dominio della frequenza.

Questo paragrafo è organizzato come segue: prima viene presentata l'impostazione delle simulazioni per poi definire le proprietà del modo di propagazione delle quali siamo interessati, concludendo con una discussione dei risultati ottenuti.

2.4.1 Il dominio di simulazione

Il dominio di simulazione viene presentato in Fig. 2.4 nel caso più generale della struttura asimmetrica. Nel caso dei modi guidati, per terminare il dominio di simulazione abbiamo usato condizioni al bordo di tipo conduttore elettrico perfetto (*Perfect Electric Conductor, PEC*), scegliendo il dominio abbastanza grande ($xDim \times yDim$ con riferimento alla figura) cosicché il campo fosse trascurabile alle estremità del dominio stesso. Per determinare le dimensioni adatte, abbiamo condotto preliminarmente dei studi di convergenza.

Quando invece trattiamo le onde *leaky*, facciamo uso di due modi di troncamento del dominio di simulazione: mediante l'uso di PML (*Perfectly Matched Layers*) [15] e di condizioni SBC (*Scattering Boundary Conditions*) che sono condizioni al bordo adattate. Il PML è un dominio fatto di un materiale fittizio che emula l'estensione del dominio di simulazione all'infinito con l'obiettivo di assorbire completamente ogni onda incidente qualsiasi essa sia fatta.

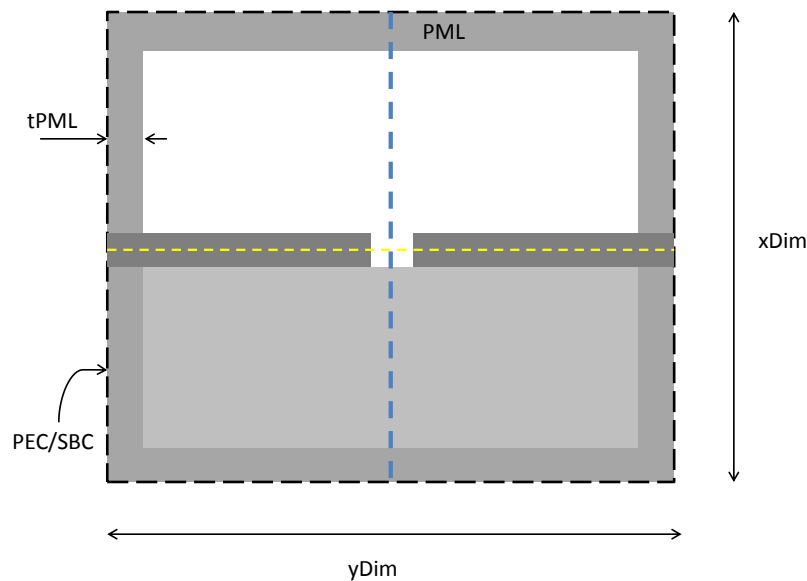


Figura 2.4. Dominio di simulazione nel caso più generale di struttura asimmetrica. La linea tratteggiata blu denota il percorso di integrazione della componente dominante del campo magnetico, mentre la linea tratteggiata gialla quella della componente dominante del campo elettrico.

2.4.2 Indice di rifrazione efficace e lunghezza di propagazione

Essendo la struttura invariante nella direzione di propagazione scelta z (direzione perpendicolare al piano, Fig. 2.2), possiamo assumere un andamento del tipo $e^{-\gamma z}$ per la soluzione cercata³ con $\gamma = \alpha_z + j\beta_z$, dove α_z e β_z sono la costante di attenuazione e quella di fase rispettivamente. L'indice di rifrazione efficace del modo viene definito come [?]:

$$n_{eff} = \frac{\beta_z}{k_0} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \cdot \beta_z, \quad (2.4)$$

e la lunghezza di propagazione L_p come la lunghezza per la quale la potenza portata dal modo lungo la direzione di propagazione z diminuisce di $1/e^2$ volte:

$$L_p = \frac{1}{2\alpha_z}. \quad (2.5)$$

2.4.3 Il fattore di confinamento del modo

Il fattore di confinamento F_c viene definito come il rapporto tra la potenza portata dal modo nella regione della slot $w \times t$ e la potenza totale portata dal modo guidato[20]:

$$F_c = \int_{-w/2}^{w/2} \int_{-t/2}^{t/2} E_x(x, y) H_y^*(x, y) dx dy \cdot \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y) H_y^*(x, y) dx dy \right]^{-1}. \quad (2.6)$$

Facciamo notare che l'origine del sistema di riferimento scelto corrisponde al centro geometrico della regione di slot.

Per completezza, vogliamo inoltre fare presente il fatto che questo non è l'unico modo per definire il fattore di confinamento legato al modo. Altri autori, hanno scelto altri approcci per quantificare il confinamento del modo nella sezione trasversa. Così, nel caso di guide d'onda plasmoniche costituite da strisce metalliche [21, 22], non è possibile definire il fattore di confinamento come sopra, perché in questo caso il campo è confinato lungo l'interfaccia e per definire un'area di confinamento (proporzionale al fattore di confinamento) si considera la misura dell'area in cui si estende il campo di modulo non maggiore di $1/e^2$ volte il valore massimo assunto dal campo stesso [23, 24].

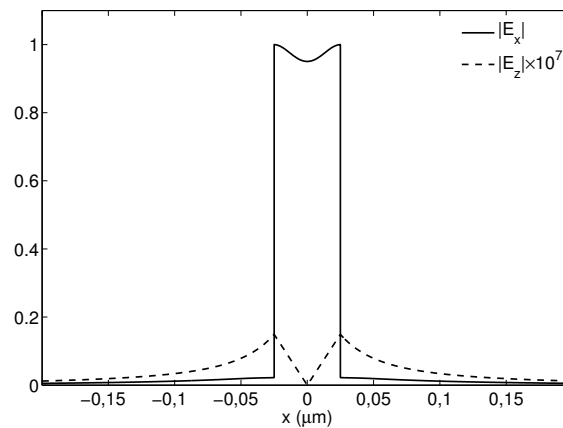
2.4.4 Modello a linea di trasmissione associato al modo

Nel campo delle microonde per l'analisi e progetto di vari componenti si fa un ampio uso delle linee di trasmissione [14], cosa che sarebbe molto utile anche in ambito plasmonico [26]. Questo però richiede lo sviluppo di un modello a linea di trasmissione associato al modo fondamentale sostenuto dalla guida a slot. Per il fatto che le dimensioni geometriche della slot sono molto minori delle lunghezze d'onda di funzionamento, non è consentita la propagazione di modi di ordine superiore, quindi si opera in regime unimodale.

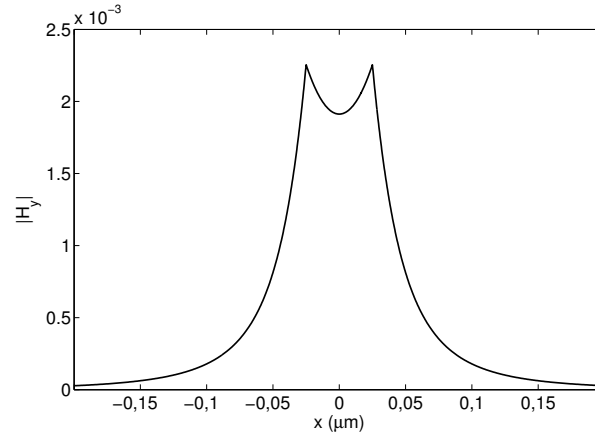
Dall'analisi numerica svolta, si evince che, nel caso della guida simmetrica, il modo sostenuto risulta essere un quasi-TEM. Infatti, le componenti trasverse

³Abbiamo adottato una dipendenza del tipo $e^{j\omega t}$ per l'andamento temporale dei campi.

dominanti sono tre oppure quattro ordini di grandezza maggiori di quelle longitudinali, sia nel caso del campo elettrico che in quello del campo magnetico. In Fig. 2.5(a), viene rappresentato il modulo della componente trasversale dominante del campo elettrico E_x e quello della componente longitudinale E_z lungo la linea di simmetria orizzontale della sezione trasversale della guida, $y = 0$. È facile notare che la componente longitudinale è approssimativamente otto ordini di grandezza minore di quella trasversale ed inoltre osserviamo che quest'ultima è confinata alla regione di slot all'interno della quale è più o meno costante.



(a)



(b)

Figura 2.5. Modulo delle componenti E_x ed E_z del campo elettrico (a) e della componente H_y del campo magnetico (b) lungo la linea orizzontale di simmetria, $y = 0$, nel caso di una guida simmetrica con slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$ composta di argento che opera a $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$. Valori normalizzati al massimo di $|E_x|$.

In modo simile, la componente trasversale dominante del campo magnetico H_y (Fig. 2.5(b)) risulta essere circa cinque ordini di grandezza maggiore della sua controparte longitudinale H_z . Le altre due componenti trasversali sono almeno due ordini di grandezza minori delle corrispondenti componenti dominanti nella regione

di slot. Questo si può evince anche osservando le linee di campo dei campi trasversi in Fig. 2.6.

Di conseguenza, possiamo definire un impedenza equivalente Z_0 come il rapporto tra la tensione efficace V e la corrente efficace I calcolate integrando le componenti trasverse dominanti E_x e H_y lungo le linee di simmetria orizzontale ($y = 0$) e verticale ($x = 0$) della struttura rispettivamente [23]:

$$Z_0 = \frac{V}{I} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E_x dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} H_y dy} \quad . \quad (2.7)$$

Gli integrali si possono troncare alle estremità del dominio in quanto i valori del campo, avendo considerato solo i modi guidati, sono trascurabili in corrispondenza di essi. Per le stesse ragioni, la corrente efficace I così calcolata corrisponde alla circuitazione della componente H_y in quanto il percorso di integrazione si può "chiudere" integrando lungo il bordo del dominio di simulazione dove l'integrando assume valori trascurabili.

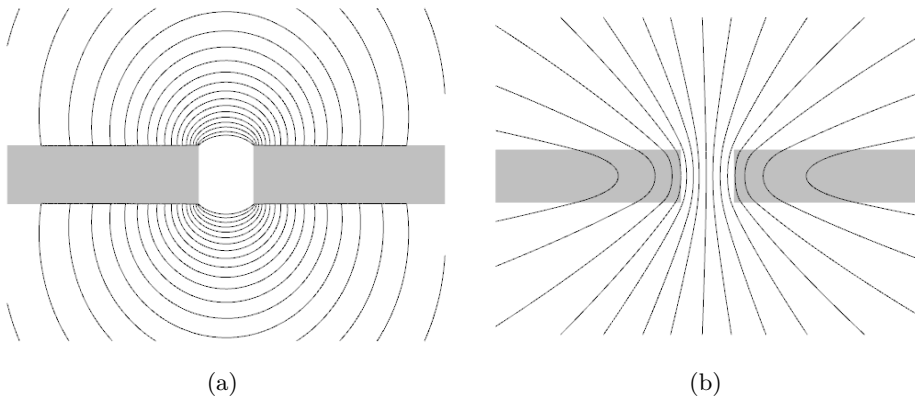


Figura 2.6. Linee del campo trasverso elettrico (a) e magnetico (b) del modo fondamentale per una guida simmetrica con slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$. Le parti in grigio denotano le regioni di metallo.

2.5 Discussione dei risultati

In questo paragrafo presentiamo i risultati numerici ottenuti. In tutte le simulazioni abbiamo considerato uno spessore del film metallico fisso, $t = 50 \text{ nm}$. La dispersione del modo fondamentale viene studiato in funzione della lunghezza d'onda di funzionamento λ_0 mantenendo la larghezza della slot fissa $w = 50 \text{ nm}$, e dualmente rispetto alla larghezza della slot w fissando però in questo caso la lunghezza d'onda a quella particolarmente rilevante nelle telecomunicazioni, $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$. Inizialmente, vediamo i risultati della struttura simmetrica in qual caso il modo fondamentale risulta essere sempre guidato, per qualsiasi combinazione dei parametri geometrici della guida e della lunghezza d'onda di funzionamento, per continuare con l'analisi

dei dati della struttura asimmetrica. In quest'ultimo caso, il modo guidato non risulta essere sempre confinato alla slot e, sotto particolari condizioni, diventa un modo *leaky* accoppiandosi ai modi guidati bidimensionali sostenuti da uno slab asimmetrico aria-metallo-vetro oppure ai modi di radiazione del substrato, in questo.

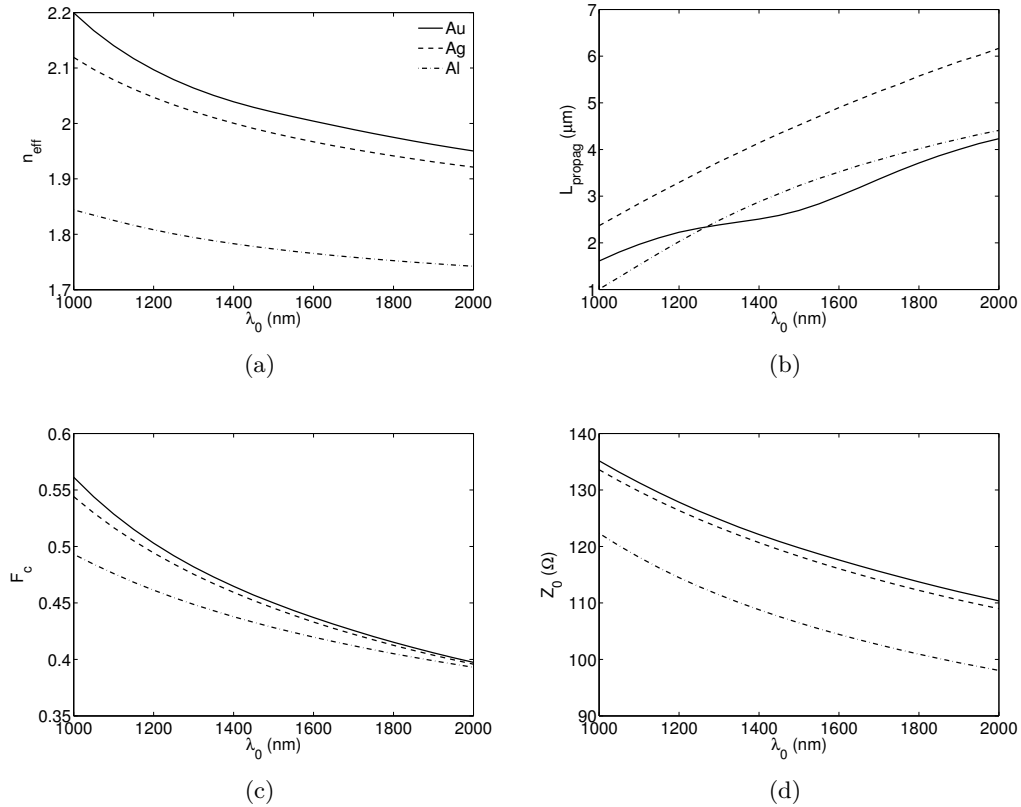


Figura 2.7. Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a) e lunghezza di propagazione L_p (b) del modo fondamentale sostenuto da una guida a slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$ in funzione della lunghezza d'onda dello spazio libero; (c) fattore di confinamento e (d) parte reale dell'impedenza caratteristica equivalente.

2.5.1 Struttura simmetrica

Come annunciato precedentemente nella parte introduttiva di questo capitolo, la struttura simmetrica è costituita da un film metallico immerso in biossido di silicio SiO_2 nel quale viene incisa una slot. Il modo fondamentale è sempre un modo guidato[21] e questo è dovuto alla simmetria della sezione trasversale della guida. Per di più, nell'intervallo di lunghezze d'onda di interesse, si opera in regime unimodale in quanto il modo fondamentale è l'unico che si propaga causa le dimensioni molto minori della slot rispetto alla lunghezza d'onda di funzionamento [29].

Dispersione del modo

In Fig. 2.7(a), viene presentata la curva di dispersione del modo fondamentale sostenuto da una slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$ nei caso dei tre metalli costituenti il film metallico. Si può notare che al diminuire della lunghezza d'onda di funzionamento λ_0 , per tutti e tre i metalli, l'indice di rifrazione efficace del modo aumenta. Questo è dovuto al fatto che la parte reale della permittività dielettrica di tutti e tre i metalli, in modulo, diminuisce con il diminuire della lunghezza d'onda dello spazio libero λ_0 (Fig. 2.3), facendo sì che il campo penetri in maggior entità all'interno del metallo risultando di conseguenza maggiormente confinato come si può anche verificare osservando l'andamento del fattore di confinamento F_c in Fig. 2.7(c). Un'altra conseguenza di questa maggiore penetrazione del campo nelle regioni di metallo è l'aumento delle perdite ohmiche le quali comportano lunghezze di propagazione del modo più corte (Fig. 2.7(b)).

Interessante è il fatto che per lunghezze d'onda $\lambda_0 > 1.2 \mu\text{m}$, la lunghezza di propagazione del modo, a parità di lunghezza d'onda di funzionamento, risulta essere maggiore nel caso di una guida composta di alluminio in confronto con una guida composta di oro. Questo risultato sembra controintuitivo in quanto l'alluminio risulta essere molto più dissipativo dell'oro. Però, in questo particolare caso, anche se la parte immaginaria dell'alluminio è molto maggiore di quella dell'oro in modulo (Fig. 2.3(b)), contemporaneamente la parte reale della costante dielettrica relativa dell'oro, sempre in modulo, è molto più piccola di quella dell'alluminio (Fig. 2.3(a)) e questo fa sì che la penetrazione del campo nella regione di metallo sia più grande nel caso dell'oro, ovvero l'effetto schermante nel caso dell'alluminio è maggiore risultando in minori perdite per effetto Joule e quindi a lunghezze di propagazione più grandi.

Ricapitolando, un effetto schermante migliore comporta un confinamento del modo peggiore in quanto i campi vengo forzati ad espandersi di più nella regione di dielettrico. Perciò, con l'aumento della lunghezza d'onda di funzionamento, il fattore di confinamento del modo, in tutti e tre i casi, diminuisce, ma diminuisce anche la differenza tra loro. Questo è dovuto al fatto che a lunghezze d'onda più grandi la slot risulta essere sempre più piccola.

Osservando ora il grafico della parte reale dell'impedenza caratteristica equivalente associata al modo Z_0 (Fig. 2.7(d)), è interessante notare che generalmente l'andamento è molto simile in tutti e tre i casi con l'alluminio che presenta valori minimi e l'oro che presenta valori massimi. L'impedenza diminuisce con il diminuire della lunghezza d'onda di funzionamento e questo si può spiegare facendo riferimento al legame di essa con l'indice di rifrazione efficace n_{eff} . Infatti, per un onda TEM nello spazio libero, l'impedenza caratteristica della linea di trasmissione associata risulta essere:

$$Z_{TEM} = \frac{\beta_{TEM}}{\omega \epsilon_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \zeta_0, \quad (2.8)$$

ove ζ_0 è l'impedenza caratteristica dello spazio libero. Supponendo che l'impedenza caratteristica equivalente Z_0 del nostro modo quasi-TEM possa essere grossolanamente approssimata al prodotto di un fattore di proporzionalità dipendente dalla geometria della sezione trasversa e l'impedenza caratteristica del mezzo efficace $Z_0 \approx \zeta_{eff} F_G = n_{eff} \zeta_0 F_G = n_{eff} C$, con C una costante, riusciamo a giustificare questo andamento.

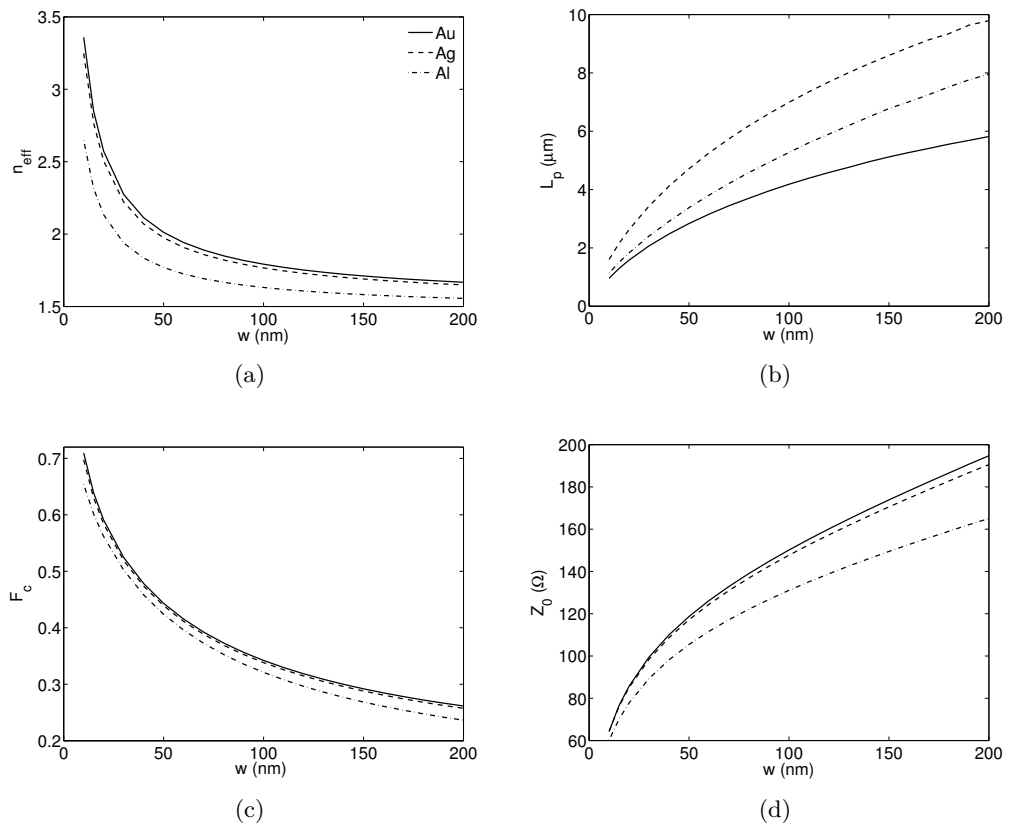


Figura 2.8. Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a), lunghezza di propagazione L_p (b), fattore di confinamento (c) e parte reale dell'impedenza caratteristica equivalente (d) del modo fondamentale sostenuto da una struttura simmetrica operante alla lunghezza d'onda dello spazio libero $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ in funzione della larghezza della slot w .

Proprietà di propagazione in funzione della larghezza w della slot

Consideriamo ora la variazione delle caratteristiche del modo in funzione della larghezza della slot w , fissando la lunghezza d'onda di funzionamento a $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$. Per una migliore interpretazione dei dati, facciamo notare che il modo sotto studio può essere visto anche come prodotto dell'accoppiamento di due modi (chiamati modi di bordo, *edge modes*), ognuno dei quali sostenuto dal un film metallico troncato (quindi metà della guida da noi considerata, ad es., con riferimento alla Fig. 2.2, consideriamo solo la struttura per $x > 0$), portate in stretta prossimità di esse stesse [30]. D'altra parte, alla situazione limite di $w \rightarrow 0$, il modo fondamentale dovrebbe essere simile al modo sostenuto da una guida metallo-dielettrico-metallo (MDM) bidimensionale.

Una prima osservazione che possiamo fare guardando i grafici in Fig. 2.8, è quella che il comportamento è simile per tutti e tre i metalli: oro, argento ed alluminio. Per tutte le larghezze di slot considerate, il maggior indice di rifrazione efficace del modo ed il più alto fattore di confinamento corrispondono alla guida costituita di oro. D'altro canto, questa guida ha perdite maggiori rispetto alle altre due costituite di argento e alluminio. Riguardo all'impedenza caratteristica equivalente, si può dire che essa varia notevolmente con il variare della larghezza w della slot e questo è un fatto positivo perché avere la possibilità di variare la larghezza della slot potrebbe risultare utile per effettuare un adattamento di impedenza [25].

Considerando ora la variazione rispetto alla larghezza della slot w , si può dire, che quindi a parità di lunghezza d'onda di funzionamento, per larghezze di slot piccole, il campo si estende di più nelle regioni occupate dal metallo, il che risulta in indici di rifrazione efficaci maggiori, lunghezze di propagazione del modo più corte e fattori di confinamento più alti. Il comportamento per w grandi si può spiegare facendo uso dei modi di bordo introdotti prima. All'aumentare della larghezza w , l'accoppiamento dei modi di bordo diviene sempre più debole cosicché per la situazione limite $w \rightarrow \infty$, l'indice di rifrazione efficace del modo fondamentale si avvicina asintoticamente a quello dell'indice di rifrazione efficace del modo di bordo sostenuto dal film metallico troncato. Per di più, la frazione della potenza portata dal modo che risiede nella regione di metallo diminuisce comportando un aumento della lunghezza di propagazione del modo. Con questa osservazione concludiamo lo studio della struttura simmetrica.

2.5.2 Struttura asimmetrica

Nella guida a slot asimmetrica i dielettrici sopra e sotto il film metallico sono diversi, quindi la guida non è più simmetrica rispetto all'asse orizzontale $y = 0$. Come preannunciato, nel nostro studio consideriamo il substrato costituito di biossido di silicio, SiO_2 con indice di rifrazione $n = 1.44$ e l'altro mezzo aria, $n = 1$.

Al contrario del caso della guida simmetrica trattato nel paragrafo precedente, il modo fondamentale sostenuto dalla guida asimmetrica non è sempre guidato, quindi considerando uno spessore fisso per il film metallico $t = 50 \text{ nm}$, ad una particolare lunghezza d'onda di funzionamento λ_0 corrisponderà una larghezza della slot detta di cut-off w_c tale che per ogni larghezza di slot $w > w_c$ il modo risulta essere *leaky*, ovvero il modo perde potenza propagandosi non solo a causa dell'effetto Joule, ma

anche perché trasferisce potenza ad altri modi, siano essi guidati, sostenuti dallo slab asimmetrico, oppure di radiazione nel mezzo più denso (nel nostro caso il substrato). Analogamente, ad una larghezza di slot fissata, corrisponderà una lunghezza d'onda di cut-off λ_{0c} con il modo fondamentale che risulta guidato solo per $\lambda_0 < \lambda_{0c}$.

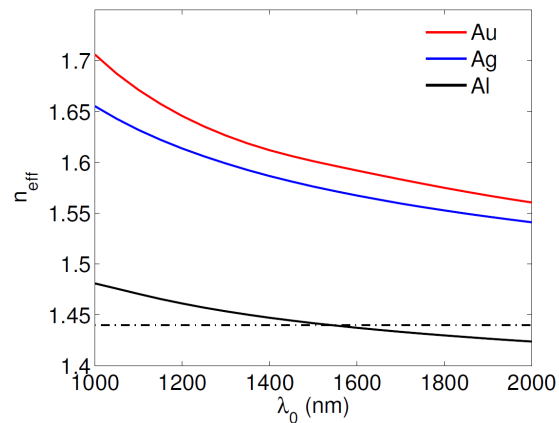
Per capire meglio il fenomeno di *leakage* dobbiamo prendere in considerazione il modo di indice di rifrazione efficace maggiore sostenuto dallo slab asimmetrico DMD che è un modo guidato in quanto ha un indice di rifrazione efficace maggiore di quello del substrato. Quindi, al diminuire dell'indice di rifrazione efficace del modo con l'aumentare della larghezza della slot w (oppure della lunghezza d'onda λ_0), con λ_0 (oppure w) fisso, ad un certo punto esso diviene uguale a quello del modo sostenuto DMD menzionato prima, quindi parte della potenza portata dal modo fondamentale della slot verrà trasferita a questo modo dello slab asimmetrico risultando in *leakage*. Se continuiamo questo processo, il modo fondamentale si accoppierà anche con i modi di propagazione nel substrato. Per una trattazione più ampia del fenomeno di *leakage* rimandiamo a questo lavoro di Oliner [31]. Quindi per determinare se il modo opera in regime guidato, oppure *leaky* dobbiamo fare riferimento anche al modo di indice di rifrazione efficace maggiore sostenuto dallo slab asimmetrico DMD [17].

Dispersione del modo

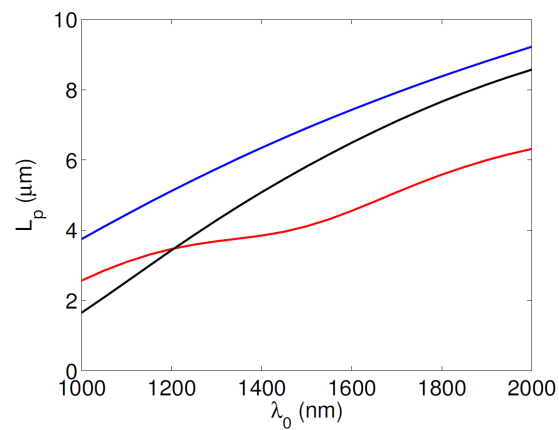
In questa sezione presentiamo un'analisi della dispersione del modo fondamentale sostenuto da una slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$ al variare della lunghezza d'onda. Abbiamo preliminarmente verificato che, nei casi dell'oro e dell'argento, il modo rimane sempre guidato nel nostro intervallo di lunghezza d'onda di interesse (Fig. 2.9) e per tutti i casi di regime guidato valgono le stesse considerazioni fatte nel caso della guida simmetrica. La sola differenza rispetto al caso simmetrico consiste nel fatto che, siccome il dielettrico sopra è meno denso elettromagneticamente, il profilo del modo si estende di meno nelle regioni occupate dal metallo con tutte le conseguenze in termini di proprietà di propagazione del modo che questo comporta.

D'altra parte, risulta essere molto interessante, il modo sostenuto da una guida asimmetrica costituita di alluminio, modo che diventa *leaky* accoppiandosi al modo superficiale dello slab DMD intorno a $\lambda_{c,DMD} \approx 1.35 \mu\text{m}$ e ai modi di radiazione del substrato per $\lambda_{c,sub} \approx 1.55 \mu\text{m}$ come si può facilmente verificare osservando la Fig. 2.10(a).

Osservando invece la Fig. 2.10(b), si può notare che anche quando il modo diventa *leaky*, all'aumentare della lunghezza d'onda, la lunghezza di propagazione del modo si allunga indicando che il modo perde meno potenza facendoci capire che il meccanismo principale di perdita in questo caso non è il *leakage*, ma il quello dovuto all'effetto Joule [30]. Tutto questo potrebbe indurre a pensare di realizzare componenti che utilizzano un modo con basso *leakage*, ma in questo caso sorgerebbero problemi di compatibilità elettromagnetica. Un importante esempio di sfruttamento di questo fenomeno è quello di realizzare un'antenna *leaky*, come ad es. in [32].



(a)



(b)

Figura 2.9. Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a) e lunghezza di propagazione L_p (b) del modo fondamentale in funzione della lunghezza d'onda di funzionamento nel caso di una guida asimmetrica con slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$. La linea tratto-punto corrisponde all'indice di rifrazione del substrato.

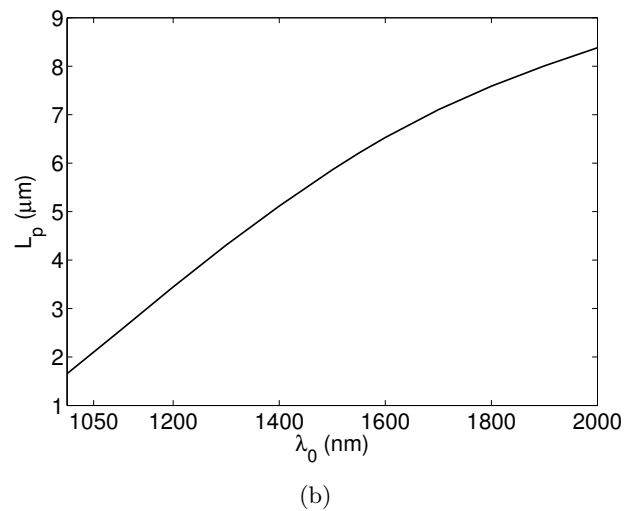
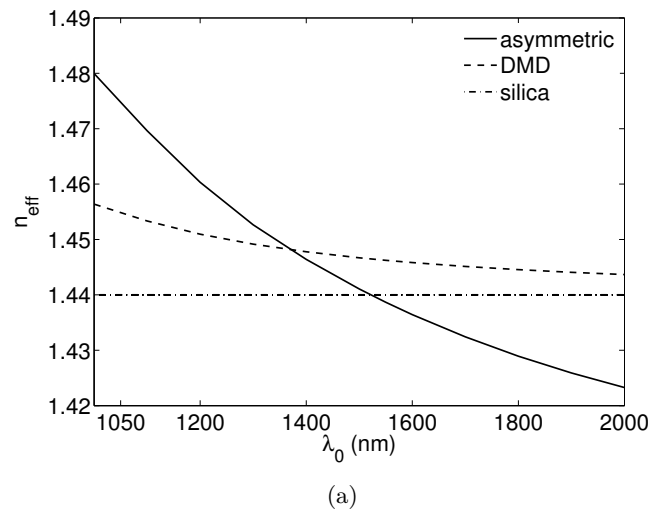
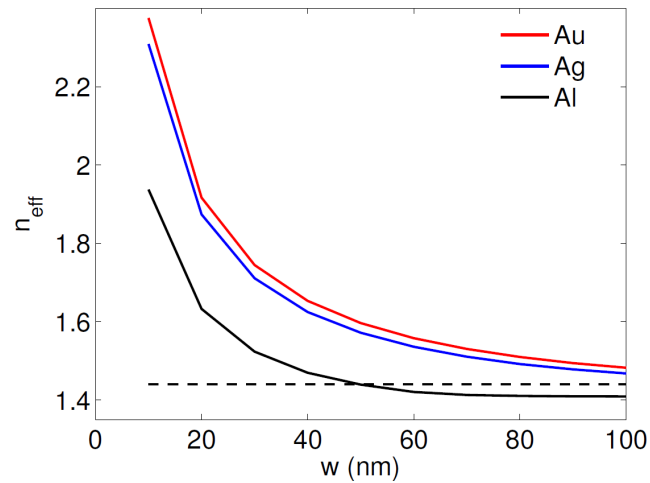
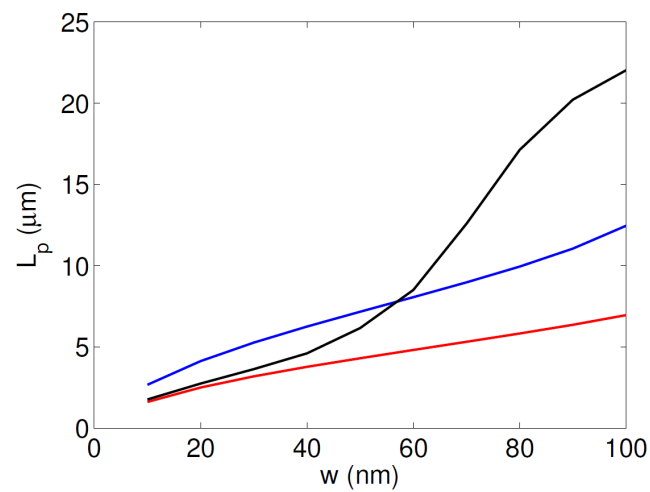


Figura 2.10. (a) Indice di rifrazione efficace del modo per una guida asimmetrica di alluminio con una regione di slot di dimensioni $50 \times 50 \text{ nm}^2$ (linea continua), indice di rifrazione efficace del modo a più alto indice di rifrazione dello slab asimmetrico DMD (linea tratteggiata) e indice di rifrazione del substrato (linea tratto-punto); (b) lunghezza di propagazione del modo.



(a)



(b)

Figura 2.11. Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a) e lunghezza di propagazione L_p (b) del modo fondamentale in funzione della larghezza di slot w per una guida asimmetrica che opera a $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$, spessore del film metallico $t = 50 \text{ nm}$. La linea tratto-punto corrisponde all'indice di rifrazione del substrato.

Analisi in funzione della larghezza w della slot

In questa sezione discutiamo i risultati presentati in Fig. 2.11, dove vengono graficate l'andamento dell'indice di rifrazione efficace in funzione della larghezza della slot w (Fig. 2.9(a)) e la lunghezza di propagazione del modo (Fig. 2.11(b)) in tutti e tre i casi. Dal primo grafico si può osservare che similmente al caso della dispersione, anche in questo caso il modo rimane guidato per tutte le larghezze di slot considerate in corrispondenza di una guida composta di oro oppure argento. L'andamento per questi due casi è quindi simile a quello della guida simmetrica, ovvero all'aumentare della larghezza di slot w , l'indice di rifrazione efficace del modo decresce, la lunghezza di propagazione cresce ed il fattore di confinamento (non riportato) diminuisce.

D'altra parte, per una guida a slot di alluminio che opera alla lunghezza d'onda $\lambda_0 = 1.55 \mu m$, si può notare che il modo diventa *leaky* nel substrato per larghezze di slot $w > 50 nm$. Per le stesse ragioni esposte nel paragrafo precedente, la lunghezza di propagazione del modo aumenta con l'aumento del fenomeno di *leakage* e come si può notare in Fig. 2.11(b), diventa molto maggiore di quelle corrispondenti all'oro e all'argento.

2.6 Sommario

In questo capitolo abbiamo presentato uno studio delle caratteristiche di propagazione del modo fondamentale sostenuto da una slot di dimensioni molto minori della lunghezza d'onda di funzionamento per tre tipi diversi di metallo costituenti il film metallico: oro, argento e alluminio. Le due configurazioni della guida trattate sono quella simmetrica e quella asimmetrica. Nel primo caso i dielettrici di sotto (substrato) e di sopra (*coating*) sono costituiti dello stesso materiale, mentre nell'altro caso differiscono introducendo un'asimmetria nella sezione trasversa della guida.

Lo studio della dispersione del modo ha mostrato che in tutti i casi, all'aumentare della lunghezza d'onda λ_0 , l'indice di rifrazione efficace del modo diminuisce, la lunghezza di propagazione aumenta e il fattore di confinamento diminuisce. Questo comportamento si può interpretare con il fatto che all'aumentare della lunghezza di propagazione, relativamente quindi ad essa, la slot diventa sempre più piccola, comportando un'estensione del campo sempre minore nelle regioni di metallo. Si ha un comportamento simile anche nel caso della dispersione in funzione della larghezza della slot a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$.

La differenza principale tra le due configurazioni della guida, è che nel caso asimmetrico, il modo può diventare *leaky*. Comunque, nel intervallo di lunghezza d'onda di funzionamento da noi considerato, il modo fondamentale diventa *leaky* solo nel caso dell'alluminio. Esistono dunque per il modo una lunghezza d'onda di cut-off e una larghezza di slot di cut-off. Lo studio ha fatto vedere che il fenomeno dominante di perdita è quello dovuto all'effetto Joule in quanto, all'aumentare del fenomeno di *leakage* la lunghezza di propagazione aumenta.

Bibliografia

- [1] D. K. Gramotnev e S. I. Bozhevolnyi, “Plasmonics beyond the diffraction limit,” *Nature Photonics*, **4**, 83–91 (2010).
- [2] D. F. P. Pile, T. Ogawa, D. K. Gramotnev, T. Okamoto, M. Haraguchi, M. Fukui e S. Matsuo, “Theoretical and experimental investigation of strongly localized plasmons on triangular metal wedges for subwavelength waveguiding,” *Applied Physics Letters*, **87**, 061106 (2005).
- [3] E. Moreno, F. J. Garcia-Vidal, S. G. Rodrigo, L. Martin-Moreno e S. I. Bozhevolnyi, “Channel plasmon-polaritons: Modal shape, dispersion, and losses,” *Optics Letters*, **31**, 3447–3449 (2006).
- [4] E. Verhagen, A. Polman e L. K. Kuipers, “Nanofocusing in laterally tapered plasmonic waveguides,” *Optics Express*, **16**, 45–57 (2008).
- [5] R. F. Oulton, V. J. Sorger, D. A. Genov, D. F. P. Pile e X. Zhang, “A hybrid plasmonic waveguide for subwavelength confinement and long-range propagation,” *Nature Photonics*, **2**, 496–500 (2008).
- [6] G. Veronis e S. Fan, “Guided subwavelength plasmonic mode supported by a slot in a thin metal film,” *Optics Letters*, **30**, 3359–3361 (2005).
- [7] S. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer, New York, 2007.
- [8] P. B. Johnson e R. W. Christy, “Optical constants of noble metals,” *Physical Review B*, **6**, 4370–4379 (1972).
- [9] E. D. Palik, *Handbook of optical constants of solids*, Academic Press, Boston, 1985.
- [10] A. D. Rakic, A. B. Djurišić, J. M. Elazar e M. L. Majewski, “Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices,” *Applied Optics*, **37**, 5271–5283 (1998).
- [11] H. Ehrenreich, H. R. Philipp e B. Segall, “Optical properties of aluminum,” *Physical Review*, **132**, 1918–1928 (1963).
- [12] H. Ehrenreich e H. R. Philipp, “Optical properties of Ag and Cu,” *Physical Review*, **128**, 1622–1629 (1962).

- [13] C. A. Ni, S. W. Chang, S. L. Chuan e P. J. Schuck, "Quality factor of a nanobowtie antenna," *Journal of Lightwave Technology*, **29**, 3107–3114 (2011).
- [14] J. L. Stokes, Y. Yu, Z. H. Yuan, J. R. Pugh, M. Lopez-Garcia, N. Ahmad e M. J. Cryan, "Analysis and design of a cross dipole nanoantenna for fluorescence-sensing applications," *JOSA B*, **31**, 302–310 (2014).
- [15] I. Ahmed, E. H. Khoo, O. Kurniawan e E. P. Li, "Modeling and simulation of active plasmonics with the FDTD method by using solid state and Lorentz–Drude dispersive model," *JOSA B*, **28**, 352–359 (2011).
- [16] M. Farahani, N. Granpayeh e M. Rezvani, "Broadband zero reflection plasmonic junctions," *JOSA B*, **29**, 1722–1730 (2012).
- [17] COMSOL Multiphysics Version 4.0.a, COMSOL AB, Sweden
- [18] J. M. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, 2^a Edizione, John Wiley and Sons Inc., New York, 2002.
- [19] J. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *Journal of Computational Physics*, **114**, 185–200 (1994).
- [20] F. Kong, K. Li, B.-I. Wu, H. Huang, H. Chen e J. A. Kong, "Propagation properties of the spp modes in nanoscale narrow metallic gap, channel, and hole geometries," *Progress In Electromagnetics Research*, **76**, 449-466 (2007).
- [21] P. Berini, "Plasmon-polariton waves guided by thin lossy metal films of finite width: Bound modes of symmetric structures," *Physical Review B*, **61**, 10484–10503 (1999).
- [22] A. V. Krasavin e A. V. Zayats, "Silicon-based plasmonic waveguides," *Optics Express*, **18**, 11791–11799 (2010).
- [23] R. Buckley e P. Berini P., "Figures of merit for 2D surface plasmon waveguides and application to metal stripes," *Optics Express*, **15**, 12174–11799 (2007).
- [24] P. Berini, "Figures of merit for surface plasmon waveguides," *Optics Express*, **14**, 13030 (2006).
- [25] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 2^a Edizione, John Wiley and Sons Inc., Toronto, 1998.
- [26] G. Veronis e S. Fan, "Bends and splitters in metal-dielectric-metal subwavelength plasmonic waveguides," *Applied Physics Letters*, **87**, 131102 (2005).
- [27] H. Nejati e A. Beirami, "Theoretical analysis of the characteristic impedance in metal–insulator–metal plasmonic transmission lines," *Optics Letters*, **37**, 1050–1052 (2012).
- [28] W. Cai, W. Shin, S. Fan e M. L. Brongersma, "Elements for plasmonic nanocircuits with three-dimensional slot waveguides," *Advanced Materials*, **22**, 5120–5124 (2010).

-
- [29] L. Liu, Z. Han e S. He, “Novel surface plasmon waveguide for high integration,” *Optics Express*, **13**, 6645–6650 (2005).
- [30] G. Veronis e S. Fan, “Modes of subwavelength plasmonic slot waveguides,” *Journal of lightwave technology*, **25**, 2511–2521 (2007).
- [31] A. A. Oliner, “Leaky-Wave Antennas,” Capitolo 10, *Antenna Engineering Handbook*, R. C. Johnson, H. Jasic, Editori, 3^a Edizione, McGraw-Hill, New York, 1993.
- [32] Y. Wang, A. S. Helmy e G. V. Eleftheriades, “Ultra-wideband optical leaky-wave slot antennas,” *Optics Express*, **19**, 12392–12401, (2011).

Capitolo 3

Accoppiatori direzionali plasmonici in guida MDM

La nostra società è basata sull'informazione e la domanda di sistemi elaborazione e trasmissione dell'informazione sempre più veloci è stata e continua ad essere, uno dei principali catalizzatori dello sviluppo di queste tecnologie. Negli ultimi decenni, il progresso dell'elettronica del silicio ha portato a componenti più compatti, veloci ed efficienti. La miniaturizzazione di questi componenti e dei sistemi in cui sono impiegati ha posto davanti ad una miriade di sfide. Attualmente, i problemi principali che impediscono l'aumento della velocità di elaborazione dei processori due sono: gli effetti termici e gli effetti di ritardo del segnale delle interconnessioni elettroniche [1].

D'altra parte, le interconnessioni ottiche possiedono una grande capacità di trasporto dell'informazione (larga banda) e sono un potenziale candidato per superare i limiti delle interconnessioni elettroniche [2]. Sfortunatamente, la loro implementazione si è rivelata molto difficile a causa della incompatibilità delle dimensioni tipiche dei componenti elettronici e di quelli ottici. Le dimensioni dei componenti convenzionali usati in ottica sono limitate a causa delle leggi fondamentali della diffrazione a circa metà della lunghezza d'onda della luce [3, 4]. Le loro dimensioni sono almeno due ordini di grandezza maggiori di quelle dei corrispettivi componenti nanoelettronici. L'incompatibilità delle dimensioni rappresenta un punto critico nella sfida per l'interfacciamento di queste tecnologie. Una delle tecnologie emergenti che si propone di colmare il divario tra l'elettronica del nanometro e l'ottica del micrometro è proprio la plasmonica [5], la quale, come già menzionato più volte in precedenza, sfrutta le proprietà ottiche dei metalli per guidare e manipolare la luce con strutture di dimensioni minori del limite di diffrazione. Nel paragrafo che segue facciamo una panoramica dei componenti proposti finora in letteratura.

3.1 Circuiti plasmonici funzionali

I vantaggi della plasmonica sono principalmente due: componenti di dimensioni piccole e alta velocità di elaborazione dell'informazione. Le dimensioni molto minori del limite di diffrazione dei componenti plasmonici comportano però un problema in termini dell'efficienza di eccitazione di queste strutture. Per superare queste difficoltà

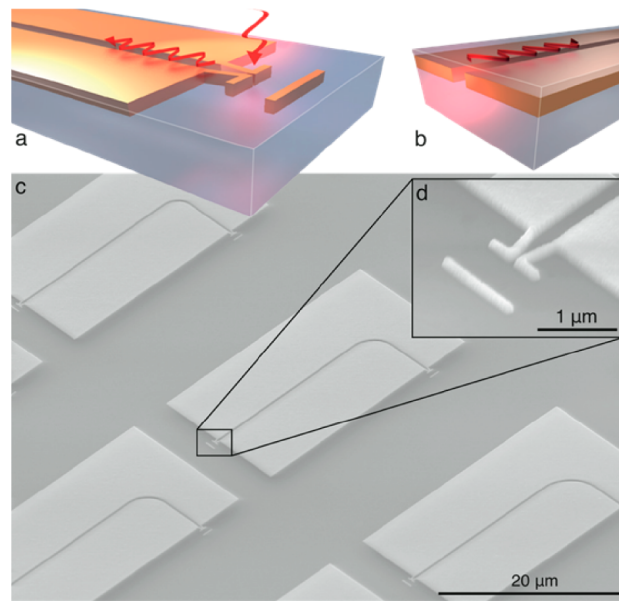


Figura 3.1. (a) Illustrazione di un antenna ottica Yagi [13] che alimenta una guida a slot accoppiando un fascio laser incidente su di essa con il modo fondamentale di propagazione della guida; (b) le guide d'onda sono coperte da un *cladding*; (c) immagine di diversi nanocircuiti plasmonici multicomponente e (d) particolare dell'antenna Yagi [12].

sono stati proposti vari metodi [6, 7], tra i quali anche quello che fa uso di un antenna nanoottica [8, 9, 10]. Quest'ultima converte la radiazione libera portata in prossimità della struttura in modi di propagazione della guida. In Fig. 3.1 viene illustrato questo concetto: sull'antenna incide un fascio laser altamente collimato polarizzato linearmente lungo i rami dell'antenna a dipolo la quale a sua volta alimenta una guida plasmonica a slot [12]. Si può notare che per aumentare l'efficienza dell'antenna, un riflettore è stato aggiunto con la configurazione che assomiglia ad un allineamento Yagi-Uda [13]. Tecniche di adattamento di impedenza ben note alle microonde [14], vengono inoltre impiegate per massimizzare il trasferimento di potenza dall'antenna alla guida [15]. In questo modo si possono raggiungere efficienze di accoppiamento fino al 45%. Una volta superato il problema di accesso al circuito plasmonico, l'elaborazione del segnale avviene tramite l'uso di componenti plasmonici come ad es. l'accoppiatore direzionale ottico [11] riportato in Fig. 3.2 [12].

Un altro componente molto importante in questo ambito è il modulatore elettro-ottico, il quale può fungere da interfaccia per fare comunicare i due mondi dell'elettronica e dell'ottica. In [16] ad esempio viene proposto un modulatore di fase plasmonico di dimensioni compatibili con la tecnologia CMOS che però opera alle frequenze ottiche risultando molto veloce.

Dopo aver esposto le principali caratteristiche e la promessa dei circuiti plasmonici continuiamo nel prossimo paragrafo con lo studio modale della guida Metallo-Dielettrico-Metallo (MDM), già vista in precedenza alla fine del primo capitolo.

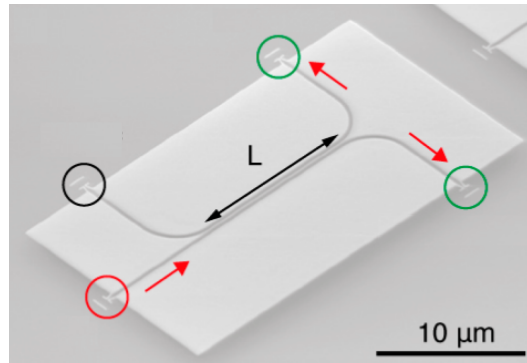


Figura 3.2. Immagine SEM dell'accoppiatore direzionale plasmonico [12] dove vengono visualizzate anche le antenne utilizzate per l'accesso al componente: in rosso la porta d'ingresso, in verde quelle di uscita, accoppiata in alto e diretta in basso, e in nero l'uscita di riferimento.

3.2 La guida Metallo-Dielettrico-Metallo (MDM)

La guida bidimensionale MDM costituisce una semplificazione della più realistica guida a slot studiata nel secondo capitolo e quindi si presta bene ad approssimare il suo comportamento. Ciò risulta particolarmente conveniente nei casi in cui il costo computazionale delle strutture che si vogliono simulare è molto alto. La simulazione degli accoppiatori direzionali basati sulla guida a slot di nostro interesse richiede risorse di calcolo molto alte. Di conseguenza si è pensato di semplificare lo studio considerando gli accoppiatori realizzati in guida MDM e quindi riducendo il problema ad un dominio bidimensionale. Anche se il comportamento delle due guide è molto simile, una differenza importante tra le due è che la guida a slot è intrinsecamente una guida a sezione trasversa aperta, mentre quella MDM è una guida chiusa. Di conseguenza, i modelli bidimensionali basati su quest'ultima non tengono conto di eventuali perdite per radiazione. Studiamo ora le proprietà di propagazione del modo fondamentale della guida MDM.

3.2.1 Analisi modale della guida MDM

La guida MDM viene riportata in Fig. 3.3 [17] insieme alle tre componenti del modo fondamentale di nostro interesse. Tale modo risulta essere l'unico, in quanto per i spessori dello strato dielettrico da noi considerati i modi di ordine superiore sono sotto cut-off.

Il metallo impiegato in questo studio è l'argento [18], mentre come dielettrico abbiamo scelto il biossido di silicio (SiO_2) avente indice di rifrazione $n = 1.44$. La lunghezza d'onda di funzionamento è invece quella rilevante alle telecomunicazioni, $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$.

Le proprietà di propagazione sono state calcolate attraverso uno studio modale usando lo stesso simulatore commerciale, COMSOL Multiphysics. La simulazione 2D è stata impostata considerando la sezione trasversa e terminando la struttura con condizioni periodiche di continuità sui bordi perpendicolari alla direzione z di invarianza della struttura. Il dominio di simulazione viene scelto abbastanza

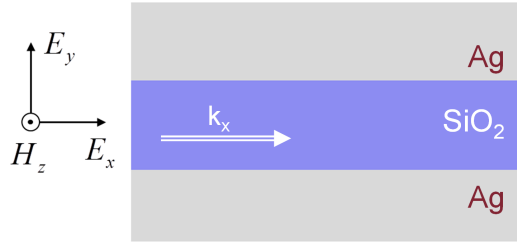


Figura 3.3. Geometria della guida MDM e le componenti del modo fondamentale da esso sostenuto. In blu viene rappresentata la regione di dielettrico, mentre in grigio quelle occupate dall'argento.

grande nell'altra direzione y (perpendicolare allo strato dielettrico), cosicché gli altri due bordi risultino sufficientemente distanti dallo slab centrale in modo da poter impostare su di essi condizioni di annullamento del campo elettrico tangenziale, in quanto i valori assunti dal campo in loro corrispondenza sono trascurabili.

Abbiamo quindi effettuato un'analisi parametrica al variare dello spessore dello strato centrale dielettrico w nell'intervallo che va da 20 nm a 100 nm . Per ragioni che saranno più chiare nel seguito siamo interessati solo all'indice di rifrazione efficace del modo:

$$n_{eff} = \frac{\beta_z}{k_0}, \quad (3.1)$$

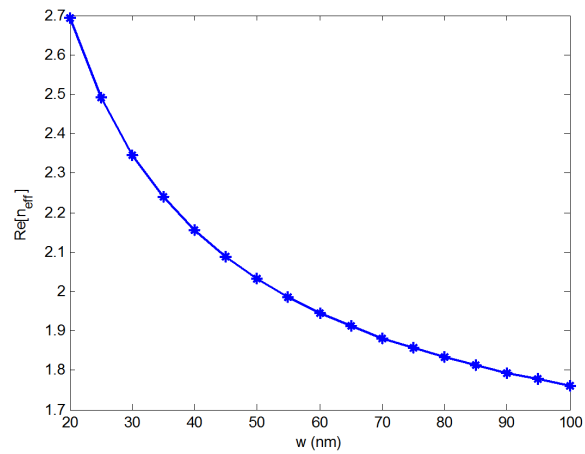
e alla lunghezza d'onda in guida, ovvero lunghezza d'onda efficace [13]:

$$\lambda_{eff} = \frac{\lambda_0}{n_{eff}}. \quad (3.2)$$

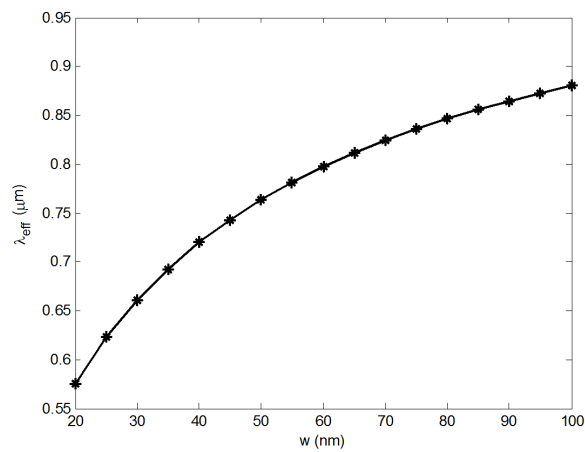
Come si può osservare in Fig. 3.4(a), in modo simile al modo fondamentale sostenuto dalla guida a slot, al diminuire dello spessore w , la parte reale dell'indice di rifrazione efficace del modo aumenta, la parte immaginaria, la quale tiene conto delle perdite ohmiche è inversamente proporzionale alla lunghezza di propagazione del modo, aumenta (Fig. 3.4(c)). La lunghezza efficace, essendo la lunghezza d'onda di funzionamento fissa a $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$, diminuisce (Fig. 3.4(b)).

3.2.2 Modello a linea di trasmissione

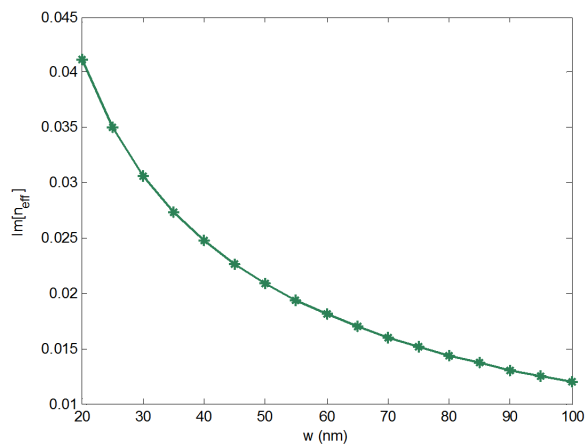
Un modello a linea di trasmissione associato al modo fondamentale della MDM consentirebbe di sfruttare le consolidate tecniche di progettazione sviluppate nell'ambito delle microonde [14, 20] anche per la progettazione di componenti plasmonici sia attivi che passivi. Recentemente sono stati pubblicati studi di componenti plasmonici ispirati a quelli alle microonde come: giunzioni a T, filtri, accoppiatori, risonatori ecc. [21, 22, 23, 24]. Alcuni di essi fanno uso di modelli analitici approssimati per il calcolo dell'impedenza caratteristica del modo fondamentale [21, 25]. Nel nostro studio invece, il calcolo dell'impedenza caratteristica viene svolto utilizzando le soluzioni del campo ottenute dallo studio modale. Applicando la definizione



(a)



(b)



(c)

Figura 3.4. Parte reale (a) e immaginaria (c) dell'indice di rifrazione efficace e lunghezza d'onda efficace (b) del modo fondamentale al variare dello spessore w a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$.

dell'impedenza come rapporto tra tensione V e corrente I si ha infatti:

$$Z_0 = \frac{V}{I} = \frac{\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} E_y dy}{\oint_C H_z dl}, \quad (3.3)$$

dove la tensione V viene calcolata come l'integrale di linea del campo elettrico trasverso E_y (per la convenzione degli assi vedi Fig. 3.3), mentre la corrente I come la circuitazione del campo magnetico trasverso H_z (Fig. 3.5). Nel calcolo

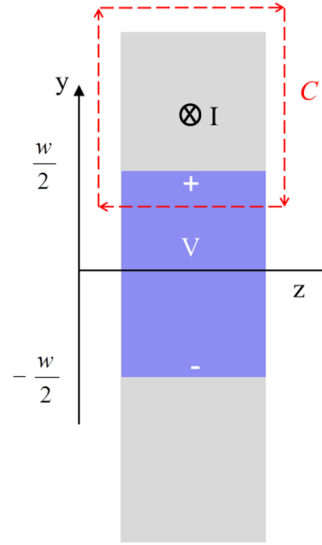


Figura 3.5. Sezione trasversale della guida MDM (invariante in direzione z). In rosso la linea di integrazione della componente trasversa del campo magnetico H_z . In blu viene presentata la regione di dielettrico, mentre quelle d'argento in grigio.

di quest'ultima, essendo la soluzione del campo invariante lungo la direzione z , i contributi dei rami verticali si eliminano a vicenda perché l'integrazione avviene in senso opposto, mentre il contributo del ramo superiore è nullo in quanto, avendo considerato un dominio di simulazione abbastanza grande, l'integrando lungo questo ramo assume valori trascurabili.

Dai risultati riportati in Fig. 3.6, notiamo che all'aumentare dello spessore w , la parte reale dell'impedenza caratteristica aumenta monotonicamente. L'escursione dei valori di quest'ultima risulta essere abbastanza ampia e va da poco meno di 40Ω a poco più di 90Ω in corrispondenza di $w = 20 \text{ nm}$ e $w = 100 \text{ nm}$ rispettivamente. Per uno spessore dello strato di dielettrico $w = 50 \text{ nm}$, l'impedenza caratteristica è pari a circa $Z_0^{50\text{nm}} = 62 \Omega$, valore importante in quanto, come si vedrà nel paragrafo successivo, in questo studio abbiamo scelto 50 nm come lo spessore standard per le linee di accesso al componente. Vogliamo infine sottolineare che per i nostri scopi, sono importanti anche i valori $\sqrt{2}Z_0^{50\text{nm}} = 87 \Omega$ e $Z_0^{50\text{nm}}/\sqrt{2} = 46 \Omega$ che corrispondono rispettivamente ad uno spessore $w = 90 \text{ nm}$ e $w = 30 \text{ nm}$.

Avendo calcolato l'impedenza caratteristica e la lunghezza efficace del modo, si può procedere con il dimensionamento dei nostri accoppiatori direzionali.

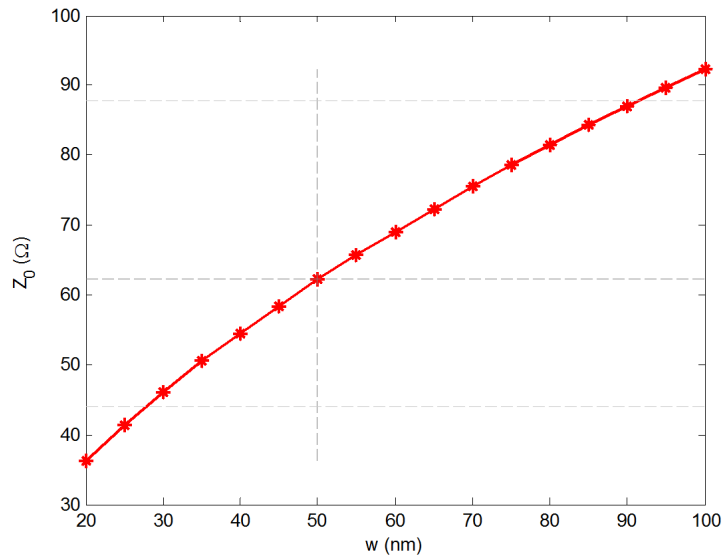


Figura 3.6. Impedenza caratteristica della linea al variare dello spessore dello strato centrale w .

3.3 Accoppiatori direzionali, considerazioni generali

Un accoppiatore direzionale è un componente a quattro porte (Fig. 3.7) che viene utilizzato nelle microonde per prelevare una frazione di segnale da una linea di trasmissione, oppure per effettuare operazioni di somma/sottrazione su due segnali [20]. Nella struttura esiste un percorso principale (1-2) e uno secondario (3-4).

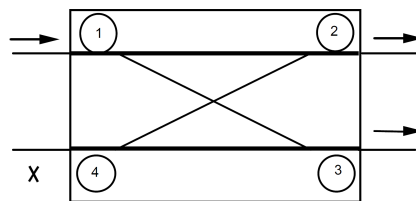


Figura 3.7. Schema di un accoppiatore direzionale.

L'accoppiatore trasferisce una parte della potenza che viaggia nella linea principale alla linea secondaria con direzionalità. Questo significa che il segnale prelevato dalla linea secondaria viaggia in una direzione preferenziale con una delle due porte che viene usata per prelevare il segnale (3), mentre l'altra rimane isolata (4).

La caratterizzazione di un accoppiatore direzionale avviene tramite l'accoppiamento C , la direttività D e l'isolamento I che vengono definiti come segue:

$$C = 10 \log \frac{P_1}{P_{31}} = 10 \log \frac{1}{|s_{31}|^2}, \quad (3.4)$$

$$D = 10 \log \frac{P_{31}}{P_{41}} = 10 \log \frac{|s_{31}|^2}{|s_{41}|^2}, \quad (3.5)$$

$$I = 10 \log \frac{P_1}{P_{41}} = 10 \log \frac{1}{|s_{41}|^2}, \quad (3.6)$$

dove P_1 è la potenza di ingresso alla porta 1, mentre P_{31} e P_{41} sono le potenze osservate alle porte 3 e 4 rispettivamente, quando il dispositivo viene alimentato dalla porta 1. È chiaro che l'accoppiamento è legato alla frazione di potenza d'ingresso che viene trasferita alla porta accoppiata (3), mentre l'isolamento indica quanto è piccola la frazione di potenza d'ingresso trasferita alla porta isolata (4) e nel caso ideale risulta infinito. Infine, la direttività indica come si divide la potenza prelevata dalla linea principale alle due porte della linea secondaria. Anche in questo caso, per un accoppiatore ideale, la direttività è infinita.

3.4 Il *branch-coupler* a 3dB

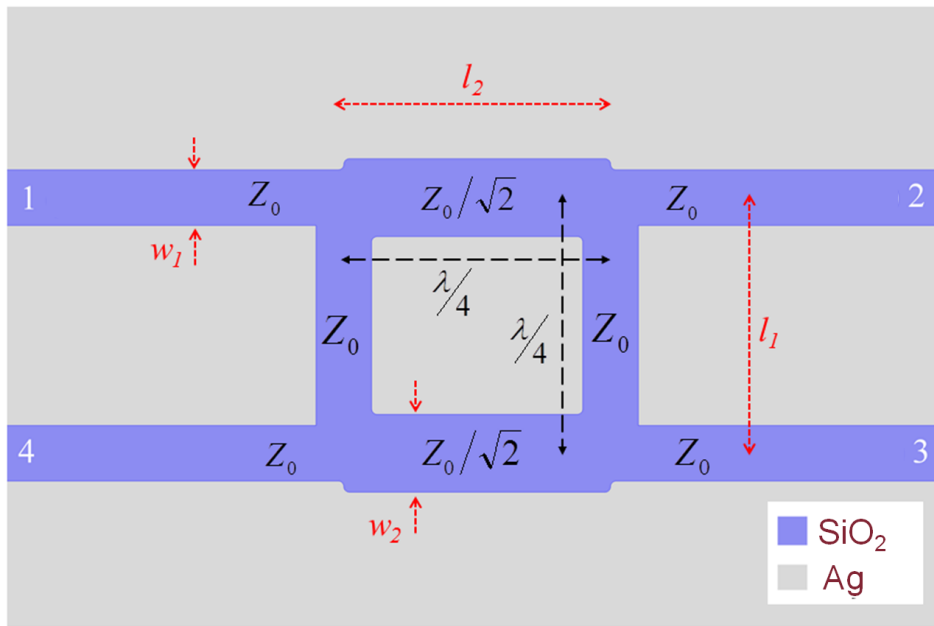


Figura 3.8. Geometria e regole di progetto di un accoppiatore ad anello.

L'accoppiatore *branch-coupler* fa parte della classe di accoppiatori direzionali completamente simmetrici in quanto la linea principale si può scambiare con quella secondaria senza che il comportamento del componente si modifichi. Quando alimentato dalla porta 1, esso opera una divisione di potenza alle porte 2 e 3, mentre la porta 4 rimane isolata. Lo sfasamento dei segnali di uscita è di 90° e la matrice di scattering risulta essere la seguente:

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Passiamo ora al dimensionamento del primo accoppiatore. In Fig. 3.8 vengono presentate la geometria e le regole di progetto di un accoppiatore a rami [14]. Le regole di progetto del Pozar citato prima, si riferiscono a componenti realizzati in

microstriscia, quindi i rami in un nodo appaiono in parallelo. Nel nostro caso sono in serie. Dunque per applicare le stesse, basterà scambiare le impedenze con le ammettenze.

Dalle regole di progetto si evince che una volta fissato lo spessore w_1 delle linee di accesso al componente (nel nostro caso 50 nm), e quindi, una volta nota l'impedenza delle linee di accesso Z_0 , lo spessore dei rami verticali sarà identicamente 50 nm in quanto devono avere la stessa impedenza caratteristica delle linee di accesso. L'impedenza dei rami orizzontali sarà pari a $\sqrt{2}Z_0 = 87\ \Omega$, alla quale corrisponde uno spessore $w_2 = 90\text{ nm}$ (Fig. 3.6). Le lunghezze l_1, l_2 dei rami verticali e orizzontali rispettivamente, si possono calcolare come un quarto della lunghezza d'onda efficace e risultano 190 nm e 210 nm rispettivamente.

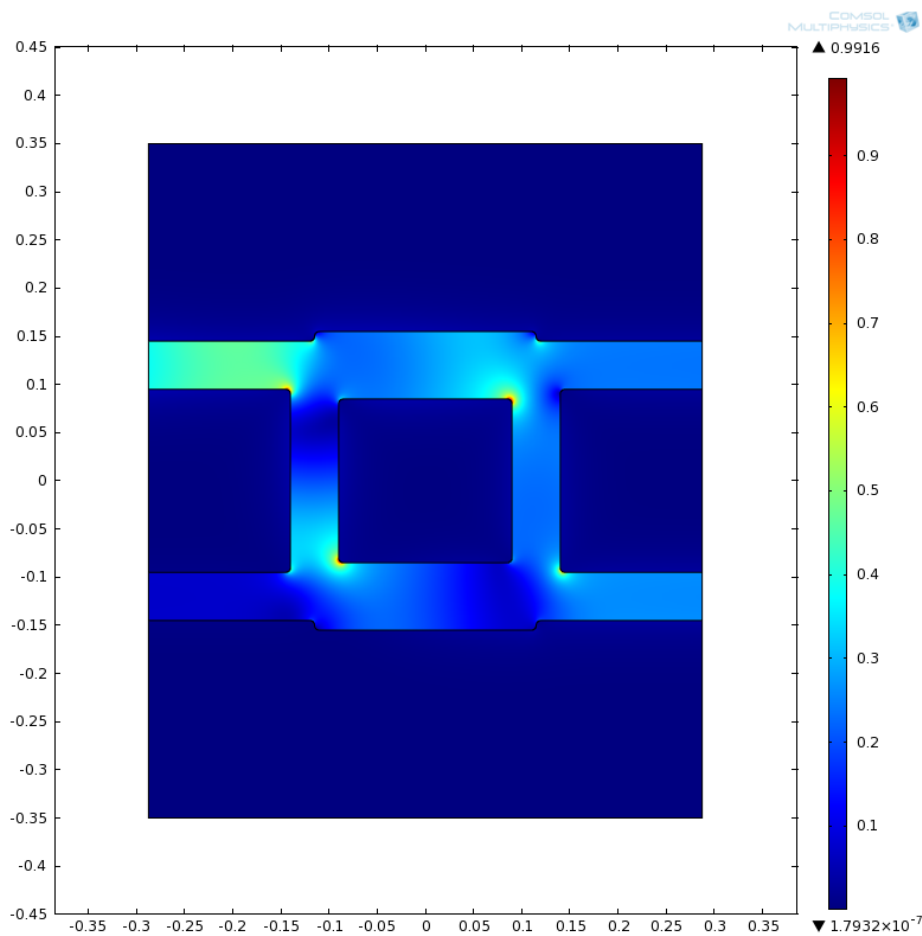


Figura 3.9. Modulo normalizzato del campo elettrico a $\lambda_0 = 1.55\ \mu\text{m}$ quando l'accoppiatore viene alimentato dalla porta 1. L'unità di misura degli assi è il micrometro.

Per verificare il corretto funzionamento del dispositivo si è fatto uso del simulatore *full-wave* COMSOL Multiphysics. Il dominio di simulazione bidimensionale consente tempi di simulazione brevi ed inoltre possiamo fare uso di mesh molto fini per avere un'alta accuratezza dei risultati. Partendo dai dati derivati dalle regole di progetto, abbiamo effettuato anche uno studio parametrico in ricerca del dimensionamento

ottimo (cercando di minimizzare le riflessioni alla porta di ingresso) il quale risulta essere $w_2 = 70 \text{ nm}$, $l_1 = 240 \text{ nm}$ e $l_2 = 230 \text{ nm}$. La deviazione pensiamo sia dovuta al fatto che le regole di progetto fanno riferimento al caso ideale senza tenere conto delle perdite. In Fig. 3.9 viene presentato il modulo normalizzato del campo elettrico. Si può osservare che quando alimentato dalla porta 1 (in alto a sinistra), il segnale si distribuisce in parti più o meno uguali alle porte 2 e 3 (in alto e basso a destra rispettivamente), mentre la porta 4 (in basso a sinistra) rimane isolata.

Alla fine di questo paragrafo, riportiamo in Fig. 3.10 i risultati delle simulazioni della struttura di dimensioni ottime. Abbiamo effettuato uno *sweep* in lunghezza d'onda di funzionamento (da $1.4 \mu\text{m}$ a $1.7 \mu\text{m}$) per studiare il comportamento del dispositivo intorno alla lunghezza d'onda di funzionamento per la quale è stato progettato il dispositivo. A questa lunghezza d'onda, $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$, la trasmissione di potenza alle porte 2 e 3 risulta essere $T_2 = 0.41$ e $T_3 = 0.47$, rispettivamente. La porta 4 invece si può considerare isolata in quanto la trasmissione è pari a $T_4 = 0.039$, mentre la riflessione alla porta di ingresso 1 è $R_1 = 0.012$, quindi la porta di ingresso risulta adattata. Le perdite costituiscono l'11% della potenza di ingresso, però la struttura è chiusa e nel contesto più realistico di un accoppiatore realizzato in guida a slot ci aspettiamo che siano molto più alte. D'altra parte, la differenza di fase tra le porte di uscita è di circa 90° in tutta la banda di lunghezze d'onda di funzionamento considerate.

3.5 L'accoppiatore ad anello (*rat-race*)

L'accoppiatore ad anello (*rat-race*) appartiene alla classe di accoppiatori detta degli ibridi a 180° . Con riferimento alla Fig. 3.11, quando alimentato dalla porta 1, esso effettua una divisione di potenza alle porte 2 e 3, mentre la 4 è isolata. In questo caso i segnali di uscita sono in fase. Al contrario, se alimentato dalla porta 4, i segnali di uscita alle porte 2 e 3 sono in opposizione di fase, mentre la porta 1 rimane isolata. In termini di matrice di scattering tutto questo si traduce nella seguente:

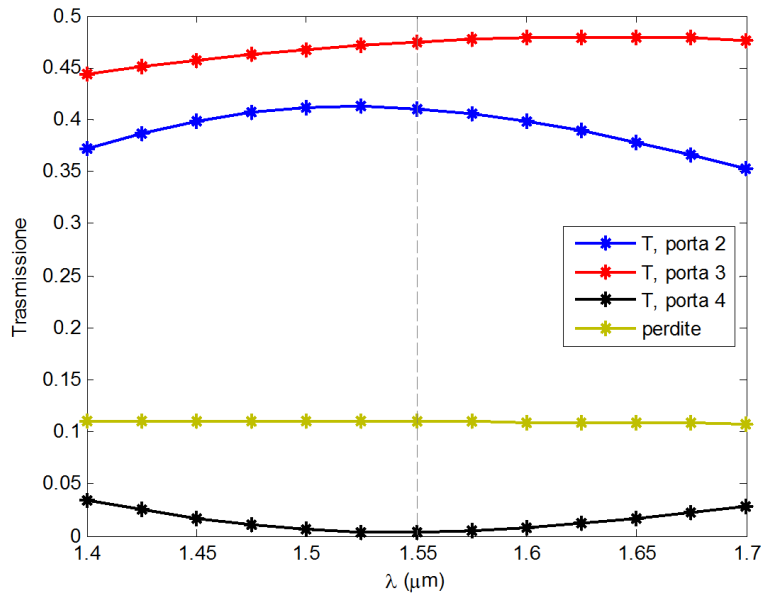
$$[S] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Dalla matrice di scattering si può notare che alimentando contemporaneamente alle porte 2 e 3, alla porta 1 si ha la somma dei due segnali di ingresso (prima colonna della matrice), mentre alla porta 4 la differenza (quarta colonna della matrice). E' questa la ragione per la quale la 1 si chiama porta somma e la 4 porta differenza.

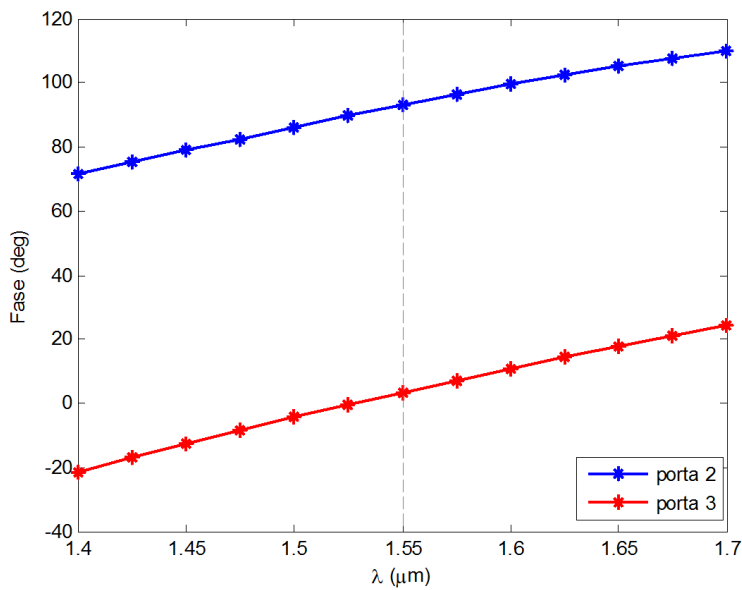
Le regole di progetto (Fig. 3.11) sono simili a quelle dell'accoppiatore a rami, solo che in questo caso si fa riferimento al perimetro dell'anello, che deve soddisfare la condizione:

$$p = \frac{3}{2} \lambda_{eff2}, \quad (3.9)$$

e dal perimetro si ricava il raggio dell'anello. Lo spessore dell'anello w_2 risulta essere pari a 30 nm in quanto ad esso corrisponde un'impedenza caratteristica di 46Ω , ovvero $\sqrt{2}$ volte minore dell'impedenza caratteristica delle linee di accesso. Il valore



(a)



(b)

Figura 3.10. (a) Trasmissione alle porte di uscita, a quella isolata e perdite e (b) fase dei segnali di uscita nell'accoppiatore direzionale a rami lungo la banda di lunghezze d'onda di interesse quando alimentato dalla porta 1.

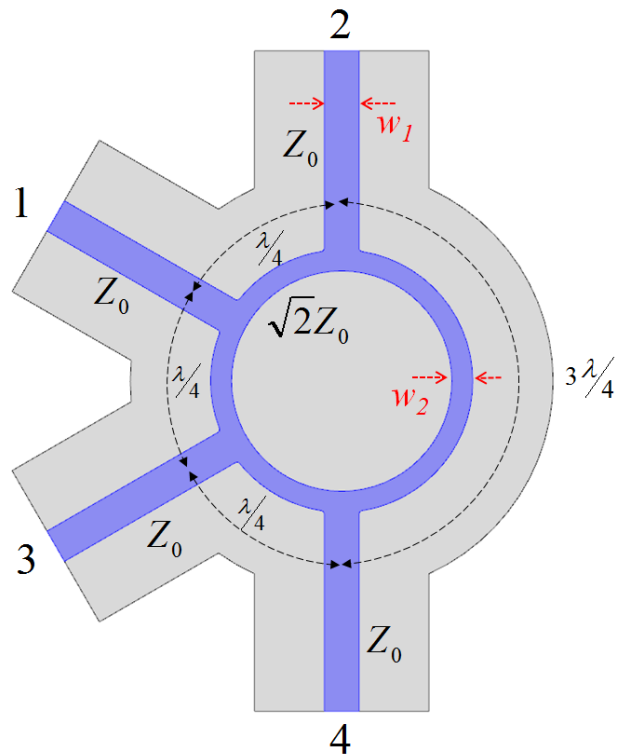


Figura 3.11. Geometria e regole di progetto di un accoppiatore ad anello.

calcolato per il perimetro è pari a 990 nm , quindi il raggio dell'anello risulta essere 160 nm .

Per verificare il corretto funzionamento del dispositivo, in fase di simulazione dobbiamo considerare due casi di eccitazione: dalla porta 1 e dalla 4. Per il primo caso, i risultati vengono presentati in Fig. 3.12. Si può osservare un comportamento piatto lungo tutta la banda delle lunghezze d'onda di interesse. Rispetto al caso del *branch-coupler*, l'accoppiatore ad anello risulta avere un comportamento molto più piatto in banda. Riguardo alla lunghezza d'onda di riferimento $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$, la trasmissione alle porte 2 e 3 risulta essere $T_2 = 0.42$ e $T_3 = 0.44$, rispettivamente. La divisione di potenza tra le porte di uscita in questo caso è più equa rispetto a quello precedente. D'altra parte, le perdite sono maggiori, circa il 14% della potenza di ingresso, e questo è dovuto principalmente al fatto che i percorsi del segnale sono più lunghi nell'accoppiatore ad anello. Abbiamo inoltre verificato che i segnali di uscita sono in fase tra loro (non riportati in figura). L'accoppiamento risulta circa 3.6 dB, la direttività circa 40 dB e l'isolamento 43 dB, mentre alla porta di ingresso abbiamo $|s_{11}| = -12 \text{ dB}$.

Alimentando l'accoppiatore dalla porta differenza 4, il comportamento è molto simile a quello visto nel caso di alimentazione dalla porta somma 1. L'andamento dei coefficienti di trasmissione alle porte di uscita è quindi piatto, mentre le perdite sono poco maggiori e arrivano al 16% della potenza di ingresso (Fig. 3.13(a)). Alla porta 2 si osserva un coefficiente di trasmissione pari a 0.41, mentre all'altra porta di uscita, la 3, 0.42. L'isolamento risulta essere pari a circa 43.5 dB, mentre alla porta

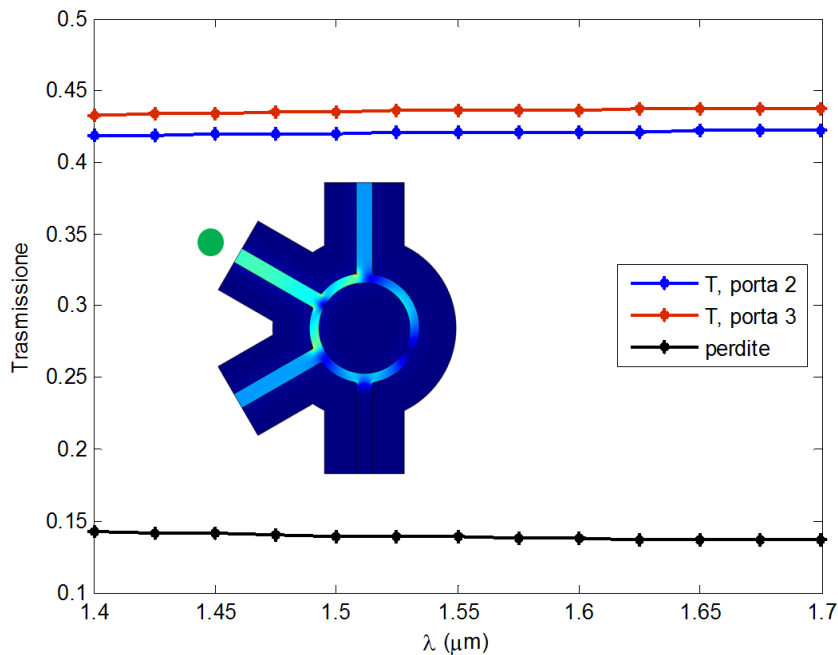


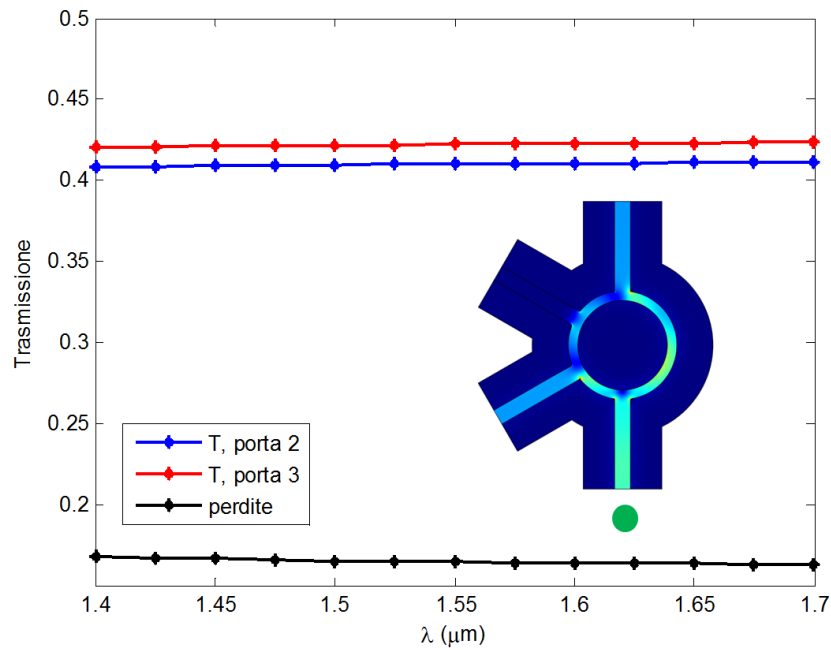
Figura 3.12. Trasmissione alle porte di uscita e perdite dell'accoppiatore ad anello alimentato dalla porta somma, 1. Nell'inset della figura viene presentato il modulo normalizzato del campo elettrico, mentre la pallina verde indica la porta di alimentazione.

di ingresso si osserva $|s_{44}| = -12.8$ dB che è poco maggiore di quello della porta somma. L'accoppiamento e la direttività sono pari a 3.8 dB e 39 dB rispettivamente.

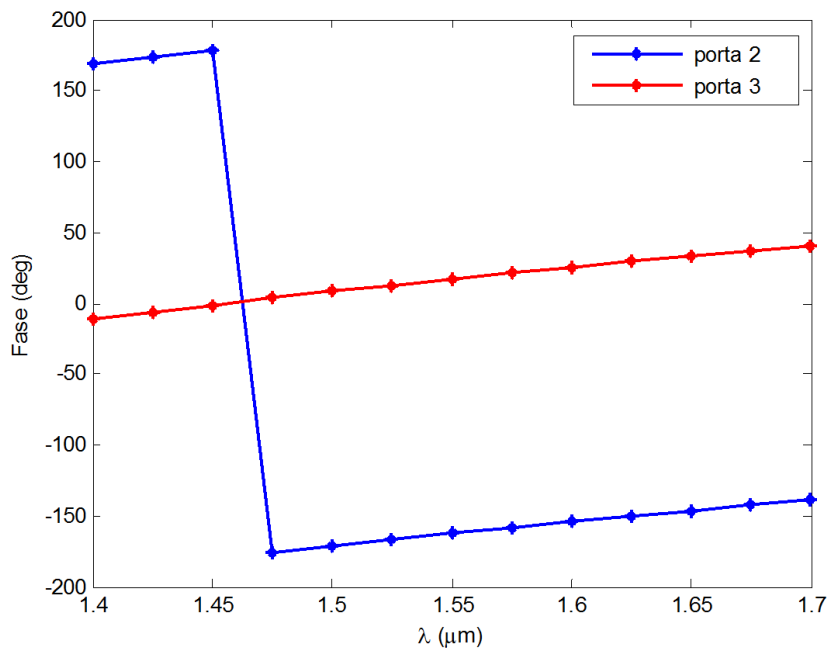
3.6 Sommario

In questo capitolo abbiamo presentato uno studio di progetto e analisi di due tipi di accoppiatori direzionali molto utilizzati nel campo delle microonde: l'accoppiatore a rami (*branch-coupler*) e l'accoppiatore ad anello (*rat-race*). I due sono stati progettati in guida Metallo-Dielettrico-Metallo (MDM). La scelta è ricaduta su questo tipo di guida per il fatto che, essendo una guida bidimensionale, il costo computazionale è più contenuto rispetto al caso più realistico della guida a slot trattata nel capitolo precedente, mentre allo stesso tempo essa approssima bene il comportamento di quest'ultima. Si è fatto uso dell'argento come metallo perché quello con le perdite più basse, mentre il dielettrico è biossido di silicio SiO_2 con indice di rifrazione $n = 1.44$.

Per il dimensionamento dei componenti ci siamo basati sulle ben note regole di progetto usate nelle tecniche delle microonde, le quali richiedono un modello a linea di trasmissione equivalente associato al modo fondamentale della guida. Il modello a linea di trasmissione è stato sviluppato considerando la soluzione numerica dei campi fornita da uno studio modale, che, a sua volta, è servito anche per determinare le altre caratteristiche di propagazione del modo necessarie per il progetto. La procedura è stata validata confrontando i dati con altri modelli presenti in letteratura.



(a)



(b)

Figura 3.13. (a) Trasmissione alle porte di uscita e perdite, e (b) fase dei segnali di uscita lungo la banda di lunghezze d'onda di interesse nell'accoppiatore direzionale ad anello quando alimentato dalla porta differenza 4. Nell'inset della figura viene presentato il modulo normalizzato del campo elettrico, mentre la pallina verde indica la porta di alimentazione.

La fase successiva ha consistito nella verifica del corretto funzionamento degli accoppiatori così progettati. Le strutture sono state analizzate facendo uso di un simulatore commerciale *full-wave*, risultato adatto più volte allo studio di problemi della plasmonica. Particolare attenzione è stata posta nel determinare una corretta discretizzazione della struttura (*meshing*), in modo da avere una soluzione più accurata dei campi.

I risultati delle simulazioni dimostrano che gli accoppiatori direzionali funzionano in modo corretto. Nel caso del accoppiatore a rami, un processo di ottimizzazione ha fornito dati leggermente diversi, però comunque le regole di progetto sono un buon punto di partenza per questo processo di ottimizzazione. Tutti e due gli accoppiatori, progettati per operare a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$, hanno un comportamento piatto nella banda da $1.4 \mu m$ a $1.7 \mu m$ (poco meno di 20% di banda frazionale) con l'accoppiatore ad anello che mostra risultati migliori. Le perdite costituiscono circa l'11% della potenza di ingresso nel caso dell'accoppiatore a rami e il 16% nel caso di quello ad anello in quanto i percorsi del segnale in quest'ultimo sono più lunghi. Si sottolinea che, in confronto ad un componente realizzato in guida a slot, le perdite così calcolate sono sottostimate in quanto il modello è chiuso e non può tenere conto di eventuali perdite per radiazione. Le strutture sono state caratterizzate anche in termini di accoppiamento, direttività, isolamento e potenza riflessa alla porta di ingresso.

Infine vogliamo concludere enfatizzando ulteriormente che si sono progettati con successo dei componenti passivi plasmonici utilizzando approcci tipici dell'ambito classico delle microonde. Tali tecniche, costruite e ormai consolidate nel corso degli anni, possono risultare uno strumento fondamentale per un rapido sviluppo di tecnologie più emergenti come quella dei circuiti integrati plasmonici.

Bibliografia

- [1] M. J. Kobrinsky, B. A. Block, J.-F. Zheng, B. C. Barnett, E. Mohammed, M. Reshotko, F. Robertson, S. List, I. Young e K. Cadien, “On-chip optical interconnects,” *Intel Technology Journal*, **8**, 129–141 (2004).
- [2] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*, John Wiley and Sons Inc., New York, 2002.
- [3] F. Gori, *Elementi di Ottica*, Accademica, Roma, 1997.
- [4] M. Born e E. Wolf, *Principles of Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [5] E. Ozbay, “Plasmonics: merging photonics and electronics at nanoscale dimensions,” *Science*, **331**, 189-193 (2006).
- [6] D. F. P. Pile e D. K. Gramotnev, “Adiabatic and nonadiabatic nanofocusing of plasmons by tapered gap plasmon waveguides,” *Applied Physics Letters*, **89**, 041111 (2006).
- [7] Y. Liu, Y. Lai e K. Chang, “Plasmonic coupler for silicon-based micro-slabs to plasmonic nano-gap waveguide mode conversion enhancement,” *Journal of Lightwave Technology*, **31**, 1708-1712 (2013).
- [8] P. Muehlschlegel, H.-J. Eisler, O. J. F. Martin, B. Hecht e D. W. Pohl, “Resonant optical antennas,” *Science*, **308**, 1607–1609 (2005).
- [9] L. Novotny e N. van Hulst, “Antennas for light,” *Nature Photonics*, **5**, 83-90 (2011).
- [10] M. Agio e A. Alù, Editori, *Optical Antennas*, Cambridge University Press, Cambridge, 2013.
- [11] S. Selleri, L. Vincetti e A. Cucinotta, *Componenti Ottici e Fotonici*, Società Editrice Esculapio, Bologna, 2012.
- [12] A. Kriesch, S. P. Burgos, D. Ploss, H. Pfeifer, H. A. Atwater e U. Peschel, “Functional plasmonic nanocircuits with low insertion and propagation losses,” *Nano Letters*, **13**, 4539–4545 (2013).
- [13] T. H. Taminiou, F. D. Stefani e N. F. van Hulst, “Enhanced directional excitation and emission of single emitters by a nano-optical Yagi–Uda antenna,” *Optics Express*, **16**, 10858–10866 (2008).

- [14] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 2^a Edizione, John Wiley and Sons Inc., New York, 1998.
- [15] J. Wen, S. Romanov e U. Peschel, "Excitation of plasmonic gap waveguides by nanoantennas," *Optics Express*, **17**, 5925–5932 (2009).
- [16] A. Melikyan, L. Alloatti, A. Muslija, D. Hillerkuss, P. C. Schindler, J. Li, R. Palmer, D. Korn, S. Muehlbrandt, D. Van Thourhout, B. Chen, R. Dinu, M. Sommer, C. Koos, M. Kohl, W. Freude e J. Leuthold, "High-speed plasmonic phase modulators," *Nature Photonics*, **8**, 229–233 (2014).
- [17] S. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer, New York, 2007.
- [18] A. D. Rakic, A. B. Djurišić, J. M. Elazar e M. L. Majewski, "Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices," *Applied Optics*, **37**, 5271–5283 (1998).
- [19] G. Gerosa e P. Lampariello, *Lezioni di Campi Elettromagnetici*, Seconda Edizione, Edizioni Ingegneria 2000, Roma, 2006.
- [20] S. D'Agostino e S. Pisa, *Sistemi Elettronici per le Microonde*, Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 1996.
- [21] G. Veronis e S. Fan, "Bends and splitters in metal-dielectric-metal subwavelength plasmonic waveguides," *Applied Physics Letters*, **vol. 87**, 131102 (2005).
- [22] A. Hosseini, H. Nejati e Y. Massoud, "Design of a maximally flat optical low pass filter using plasmonic nanostrip waveguides," *Optics Express*, **15**, 15280–15286 (2007).
- [23] W. Cai, W. Shin, S. Fan e M. L. Brongersma, "Elements for plasmonic nanocircuits with three-dimensional slot waveguides," *Advanced Materials*, **22**, 5120–5124 (2010).
- [24] F. Hu e Z. Zhou, "Wavelength filtering and demultiplexing structure based on aperture-coupled plasmonic slot cavities," *JOSA B*, **28**, 2518–2523 (2011).
- [25] H. Nejati e A. Beirami, "Theoretical analysis of the characteristic impedance in metal-insulator-metal plasmonic transmission lines," *Optics Letters*, **37**, 1050–1052 (2012).

Capitolo 4

Studio di Superfici Selettive in Frequenza Cilindriche

Le Superfici Selettive in Frequenza (FSS) [1, 2] sono filtri di onde elettromagnetiche, principalmente in frequenza, costituite nella loro forma più semplice, da un allineamento periodico di elementi conduttori oppure da aperture periodiche su uno schermo metallico. Il principio di funzionamento di queste semplici strutture viene illustrato in Fig. 4.1 dove si fa uso di un circuito equivalente per spiegare il

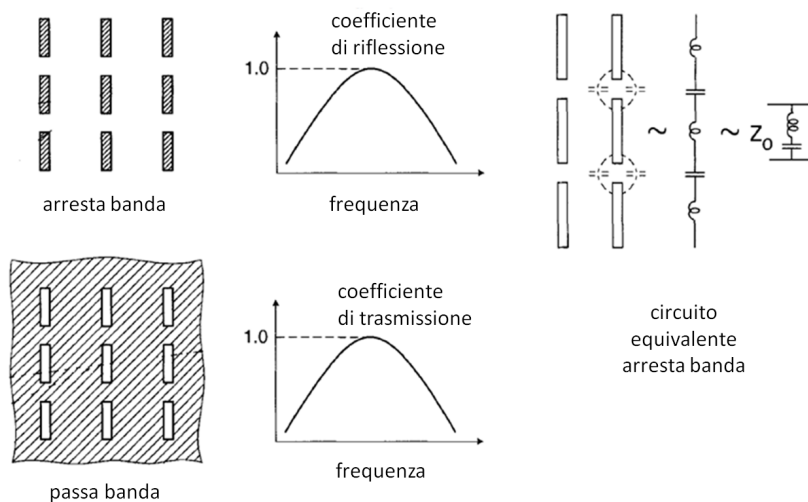


Figura 4.1. Principio di funzionamento di una FSS semplice.

comportamento arresta banda di un allineamento periodico di *patch* nello spazio libero. Per dualità, un allineamento di *slot* su uno schermo metallico si comporta come un filtro passa banda per le onde incidenti.

Le FSS trovano impiego in un alto numero di applicazioni ad esempio nei polarizzatori [3, 4], nei subriflettori per antenne [5, 6], in applicazioni radar [7] ecc. In questi ultimi, la FSS costituisce la cosiddetta *radome* (*radar dome*) la quale protegge il radar dai fattori atmosferici senza influenzare le funzionalità dell'antenna. In questo contesto c'è l'esigenza di progettare FSS che siano conformi con la superficie degli oggetti che devono schermare e in questo studio ci occupiamo del particolare

caso di una superficie selettiva in frequenza cilindrica (*Cylindrical FSS*, CFSS) composta da un allineamento di *patch* metallici (Fig. 4.2). La CFSS è quindi una

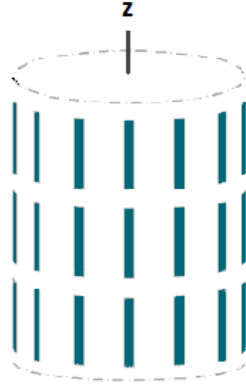


Figura 4.2. Superficie selettiva in frequenza cilindrica (CFSS).

struttura con una doppia periodicità: una sull'asse di simmetria cilindrica ed un'altra nella direzione circonferenziale. Sfruttando la periodicità della struttura, il suo studio si può limitare a quello della cella elementare, consentendo così una semplificazione notevole del problema.

In seguito presentiamo un metodo che si basa sull'espressione dei campi scatterati in termini di armoniche cilindriche di Floquet. Il campo generato da una linea di corrente costante posta sull'asse di simmetria cilindrica z incide sulla CFSS eccitando sulle *patch* delle correnti, la determinazione delle quali ci consentirà di ricavare il comportamento in frequenza della CFSS presa in considerazione.

4.1 Calcolo dei coefficienti dell'espansione

In questo paragrafo presentiamo la procedura analitica da noi seguita per il calcolo dei coefficienti dell'espansione in termini di modi di Floquet del campo scatterato da una CFSS costituita di *patch* metallici nello spazio libero. La struttura viene eccitata mediante una linea di corrente posta lungo l'asse di simmetria cilindrica della CFSS e genera un campo incidente trasverso magnetico rispetto alla direzione dell'asse.

La cella elementare della struttura viene rappresentata in (Fig. 4.3). La struttura cilindrica di raggio a consiste di un allineamento periodico di *patch* metallici di periodicità d lungo l'asse della struttura z e b nella direzione azimutale ϕ . Come si può notare, la b sottende un angolo $\alpha = 2\pi/N$, avendo denominato con N il numero delle strisce metalliche nella direzione ϕ . Le strisce metalliche sono lunghe l e larghe w , mentre il loro spessore è trascurabile. Nella nostra trattazione supponiamo che la larghezza w delle strisce metalliche sia molto minore della lunghezza d'onda λ_0 in modo da poter trascurare eventuali variazioni della corrente indotta J_z nella direzione azimutale ϕ . Di conseguenza, tutte le componenti del campo scatterato si possono calcolare a partire da una sola componente del potenziale vettore magnetico, A_z .

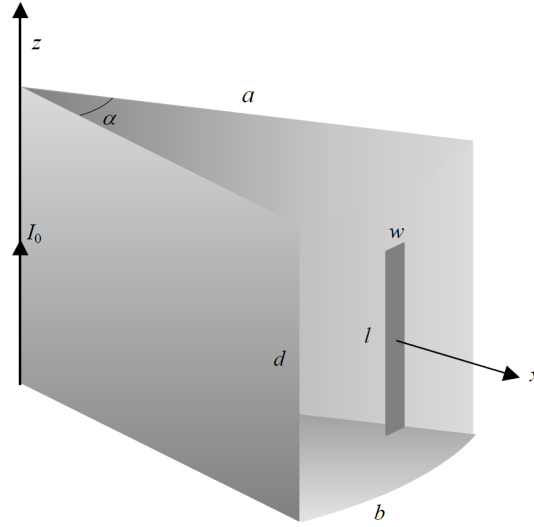


Figura 4.3. Cella elementare della superficie selettiva in frequenza cilindrica.

Le espressioni dell'espansione in termini di modi di Floquet ψ_{mn} di A_z sono le seguenti [8]:

$$A_z^I(\rho, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn}^I J_{mN}(k_n \rho) \psi_{mn}(\phi, z), \quad \rho < a, \quad (4.1)$$

dove ρ è la variabile radiale, mentre $J_{mN}(k_n \rho)$ è la funzione di Bessel di prima specie di ordine mN , e:

$$A_z^{II}(\rho, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn}^{II} H_{mN}^{(2)}(k_n \rho) \psi_{mn}(\phi, z), \quad \rho > a, \quad (4.2)$$

con $H_{mN}^{(2)}(k_n \rho)$ la funzione di Hankel di seconda specie di ordine mN . D'altra parte, i modi di Floquet assumono la seguente espressione:

$$\psi_{mn}(\phi, z) = \frac{e^{-jmN\phi} e^{-jk_{zn}z}}{\sqrt{\alpha d}}, \quad (4.3)$$

mentre i numeri d'onda radiali k_n valgono:

$$k_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - k_{zn}^2}, & k_0^2 > k_{zn}^2 \\ -j\sqrt{k_{zn}^2 - k_0^2}, & k_{zn}^2 > k_0^2, \end{cases} \quad (4.4)$$

dove $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ è la costante di propagazione del vuoto, mentre $k_{zn} = 2\pi n/d$ sono i valori che possono assumere i numeri d'onda lungo la direzione assiale z . I coefficienti dell'espansione a_{mn}^I, a_{mn}^{II} sono le incognite da determinare.

Dal potenziale vettore si possono ricavare i campi mediante le formule [13]:

$$\mathbf{H}^{I,II} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times A_z^{I,II} \mathbf{z}_0, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{E}^{I,II} = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} \nabla \times \mathbf{H}^{I,II}. \quad (4.6)$$

Imponendo la condizione di continuità della componente tangenziale del campo elettrico scatterato in corrispondenza della superficie cilindrica della CFSS, $\rho = a$:

$$\mathbf{E}_\tau^I(\rho, \phi, z) \Big|_{\rho=a} = \mathbf{E}_\tau^{II}(\rho, \phi, z) \Big|_{\rho=a} \quad (4.7)$$

si può ricavare la relazione tra i coefficienti a_{mn}^I e a_{mn}^{II} , mentre imponendo quella di discontinuità della componente normale del campo magnetico in corrispondenza delle *patch* metalliche:

$$H_\phi^{II}(\rho, \phi, z) \Big|_{patch} = H_\phi^I(\rho, \phi, z) \Big|_{patch} - J_z(z) \Big|_{patch} \quad (4.8)$$

si deduce il legame tra i coefficienti a_{mn}^{II} e la corrente incognita $J_z(z)$ indotta sulle *patch*. Da queste considerazioni risulta quindi che:

$$a_{mn}^I = \frac{-j\pi a \mu_0}{2} H_{mN}^{(2)}(k_n a) \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} J_z(z) \psi_{mn}^*(\phi, z) d\phi dz, \quad (4.9)$$

$$a_{mn}^{II} = \frac{-j\pi a \mu_0}{2} J_{mN}(k_n a) \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} J_z(z) \psi_{mn}^*(\phi, z) d\phi dz. \quad (4.10)$$

In assenza della struttura cilindrica, il potenziale vettore magnetico generato da una linea di corrente I_0 posta sull'asse di simmetria cilindrica z del sistema è pari alla seguente [10]:

$$A_z^{inc} = \frac{\mu_0 I_0}{4j} H_0^{(2)}(k_0 \rho). \quad (4.11)$$

Analogamente al caso del campo scatterato, da quest'ultima espressione del potenziale vettore $A_z^{inc} \mathbf{z}_0$ si possono ottenere le espressioni del campo incidente \mathbf{E}^{inc} , \mathbf{H}^{inc} .

Imponendo infine l'annullamento della componente tangenziale del campo totale sulle *patch*:

$$\left[E_z^{inc}(\rho, \phi, z) + E_z^{II}(\rho, \phi, z) \right] \Big|_{patch} = 0, \quad (4.12)$$

si costruisce l'equazione integrale del campo elettrico (*Electric Field Integral Equation*, EFIE) [11], la soluzione della quale fornisce la corrente indotta incognita $J_z(z)$. L'altra componente tangenziale E_ϕ^{II} del campo scatterato viene trascurata in quanto per le strutture che consideriamo in questo studio è sempre soddisfatta l'ipotesi di strisce molto sottili $w < l/10$.

Per risolvere l'EFIE facciamo uso del metodo dei momenti (*Method of Moments*, MoM) nella versione di Galerkin esprimendo la corrente incognita $J_z(z)$ come sviluppo di un numero Q di funzioni base f_p a dominio intero:

$$J_z(z) = \sum_{q=1}^Q i_q f_q(z), \quad (4.13)$$

con le funzioni base che sono:

$$f_q(z) = \sin \left[\frac{q\pi}{l} \left(z + \frac{l}{2} \right) \right], \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (4.14)$$

dove ricordiamo che l è la lunghezza della striscia metallica. Per il calcolo dei coefficienti dello sviluppo i_q , sostituiamo l'espressione della corrente in (4.10) e tenendo conto della (4.12), otteniamo l'equazione matriciale del MoM:

$$[Z_{pq}]_{Q \times Q} [i_q]_{Q \times 1} = [V_p]_{Q \times 1}, \quad p, q = 1, 2, \dots, Q, \quad (4.15)$$

dove il generico elemento della matrice impedenza vale [12]:

$$Z_{pq} = \frac{-\pi a}{2\omega\epsilon_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k_n^2 J_{mN}(k_n a) H_{mN}^{(2)}(k_n a) C_p C_q^*, \quad (4.16)$$

$$C_k = \int_{-l/2}^{l/2} f_k(z) \psi_{mn}^*(\phi, z) \Big|_{\phi=0} dz, \quad k = p, q, \quad (4.17)$$

mentre i termini noti della matrice tensione sono:

$$V_p = \frac{I_0 \omega \mu_0}{4} \sqrt{\alpha d} H_0^{(2)}(k_0 a) \int_{-l/2}^{l/2} f_p(z) \psi_{00}^*(\phi, z) \Big|_{\phi=0} dz. \quad (4.18)$$

La procedura di calcolo dei coefficienti dell'espansione in modi di Floquet a_{mn}^{II} qui esposta è stata implementata in MATLAB e la maggiore difficoltà riscontrata riguarda il calcolo del prodotto $J_{mN}(k_n a) H_{mN}^{(2)}(k_n a)$ che compare nella (4.16) nel caso in cui il numero di elementi circolari è molto grande (maggiore di cento). Per un numero grande di *patch* circolari, l'ordine mN delle funzioni di Bessel di prima specie e Hankel di seconda specie di questo prodotto diventa molto grande e questo comporta problemi di *overflow* e/o *underflow*. Quindi per evitare problemi di questo tipo, nel effettuare il calcolo del prodotto, abbiamo fatto uso delle relazioni ricorrenti per le funzioni di Bessel e Hankel [14], tenendo sotto controllo ad ogni passo il valore assunto dal prodotto. Quando il limite di *underflow/overflow* viene superato, moltiplichiamo per un fattore di normalizzazione e salviamo in memoria il risultato parziale.

Concludiamo questo paragrafo premettendo che il confronto dei dati forniti dalla nostra implementazione del metodo con dati presenti in letteratura [12] ha dimostrato che essi sono in perfetto accordo tra loro ma di questo parleremo più in avanti.

4.2 Studio mediante il modello FEM

Oltre al modello analitico esposto nel paragrafo precedente, un caso particolare è stato studiato anche mediante l'uso del modulo radiofrequenza (RF) del simulatore elettromagnetico commerciale COMSOL Multiphysics [14] che, come più volte detto durante questa tesi, implementa il metodo agli elementi finiti. L'obiettivo era quello di assestare l'accuratezza dei risultati forniti dal simulatore, quindi determinare se esso fosse adatto allo studio di strutture periodiche ed avere una stima del costo computazionale richiesto per lo studio di questo tipo di problemi.

Ci siamo messi nel caso di un allineamento di $N = 16$ elementi circolari di lunghezza $l = 90 \text{ mm}$ e larghezza $w = 4 \text{ mm}$ ($w/l < 1/20$), disposti con una periodicità $d = 100 \text{ mm}$ lungo l'asse di simmetria cilindrica e $b = 50 \text{ mm}$ lungo la direzione circonferenziale. Non siamo comunque riusciti a sfruttare la periodicità circonferenziale della struttura cosa che, secondo noi ha anche determinato l'esito di questa prova. Il dominio di simulazione è dunque una sezione di cilindro come in (Fig. 4.4(a)). Essendo questo un problema aperto nella direzione radiale, il dominio viene terminato mediante l'uso di condizioni PML [15] le quali emulano un dominio infinito assorbendo tutte le onde incidenti senza riflessioni (Fig. 4.4(b)). Sulle facciate perpendicolari all'asse di simmetria (Fig. 4.4(c) e Fig. 4.4(d)) imponiamo invece la condizione di periodicità assiale. In Fig. 4.4(e) viene visualizzata la linea di corrente utilizzata come sorgente del campo incidente, mentre per estrarre i risultati monitoriamo il campo in un punto a distanza $2.5a$ dall'asse di simmetria.

Per studiare la funzione operata dalla CFSS monitoriamo la potenza irradiata dal sistema la quale viene calcolata mediante la formula:

$$P_{rad} = -Re \left[\lim_{\rho \rightarrow \infty} \int_{-d/2}^{d/2} \int_0^{2\pi} E_z^{rad} (H_\phi^{rad})^* \rho d\phi dz \right]. \quad (4.19)$$

Nei nostri grafici essa viene normalizzata con il valore della potenza irradiata in assenza della CFSS con il valore del rapporto espresso in dB. In Fig. 4.5 viene riportato il confronto dei risultati forniti dal metodo analitico, da COMSOL e quelli presenti in letteratura nell'intervallo di frequenze da 0.5 a 2.5 GHz. Si può notare che in generale COMSOL riesce a riprodurre correttamente il comportamento della CFSS, però sottostima la frequenza di risonanza con rispetto al metodo analitico e invece sovrastima l'effetto Fabry-Perrot intorno alla frequenza di 1.1 GHz. A causa del alto costo computazionale richiesto non siamo stati in grado di simulare con COMSOL allineamenti costituiti di più elementi.

Concludiamo questo paragrafo affermando che il simulatore elettromagnetico è stato in grado di riprodurre con buona accuratezza i risultati forniti dal metodo analitico, però il costo computazionale è elevato rendendo il suo uso limitato ad un numero contenuto di elementi. Pensiamo che il costo computazionale si potrebbe ridurre notevolmente se nella modellazione si sfrutta anche la periodicità circonferenziale del problema.

4.3 Risultati numerici e discussione

Continuiamo ora con la discussione dei risultati numerici ottenuti con il metodo analitico. Abbiamo preannunciato che i risultati forniti dalla nostra implementazione sono in perfetto accordo con quelli in letteratura e ne diamo prova in Fig. 4.6 nel caso di una struttura di $N = 64$ elementi circolari e questi parametri geometrici della cella elementare: $d = 100 \text{ mm}$, $b = 50 \text{ mm}$ e *patch* di dimensioni $l = 90 \text{ mm}$ e $b = 4 \text{ mm}$.

Per quanto riguarda il comportamento della CFSS, si può dire che la risonanza occorre a 1.75 GHz per in corrispondenza della quale si ha che la lunghezza delle *patch* è molto prossima a $\lambda_0/2$. Inoltre, a particolari frequenze si osserva un effetto Fabry-Pérot. A differenza del caso precedente di 16 elementi (Fig. 4.5), notiamo

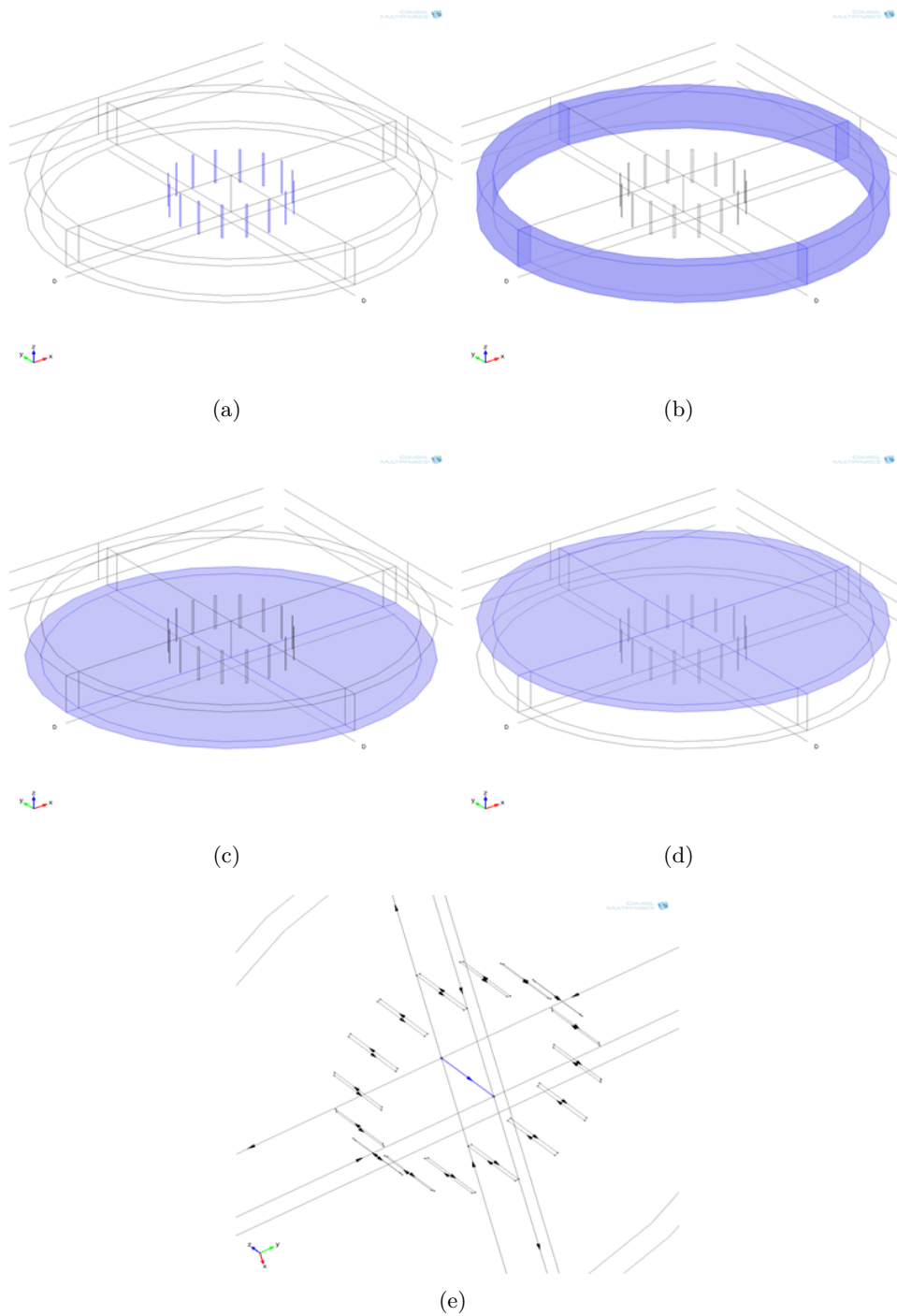


Figura 4.4. (a) Dominio di simulazione con in blu le *patch* della CFSS; (b) in blu il dominio costituito dal PML; (c) e (d) applicazione della condizione di periodicit  assiale e (e) in blu la linea di corrente utilizzata come eccitazione.

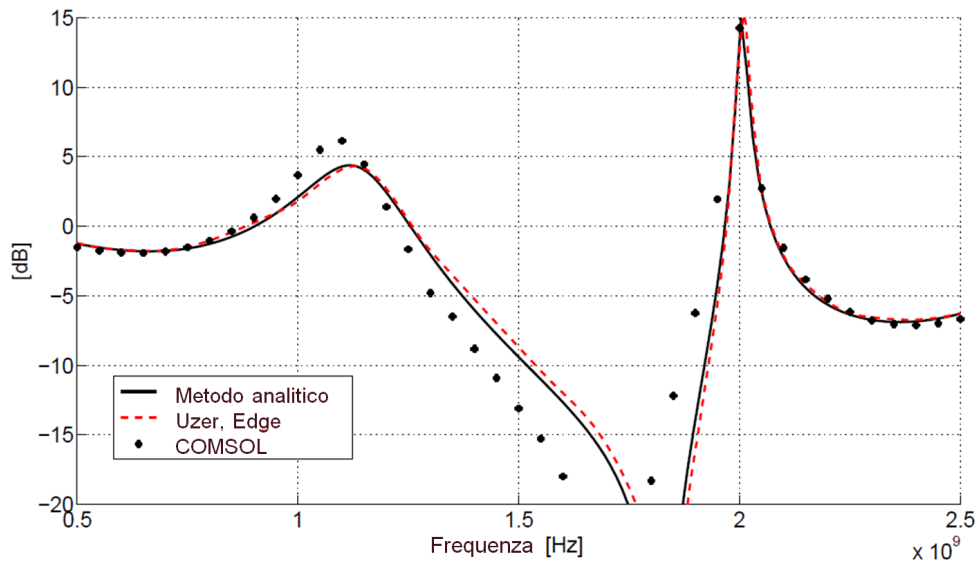


Figura 4.5. Confronto tra i valori forniti dal metodo analitico, COMSOL e quelli presenti in letteratura [12] per il rapporto tra la potenza irradiata in presenza e non della CFSS in funzione della frequenza. Caso di un allineamento di $N = 16$ elementi circolari di lunghezza $l = 90$ mm e larghezza $w = 4$ mm e periodicità della cella elementare $d = 100$ mm e $b = 50$ mm.

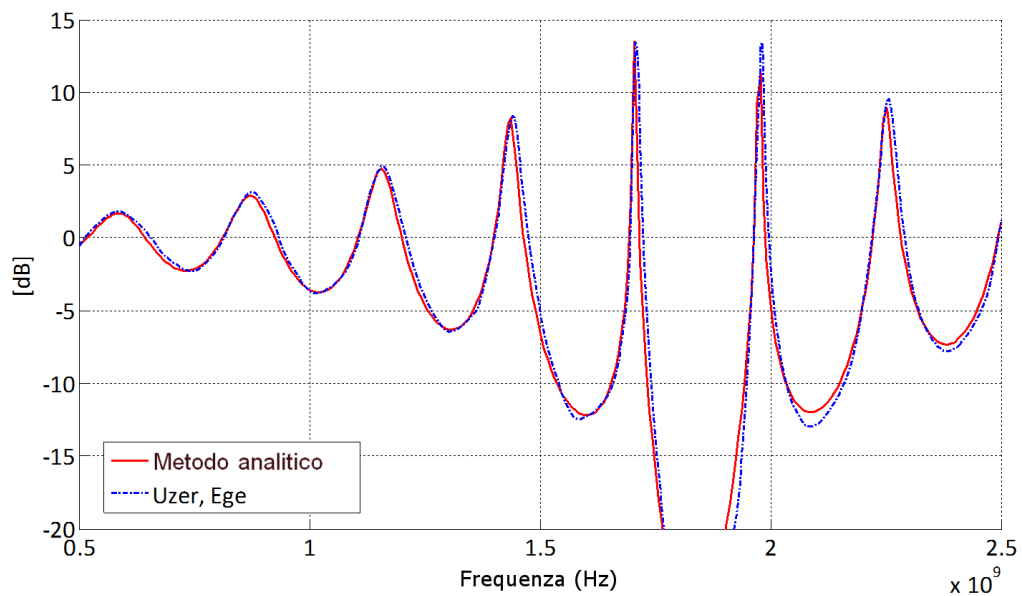


Figura 4.6. Rapporto delle potenze irradiate in presenza e non della CFSS per la validazione del metodo analitico mediante confronto con dati in letteratura [12]. $N = 16$, $l = 90$ mm, $w = 4$ mm, $d = 100$ mm e $b = 50$ mm.

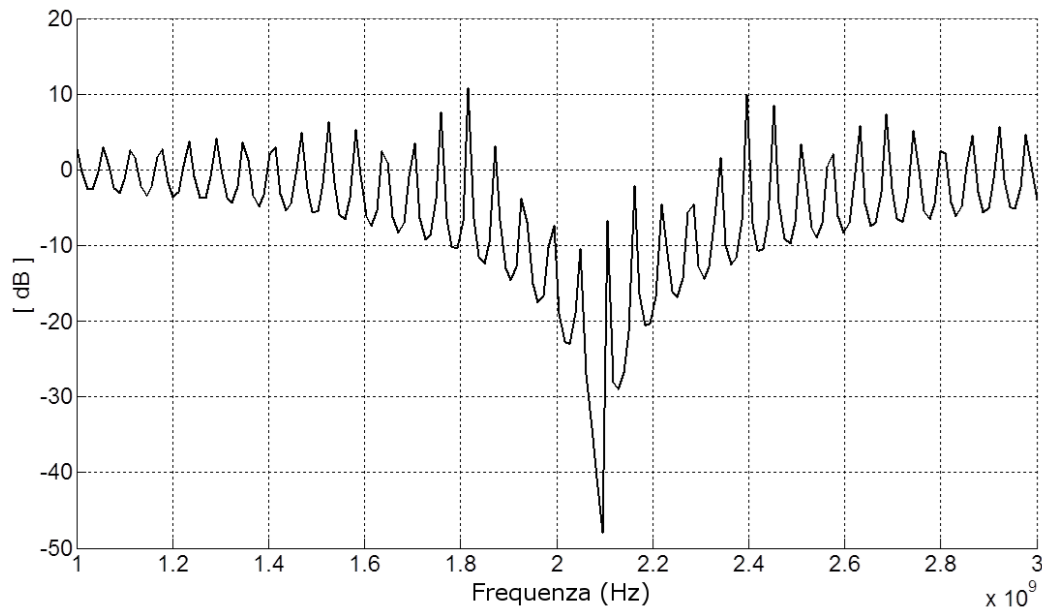


Figura 4.7. Rapporto della potenza irradiata in presenza della CFSS e quella irradiata in assenza della CFSS per $N = 320$, $l = 75 \text{ mm}$, $w = 4 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$ e $b = 50 \text{ mm}$.

che, nello stesso intervallo di frequenze, il fenomeno Fabry-Pérot si osserva per un maggiore numero di frequenze.

Variando leggermente la lunghezza degli elementi, passando così da 100 mm a 75 mm (Fig. 4.7) osserviamo uno spostamento della frequenza di risonanza verso quelle più alte e più precisamente a circa 2.1 GHz , in corrispondenza della quale risulta di nuovo $l \approx \lambda_0/2$.

4.4 Sommario

Lo studio presentato in questo capitolo ha riguardato le superfici selettive in frequenza cilindriche. Esse sono strutture con una doppia periodicità: nella direzione di simmetria assiale e in quella circonferenziale. Più in particolare, ci siamo occupati dello studio di un allineamento di *patch* metallici nello spazio libero eccitato da una linea di corrente costante posizionata sull'asse di simmetria del sistema.

Il metodo impiegato per determinare le correnti indotte sulle *patch* si basa sullo sviluppo in armoniche cilindriche di Floquet dei campi scatterati dalla struttura. Imponendo le opportune condizioni di continuità del campo scatterato si riesce a trovare un legame tra i coefficienti dell'espansione e le correnti incognite sulle *patch*. Successivamente, forzando l'annullamento del campo totale in corrispondenza delle *patch*, si costruisce l'equazione integrale del campo elettrico (EFIE) nell'incognita corrente indotta. L'EFIE è stata risolta mediante l'uso del metodo dei momenti (MoM) con funzioni base a dominio intero.

L'implementazione numerica del metodo ha presentato difficoltà nel caso in cui il numero di elementi circonferenziali era maggiore di cento. In questo caso, l'ordine delle funzioni di Bessel di prima specie e Hankel di seconda specie che occorre

calcolare per la determinazione dei coefficienti dell'espansione in modi di Floquet, e molto grande è può mandare il calcolatore sia in *overflow* che in *underflow*. Per ovviare a questo, si è fatto uso delle formule di ricorrenza monitorando i valori del calcolo passo per passo e applicando un fattore di normalizzazione nell'occorrenza di un *underflow/overflow*. I risultati forniti dal metodo sono stati confrontati con dati presenti in letteratura e sono in perfetto accordo tra loro.

La struttura è stata studiata anche mediante l'uso di un simulatore elettromagnetico commerciale, però senza riuscire a sfruttare la periodicità circonferenziale della struttura. Questo ha penalizzato gravemente questo approccio in quanto il costo computazionale per strutture di un numero maggiore di sedici elementi circonferenziali è risultato non sostenibile. Il simulatore commerciale riesce a riprodurre bene il comportamento della CFSS nel caso di sedici elementi circonferenziali, anche se tende a sottostimare la frequenza di risonanza.

Per quanto riguarda il comportamento della CFSS si può dire che la risonanza occorre per una lunghezza d'onda pari a circa il doppio della lunghezza delle *patch*. A determinate frequenze si osserva inoltre un effetto Fabry-Pérot, ovvero la potenza irradiata in presenza della CFSS è maggiore della potenza irradiata in assenza della CFSS. L'occorrenza di queste frequenze è maggiore all'aumentare del numero di *patch* circonferenziali. In conclusione, possiamo affermare che con un dimensionamento opportuno della cella elementare si può ottenere un comportamento di tipo arresta banda secondo specifica.

Bibliografia

- [1] J. C. Vardaxoglou, *Frequency Selective Surfaces: Analysis and Design*, Research Studies Press Ltd., Taunton, 1997.
- [2] B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design*, John Wiley and Sons Inc., New York, 2000.
- [3] M. Moallem e K. Sarabandi, "A single-layer metamaterial-based polarizer and bandpass frequency selective surface with an adjacent transmission zero," *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, Spokane, USA, 2001.
- [4] G. Kiani e V. Dyadyuk, "Low loss FSS polarizer for 70 GHz applications," *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Society*, Chicago, USA, 2012.
- [5] V. D. Agrawal e W. A. Imbriale, "Design of a dichroic cassegrain subreflector," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **27**, 466–473 (1979).
- [6] S. Agahi e R. Mittra, "Design of a cascaded frequency selective surface as a dichroic subreflector," *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Society*, Dallas, USA, 1990.
- [7] H. Chen, X. Hou e L. Deng, "Design of frequency-selective surfaces radome for a planar slotted waveguide antenna," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, **8**, 1231–1233 (2009).
- [8] T. Cwik, "Coupling into and scattering from cylindrical structures covered periodically with metallic patches," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **38**, 220–226 (1990).
- [9] G. Gerosa e P. Lampariello, *Lezioni di Campi Elettromagnetici*, 2^a Edizione, Edizioni Ingegneria 2000, Roma, 2006.
- [10] R. F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, Ristampa, John Wiley and Sons Inc., New York, 2001.
- [11] Frezza F., *Lezioni di campi elettromagnetici II*, Capitolo 7, IEEE Student Branch Roma "La Sapienza", Roma, 2013.
- [12] A. User e T. Ege, "Radiation from a current filament located inside a cylindrical frequency selective surface," *ETRI Journal*, **25**, 481–485 (2004).

- [13] M. Abramowitz e I. A. Stegun, Ed., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9^a Stampa, Dover, New York, 1972.
- [14] COMSOL Multiphysics Version 4.2a, COMSOL AB, Sweden.
- [15] J. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *Journal of Computational Physics*, **114**, 2, 185–200 (1994).

Capitolo 5

Modello elettrostatico di un sensore capacitivo

Negli ultimi decenni l'interesse della comunità scientifica nelle nanoscienze è cresciuta in modo esponenziale cosa che è una conseguenza diretta del progresso della tecnologia nell'osservazione e controllo dei fenomeni in nanoscala. Le applicazioni delle nanotecnologie vanno dalla scienza dei materiali all'elettronica, dalla biologia alla medicina e molti altri importanti settori della scienza e dell'industria. Allo stesso tempo, la grande moltitudine di applicazioni differenti tra loro, richiede tecniche di microscopia che siano a larga banda, veloci ed accurate. Queste tecniche vengono già utilizzate per la caratterizzazione di materiali e dispositivi a diverse scale, menzionando tra esse le tecniche di microscopia a scansione ottica ed elettronica e certamente la microscopia a forza atomica (AFM) [1, 2]. D'altra parte la microscopia a forza elettrostatica (EFM) [3, 4, 5] e la microscopia a scansione alle microonde (*Scanning Microwave Microscopy*, SMM) [6, 7] sono state impiegate per l'accurata determinazione delle proprietà dielettriche locali di materiali in scala nanometrica.

5.1 Microscopia a scansione alle microonde

La microscopia a scansione alle microonde combina la alta risoluzione spaziale offerta da un microscopio a forza atomica con la versatilità e accuratezza di un analizzatore di reti vettoriale (*Vector Network Analyser*, VNA) [8].

Un sensore a microonde è quindi un sistema che utilizza i campi elettromagnetici nella regione da 1 GHz fino a 20 GHz per la caratterizzazione di un oggetto di interesse. A questo scopo, un tip metallico viene utilizzato per portare il segnale elettromagnetico in prossimità della superficie da analizzare come illustrato in Fig. 5.1. Il campione da caratterizzare viene posto su un piano metallico di massa mentre il tip metallico, il quale di solito è costituito da materiale conduttore, viene fatto scorrere sopra il campione.

Lo stesso tip non serve solo per portare il segnale in prossimità del campione, ma anche per raccogliarlo essendo collegato tipicamente ad un analizzatore di reti vettoriale che misura l'impedenza vista alla sua porta di ingresso. Certamente la presenza del campione altera la configurazione del campo tra il tip metallico ed il piano di massa, cosa che si traduce in una variazione dell'impedenza misurata dal

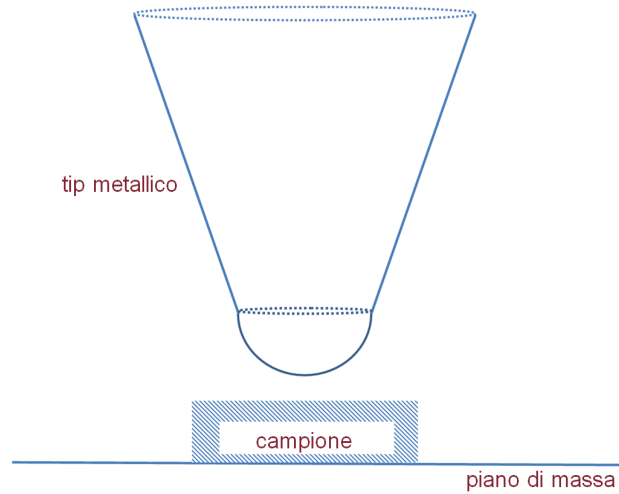


Figura 5.1. La configurazione utilizzata per la caratterizzazione di un campione.

VNA. Dai dati misurati dal VNA si può risalire alle caratteristiche elettromagnetiche del campione sotto test.

Per la calibrazione del sistema, la capacità tra il tip metallico ed il piano di massa si deve conoscere con accuratezza e questo fatto ha motivato lo studio presentato in questo capitolo. Presentiamo dunque il metodo adottato per calcolare questa capacità, con il tip metallico che viene modellato da un tronco di cono che a sua volta verrà diviso in tante sezioni cilindriche (Fig. 5.2) riducendo poi ulteriormente il problema al calcolo della capacità di un disco cilindrico verso il piano di massa. La capacità di un singolo disco viene calcolata mediante l'uso della capacità verso massa di un cilindro. Nel prossimo paragrafo viene esposto il metodo analitico da noi sviluppato per effettuare questo calcolo.

5.2 Calcolo analitico della capacità

Come preannunciato alla fine del precedente paragrafo continuiamo con il calcolo della capacità verso massa della superficie laterale di un cilindro posizionato ad una certa

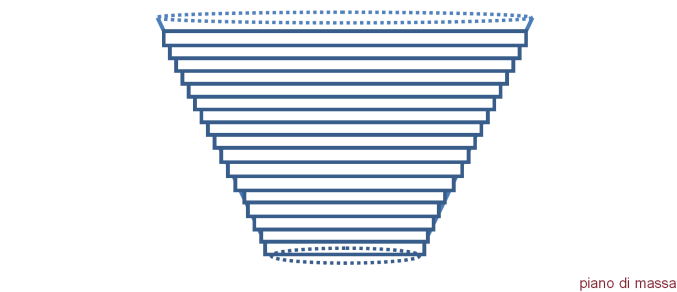


Figura 5.2. Approssimazione del cono troncato con dischi cilindrici.

distanza sopra un piano di massa (Fig. 5.3). In letteratura sono stati recentemente pubblicati studi concernenti la caratterizzazione elettrostatica di componenti cilindrici [9, 10, 11, 12], ma comunque in contesti diversi dal nostro.

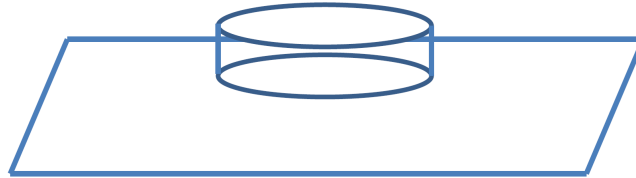


Figura 5.3. Cilindro metallico posizionato sopra un piano di massa.

La procedura adottata per il calcolo della capacità si basa sull'analisi elettrostatica della struttura, il corretto uso e validità della quale, verranno verificati in seguito, ma facciamo presente fin da subito che le dimensioni del tip metallico sono di dimensioni molto minori della lunghezza d'onda di funzionamento del sistema.

5.2.1 Soluzione dell'equazione di Laplace in coordinate cilindriche

In modo da semplificare la trattazione analitica, la configurazione originale riportata in Fig. 5.3 è stata modificata aggiungendo un'altro piano di massa come in Fig. 5.4. L'analisi elettrostatica consiste nella risoluzione dell'equazione di Laplace per il

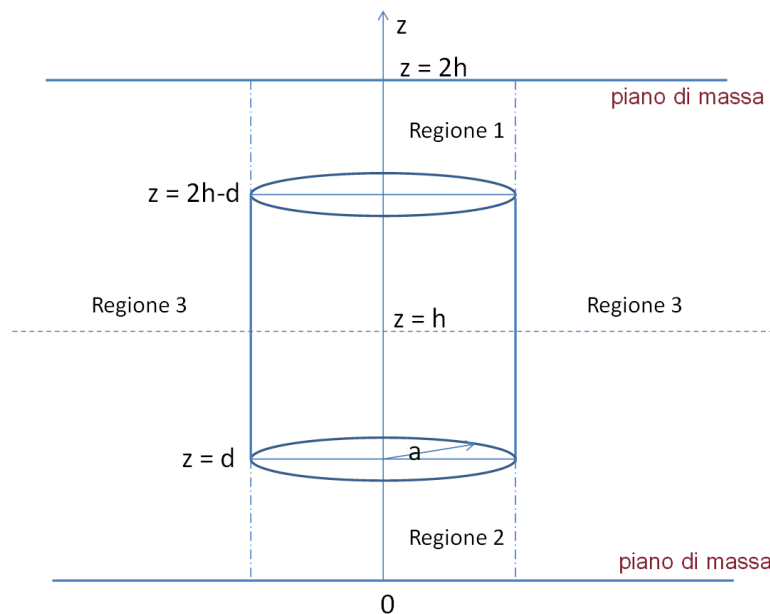


Figura 5.4. Diagramma schematico del cilindro tra due piani di massa e denominazione dei parametri geometrici adottati per questo studio.

sistema nella figura sopracitata. In particolare ricerchiamo l'espressione analitica del potenziale nella regione denominata (3) in Fig. 5.4. Data la simmetria cilindrica del sistema, risulta appropriato utilizzare l'equazione di Laplace in coordinate cilindriche:

$$\nabla^2 V(r, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial V(r, z)}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 V(r, z)}{\partial z^2}, \quad (5.1)$$

mentre le condizioni al contorno sono le seguenti:

$$V(r, z) \Big|_{z=0} = V(r, z) \Big|_{z=2h} = 0, \quad (5.2)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} V(r, z) = 0, \quad (5.3)$$

con la prima condizione (5.2) che richiede l'annullamento del potenziale in corrispondenza dei piani di massa, mentre la seconda (5.3) all'infinito.

Per risolvere il problema, usiamo il metodo di separazione delle variabili [13] esprimendo la funzione potenziale $V(r, z)$ come prodotto di due funzioni a singola variabile indipendenti tra loro:

$$V(r, z) = Z(z)R(r). \quad (5.4)$$

Sostituendo l'espressione della funzione potenziale nella Eq.ne 5.1, essa diventa:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr} = -\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2}. \quad (5.5)$$

La parte sinistra di questa equazione dipende solo da r , mentre quella destra solo dalla variabile z . L'uguaglianza deve essere soddisfatta per qualsiasi punto dello spazio, e quindi sia la parte sinistra che quella destra dell'equazione devono essere uguali ad una costante k^2 . Otteniamo così le seguenti equazioni differenziali:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 Z = 0, \quad (5.6)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - k^2 R = 0, \quad (5.7)$$

con la prima nella sola variabile z e la seconda nella sola variabile r . Analogamente per le condizioni al contorno (5.2) e (5.3) si ha:

$$Z(z) \Big|_{z=0} = Z(z) \Big|_{z=2h} = 0, \quad (5.8)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} R(r) = 0. \quad (5.9)$$

La funzione $Z(z)$ è quindi una soluzione del problema di Cauchy in z composto dalla Eq.ne 5.6 insieme alla condizione (5.8), con l'integrale generale che è una combinazione lineare di seni e coseni in quanto conviene adottare la soluzione stazionaria perché il dominio è finito. Dovendo però la soluzione annullarsi in corrispondenza dell'origine, $Z(0) = 0$, i termini coseno scompaiono e l'espressione della soluzione risulta essere la seguente:

$$Z(z) = A_m \sin(k_m z) \quad (5.10)$$

con la costante k_m che può assumere solo i valori discreti:

$$k_m = \frac{m\pi}{2h}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (5.11)$$

Sostituendo ora k con k_m nella Eq.ne 5.7 si ricava:

$$\frac{1}{k_m^2} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{k_m^2 r} \frac{dR}{dr} - R = 0, \quad (5.12)$$

la quale, con semplici passaggi, può essere riscritta come:

$$\frac{d^2 R}{d(k_m r)^2} + \frac{1}{k_m r} \frac{dR}{d(k_m r)} - R = 0. \quad (5.13)$$

Quest'ultima è l'equazione differenziale di Bessel modificata [14, 15] ed il suo integrale generale è una combinazione lineare delle funzioni di Bessel modificate di prima e seconda specie: $I_0(k_m r)$ e $K_0(k_m r)$ rispettivamente. La funzione di Bessel modificata di prima specie $I_0(x)$ è tale per cui:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} I_0(x) = \infty. \quad (5.14)$$

e quindi non può soddisfare la (5.9). Di conseguenza solo le funzioni di Bessel modificate di seconda specie $K_0(k_m r)$ compaiono nell'espressione di $R(r)$.

In conclusione di questo paragrafo, tenendo conto delle (5.4), (5.10) e (5.13), l'espressione del potenziale $V(r, z)$ risulta essere:

$$V(r, z) = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} A_m \sin(k_m z) K_0(k_m r), \quad k_m = \frac{m\pi}{2h}, \quad (5.15)$$

dove i coefficienti dell'espansione A_m sono incogniti e una procedura per il loro calcolo sarà proposta nel paragrafo seguente.

5.2.2 Calcolo dei coefficienti dell'espansione

Per il calcolo dei coefficienti di espansione bisognerà imporre la condizione di continuità del potenziale sulle superfici cilindriche che delimitano le regioni (1) e (2) in Fig. 5.4. In corrispondenza di queste regioni, assumiamo che il potenziale sia indipendente dalla variabile radiale r (stiamo trascurando gli effetti di bordo di un condensatore a piatti paralleli), avendo:

$$V(z) = \frac{2h - z}{d} V_0, \quad 2h - d \leq z \leq 2h \quad (5.16)$$

nella regione (1) e:

$$V(z) = \frac{z}{d} V_0, \quad 0 \leq z \leq d \quad (5.17)$$

nella regione (2) con V_0 il valore del potenziale elettrico sulla superficie del cilindro, d la distanza del cilindro dal piano di massa e $h - d$ la lunghezza del cilindro.

Imponendo ora la condizione di continuità del potenziale elettrico sulla superficie cilindrica di raggio $r = a$ compresa tra i due piani di massa $z = 0$ e $z = 2h$, i coefficienti dell'espansione A_m devono soddisfare la seguente:

$$\sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} A_m \sin(k_m z) K_0(k_m r) = \dots \quad (5.18)$$

$$\dots = \begin{cases} \frac{2h-z}{d} V_0, & 2h-d \leq z \leq 2h \\ V_0, & d < z < 2h-d \\ \frac{z}{d} V_0, & 0 \leq z \leq d. \end{cases}$$

Questo modo di formulare il problema è molto simile a quello usato nella tecnica del *mode matching* [16, 17, 18]. Applicando il metodo, ovvero moltiplicando ambo i membri dell'Eq.ne 5.18 per $\sin(k_n z)$ e integrando lungo z sull'intervallo $[0, 2h]$ ed inoltre sfruttando la proprietà di ortogonalità delle funzioni sinusoidali, si riesce a ricavare per i coefficienti dell'espansione A_m la seguente espressione:

$$A_m = \frac{2V_0}{hd} \frac{1}{K_0(k_m a)} \sin(k_m d) \frac{1}{k_m^2}, \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (5.19)$$

Si ha $A_m = 0$ per m pari.

5.2.3 Espressione analitica della capacità

Inserendo l'appena ricavata espressione dei coefficienti nella (5.15), il potenziale elettrico $V(z, r)$ nella regione (3) si può scrivere come:

$$V(z, r) = \frac{2V_0}{hd} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{k_m^2} \sin(k_m d) \sin(k_m z) \frac{K_0(k_m r)}{K_0(k_m a)}. \quad (5.20)$$

La densità di carica sulla superficie laterale del cilindro può essere calcolata come il valore assunto su di essa della derivata della funzione potenziale nella direzione normale alla superficie, che in questo caso corrisponde a quella radiale. Di conseguenza, la capacità verso massa della superficie laterale risulta essere [19, 20]:

$$C_{sl}^* = \varepsilon_0 \frac{2a\pi}{V_0} \int_d^{2h-d} \frac{\partial V(z, r)}{\partial r} \Big|_{r=a} dz. \quad (5.21)$$

dove l'integrale corrisponde la carica totale per unità di lunghezza.

Sostituendo l'espressione ricavata per il potenziale elettrico $V(r, z)$ nella (5.21) si ricava l'espressione analitica per la capacità verso massa della superficie laterale del cilindro:

$$C_{sl}^* = \varepsilon_0 \frac{16ha}{\pi d} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin(k_m d) \frac{K_1(k_m a)}{K_0(k_m a)}. \quad (5.22)$$

Infine, ricordandoci di aver utilizzato un piano di massa ausiliario per semplificare la trattazione analitica, concludiamo questo paragrafo affermando che la capacità verso massa della superficie laterale di un cilindro metallico di altezza $h - d$ posto ad una distanza d dal piano di massa stesso è pari alla metà del valore in (5.22): $C_{sl} = C_{sl}^*/2$.

5.3 Validazione del modello analitico

La validità del metodo analitico sviluppato viene confermata dal confronto dei risultati ricavati mediante la (5.22) con quelli forniti da un simulatore elettromagnetico *full-wave*, COMSOL Multiphysics [21]. Come abbiamo avuto modo di affermare anche in precedenza, esso implementa il metodo agli elementi finiti ed è risultato molto utile in questo specifico caso in quanto il rapporto di dimensioni del cilindro da simulare, come sarà chiaro tra poco, era molto grande. A differenza dei precedenti casi considerati finora, per questo studio è stato utilizzato il modulo del simulatore adatto per studi a bassa frequenza in quanto siamo in condizioni quasi-elettrostatiche. La simmetria cilindrica del problema, ha consentito l'uso di un modello assialsimmetrico in COMSOL, riducendo così i tempi di simulazione passando da una simulazione tridimensionale ad una bidimensionale.

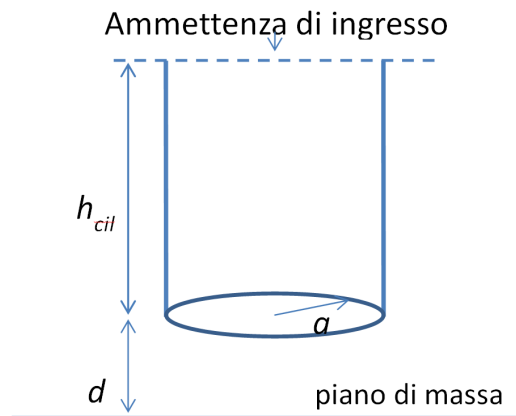


Figura 5.5. Rappresentazione schematica del modello per la simulazione COMSOL.

La geometria del problema studiato viene riportata in Fig. 5.5. La capacità dovuta al campo elettrostatico tra il cilindro e il piano di massa può essere ricavata dividendo per $2\pi f_0$ la suscettanza vista all'altra estremità del cilindro (come in figura), con f_0 la frequenza di funzionamento.

Per le nostre prove abbiamo scelto un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \mu m$ e preliminarmente abbiamo effettuato il calcolo della capacità per un cilindro di raggio $a = 0.1 \mu m$ (notare l'alto rapporto di dimensioni) posto a distanza $d = 0.1 \mu m$ dal piano di massa, variando la frequenza di funzionamento nell'intervallo da 2 GHz a 20 GHz. Il comportamento della capacità in funzione della frequenza è completamente piatto confermando la validità dell'approccio elettrostatico da noi adottato. Di conseguenza, d'ora in poi la capacità verrà considerata indipendente dalla frequenza e valutata a 10 GHz. In Fig. 5.6 viene riportata una mappa del potenziale elettrico per il caso sopracitato quando sulla superficie del cilindro viene applicato un potenziale $V_0 = 1 V$.

Passiamo ora al confronto dei dati forniti dal metodo analitico con quelli di simulazione facendo prima notare che la capacità fornita dal simulatore comprende sia il contributo della superficie laterale del cilindro, sia quella del disco di raggio a che termina l'estremità bassa del cilindro. Quindi per un corretto confronto dobbiamo aggiungere alla capacità della superficie laterale calcolata mediante la

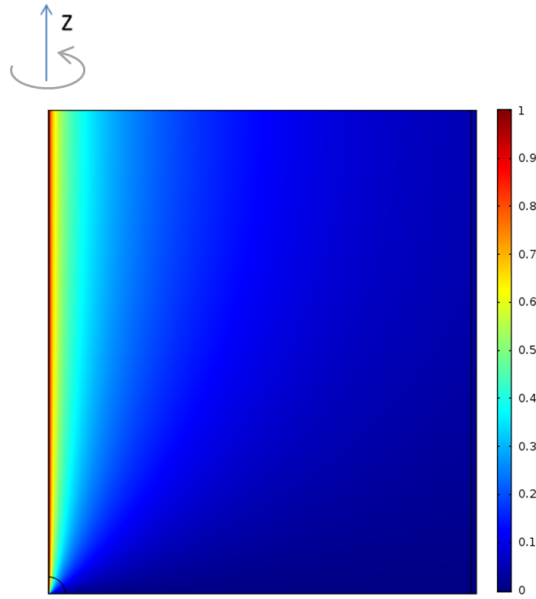


Figura 5.6. Potenziale elettrico nel caso di un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \mu m$, raggio $a = 0.1 \mu m$, posto a distanza $d = 0.1 \mu m$ dal piano di massa calcolato con COMSOL Multiphysics quando sulla superficie del cilindro viene applicato un potenziale $V_0 = 1 V$. Riportiamo anche l'asse di simmetria cilindrica z , mentre l'asse orizzontale corrisponde alla variabile radiale r . Il dominio di simulazione ha dimensioni $70 \times 80 \mu m^2$.

(5.22), anche quest'altro contributo e la capacità del cilindro risulta essere:

$$C_{cil} = \frac{1}{2}C_{sl}^* + \varepsilon_0 \frac{\pi a^2}{d}. \quad (5.23)$$

La (5.23) è stata implementata in MATLAB e, siccome la serie in (5.22) deve essere troncata ad un certo numero finito di termini M_{max} , le sue proprietà di convergenza sono state esaminate e vengono presentate in Fig. 5.7. Si può notare subito che al diminuire della distanza del cilindro dal piano di massa, si devono considerare un numero leggermente maggiore di termini. È interessante notare che siccome l'indice m della sommatoria assume solo valori interi pari, il numero di termini effettivamente considerati è $M_{max}/2$, riducendo così il tempo di calcolo.

Infine, in Fig. 5.8 viene riportato l'andamento della capacità C_{cil} al variare del raggio del cilindro a da $0.155 \mu m$ a $0.5 \mu m$. Come già menzionato prima, la lunghezza del cilindro è $h_{cil} = 80 \mu m$, mentre per la distanza dal piano di massa vengono considerati tre valori $d = 0.105, 0.155$ e $0.205 \mu m$. L'accordo dei risultati calcolati con il metodo analitico (Fig. 5.8(a)) e quelli forniti da COMSOL (Fig. 5.8(b)) è notevole confermando così la validità del metodo analitico.

5.4 Il modello del tronco di cono

Dopo aver verificato la validità del metodo analitico, continuiamo con il calcolo della capacità del tronco di cono, che come abbiamo già esposto all'inizio di questo

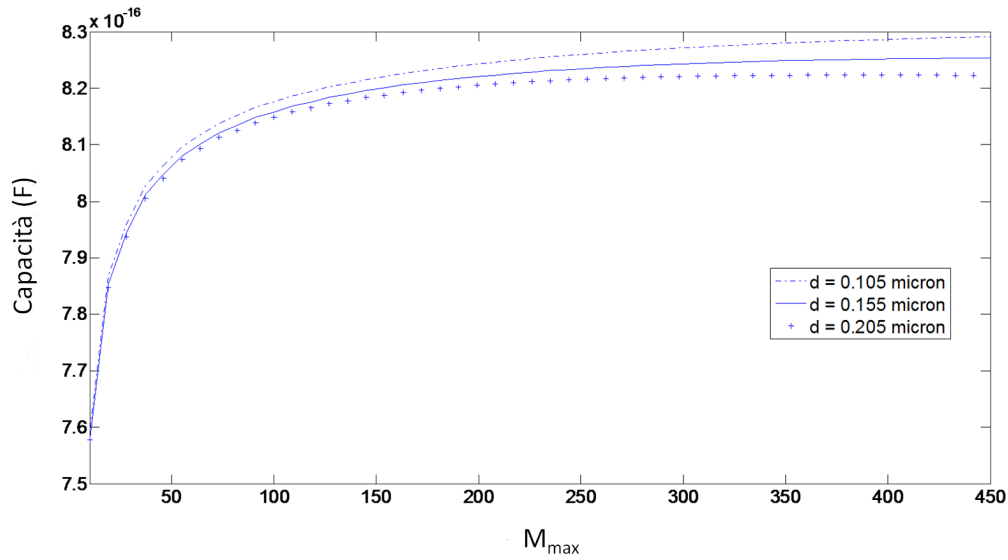


Figura 5.7. Studio della convergenza della serie in C_{sl}^* per un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \mu m$, raggio $a = 0.1 \mu m$ e distanza $d = 0.105, 0.155$ e $0.205 \mu m$ dal piano di massa.

capitolo viene approssimato da tanti dischi cilindrici. Entriamo quindi nel dettaglio della procedura di approssimazione adottata che è di cruciale importanza per una corretta modellazione dell'interazione del tronco di cono con il piano di massa.

Anzitutto si sceglie il numero totale di dischi N usati per l'approssimazione e da questo segue che lo spessore di un generico disco (che è uguale per tutti i dischi) risulta essere $h_N = h_c/N$ dove h_c è appunto la lunghezza del cono troncato (Fig. 5.9).

Consideriamo ora per la sezione i -esima due cilindri aventi lo stesso raggio a_i , ma di lunghezza $h_i - d$ e $h_{i+1} - d$ rispettivamente. Tutti e due i cilindri si trovano dunque alla stessa distanza d dal piano di massa (Fig. 5.10) e quindi a_i e h_i possono essere definiti come segue:

$$a_i = r_1 + (i - 1)h_N \tan(\theta), \quad (5.24)$$

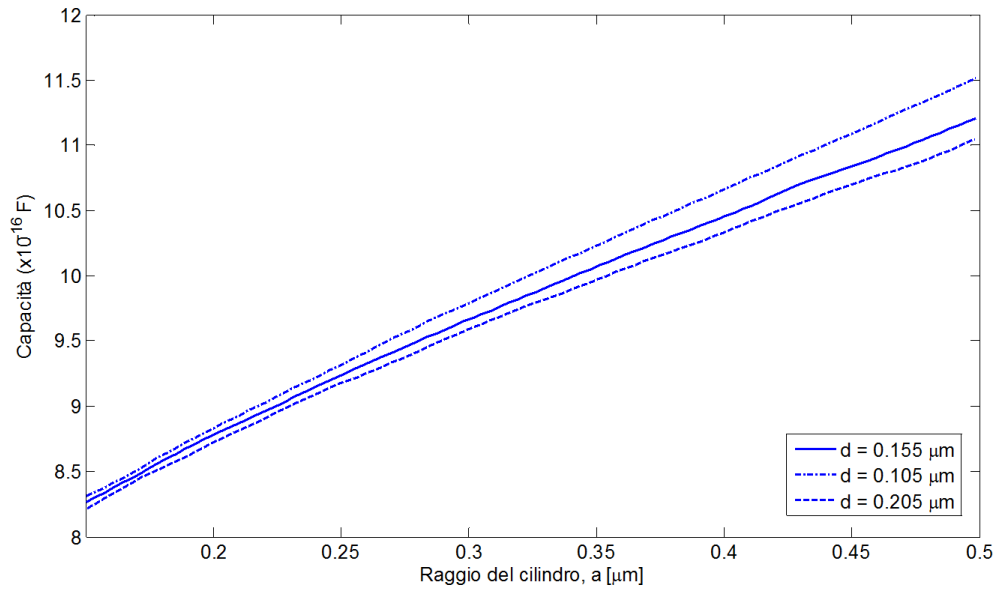
$$h_i = d + (i - 1)h_N. \quad (5.25)$$

Il passo successivo consiste nel calcolo della capacità verso massa delle superfici laterali C_i e \hat{C}_i di questi due cilindri. Le espressioni analitiche di C_i e \hat{C}_i si ottengono sostituendo in (5.22) il valore del raggio a con a_i , mentre l'altezza h viene sostituita con i valori h_i e h_{i+1} , rispettivamente. Ricordandoci di prendere solo la metà del valore così calcolato, si ha:

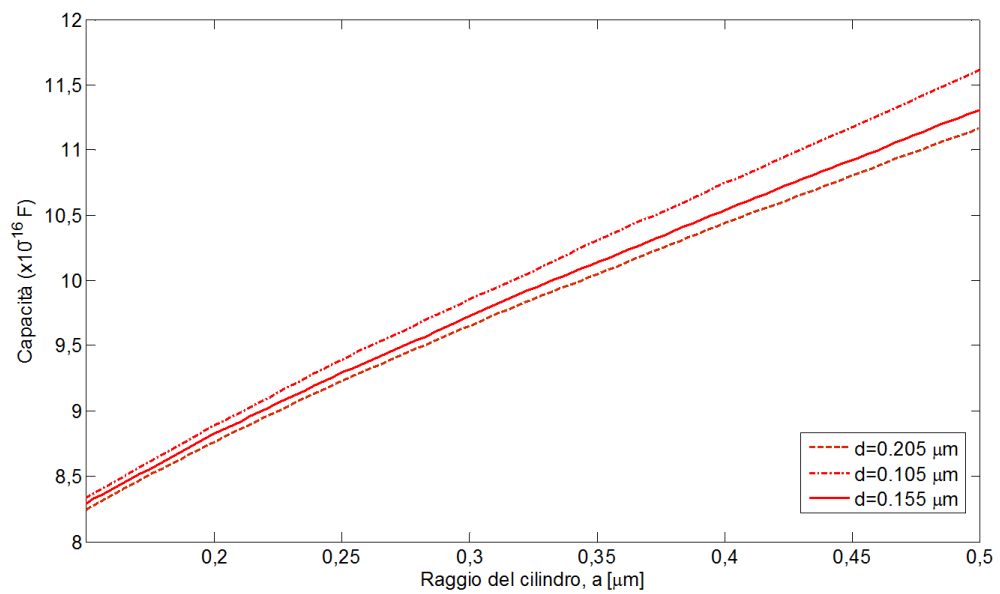
$$C_i = \varepsilon_0 \frac{8h_i a_i}{\pi d} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin(k_m d) \frac{K_1(k_m a_i)}{K_0(k_m a_i)}, \quad k_m = \frac{m\pi}{2h_i} \quad (5.26)$$

$$\hat{C}_i = \varepsilon_0 \frac{8h_{i+1} a_{i+1}}{\pi d} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sin(\hat{k}_m d) \frac{K_1(\hat{k}_m a_i)}{K_0(\hat{k}_m a_i)}, \quad \hat{k}_m = \frac{m\pi}{2h_{i+1}} \quad (5.27)$$

Quindi il contributo dell' i -esimo disco alla capacità verso massa C_c del tronco di cono sarà $\hat{C}_i - C_i$. Notiamo anche che nel caso del primo disco ($i = 1$), questo



(a)



(b)

Figura 5.8. Capacità verso massa al variare del raggio per un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \mu\text{m}$, raggio $a = 0.1 \mu\text{m}$ e tre diverse distanze dal piano di massa $d = 0.105, 0.155$ e $0.205 \mu\text{m}$ calcolata con il metodo analitico (a) e COMSOL (b).

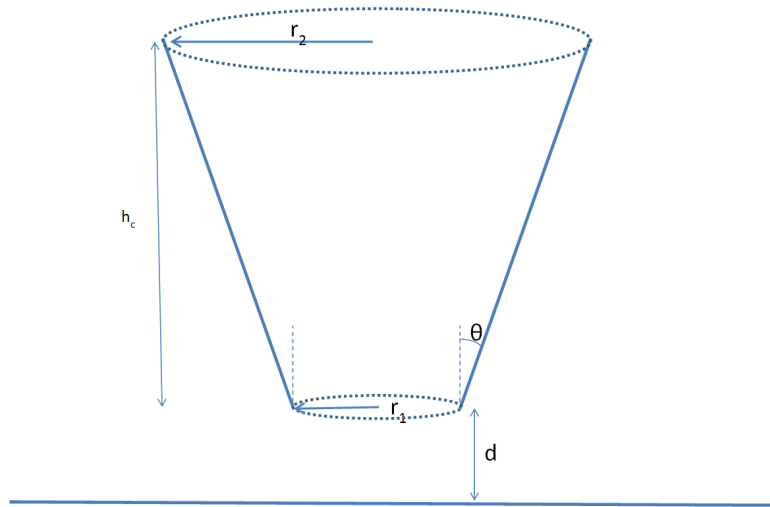


Figura 5.9. I parametri geometrici del cono troncato considerato in questo studio.

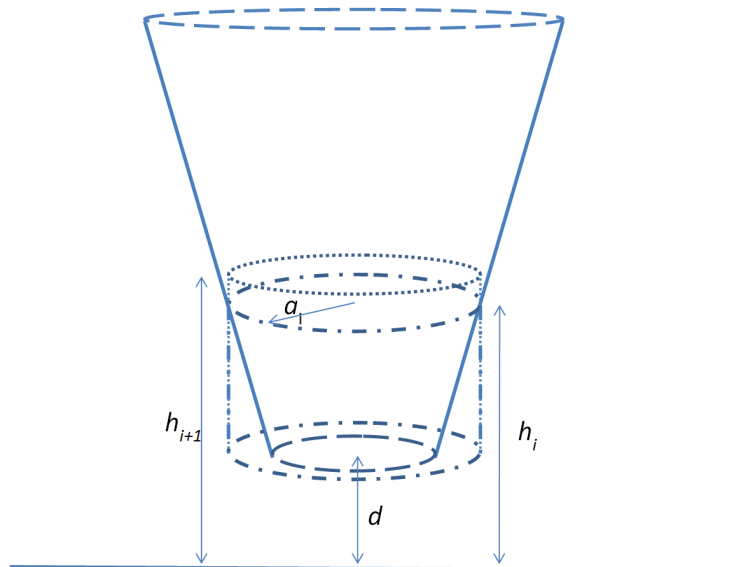


Figura 5.10. Definizione dei parametri utilizzati per l'algoritmo di calcolo della capacità verso massa del cono troncato.

contributo è pari a \hat{C}_i e di conseguenza si ha:

$$C_c = \hat{C}_1 + \sum_{i=1,2,\dots}^N (\hat{C}_i - C_i). \quad (5.28)$$

Con riferimento alla Fig. 5.9, l'algoritmo ha queste proprietà:

1. $a_1 = r_1$, $h_{N+1} = d + h_c$,
2. Nel caso limite $\theta = 0^\circ$ del tronco di cono che diventa un cilindro, si ha $a_i = r_1$ e di conseguenza $\hat{C}_i = C_{i+1}$, mentre dalla (5.28) segue che $C_c = \hat{C}_N$. In questo modo l'algoritmo proposto fornisce per C_c l'espressione usata per il calcolo della capacità verso massa di un cilindro di raggio r_1 e lunghezza h_c posto ad una distanza d dal piano di massa.

Finora non abbiamo ancora parlato di come il numero di dischi N in cui il cono viene sezionato incide sul valore della capacità. Per fare questo, riportiamo in Fig. 5.11 le curve della capacità calcolata nel caso di tre strutture di uguale lunghezza $h_c = 80 \mu m$ posti alla stessa distanza $d = 0.105 \mu m$ dal piano di massa, caratterizzate però da valori differenti dell'angolo di apertura del cono ($\theta = 10^\circ, 30^\circ, 50^\circ$). Si può notare che l'algoritmo converge in tutti e tre i casi per un numero di $N > 200$.

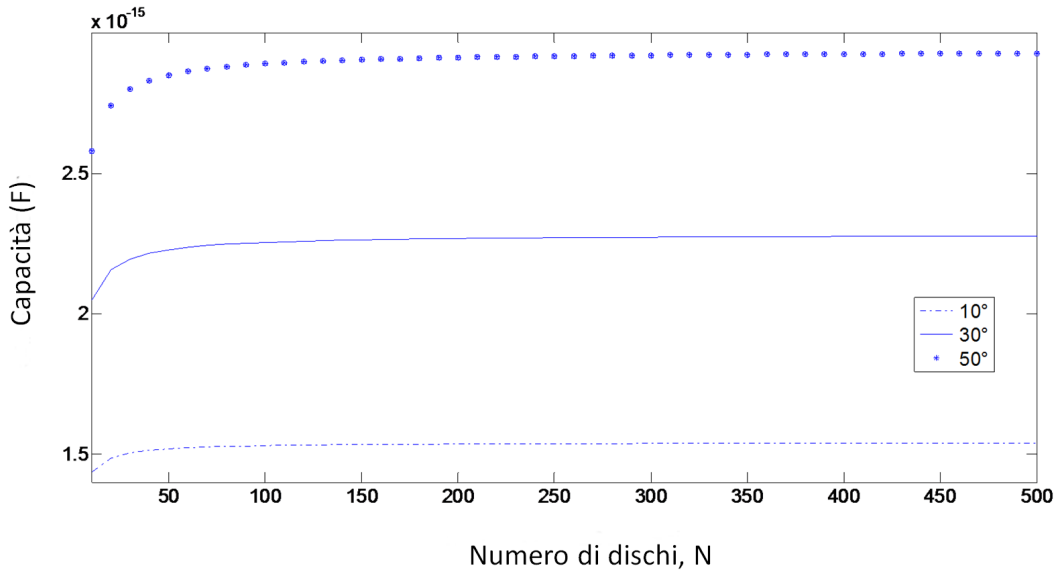


Figura 5.11. Analisi di convergenza della capacità del cono troncato. Le curve corrispondono a tre strutture di uguale lunghezza $h_c = 80 \mu m$ posizionate alla stessa distanza $d = 0.105 \mu m$ dal piano di massa, ma con valori diversi dell'angolo di apertura del cono.

5.5 Conclusioni

Questo capitolo ha riguardato lo studio della capacità verso massa di un sensore per la microscopia a scansione alle microonde mediante lo sviluppo di un metodo

analitico. Il fatto che le dimensioni del tip metallico sono molto più piccole della minima lunghezza d'onda di funzionamento del sistema, ci ha consentito di metterci in condizioni di elettrostatica. Infatti, il metodo utilizzato si basa sulla risoluzione dell'equazione di Laplace per un sistema composto da un cilindro conduttore posto su due piani di massa con un approccio molto simile alla tecnica del *mode-matching*. Il metodo analitico è stato validato confrontando i valori calcolati da esso con quelli forniti da un simulatore elettromagnetico commerciale *full-wave* trovandoli in perfetto accordo tra loro.

Il sensore stesso viene modellato come un tronco di cono perfettamente conduttore, il quale a sua volta viene diviso in tante sezioni cilindriche, riducendo così il calcolo della capacità verso massa del tronco di cono nel calcolo della capacità di un cilindro su un piano di massa. Uno studio di convergenza ha determinato la validità di questo algoritmo.

Bibliografia

- [1] D. M. Jones, J. R. Smith, W. T. S. Huck e C. Alexander, “Variable adhesion of micropatterned thermoresponsive polymer brushes: AFM investigations of poly(*n*-isopropylacrylamide) brushes prepared by surface-initiated polymerizations,” *Advanced Materials*, **14**, 1130–1134 (2002).
- [2] D. Fotiadisa, S. Scheuringa, S. A. Müllera, A. Engela e D. J. Müller, “Imaging and manipulation of biological structures with the AFM,” *Micron*, **33**, 385–397 (2002).
- [3] L. Fumagalli, D. Esteban-Ferrer, A. Cuervo, J. L. Carrascosa e G. Gomila, “Label-free identification of single dielectric nanoparticles and viruses with ultraweak polarization forces,” *Nature Materials*, **11**, 808–816 (2012).
- [4] S. Belaidi, P. Girard e G. Leveque, “Electrostatic forces acting on the tip in atomic force microscopy: Modelization and comparison with analytic expressions,” *Journal of Applied Physics*, **81**, 1023 (1997).
- [5] J. W. Hong, K. H. Noh, Sang-il Park, S. I. Kwun e Z. G. Khim, “Surface charge density and evolution of domain structure in triglycine sulfate determined by electrostatic-force microscopy,” *Physical Review B*, **58**, 5078–5084 (1998).
- [6] C. Gao, T. Wei, F. Duewer, Y. Lu e X.-D. Xiang, “High spatial resolution quantitative microwave impedance microscopy by a scanning tip microwave near-field microscope,” *Applied Physics Letters*, **71**, 1872 (1997).
- [7] M. Tabib-Azar e Y. Q. Wang, “Design and fabrication of scanning near-field microwave probes compatible with atomic force microscopy to image embedded nanostructures,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **52**, 971–979 (2004).
- [8] H. P. Huber, M. Moertelmaier, T. M. Wallis, C. J. Chiang, M. Hochleitner, A. Imtiaz, Y. J. Oh, K. Schilcher, M. Dieudonne, J. Smoliner, P. Hinterdorfer, S. J. Rosner, H. Tanbakuchi, P. Kabos e F. Kienberger, “Calibrated nanoscale capacitance measurements using a scanning microwave microscope,” *Review of Scientific Instruments*, **81**, 113701 (2010).
- [9] C. Chakraborty, D. R. Poddar, A. Chakraborty e B. N. Das, “Electrostatic charge distribution and capacitance of isolated cylinders and truncated cones in free space,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, **35**, 98–102 (1993).

- [10] R. W. Scharstein, "Capacitance of a tube," *Journal of Electrostatics*, **65**, 21–29 (2007).
- [11] P. Azimi e H. Golnabi, "Precise formulation of electrical capacitance for a cylindrical capacitive sensor," *Journal of Applied Sciences*, **9**, 1556–1561 (2009).
- [12] H. Golnabi e P. Azimi, "Design and performance of a cylindrical capacitive sensor to monitor the electrical properties," *Journal of Applied Sciences*, **8**, 1699–1705 (2008).
- [13] G. Gerosa e P. Lampariello, *Lezioni di Campi Elettromagnetici*, 2^a Edizione, Edizioni Ingegneria 2000, Roma, 2006.
- [14] M. Abramowitz e I. A. Stegun, Ed., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9^a Stampa, Dover, New York, 1972.
- [15] G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*, 3^a Edizione, Academic Press, Orlando, 1985.
- [16] F. Alessandri, G. Bartolucci e R. Sorrentino, "Admittance matrix formulation of waveguide discontinuity problems: computer-aided design of branch guide directional couplers," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **36**, 394 – 403 (1988).
- [17] R. Mittra, Y. L. Hou e V. Jamnejad, "Analysis of open dielectric waveguides using mode matching techniques and variational methods," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, **28**, 36–42 (1980).
- [18] N. Dagli e C. G. Fonstad, "Analysis of rib dielectric waveguides," *IEEE Journal of quantum electronics*, **21**, 315–321 (1985).
- [19] C. Mencuccini e V. Silvestrini, *Fisica II, Elettromagnetismo – Ottica*, Liguori Editore, Napoli, 1999.
- [20] J. Vanderlinde, *Classical Electromagnetic Theory*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1993.
- [21] COMSOL Multiphysics Version 4.2a, COMSOL AB, Sweden

Capitolo 6

Scattering elettromagnetico in ambito biomedico

La mitosi cellulare è la riproduzione per divisione delle cellule eucariote. Per il monitoraggio della mitosi esistono varie metodologie basate sullo scattering elettromagnetico [1, 2, 3, 4] il vantaggio maggiore delle quali è lo studio di cellule posizionate all'interno dei tessuti e che sfruttano quindi la profondità di penetrazione del campo. In letteratura esistono vari modelli elettromagnetici di cellule biologiche con quello *single-shell* (modello a singolo strato) che risulta il più usato nei studi, mentre altri modelli sono quelli a doppio e triplo strato (*double- e triple-shell*) che tengono conto di un maggior numero particolari e quindi risultano anche più complessi [5, 6, 7]. Tutti i modelli sopracitati si basano sull'ipotesi di quasi-staticità del campo con l'equazione di Laplace che viene risolta in coordinate sferiche. Recentemente essi sono stati impiegati nello studio delle caratteristiche geometriche di cellule [8], nell'analisi di cellule mammarie durante il processo di divisione [9, 10], oppure per lo studio delle proprietà elettromagnetiche delle cellule biologiche [11, 12].

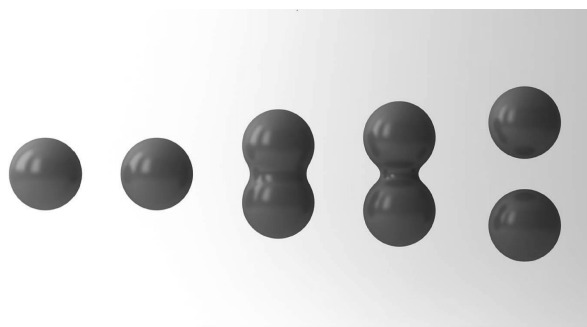


Figura 6.1. Illustrazione d'artista delle diverse fasi della mitosi.

Questo capitolo concerne lo studio della mitosi cellulare tramite l'osservazione e l'analisi del campo elettromagnetico scatterato dalla struttura cellulare durante le diverse fasi della mitosi (Fig. 6.1). Si vuole in particolare determinare se è possibile risalire alla fase del processo di divisione dalla sola osservazione dei campi scatterati.

6.1 Omogeneizzazione del modello a membrana

Una cellula biologica è un sistema eterogeneo composto da una grande varietà di organelli. Al centro della cellula, immerso nel citoplasma e delimitato dalla membrana nucleare, si trova il nucleo che a sua volta è un sistema eterogeneo costituito dal citoscheletro e altri organelli come mitocondri, ribosomi, lisosomi ecc. Il contenuto interno della cellula viene delimitato dall'ambiente esterno (intracellulare) dalla membrana cellulare.

In un contesto di modellazione elettromagnetica, un sistema così complesso richiederebbe risorse di calcolo considerevoli e così un processo preliminare di semplificazione del modello si rende necessario. Il modello *single-shell* (Fig. 6.2) menzionato

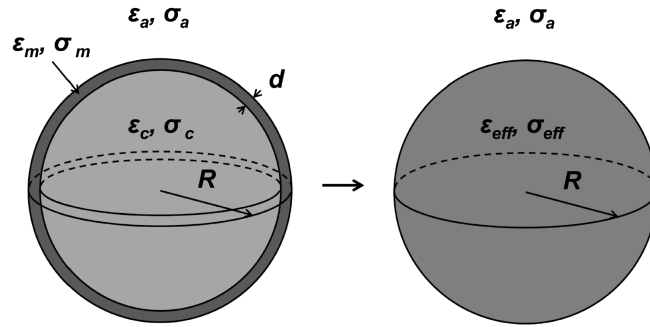


Figura 6.2. Omogeneizzazione della membrana. A sinistra la sfera con la membrana e le proprietà elettromagnetiche dei costituenti, mentre a destra il risultato del processo di omogeneizzazione con le proprietà dielettriche efficaci.

precedentemente è il modello di omogeneizzazione più semplice in quanto consiste in una sfera costituita di un mezzo efficace che modella il contenuto interno della cellula, e di uno strato esterno che modella la membrana cellulare. Un modello siffatto tiene conto solo della polarizzazione da interfaccia, ovvero dell'effetto schermante dovuto alla membrana cellulare detto anche l'effetto Maxwell-Wagner [13]. Le equazioni utilizzate per modellare il comportamento delle cellule con il modello *single-shell* si possono ricavare dalle espressioni del potenziale elettrico di ognuna delle sfere di costante dielettrica complessa ε_s^* costituenti una mistura di sfere immerse in un mezzo ospite di costante dielettrica relativa ε_a^* [14]:

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \cos \theta + n \frac{a^3}{r^2} \frac{\varepsilon_s^* - \varepsilon_a^*}{\varepsilon_s^* + 2\varepsilon_a^*} E_0 \cos \theta, \quad (6.1)$$

dove n è il numero di sfere nella mistura, a il raggio della sfera presa in considerazione e θ l'angolo tra il campo esterno \mathbf{E}_0 e il vettore posizione \mathbf{r} . Se ora consideriamo il caso di una singola sfera ($n = 1$) e come mezzo ospite la membrana cellulare, chiamando rispettivamente R e d il raggio e lo spessore del mezzo ospite, la relazione (6.1) diventa:

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \cos \theta + n \frac{(R-d)^3}{r^2} \frac{\varepsilon_c^* - \varepsilon_m^*}{\varepsilon_c^* + 2\varepsilon_m^*} E_0 \cos \theta, \quad (6.2)$$

con ε_c^* e ε_m^* le costanti dielettriche complesse del citoplasma e della membrana cellulare rispettivamente. Richiamiamo inoltre la ben nota formula del potenziale elettrostatico di una sfera singola immersa in un mezzo ospite di permittività dielettrica ε_m^* :

$$\Phi(r, \theta) = -E_0 r \cos \theta + n \frac{R^3}{r^2} \frac{\varepsilon_s^* - \varepsilon_m^*}{\varepsilon_s^* + 2\varepsilon_m^*} E_0 \cos \theta. \quad (6.3)$$

Sfruttando il fatto che entrambi i potenziali elettrostatici nelle (6.2), (6.3) si riferiscono allo stesso sistema, possiamo derivare la permittività dielettrica efficace della mistura:

$$\varepsilon_s^* = \varepsilon_m^* \frac{2\varepsilon_m^* + \varepsilon_c^* - 2\nu(\varepsilon_m^* - \varepsilon_c^*)}{2\varepsilon_m^* + \varepsilon_c^* + \nu(\varepsilon_m^* - \varepsilon_c^*)}, \quad (6.4)$$

dove $\nu = (1 - d/R)^3$ rappresenta la frazione volumetrica che il contenuto interno della cellula costituisce riferito alla cellula intera, membrana compresa. In questo modo abbiamo omogeneizzato il contenuto interno del sistema citoplasma-membrana derivando per il modello della cellula una sfera singola. La (6.4) non è nient'altro che il risultato dell'applicazione del modello di Debye [15] ad un sistema di sfere concentriche e viene chiamata equazione di Maxwell perché fu utilizzata da lui per studiare il fenomeno di polarizzazione da interfaccia [16].

La risposta ad un campo esterno di una cellula immersa in una soluzione intracellulare può essere alternativamente modellata anche attraverso la formula di Maxwell-Wagner per le misture [17]:

$$\varepsilon_{\text{eff}}^* = \varepsilon_a^* \frac{2\varepsilon_a^* + \varepsilon_s^* - 2\Phi(\varepsilon_a^* - \varepsilon_s^*)}{2\varepsilon_a^* + \varepsilon_s^* + \Phi(\varepsilon_a^* - \varepsilon_s^*)}, \quad (6.5)$$

dove Φ in questo caso denota la frazione volumetrica delle cellule immerse nella soluzione intracellulare di costante dielettrica relativa ε_a^* . La stessa espressione si può anche derivare dal modello a singolo strato, partendo dall'espressione del potenziale elettrico generato sotto l'azione di un campo esterno agente su una sfera con uno strato immersa in un mezzo ospite di costante dielettrica complessa ε_a^* [18]:

$$\phi(r, \theta) = -E_0 \cos \theta \left[r + n \frac{R^3}{r^2} \frac{(\varepsilon_m^* - \varepsilon_a^*)(\varepsilon_c^* - 2\varepsilon_m^*) + \nu(\varepsilon_c^* - \varepsilon_m^*)(\varepsilon_a^* + 2\varepsilon_m^*)}{(\varepsilon_m^* + 2\varepsilon_a^*)(\varepsilon_c^* + 2\varepsilon_m^*) + 2\nu(\varepsilon_c^* - \varepsilon_m^*)(\varepsilon_a^* + 2\varepsilon_m^*)} \right]. \quad (6.6)$$

Abbiamo quindi derivato un modello il quale può essere descritto da due modelli di Debye ognuno dei quali applicato alle due interfacce del sistema cellula-membrana-mezzo ospite [19].

In conclusione di questo paragrafo, vogliamo riportare di seguito i limiti di validità di questo approccio, dette le condizioni di Pauly e Schwan [20]:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_a}, \frac{\sigma_m}{\sigma_c}, \frac{d}{R} \ll 1 \quad (6.7)$$

dove σ_a è la conduttività della soluzione intracellulare, mentre σ_m e σ_c sono la conduttività rispettivamente della membrana e della citoplasma della cellula.

6.2 Condizioni di validità del modello *single-shell*

Prima di procedere con lo studio del campo scatterato da una cellula nella fase di mitosi, vogliamo prima valutare la validità dell'approssimazione introdotta nel paragrafo precedente. Il modello *single-shell* è stato sviluppato per una geometria sferica e potrebbe non andare bene per una geometria di sfere intersecanti. Per questo studio abbiamo scelto una cellula particolare conosciuta come la cellula di Jurkat, le cui proprietà dielettriche vengono riportate nella Tab. 6.1. Come si può

	Ambiente	Membrana	Citoplasma
Permittività	80	6	45
Conduttività	0.1	$3 \cdot 10^{-6}$	0.4

Tabella 6.1. Proprietà dielettriche della cellula considerata in questo studio [21].

facilmente notare dalla tabella, le condizioni di validità del modello *single-shell* (6.7) vengono ampiamente soddisfatte dalla scelta di questo tipo di cellula. Più in generale, la maggior parte delle cellule biologiche sono caratterizzate da proprietà elettromagnetiche tali da soddisfare la condizione di Pauly e Schwan.

6.2.1 Validazione del modello numerico

In primis viene studiato lo scattering da una singola cellula di Jurkat prima che il processo di mitosi abbia luogo. Un'onda piana polarizzata circolarmente incide sulla cellula di Jurkat (Fig. 6.3) alla frequenza di 0.5 THz, scelta in modo tale da rispettare l'ipotesi di quasi-staticità. Le simulazioni numeriche sono state effettuate facendo uso del simulatore elettromagnetico utilizzato anche in precedenza, COMSOL Multiphysics. La scelta della frequenza può essere fatta senza influenzare la validità del modello, però l'aspetto importante da considerare sono gli effetti biologici dovuti alla presenza del campo elettromagnetico ad alta frequenza (dai GHz a centinaia di THz) ovvero sull'esistenza di eventuali ripercussioni in termini della funzione oppure sulla riproduzione cellulare, oggetto di diversi studi [22, 23]. Il raggio della cellula è $R = 5 \mu m$, mentre lo spessore della membrana d è $10 nm$. Facciamo notare l'alto rapporto delle dimensioni. Usando la formula di Maxwell nella (6.4) si trova per la permittività efficace della cellula un valore pari a $\epsilon_s^* = 44.27 - i0.0139$.

In (Fig. 6.4) viene riportato un confronto dei risultati ottenuti con i due metodi diversi: il metodo analitico di una sfera concetrica sviluppata da Mie [24] e implementata da un codice MATLAB ed il modello della sfera omogeneizzata analizzato con il simulatore elettromagnetico di cui si parlava precedentemente. I valori del campo scatterato sono stati prelevati su una linea (tratteggiata in figura) parallela con l'asse delle x , a $z = -2.5R$ (Fig. 6.3).

I risultati sono in perfetto accordo tra loro, confermando la validità del modello COMSOL. Una volta sicuri di aver correttamente impostato il modello di simulazione, possiamo procedere con le verifiche riguardanti l'approssimazione con il modello *single-shell*.

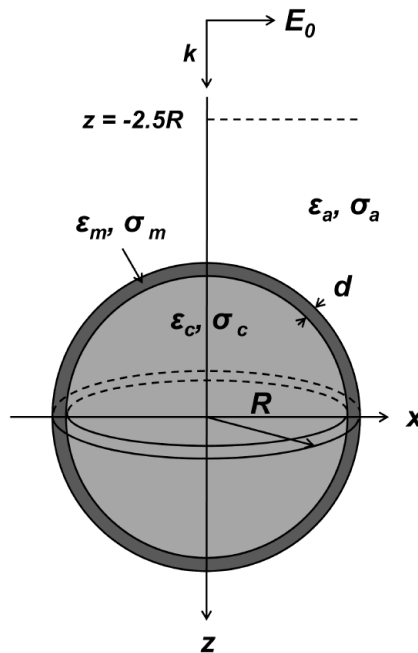


Figura 6.3. Definizione del problema elettromagnetico per la validazione del primo modello. La linea tratteggiata viene utilizzata per l'osservazione del campo scatterato.

6.2.2 Verifica del modello omogeneizzato

Il secondo studio che riguarda la validazione del modello omogeneizzato viene svolto supponendo che il processo di mitosi si sia appena concluso quindi a divisione avvenuta, con il sistema che consiste di due sfere tangenti. Al contrario del caso precedente, in questo caso confrontiamo i risultati forniti dal simulatore elettromagnetico per due diversi modelli di cellule. Nel primo caso (Fig. 6.5), le cellule vengono modellate con la membrana, però lo spessore delle membrane è fittizio per evitare problemi di simulazione riguardanti il grande rapporto di dimensioni tra raggio della sfera e spessore della membrana. In particolare abbiamo scelto uno spessore di membrana pari a un decimo del raggio. L'altro modello di simulazione è composto di due sfere omogeneizzate, quindi senza la membrana (Fig. 6.5(b)).

I risultati vengono riportati in Fig. 6.6 e come nel caso precedente sono in buon accordo tra loro. Notiamo inoltre che in questo caso la linea di osservazione del campo è più lunga del caso precedente e comprende tutta la lunghezza del sistema di sfere tangenti. Avendo verificato la correttezza dei risultati in questo caso limite, procediamo nel paragrafo successivo con uno studio simile che però considera le fasi intermedie del processo di divisione cellulare.

6.3 Effetto della membrana nelle fasi intermedie

In modo simile ai casi considerati, in questo paragrafo vogliamo studiare gli effetti della membrana cellulare nel caso di due sfere intersecanti (Fig. 6.7). Vogliamo

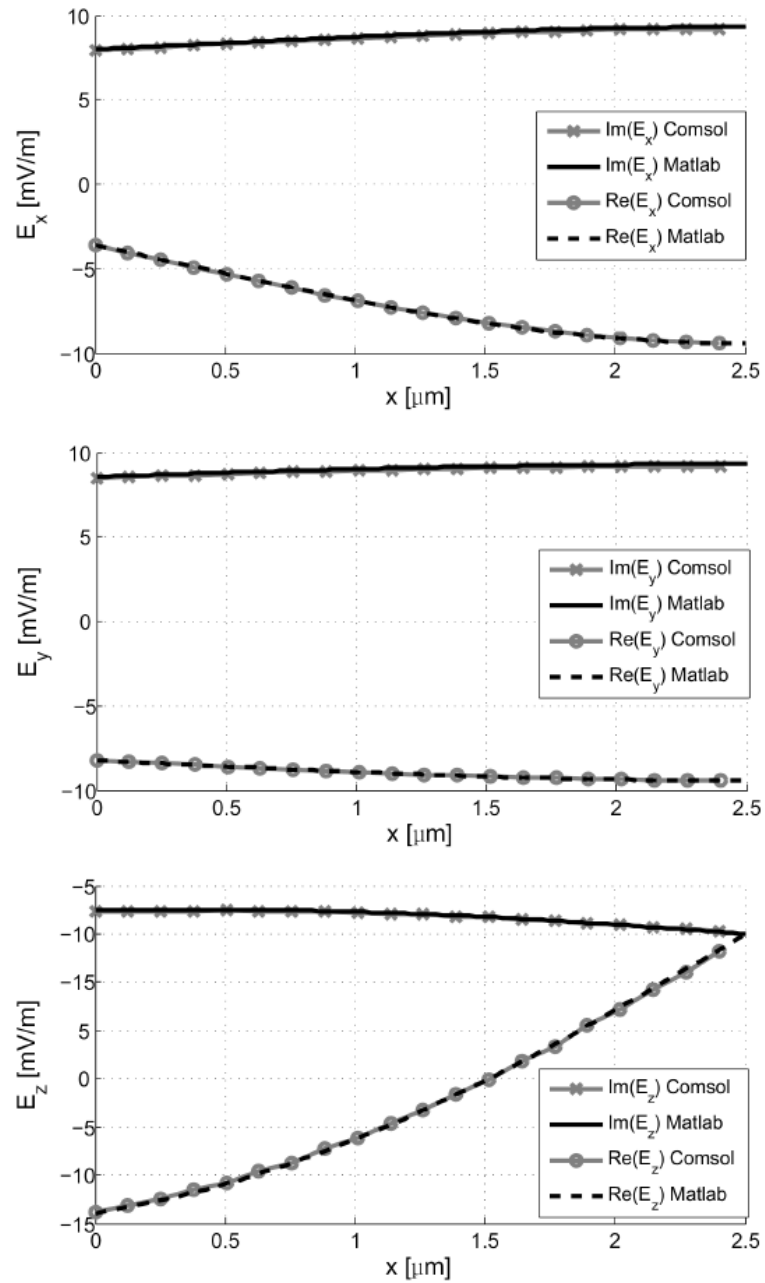
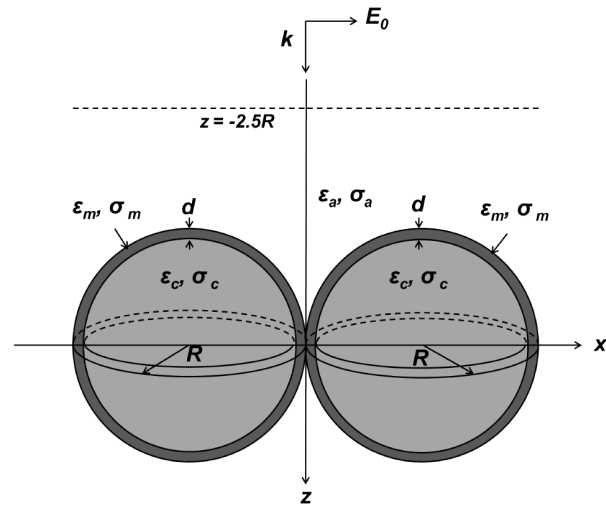
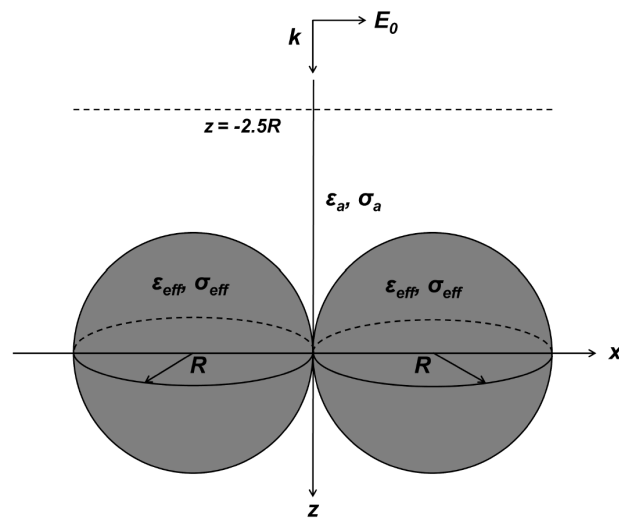


Figura 6.4. Confronto delle componenti del campo scatterato lungo la linea di osservazione calcolate con il metodo di Mie (MATLAB) e tramite simulazione numerica.



(a)



(b)

Figura 6.5. Schema dei problemi studiati per la validazione mediante simulazione numerica del modello *single-shell*: sfera con singolo strato (a) e singola sfera omogeneizzata (b). Ci siamo messi nella situazione limite di sfere tangenti ovvero immediatamente dopo la fine del processo di mitosi.

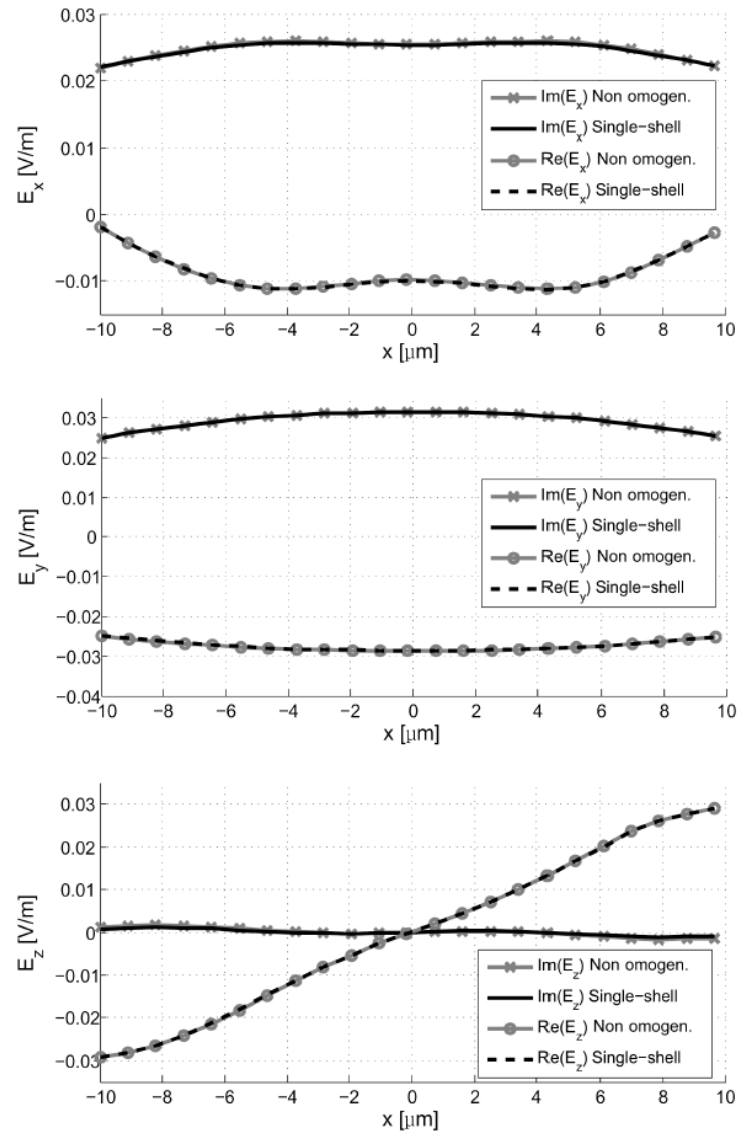


Figura 6.6. Risultati per la seconda validazione del modello di omogeneizzazione.

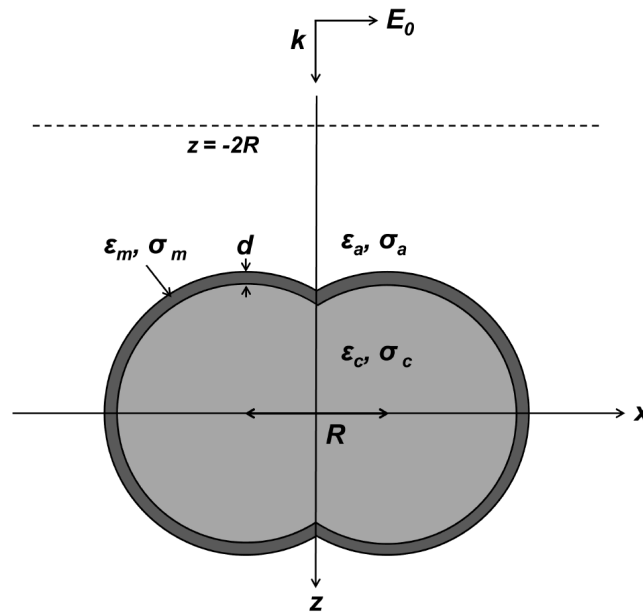


Figura 6.7. Problema delle due sfere intersecanti.

quindi determinare se il modello di omogeneizzazione proposto è valido anche in questo caso oppure se è necessario adottare modelli di omogeneizzazione molto più complessi [25, 26].

Nelle Fig. 6.8 e 6.9 vengono riportati i confronti delle componenti del campo scatterato ottenute da simulazioni numeriche in un caso considerando il modello con membrana, mentre nell'altro quello omogeneizzato. Si è considerato il caso intermedio del processo di mitosi con un modello di sfere perfettamente compenetranti, caso in cui la distanza tra i centri delle sfere è pari al raggio delle sfere stesse e quindi la superficie esterna di una sfera passa per il centro dell'altra.

Per valutare l'effetto dello spessore della membrana si sono considerati due casi: nel primo il rapporto di dimensioni $d/R = 1/10$ (Fig. 6.8), mentre nel secondo caso esso risulta pari a $1/50$ (Fig. 6.9). Si può facilmente notare che nel secondo caso, il modello omogeneizzato approssima meglio il sistema cellula-membrana. Possiamo quindi affermare che, se la condizione:

$$\frac{d}{R} < \frac{1}{100}, \quad (6.8)$$

viene soddisfatta, allora è valido approssimare il modello cellula-membrana con quello *single-shell* omogeneizzato. Per la cellula di Jurkat si ha un rapporto dello spessore della membrana con il raggio della cellula di $1/500$, che ampiamente soddisfa la condizione (6.8).

Per completezza presentiamo anche i confronti delle simulazioni numeriche ricavate per il modello *single-shell* e quello omogeneizzato in altri due casi intermedi di sfere intersecanti, cioè per una distanza $R/4$ (dopo l'inizio della mitosi) e $3R/4$ (verso la fine della mitosi) tra i centri delle due sfere. Dalle Fig. 6.10 e 6.11 si osserva un accordo ottimo tra i due modelli.

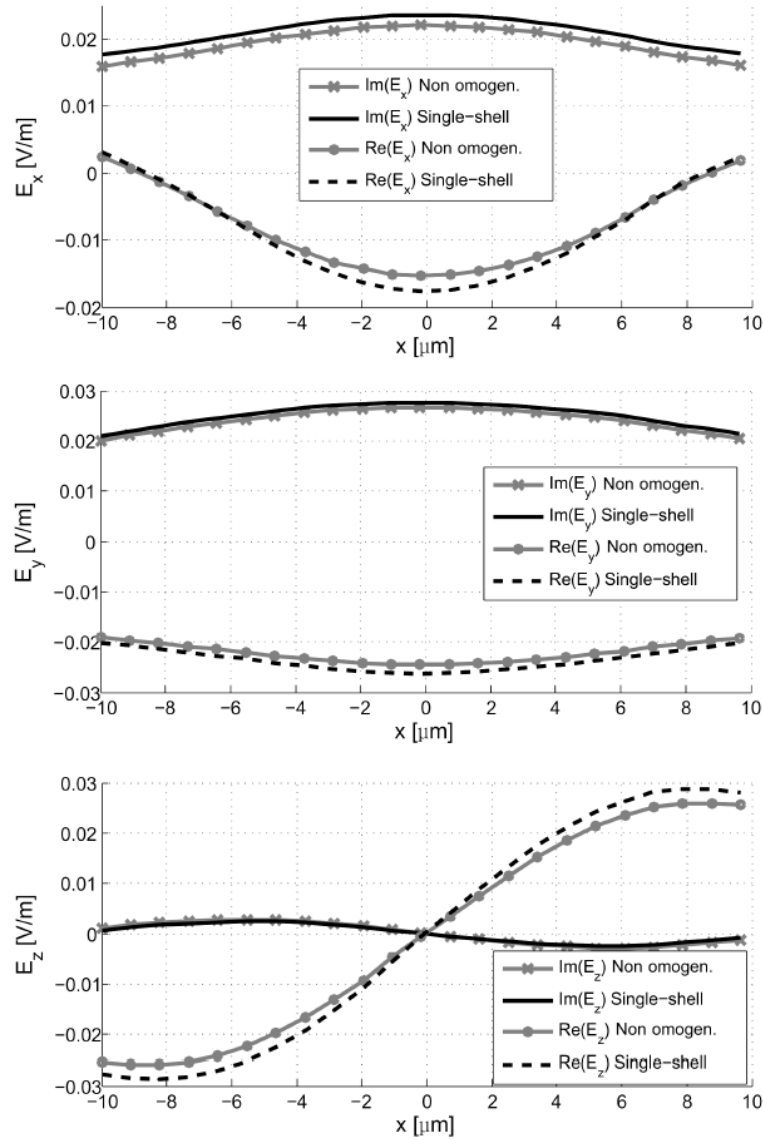


Figura 6.8. Confronto delle componenti del campo scatterato per due sfere perfettamente compenetranti con $d = R/10$. I modelli impiegati sono quello *single-shell* e cellula-membrana (non omogeneizzato).

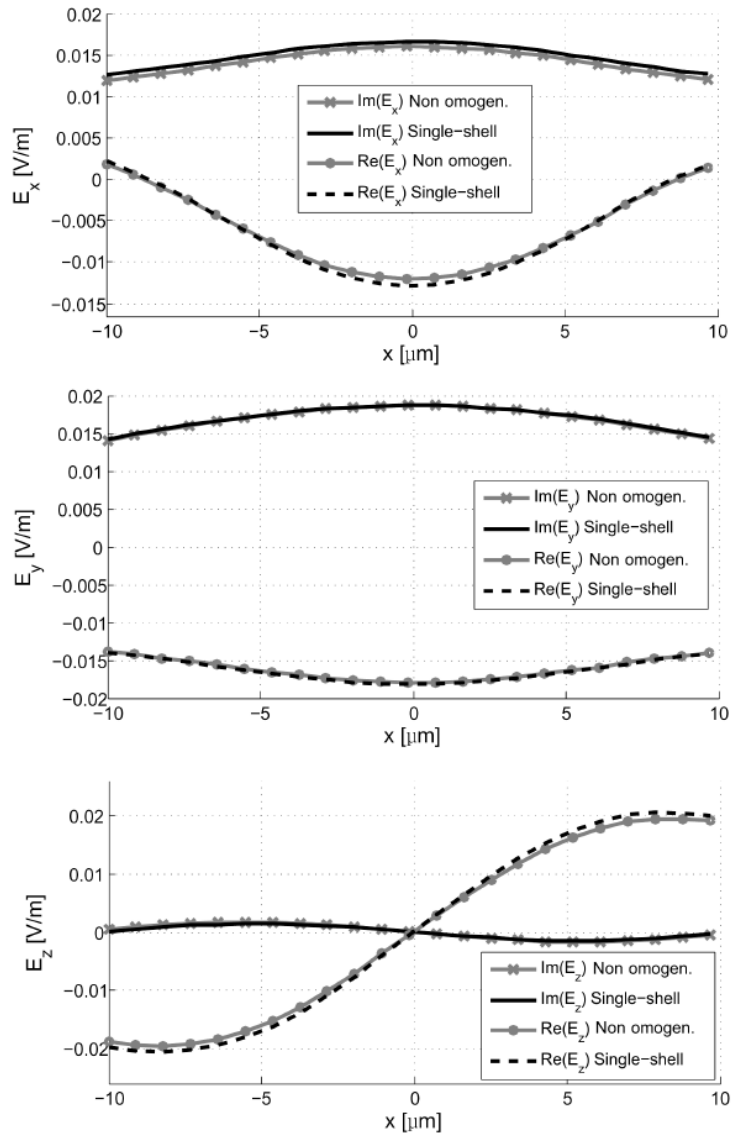


Figura 6.9. Componenti del campo scatterato calcolate facendo uso dei modelli *single-shell* e cellula-membrana (non omogeneizzato) per due sfere perfettamente compenetranti per un rapporto di dimensioni $d = R/50$.

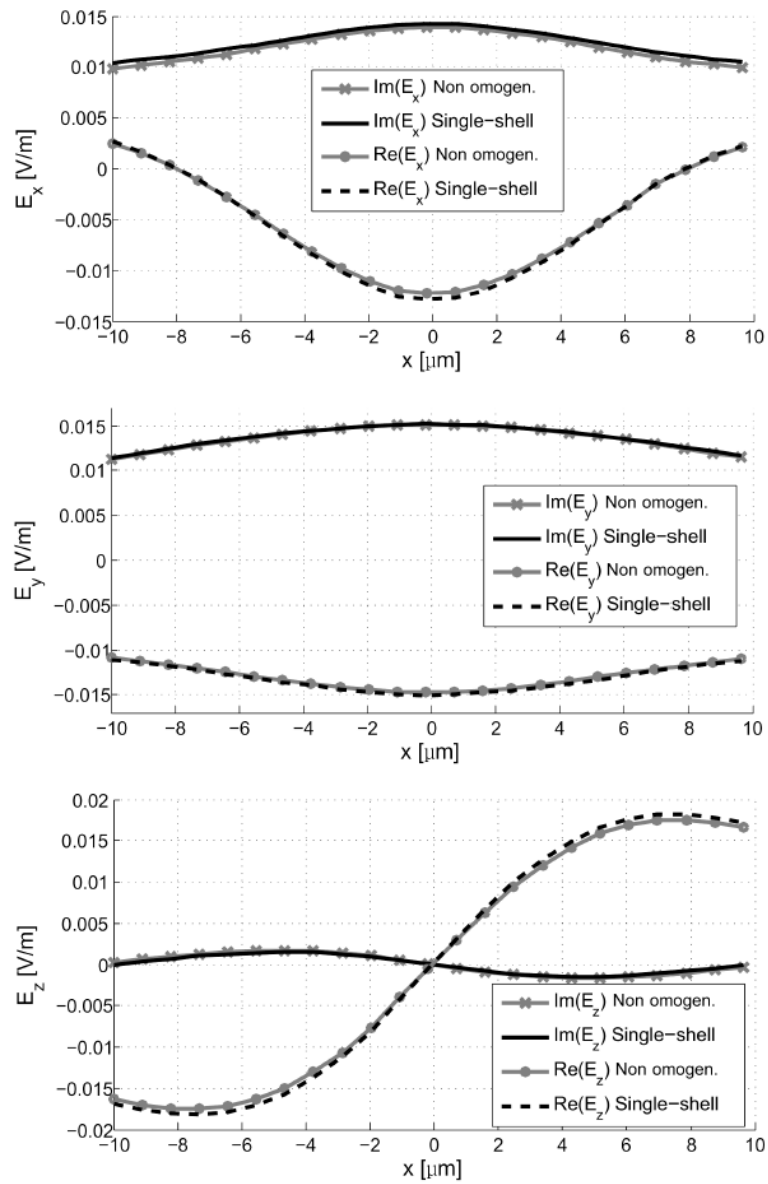


Figura 6.10. Confronto delle componenti del campo scatterato per due sfere intersecanti per una distanza dei centri delle sfere dall'origine del sistema pari a $R/4$. Sfere modellate secondo la cella di Jurkat.

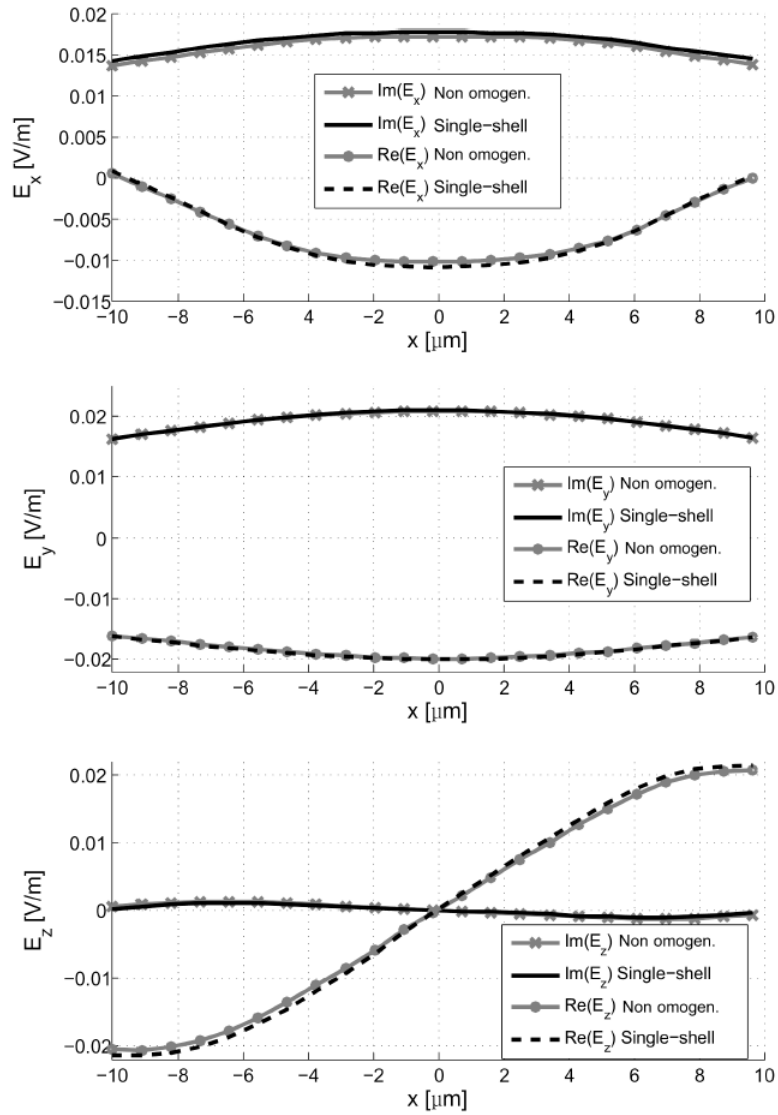


Figura 6.11. Confronto delle componenti del campo scatterato per due sfere intersecanti per una distanza dei centri delle sfere dall'origine del sistema pari a $3R/4$. Sfere modellate secondo la cella di Jurkat.

In conclusione di questo paragrafo notiamo anche che delle tre componenti del campo scatterato, quella lungo la direzione delle y risulta anche quella di massimo accordo tra i due modelli messi a confronto. La situazione peggiore si ha per la componente lungo z generalmente allontanandosi dal piano di simmetria del sistema di sfere intersecanti yz .

6.4 Analisi del campo scatterato durante la mitosi

Dopo aver studiato le condizioni di validità del modello *single-shell* e verificato la sua validità nel caso di nostro interesse, procediamo appunto con lo studio del campo scatterato da una cellula di Jurkat durante le diverse fasi della mitosi: cellula singola prima dell'inizio della mitosi, nove fasi intermedie e infine il caso di due cellule immediatamente dopo la conclusione del processo. In Fig. 6.12 vengono riportati

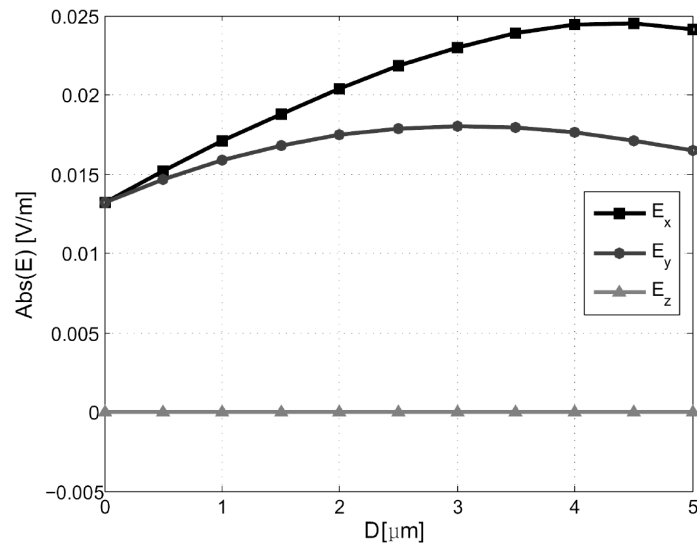


Figura 6.12. Modulo delle componenti del campo scatterato in corrispondenza delle diverse fasi della mitosi. L'asse delle ascisse corrisponde alla distanza D dei centri delle sfere intersecanti dall'origine del sistema di riferimento.

i moduli delle tre componenti del campo scatterato in funzione della distanza D dei centri delle sfere dall'origine del sistema di riferimento, con $D = 0 \mu m$ che corrisponde al caso della sfera singola, mentre $D = 2.5 \mu m$ al caso delle due sfere intersecanti, essendo il raggio delle sfere considerate pari a $R = 5 \mu m$. Infine $D = 5 \mu m$ corrisponde alla configurazione di sfere tangenti.

Come si può notare la massima variazione si ha nel caso della componente lungo l'asse delle x che risulta quindi essere quella più sensibile rispetto alla fase della mitosi. Analogamente al caso di una struttura cilindrica, la risposta massima si ha nel caso in cui il campo incidente è polarizzato lungo l'asse di caratteristiche geometriche maggiori dello scatteratore che nel nostro caso coincide con la direzione della congiungente dei centri delle due sfere. Con questa logica il massimo del campo scatterato si sarebbe dovuto avere in corrispondenza della massima distanza tra i centri delle sfere ovvero per $D = 5 \mu m$, però, come si può notare, esso si ha

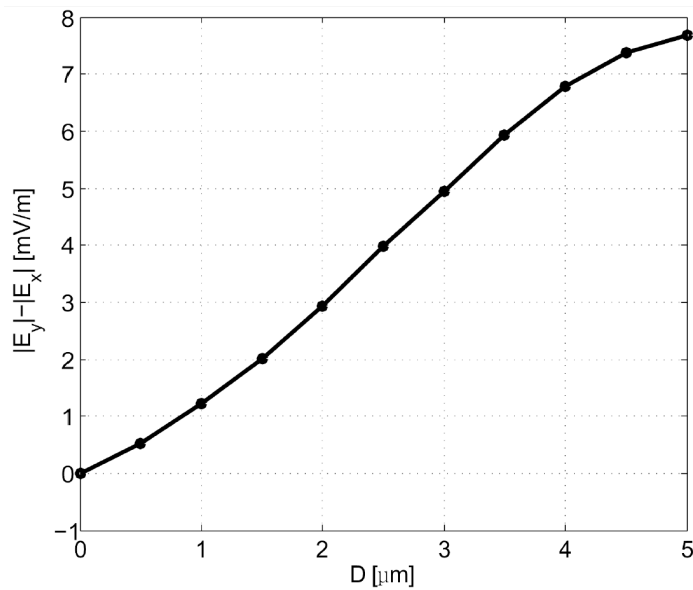


Figura 6.13. Differenza tra i moduli delle componenti dominanti del campo durante la mitosi. L'asse delle ascisse corrisponde alla distanza D dei centri delle sfere intersecanti dall'origine del sistema di riferimento.

leggermente prima della conclusione della mitosi. Pensiamo che la cuspidè che si ha nel caso limite di sfere tangenti sia la causa di questo comportamento a prima vista anomalo in quanto non consente il scorrere della corrente indotta.

D'altra parte, se non è possibile conoscere a priori la direzione della congiungente i centri delle sfere, per determinare la fase in cui si trova il processo di mitosi, si potrebbe osservare la differenza del modulo delle componenti dominanti del campo (Fig. 6.13). La differenza aumenta al proseguire del processo e quindi la funzione sigmoideale si può utilizzare per monitorare il processo di mitosi.

6.5 Sommario

In questo capitolo abbiamo presentato lo studio dello scattering elettromagnetico da una cellula di Jurkat durante le diverse fasi del processo di mitosi con l'obiettivo di determinare se è possibile risalire alla fase della mitosi dalla semplice osservazione del campo elettromagnetico scatterato dalla cellula. La cellula viene modellata come una sfera a singolo strato, con lo strato che modella la membrana cellulare.

Il campo scatterato è stato calcolato tramite l'uso di un simulatore elettromagnetico commerciale che implementa il metodo agli elementi finiti. Abbiamo riscontrato che il grande rapporto di dimensioni formato dal raggio della sfera e lo spessore della membrana (circa 1/500) comporta difficoltà considerevoli in fase di simulazione, e siamo riusciti a aggirare questo problema mediante l'omogeneizzazione del sistema cellula-membrana. Il modello di sfera singola derivato è stato studiato estensivamente mediante simulazioni numeriche confrontando i risultati forniti con quelli del modello a singolo strato. La sua validità è stata verificata sia nei casi limite di singola sfera (prima del processo di mitosi) e di due sfere tangenziali (immediatamente

dopo la conclusione della mitosi), che nel caso intermedio di sfere perfettamente compenetranti. Per quest'ultimo caso siamo riusciti a derivare empiricamente una condizione sul rapporto tra lo spessore della membrana cellulare ed il raggio della cellula stessa, tale da soddisfare il modello di omogeneizzazione.

Dopo aver verificato che la cellula di Jurkat soddisfacesse la condizione di validità di cui sopra, abbiamo studiato lo scattering elettromagnetico durante la divisione cellulare. Dall'osservazione dei campi scatterati si può affermare che la componente del campo più sensibile alla fase di divisione risulta essere quella lungo la direzione congiungente i centri delle sfere, che è anche la direzione della massima dimensione geometrica del sistema. Quando l'orientamento delle cellule non si conosce a priori, si può osservare la differenza tra i moduli delle componenti dominanti del campo scatterato. Essa aumenta con l'avanzamento del processo di mitosi secondo una funzione sigmoideale. Concludiamo affermando che tramite l'osservazione del campo scatterato è possibile monitorare il processo di divisione cellulare.

Bibliografia

- [1] R. J. Epstein, J. V. Watson e P. J. Smith, “Subpopulation analysis of drug-induced cell-cycle delay in human tumor cells using 90° light scatter,” *Cytometry*, **9**, 349–358 (1998).
- [2] V. Raicu, G. Raicu e G. Turcu, “Dielectric properties of yeast cells as simulated by the two-shell model,” *Biochimica et Biophysica Acta*, **1274**, 143–148 (1996).
- [3] R. An, K. Jeong, J. Turek e D. Nolte, “Identifying mitosis deep in tissue using dynamic light scattering fluctuation spectroscopy,” in *Proceedings SPIE 8222, Dynamics and Fluctuations in Biomedical Photonics IX*, (2012).
- [4] K. Hasegawa, S. J. Ryu e P. Kalàb, “Chromosomal gain promotes formation of a steep RanGTP gradient that drives mitosis in aneuploid cells,” *Journal of Cell Biology*, **200**, 151–161 (2013).
- [5] A. Irimajiri, T. Suzaki, K. Toshinobu, K. Asami e T. Hanai, “Dielectric modeling of biological cells: Models and algorithm,” *Bulletin of the Institute for Chemical Research, Kyoto University*, **69**, 421–438 (1991).
- [6] K. Asami, “Dielectric dispersion in biological cells of complex geometry simulated by the three-dimensional finite difference method,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, **39**, 492–499 (2006).
- [7] A. Di Biasio, L. Ambrosone e C. Cametti, “Dielectric properties of biological cells in the dipolar approximation for the single-shell ellipsoidal model: The effect of localized surface charge distributions at the membrane interface,” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, **82**, (2010).
- [8] B. V. Bronk, W. P. Van De Merwe e M. Stanley, “In vivo measure of average bacterial cell size from a polarized light scattering function,” *Cytometry*, **13**, 155–162 (2005).
- [9] A. Brunsting e P. F. Mullaney, “Differential light scattering from spherical mammalian cells,” *Biophysical Journal*, **14**, 439–453 (1974).
- [10] M. Nüsse, M. Julch, E. Geido, S. Bruno, A. Di Vinci, W. Giaretti e K. Ruoss, “Flow cytometric detection of mitotic cells using the bromodeoxyuridine/DNA technique in combination with 90° and forward scatter measurements,” *Cytometry*, **10**, 312–319 (1989).

- [11] K. Asami, T. Takahashi e S. Takashima, "Dielectric properties of mouse lymphocytes and erythrocytes," *Biochimica et Biophysica Acta*, **1010**, 49–55 (1989).
- [12] K. Asami e S. Takashima, "Membrane admittance of cloned muscle cells in culture: use of a micropipette technique," *Biochimica et Biophysica Acta*, **1190**, 129–136 (1994).
- [13] T. Hanai, "Theory of the dielectric dispersion due to the interfacial polarization and its application to emulsions," *Kolloid-Zeitschrift*, **171**, 23–31 (1960).
- [14] S. Takashima, *Electrical Properties of Biopolymers and Cell Membranes*, Adam Hilger, Bristol, 1989.
- [15] P. Debye, *Polar Molecules*, Dover, New York, 1945.
- [16] J. C. Maxwell, *Treatise on Electricity and Magnetism* Clarendon, Oxford, 1891.
- [17] K. W. Wagner, "Erklärung der dielektrischen Nachwirkungvorgänge auf Grund Maxwellscher Vorstellungen," *Archiv für Elektrotechnik*, **2**, 371–387 (1914).
- [18] J. B. Mile e H. P. Robertson, "The Dielectric Behavior of Colloidal Particles with an Electric Double-Layer," *Physical Review*, **40**, 583–591 (1932).
- [19] V. Raicu e A. Popescu, *Integrated Molecular and Cellular Biophysics*, Springer, Berlin, 2008.
- [20] H. Pauly e H.P. Schwan, "The impedance of a suspension of spherical particles surrounded by a shell, (ber die Impedanz einer von kugelformigen Teilchen mit eine Schale)," *Zeitschrift für Naturforschung*, **14b**, 125–131 (1959).
- [21] M. Frénéa-Robin, N. Burais, F. Buret, N. Haddour, L. Nicolas, R. Perrussel, R. Scorretti, N. Siauve e D. Voyer, "Electromagnetic characterization of biological cells," *International Conference on Electromagnetic Fields, Health and Environment*, São Paulo, Brazil (2009).
- [22] L. N. Nikolaevich e O. V. Chudakova, "Influence high frequency electromagnetic waves on cell proliferation," *The Fifth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter, and Submillimeter Waves, MSMW 04*, **2**, 877– 878 (2004).
- [23] H. Hintzsche, C. Jastrow, T. Kleine-Ostmann, U. Kärst, T. Schrader e H. Stopper, "Terahertz electromagnetic fields (0.106 THz) do not induce manifest genomic damage in vitro," *PLoS ONE*, **7**, (2012).
- [24] C. F. Bohren e D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley, 1983.
- [25] M. Pitkonen, "Polarizability of the dielectric double-sphere," *Journal of Mathematical Physics*, **47**, 102901 (2006).

-
- [26] M. Pitkonen, “An explicit solution for the electric potential of the asymmetric dielectric double sphere,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, **40**, 1483–1488 (2007).

Elenco delle figure

1.1	Decomposizione del vettore d'onda.	2
1.2	Geometria del problema e definizione del sistema di riferimento.	3
1.3	Funzione dielettrica relativa del gas di elettroni liberi.	10
1.4	Curva di dispersione (in rosso) dell'onda SPP sostenuta da un'interfaccia aria/metallo. Nel grafico viene rappresentata anche la linea di propagazione della luce in aria (in blu). La regione in azzurro è il cono di radiazione in aria.	10
1.5	Nel caso senza perdite, per $\omega_{sp} < \omega < \omega_p$, la costante di propagazione k_{spp} è puramente immaginaria. Esiste dunque un bandgap all'interno del quale la propagazione non può avere luogo.	11
1.6	Incidenza diretta	12
1.7	Curve di dispersione delle onde SPP all'interfaccia aria/metallo (in rosso) e prisma/metallo (in nero). In figura vengono tracciate anche le linee di propagazione della luce in aria e nel prisma (in blu).	13
1.8	Geometria di Kretschmann (sinistra) e Otto (destra).	14
1.9	Slab plasmonico immerso in dielettrico (sinistra) e slab dielettrico rivestito di strati metallici (destra). Le regioni in blu rappresentano il dielettrico, mentre quelle in grigio il metallo.	15
1.10	Indice di rifrazione efficace e lunghezza di propagazione dei modi LR-SPP e SR-SPP per un film d'oro in aria alla lunghezza d'onda di 755 nm . Riportato da [9].	16
1.11	Curva di dispersione del modo fondamentale di una guida MDM ove il metallo è argento ed il dielettrico aria per diversi spessori dello slab centrale, con riferimento all'inset della figura: $a = 50 \text{ nm}$ (curva tratteggiata di colore grigio), $a = 25 \text{ nm}$ (curva tratteggiata di colore nero) e $a = 12.5 \text{ nm}$ (curva continua di colore nero). Vengono inoltre riportate anche le curve di dispersione di una interfaccia singola aria-argento (curva continua grigia) e la linea della luce in aria (linea grigia) [17].	16

2.1	Modo fondamentale della guida <i>wedge</i> [2] (in alto a sinistra); modo fondamentale della guida plasmonica a canale troncata [3] (in alto a destra); modo fondamentale sostenuta da una nanostriscia di ora su un substrato di sapphire operante a $\lambda_0 = 1.48 \mu m$ [4]; e modo ibrido sostenuto da una nanostriscia di GaAs immersa in vetro e posta sopra un piano di argento operante a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$ [5]. Figure riprodotte da [1].	22
2.2	Sezione trasversa della guida a slot: struttura simmetrica (sinistra) e struttura asimmetrica (destra). In grigio viene presentato il metallo, mentre in blu il vetro. Notare anche il sistema di riferimento scelto in questa trattazione.	23
2.3	Real (a) and imaginary (b) parts of the relative electric permittivity of gold (solid line), silver (dashed line) and aluminium (dash-dotted line).	24
2.4	Dominio di simulazione nel caso più generale di struttura asimmetrica. La linea tratteggiata blu denota il percorso di integrazione della componente dominante del campo magnetico, mentre la linea tratteggiata gialla quella della componente dominante del campo magnetico.	26
2.5	Modulo delle componenti E_x ed E_z del campo elettrico (a) e della componente H_y del campo magnetico (b) lungo la linea orizzontale di simmetria, $y = 0$, nel caso di una guida simmetrica con slot di dimensioni $50 \times 50 nm^2$ composta di argento che opera a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$. Valori normalizzati al massimo di $ E_x $	28
2.6	Linee del campo trasverso elettrico (a) e magnetico (b) del modo fondamentale per una guida simmetrica con slot di dimensioni $50 \times 50 nm^2$. Le parti in grigio denotano le regioni di metallo.	29
2.7	Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a) e lunghezza di propagazione L_p (b) del modo fondamentale sostenuto da una guida a slot di dimensioni $50 \times 50 nm^2$ in funzione della lunghezza d'onda dello spazio libero; (c) fattore di confinamento e (d) parte reale dell'impedenza caratteristica equivalente.	30
2.8	Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a), lunghezza di propagazione L_p (b), fattore di confinamento (c) e parte reale dell'impedenza caratteristica equivalente (d) del modo fondamentale sostenuto da una struttura simmetrica operante alla lunghezza d'onda dello spazio libero $\lambda_0 = 1.55 \mu m$ in funzione della larghezza della slot w	32
2.9	Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a) e lunghezza di propagazione L_p (b) del modo fondamentale in funzione della lunghezza d'onda di funzionamento nel caso di una guida asimmetrica con slot di dimensioni $50 \times 50 nm^2$. La linea tratto-punto corrisponde all'indice di rifrazione del substrato.	35
2.10	(a) Indice di rifrazione efficace del modo per una guida asimmetrica di alluminio con una regione di slot di dimensioni $50 \times 50 nm^2$ (linea continua), indice di rifrazione efficace del modo a più alto indice di rifrazione dello slab asimmetrico DMD (linea tratteggiata) e indice di rifrazione del substrato (linea tratto-punto); (b) lunghezza di propagazione del modo.	36

2.11	Indice di rifrazione efficace n_{eff} (a) e lunghezza di propagazione L_p (b) del modo fondamentale in funzione della larghezza di slot w per una guida asimmetrica che opera a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$, spessore del film metallico $t = 50 nm$. La linea tratto-punto corrisponde all'indice di rifrazione del substrato.	37
3.1	(a) Illustrazione di un antenna ottica Yagi [13] che alimenta una guida a slot accoppiando un fascio laser incidente su di essa con il modo fondamentale di propagazione della guida; (b) le guide d'onda sono coperte da un <i>cladding</i> ; (c) immagine di diversi nanocircuiti plasmonici multicomponente e (d) particolare dell'antenna Yagi [12].	44
3.2	Immagine SEM dell'accoppiatore direzionale plasmonico [12] dove vengono visualizzate anche le antenne utilizzate per l'accesso al componente: in rosso la porta d'ingresso, in verde quelle di uscita, accoppiata in alto e diretta in basso, e in nero l'uscita di riferimento.	45
3.3	Geometria della guida MDM e le componenti del modo fondamentale da esso sostenuto. In blu viene rappresentata la regione di dielettrico, mentre in grigio quelle occupate dall'argento.	46
3.4	Parte reale (a) e immaginaria (c) dell'indice di rifrazione efficace e lunghezza d'onda efficace (b) del modo fondamentale al variare dello spessore w a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$	47
3.5	Sezione trasversa della guida MDM (invariante in direzione z). In rosso la linea di integrazione della componente trasversa del campo magnetico H_z . In blu viene presentata la regione di dielettrico, mentre quelle d'argento in grigio.	48
3.6	Impedenza caratteristica della linea al variare dello spessore dello strato centrale w	49
3.7	Schema di un accoppiatore direzionale.	49
3.8	Geometria e regole di progetto di un accoppiatore ad anello.	50
3.9	Modulo normalizzato del campo elettrico a $\lambda_0 = 1.55 \mu m$ quando l'accoppiatore viene alimentato dalla porta 1. L'unità di misura degli assi è il micrometro.	51
3.10	(a) Trasmissione alle porte di uscita, a quella isolata e perdite e (b) fase dei segnali di uscita nell'accoppiatore direzionale a rami lungo la banda di lunghezze d'onda di interesse quando alimentato dalla porta 1.	53
3.11	Geometria e regole di progetto di un accoppiatore ad anello.	54
3.12	Trasmissione alle porte di uscita e perdite dell'accoppiatore ad anello alimentato dalla porta somma, 1. Nell'inset della figura viene presentato il modulo normalizzato del campo elettrico, mentre la pallina verde indica la porta di alimentazione.	55
3.13	(a) Trasmissione alle porte di uscita e perdite, e (b) fase dei segnali di uscita lungo la banda di lunghezze d'onda di interesse nell'accoppiatore direzionale ad anello quando alimentato dalla porta differenza 4. Nell'inset della figura viene presentato il modulo normalizzato del campo elettrico, mentre la pallina verde indica la porta di alimentazione.	56
4.1	Principio di funzionamento di una FSS semplice.	61

4.2	Superficie selettiva in frequenza cilindrica (CFSS).	62
4.3	Cella elementare della superficie selettiva in frequenza cilindrica. . .	63
4.4	(a) Dominio di simulazione con in blu le <i>patch</i> della CFSS; (b) in blu il dominio costituito dal PML; (c) e (d) applicazione della condizione di periodicit� assiale e (e) in blu la linea di corrente utilizzata come eccitazione.	67
4.5	Confronto tra i valori forniti dal metodo analitico, COMSOL e quelli presenti in letteratura [12] per il rapporto tra la potenza irradiata in presenza e non della CFSS in funzione della frequenza. Caso di un allineamento di $N = 16$ elementi circolari di lunghezza $l = 90 \text{ mm}$ e larghezza $w = 4 \text{ mm}$ e periodicit� della cella elementare $d = 100 \text{ mm}$ e $b = 50 \text{ mm}$	68
4.6	Rapporto delle potenze irradiate in presenza e non della CFSS per la validazione del metodo analitico mediante confronto con dati in letteratura [12]. $N = 16$, $l = 90 \text{ mm}$, $w = 4 \text{ mm}$, $d = 100 \text{ mm}$ e $b = 50 \text{ mm}$	68
4.7	Rapporto della potenza irradiata in presenza della CFSS e quella irradiata in assenza della CFSS per $N = 320$, $l = 75 \text{ mm}$, $w = 4 \text{ mm}$, $d = 80 \text{ mm}$ e $b = 50 \text{ mm}$	69
5.1	La configurazione utilizzata per la caratterizzazione di un campione.	74
5.2	Approssimazione del cono troncato con dischi cilindrici.	74
5.3	Cilindro metallico posizionato sopra un piano di massa.	75
5.4	Diagramma schematico del cilindro tra due piani di massa e denominazione dei parametri geometrici adottati per questo studio.	75
5.5	Rappresentazione schematica del modello per la simulazione COMSOL.	79
5.6	Potenziale elettrico nel caso di un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \text{ }\mu\text{m}$, raggio $a = 0.1 \text{ }\mu\text{m}$, posto a distanza $d = 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ dal piano di massa calcolato con COMSOL Multiphysics quando sulla superficie del cilindro viene applicato un potenziale $V_0 = 1 \text{ V}$. Riportiamo anche l'asse di simmetria cilindrica z , mentre l'asse orizzontale corrisponde alla variabile radiale r . Il dominio di simulazione ha dimensioni $70 \times 80 \text{ }\mu\text{m}^2$	80
5.7	Studio della convergenza della serie in C_{sl}^* per un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \text{ }\mu\text{m}$, raggio $a = 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ e distanza $d = 0.105, 0.155$ e $0.205 \text{ }\mu\text{m}$ dal piano di massa.	81
5.8	Capacit� verso massa al variare del raggio per un cilindro di lunghezza $h_{cil} = 80 \text{ }\mu\text{m}$, raggio $a = 0.1 \text{ }\mu\text{m}$ e tre diverse distanze dal piano di massa $d = 0.105, 0.155$ e $0.205 \text{ }\mu\text{m}$ calcolata con il metodo analitico (a) e COMSOL (b).	82
5.9	I parametri geometrici del cono troncato considerato in questo studio.	83
5.10	Definizione dei parametri utilizzati per l'algoritmo di calcolo della capacit� verso massa del cono troncato.	83
5.11	Analisi di convergenza della capacit� del cono troncato. Le curve corrispondono a tre strutture di uguale lunghezza $h_c = 80 \text{ }\mu\text{m}$ posizionate alla stessa distanza $d = 0.105 \text{ }\mu\text{m}$ dal piano di massa, ma con valori diversi dell'angolo di apertura del cono.	84

6.1	Illustrazione d'artista delle diverse fasi della mitosi.	89
6.2	Omogeneizzazione della membrana. A sinistra la sfera con la membrana e le proprietà elettromagnetiche dei costituenti, mentre a destra il risultato del processo di omogeneizzazione con le proprietà dielettriche efficaci.	90
6.3	Definizione del problema elettromagnetico per la validazione del primo modello. La linea tratteggiata viene utilizzata per l'osservazione del campo scatterato.	93
6.4	Confronto delle componenti del campo scatterato lungo la linea di osservazione calcolate con il metodo di Mie (MATLAB) e tramite simulazione numerica.	94
6.5	Schema dei problemi studiati per la validazione mediante simulazione numerica del modello <i>single-shell</i> : sfera con singolo strato (a) e singola sfera omogeneizzata (b). Ci siamo messi nella situazione limite di sfere tangenti ovvero immediatamente dopo la fine del proceso di mitosi.	95
6.6	Risultati per la seconda validazione del modello di omogeneizzazione.	96
6.7	Problema delle due sfere intersecanti.	97
6.8	Confronto delle componenti del campo scatterato per due sfere perfettamente compenetranti con $d = R/10$. I modelli impiegati sono quello <i>single-shell</i> e cellula-membrana (non omogeneizzato).	98
6.9	Componenti del campo scatterato calcolate facendo uso dei modelli <i>single-shell</i> e cellula-membrana (non omogeneizzato) per due sfere perfettamente compenetranti per un rapporto di dimensioni $d = R/50$	99
6.10	Confronto delle componenti del campo scatterato per due sfere intersecanti per una distanza dei centri delle sfere dall'origine del sistema pari a $R/4$. Sfere modellate secondo la cellula di Jurkat.	100
6.11	Confronto delle componenti del campo scatterato per due sfere intersecanti per una distanza dei centri delle sfere dall'origine del sistema pari a $3R/4$. Sfere modellate secondo la cellula di Jurkat.	101
6.12	Modulo delle componenti del campo scatterato in corrispondenza delle diverse fasi della mitosi. L'asse delle ascisse corrisponde alla distanza D dei centri delle sfere intersecanti dall'origine del sistema di riferimento.	102
6.13	Differenza tra i moduli delle componenti dominanti del campo durante la mitosi. L'asse delle ascisse corrisponde alla distanza D dei centri delle sfere intersecanti dall'origine del sistema di riferimento.	103

Elenco delle pubblicazioni

Pubblicazioni su rivista

- [R.1] F. Frezza, P. Nocito e E. Stoja, “A study on the fundamental mode characteristics sustained by the plasmonic slot waveguide,” *Atti della Fondazione Giorgio Ronchi*, **68**, 55 (2013).
- [R.2] F. Frezza, F. Mangini, E. Stoja e N. Tedeschi, “Electromagnetic Interaction by a Biological Cell during the Different Phases of Mitosis,” *Mathematical Biosciences*, articolo sottomesso.
- [R.3] F. Frezza, F. Mangini, M. Muzi e E. Stoja, “Hierarchical in silico validation procedure for biomass estimation techniques based on dielectric spectroscopy,” *Medical and Biological Engineering and Computing*, articolo sottomesso.

Pubblicazioni su atti di convegni

- [C.1] E. Stoja e F. Frezza, “Metal-Insulator-Metal (MIM) Plasmonic Waveguide Based Directional Couplers Operating at Telecom Wavelengths,” *6th UK, Europe, China Millimeter Waves and THz Technology Workshop*, Roma , 9-11 settembre 2013.
- [C.2] F. Frezza, F. Mangini, M. Muzi, C. Santini, E. Stoja e N. Tedeschi, “Sphygmic Stress Diagnosis in Capillary Arterial Blood Vessels by Electromagnetic Radiation Scattering,” *Proceedings of the 2013 World Congress on Advances in Nano, Biomechanics, Robotics and Energy Research ANBRE13*, Seul, Corea del Sud, 25-28 agosto 2013.
- [C.3] F. Frezza, F. Mangini, E. Stoja e N. Tedeschi, “Numerical Study of the Electromagnetic Scattering by a Biological Cell Nucleus during the Different Major Phases of Mitosis”, *Proceedings of the 2013 World Congress on Advances in Nano, Biomechanics, Robotics and Energy Research ANBRE13*, Seul, Corea del Sud, 25-28 agosto 2013.
- [C.4] E. Di Salvo, F. Frezza, E. Stoja e N. Tedeschi, “Single Layer Cylindrical Frequency-Selective Structures for Radome Applications”, *Proceedings of the 34th Progress in Electromagnetics Research Symposium PIERS 2013*, Stoccolma, Svezia, 12-15 agosto 2013, pp. 553–556.

- [C.5] F. Frezza ed E. Stoja, “Analysis and Design of Directional Couplers Based on Metal-Insulator-Metal (MIM) Plasmonic Waveguide”, *Proceedings of the 34th Progress in Electromagnetics Research Symposium PIERS 2013*, Stoccolma, Svezia, 12-15 agosto 2013.
- [C.6] F. Frezza, F. Mangini, E. Stoja e N. Tedeschi, “Effects on the Electromagnetic Scattering of a Plane Wave due to the Surface Roughness of a Buried Perfectly Conducting Pipeline”, *Proceedings of the European Geosciences Union General Assembly*, Vienna, Austria, 7-12 aprile 2013.
- [C.7] F. Frezza, P. Nocito e E. Stoja, “A study on the fundamental mode characteristics sustained by the plasmonic slot waveguide,” *Atti della XIX Riunione Nazionale di Elettromagnetismo*, Roma, 10-14 settembre 2012, 509–512.
- [C.8] F. Frezza, F. Mangini, M. Muzi, P. Nocito, E. Stoja e N. Tedeschi, “Numerical Study of the Scattering of a Short-Pulse Plane Wave by a Buried Sphere in a Lossy Medium”, *Proceedings of the 2012 European COMSOL Conference*, Milano, 10-14 ottobre 2012.
- [C.9] F. Frezza, P. Nocito e E. Stoja, “Modal Characterization of the Plasmonic Slot Waveguide Using COMSOL Multiphysics”, *Proceedings of the 2011 European COMSOL Conference*, Stoccarda, Germania, 26-28 settembre 2011.