

Chiara Miriano

Modellazione numerica della
risposta sismica di strutture di
sostegno flessibili

Tesi di Dottorato

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Geotecnica
XXIII Ciclo – 25 Novembre 2011

Relatore:
Prof. Claudio Tamagnini

Correlatori:
Prof. Alberto Burghignoli
Prof.sa Monica Pasca

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica
Via Eudossiana 18, 00184 Roma
Italia

Indice

1	Introduzione	1
----------	---------------------------	----------

Parte I Strutture di sostegno in condizioni simiche: Stato dell'Arte

2	Metodi semplificati per lo studio delle opere di sostegno in condizioni simiche	9
2.1	Introduzione	9
2.2	Teoria delle spinte in condizioni simiche	10
2.2.1	Equilibrio limite	11
2.2.2	Analisi limite	20
2.3	Metodo agli spostamenti	22
2.4	Soluzioni analitiche	24
3	Analisi numeriche per lo studio delle opere di sostegno in condizioni sismiche	25

Parte II Un modello costitutivo avanzato per sabbie

4	Il Modello costitutivo di Papadimitriou & Bouckovalas (2002) .	31
4.1	Introduzione	31
4.2	Teoria della plasticità classica	32
4.3	Teoria della plasticità con incrudimento cinematico	34
4.4	Teoria della plasticità con Bounding Surface	36
4.5	Il modello PB per le sabbie	37
4.5.1	Concetti ed equazioni di base	38
4.5.2	Deformazioni (para)elastiche	41
4.5.3	Deformazioni plastiche e incrudimento cinematico	43
4.5.4	Legge di evoluzione del tensore di <i>fabric</i>	44
4.5.5	Sintesi dei parametri del modello PB	46

5	Implementazione numerica del modello di Papadimitriou & Bouckovalas (2002)	47
5.1	Introduzione	47
5.2	Integrazione delle equazioni costitutive in forma incrementale	48
5.2.1	L'algoritmo di RKF-23 a passo adattativo con controllo dell'errore	50
5.2.2	L'algoritmo di Bardet & Chouchair (1991)	52
5.3	Verifica dell'implementazione	56
5.4	Accuratezza ed efficienza dell'implementazione	61
5.5	Linearizzazione consistente mediante derivazione numerica	71

Parte III Comportamento di una struttura di sostegno flessibile in condizioni dinamiche

6	Caratteristiche del codice di calcolo utilizzato	75
6.1	Introduzione	75
6.2	Caratteristiche generali di ABAQUS Standard	76
6.3	Analisi di transitorio dinamico a integrazione diretta in ABAQUS .	77
7	Analisi di una paratia puntonata in condizioni dinamiche	83
7.1	Introduzione	83
7.2	Geometria del problema	83
7.3	Descrizione del modello agli elementi finiti	85
7.4	Caratteristiche dei materiali	86
7.5	Condizioni iniziali	89
7.6	Accelerogrammi utilizzati	92
7.7	Analisi sismiche	98
7.7.1	Dimensione del dominio di studio	98
7.7.2	Dimensione degli elementi	98
7.7.3	Passo temporale di integrazione	101
7.7.4	Damping di Rayleigh	101
7.8	Programma delle analisi	102
8	Presentazione e interpretazione dei risultati	105
8.1	Condizioni statiche di fine scavo	105
8.2	Analisi dinamiche	122
8.2.1	Accelerogramma Colfiorito	124
8.2.2	Accelerogramma Assisi	144
8.2.3	Influenza del parametro di evoluzione del <i>fabric</i> , <i>C</i>	161

Parte IV

9	Conclusioni	173
	Riferimenti bibliografici	177

Introduzione

Strutture di sostegno di vario tipo, quali muri di sostegno, spalle di ponti, diaframmi a sbalzo o multiancorati e muri in terra armata costituiscono frequentemente degli elementi essenziali nella realizzazione di infrastrutture di trasporto, quali ad es., strade, ferrovie o strutture portuali, e di altre lifelines di vario genere presenti in aree sismicamente attive. Eventi sismici di media o elevata intensità registrati in passato hanno prodotto danni rilevanti sulle strutture di sostegno interessate dal sisma, tipicamente associati allo sviluppo di considerevoli deformazioni permanenti della struttura.

Nei casi più gravi, il collasso delle strutture di sostegno ha dato luogo a conseguenze disastrose sia dal punto di vista tecnico che economico. Un elemento importante nella valutazione quantitativa della vulnerabilità sismica delle infrastrutture di trasporto riguarda dunque la analisi della sicurezza – rispetto alle condizioni di stato limite ultimo e di servizio – delle strutture di sostegno che vengono più frequentemente utilizzate per la realizzazione di trincee, sottopassi, imbocchi di gallerie, spalle di ponti, banchine e moli, etc.

Una delle difficoltà principali nell'analisi di questo tipo di opere consiste nell'impossibilità di avere dati sul comportamento delle opere reali sottoposte a sollecitazioni di tipo sismico. L'attività di ricerca in questo ambito si è concentrata nello studio di tali tipologie di opere, sollecitate in campo dinamico, in scala ridotta, sottoposte a gravità naturale o sulla sperimentazioni su modelli in centrifuga.

In linea di principio, tuttavia, un quadro completo della risposta del sistema terreno-struttura di sostegno in condizioni sismiche può essere ottenuto facendo ricorso ai metodi dell'analisi numerica, e più specificamente, al metodo degli elementi finiti. Ciò è reso possibile sia grazie ai recenti sviluppi nella tecnologia delle piattaforme hardware attualmente disponibili, che consentono di analizzare problemi di medie o grandi dimensioni, in campo non lineare, mediante workstation di costo relativamente ridotto, sia per il parallelo sviluppo di codici di calcolo agli elementi finiti che implementano algoritmi di elevata efficienza, accuratezza ed affidabilità per la risoluzione di problemi non lineari. Tuttavia ad oggi ancora non è presente in letteratura una produzione organica di studi in questo ambito. Sono presenti infatti alcuni lavori condotti quasi esclusivamente adottando modelli costitutivi per il terreno di tipo convenzionale. Non sono pertanto al momento state

chiarite le numerose incertezze soprattutto concernenti la scelta di una legge costitutiva adeguata, né di quale siano le caratteristiche del comportamento ciclico dinamico dei terreni essenziali per una modellazione realistica.

Con il presente lavoro di Tesi si intende fornire un contributo alla comprensione dei fenomeni di interazione terreno-strutture di sostegno in campo dinamico mediante l'impiego di modelli numerici avanzati in campo nonlineare, sviluppati nell'ambito del metodo degli elementi finiti. L'attenzione è stata rivolta alle strutture di sostegno flessibili, ed in particolare alle paratie ancorate, sempre più frequentemente impiegate nella realizzazione di infrastrutture di trasporto e altre lifelines. L'attività di ricerca svolta nel triennio di Dottorato costituisce la normale prosecuzione del lavoro svolto nel corso del Progetto Esecutivo Reluis 2005–2008 dalla Unità di Ricerca dell'Università degli Studi di Perugia, coordinata dal Prof. C. Tamagnini, nell'ambito della Linea di Ricerca 6.1 Scavi profondi a cielo aperto in ambiente urbano e gallerie metropolitane (Coordinatore Prof. S. Aversa).

L'esecuzione di analisi numeriche avanzate finalizzate allo studio della risposta sismica delle strutture di sostegno flessibili, richiede l'impiego di equazioni costitutive per il terreno capaci di descrivere gli aspetti essenziali del loro comportamento meccanico in condizioni di carico dinamico. Le evidenze sperimentali disponibili mostrano che, tra le caratteristiche della risposta dinamica dei terreni, di particolare rilievo appaiono la non linearità, l'irreversibilità e la non linearità incrementale, il comportamento isteretico ed infine, la dipendenza dalla storia tensionale.

I modelli elastoplastici classici per i terreni, formulati nell'ambito della teoria della plasticità classica perfetta o incrudente sono in grado di riprodurre abbastanza bene i fenomeni di non linearità ed irreversibilità osservati in condizioni di carico monotono, ma non sono adeguati a descrivere correttamente l'accumulo di deformazioni irreversibili e di sovrappressioni interstiziali tipicamente associate a sollecitazioni dinamiche cicliche di elevata frequenza e hanno una limitata capacità di tenere in conto gli effetti della storia tensionale pregressa.

L'attività di ricerca in questo ambito ha richiesto in primo luogo lo studio della letteratura disponibile riguardo al comportamento dei terreni sotto azioni cicliche e dinamiche, con particolare riferimento ai terreni a grana grossa e la valutazione comparativa dei differenti approcci utilizzati nella modellazione costitutiva dei terreni in campo ciclico e dinamico. Per quanto riguarda il comportamento ciclico/dinamico dei terreni a grana grossa, il processo di selezione dei modelli costitutivi avanzati disponibili in letteratura è stato guidato dai seguenti criteri fondamentali:

- a) relativa semplicità della struttura matematica delle equazioni costitutive, essenziale al fine della valutazione qualitativa della risposta del modello e del ruolo giocato dalle diverse costanti che caratterizzano le proprietà del materiale, ma anche funzionale alla successiva implementazione numerica;
- b) possibilità di pervenire alla determinazione delle costanti del materiale mediante prove di laboratorio convenzionali, con procedure di determinazione diretta, per quanto possibile;
- c) capacità di riprodurre il comportamento di terreni sciolti o addensati mediante un unico insieme di costanti del materiale (i.e., tali da includere l'indice dei vuoti nell'insieme delle variabili di stato);

- d) possibilità di riprodurre condizioni di stato critico per deformazioni distorsionali estreme;
- e) capacità di descrivere per quanto possibile correttamente - sia dal punto di vista qualitativo che quantitativo - il decadimento della rigidità a taglio e l'aumento dell'energia dissipata per isteresi al crescere del livello di deformazione distorsionale;
- f) capacità di riprodurre correttamente - sia dal punto di vista qualitativo che quantitativo - i fenomeni di liquefazione statica e dinamica dovuti allo sviluppo di sovrappressioni interstiziali positive in processi di deformazione non drenati o parzialmente drenati;
- g) capacità di descrivere, almeno qualitativamente, gli effetti della anisotropia indotta e dell'evoluzione della tessitura (*fabric*) nel corso del processo di deformazione ciclica.

L'esame della letteratura recente sull'argomento, decisamente molto ricca ed articolata, ha portato alla selezione del modello costitutivo elastoplastico originariamente proposto da Manzari & Dafalias (1997), nella successiva versione di Papadimitriou & Bouckovalas (2002), nel seguito modello PBD. Tale modello rappresenta un buon compromesso tra le esigenze contrastanti di semplicità e versatilità nel riprodurre gli aspetti essenziali della risposta ciclica/dinamica delle sabbie.

Il modello è caratterizzato da una formulazione di tipo incrementale: piuttosto che fornire lo stato tensionale associato ad uno specifico stato di deformazione, viene definita la legge di evoluzione delle variabili di stato a partire da uno stato iniziale noto. Pertanto, la valutazione quantitativa degli effetti prodotti da un assegnato carico esterno - sia esso un incremento di tensione o di deformazione o una loro combinazione - richiede la soluzione di un problema di valori iniziali, i.e., l'integrazione nel tempo delle equazioni costitutive lungo un assegnato percorso di carico a partire da assegnate condizioni iniziali. Poiché la soluzione di tale problema non è generalmente ottenibile in forma chiusa, salvo che in casi molto particolari, l'implementazione dell'equazione costitutiva in forma incrementale nell'ambito del metodo degli elementi finiti richiede la messa a punto di un opportuno algoritmo di integrazione che svolga questo compito a livello locale, per ciascun punto di Gauss.

L'impiego pratico del modello di materiale selezionato, nelle analisi al finito, ha richiesto, pertanto, l'implementazione in un codice di calcolo FEM (il codice commerciale ABAQUS Standard v6.4). La scelta di utilizzare un codice di calcolo commerciale, in luogo di una piattaforma di calcolo specificamente sviluppata per scopi di ricerca, è motivata dal carattere eminentemente applicativo del presente studio. Rispetto ad altre possibili implementazioni commerciali del metodo degli elementi finiti, ABAQUS presenta diversi vantaggi, tra cui in particolare la possibilità di estendere la libreria dei modelli costitutivi per i terreni, già considerevolmente ricca, mediante l'impiego di moduli esterni scritti in linguaggio Fortran 77/90 (subroutine UMAT.f). È importante inoltre sottolineare che il formato di interfacciamento delle routine UMAT con il codice ABAQUS costituisce attualmente uno standard per l'implementazione di modelli costitutivi in codici agli elementi finiti commerciali o aperti, quali ad es., PLAXIS o TOCHNOG.

L'integrazione delle equazioni costitutive a livello locale costituisce il problema centrale della meccanica computazionale in campo nonlineare. Tra tutte le possibili strategie utilizzabili a tale scopo, la scelta è caduta su una particolare classe di algoritmi di tipo esplicito a passo variabile ed a controllo dell'errore mediante procedura adattativa. Tali algoritmi risultano sufficientemente versatili e robusti da consentire la loro applicazione sia a modelli a plasticità diffusa quali i modelli BS, sia a modelli ipoplastici, e sono già stati utilizzati in precedenza nell'ambito del gruppo di ricerca con risultati positivi. Il particolare algoritmo messo a punto nell'ambito della presente ricerca è un algoritmo di Runge-Kutta-Fehlberg (RKF) del terzo ordine, con passo adattativo e controllo dell'errore.

L'algoritmo sviluppato è stato sottoposto a una procedura di verifica della correttezza dell'implementazione. Sono state messe a confronto le simulazioni numeriche eseguite dagli autori, e pubblicate nei lavori di riferimento – Papadimitriou et al. (2001); Papadimitriou & Bouckovalas (2002) – con simulazioni ottenute per gli stessi percorsi di carico attraverso l'impiego della implementazione proposta nel presente lavoro di tesi. Inoltre è stato possibile effettuare ulteriori utili tests sulla correttezza dell'implementazione, sfruttando la collaborazione con il collega dottorando Martinelli (Martinelli, 2010), che ha sviluppato in Matlab, in maniera completamente indipendente, un driver costitutivo per lo stesso modello, basato sull'algoritmo di Bardet & Chouhair (1991). Il lavoro sull'algoritmo di punto di Gauss è stato completato da uno studio numerico articolato allo scopo di valutare l'accuratezza e l'efficienza della implementazione proposta.

Il modello di materiale implementato è stato poi impiegato per l'analisi di un problema al finito ideale, ma realistico, relativo ad una paratia in sabbia adensata asciutta, con un livello di vincolo in testa. Le analisi prevedono una descrizione semplificata delle operazioni di scavo e realizzazione dell'opera in condizioni statiche, seguite da una fase di sollecitazione sismica. L'opera di sostegno è stata analizzata anche impiegando un modello costitutivo convenzionale, elasto-plastico alla Mohr-Coulomb. Tale confronto è motivato dalla volontà di cogliere le differenze sostanziali tra una modellazione sofisticata e una modellazione che potrebbe rappresentare uno standard di progettazione, anche piuttosto elevato e relativamente poco diffuso, nella pratica professionale corrente. Lo studio è realizzato in forma parametrica al variare di modello costitutivo impiegato, di accelerogramma imposto alla base e al variare di alcune caratteristiche meccaniche del modello avanzato.

La presente Tesi è articolata in tre parti. Nella prima parte vengono trattati alcuni temi di carattere generale necessari ad inquadrare il problema dello studio delle opere di sostegno in condizioni dinamiche. In particolare si è tentato di dare una visione generale dei metodi di analisi disponibili ad oggi per lo studio delle strutture di sostegno in condizioni sismiche, suddividendoli in metodi semplificati e analisi numeriche.

Nel Cap. 2 viene fornita una visione generale dei metodi semplificati disponibili in letteratura. Tali metodi vengono suddivisi in teoria delle spinte in campo sismico, metodi agli spostamenti e soluzioni semplificate in forma chiusa.

Le analisi numeriche, fino ad oggi disponibili in letteratura, per la modellazione del comportamento delle strutture di sostegno, con particolare riferimento alle strutture di sostegno flessibili, sono descritte nel Cap. 3.

Nella seconda parte viene presentati il lavoro di implementazione e lo studio numerico effettuato a livello di punto di Gauss.

Nel dettaglio, nel Cap. 4 viene descritta la formulazione matematica del modello per sabbie PBD, con particolare attenzione alla discussione dei fondamenti della teoria della plasticità nell'ambito della quale è stato sviluppati.

Nel Cap. 5 viene descritto l'algoritmo messo a punto per l'implementazione del modello costitutivo. Vengono inoltre presentati i risultati relativi allo studio numerico per la valutazione della correttezza, accuratezza ed efficienza dell'implementazione.

Nella terza parte della tesi è descritto invece il modello agli elementi finiti, il programma di analisi effettuate e i principali risultati dello studio.

In particolare nel Cap. 6 vengono brevemente illustrate le principali caratteristiche della piattaforma di calcolo utilizzata nel presente lavoro - il codice agli elementi finiti ABAQUS Standard v.6.4, con particolare attenzione alle procedure di integrazione delle equazioni di equilibrio in campo dinamico, disponibili nel codice di calcolo.

Nel Cap. 7 viene descritto nel dettaglio il modello agli EF in termini di geometria del problema, discretizzazione del modello e caratteristiche dei materiali adottati. Vengono forniti inoltre dettagli sulle procedure di analisi in campo statico e dinamico con particolare attenzione alla scelta degli accelerogrammi impiegati e delle procedure di controllo dell'accuratezza della soluzione.

Infine, nel Cap. 8 vengono presentati i risultati delle analisi, sotto forma di confronti, in termini di storia di accelerazione, spettri di Fourier delle accelerazioni, spostamenti e sollecitazioni sugli elementi strutturali e percorsi tensio-deformativi in vari punti del dominio di studio.

Il lavoro termina con il Cap. 9, che sintetizza le principali conclusioni ottenute e fornisce alcuni spunti per i futuri sviluppi della ricerca.

**Strutture di sostegno in condizioni simiche: Stato
dell'Arte**

Metodi semplificati per lo studio delle opere di sostegno in condizioni sismiche

2.1 Introduzione

Lo studio della risposta delle strutture di sostegno alle azioni sismiche ha ricevuto negli ultimi anni una considerevole attenzione. Peraltro, gran parte della attività di ricerca, sia sperimentale che teorica si è focalizzata su strutture di sostegno rigide quali ad es., i muri di sostegno a gravità, che, di norma, raggiungono le condizioni di rottura attraverso cinematismi di collasso di corpo rigido, quali traslazione, ribaltamento o instabilità globale. Allo stato attuale, la progettazione di strutture di sostegno rigide è tipicamente basata sull'impiego di metodi pseudostatici (dell'equilibrio limite), nei quali gli effetti del sisma sono descritti attraverso la teoria della spinta di Mononobe–Okabe, o su procedure semplificate per la valutazione degli spostamenti permanenti indotti dalla azione sismica, derivate dal metodo di Newmark.

L'esperienza acquisita nel corso degli anni ha mostrato che i metodi tradizionali precedentemente menzionati, a dispetto delle drastiche approssimazioni introdotte nella valutazione della risposta sismica, forniscono una valutazione ragionevolmente soddisfacente delle azioni sismiche sulle strutture di sostegno rigide e degli effetti ad esse correlati, almeno per altezze non troppo elevate e quando al terreno a tergo del muro siano consentite deformazioni tali da raggiungere le condizioni di equilibrio limite attivo (Whitman, 1990).

Per quanto riguarda il comportamento dinamico delle strutture di sostegno flessibili, l'impiego nella progettazione di procedure semplificate quali i metodi pseudostatici non appare invece completamente giustificabile da un punto di vista teorico. Al riguardo, è opportuno notare che - prendendo spunto dalle osservazioni di Kitajima & Uwabe (1979), che in uno studio relativo al comportamento osservato in condizioni sismiche di 110 paratie ancorate in testa riferiscono di danni permanenti o collasso nel 64% dei casi esaminati - Siller & Frawley (1992) osservano che le procedure di analisi convenzionali appaiono sostanzialmente inadeguate.

In particolare, i metodi attualmente utilizzati per la progettazione antisismica di strutture di sostegno rigide non consentono di tenere in conto alcuni aspetti fondamentali del processo di interazione terreno–struttura in campo dinamico, quali:

- a) l'influenza delle caratteristiche di deformabilità e resistenza della struttura di sostegno e del sistema di supporto sull'andamento delle sollecitazioni agenti nella parete e nei tiranti;
- b) lo sviluppo di deformazioni permanenti nel terreno, cui si associano spostamenti e deformazioni irreversibili della parete e variazioni significative dello stato di sollecitazione negli elementi strutturali (parete, tiranti) nelle condizioni post-sismiche rispetto alle condizioni di equilibrio iniziali;
- c) gli eventuali effetti associati alla presenza di acqua ed alla insorgenza di eventuali fenomeni di liquefazione del terreno, che possono portare al completo collasso della struttura;
- d) l'influenza di fattori costruttivi sulla risposta dinamica della struttura quali, ad es., lunghezza di infissione della parete, numero e disposizione dei tiranti, lunghezza dei tiranti, livello di precarico adottato, etc.

In linea di principio, un quadro completo della risposta del sistema terreno-struttura di sostegno in condizioni sismiche può essere ottenuto facendo ricorso ai metodi dell'analisi numerica, e più specificamente, al metodo degli elementi finiti. Allo stato attuale, tuttavia, i contributi reperibili in tal senso nella letteratura tecnica sono relativamente scarsi, ed in molti casi si riferiscono simulazioni condotte assumendo modelli di comportamento per il terreno relativamente convenzionali, inadatti a riprodurre correttamente gli aspetti essenziali della risposta dinamica/ciclica dei terreni naturali.

Nel seguito del capitolo verrà presentato un sintetico stato dell'arte riguardante lo studio del comportamento dinamico di strutture di sostegno, con particolare riferimento ai metodi semplificati disponibili in letteratura. Tali metodi vengono suddivisi in teoria delle spinte in campo sismico (Par. 2.2), metodi agli spostamenti (Par. 2.3) e soluzioni semplificate in forma chiusa (Par. 2.4).

Le analisi numeriche, fino ad oggi disponibili in letteratura, per la modellazione del comportamento delle strutture di sostegno, con particolare riferimento alle strutture di sostegno flessibili, sono descritte nel Cap. 3.

2.2 Teoria delle spinte in condizioni sismiche

L'approccio più comune per il progetto di strutture di sostegno in condizioni sismiche prevede di stimare opportunamente il carico imposto alla strutture durante il terremoto e di progettare di conseguenza una struttura idonea a sopportare tale carico. Dal momento che la configurazione di carico durante l'evento sismico è piuttosto complicata da valutare, la spinta che il terrapieno esercita sulla struttura di sostegno deve essere valutata attraverso metodi semplificati. Affinché in prossimità del muro si sviluppi completamente la spinta passiva e/o attiva dinamica, è necessario che la struttura accumuli sufficienti spostamenti. Tali strutture di sostegno sono comunemente denominate in letterature *yielding walls*. Le spinte agenti su queste tipologie di muri vengono abitualmente stimate attraverso procedure pseudostatiche, nelle quali l'effetto dell'azione sismica è espresso da opportune accelerazioni orizzontali e verticali costanti applicate staticamente alle masse. Nella versione più comune dell'analisi pseudo-statica si assumono accelerazioni che producono forze di inerzia F_h e F_v applicate al baricentro del cuneo di

spinta, che agiscono rispettivamente in direzione orizzontale e verticale. Le forze pseudo-statiche sono pari a:

$$F_h = \frac{a_h W}{g} = k_h W \quad (2.1)$$

$$F_v = \frac{a_v W}{g} = k_v W \quad (2.2)$$

dove:

a_h e a_v sono, rispettivamente, le accelerazioni pseudo-statiche orizzontale e verticale; k_h e k_v sono i coefficienti di accelerazione orizzontale e verticale; W è il peso del cuneo di collasso.

Un'analisi pseudo-statica è relativamente semplice e diretta. Tuttavia la rappresentazione dei complessi effetti di una sollecitazione sismica attraverso una singola costante di accelerazione unidirezionale risulta ovviamente piuttosto grossolana. L'esperienza ha mostrato che l'approccio pseudo-statico si dimostra poco affidabile in presenza di terreni che sviluppano notevoli sovrappressioni interstiziali o mostrano un decadimento della resistenza maggiore del 15% durante la scossa sismica (Kramer, 1996).

I metodi pseudostatici sono basati su due principali teorie di base: la teoria dell'equilibrio limite che estende il cosiddetto metodo di Coulomb (o metodo del cuneo di spinta) alle condizioni dinamiche e la teoria dell'analisi limite, basata sui teoremi di estremo.

2.2.1 Equilibrio limite

Mononobe–Okabe (1924,1929)

Okabe (1924) e Mononobe & Matuo (1929) sono stati i primi ad ottenere, in maniera indipendente, i coefficienti di spinta attiva e passiva estendendo il metodo di Coulomb, originariamente sviluppato per le condizioni statiche, alle condizioni sismiche. Il metodo è a tutt'oggi noto come *metodo di Mononobe–Okabe*. Vengono ipotizzate superfici di scivolamento rettilinee che individuano due cinematismi di collasso, attivo e passivo, di tipo cuneiforme. La Fig. 5.9 mostra la geometria del problema, le superfici di collasso e le azioni considerate nell'analisi.

Il metodo di Mononobe–Okabe è in grado di fornire con buona approssimazione l'entità delle azioni sismiche di picco agenti su muri di sostegno. D'altro canto, il metodo è basato su tre ipotesi fondamentali:

- il sistema muro–terreno ha già subito, prima del sisma, deformazioni tali da mobilitare a monte la spinta attiva;
- il cuneo di terreno, individuato da una superficie di collasso lineare passante per il piede del muro, si trova in condizioni di collasso con la resistenza a taglio completamente mobilitata lungo tutta la superficie;
- il cuneo di terreno a monte del muro, delimitato dalla superficie di collasso si comporta come un corpo rigido, in maniera tale che l'accelerazione possa essere considerata costante con la profondità, lungo tutto il terrapieno, nell'istante del collasso.

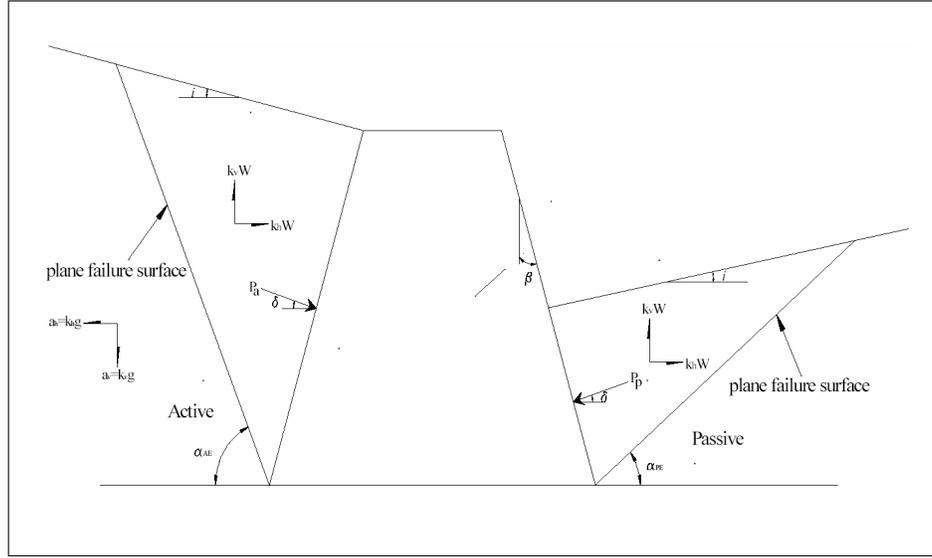


Figura 2.1. Superfici di collasso e azioni considerate da Mononobe–Okabe (Pathmanathan, 2006).

Le espressioni per calcolare la forza sismica attiva e passiva, $P_{ae,pe}$ e il coefficiente di spinta sismica attivo e passivo, sono le seguente:

$$P_{ae,pe} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{ae,pe} \quad (2.3)$$

$$K_{ae,pe} = \frac{\cos^2(\phi \mp \beta - \theta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta \pm \beta + \theta) \left[1 \pm \left(\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi \mp i - \theta)}{\cos(\delta \pm \beta + \theta) \cos(i - \beta)} \right)^{0.5} \right]^2} \quad (2.4)$$

dove γ è il peso per unità di volume di terreno, H l'altezza del muro, ϕ è l'angolo d'attrito del terreno, δ è l'angolo d'attrito muro–terreno, β l'inclinazione del paramento rispetto alla verticale e i la pendenza del terreno rispetto all'orizzontale. Nella precedente espressione θ è definito come:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{k_h}{1 - k_v} \right) \quad (2.5)$$

Seed & Whitman (1970) hanno fornito una soluzione, utile per scopi pratici, che fornisce l'espressione dell'incremento di spinta attiva dovuto al sisma, rispetto alla spinta statica. Nel caso semplificato di accelerazione verticale nulla, paramento verticale, terrapieno orizzontale e angolo d'attrito pari a 35 gradi, l'incremento di spinta dinamica è fornito approssimativamente dall'espressione:

$$\frac{\Delta P_{ae}}{\gamma H^2} = \frac{3}{8} k_h \quad (2.6)$$

L'espressione approssimata in eq. 2.6 è in buon accordo con la soluzione esatta per $k_h < 0.35$.

Nel metodo di Mononobe–Okabe il punto di applicazione della spinta sismica totale è assunto a $H/3$ dalla base del muro, nel caso di spinta attiva. Prakash & Basavanna (1968) hanno messo a punto un’analisi per determinare l’altezza del punto di applicazione della forza risultante ottenuta con il metodo di Mononobe–Okabe. Seed & Whitman (1970) raccomandano di assumere per la componente dinamica della spinta, un punto di applicazione posto a $0.6H$ dalla base del muro.

Attraverso metodo di Mononobe–Okabe si può dimostrare che, se k_v viene assunto di entità compresa tra $1/2$ e $2/3$ di k_h , la componente dell’accelerazione in direzione verticale incide sulla spinta attiva o passiva totale per meno del 10%. Per tale motivo Seed & Whitman (1970) che nella stima della spinta sismica totale per la progettazione di routine di muri di sostegno, l’accelerazione in direzione verticale può essere ignorata.

Il metodo di Mononobe–Okabe risulta essere estremamente semplice e diretto ed è utilizzato di consueto dai progettisti dal momento che l’esperienza e numerosi studi teorici mostrano che esso fornisce indicazioni soddisfacenti nel caso che il terrapieno si deformi fino alla plasticizzazione e il movimento del muro possa essere considerato sufficientemente grande e irreversibile (Whitman, 1990). Tuttavia esistono molto casi pratici, come ad esempio muri a gravità massici o muri di sostegno in fondazione, vincolati in sommità e alla base, per i quali i movimenti relativi muro–terreno non possono essere considerati sufficienti per il raggiungimento degli stati limite nel terreno.

Sviluppi del metodo di Mononobe–Okabe

Nel 1969 Arango ha sviluppato una semplice procedura, come descritto in Seed & Whitman (1970), per ottenere il valore del coefficiente di spinta attiva dinamico K_{ae} a partire dagli abachi tradizionali per K_a ottenuti con il metodo di Coulomb per le condizioni statiche. È stata così ottenuta una soluzione generale per qualsiasi inclinazione del paramento e del terrapieno, per qualsiasi angolo d’attrito del terreno e all’interfaccia muro terreno e per ogni accelerazione sismica. La classica soluzione di Coulomb fornisce la seguenti espressioni per la spinta statica attiva e per il relativo coefficiente di spinta:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \quad (2.7)$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\phi - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\delta - \beta) \left[1 + \left(\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - i)}{\cos(\delta + \beta) \cos(i - \beta)} \right)^{0.5} \right]^2} \quad (2.8)$$

La spinta attiva statica P_a può essere espressa anche nella forma seguente:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\cos^2 \beta} A_c \quad (2.9)$$

nella quale $A_c = K_a \cos^2 \beta$.

D’altra parte l’espressione della spinta dinamica fornita da Mononobe–Okabe nell’eq. (2.3), può essere utilmente riscritta come segue:

$$P_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)K_{ae} = \frac{1}{2}\gamma H^2(1 - k_v)\frac{1}{\cos\theta \cos^2\beta}A_m \quad (2.10)$$

nella quale $A_m = K_{ae} \cos\theta \cos^2\beta$.

Dal confronto delle espressioni per A_m e A_c , è evidente che A_m può essere determinato a partire dalla soluzione per A_c ridefinendo la pendenza del paramento del muro β^* e la pendenza del terrapieno i^* , dove:

$$\beta^* = \beta + \theta \quad i^* = i + \theta \quad (2.11)$$

Dunque si ha:

$$A_m = A_c(\beta^*, i^*) = K_a(\beta^*, i^*) \cos^2\beta^* \quad (2.12)$$

$$P_{ae} = P_a(\beta^*, i^*) = K_a(\beta^*, i^*)(1 - k_v)F \quad (2.13)$$

dove si introduce il coefficiente F , definito come:

$$F = \frac{\cos^2\beta^*}{\cos\theta \cos^2\beta} = \frac{\cos^2(\beta + \theta)}{\cos\theta \cos^2\beta} \quad (2.14)$$

Arango ha calcolato il valore del coefficiente F corrispondente a numerose coppie di valori per β e θ . Dal momento che sono già disponibili abachi per la determinazione spedita di P_a per un ampio range di combinazioni delle grandezze ϕ , δ , i e β , il valore della spinta dinamica applicando il metodo di Mononobe–Okabe può facilmente essere ricavato.

Già Terzaghi (1948) aveva dimostrato che la spinta attiva determinata assumendo superfici di scivolamento rettilinee è in buon accordo sia con le soluzioni esatte che con le evidenze sperimentali. Invece, quando l'attrito all'interfaccia muro–terreno, δ , supera il valore di un terzo dell'angolo d'attrito del terreno, ϕ , l'ipotesi di superfici di collasso rettilinee porta a una sostanziale sovrastima della spinta passiva. Per ovviare a questo errore nel metodo di Mononobe–Okabe, nel caso di spinta passiva, Morrison Jr & Ebeling (1995), Soubra (2000) e Kumar (2001) hanno preso in considerazione superfici di rottura curvilinee nell'analisi della resistenza passiva del terreno. Tuttavia tutti gli studi sopra menzionati sono stati condotti nel caso di sabbie (materiali privi di coesione).

Inizialmente Choudhury et al. (2002) hanno fornito la soluzione completa per la distribuzione della spinta passiva a valle di un muro di sostegno rigido, utilizzando il metodo delle striscie orizzontali e prendendo in considerazione le azioni sismiche come forze pseudo–statiche. Gli autori hanno preso in considerazione solamente superfici di rottura rettilinee, restringendo il range di variazione dell'angolo di attrito all'interfaccia, fino a un massimo di $1/3\phi$. Tale approccio ha condotto alla determinazione dei coefficienti di spinta passiva sismici assolutamente paragonabili a quelli ottenuti da Mononobe–Okabe. Tuttavia tramite tale approccio si sono ottenute maggiori informazioni sulla distribuzione della spinta: la spinta passiva non può ritenersi applicata all'altezza di $H/3$ dalla base del muro e l'estensione del cuneo di collasso critico è maggiore di quella ottenuta in condizioni statiche.

La Fig. 2.2 illustra il sistema preso in considerazione da Choudhury et al. (2002): un muro di sostegno rigido di altezza verticale H , che sostiene un terrapieno

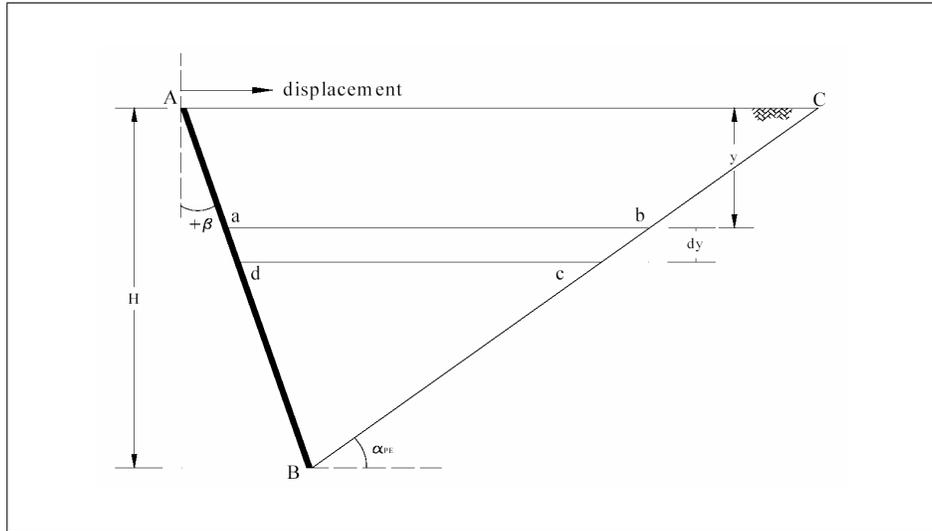


Figura 2.2. Geometria del problema considerato da Choudhury et al. (2002) (Pathmanathan, 2006).

con piano campagna orizzontale costituito da un materiale omogeneo, non coesivo e asciutto. Viene imposto l'equilibrio di ciascuna striscia orizzontale di spessore dy , soggetta alle azioni statiche e simiche pseudo-statiche. Si assume che l'evento sismico non abbia alcuna influenza sui parametri meccanici e fisici del terreno, come l'angolo d'attrito ϕ e il peso per unità di volume γ .

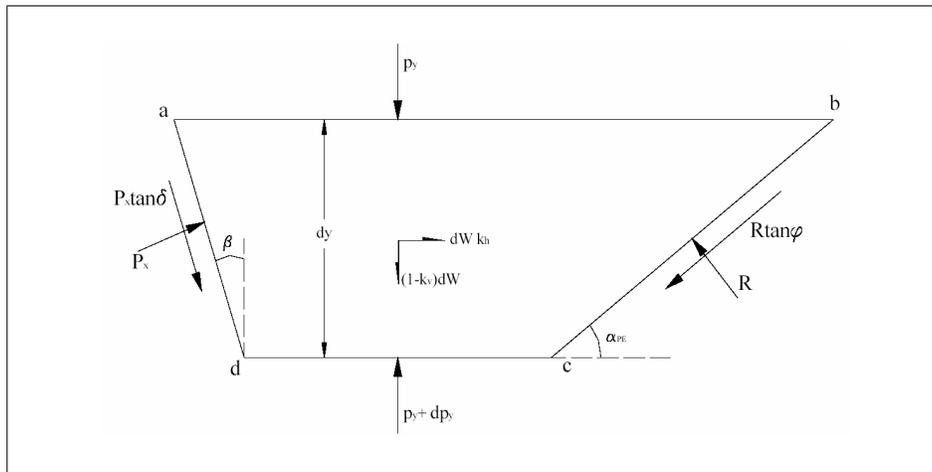


Figura 2.3. Equilibrio di una singola striscia secondo Choudhury et al. (2002) (Pathmanathan, 2006).

In Fig. 2.3 vengono mostrate le azioni sulla striscia elementare di spessore dy , posta alla generica profondità y dal piano campagna. Sulle facce orizzontali superiore e inferiore agiscono delle tensioni verticali, rispettivamente, p_y e $p_y + dp_y$. Lungo il tratto di interfaccia muro–terreno individuato dalla generica striscia agiscono la reazione p_x ortogonale al muro e la forza di taglio $p_x \tan \delta$. Lungo la superficie di scivolamento agiscono la forza normale R e la forza di taglio $R \tan \phi$. Le altre azioni presenti sono: il peso della striscia dW , le azioni sismiche in direzione orizzontale, dWk_h , e in direzione verticale, dWk_v . I piani orizzontali sono assunti come piano principali. Imponendo l'equilibrio in direzione orizzontale e verticale, a partire dalla condizione al contorno $p_y = 0$ per $y = 0$, e trascurando i termini di grado superiore, l'espressione che si ottiene per la spinta passiva alla generica profondità y è la seguente:

$$p_x = K \left\{ \frac{\gamma n}{2 + aK} \left[\frac{H^{(2+aK)}}{(H-y)^{(1+aK)}} - (H-y) \right] \right\} \quad (2.15)$$

dove:

- p_x spinta passiva alla profondità y dal p.c. in direzione normale alla parete
 K coefficiente di spinta utilizzato nelle analisi statiche
 α_{PE} angolo formato dalla superficie di collasso con l'orizzontale.

Le altre grandezze che compaiono nell'eq. (2.15) sono definite come segue:

$$\begin{aligned} n &= (1 - k_v - k_h b) \\ b &= \cot(\alpha_{PE} + \phi) \\ a &= \frac{(\tan \phi - \cot \alpha_{PE})(1 + \tan \beta \tan \delta)}{(\tan \beta + \cot \alpha_{PE})(1 + \tan \phi \cot \alpha_{PE})} + \frac{(\tan \delta - \tan \beta)}{\tan \beta + \cot \alpha_{PE}} \end{aligned}$$

Integrando lungo tutta l'altezza del muro, la resistenza passiva totale P_x è fornita dall'espressione:

$$P_x = \frac{\gamma n H^2}{a(2 + aK)} (1000^{aK}) - \frac{K \gamma n H^2}{2(2 + aK)} \quad (2.16)$$

Il coefficiente di spinta passiva sismico, rispetto alla normale al muro, può essere calcolato come:

$$K_{pe} = \frac{2P_x}{\gamma H^2} \quad (2.17)$$

Il valore critico della pendenza della superficie di scivolamento α_{PE} si ottiene minimizzando P_x rispetto a α_{PE} , tenendo costanti tutti gli altri parametri e si ricava esattamente lo stesso valore ottenuto con il metodo di Coulomb.

Recentemente Subba Rao & Choudhury (2005) hanno fornito la soluzione completa per il coefficiente di spinta passiva sismica per strutture di sostegno rigide al variare dei diversi parametri, come l'inclinazione del paramento, l'inclinazione del piano campagna, l'angolo d'attrito del terreno e dell'interfaccia, accelerazioni orizzontale e verticale sismica, prendendo in considerazione anche una componente adesiva della resistenza all'interfaccia, in rapporto alla coesione del terreno.

È stato adottato il metodo dell'equilibrio limite con un approccio pseudo-statico, per determinare individualmente il coefficiente di spinta passiva sismico corrispondente al peso proprio, sovraccarico sul piano campagna e componente coesiva. Il cinematismo di collasso adottato è di tipo composto, con un tratto di spirale logaritmica e un tratto rettilineo (si veda Fig. 2.4). Per ipotesi, l'evento sismico non ha alcun effetto sui parametri del terreno ϕ , c e γ .

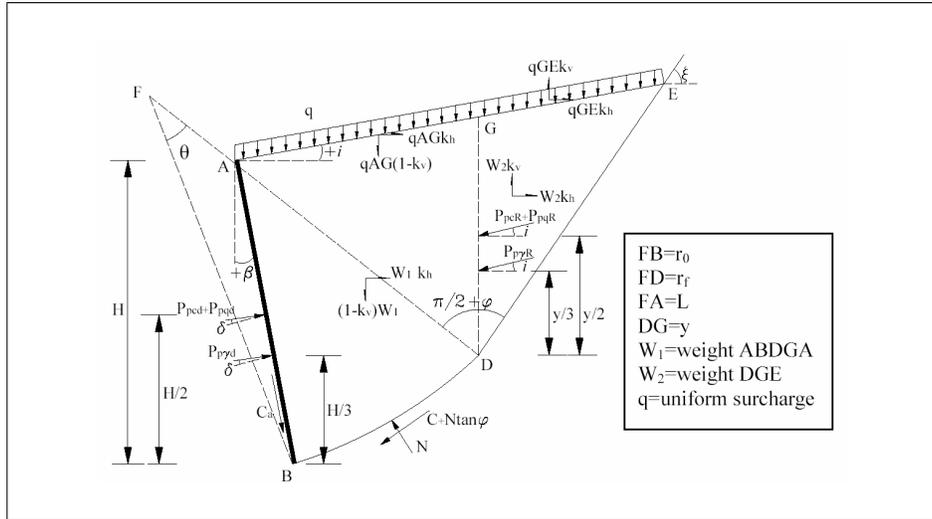


Figura 2.4. Cinematismo di collasso e azioni considerati da Subba Rao & Choudhury (2005) (Pathmanathan, 2006).

La spinta passiva P_{pd} è stata suddivisa in tre componenti:

1. componente peso specifico $P_{p\gamma d}$ ($\gamma \neq 0, \quad c = q = 0$)
2. componente sovraccarico P_{pqd} ($q \neq 0, \quad c = \gamma = 0$)
3. componente coesione P_{pcd} ($c \neq 0, \quad q = \gamma = 0$)

dove γ , c e q sono rispettivamente il peso per unità di volume del terreno, coesione unitaria e sovraccarico sulla superficie del terrapieno.

È stata ipotizzata la validità del principio di sovrapposizione degli effetti e il minimo di ciascuna componente è stato sommato per ottenere il minimo della resistenza passiva:

$$P_{pd} = P_{p\gamma d} + P_{pqd} + P_{pcd} \tag{2.18}$$

Le superfici critiche per ciascuna delle tre componenti saranno in generale differenti. Si può anche valutare un'unica superficie di collasso per la quale la spinta

passiva totale risulti minima, ma per la quale le tre componenti non corrisponderanno necessariamente al valore minimo. È stato comunque dimostrato che la differenza tra i due modi di procedere è comunque molto piccola, minore del 3%.

In Fig. 2.4, la superficie di collasso è composta da una porzione BD , che è un tratto di spirale logaritmica e una porzione rettilinea DE , che è simile alla superficie di rottura passiva della teoria di Rankine, tenuto conto delle forze sismiche pseudo-statiche. Il punto F è il centro della spirale logaritmica ed è posto a una distanza L dal punto A . Il raggio iniziale r_0 e quello finale r_f della spirale logaritmica sono dati rispettivamente dalle distanze FB e FB .

Per il sistema di azioni mostrato in Fig. 2.4, dovendo soddisfare l'equazioni di equilibrio e il criterio di resistenza di Mohr-Coulomb, l'angolo di uscita ξ della superficie di scivolamento in corrispondenza del punto E sul piano campagna diviene:

$$\xi = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{k_h}{1 - k_v} \right) + \frac{i}{2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \left\{ \frac{\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{k_h}{1 - k_v} \right) - i \right]}{\sin \phi} \right\} \quad (2.19)$$

Per $k_h = k_v = 0$ l'eq. (2.19) fornisce lo stesso valore della teoria di Rankine e lo stesso valore fornito da Kumar (2001) per $k_v = 0$.

Come mostrato in Fig. 2.4, il punto di applicazione di $P_{p\gamma d}$ viene assunto ad una altezza di $H/3$ dalla base del muro (Chen & Liu, 1990), mentre P_{pqd} e P_{pcd} sono assunte applicate a una altezza $H/2$. Il carico uniformemente distribuito q agisce lungo tutto il tratto AE . Il peso proprio della porzione di volume $ABDGA$ è pari a W_1 . Lungo il tratto di spirale logaritmica agisce una resistenza di natura coesiva C assieme alla forza normale N e a una componente attritiva $N \tan \phi$. Lungo l'interfaccia muro-terreno agisce inoltre una componente di resistenza adesiva C_a . Delle azioni alla Rankine, dovute alla resistenza passiva del volume di terreno GDE , sono applicate sulla superficie DG . Per lo stesso volume di terreno le forze pseudo-statiche in direzione orizzontale e verticale sono $W_2 k_h$ and $W_2 k_v$. Vengono prese in considerazione anche le forze pseudo-statiche in direzione orizzontale e verticale dovute all'inerzia del sovraccarico q , sia lungo il tratto AG che lungo il tratto GE , come mostrato in figura.

Considerando l'equilibrio al momento di tutte le forze agenti, rispetto al focus F della spirale logaritmica, e minimizzando al variare di L , distanza del focus dal vertice superiore del muro, si ottengono i seguenti valori dei coefficienti di spinta relativi alle singole componenti:

$$K_{p\gamma d} = \frac{2P_{p\gamma d} \cos \delta}{\gamma H^2}; \quad K_{pqd} = \frac{P_{pqd} \cos \delta}{qH}; \quad K_{pcd} = \frac{P_{pcd} \cos \delta}{2cH} \quad (2.20)$$

La forza di resistenza passiva totale P_{pd} , agente inclinata di un angolo δ rispetto alla normale al muro di sostegno, risulta pari a:

$$P_{pd} = \left(2cHK_{pcd} + qHK_{pqd} + \frac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma d} \right) \frac{1}{\cos \delta} \quad (2.21)$$

Il punto di applicazione della resistenza passiva totale in condizioni sismiche è stato determinato da Choudhury et al. (2002) utilizzando il metodo delle striscie

orizzontali. I risultati mostrano che il punto di applicazione varia nel range compreso tra $0.28H$ e $0.4H$ dalla base del muro, per diverse accelerazioni sismiche e inclinazioni del muro di sostegno.

δ/ϕ	k_h	k_v	Mononobe- Okabe (1929)	Morrison and Ebeling (1995)	Soubra (2000)	Kumar (2001)	Present study
0.5	0.0	0.0	4.807	4.463	4.530	-	4.458
	0.1	0.0	4.406	4.240	4.202	-	4.240
		0.1	4.350	4.160	-	-	3.890
	0.2	0.0	3.988	3.870	3.854	-	3.860
		0.2	3.770	3.600	-	-	3.020
	0.3	0.0	3.545	3.460	3.470	-	3.450
		0.3	2.823	2.750	-	-	2.034
	0.4	0.0	3.058	3.010	-	-	3.000
0.2		2.400	2.400	-	-	1.981	
1.0	0.0	0.0	8.743	6.150	5.941	5.785	5.783
	0.1	0.0	7.812	5.733	5.500	5.361	5.400
	0.2	0.0	6.860	5.280	5.020	4.902	5.100
	0.3	0.0	5.875	4.940	4.500	4.400	4.750
	0.4	0.0	4.830	4.300	-	3.900	4.100

Figura 2.5. Confronto tra valori di $K_{p\gamma d}$ ottenuti da Subba Rao & Choudhury (2005) e altre precedenti teorie. Caso $\beta = 0$, $i = 0$ e $\phi = 30$.

In Fig. 2.5 è riportato a titolo di esempio il confronto tra valori di $K_{p\gamma d}$ ottenuti da differenti approcci. For $\delta/\phi = 0.5$, è evidente come il metodo di Subba Rao & Choudhury (2005) fornisce i valori più piccoli del coefficiente di spinta. Mentre per $\delta/\phi = 1.0$, non fornisce necessariamente i valori più piccoli, per alti valori di k_h , ma le differenze non sono troppo rilevanti.

Il metodo di Mononobe–Okabe soffre della limitazione di non prendere in considerazione la resistenza coesiva del terreno, componente che è stata invece presa in considerazione da Prakash (1981), sempre utilizzando il metodo di Coulomb. Basandosi sull’espressione di Prakash, Ortigosa (2005) propone di risolvere il problema disaccoppiando spinta statica e sismica nella seguente maniera:

1. si determina la spinta statica, P_c , includendo nell’analisi la coesione c , con presenza di *tension cracks*;
2. si determina la spinta totale (statica più dinamica) P_{ae} con l’espressione di Mononobe–Okabe, che implica l’assunzione di $c = 0$;
3. si determina la spinta statica, P_0 , ipotizzando coesione nulle ($c = 0$);
4. si determina la componente sismica della spinta:

$$P_e = P_{ae} - P_0 \tag{2.22}$$

In questa maniera, la risultante della spinta statica più sismica si ottiene con l’espressione:

$$P_{ac} = P_c + P_e \quad (2.23)$$

È importante notare che il disaccoppiamento tra componente statica e dinamica ha senso se $P_c > 0$, che corrisponde a impiegare tutta la coesione del terreno nella componente statica. Se la coesione è tale che l'altezza critica del terreno è pari all'altezza del muro, il disaccoppiamento dà luogo a $P_c = 0$; se la coesione è maggiore, $P_c = 0$ e la componente sismica viene stimata per eccesso.

Più di recente Richards & Shi (1994) hanno utilizzato un modello di interazione tra elemento di sostegno e il moto di campo libero di un deposito di terreno per il quale hanno tenuto conto della coesione.

2.2.2 Analisi limite

Soluzione limite superiore

Utilizzando il teorema di estremo superiore, Chen & Liu (1990) hanno calcolato la spinta attiva e passiva statica per un muro di sostegno soggetto unicamente a spostamenti orizzontali e dotato di attrito all'interfaccia muro terreno. Il cinematico di collasso è quello già adottato da Chen (1975), generalizzando lo schema di James & Bransby (1970), è mostrato in Fig. 2.6. Le superfici di scivolamento seguono per ipotesi le linee caratteristiche delle tensioni, che, per un materiale perfettamente plastico, corrispondono alle linee caratteristiche delle velocità. Il cinematico individuato da tre zone. Nella prima zona, Zona I, detta zona alla Rankine, lo stato tensionale non è influenzato dall'attrito all'interfaccia muro-terreno. Nella seconda zona, Zona II detta zona mista, lo stato tensionale dipende invece anche dall'angolo d'attrito all'interfaccia δ . Come discusso in Hettiaratchi & Reece (2004), tale zona dovrebbe essere di forma triangolare se si assume che l'angolo δ si costante lungo tutta l'interfaccia. Infine la Zona III, detta zona di transizione, racchiusa da una spirale logaritmica di angolo ϕ e dai due contorni adiacenti. Il cinematico appena descritto quello che, secondo quanto pubblicato da Chen & Rosenfarb (1973), fornisce il più piccolo tra i limiti superiori individuati dai differenti cinematici presi in considerazione.

Utilizzando lo stesso cinematico di collasso, Chang (1981) ha ricavato la spinta limite passiva e attiva sismica, esprimendola in funzioni dei coefficienti K_{ae} and K_{pe} , nella maniera seguente:

$$P_e = \frac{1}{2} K_e \gamma H^2 \quad (2.24)$$

Il coefficiente di spinta attiva sismo è fornito dall'espressione:

$$K_{ae} = N_{a\gamma} + \frac{2q}{\gamma H} N_{aq} + \frac{2c}{\gamma H} N_{ac} \quad (2.25)$$

dove $N_{a\gamma}$, N_{aq} e N_{ac} sono tre coefficienti le cui espressioni in forma chiusa sono fornite in Chen & Liu (1990). Il valore critico di K_{ae} può essere ricavato massimizzando il valore della spinta rispetto a ζ e χ , parametri geometrici del cinematico, mostrati in Fig. 2.6.

Alla stessa maniera, il coefficiente di spinta sismica passiva è fornito da analoga relazione:

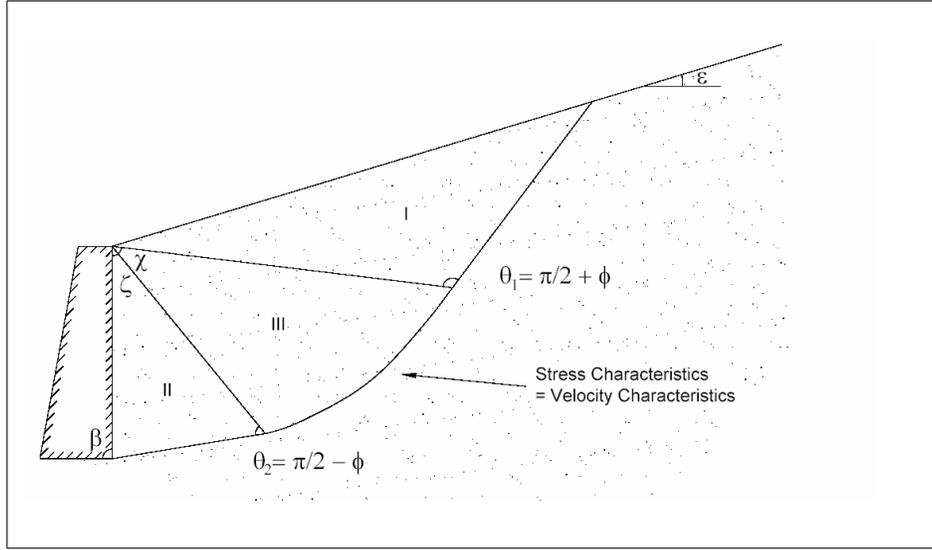


Figura 2.6. Esempio di cinematiso di collasso *log-sandwich* impiegato da Chen & Liu (1990) (Visone, 2008).

$$K_{pe} = N_{p\gamma} + \frac{2q}{\gamma H} N_{pq} + \frac{2c}{\gamma H} N_{pc} \quad (2.26)$$

dove $N_{p\gamma}$, N_{pq} e N_{pc} sono descritti ancora in Chen & Liu (1990). Il valore critico di K_{pe} può essere ricavato minimizzando la spinta rispetto a ζ e χ .

Soluzione limite inferiore

Si consideri un terrapieno con profilo di pendenza ε rispetto all'orizzontale, soggetto a gravità con peso per unità di volume γ , e alla forza di massa orizzontale $k_h\gamma$, che rappresenta l'azione sismica pseudo-statica (positiva se diretta verso il terrapieno). Per valutare la resistenza passiva lungo un muro di scabrezza δ , si può effettuare una rotazione rigida della configurazione geometrica di un angolo θ , posto pari a:

$$\theta = \tan^{-1} k_h \quad (2.27)$$

dove θ rappresenta l'inclinazione della forza di massa per unità di volume in presenza delle azioni sismiche. In sostanza si può studiare il problema considerando un muro ruotato rispetto alla verticale dell'angolo θ che sostiene un terrapieno di pendenza $\varepsilon^* = \varepsilon - \theta$. La forza verticale risultante è rappresentata dal vettore di entità $\gamma^* = \gamma\sqrt{1 + k_h^2}$, che può essere vista come una forza peso opportunamente scalata. Come è stato fatto per le condizioni statiche, vengono individuate due regioni, una localizzata accanto al muro, nella quale lo stato tensionale è influenzato dalla presenza dell'attrito lungo il paramento, e una seconda nella quale agisce lo stato tensionale del semi spazio infinito, separate da una famiglia di discontinuità tensionali. Determinando lo scostamento tra i due cerchi di Mohr estremi relativi agli stati tensionali nelle due regioni individuate dal problema appena descritto,

Lancellotta (2007) ha ricavato l'espressione in forma chiusa per il coefficiente di spinta passiva sismica K_{pe} :

$$K_{pe} = \left[\frac{\cos \delta}{\cos(\varepsilon - \theta) - \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2(\varepsilon - \theta)}} \left(\cos \delta + \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \delta} \right) \right] e^{a \tan \phi} \quad (2.28)$$

dove:

$$a = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right) + \sin^{-1} \left[\frac{\sin(\varepsilon - \theta)}{\sin \phi} \right] + \delta + (\varepsilon - \theta) + 2\theta \quad (2.29)$$

È utile sottolineare che il coefficiente fornito dall'eq. (2.28) si riferisce alla componente normale al muro di sostegno della spinta passiva sismica. La il coefficiente di spinta totale può essere facilmente ottenuto dividendo il valore ottenuto per $\cos \delta$.

2.3 Metodo agli spostamenti

In una serie di esperimenti su un modello in scala ridotta, Richards & Elms (1992) hanno osservato il comportamento di una parete immersa in un terreno a grana grossa. Il modello, soggetto a impulsi dinamici ripetuti, ha mostrato che il processo di mobilitazione della resistenza passiva in condizioni dinamiche ha inizio con una fase di addensamento del terreno, seguita da un graduale sviluppo delle superfici di scorrimento. Una volta formata una superficie di scorrimento completa, si è osservata, insieme ai primi spostamenti permanenti, una riduzione significativa della resistenza disponibile. Osservazioni analoghe sono state fatte da Neelakantan et al. (1992) su un modello in scala ridotta di una paratia vincolata in testa e immersa in un terreno granulare. In particolare si osserva che, quando l'accelerazione alla base del modello raggiunge un valore critico, si verifica un progressivo aumento degli spostamenti permanenti corrispondenti a una rotazione della paratia intorno alla testa. Tali risultati sembrano indicare che anche il comportamento dinamico di una paratia, per la quale gli eventuali vincoli strutturali consentano una rotazione, può essere interpretato assumendo che, al raggiungimento di un'accelerazione critica corrispondente alla completa mobilitazione della resistenza disponibile, si verifichi un moto relativo di tipo rotazionale tra la paratia e il terreno circostante, con un conseguente accumulo di spostamenti permanenti (Elms & Rowland (1990); Callisto & Aversa (2008)). Tale comportamento, analogo a quello di un muro di sostegno, è stato descritto in letteratura, almeno qualitativamente, mediante la teoria del blocco rigido di Newmark (1965), successivamente estesa all'analisi sismica di opere di sostegno a gravità (Richards & Elms (1979); Whitman (1990); Zeng & Steedman (2000)).

Si consideri l'equilibrio dinamico di un blocco rigido di massa m (Fig. 2.7.a) soggetto a una sollecitazione dinamica semplificata; questa consiste in un impulso con accelerazione orizzontale costante a_0 , applicato al terreno di fondazione per un intervallo di tempo t_0 , dopo il quale l'accelerazione torna ad avere un valore nullo (Newmark, 1965). Denotando con a_b l'accelerazione del blocco, la Fig. 2.7.a mostra che in un istante generico l'azione T applicata dal terreno di fondazione al blocco deve equilibrare le azioni inerziali $m \cdot a_b$. Se a_0 è sufficientemente elevata, le

azioni inerziali producono il raggiungimento della resistenza allo scorrimento T_{lim} . In questo caso, l'accelerazione del blocco non può superare un valore critico a_c inferiore ad a_0 :

$$a_c = T_{lim}/m < a_0 \tag{2.30}$$

e si genera perciò un'accelerazione relativa tra base e blocco $a_r = a_0 a_c$. Come mostrato in Fig. 2.7.b, nel semplice caso esaminato la base e il blocco si muovono con velocità che aumentano con gradienti diversi: si genera una velocità relativa, che produce un accumulo di spostamenti relativi u_r . Gli spostamenti raggiungono il loro valore finale quando la velocità relativa si annulla, cioè dopo un tempo $t_m = t_0 a_0 / a_c$. Questo esempio schematico mostra che, a differenza di quanto accade in condizioni statiche, il superamento istantaneo della resistenza allo scorrimento durante un evento sismico non implica il collasso del sistema, ma piuttosto un progressivo accumulo di spostamenti permanenti.

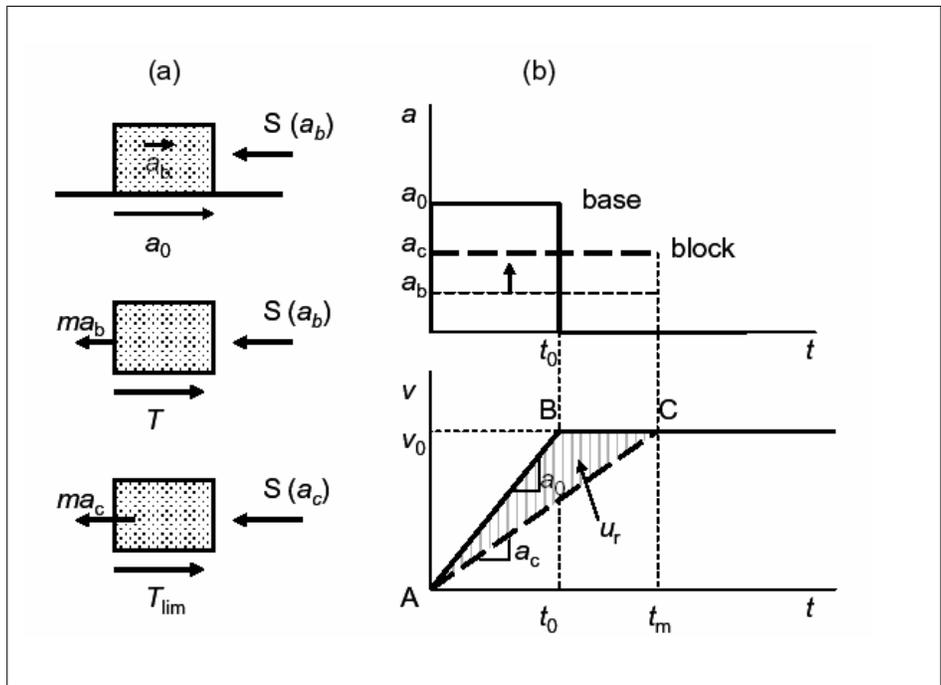


Figura 2.7. Analisi del comportamento di un blocco rigido soggetto a un'azione dinamica impulsiva (Callisto & Aversa, 2008).

Questo semplice schema è stato esteso da Callisto & Soccodato (2010) all'analisi di opere di sostegno flessibili, a sbalzo o vincolate. In questo caso, l'accelerazione critica orizzontale, a_c , può essere calcolata attraverso metodi pseudostatici dell'equilibrio limite, cercando il valore del coefficiente sismico k_h in corrispondenza del quale la resistenza nel terreno a contatto con la paratia è completamente mobilitata. Gli spostamenti permanenti della paratia possono quindi essere ricavati da

un'integrazione alla Newmark delle accelerazioni relative $a(t) - a_c$, dove $a(t)$ è la storia temporale delle accelerazioni relativa ad un dato evento sismico.

2.4 Soluzioni analitiche

Numerosi autori hanno studiato il comportamento delle strutture di sostegno in campo dinamico, tentando di ricavare analiticamente soluzioni in forma chiusa. Data la complessità dei problemi analizzati, la configurazione geometrica e soprattutto il comportamento meccanico del terreno preso in considerazione è necessariamente e drasticamente semplificato rispetto ai problemi reali. Nella quasi totalità degli studi realizzati il terreno, sia esso modellato come sistema di molle che come continuo, è descritto con comportamento elastico lineare o al più visco-elastico. D'altra parte, nel caso di eventi sismici di modesta entità, per i quali gli spostamenti delle strutture di sostegno non sono tali da mobilitare interamente la spinta attiva e passiva, l'approccio dell'analisi limite può non essere appropriato, mentre l'impiego di analisi cosiddette elastiche può invece fornire indicazioni più aderenti alla fisica del problema. Questo tipo di approccio è stato originariamente sviluppato da Tajimi (1969), Wood (1973), Arias et al. (1981) e generalizzato da Veletsos e Younan, nei lavori sui muri di sostegno con terreno visco-elastico (Veletsos & Younan (1994b); Veletsos & Younan (1994a)), e in seguito esteso alle strutture di sostegno flessibili (Veletsos & Younan (1997); Younan & Veletsos (2000)).

Analisi numeriche per lo studio delle opere di sostegno in condizioni sismiche

Lo studio della risposta delle strutture di sostegno alle azioni sismiche ha ricevuto negli ultimi anni una considerevole attenzione. Peraltro, gran parte della attività di ricerca, sia sperimentale che teorica si è focalizzata su strutture di sostegno rigide quali ad es., i muri di sostegno a gravità, che, di norma, raggiungono le condizioni di rottura attraverso cinematismi di collasso di corpo rigido, quali traslazione, ribaltamento o instabilità globale. Allo stato attuale, la progettazione di strutture di sostegno rigide è tipicamente basata sull'impiego di metodi pseudostatici (dell'equilibrio limite), nei quali gli effetti del sisma sono descritti attraverso la teoria della spinta di Mononobe–Okabe, o su procedure semplificate per la valutazione degli spostamenti permanenti indotti dalla azione sismica, derivate dal metodo di Newmark, come sommariamente illustrato nel Cap. 2. Tale approccio fornisce una valutazione più appropriata del comportamento sismico dell'opera rispetto ai metodi pseudostatici, dal momento che consentono di tener conto di tutti gli aspetti essenziali della azione sismica (ampiezza, durata e contenuto in frequenza). L'esperienza acquisita nel corso degli anni ha mostrato che i metodi tradizionali precedentemente menzionati, a dispetto delle drastiche approssimazioni introdotte nella valutazione della risposta sismica, forniscono una valutazione ragionevolmente soddisfacente delle azioni sismiche sulle strutture di sostegno rigide e degli effetti ad esse correlati, almeno per altezze non troppo elevate e quando al terreno a tergo del muro siano consentite deformazioni tali da raggiungere le condizioni di equilibrio limite attivo (Whitman, 1990).

Per quanto riguarda il comportamento dinamico delle strutture di sostegno flessibili, l'impiego nella progettazione di procedure semplificate quali i metodi pseudostatici non appare invece completamente giustificabile da un punto di vista teorico. Al riguardo, è opportuno notare che - prendendo spunto dalle osservazioni di Kitajima & Uwabe (1979), che in uno studio relativo al comportamento osservato in condizioni sismiche di 110 paratie ancorate in testa riferiscono di danni permanenti o collasso nel 64% dei casi esaminati - Siller & Frawley (1992) osservano che le procedure di analisi convenzionali appaiono sostanzialmente inadeguate.

In particolare, i metodi attualmente utilizzati per la progettazione antisismica di strutture di sostegno rigide non consentono di tenere in conto alcuni aspetti fondamentali del processo di interazione terreno–struttura in campo dinamico, quali:

- a) l'influenza delle caratteristiche di deformabilità e resistenza della struttura di sostegno e del sistema di supporto sull'andamento delle sollecitazioni agenti nella parete e nei tiranti;
- b) lo sviluppo di deformazioni permanenti nel terreno, cui si associano spostamenti e deformazioni irreversibili della parete e variazioni significative dello stato di sollecitazione negli elementi strutturali (parete, tiranti) nelle condizioni post-sismiche rispetto alle condizioni di equilibrio iniziali;
- c) gli eventuali effetti associati alla presenza di acqua ed alla insorgenza di eventuali fenomeni di liquefazione del terreno, che possono portare al completo collasso della struttura;
- d) l'influenza di fattori costruttivi sulla risposta dinamica della struttura quali, ad es., lunghezza di infissione della parete, numero e disposizione dei tiranti, lunghezza dei tiranti, livello di precarico adottato, etc.

In linea di principio, un quadro completo della risposta del sistema terreno-struttura di sostegno in condizioni sismiche può essere ottenuto facendo ricorso ai metodi dell'analisi numerica, e più specificamente, al metodo degli elementi finiti.

Allo stato attuale, tuttavia, i contributi reperibili in tal senso nella letteratura tecnica sono relativamente scarsi, ed in molti casi si riferiscono simulazioni condotte in assenza di acqua ed assumendo modelli di comportamento per il terreno relativamente convenzionali, inadatti a riprodurre correttamente gli aspetti essenziali della risposta dinamica/ciclica dei terreni naturali. Sono peraltro del ancora rari lavori di sintesi o stati dell'arte che restituiscano una visione generale dei risultati sino ad ora raggiunti in questo particolare settore della ricerca. I contributi sono ancora piuttosto parziali e non costituiscono allo stato attuale un corpo unico con evidenze unanimemente condivise.

Ad esempio, lo studio di Frigaszy et al. (1987) ha consentito di mettere in luce gli effetti delle differenze di fase esistenti tra il terrapieno ed il terreno al di sotto del piano di scavo, mentre gli studi parametrici di Siller et al. (1991), Siller & Frawley (1992) e Siller & Dolly (1992) hanno fornito utili indicazioni per la progettazione sismica di paratie ancorate e multiancorate. Tuttavia, tali studi sono stati condotti in condizioni di terreno asciutto e descrivendo il terreno come un mezzo elastico o elastoplastico incrudente.

A tal proposito, è opportuno osservare che, dal momento che la teoria classica della plasticità incrudente non è in grado di descrivere l'accumulo di deformazioni irreversibili tipicamente osservato nei terreni sottoposti a percorsi di carico ciclico, è lecito ritenere che le deformazioni permanenti delle strutture di sostegno osservate nelle analisi elastoplastiche eseguite da Siller & Frawley (1992) e Siller & Dolly (1992) possano risultare sottostimate.

Una elegante applicazione della analisi modale allo studio del comportamento dinamico di una paratia ancorata è stata recentemente proposta da Degrande et al. (2002), ma tale approccio è limitato al caso di terreno elastico lineare.

I contributi reperibili in letteratura riguardanti simulazioni numeriche di strutture di sostegno flessibili che tengano conto della natura multifase del terreno sono ancora più limitati. Bouckovalas et al. (1995) analizzano la risposta osservata su modelli di paratie ancorate in scala ridotta utilizzando una procedura empirica per il calcolo delle deformazioni permanenti dello scheletro solido e delle sovrapressioni interstiziali indotte dal sisma. Iai & Kameoka (1993) e Iai et al. (1998)

simulano la risposta non drenata di alcune strutture di sostegno portuali impiegando un modello elastoplastico anisotropo a meccanismi di snervamento multipli per la descrizione del comportamento ciclico dello scheletro solido. In tali lavori, l'attenzione è principalmente rivolta alla analisi della liquefazione del terrapieno. Tuttavia, l'approccio impiegato non consente l'analisi della fase transitoria che si accompagna alla dissipazione delle sovrappressioni interstiziali nella fase post-sismica, e che può avere effetti rilevanti sui movimenti del terreno soprattutto quando il terrapieno è costituito prevalentemente da terreni a grana fine.

Più recentemente Gazetas et al. (2004) hanno condotto uno studio nel quale, impiegando modelli agli elementi finiti, hanno esplorato l'entità e la distribuzione delle spinte dinamiche su differenti tipologie di strutture di sostegno: muri di sostegno rinforzati a forma di L, paratie di pali con più livelli di ancoraggi e muri di terra rinforzata. Le strutture sono sollecitate con input dinamici sia di tipo impulsivo che con registrazioni di eventi sismici naturali. Tutti gli accelerogrammi sono scalati ad una accelerazione di picco di 0.4 g. Le analisi sono state condotte con modelli costitutivi per il terrapieno elastico o elastoplastico alla Mohr-Coulomb; le analisi sono in termini di tensioni efficaci ovvero per terrapieno asciutto. Lo stesso gruppo di autori (Gazetas et al., 2005) ha analizzato il comportamento, in occasione del terremoto di Parnitha del 1999, di un certo numero di scavi sostenuti da paratie con più livelli di vincolo, destinati ad alloggiare alcune stazioni della metropolitana di Atene allepoca in costruzione: la stazione di Sepolia, la stazione di Kerameikos e la stazione di Monastiraki.

La stazione Sepolia è realizzata con una struttura scatolare definitiva, costituita da pareti in calcestruzzo armato vincolate orizzontalmente con solette rigide. Le massime accelerazioni di progetto previste erano state molto simili a quelle effettivamente registrate in prossimità della stazione, circa pari a 0.45 g. La stazione non ha mostrato danni significativi: l'analisi dinamica a ritroso ha mostrato che probabilmente le strutture della stazione hanno subito incrementi di sollecitazioni considerevoli, compatibili con le relazioni precedenti, ma non in grado di produrre significativi danni alle strutture. Allepoca del terremoto di Parnitha, lo scavo della stazione di Kerameikos aveva raggiunto la profondità di 23 m, ed era sostenuto da paratie di pali accostati vincolati da numerosi ordini di tiranti. Le strutture interne della stazione non erano ancora realizzate, e lo scavo versava in uno stato di abbandono. Il dimensionamento dell'opera era stato effettuato senza portare in conto azioni sismiche significative, poiché si era ritenuto che la condizione illustrata in figura dovesse essere solo temporanea. Utilizzando una registrazione accelerometrica effettuata durante il terremoto a breve distanza dalla stazione, Gazetas et al. (2005) hanno mostrato che le massime accelerazioni orizzontali in prossimità dello scavo sono state presumibilmente maggiori di 0.5 g. Ciò nonostante l'opera non ha subito alcun danno rilevante. È interessante anzitutto evidenziare che malgrado l'opera di sostegno risulti, al momento del sisma, notevolmente vincolata, nel corso della costruzione si erano prodotti spostamenti orizzontali che avevano superato i 9 cm, e che perciò le condizioni limite attive erano verosimilmente state raggiunte in gran parte del terreno a tergo della paratia. Un'analisi numerica dinamica eseguita dagli autori ha fornito variazioni delle forze negli ancoraggi e dei momenti flettenti nelle paratie molto bassi, mostrando anche che il moto dei bulbi di ancoraggio seguiva in sincrono quello dei corrispondenti punti

di vincolo degli ancoraggi alla paratia. Nell'interpretazione degli Autori, uno dei fattori che ha contribuito all'ottima prestazione sismica dell'opera è l'elevata frequenza del moto sismico. Azioni sismiche di frequenza elevata producono infatti una significativa asincronicità del moto in direzione verticale, e una corrispondente riduzione della risultante delle azioni inerziali istantanee. Per tutte le analisi è stato adottato un modello di comportamento per il terreno di tipo elastico. Le caratteristiche meccaniche sono state determinate con una analisi a ritroso, nota la amplificazione dell'accelerazione sismica dalle registrazioni dell'evento, assegnando al terreno una velocità di propagazione delle onde variabile con la profondità e in grado di riprodurre le evidenze sperimentali.

Un modello costitutivo avanzato per sabbie

Il Modello costitutivo di Papadimitriou & Bouckovalas (2002)

4.1 Introduzione

L'esecuzione di analisi numeriche avanzate finalizzate allo studio della risposta sismica delle strutture di sostegno flessibili, richiede l'impiego di equazioni costitutive per il terreno capaci di descrivere gli aspetti essenziali del loro comportamento meccanico in condizioni di carico dinamico. Le evidenze sperimentali disponibili mostrano che, tra le caratteristiche della risposta dinamica dei terreni, di particolare rilievo appaiono:

1. la non linearità;
2. l'irreversibilità e la non linearità incrementale;
3. il comportamento isteretico;
4. la dipendenza dalla storia tensionale.

I modelli elastoplastici classici per i terreni, formulati nell'ambito della teoria della plasticità classica perfetta o incrudente sono in grado di riprodurre abbastanza bene i fenomeni di non linearità ed irreversibilità osservati in condizioni di carico monotono, ma non sono adeguati a descrivere correttamente l'accumulo di deformazioni irreversibili e di sovrappressioni interstiziali tipicamente associate a sollecitazioni dinamiche cicliche di elevata frequenza e hanno una limitata capacità di tenere in conto gli effetti della storia tensionale pregressa.

L'attività di ricerca in questo ambito ha richiesto in primo luogo lo studio della letteratura disponibile riguardo al comportamento dei terreni sotto azioni cicliche e dinamiche, con particolare riferimento ai terreni a grana grossa e la valutazione comparativa dei differenti approcci utilizzati nella modellazione costitutiva dei terreni in campo ciclico e dinamico. L'esame della letteratura recente sull'argomento, decisamente molto ricca ed articolata, ha portato alla selezione del modello costitutivo elastoplastico originariamente proposto da Manzari & Dafalias (1997), nella successiva versione di Papadimitriou & Bouckovalas (2002), nel seguito modello PBD. Tale modello rappresenta un buon compromesso tra le esigenze contrastanti di semplicità e versatilità nel riprodurre gli aspetti essenziali della risposta ciclica/dinamica delle sabbie.

Nel seguito del presente capitolo viene descritta la formulazione matematica del modello prescelto, con particolare attenzione alla discussione dei fondamenti della teoria della plasticità nell'ambito della quale esso è stato sviluppato.

4.2 Teoria della plasticità classica

Negli ultimi 20 anni, numerosi approcci sono stati proposti per migliorare le capacità previsionali dei modelli costitutivi convenzionali per i mezzi granulari, con particolare riferimento alle condizioni di carico cicliche/dinamiche tipiche degli eventi sismici. Tali approcci si basano:

- sulla modifica di alcune ipotesi di base della teoria della plasticità, ricorrendo a generalizzazioni della teoria dell'elastoplasticità, quali la *teoria della plasticità con incrudimento cinematico* e la *teoria della plasticità con Bounding Surface*;
- sullo sviluppo di modelli costitutivi alternativi alla plasticità classica, formulati come estensioni della teoria dell'ipoelasticità di Truesdell, a partire dai principi di base della meccanica dei mezzi continui, la cosiddetta *teoria della ipoplasticità con variabili interne*.

La struttura generale della teoria della plasticità è ampiamente trattata in numerosi testi (Lubliner, 1990; Simo & Hughes, 1987; Jirasek & Bazant, 2002). La teoria della plasticità applicata alla geomeccanica è stata trattata da Desai & Siriwardane (1984), Vermeer & de Borst (1984), Loret (1990a), Loret (1990b), Zienkiewicz et al. (1999).

Si assume l'ipotesi cinematica fondamentale di decomposizione del tensore dell'incremento di deformazione in una parte elastica reversibile, $\dot{\epsilon}^e$, e una plastica irreversibile, $\dot{\epsilon}^p$:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \quad (4.1)$$

L'incremento di deformazione elastica è messo in relazione con l'incremento di tensione, $\dot{\sigma}$, dalla seguente equazione ipoelastica:

$$\dot{\sigma} = D^e(\sigma) \dot{\epsilon}^e = D^e(\sigma) [\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p] \quad (4.2)$$

in cui D^e è un tensore del quarto ordine, detto tensore di rigidità tangente elastico, il quale generalmente dipende dallo stato tensionale corrente.

La irreversibilità della risposta meccanica è tenuta in conto imponendo che lo stato (σ, \mathbf{q}) del materiale appartenga all'insieme convesso:

$$\mathbb{E}_\sigma := \left\{ (\sigma, \mathbf{q}) \mid f(\sigma, \mathbf{q}) \leq 0 \right\} \quad (4.3)$$

dove $f(\sigma, \mathbf{q})$ è la cosiddetta *funzione di snervamento*. L'evoluzione delle deformazioni plastiche è descritta dalla seguente *legge di flusso*:

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial g}{\partial \sigma}(\sigma, \mathbf{q}) \quad (4.4)$$

dove $g(\sigma, \mathbf{q})$ è il *potenziale plastico*, e $\dot{\gamma} \geq 0$ è il *moltiplicatore plastico*. La evoluzione delle variabili di stato interne è definita da una adeguata *legge di incrudimento*:

$$\dot{\mathbf{q}} = \dot{\gamma} \mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \quad (4.5)$$

dove $\mathbf{h}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ è una funzione assegnata. Il moltiplicatore plastico che compare nella eq. (4.4) e nella eq. (4.5) è soggetto alle cosiddette *condizioni di Kuhn-Tucker*:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \leq 0, \quad \dot{\gamma} f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0 \quad (4.6)$$

le quali impongono che le deformazioni plastiche possono verificarsi solo per stati che si trovano sulla superficie di snervamento. Sulla base della *condizione di consistenza* $\dot{\gamma} \dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0$, della equazione costitutiva elastica eq. (4.2) e della legge di flusso eq. (4.4) è possibile ottenere la seguente espressione del moltiplicatore plastico:

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{K_p} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{D}^e \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \right\rangle \quad (4.7)$$

dove $\langle x \rangle := (x + |x|)/2$ sono le parentesi di Macaulay di x , e:

$$K_p := \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{D}^e \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + H_p > 0 \quad H_p := -\frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}} \cdot \mathbf{h} \quad (4.8)$$

La funzione scalare $H_p(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ è detta *modulo di incrudimento* del materiale. Un valore positivo di H_p rappresenta *hardening*, un valore negativo *softening*, mentre $H_p = 0$ rappresenta il caso particolare di *plasticità perfetta*. Come approfonditamente discusso in, e.g. Simo & Hughes (1987) e Jirasek & Bazant (2002), l'ipotesi di $K_p > 0$ è di fondamentale importanza nella corretta formulazione delle condizioni di carico/scarico in presenza di softening. Sostituendo la precedente espressione eq. (4.7) del moltiplicatore plastico nella eq. (4.4) e nella eq. (4.2), si ottiene:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}^{ep} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{D}^{ep} := \mathbf{D}^e - \frac{\bar{h}(\dot{\gamma})}{K_p} \left(\mathbf{D}^e \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) \otimes \left(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{D}^e \right) \quad (4.10)$$

dove $\bar{h}(\dot{\gamma})$ rappresenta la funzione di Heaviside, uguale a uno se $\dot{\gamma} > 0$ e zero altrove.

Introducendo i due tensori unitari:

$$\mathbf{n} := \left\| \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\|^{-1} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \mathbf{n}_g := \left\| \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\|^{-1} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (4.11)$$

che rappresentano le normali unitarie alla superficie di snervamento e al flusso plastico, la eq. (4.4), la eq. (4.7) e la eq. (4.10) possono essere riscritte nella seguente forma alternativa:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \mathbf{n}_g \quad (4.12)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\widehat{K}_p} \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{D}^e \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle \quad (4.13)$$

$$\mathbf{D}^{ep} = \mathbf{D}^e - \frac{\bar{h}(\dot{\lambda})}{\widehat{K}_p} (\mathbf{D}^e \mathbf{n}_g) \otimes (\mathbf{n} \mathbf{D}^e) \quad (4.14)$$

dove:

$$\hat{K}_p := \mathbf{n}_f \cdot \mathbf{D}^e \mathbf{n}_g + \hat{H}_p \quad \hat{H}_p := \left(\left\| \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\| \left\| \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\| \right)^{-1} H_p \quad (4.15)$$

In accordo con le espressioni del moltiplicatore plastico riportate nella eq. (4.7) e nella eq. (4.13) il passaggio tra risposta elastica e risposta plastica è dovuto al segno del prodotto scalare $\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}^e \dot{\boldsymbol{\epsilon}}$.

Una forte limitazione della teoria della plasticità classica è rappresentata dall'assunzione di un dominio elastico di elevate dimensioni, all'interno del quale la risposta del materiale è puramente reversibile. Infatti soltanto a partire da stati posti in corrispondenza della superficie di snervamento è possibile accumulare deformazioni plastiche irreversibili. Invece tutti gli stati all'interno della superficie di snervamento sono caratterizzati da deformazioni puramente elastiche fino a quando il percorso di carico tocca eventualmente la superficie di snervamento. Comunque un elevato numero di dati sperimentali indicano che il comportamento del terreno può essere irreversibile e dipendente dalla direzione di carico anche per stati fortemente sovraconsolidati e che il processo di incrudimento plastico è piuttosto graduale. Sebbene tali effetti possono essere considerati di secondaria importanza nella simulazione di percorsi di carico monotoni vanno opportunamente tenuti in conto nella simulazione di percorsi ciclici. Risulta necessario osservare che esiste una forte dipendenza della rigidità a bassi livelli di deformazione dalla direzione di carico per terreni fortemente sovraconsolidati, come osservato da Atkinson et al. (1986), Stallebrass (1990).

Per tali motivi si può far ricorso a generalizzazioni della teoria della plasticità, quali la teoria della plasticità con incrudimento cinematico e la teoria della plasticità con Bounding Surface o alla teoria della ipoplasticità con variabili interne.

4.3 Teoria della plasticità con incrudimento cinematico

I principi fondamentali della teoria della plasticità con incrudimento cinematico sono stati definiti da Mroz (1967), Iwan (1967), e Dafalias & Popov (1975) e rappresentano una naturale estensione della teoria della plasticità classica. Per tale motivo di seguito si riportano le caratteristiche principali di quest'ultima.

La teoria della plasticità con incrudimento cinematico è stata sviluppata nel corso dei primi anni '80, in risposta all'esigenza di progettare strutture sottoposte a carichi ciclici quali le piattaforme off-shore o di prevedere quantitativamente la risposta del terreno durante un evento sismico.

Nella teoria della plasticità con incrudimento cinematico la superficie di snervamento assume la seguente forma generale:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}, q_k) = \hat{f}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, q_k) = 0 \quad \hat{\boldsymbol{\sigma}} := \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha} \quad (4.16)$$

in cui la cosiddetta *back-stress* $\boldsymbol{\alpha}$ è il tensore microstrutturale, responsabile della anisotropia indotta, e q_k ($k = 1, \dots, n$) rappresentano le variabili interne *scalari*. Quando $\boldsymbol{\alpha}$ varia durante il processo di carico, la superficie di snervamento è trascinata dal percorso tensionale come indicato qualitativamente in Fig. 4.1. Comunque il moto della superficie di snervamento è delimitato da una superficie

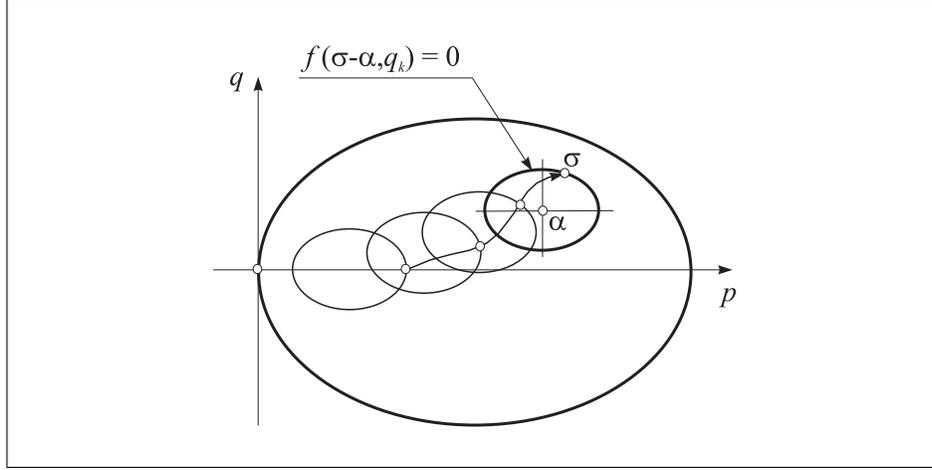


Figura 4.1. Incrudimento cinematico all'interno della bounding surface (Tamagnini & Viggiani, 2002).

esterna di dimensioni maggiori, solitamente denominata *Bounding Surface* (BS), di equazione:

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \bar{q}_k) = 0 \quad \{\bar{q}_k\} \subset \{q_k\} \quad (4.17)$$

La BS separa gli stati ammissibili da quelli impossibili, e generalmente è caratterizzata da una forma simile a quella della superficie di snervamento (Fig. 4.2). Modelli di questo tipo sono stati proposti da vari autori; tra essi si ricordano il lavoro di Prevost (1977, 1986), Mroz et al. (1978, 1981), Hashiguchi (1985, 1988), Wood e collaboratori (Al-Tabbaa & Wood, 1989; Gajo & Wood, 1999; Rouainia & Wood, 2000).

Per la variabile interna tensoriale $\boldsymbol{\alpha}$ piuttosto che assegnare in maniera esplicita una legge di flusso si attribuisce al modulo plastico H_p una funzione monotonicamente decrescente con la distanza δ tra lo stato corrente e uno *stato immagine* $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ sulla BS, definito come il punto in corrispondenza del quale le normali unitarie a $f = 0$ e a $F = 0$ hanno la stessa direzione (Fig. 4.2a):

$$H_p = \hat{H}(\bar{H}_p, \delta) \quad \frac{\partial \hat{H}}{\partial \delta} > 0 \quad \hat{H}(\bar{H}_p, 0) = \bar{H}_p \quad (4.18)$$

Nella eq. (4.18), $\delta := \|\bar{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\sigma}\|$ e \bar{H}_p è il modulo plastico a $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$\bar{H}_p := -\frac{\partial F}{\partial p_c} h_c \quad (4.19)$$

ottenuto dalla condizione di consistenza sulla BS: $\dot{F}(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \bar{q}_k) = 0$.

Quando il percorso tensionale tocca la BS, le due superfici devono avere la stessa tangente, altrimenti alcuni stati sarebbero *esterni* alla BS (Fig. 4.2b). Come dimostrato da Hashiguchi (1985), è possibile ottenere tale condizione tramite una appropriata definizione dell'equazione di evoluzione di $\boldsymbol{\alpha}$.

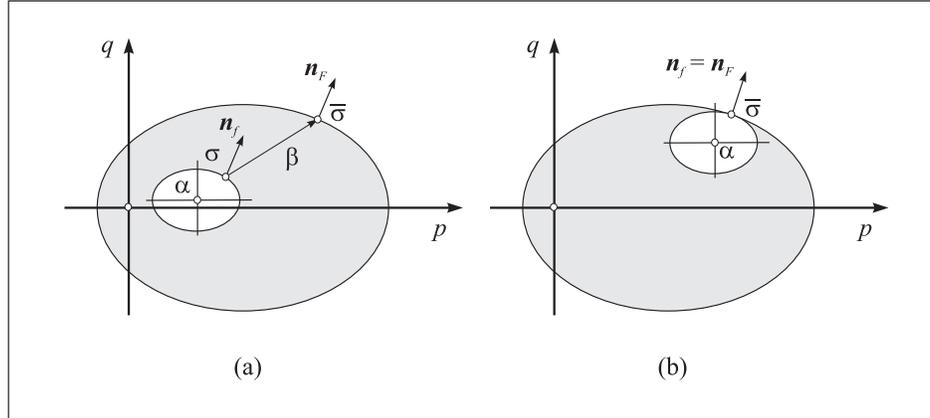


Figura 4.2. Incrudimento cinematico: determinazione del punto immagine (Tamagnini & Viggiani, 2002).

4.4 Teoria della plasticità con Bounding Surface

La *teoria della plasticità con Bounding Surface* rappresenta una strategia alternativa alla teoria della plasticità con incrudimento cinematico (Par. 4.3). Il concetto chiave di tale formulazione è che, come nella teoria della plasticità con incrudimento cinematico, esiste una superficie nello spazio delle tensioni – la Bounding Surface (BS), definita da una espressione simile all' eq. (4.17) – che separa gli stati ammissibili da quelli impossibili. Tale superficie è soggetta a processi di incrudimento che ne variano la dimensione, la forma e l'orientamento, in maniera analoga alla tipica superficie di snervamento nella teoria della plasticità classica (Par.2.2). Comunque tale superficie non è una superficie di snervamento poichè si possono verificare deformazioni plastiche in corrispondenza di stati tensionali posti al suo interno. In particolare per ogni stato ammissibile (all'interno della BS), si assume una legge di flusso identica alla eq. (4.12) in cui il moltiplicatore plastico $\dot{\lambda}$ assume la seguente espressione:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{\tilde{K}_p} \langle \mathbf{n}_L \cdot \mathbf{D}^e \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \rangle \quad (4.20)$$

dove:

$$\tilde{K}_p := \mathbf{n}_L \cdot \mathbf{D}^e \mathbf{n}_g + \tilde{H}_p \quad (4.21)$$

in cui \mathbf{n}_L è il tensore unitario che individua la direzione di carico, e \tilde{H}_p , in maniera analoga alla formulazione standard, gioca il ruolo di moltiplicatore plastico.

L'espressione di queste ultime due quantità risulta essere cruciale nella possibilità di associare a ogni stato tensionale $\boldsymbol{\sigma}$ all'interno della BS un corrispondente *stato immagine* $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ sulla BS, tramite una *legge di corrispondenza* non-invertibile.

Un esempio di quest'ultima è la *legge di corrispondenza radiale* (Dafalias, 1986) per la quale il punto immagine sulla BS non è altro che la proiezione dello stato corrente sulla BS rispetto ad un dato *centro di proiezione* $\boldsymbol{\alpha}$ (Fig. 4.3). Una volta che lo stato immagine è stato determinato, la direzione di carico è assunta come

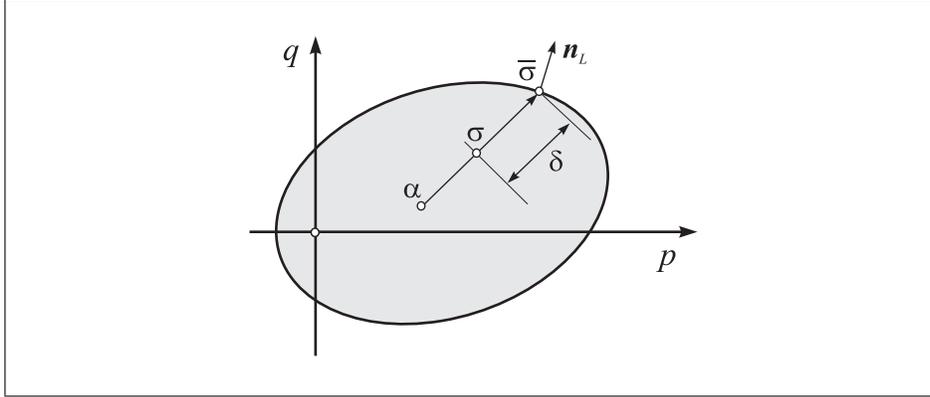


Figura 4.3. Legge di corrispondenza radiale nella plasticità Bounding Surface (Tamagnini & Viggiani, 2002).

il gradiente della BS a $\bar{\sigma}$, mentre il modulo plastico \tilde{H}_p si considera funzione monotonicamente decrescente con la distanza $\delta := \|\bar{\sigma} - \sigma\|$ tra lo stato corrente ed il suo punto immagine, e del modulo plastico \bar{H}_p in $\bar{\sigma}$:

$$\tilde{H}_p = \tilde{H}(\bar{H}_p, \delta) \quad \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \delta} > 0 \quad \tilde{H}(\bar{H}_p, 0) = \bar{H}_p \quad (4.22)$$

Le equazioni costitutive in forma incrementale assumono una espressione analoga alla eq. (4.14), con $\dot{\lambda}$ fornito dalla eq. (4.20) e \hat{K}_p sostituito da \tilde{K}_p della eq. (4.21).

Le analogie esistenti tra tali procedure per definire la direzione di carico ed il modulo plastico e quelle della teoria della plasticità con incrudimento cinematico (Par. 4.3) sono soltanto apparenti. In effetti Dafalias (Dafalias, 1986) considera la plasticità con incrudimento cinematico come un caso particolare della plasticità con Bounding Surface caratterizzata da una particolare legge di corrispondenza. Comunque a differenza della plasticità con incrudimento cinematico nella plasticità con Bounding Surface non esiste una regione elastica. Una review della teoria della plasticità è stata svolta da Dafalias (1986). Applicazioni di tale approccio a modelli per le argille sono riportate, e.g., in Zienkiewicz et al. (1985); Dafalias & Herrmann (1986); Anandarajah & Dafalias (1986); Whittle & Kavvas (1994); Tamagnini & D'Elia (1999).

4.5 Il modello PB per le sabbie

Il modello adottato per descrivere il comportamento meccanico dei terreni a grana grossa è stato sviluppato da Papadimitriou & Bouckovalas – per tale motivo denominato nel seguito modello PB – e descritto nel dettaglio in Papadimitriou & Bouckovalas (2002). Tale modello costituisce la formulazione multiassiale di una precedente versione di legge costitutiva, sviluppata nell'ambito della teoria della plasticità, per la descrizione del comportamento delle sabbie sottoposte a carichi ciclici, presentata in Papadimitriou et al. (2001).

Entrambe le versioni delle equazioni costitutive, sono sviluppate nell'ambito della Meccanica dello Stato Critico (CSSM, Schofield & Wroth (1968)), introducendo in tale classico contesto due modifiche sostanziali che consentono di simulare correttamente l'effetto dello stato di addensamento iniziale della sabbia, ricorrendo ad un unico set di parametri caratteristici del materiale, come già discusso in precedenza in Manzari & Dafalias (1997):

- le linee di normalconsolidazione $\kappa - \lambda$ non univoche né sono imposte dall'utente, ma sono ricavate a partire dalle equazioni costitutive e mostrano, correttamente, una pendenza che è funzione delle condizioni iniziali del materiale (e.g. Manzari & Dafalias (1997) e Gajo & Wood (1999));
- il comportamento a taglio del materiale è direttamente associato ad un parametro di stato aggiuntivo ψ , definito in relazione alla linea di stato critico (CSL), univocamente determinata per un dato materiale.

Per quanto concerne la possibilità di simulare correttamente il comportamento a taglio ciclico, nell'ambito della teoria dell'elasto-plasticità, tradizionalmente si ricorre alla definizione di hardening cinematico e ad una appropriata modifica della legge di flusso, altrimenti pensata e calibrata per carichi monotoni. In tale maniera è possibile simulare qualitativamente alcuni aspetti salienti della risposta del materiale, come il decadimento della rigidità, il damping e l'accumulo di deformazioni plastiche al crescere del numero dei cicli di sollecitazione.

D'altra parte per applicazioni di carattere numerico tali aspetti devono essere colti non solo da un punto di vista qualitativo, ma anche, e con una certa accuratezza, da un punto di vista quantitativo. In particolare, nell'introdurre la dipendenza della risposta dinamica dall'ampiezza del ciclo di sollecitazione γ_c , descritta da Ishihara (1982) e Dobry & Vusetic (1987), è imperativo che il modello numerico prescelto riesca, con un unico set di parametri, a simulare il comportamento del materiale a diversi livelli di γ_c .

A tale scopo, rispetto al modello di Manzari & Dafalias (1997), vengono introdotte due caratteristiche fondamentali:

- un comportamento a piccole deformazioni elastico non-lineare e isteretico (di tipo Ramberg-Osgood), al posto del legame di tipo elastico (o ipoelastico) tradizionalmente impiegato;
- una variabile di tipo empirico introdotta per scalare opportunamente il valore del moltiplicatore plastico, opportunamente definita, che rifletta macroscopicamente l'effetto dell'orientazione dei piani di contatto tra le particelle (*sand fabric*) e che evolve durante la sollecitazione di taglio.

4.5.1 Concetti ed equazioni di base

Il modello elasto-plastico adottato è sviluppato nell'ambito della teoria della plasticità con incrudimento cinematico, è formulato in termini di tensioni efficaci, secondo i principi fondamentali della teoria dello Stato Critico.

Nello spazio delle tensioni e dell'indice dei vuoti, si individua una unica Superficie di Stato Critico (CSS), indipendente da modalità di preparazione del provino, percorso tensionale e condizioni di drenaggio. La proiezione della CSS sul piano

$e - \ln(p)$, assunta con andamento lineare e denominata Linea di Stato Critico (CSL), è espressa dalla relazione:

$$e_{cs} = (e_{cs})_a - \lambda \ln \left(\frac{p}{p_a} \right) \quad (4.23)$$

con λ e $(e_{cs})_a$, indice dei vuoti allo stato critico per la pressione di riferimento p_a , parametri del materiale.

Il parametro di stato ψ , originariamente introdotto da Been & Jefferies (1985), è definito come:

$$\psi = e - e_{cs} = e - (e_{cs})_a + \lambda \ln \left(\frac{p}{p_a} \right) \quad (4.24)$$

Il modello PB è caratterizzato dalla definizione di quattro superfici coniche aperte, passanti per l'origine dello spazio delle tensioni: superficie di snervamento (*yield surface*, YS), Bounding surface (BS), superficie di stato critico (CSS) e superficie di dilatanza (DS).

Nel piano triassiale $q - p$ le superfici CSS, BS, e DS sono individuate, rispettivamente, dall'apertura del cono in compressione M_c^c , M_c^b e M_c^d e in estensione M_e^c , M_e^b e M_e^d (si veda Fig. 4.4). L'apertura della superficie di stato critico CSS, individuata dai due parametri in compressione ed in estensione, M_c^c e M_e^c , è una caratteristica del materiale e non dipende dalle variabili di stato. Invece i valori della pendenza delle superfici BS e DS, come già introdotto da Manzari & Dafalias (1997), dipendono dallo stato di addensamento del materiale attraverso le relazioni:

$$M_{c,e}^b = M_{c,e}^c + k_{c,e}^b \langle -\psi \rangle \quad (4.25)$$

$$M_{c,e}^d = M_{c,e}^c + k_{c,e}^d \psi \quad (4.26)$$

dove i parametri $k_{c,e}^b$ e $k_{c,e}^d$ sono costanti positive.

La superficie di snervamento a incrudimento cinematico è definita come un cono aperto passante per l'origine dello spazio delle tensioni, la cui espressione generale, in funzione del tensore deviatorico delle tensioni, \mathbf{s} , è:

$$f = \sqrt{(\mathbf{s} - p\boldsymbol{\alpha}) \cdot (\mathbf{s} - p\boldsymbol{\alpha})} - \sqrt{2/3}mp \quad (4.27)$$

con $\boldsymbol{\alpha}$ tensore di *back-stress* che determina la posizione dell'asse del cono circolare di raggio $\sqrt{2/3}mp$.

Tutte le superfici del modello possono essere univocamente definite in termini di tensore del rapporto di tensione deviatorica $\mathbf{r} := \mathbf{s}/p$, dove p è la pressione media. Particolarmente efficace è la rappresentazione della sezione trasversale delle superfici nel piano ortogonale alla diagonale dello spazio di \mathbf{r} (Fig. 4.5). In tale rappresentazione, la superficie di snervamento si riduce ad una circonferenza la cui posizione, all'interno della Bounding surface, è individuata dalla *back-stress* $\boldsymbol{\alpha}$ e il cui raggio è pari a $\sqrt{2/3}m$. Si noti che il parametro scalare m è una costante del modello: l'apertura del cono della YS non varia al variare dello stato di deformazione del materiale, non incorporando il modello il concetto di incrudimento isotropo.

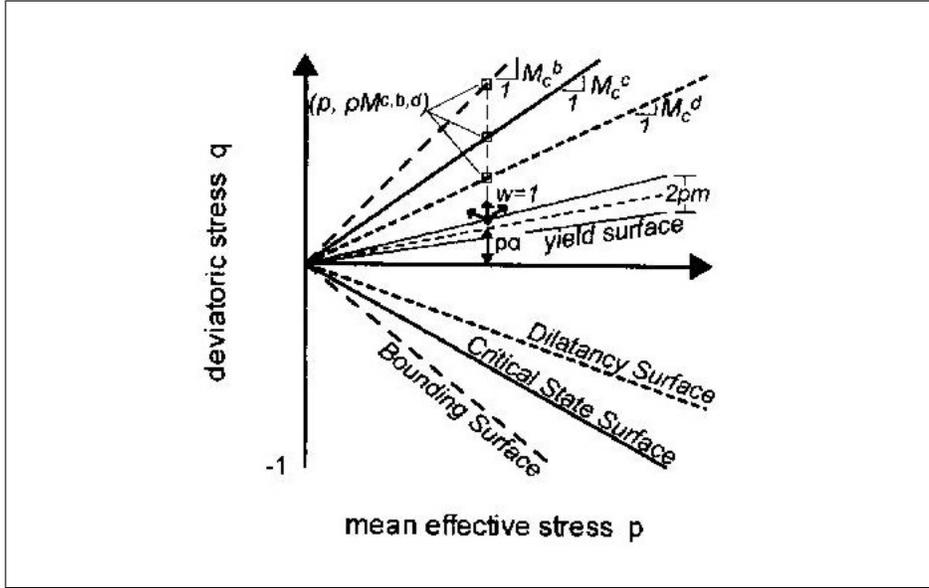


Figura 4.4. Superfici del modello PB nel piano triassiale

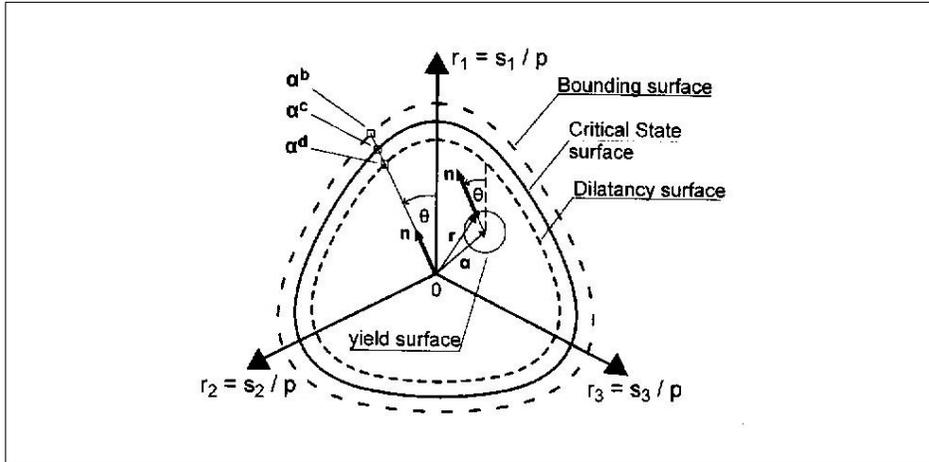


Figura 4.5. Superfici del modello PB nello spazio tensionale multiassiale

La normale alla superficie di snervamento, denotata dal tensore L , è definita da:

$$L = \frac{\partial f}{\partial \sigma} = n - \frac{V}{3} I \quad (4.28)$$

dove:

$$n = \frac{r - \alpha}{\sqrt{2/3}m} \quad V = \alpha \cdot n + \sqrt{2/3}m \quad (4.29)$$

Il tensore \mathbf{I} è il tensore identità del secondo ordine, mentre \mathbf{n} è il tensore del rapporto di tensione deviatorica unitario ($\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$). Come mostrato in Fig. 4.5, il tensore \mathbf{n} rappresenta la componente della direzione di carico \mathbf{L} che giace nel piano ottaedrico dello spazio di \mathbf{r} .

Anche la superficie di Stato critico, la Bounding surface e la superficie di dilatazione sono coni passanti per l'origine dello spazio delle tensioni, ma sono caratterizzate da una sezione nel piano ottaedrico diversa da quella circolare. Esse possono essere definite attraverso un tensore di *back stress* coniugato, che individua sulle superfici gli stati immagine $\alpha^{c,b,d}$, dove gli apici c , b e d indicano rispettivamente la CSS, la BS e la superficie DS. Il tensore $\alpha^{c,b,d}$ è definito con l'espressione:

$$\alpha^{c,b,d} = \sqrt{2/3} \alpha_\theta^{c,b,d} \mathbf{n} \quad (4.30)$$

nella quale $\alpha_\theta^{c,b,d}$ è una funzione continua dell'angolo di Lode θ .¹

Tale funzione può essere definita come:

$$\alpha_\theta^{c,b,d} = g(\theta, c^{c,b,d}) M_c^{c,b,d} - m \quad (4.31)$$

nella quale $g(\theta, c^{c,b,d})$ è la funzione che introduce gli effetti dell'angolo di Lode θ e $c^{c,b,d} = M_e^{c,b,d} / M_c^{c,b,d}$ (≤ 1). Gli autori utilizzano per il modello PB una formulazione della funzione g derivata da Argyris et al. (1974). Nel lavoro di implementazione, descritto nel capitolo successivo, si è scelto invece di utilizzare una analoga formulazione, proposta da van Eekelen (1980), già efficacemente impiegata in precedenza nell'implementazione di modelli elasto-plastici.

La funzione $\alpha_\theta^{c,b,d}$ deve assumere il valore $\alpha_0^{c,b,d} = M_c^{c,b,d} - m$ in condizioni di compressione triassiale ($\theta = 0$), il valore $\alpha_{\pi/3}^{c,b,d} = M_e^{c,b,d} - m$ in condizioni di estensione triassiale ($\theta = \pi/3$) e valori intermedi in condizioni non triassiali ($0 < \theta < \pi/3$).

Data la regola di proiezione, espressa dall'equazione (4.30), la distanza scalare tra lo stato corrente α e la sua immagine sulle tre superfici del modello $\alpha^{c,b,d}$ è definita:

$$d^{c,b,d} = (\alpha^{c,b,d} - \alpha) \cdot \mathbf{n} \quad (4.32)$$

4.5.2 Deformazioni (para)elastiche

Per percorsi tensionali interamente contenuti nella superficie di snervamento, la legge di corrispondenza tensioni-deformazioni in forma incrementale, può essere scritta come:

¹ L'angolo di Lode θ può essere definito attraverso il tensore $\bar{\mathbf{r}} := \mathbf{r} - \alpha$:

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{\bar{J}_3}{\bar{J}_2^{3/2}}$$

dove $\bar{J}_2 = (1/2)\bar{\mathbf{r}} \cdot \bar{\mathbf{r}}$ e $\bar{J}_3 = (1/3)\bar{\mathbf{r}} \cdot \bar{\mathbf{r}} \cdot \bar{\mathbf{r}}$ sono il secondo e terzo invariante del tensore $\bar{\mathbf{r}}$. Così definito, l'angolo di Lode θ corrisponde alla direzione di $\bar{\mathbf{r}}$ (o equivalentemente di \mathbf{n}) nel piano ottaedrico e varia da $\theta = 0$, per compressione triassiale, a $\theta = \pi/3$, per estensione triassiale.

$$\dot{\mathbf{s}} = 2G_t \dot{\mathbf{e}} \quad \dot{p} = K_t \varepsilon_v \quad (4.33)$$

dove \mathbf{s} e \mathbf{e} rappresentano la parte deviatorica, rispettivamente, del tensore delle tensioni e delle deformazioni.

Il rapporto tra modulo elastico di volume K_t e modulo di taglio G_t è espresso, attraverso il coefficiente di Poisson ν , dalla correlazione:

$$K_t = \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} G_t \quad (4.34)$$

valida sotto l'ipotesi di comportamento elastico isotropo.

Per il modulo elastico di taglio è assunta una legge di decadimento per la quale G_t decresce gradualmente dal suo valore massimo G_{\max} fino al valore corrente, secondo la relazione:

$$G_t = \frac{G_{\max}}{T} \quad \text{dove} \quad G_{\max} = \frac{Bp_a}{0.3 + 0.7e^2} \sqrt{\frac{p}{p_a}} \quad (4.35)$$

Il parametro scalare T (≥ 1) è funzione della variazione del tensore deviatorico \mathbf{r} rispetto ad un valore \mathbf{r}^{ref} , assunto in corrispondenza di un opportuno stato di riferimento, quantificata da un parametro scalare ausiliario

$$\chi_{\mathbf{r}}^{\text{ref}} := \sqrt{1/2(\mathbf{r} - \mathbf{r}^{\text{ref}}) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}^{\text{ref}})}$$

Il modello distingue due stati di riferimento: (a) lo stato di consolidazione, per la prima sollecitazione di taglio, per il quale $\mathbf{r}^{\text{ref}} = \mathbf{r}^0$ e $\chi_{\mathbf{r}}^{\text{ref}} = \chi_{\mathbf{r}}^0$; (b) l'ultimo punto di inversione della sollecitazione di taglio (*shear reversal*, SR), nel quale $\mathbf{r}^{\text{ref}} = \mathbf{r}^{\text{SR}}$ e $\chi_{\mathbf{r}}^{\text{ref}} = \chi_{\mathbf{r}}^{\text{SR}}$.

Il parametro scalare T è espresso dalle relazioni:

$$T = \begin{cases} 1 + \kappa \left(\frac{1}{a_1} - 1 \right) \left(\frac{\chi_{\mathbf{r}}^0}{\eta_1} \right)^{\kappa-1} & \text{first shearing} \\ 1 + \kappa \left(\frac{1}{a_1} - 1 \right) \left(\frac{\chi_{\mathbf{r}}^{\text{SR}}}{2\eta_1} \right)^{\kappa-1} & \text{after SR} \end{cases}$$

$$T \leq 1 + \kappa \left(\frac{1}{a_1} - 1 \right) \quad (4.36)$$

nelle quali a_1 , costante del modello, e η_1 sono scalari positivi, mentre κ è una costante, assunta pari a 2.

Si noti che il comportamento descritto dalle eq. (4.35) e (4.36) ricordano il classico modello monodimensionale isteretico di comportamento di Ramberg e Osgood. Il modello proposto produce piccole deformazioni irreversibili per cicli chiusi di sollecitazioni di taglio, a causa della definizione ipoelastica di G_{\max} . Pertanto, per percorsi di tensione all'interno della superficie di snervamento, non si ha un comportamento elastico nel senso vero del termine e tale formulazione può essere definita, in accordo con Hueckel & Nova (1979), come para-elastica.

La variabile η_1 è funzione del parametro del modello γ_1 , attraverso la relazione:

$$\eta_1 = \frac{\tau_1}{p_{SR}} = a_1 \left(\frac{G_{max}^{SR}}{p_{SR}} \right) \gamma_1 \quad (4.37)$$

Il parametro del modello γ_1 rappresenta il livello di deformazione di taglio γ al di sopra del quale il valore del modulo di taglio G_t si mantiene costante e pari a G_{min} , come efficacemente mostrato in Fig. 4.6. Per tale motivo può essere considerato un livello limite della deformazione, al di sopra del quale cessa il decadimento del modulo para-elastico di taglio e al di sopra del quale ogni ulteriore decadimento della rigidità dipende dal manifestarsi di deformazioni di taglio plastiche.

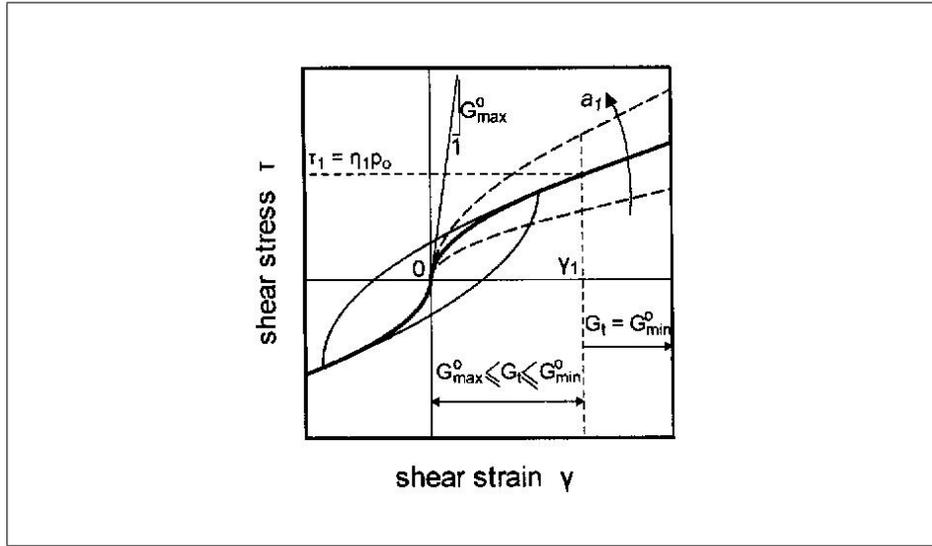


Figura 4.6. Legame tensioni-deformazioni per sollecitazione di taglio puro

4.5.3 Deformazioni plastiche e incrudimento cinematico

L'evoluzione delle deformazioni plastiche è descritta dalla *legge di flusso* di eq. (4.4):

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial g}{\partial \sigma}(\sigma, q) \quad \text{con} \quad \dot{\gamma} = \frac{1}{K_p} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \sigma} \cdot D^e \dot{\epsilon} \right\rangle$$

Per il modello adottato il potenziale plastico è espresso nella forma generale:

$$\mathbf{R} = \frac{\partial g}{\partial \sigma} = \mathbf{n} + \frac{D}{3} \mathbf{I} \quad (4.38)$$

nella quale D è una grandezza scalare, detta coefficiente di dilatanza. Si noti che, se fosse verificata la condizione $D = -V$, allora il potenziale plastico \mathbf{R} e la direzione di carico \mathbf{L} , normale alla superficie di snervamento (eq. (4.28)), coinciderebbero e il modello sarebbe caratterizzato da una legge di flusso associata. Al contrario, nel modello adottato, la legge di flusso è non-associata e D assume la seguente forma:

$$D = A_0 d^d \quad (4.39)$$

nella quale A_0 è un parametro (positivo) del modello e d^d è la distanza scalare dalla superficie di dilatanza, definita in eq. (4.32).

L'eq. (4.38) implica che il valore di D influenza unicamente la variazione di deformazione plastica di volume $\dot{\varepsilon}_v^p$, mentre l'eq. (4.39) mostra che il segno di D dipende unicamente dal segno di d^d . Se, ad esempio, un percorso di carico monotono prosegue oltre la superficie di dilatanza, la distanza d^d diviene negativa, così come D , e conseguentemente anche l'incremento di deformazioni plastiche di volume $\dot{\varepsilon}_v^p$ diventa negativo, simulando un comportamento dilatante. In questo senso, la superficie di dilatanza corrisponde alla linea di trasformazione di fase illustrata da Ishihara et al. (1975).

Il modulo plastico K_p dipende dalla distanza scalare dalla Bounding surface, d^b :

$$K_p = ph_b h_f d^b \quad (4.40)$$

Tutti i termini che compaiono nell'eq. (4.40) sono non negativi, fatta eccezione per d^b che controlla essenzialmente il segno del modulo plastico. Il parametro scalare h_b è definito in funzione di un parametro del modello h_o , della distanza d^b e del diametro in direzione θ della superficie BS, d_{ref}^b , come segue:

$$h_b = h_o \frac{|d^b|}{\langle d_{\text{ref}}^b - |d^b| \rangle} \quad (4.41)$$

Il parametro scalare h_f è un indice macroscopico, di tipo empirico, dell'effetto dell'evoluzione del *sand fabric*, cioè della variazione della direzione della normale ai contatti tra le particelle di sabbia. L'evoluzione della tessitura della sabbia soggetta a carichi ciclici viene seguita attraverso l'evoluzione di una variabile macroscopica di tipo tensoriale \mathbf{F} , detta tensore di *fabric*.

Infine, si può scrivere la legge di incrudimento cinematico, imponendo la condizione di consistenza $\dot{f} = 0$:

$$df(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot d\boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \cdot d\boldsymbol{\alpha} = 0 \quad (4.42)$$

che fornisce per $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ l'espressione:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\gamma} h_b h_f (\boldsymbol{\alpha}^b - \boldsymbol{\alpha}) \quad (4.43)$$

Dalle precedenti equazioni può essere ricavata l'espressione per il moltiplicatore plastico, che è la seguente:

$$\dot{\gamma} = \frac{2G_t \mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{e}} + VK_t \dot{\varepsilon}_v}{K_p + 2G_t - VK_t D} \quad (4.44)$$

4.5.4 Legge di evoluzione del tensore di *fabric*

L'approccio seguito nella formulazione del modello PB, per tener conto dell'evoluzione del *fabric*, è quello di ipotizzare che esso influenzi l'incremento delle deformazioni plastiche $\dot{\varepsilon}^p$ attraverso il fattore empirico h_f che scala il modulo

plastico K_p in eq. (4.40). La formulazione di h_f si basa su di una serie di osservazioni sperimentali, che mostrano come cicli ripetuti di sollecitazione a taglio, di ampiezza relativamente modesta, portano ad una risposta via e via più rigida a sollecitazioni di scarico-ricarico (Ladd et al., 1977). D'altra parte gli stessi autori mostrano come cicli ripetuti di ampiezza maggiore, danno luogo a un comportamento più compressibile in scarico. In particolare Ishihara et al. (1975) ha stabilito che il percorso di scarico mostra una rigidità minore solamente quando ha inizio dopo una fase di dilatanza. In altre parole il limite tra comportamento in scarico rigido o compressibile è identificato nella *phase transformation line* (PTL), ovvero la soglia tensionale tra comportamento dilatante o contraente per un elemento di volume soggetto ad una azione di taglio monotona. Tutto ciò è in perfetto accordo con le evidenze emerse dagli studi sulla evoluzione del *fabric*, che mostrano un significativo riassetto della tessitura dei grani, al manifestarsi della dilatanza.

Nel modello PB, la formulazione del fattore empirico h_f prevede la definizione di un tensore del secondo ordine \mathbf{F} , detto tensore di *fabric*. La relazione tra h_f e \mathbf{F} è la seguente:

$$h_f = \frac{1 + \langle \mathbf{F} \cdot \mathbf{I} \rangle^2}{1 + \langle \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \rangle} \quad (4.45)$$

Se in tensore di *fabric* \mathbf{F} è decomposto in una parte sferica ed una deviatorica, secondo la seguente relazione:

$$\mathbf{F} = \mathbf{f} + (f_p/3)\mathbf{I} \quad (4.46)$$

nella quale $f_p = \text{tr}(\mathbf{F})$, l'eq. (4.45) può essere riscritta in termini di \mathbf{f} e f_p :

$$h_f = \frac{1 + \langle f_p \rangle^2}{1 + \langle \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} \rangle} \quad (4.47)$$

Stando alla definizione in eq. (4.47), quando f_p aumenta, il valore del fattore h_f aumenta, dando luogo ad incrementi di deformazioni plastiche più piccoli. Al contrario se cresce $\mathbf{f} \cdot \mathbf{n}$, si ha l'andamento opposto. In ogni caso h_f assume solo valori positivi, per la presenza delle parentesi di Macauley. In questa maniera, l'influenza del tensore di *fabric* \mathbf{F} può essere distinta nel ruolo di della componente sferica f_p e in quello della componente deviatorica \mathbf{f} , che sono strettamente differenti. Alla stessa maniera le leggi di evoluzione per \dot{f}_p e $\dot{\mathbf{f}}$ sono definite in forma assolutamente diversa e indipendente l'una dall'altra. Esse tuttavia mostrano una comune correlazione tra evoluzione del *fabric* e comportamento dilatante o contraente, ovvero tra evoluzione del *fabric* e incremento di deformazioni volumetriche plastiche $\dot{\varepsilon}_v^p$:

$$\dot{f}_p = H \dot{\varepsilon}_v^p \quad (4.48)$$

$$\dot{\mathbf{f}} = -H \langle -\dot{\varepsilon}_v^p \rangle [C\mathbf{n} + \mathbf{f}] \quad (4.49)$$

con H e C costanti positive. Gli autori suggeriscono di stimare la costante C attraverso la seguente relazione:

$$C = \max(f_p)^2 \quad (4.50)$$

In tale maniera il massimo valore che può assumere il denominatore dell'eq. (4.47) diventa uguale a $1 + \max(f_p)^2$ ovvero il massimo valore mai assunto dal denominatore, e l'impiego del fattore di evoluzione del *fabric* necessita unicamente della calibrazione del parametro H . Tale parametro può infine essere messo in correlazione con le condizioni iniziali del materiale attraverso la seguente espressione:

$$H = H_0 \left(\frac{\sigma_{10}}{p_a} \right)^{-\zeta} \langle -\psi_0 \rangle \quad (4.51)$$

con H_0 e ζ costanti positive, ψ_0 e σ_{10} sono rispettivamente il valore del parametro di stato e la tensione principale massima nelle condizioni iniziali.

4.5.5 Sintesi dei parametri del modello PB

Nella Tab. 4.1 sono riassunti i parametri del modello per sabbie descritto nei paragrafi precedenti. Nella stessa tabella è sinteticamente indicato il significato fisico di ciascuna costante, con l'intervallo di valori tipico che la stessa può assumere per terreni sabbiosi naturali, così come riportato da Papadimitriou et al. (2001) e Papadimitriou & Bouckovalas (2002).

Parametro	Significato fisico	Intervallo tipico
$(e_{cs})_a$	Intercetta della linea di stato critico nel piano $e - \ln p$	0.72 ÷ 0.90
λ	Pendenza della linea di stato critico nel piano $e - \ln p$	0.01 ÷ 0.03
M_c^c	Resistenza a stato critico in compressione triassiale	1.20 ÷ 1.37
M_e^c	Resistenza a stato critico in estensione triassiale	0.86 ÷ 1.00
m	Semiapertura della superficie di snervamento	0.06 ÷ 0.07
B	Costante def. rigidità elastica G_{max}	500 ÷ 900
a_1	Costante di non-linearità del modulo elastico G	0.45 ÷ 0.85
γ_1	Soglia deformazione degradazione del modulo elastico G	$0.65 \cdot 10^{-4} \div 2.5 \cdot 10^{-4}$
ν	Coefficiente di Poisson	0.2 ÷ 0.4
k_c^b	Effetto di ψ sulla resistenza di picco	0.5 ÷ 4.0
k_c^d	Effetto di ψ sulla superficie di dilatanza	0.1 ÷ 3.0
A_0	Costante di dilatanza	1.0 ÷ 3.0
h_0	Costante del modulo plastico	1000 ÷ 10000
H_0	Prima costante legge evoluzione del <i>fabric</i>	50000 ÷ 100000
ζ	Effetto della σ_1 iniziale su evoluzione <i>fabric</i>	0.5 ÷ 2.5
C	Seconda costante legge evoluzione del <i>fabric</i>	non specificato

Tabella 4.1. Modello di Papadimitriou & Bouckovalas (2002): parametri del modello e intervalli di valore tipici per sabbie

Implementazione numerica del modello di Papadimitriou & Bouckovalas (2002)

5.1 Introduzione

L'impiego del modello avanzato Papadimitriou & Bouckovalas (2002) (PB) nelle analisi di problemi al finito richiede l'implementazione di un opportuno algoritmo di punto di Gauss per l'integrazione – a livello locale – delle equazioni costitutive lungo un assegnato percorso di deformazione. Nel presente lavoro il modello è stato implementato nel codice di calcolo commerciale Abaqus Standard v6.4. L'implementazione ha richiesto lo sviluppo di una user material subroutine (UMAT) scritta in Fortran 77, in accordo con quanto prescritto dal manuale del programmatore di Abaqus. Le procedure algoritmiche basate sul metodo di Runge–Kutta–Fehlberg 23 a passo adattativo con controllo dell'errore, sviluppate a tale scopo, sono discusse nel seguito.

L'algoritmo sviluppato è stato sottoposto a una procedura di verifica della correttezza dell'implementazione. Sono state messe a confronto le simulazioni numeriche eseguite dagli autori, e pubblicate nei lavori di riferimento – Papadimitriou et al. (2001); Papadimitriou & Bouckovalas (2002) – con simulazioni ottenute per gli stessi percorsi di carico attraverso l'impiego della implementazione proposta nel presente lavoro di tesi. Inoltre è stato possibile effettuare ulteriori utili tests sulla correttezza dell'implementazione, sfruttando la collaborazione con il collega dottorando Martinelli (Martinelli, 2010), che ha sviluppato in Matlab, in maniera completamente indipendente, un driver costitutivo per lo stesso modello, basato sull'algoritmo di Bardet & Chouhair (1991). La verifica della correttezza è presentata nel Par. 5.3

Se è ritenuto necessario anche valutare l'accuratezza e l'efficienza della implementazione proposta. A partire da un determinato stato iniziale del materiale, sono stati imposti percorsi di carico monotoni di varie ampiezze e di varia natura, allo scopo di misurare la distanza della soluzione fornita dalla routine UMAT rispetto ad una soluzione cosiddetta esatta, stabilendo una opportuna definizione dell'errore. Per gli stessi percorsi di carico, per avere una quantificazione dell'efficienza dell'algoritmo, è stato valutato lo sforzo computazionale necessario a pervenire a determinati livelli di errore. I dettagli di questo studio numerico sono forniti nel Par. 5.4.

Infine, una parte del lavoro di implementazione ha riguardato la creazione di procedure per il calcolo della matrice di rigidezza, che la routine del materiale passa al codice di calcolo FEM, per la risoluzione del problema di equilibrio. Per l'esecuzione di analisi al finito, la risoluzione del sistema di equazioni algebriche non lineari, derivanti dalla semidiscretizzazione spaziale del problema di equilibrio e dalla successiva integrazione nel tempo del sistema di ODE risultante, è affidata al metodo iterativo Newton–Raphson. Per garantire la convergenza quadratica di tale metodo, è necessario il calcolo ad ogni iterazione della *matrice di rigidezza tangente consistente*. La procedura di linearizzazione consistente dell'algoritmo di integrazione è descritta nel Par. 5.5.

5.2 Integrazione delle equazioni costitutive in forma incrementale

Il problema computazionale posto dall'impiego delle equazioni costitutive, sviluppate nell'ambito della teoria della plasticità, consiste nel definire una procedura numerica per aggiornare lo stato del materiale $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q})$ all'istante t_{n+1} – noto lo stato iniziale $(\boldsymbol{\sigma}_n, \mathbf{q}_n)$ all'istante t_n , nel generico intervallo di tempo $[t_n; t_{n+1}]$ – integrando numericamente le leggi di evoluzione delle variabili di stato fornite dalle equazioni costitutive incrementali, per un *assegnato* incremento di deformazione $\Delta\boldsymbol{\epsilon}_{n+1} := \boldsymbol{\epsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\epsilon}_n$.

Nei codici agli EF nonlineari per la risoluzione di problemi di deformazione in solidi inelastici, tale compito è affidato a procedure algoritmiche che integrano le equazioni costitutive a livello di punto di Gauss, note come *algoritmi di punto di Gauss*, o *stress–point algorithms*. Gli stress–point algorithms maggiormente impiegati in plasticità computazionale possono essere suddivisi nelle due classi seguenti:

1. algoritmi *espliciti*, sia di tipo return mapping che basati sull'impiego di metodi di Runge–Kutta multipli, di ordine differente, per la definizione adattativa del passo di integrazione con un meccanismo di controllo dell'errore.
2. algoritmi *impliciti*, del tipo “predictor–corrector”, quali il metodo di Eulero all'indietro generalizzato (*generalized backward Euler method*, GBE).

Algoritmi del primo tipo sono descritti, ad es., in Ortiz & Simo (1986) e Sloan (1987). Applicazioni dell'algoritmo GBE alla geomeccanica computazionale sono discusse, ad es., in Borja & Lee (1990), Borja (1991), Borja & Tamagnini (1998), Alawaji et al. (1992), Macari et al. (1997), Jeremić & Sture (1997) e Tamagnini et al. (2002). Studi comparativi sulle prestazioni degli algoritmi di tipo esplicito ed implicito per modelli elastoplastici classici sono riportati nei lavori di Gens & Potts (1988) e Potts & Ganendra (1997).

Nel presente lavoro, la scelta della particolare strategia numerica da adottare per integrare le equazioni costitutive precedentemente descritte, è ricaduta su un algoritmo esplicito adattativo di Runge–Kutta–Fehlberg del 3° ordine (RKF–32), con passo variabile e controllo dell'errore, già utilizzato con successo ad esempio da Tamagnini et al. (2000), Sellari (2007) e Miriano (2008). L'impiego di una

procedura di substepping adattativo risulta indispensabile dal punto di vista dell'efficienza quando, come nel caso in esame, il legame costitutivo è caratterizzato da forte nonlinearietà.

Per descrivere la procedura di integrazione è conveniente riformulare le leggi di evoluzione nella seguente forma vettoriale sintetica e del tutto generale:

$$\dot{\mathbf{y}} := \mathbf{f}(\mathbf{y}) \quad (5.1)$$

dove il vettore \mathbf{y} :

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix}$$

rappresenta l'insieme completo delle variabili di stato: stato tensionale $\boldsymbol{\sigma}$ e variabili di stato aggiuntive \mathbf{q} . Nel caso specifico del modello PB le variabili di stato sono la *back-stress* $\boldsymbol{\alpha}$, l'indice dei vuoti e e il tensore di *fabric* \mathbf{F} . La legge di evoluzione $\mathbf{f}(\mathbf{y})$ può essere scritta in maniera sintetica come:

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}) := \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{\sigma}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta t_{n+1}} \begin{Bmatrix} \mathbf{D}^{ep} \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1} \\ \mathbf{H} \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (5.2)$$

nella quale compaiono la matrice di rigidità elasto-plastica \mathbf{D}^{ep} e la matrice di incrudimento delle variabili di stato \mathbf{H} .

Il problema computazionale consiste nell'aggiornare lo stato del materiale \mathbf{y} attraverso l'eq. (5.2).

Il primo passo è il calcolo del cosiddetto *stato elastico di tentativo* \mathbf{y}_{tr} (*trial state*) che si valuta congelando il flusso plastico (i.e., ponendo $\dot{\gamma} = 0$), e considerando uno step *elastico*. La soluzione è valutata tramite l'algoritmo esplicito di Eulero in avanti.

Il secondo passo è quello di valutare se lo stato così ottenuto soddisfa la condizione di essere interno o di giacere sulla superficie di snervamento f (ovvero $f(\mathbf{y}_{tr}) \leq 0$): se sì lo stato finale è elastico e di conseguenza coincidente con quello di tentativo.

Se invece lo stato di tentativo \mathbf{y}_{tr} sta al di fuori della superficie di snervamento, come illustrato qualitativamente in Fig. 5.1, si passa da uno stato elastico a uno plastico ed è necessario valutare il punto di intersezione del percorso di carico con la superficie di snervamento.

Dunque, a partire dallo stato \mathbf{y}^* individuato come intersezione, è necessario ricorrere alla valutazione adattativa del problema elastoplastico, descritta nel seguente Paragrafo.

A differenza dei metodi impliciti, nei quali il risultato dell'integrazione delle equazioni costitutive incrementali soddisfa automaticamente il criterio di snervamento con una tolleranza imposta, nei metodi espliciti, come quello qui adottato, è sempre opportuno introdurre una semplice correzione iterativa per riportare lo stato finale del materiale sulla superficie di snervamento. Tale procedura, denominata *correzione del drift*, nel caso del presente lavoro, è stata implementata secondo quanto proposto da Sloan et al. (2001).

Nel modello PB le caratteristiche di rigidità a taglio (para)elastiche dipendono dalla variazione del tensore deviatorico delle deformazioni rispetto ad un valore corrispondente a un opportuno stato di riferimento, come descritto nel Par. 4.5.2. Tale inversione di percorso di deformazione può avvenire sia in condizioni di carico

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}) := \frac{1}{\Delta t_{n+1}} \begin{Bmatrix} \mathbf{D}^{ep} \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1} \\ \mathbf{H} \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

e l'intervallo di integrazione è ora $T \in [0; 1]$.

La procedura di integrazione prevede inoltre la possibilità di suddividere l'intervallo di integrazione unitario in un certo numero di *substeps* di ampiezza variabile:

$$\Delta T_{k+1} := T_{k+1} - T_k = \frac{t_{k+1} - t_k}{\Delta t_{n+1}} \leq 1 \quad \sum_{k=1}^{n_s} \Delta T_{k+1} = 1 \quad (5.6)$$

con n_s numero totale dei substeps.

La procedura adattativa utilizzata nell'algorithm RKF-32 sfrutta il confronto tra le soluzioni ottenute sullo stesso substep con due diversi algoritmi espliciti di diverso ordine – l'algorithm di Eulero modificato (di ordine 2) e l'algorithm di Runge-Kutta (di ordine 3) – per estrapolare la relazione che lega l'ampiezza del substep all'errore di integrazione (Stoer & Bulirsch, 1992). Per tali schemi di integrazione, le due soluzioni sono fornite dalle seguenti relazioni di ricorrenza:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k+1} = \mathbf{y}_k + \Delta T_k \sum_{j=1}^2 \tilde{C}_j \mathbf{k}_j(\mathbf{y}_k, \Delta T_k) \quad (5.7)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1} = \mathbf{y}_k + \Delta T_k \sum_{j=1}^3 \hat{C}_j \mathbf{k}_j(\mathbf{y}_k, \Delta T_k) \quad (5.8)$$

Le costanti che compaiono nelle eq. (5.7) e (5.8) assumono i valori $\tilde{C}_1 = 0$, $\tilde{C}_2 = 1$, $\hat{C}_1 = \hat{C}_3 = 1/6$, $\hat{C}_2 = 2/3$ mentre le funzioni \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 e \mathbf{k}_3 sono date da:

$$\mathbf{k}_1 := \mathbf{f}(\mathbf{y}_k) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{k}_2 := \mathbf{f}\left(\mathbf{y}_k + \frac{1}{2} \Delta T_k \mathbf{k}_1\right) \quad (5.10)$$

$$\mathbf{k}_3 := \mathbf{f}(\mathbf{y}_k - \Delta T_k \mathbf{k}_1 + 2 \Delta T_k \mathbf{k}_2) \quad (5.11)$$

nelle quali $\mathbf{f}(\mathbf{y}_k)$ è la legge di evoluzione specializzata per il modello PB.

Con le due soluzioni fornite dalle eq. (5.7) e (5.8) è possibile adattare l'ampiezza del substep mediante la seguente procedura. Sia:

$$\mathbf{R}_{k+1} := \hat{\mathbf{y}}_{k+1} - \tilde{\mathbf{y}}_{k+1} \quad (5.12)$$

il vettore differenza tra le due soluzioni calcolate. Ad esso è possibile associare la seguente misura scalare dell'errore relativo:

$$R_{k+1} := \frac{\|\mathbf{R}_{k+1}\|}{\|\hat{\mathbf{y}}_{k+1}\|} \quad (5.13)$$

Fissata opportunamente una tolleranza TOL (ragionevolmente piccola) per l'errore di integrazione, è possibile verificare se la norma dell'errore relativo soddisfa la disuguaglianza:

$$R_{k+1} < TOL \quad (5.14)$$

Se tale disuguaglianza è soddisfatta, la soluzione $\hat{\mathbf{y}}_{k+1}$ è accettata, e la dimensione del successivo substep è aggiornata mediante la seguente estrapolazione (Sloan, 1987):

$$\Delta T_{k+1} = \min \left\{ 0.9 \Delta T_k \left[\frac{TOL}{R_{k+1}} \right]^{1/3}; 4 \Delta T_k \right\} \quad (5.15)$$

Nel caso contrario, entrambe le soluzioni sono scartate, l'ampiezza del substep viene ridotta mediante la seguente estrapolazione (Sloan, 1987):

$$\Delta T_{k+1} = \max \left\{ 0.9 \Delta T_k \left[\frac{TOL}{R_{k+1}} \right]^{1/3}; \frac{1}{4} \Delta T_k \right\} \quad (5.16)$$

e la procedura di integrazione viene ripetuta fino a quando la condizione (5.14) non risulta soddisfatta, o il massimo numero di substeps prescritto non viene raggiunto. La Tab. 5.1 sintetizza l'algoritmo utilizzato.

5.2.2 L'algoritmo di Bardet & Chouchair (1991)

Il modello costitutivo PB, selezionato per il presente lavoro è formulato in forma incrementale. Piuttosto che fornire lo stato tensionale associato ad uno specifico stato di deformazione, esso definisce le leggi di evoluzione delle variabili di stato a partire da uno stato iniziale noto. Pertanto, la valutazione quantitativa degli effetti prodotti da un assegnato "carico" esterno - sia esso un incremento di tensione o di deformazione o una loro combinazione - richiede l'integrazione nel tempo delle equazioni costitutive lungo un assegnato percorso di carico a partire da assegnate condizioni iniziali.

L'integrazione di questo sistema di equazioni presenta delle difficoltà. Innanzitutto l'impossibilità di ottenere una soluzione in forma chiusa e la necessità, quindi, di ricorrere a tecniche di integrazione di tipo numerico. Viene poi la necessità di definire delle *condizioni di vincolo* e di *carico* da imporre all'elemento di terreno al fine di poter simulare un determinato percorso di carico, dato che la risposta alle sollecitazioni esterne dipende non solo dal tipo e dall'entità delle tensioni applicate, ma anche dal modo in cui ciò avviene.

Le condizioni di vincolo esprimono delle limitazioni - in termini di tensione e deformazione - alle quali l'elemento di terreno è soggetto; la condizione di carico esprime il modo con il quale i carichi esterni vengono applicati. Queste condizioni in genere non rimangono costanti, ma possono variare durante l'applicazione dei carichi esterni.

Per tenere in conto tali aspetti Bardet & Chouchair (1991) hanno proposto un versatile algoritmo che permette di ottenere curve sforzi-deformazioni per equazioni costitutive non viscosi (si trascura la viscosità propria dello scheletro solido del terreno) durante il generico percorso di carico, linearizzando le condizioni di vincolo e di carico e mettendole in relazione con le equazioni costitutive. L'originale versione di tale algoritmo permette di integrare equazioni costitutive elastoplastiche.

Il Driver costitutivo del modello PB è stato implementato, in via indipendente dal presente lavoro di tesi, dal collega dottorando Mario Martinelli in MATLAB,

Tabella 5.1. Algoritmo esplicito adattativo di Runge–Kutta–Fehlberg di terzo ordine (RKF23)

1. Inizializzazione del contatore dei substep, dello stato del materiale e del tempo:

$$k = 1 \quad \mathbf{y}_k|_{k=1} = \mathbf{y}_n \quad T_k = 0 \quad \Delta T_k = 1$$

2. Controllare se il processo di integrazione è completo:

SE: $T_k = 1$ VA AL PUNTO 10, ALTRIMENTI:

3. Valutare le soluzioni approssimate di \mathbf{y}_{k+1} :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{k+1} &= \mathbf{y}_k + \Delta T_k \sum_{j=1}^N \tilde{C}_j \mathbf{k}_j(\mathbf{y}_k, \Delta T_k) \\ \hat{\mathbf{y}}_{k+1} &= \mathbf{y}_k + \Delta T_k \sum_{j=1}^{N+1} \hat{C}_j \mathbf{k}_j(\mathbf{y}_k, \Delta T_k) \end{aligned}$$

4. Valutare l'errore relativo \mathbf{R}_{k+1} :

$$\mathbf{R}_{k+1} := \frac{\|\mathbf{R}_{k+1}\|}{\hat{\mathbf{y}}_{k+1}}$$

5. Se l'errore è non minore della tolleranza imposta:

SE: $\mathbf{R}_{k+1} \geq TOL$ VA AL PUNTO 9, ALTRIMENTI

6. Aggiornamento del tempo adimensionale e dello stato del materiale:

$$T_{k+1} = T_k + \Delta T_k \quad \mathbf{y}_{k+1} = \hat{\mathbf{y}}_{k+1}$$

7. Valutazione della dimensione del substep successivo:

$$\Delta T_{k+1} = \min \left\{ 0.9 \Delta T_k \left[\frac{TOL}{\mathbf{R}_{k+1}} \right]^{1/3}; 4 \Delta T_k \right\}$$

8. Controllo che la dimensione del substep sia minore del tempo residuo e inizio di un nuovo substep:

$$\begin{aligned} \Delta T_{k+1} &\leftarrow \min \{ \Delta T_{k+1}, 1 - \Delta T_{k+1} \}; & k &\leftarrow k + 1; \\ T_k &\leftarrow T_{k+1}; & \mathbf{y}_k &\leftarrow \mathbf{y}_{k+1} \\ && &\text{VA AL PUNTO 2} \end{aligned}$$

9. Lo step non ha fornito una soluzione accettabile, riduzione delle dimensioni del substep:

$$\Delta T_{k+1} = \min \left\{ 0.9 \Delta T_k \left[\frac{TOL}{\mathbf{R}_{k+1}} \right]^{1/3}; \frac{1}{4} \Delta T_k \right\}$$

VA AL PUNTO 3

10. Il processo di integrazione è completato; si fornisce il valore dello stato del materiale:

$$\mathbf{y}_{n+1} = \mathbf{y}_{k+1} \text{ EXIT}$$

sfruttando la linearizzazione delle condizioni di carico e di vincolo suggerita da Bardet & Chouhair (1991). Il sistema di equazioni differenziali ordinarie così ottenuto è stato integrato numericamente con algoritmo esplicito Eulero in avanti. Tale lavoro di implementazione si è basato sulla modifica di uno strumento già sviluppato da Mahdi Taiebat per il modello di materiale Manzari & Dafalias (1997) e messo a disposizione della comunità scientifica (si veda ad es. Andrzej Niemunis Homepage, <http://www.rz.uni-karlsruhe.de/gn99/>).

L'ipotesi fondamentale che permette di assimilare il provino ad un elemento di volume è che sia omogeneo. Le condizioni di prova che si vogliono simulare sono definite in funzione dello stato tensionale, $\boldsymbol{\sigma}$, dello stato deformativo, $\boldsymbol{\epsilon}$, e del tempo, t , nel caso in cui la variabile di controllo varia con legge nota come derivata nel tempo.

Matematicamente sono rappresentate dalla seguente serie di funzioni:

$$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\epsilon}, t) = 0 \quad (5.17)$$

in cui $\boldsymbol{\phi}$ è un vettore a sei componenti, una per ogni componente dello spazio tensionale.

Di solito non si è in grado di scrivere la eq. 5.17 in forma compiuta in termini di $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\epsilon}$ attuali, ma in forma anolonomica, i.e., come relazione tra gli incrementi delle componenti di $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\epsilon}$. Differenziando le funzioni eq. 5.17 ed uguagliandole a zero si ottiene:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{S}\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{E}\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbf{V} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{S} = \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \mathbf{E} = \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \quad \mathbf{V} = \frac{\partial \boldsymbol{\phi}}{\partial t} \quad (5.18)$$

in cui \mathbf{S} ed \mathbf{E} sono opportune matrici di vincolo di ordine 6×6 dipendenti dal percorso di carico imposto e \mathbf{V} è l'incremento di carico generalizzato per il percorso di carico prescelto rappresentato da un vettore a sei componenti definito come:

$$\mathbf{V} := \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ v\} \quad (5.19)$$

in accordo con Bardet & Chouhair (1991) le prime cinque relazioni lineari descrivono le condizioni di vincolo linearizzate mentre la sesta relazione introduce la variabile di carico v che controlla l'evoluzione del processo di carico.

Le settantadue componenti delle matrici \mathbf{S} ed \mathbf{E} sono costanti durante un generico incremento di carico generalizzato, ma possono variare da un incremento di carico ad un altro per descrivere vincoli non lineari. Inoltre il sistema 5.18 è abbastanza generale per descrivere tutti i percorsi di laboratorio che inducono nel provino uno stato tensionale e deformativo omogeneo.

Risulta essere importante osservare che le relazioni 5.18 possono contenere come parametri i valori correnti di $\boldsymbol{\sigma}$ e delle variabili di stato \mathbf{q} , ma l'incremento della tensione, $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$, e della deformazione, $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$, che rappresentano le incognite del problema, non compaiono nelle espressioni di \mathbf{S} , \mathbf{E} e \mathbf{V} .

Introducendo nella eq. 5.18 la generica equazione costitutiva elastoplastica 4.9 (in cui \mathbf{D}^{ep} è stato sostituito con \mathbf{D}), si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{S}\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{E}\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \mathbf{V} = \mathbf{0} \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\epsilon}} \end{cases} \quad \text{con} \quad \mathbf{D} = \begin{cases} \mathbf{D}^e & \dot{\gamma} = 0 \\ \mathbf{D}^{ep} & \dot{\gamma} > 0 \end{cases} \quad (5.20)$$

Il tensore di rigidezza \mathbf{D} può essere elastico in caso di scarico (moltiplicatore plastico, $\dot{\gamma}$, nullo) o elastoplastico in caso di carico ($\dot{\gamma}$ positivo). In entrambi i casi \mathbf{D} è funzione dello stato corrente del materiale. Tale sistema non ammette soluzione in forma chiusa per la complessità della equazione costitutiva, di conseguenza si ricorre al metodo di integrazione esplicito Eulero in avanti, il quale richiede che le equazioni differenziali del sistema siano scritte nella forma:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, t) \quad (5.21)$$

in cui \mathbf{f} è un vettore avente le stesse dimensioni di \mathbf{y} ed è funzione dello stato del materiale ed eventualmente del tempo.

Le grandezze incognite del problema scritte nella forma 5.21 sono:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{V}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{S}\mathbf{D} + \mathbf{E} \quad (5.22)$$

in cui la matrice quadrata di ordine sei \mathbf{A} può essere elastica o elastoplastica a seconda del segno di $\dot{\gamma}$. Se il problema è ben posto, ovvero se il materiale si trova in condizioni di potenziale controllabilità per il percorso di carico imposto, \mathbf{A} è positivo ($\mathbf{A} > \mathbf{0}$).

Sostituendo la eq. 5.22 nell'equazione costitutiva si ha:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{V} \quad (5.23)$$

Come dettagliatamente discusso nel Cap. 4 nella teoria della plasticità in caso di plasticizzazione è necessario tenere in conto delle leggi di evoluzione che permettono di aggiornare le variabili di stato interne espresse dalla eq. 4.5. Da quest'ultima equazione considerando l'espressione di $\dot{\gamma}$ (eq. 4.7) e la eq. 5.21 si ottiene:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{K_p} \mathbf{h} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{D}^e \mathbf{A}_{ep}^{-1} \mathbf{V} \quad (5.24)$$

Si ricordi che le eq. 5.22–5.24 sono sottoposte ai seguenti vincoli algebrici:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) \leq 0, \quad \dot{\gamma} f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}) = 0 \quad (5.25)$$

associati alle condizioni di consistenza descritti nel Par. 4.2.

Riassumendo le incognite del sistema sono dunque:

$$\mathbf{y} = \{\boldsymbol{\epsilon}^T, \boldsymbol{\sigma}^T, \mathbf{q}^T\}^T \quad (5.26)$$

e le rispettive espressioni del tipo 5.21 sono le seguenti:

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = \left\{ \mathbf{A}^{-1}\mathbf{V}, \mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{V}, \frac{1}{K_p} \mathbf{h} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{D}^e \mathbf{A}_{ep}^{-1} \mathbf{V} \right\}^T \quad (5.27)$$

Si è così ottenuto un sistema di equazioni differenziali che possono essere integrate con l'algoritmo esplicito Eulero in avanti.

Sia $\mathbb{I} = \bigcup_{n=0}^N [t_n, t_{n+1}]$ una partizione dell'intervallo di tempo di interesse in step di tempo. Si assume che all'istante $t_n \in \mathbb{I}$ lo stato del materiale ($\boldsymbol{\epsilon}_n, \boldsymbol{\sigma}_n, \mathbf{q}_n$) sia noto. Sia $\{V_k : k = 0, 1, \dots, n+1\}$ l'andamento temporale noto delle condizioni di carico generalizzate (eq. 5.19).

Il problema computazionale consiste nell'aggiornare lo stato del materiale attraverso le eq. 5.22–5.24.

5.3 Verifica dell'implementazione

L'algoritmo di punto di Gauss sviluppato per il modello PB è stato sottoposto a una procedura di verifica della correttezza dell'implementazione. Sono state messe a confronto le simulazioni numeriche eseguite dagli autori, e pubblicate nei lavori di riferimento – Papadimitriou et al. (2001); Papadimitriou & Bouckovalas (2002) – con simulazioni ottenute per gli stessi percorsi di carico attraverso l'impiego della implementazione proposta nel presente lavoro di tesi. La routine UMAT implementata, in questa parte dello studio numerico, è stata utilizzata senza l'interfaccia del codice FEM Abaqus 6.4. Per l'integrazione delle equazioni costitutive lungo i percorsi di carico selezionati è stato utilizzato `IncrementalDriver`, un codice programmato da Niemunis (2008) appositamente per testare routine di legami costitutivi scritte nella sintassi delle UMAT subroutines di Abaqus.

I dati disponibili si riferiscono alla simulazione numerica di prove di laboratorio effettuate su Nevada Sand. Nei lavori di riferimento non sono riportati dettagli sulle tecniche di implementazione delle leggi costitutive proposte, né sulla piattaforma utilizzata per l'integrazione numerica delle stesse. Mancano inoltre dettagli in merito alla scelta di alcuni parametri del modello e alla inizializzazione di tutte le variabili di stato aggiuntive. Per i motivi sopra menzionati, non è possibile valutare appieno le cause di eventuali discrepanze tra i risultati pubblicati dagli autori e quelli ottenuti nell'ambito del presente studio. Tuttavia appare evidente come il confronto abbia comunque una assoluta rilevanza, soprattutto in merito all'andamento qualitativo dei risultati.

Ulteriori e molto significativi tests sulla correttezza dell'implementazione, sono stati eseguiti sfruttando la collaborazione con il collega dottorando Martinelli (Martinelli, 2010), che ha sviluppato in Matlab, in maniera completamente autonoma, un driver costitutivo per lo stesso modello, basato sull'algoritmo di Bardet & Chouhair (1991). In questo caso i confronti sono effettuati con il completo controllo sulla scelta delle costanti del materiale e delle condizioni iniziali. Inoltre, noti gli algoritmi di integrazione impiegati (Eulero in avanti per il driver sviluppato da Martinelli e RKF-23 per l'implementazione proposta nel presente lavoro), è stato possibile scegliere un numero di passi opportuno per ridurre l'eventuale divario di risposta dovuto ad un livello di accuratezza intrinsecamente differente tra le due procedure. I confronti con questo strumento sono stati fatti solo per i dati forniti dallo stesso autore tramite comunicazione personale.

I dati ricavati dalle pubblicazioni sono relativi a percorsi di carico convenzionali e nello specifico:

1. prova di taglio ciclico drenata (Fig. 8, Papadimitriou et al. (2001));
2. prove triassiali monotone a tre differenti valori di pressione media p : a) in condizioni non drenate; b) in condizioni drenate a p costante (Fig. 14, Papadimitriou et al. (2001));
3. due prove di liquefazione ciclica: a) prova triassiale; b) prova di taglio semplice (Fig. 8, Papadimitriou & Bouckovalas (2002));

I confronti tra dati pubblicati, dati ottenuti dalla implementazione proposta nel presente lavoro e dati ottenuti dalla implementazione di Martinelli (2010), sono

rappresentati nelle seguenti Figg. 5.2 ÷ 5.6. Dall'analisi dei risultati si può affermare che le simulazioni pubblicate dagli autori del modello e i risultati ottenuti con la presente implementazione sono assolutamente paragonabili sia in termini qualitativi che quantitativi. Vi sono alcune differenze che crescono progressivamente lungo i percorsi di deformazione monotoni (si veda ad es. Figg. 5.3 e 5.4), ma non è possibile dire se queste siano dovute a differenti strategie di integrazione delle equazioni. I risultati delle prove cicliche sono invece in ottimo accordo, almeno per i primi 4 o 5 cicli (si vedano Figg. 5.2 e 5.5). L'accordo è meno soddisfacente per il percorso di taglio semplice non drenato (Fig. 5.6) per il quale non sono però chiare nella pubblicazione le condizioni di inizio prova. Le differenze sono infatti evidenti già da principio, con tensioni tangenziali non nulle a inizio prova per i dati pubblicati dagli autori.

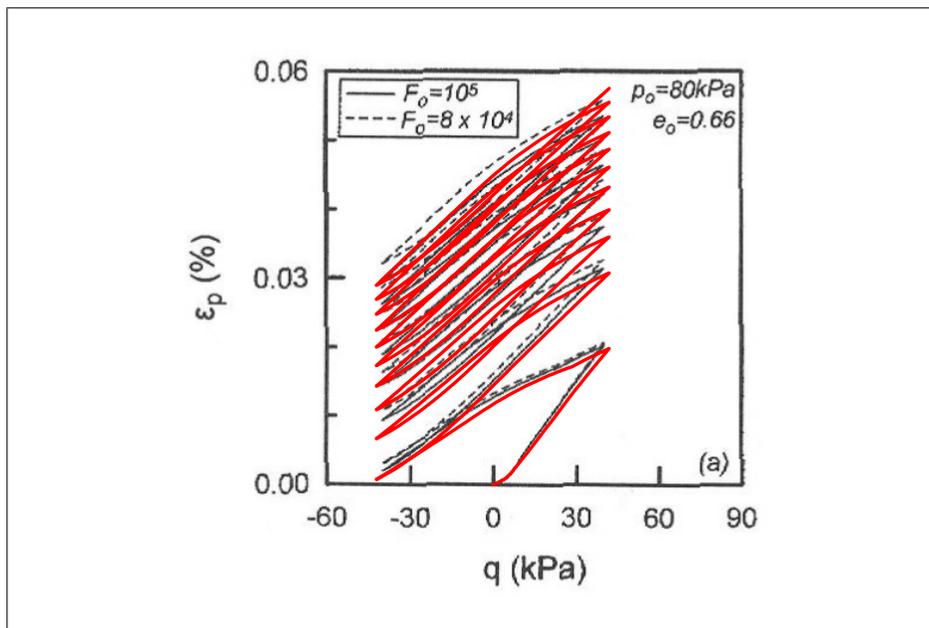


Figura 5.2. Verifica della correttezza dell'implementazione: prova di taglio ciclico drenata (Fig. 8, Papadimitriou et al. (2001))

Per quanto concerne le condizioni iniziali delle variabili di stato, queste sono state dedotte, per quanto possibile, dalle informazioni fornite dalle figure e dal testo a commento delle stesse. In particolare il valore iniziale dell'indice dei vuoti è noto per tutte le simulazioni in precedenza elencate. Il valore iniziale della *back-stress* è posto pari a zero per tutte le componenti del tensore, nel caso di stato tensionale iniziale isotropo (prove ai punti 1, 2 e 3.a dell'elenco che precede).

Nel caso della prova al punto 3.b (prova di liquefazione per taglio semplice), la simulazione è stata preceduta da una fase di consolidazione a deformazioni laterali impedito, fino al valore di tensione verticale di inizio prova ($\sigma_v = 160$ kPa). Mediante tale fase preliminare si può generare il tensore di *back-stress* relativo alle

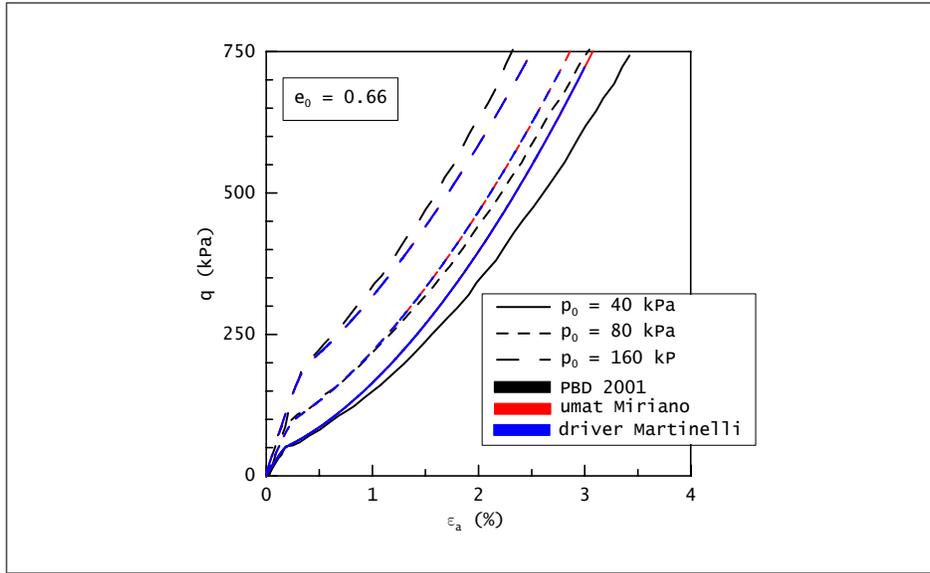


Figura 5.3. Verifica della correttezza dell'implementazione: prove triassiali monotone a tre differenti valori di pressione media p , in condizioni non drenate (Fig. 14.a, Papadimitriou et al. (2001))

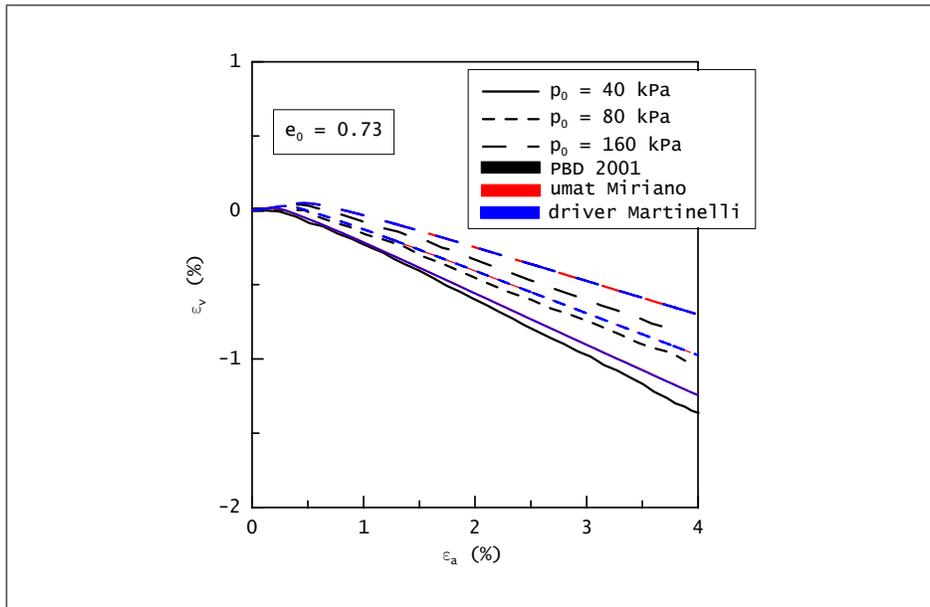


Figura 5.4. Verifica della correttezza dell'implementazione: prove triassiali monotone a tre differenti valori di pressione media p , in condizioni drenate a p costante (Fig. 14.b, Papadimitriou et al. (2001))

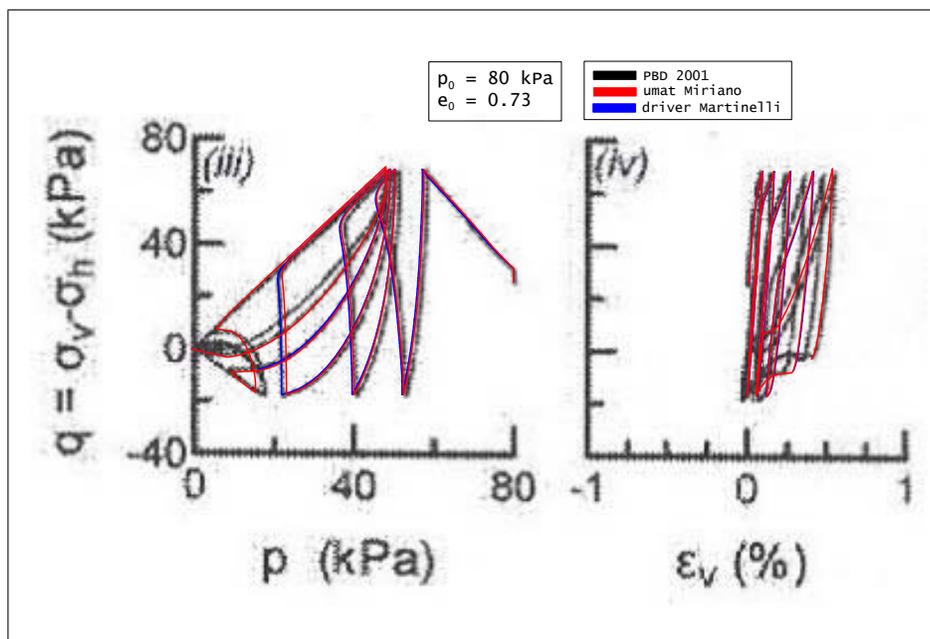


Figura 5.5. Verifica della correttezza dell'implementazione: prova triassiale di liquefazione ciclica (Fig. 8.a, Papadimitriou & Bouckovalas (2002))

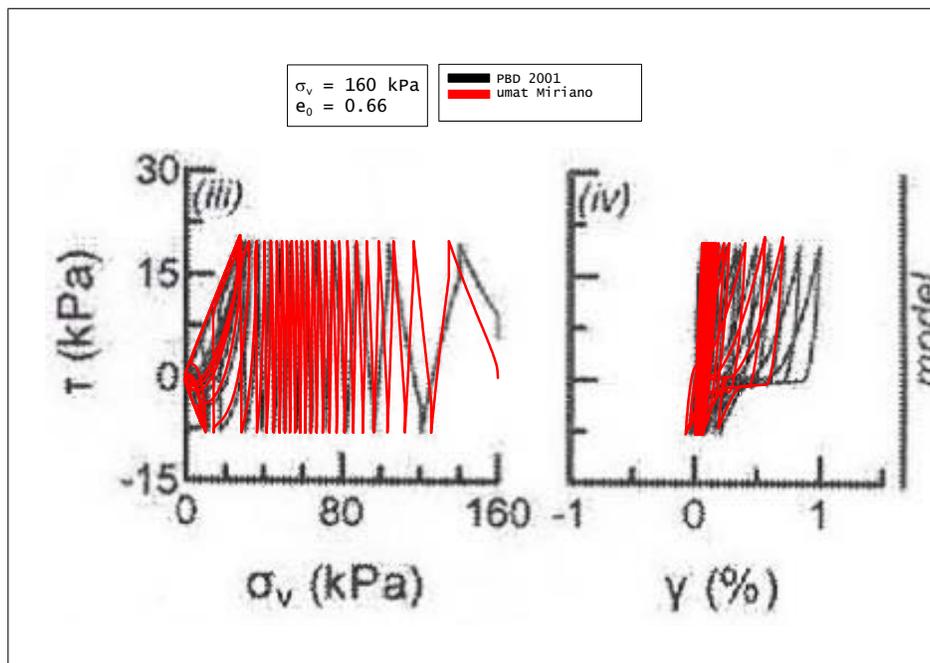


Figura 5.6. Verifica della correttezza dell'implementazione: prova di liquefazione ciclica per taglio semplice (Fig. 8.b, Papadimitriou & Bouckovalas (2002))

condizioni iniziali della fase di taglio ciclico. Si noti che in questo modo anche il tensore di *fabric* evolve, a partire da un valore iniziale nullo. Se la fase di taglio ciclico ha inizio a partire da condizioni iniziali per le variabili di stato così generate, si ha un comportamento sforzi deformazioni illustrato, in nero in Fig. 5.7. Nella stessa figura, in rosso, si ha invece il comportamento ottenuto riazzerando il tensore di *fabric* ($F_0=0$) prima della fase ciclica. Tale comportamento è quello naturalmente più vicino alle simulazioni proposte dagli autori, come precedentemente mostrato in Fig. 5.6. Questa evidenza porta a due considerazioni: 1) i confronti tra prestazioni di differenti implementazioni del modello hanno valore conclusivo solo a parità di condizioni iniziali per tutte le variabili di stato 2) in analisi al finito, in cui la fase dinamica è preceduta da una storia di carico complessa (es. fasi di costruzione dell'opera), porre la dovuta attenzione alla generazione o alla scelta del campo di valori iniziali, in special modo del tensore di *fabric*.

Per quanto concerne, infine, la valutazione della correttezza della implementazione del modello, proposta nell'ambito del presente lavoro di tesi, si può affermare che:

- il confronto con i dati pubblicati dagli autori del modello è soddisfacente, soprattutto a livello qualitativo;
- il confronto con tali dati non può essere del tutto esaustivo in quanto non sono noti tutti i dettagli sulle condizioni di prova (ad es. condizioni iniziali) e sugli strumenti numerici impiegati nelle simulazioni;
- il confronto con l'implementazione alternativa, sviluppata in Matlab da Martinelli (2010), è assolutamente soddisfacente;

Per quanto sopra affermato, si può concludere che l'implementazione proposta può senz'altro essere considerata affidabile quanto a correttezza.

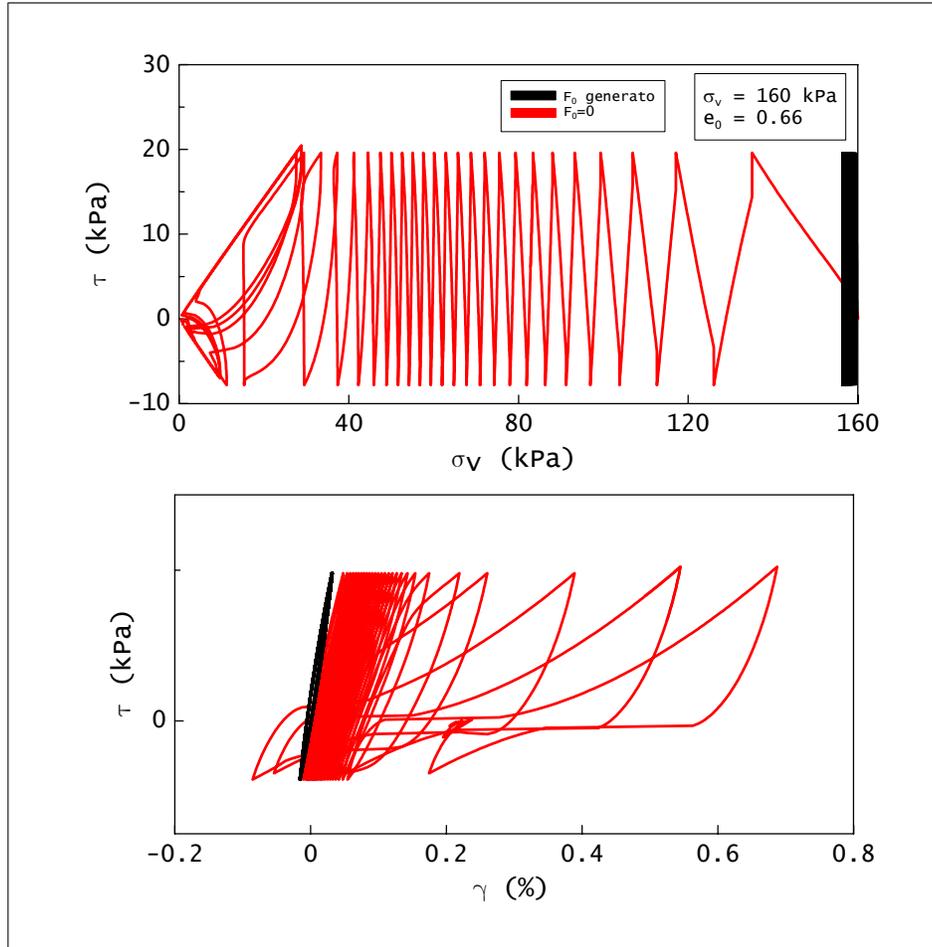


Figura 5.7. Prova di liquefazione ciclica per taglio semplice (Fig. 8.b, Papadimitriou & Bouckovalas (2002)): influenza del valore iniziale del tensore di *fabric* F_0

5.4 Accuratezza ed efficienza dell'implementazione

Nel presente paragrafo sono riportati i risultati di uno studio numerico realizzato al fine di valutare l'accuratezza e l'efficienza della implementazione proposta. A partire da un determinato stato iniziale del materiale, sono stati imposti percorsi di carico monotoni di varie ampiezze e di varia natura, allo scopo di misurare la distanza della soluzione fornita dalla routine UMAT rispetto ad una soluzione cosiddetta esatta.

Lo studio numerico è stato condotto utilizzando i parametri dei materiali relativi alla Nevada Sand riportati nei lavori di riferimento. È stato preso in considerazione uno stato iniziale del materiale addensato, condizione per la quale si ha una iniziale tendenza a dilatare e dunque una tendenza alla evoluzione di tutte le variabili di stato. Tale condizione appare pertanto di maggiore interesse per

valutare eventuali criticità sulla accuratezza dell'implementazione. La densità relativa iniziale è fissata al valore $D_r = 70\%$, pari ad un valore dell'indice dei vuoti di $e = 0.629$, calcolato sulla base delle caratteristiche fisiche fornite per la Nevada Sand ($e_{\max} = 0.894$, $e_{\min} = 0.516$, $G_s = 2.68$) da Arulmoli et al. (1992). Le condizioni iniziali sono state ottenute con una analisi preliminare che ha portato l'elemento di volume da una condizione di sollecitazione isotropa di entità modesta ($p = 10$ kPa, $\alpha = \mathbf{0}$ e $\mathbf{F} = \mathbf{0}$), attraverso una fase di sollecitazione edometrica, fino ad un valore della tensione verticale σ_v pari a 100 kPa (si veda Fig. 5.8). Tale valore della tensione verticale iniziale è stato opportunamente scelto in maniera da avere i percorsi tensionali, dovuti alle deformazioni imposte nello studio numerico, non del tutto interni alla superficie di snervamento.

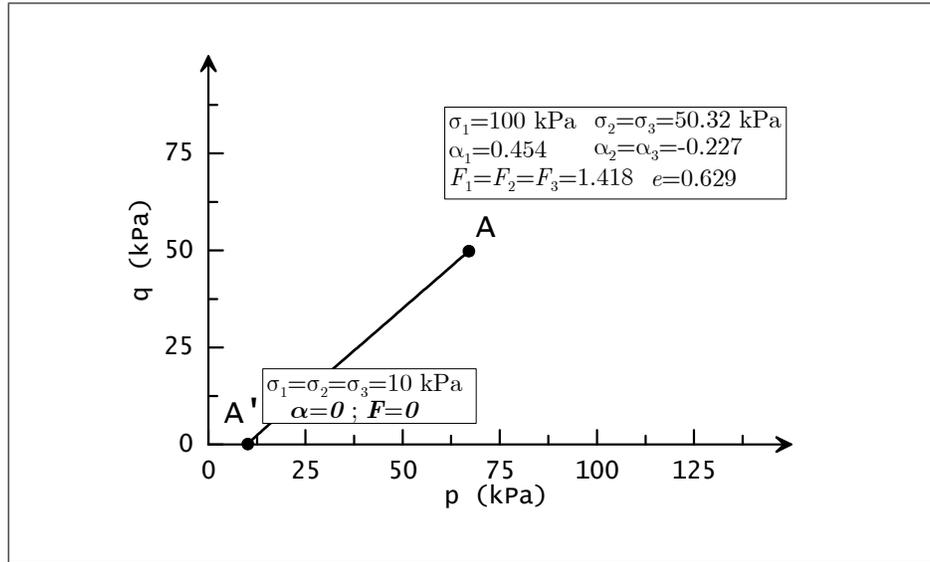


Figura 5.8. Percorso di carico per la generazione delle condizioni iniziali per lo studio numerico.

A partire dallo stato iniziale sopra descritto, sono stati imposti incrementi di deformazione in condizioni assialsimmetriche, di direzione e entità variabili. Al fine di valutare l'effetto della direzione dell'incremento di deformazione e della tolleranza sono stati considerati vari percorsi di carico imposti in un singolo passo, caratterizzati da un modulo $\rho = \|\Delta\epsilon\|$ variabile nell'intervallo $[1.0e - 5; 1.0e - 3]$ e da una direzione α variabile nell'intervallo $[0; 2\pi]$ (Fig. 5.9).

Ad ogni percorso di deformazione – caratterizzato dalle due quantità (ρ, α) – l'accuratezza della soluzione numerica è stata stimata sulla base della seguente misura relativa dell'errore di integrazione:

$$\text{ERR} = \text{ERR}_\sigma + \text{ERR}_\alpha + \text{ERR}_e + \text{ERR}_F \quad (5.28)$$

in cui si considerano i contributi delle variabili che definiscono lo stato del materiale: tensione, “back stress”, indice dei vuoti e tensore di *fabric*, rispettivamente

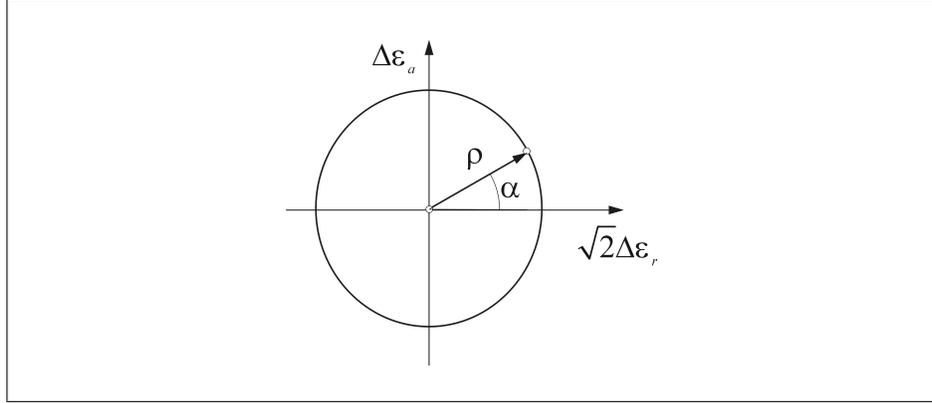


Figura 5.9. Percorsi di carico in condizioni di assialsimmetria.

definiti come:

$$\text{ERR}_\sigma := \frac{\|\sigma - \sigma^*\|}{\|\sigma^*\|} \quad (5.29)$$

$$\text{ERR}_\alpha := \frac{\|\alpha - \alpha^*\|}{\|\alpha^*\|} \quad (5.30)$$

$$\text{ERR}_e := \frac{|e - e^*|}{e^*} \quad (5.31)$$

$$\text{ERR}_F := \frac{\|F - F^*\|}{\|F^*\|} \quad (5.32)$$

dove σ , α , e e F sono rispettivamente la tensione, la “back stress”, l’indice dei vuoti e il tensore di *fabric* ottenuti dall’integrazione numerica per una determinata tolleranza e σ^* , α^* , e^* e F^* rappresentano le rispettive soluzioni “esatte”, determinate numericamente con l’algoritmo RKF23 per una tolleranza sull’errore di integrazione $TOL = 10^{-8}$, così come definita nell’eq. (5.14).

Tale valutazione dell’errore è stata eseguita per tre valori della tolleranza sull’errore TOL : 10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} .

Nelle seguenti Figg. 5.10 ÷ 5.12 sono riportati i contour di $\log(\text{ERR})$ nel piano ($\log \rho : \alpha$), le cosiddette *mappe di isoerrore*, ottenute per i tre valori di TOL considerati ($TOL = 10^{-5}$, $TOL = 10^{-4}$ e $TOL = 10^{-3}$). I risultati sono stati elaborati in forma di contour che rappresentano le linee a errore costante. I valori dell’errore sono stati plottati in scala logaritmica, data la variabilità di qualche ordine di grandezza da una zona all’altra del contour. I colori del contour vanno dal bianco (errore nullo o piccolo) fino ad arrivare ai colori più scuri (errore grande). Sono stati tracciati alcune rette di riferimento, a valori di direzione di deformazione α costanti, corrispondenti a direzioni di carico assialsimmetriche significative nella pratica geotecnica:

- compressione isotropa: $\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$;
- compressione edometrica: $\alpha = \frac{\pi}{2}$;

- deformazione a volume costante: $\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$;
- estensione isotropa: $\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi$;
- estensione edometrica: $\alpha = \frac{\pi}{2} + \pi$;
- deformazione a volume costante: $\alpha = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \pi$;

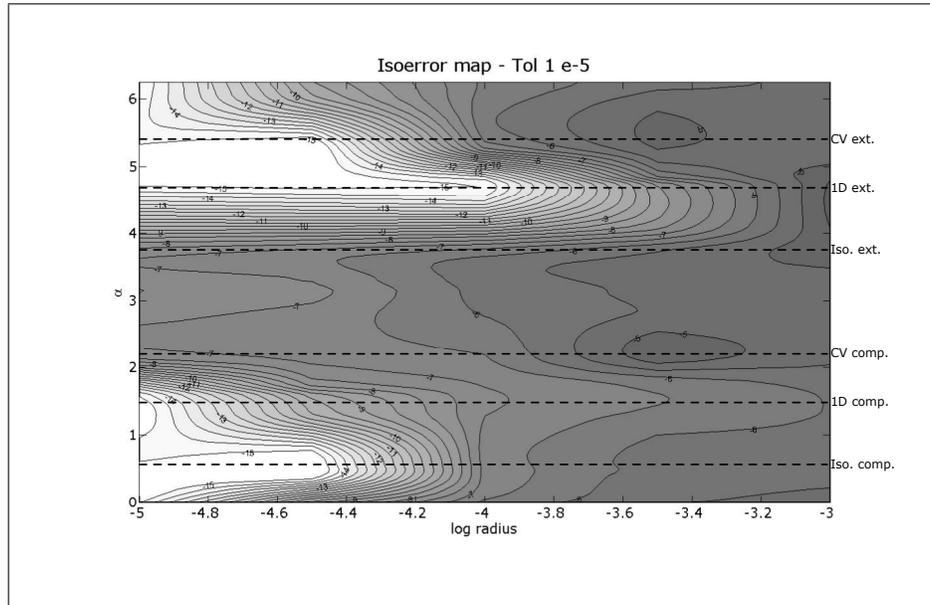


Figura 5.10. Mappe isoerrore – $TOL = 10^{-5}$.

Dall'analisi dei risultati ottenuti si può affermare quanto segue:

- fissando un valore di tolleranza sull'errore di integrazione, ad es. $TOL = 10^{-5}$ (Fig. 5.10), l'errore aumenta all'aumentare dell'incremento di deformazione ρ , come era lecito attendersi, per qualunque direzione di deformazione α ;
- indipendentemente dal valore della tolleranza TOL , vi sono alcuni percorsi di deformazione per cui l'errore è nullo (zone bianche nelle mappe isoerrore). Tali percorsi mantengono lo stato tensionale all'interno della superficie di snervamento, in campo elastico. In tal caso la soluzione è ottenuta in forma chiusa, senza procedure adattativa ed è una soluzione esatta, non dipendendo pertanto dal parametro TOL . Essa dipende unicamente dai parametri del materiale, ed in particolare dal parametro di apertura del cono della superficie di snervamento m ; i percorsi suddetti sono prevalentemente scarico in condizioni edometriche, fino ad un valore di ρ pari e $1 \cdot 10^{-4}$, il percorso di compressione isotropa, fino a $\rho = 5 \cdot 10^{-5}$, e il percorso di compressione edometrica per il solo valore di $\rho = 1 \cdot 10^{-5}$;
- nell'intorno delle zone a errore nullo, si hanno linee isoerrore molto fitte, ovvero aree dove l'errore cresce rapidamente. Fa eccezione la direzione di deformazione

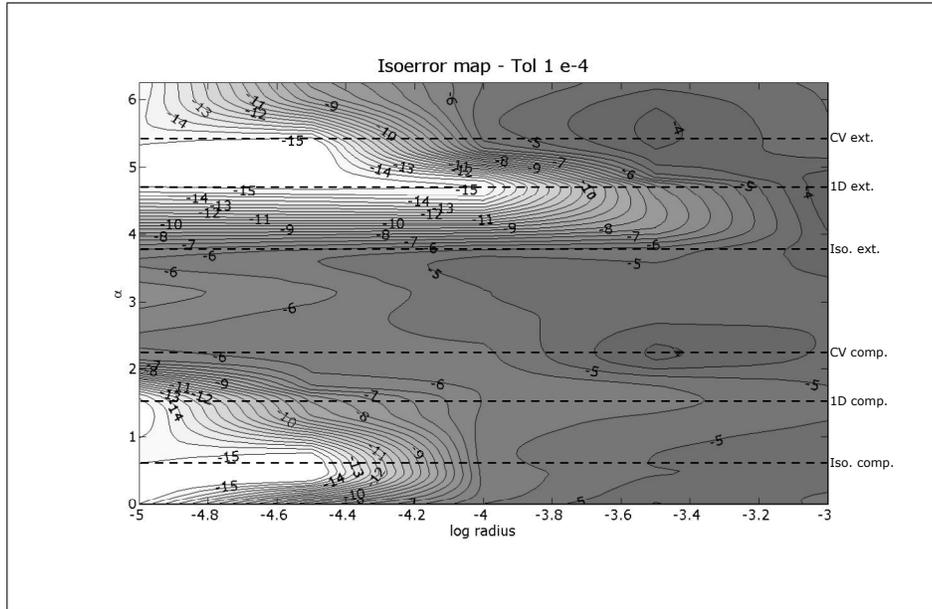


Figura 5.11. Mappe isoerrore – $TOL = 10^{-4}$.

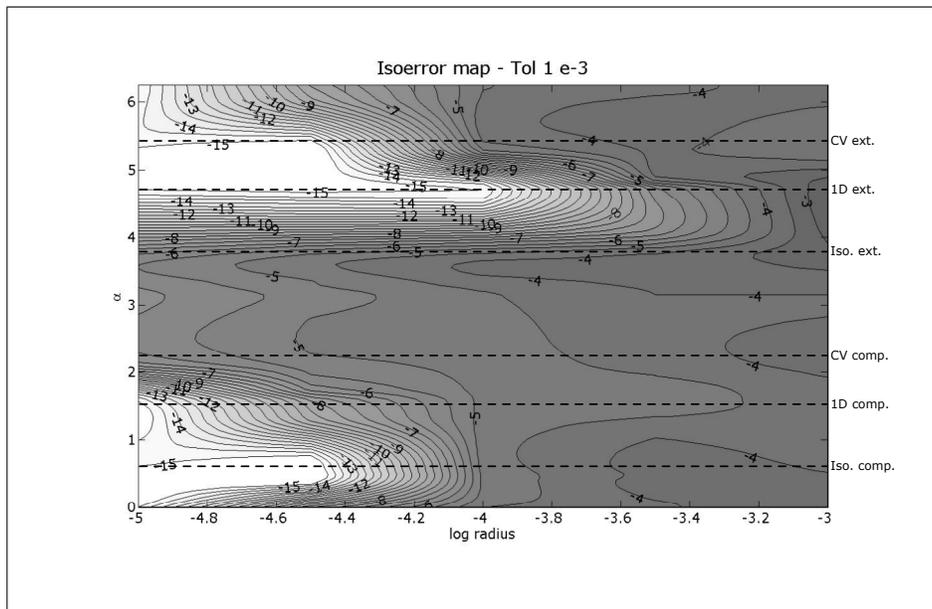


Figura 5.12. Mappe isoerrore – $TOL = 10^{-3}$.

$\alpha \approx \pi$, per la quale l'errore è non nullo per ogni ampiezza di sollecitazione e cresce abbastanza uniformemente con ρ ;

- per valori di ρ maggiori di $1 \cdot 10^{-4}$, per ogni α , l'errore è sempre non nullo. La direzione di deformazione per la quale si raggiungono valori dell'errore maggiori è quella corrispondente all'estensione monodimensionale, ovvero al percorso di deformazione che prevede l'inversione rispetto alla storia di carico precedente;
- come era lecito attendersi, l'errore cresce al crescere della tolleranza imposta TOL : in corrispondenza della sollecitazione di estensione monodimensionale, l'errore raggiunge un ordine di grandezza pari a $1 \cdot 10^{-5}$, $1 \cdot 10^{-4}$ e $1 \cdot 10^{-3}$ rispettivamente per i tre valori di tolleranza imposti $TOL = 10^{-5}$, 10^{-4} e 10^{-3} .

Ciò detto, vale la pena sottolineare che la scelta del valore della tolleranza imposto sulla procedura adattativa TOL deve essere fatta come miglior compromesso tra le esigenze contrastanti di elevata accuratezza ed elevata efficienza. Per valutare l'efficienza della soluzione numerica si è scelto di utilizzare una variabile, di tipo computazionale, che viene aggiornata internamente all'UMAT. Tale variabile denominata $NFEV$ (Number of Function Evaluation) è in sostanza un contatore che viene aggiornato ogni volta che viene invocata la subroutine che valuta la funzione $\mathbf{f}(\mathbf{y})$ a secondo membro della ODE fondamentale (eq. (5.5)). Si noti che tale funzione viene valutata unicamente se il percorso di sollecitazione è in campo elasto-plastico e, nel metodo RKF-23, viene valutata tre volte per ogni substep (Eqq. (5.9)÷(5.11)). Pertanto $NFEV$ può assumere valore nullo, per stati che si mantengono in campo elastico, e valori non nulli, multipli di tre, per percorsi elasto-plastici. $NFEV$ sarà tanto maggiore quanto più numerosi sono i substeps rigettati, ovvero tanto più stretta sarà la tolleranza imposta sulla procedura adattativa. È evidente pertanto che ad un valore di TOL molto basso può corrispondere un numero di substep rigettati molto elevato dopo la condizione di check, a scapito della efficienza della procedura (elevati tempi di calcolo). Imponendo un valore troppo alto di TOL , d'altra parte, si potrebbe ottenere una soluzione non sufficientemente accurata. Risulta, infine, importante notare che la scelta di $NFEV$ come parametro di efficienza ha anche l'indubbio vantaggio di utilizzare una grandezza non dipendente dalla macchina, come poteva essere invece il tempo macchina.

Attraverso lo stesso studio numerico descritto in precedenza, si è preso in esame l'andamento della variabile $NFEV$ al variare di ampiezza e direzione della sollecitazione imposta e al variare della tolleranza TOL sulla procedura di integrazione. I risultati sono stati plottati in forma di contours, le cosiddette *mappe di isoefficienza*, dove nel piano ($\rho : \alpha$) sono riportate le isolinee di $NFEV/3$. La scelta di dividere per tre $NFEV$ deriva dal fatto che, come spiegato in precedenza, in questa maniera si ha una completa corrispondenza tra la variabile di efficienza e il numero dei substeps necessari per completare il passo di carico. Le mappe sono disegnate in maniera tale che al colore bianco corrisponde $NFEV = 0$, ovvero uno step elastico, mentre ai colori più scuri corrispondono numeri di substeps progressivamente crescenti. Le *mappe di isoefficienza* sono riportate nelle Figg. 5.13 ÷ 5.15. Dall'analisi di questi risultati e dal confronto con le *mappe di isoerrore*, si può affermare quanto segue:

- fissando un valore di tolleranza sull'errore di integrazione, ad es. $TOL =$

10^{-5} (Fig. 5.13), il numero di *NFEV* aumenta all'aumentare dell'incremento di deformazione ρ , come era lecito attendersi, per qualunque direzione di deformazione α ;

- indipendentemente dal valore della tolleranza *TOL*, vi sono alcuni percorsi di deformazione elastici per i quali il numero di *NFEV* è nullo (zone bianche nelle mappe isoefficienza). Tali percorsi coincidono ovviamente con quelli a errore nullo, descritti precedentemente: lo scarico in condizioni edometriche, fino ad un valore di ρ pari a $1 \cdot 10^{-4}$ e il percorso di compressione isotropa, fino a $\rho = 5 \cdot 10^{-5}$;
- per valori di ρ maggiori di $1 \cdot 10^{-4}$, per ogni α , *NFEV* è sempre non nullo. La direzione di deformazione per la quale si raggiungono valori dell'efficienza minori è quella compresa tra estensione monodimensionale e estensione isotropa ($3.5rad \leq \alpha \leq 4.5rad$) ed è più o meno coincidente con la direzione a maggiore errore;
- la direzione per la quale si ha maggiore efficienza è la compressione edometrica, direzione che prevede la prosecuzione della storia di carico precedente lo studio numerico;
- come era lecito attendersi, l'efficienza diminuisce al crescere della tolleranza imposta *TOL*, e dunque al crescere dell'errore: in corrispondenza della sollecitazione di estensione monodimensionale, *NFEV*/3 raggiunge un valore pari a 178, 92 e 56 rispettivamente per i tre valori di tolleranza imposti $TOL = 10^{-5}$, 10^{-4} e 10^{-3} . Dunque, per percorsi di carico monotoni e molto semplici, si osserva più o meno il raddoppio del tempo computazionale all'aumentare di un ordine di grandezza della tolleranza imposta sulla procedura di integrazione.

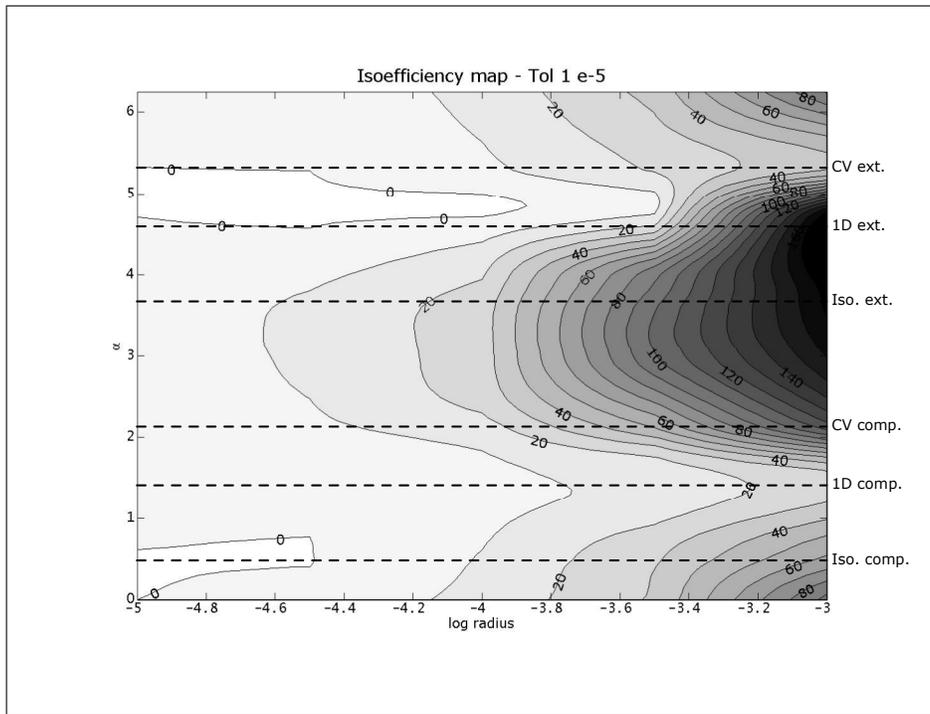


Figura 5.13. Mappe isoefficienza - $TOL = 10^{-5}$.

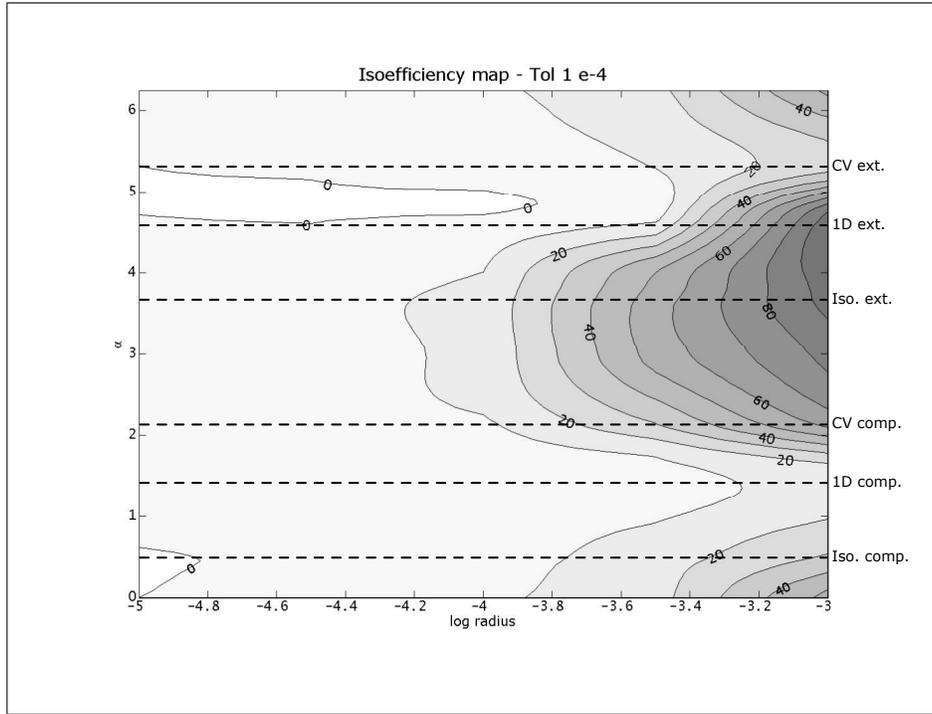


Figura 5.14. Mappe isoefficienza - $TOL = 10^{-4}$.

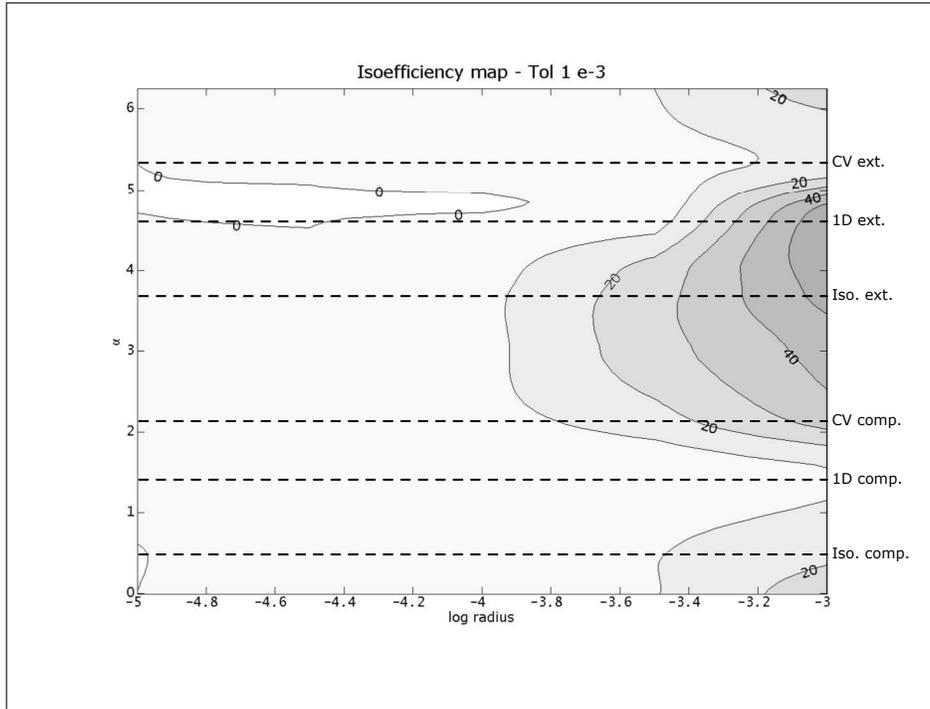


Figura 5.15. Mappe isoefficienza - $TOL = 10^{-3}$.

5.5 Linearizzazione consistente mediante derivazione numerica

Per l'esecuzione di analisi al finito, la risoluzione del sistema di equazioni algebriche non lineari, derivanti dalla semidiscretizzazione spaziale del problema di equilibrio e dalla successiva integrazione nel tempo del sistema di ODE risultante, è affidata al metodo iterativo Newton–Raphson. Tale schema richiede la determinazione della matrice di rigidezza tangente consistente, il cui calcolo, a causa della non-linearità del legame costitutivo non è possibile in forma chiusa, ma è condotto tramite il processo di linearizzazione dell'algoritmo di punto di Gauss sviluppato per integrare l'equazione incrementale espressa dalla eq. (5.2).

Sia $\Delta\epsilon_{n+1}$ l'incremento di deformazione *finito* dall'iterazione globale (k) durante lo step temporale $[t_n, t_{n+1}]$. L'idea alla base del concetto di linearizzazione dell'algoritmo è determinare come varia σ_{n+1} al variare di $\Delta\epsilon_{n+1}$ prescritto. Infatti l'espressione della matrice di rigidezza tangente consistente è la seguente:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}^{(k)} = \left(\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial \epsilon_{n+1}} \right)_{n+1}^{(k)} \tag{5.33}$$

Si osservi come $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}^{(k)} \neq \mathbf{D}$ e la differenza si riduce al diminuire della dimensione dello step temporale. Quando si utilizza \mathbf{D} al posto di $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}^{(k)}$ la convergenza dell'algoritmo di Newton è fortemente deteriorata.

A causa della non linearità del legame costitutivo, il calcolo di $\tilde{\mathbf{D}}_{n+1}^{(k)}$ è stato condotto per via numerica, sfruttando il concetto di derivata direzionale di Frechet.

Detto $\boldsymbol{\eta}$ un tensore unitario nello spazio delle deformazioni ϵ_{n+1} , si vuole valutare la variazione di σ_{n+1} nella direzione $\boldsymbol{\eta}$ per una perturbazione infinitesima θ del modulo di ϵ_{n+1} in tale direzione. Dalla definizione di derivata direzionale di Frechet, la derivata di σ_{n+1} rispetto ad ϵ nella direzione $\boldsymbol{\eta}$ è data da:

$$D\sigma_{n+1}[\boldsymbol{\eta}] = \lim_{\theta \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\theta} [\sigma_{n+1}(\epsilon_{n+1} + \theta\boldsymbol{\eta}) - \sigma_{n+1}(\epsilon_{n+1})] \right\} \tag{5.34}$$

Le componenti di $\tilde{\mathbf{D}}$ sono valutate tramite le derivate di Frechet attraverso una scelta opportuna di $\boldsymbol{\eta}$. In particolare si considerino i seguenti 6 casi:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e}_1 = \{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}^T \tag{5.35}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e}_2 = \{0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\}^T \tag{5.36}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e}_3 = \{0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\}^T \tag{5.37}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e}_4 = \{0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\}^T \tag{5.38}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e}_5 = \{0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\}^T \tag{5.39}$$

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{e}_6 = \{0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\}^T \tag{5.40}$$

prendendo in esame, ad esempio, il caso fornito dalla eq. (5.35), la eq. (5.34) fornisce la derivata di σ_{n+1} rispetto ad ϵ_{n+1} nella direzione \mathbf{e}_1 e rappresenta dunque il primo vettore colonna di $\tilde{\mathbf{D}}$, che si indica con la notazione:

$$\tilde{\mathbf{D}}_1 = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma}_{n+1}[\mathbf{e}_1] \quad (5.41)$$

La matrice $\tilde{\mathbf{D}}$, può essere determinata a partire dai sei vettori colonna:

$$\tilde{\mathbf{D}}_\alpha = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma}_{n+1}[\mathbf{e}_\alpha] = \lim_{\theta \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\theta} [\boldsymbol{\sigma}_{n+1}(\boldsymbol{\epsilon}_{n+1} + \theta \mathbf{e}_\alpha) - \boldsymbol{\sigma}_{n+1}(\boldsymbol{\epsilon}_{n+1})] \right\} \quad (5.42)$$

Se si sceglie θ molto piccolo, il limite tende a coincidere con il rapporto incrementale, dove $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}(\boldsymbol{\epsilon}_{n+1} + \theta \mathbf{e}_\alpha)$ è ottenuto per integrazione numerica a partire dalla deformazione perturbata $\boldsymbol{\epsilon}_{n+1} + \theta \mathbf{e}_\alpha$.

Ripetendo tale operazione per tutte le direzioni dello spazio delle tensioni si ottiene l'intera matrice di rigidezza consistente. L'algoritmo viene quindi utilizzato sia per stimare la soluzione corretta $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}(\boldsymbol{\epsilon}_{n+1})$, che per ogni soluzione perturbata $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}(\boldsymbol{\epsilon}_{n+1} + \theta \mathbf{e}_\alpha)$ nella direzione \mathbf{e}_α , vale a dire sette volte ad ogni iterazione, nel caso più generale di stato di tensione tridimensionale.

Nella routine del materiale è stata prevista anche una procedura alternativa basata sul calcolo della matrice di rigidezza continua. Tale alternativa è naturalmente poco accurata per passi di integrazione di dimensione finita, ma ha il pregio di non necessitare della calibrazione preliminare di alcuna parametro, a differenza della linearizzazione consistente, per la quale la scelta della perturbazione infinitesima θ dipende dalla rigidezza del materiale.

**Comportamento di una struttura di sostegno
flessibile in condizioni dinamiche**

Caratteristiche del codice di calcolo utilizzato

6.1 Introduzione

Per le simulazioni numeriche oggetto del presente lavoro, si è scelto di utilizzare il codice di calcolo commerciale ABAQUS Standard v6.4 (ABAQUS, 2002).

La scelta di utilizzare un codice di calcolo commerciale, in luogo di una piattaforma di calcolo specificamente sviluppata per scopi di ricerca, è motivata dal carattere applicativo del presente studio e dal corposo *know-how* accumulato in seguito all'attività precedente del gruppo.

Rispetto ad altre possibili implementazioni commerciali del metodo degli elementi finiti, ABAQUS presenta diversi vantaggi:

- i) La classe di problemi analizzabili con gli elementi disponibili nella libreria standard è sufficientemente vasta da includere la maggior parte delle situazioni che possono presentarsi nella simulazione interazione terreno-struttura.
- ii) La libreria degli elementi disponibili include sia elementi strutturali, utili per la modellazione degli elementi strutturali, sia elementi continui bi- o tridimensionali, per la modellazione del terreno. Il codice prevede la possibilità di attivare o disattivare elementi per simulare il processo di scavo e l'installazione delle pareti e strutture di supporto.
- iii) La libreria dei modelli costitutivi per i terreni, già considerevolmente ricca, può essere estesa dall'utente mediante l'impiego di moduli esterni scritti in linguaggio Fortran 77/90 (subroutine UMAT.f).
- iv) ABAQUS Standard dispone di una vasta gamma di tipologie di analisi per valutare problemi nei quali gli effetti inerziali sono rilevanti. In particolare dispone di una procedura che consente l'analisi del transitorio dinamico, nel dominio del tempo, tramite integrazione diretta dell'equazione del moto, per problemi non lineari.

Per quanto riguarda il punto (iii), è importante sottolineare che il formato di interfacciamento delle routine UMAT con il codice ABAQUS costituisce attualmente uno standard per l'implementazione di modelli costitutivi in codici agli elementi finiti commerciali o aperti, quali ad es., PLAXIS o TOCHNOG.

Recentemente, tale formato è stato utilizzato per realizzare una estesa libreria di modelli costitutivi specificamente sviluppati per i terreni, liberamente disponibile in internet, al sito www.soilmodels.info.

6.2 Caratteristiche generali di ABAQUS Standard

Il codice ABAQUS Standard consente l'analisi delle seguenti classi di problemi, di interesse per il presente studio:

- Analisi (lineare o non lineare) della deformazione di solidi bi- o tridimensionali o di elementi strutturali mono- e bidimensionali, in condizioni statiche e dinamiche;
- Analisi dei fenomeni di trasmissione del calore, in condizioni stazionarie o non stazionarie, accoppiata alla deformazione del mezzo continuo (accoppiamento termomeccanico);
- Analisi dei processi accoppiati di deformazione e filtrazione in mezzi porosi saturi e non saturi (consolidazione accoppiata).

Le tecniche di modellazione implementate in ABAQUS Standard includono la possibilità di aggiungere o rimuovere elementi e di suddividere una analisi di grandi dimensioni in più parti mediante una procedura di stop/restart.

Per la risoluzione di sistemi di equazioni lineari o nonlineari di grandi dimensioni, il codice prevede la possibilità di utilizzare metodi iterativi quali il metodo di Newton-Raphson, il metodo di Newton modificato o metodi Quasi-Newton quali BFGS. Su macchine multiprocessore, ABAQUS consente la risoluzione in parallelo su memoria condivisa o distribuita.

La libreria dei modelli di materiale include, tra gli altri, le seguenti opzioni:

- a) *Modelli elastici*: elasticità lineare; poroelasticità; ipoelasticità; iperelasticità.
- b) *Modelli inelastici*: modelli elastoplastici perfetti (von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb); modelli elastoplastici con incrudimento isotropo e cinematico (von Mises, Cam-clay modificato); modelli di danneggiamento per il calcestruzzo o per compositi rinforzati con fibre.
- c) *Modelli definiti dall'utente*: mediante una apposita procedura di interfacciamento, l'utente può integrare la libreria dei modelli costitutivi di ABAQUS con una propria routine costitutiva (subroutine UMAT.f) scritta in linguaggio Fortran 77/90. Nel caso dei modelli inelastici, ciò richiede l'implementazione di una procedura per l'integrazione delle equazioni costitutive in forma incrementale lungo un assegnato percorso di deformazione, ed il calcolo dell'operatore tangente Jacobiano da utilizzare per il calcolo della matrice di rigidezza consistente nel metodo iterativo di Newton-Raphson.

La libreria degli elementi include, tra le altre, le seguenti opzioni:

- a) *Elementi continui*: elementi per analisi bidimensionali, tridimensionali o assialsimmetriche; elementi ad integrazione ridotta o misti per l'analisi di mezzi incompressibili o quasi incompressibili; elementi misti con gradi di libertà per spostamenti e pressioni interstiziali, per l'analisi di processi di consolidazione accoppiata; elementi misti con gradi di libertà per spostamenti e temperatura, per l'analisi di problemi termomeccanici.

- b) *Elementi strutturali*: gusci; membrane; piastre; travi (2d e 3d), a sezione regolare o aperta; puntoni (2d e 3d).
- c) *Elementi speciali*: elementi di contatto unilaterale; elementi rigidi; connettori; elementi infiniti per la simulazione di mezzi non confinati.
- d) *Elementi definiti dall'utente*: mediante una apposita procedura di interfacciamento, l'utente può integrare la libreria degli elementi di ABAQUS con una propria routine costitutiva (subroutine UEL.f) scritta in linguaggio Fortran 77/90.

Per la costruzione del modello agli elementi finiti e la visualizzazione dei risultati, il codice è inoltre dotato di un pre/postprocessore grafico (ABAQUS/CAE) che consente la creazione, modifica e la visualizzazione di modelli 2d e 3d anche molto complessi. Il modulo di modellazione supporta tutti gli strumenti tipici dei codici CAD più comuni. Il modello può essere generato direttamente all'interno di ABAQUS/CAE, o importato da applicazioni CAD esterne quali CATIA V5, Pro/ENGINEER, o SolidWorks.

6.3 Analisi di transitorio dinamico a integrazione diretta in ABAQUS

ABAQUS presenta alcune differenti opzioni per l'analisi del transitorio dinamico, sia per problemi lineari che nonlineari. Per strutture in campo lineare, viene impiegato il metodo della sovrapposizione modale. Tale metodo viene adottato, per problemi in campo lineare, in alternativa al metodo dinamico a integrazione diretta per il quale l'equazione globale del moto deve essere integrata nel dominio del tempo, risultando significativamente più oneroso.

Per i problemi in campo nonlineare è possibile utilizzare unicamente un metodo ad integrazione diretta. Il pacchetto ABAQUS fornisce, per l'integrazione diretta, una formulazione di tipo implicito, in ABAQUS/Standard o di tipo esplicito, in ABAQUS/Explicit.

Sia data l'equazione di equilibrio dinamico del sistema discreto per mezzo monofase:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (6.1)$$

dove \mathbf{M} è la matrice di massa, \mathbf{C} la matrice di smorzamento, \mathbf{K} la matrice di rigidità e $\mathbf{F}(t)$ il sistema di forze esterne applicate all'istante t del sistema discreto. $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$, e \mathbf{u} sono rispettivamente accelerazioni, velocità e spostamenti nodali. L'intervallo temporale in cui si vuole studiare il comportamento del sistema viene suddiviso in intervalli, o passi, temporali successivi. Noto lo stato del sistema, in termini di spostamenti, velocità e accelerazioni al tempo t_{n-1} , si calcola il nuovo stato al tempo t_n , integrando l'eq. (6.1) (*step-by-step integration*), come schematizzato in Fig. 6.1.

Nei metodi di tipo esplicito, come quello utilizzato da ABAQUS/Explicit, nota la soluzione in termini di spostamenti, velocità e accelerazioni nodali al passo n , e le condizioni imposte al medesimo passo n , si integra direttamente l'equazione dinamica del moto con il metodo delle differenze centrali, per ottenere lo stato

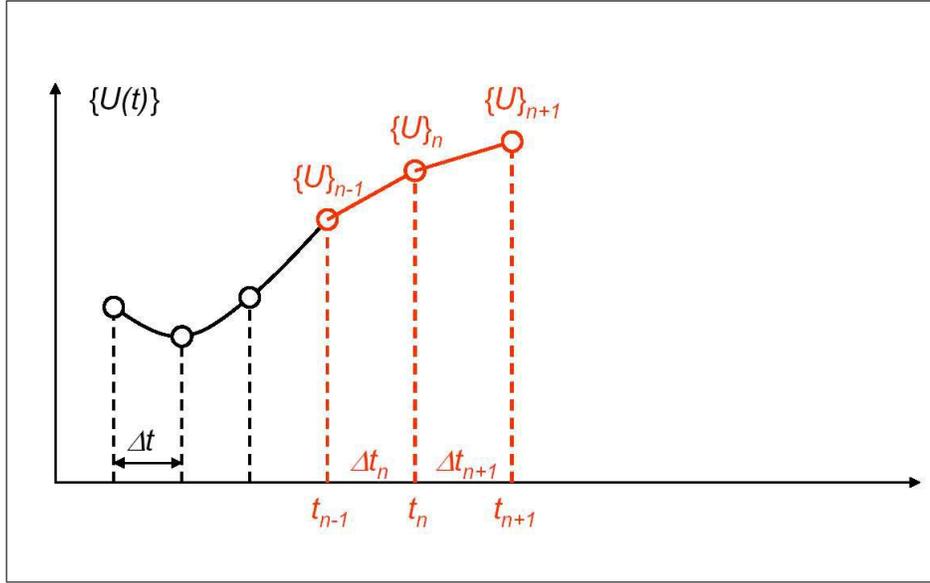


Figura 6.1. Integrazione per passi temporali successivi dell'equazione di equilibrio dinamico.

aggiornato $n + 1$. Dal momento che spostamenti e velocità sono calcolati in termini di quantità note all'inizio dell'incremento, le matrici di massa e rigidezza non necessitano di essere invertite. Il singolo incremento risulta pertanto relativamente poco oneroso dal punto di vista computazionale. Dall'altra parte però il metodo alle differenze centrali è condizionatamente stabile, ovvero la sua stabilità dipende dall'intervallo temporale di integrazione Δt_{n+1} e necessità di intervalli di integrazione generalmente molto piccoli.

Negli algoritmi di tipo implicito, invece, la soluzione al passo temporale $n + 1$ è ottenuta tramite la conoscenza della soluzione (accelerazioni, velocità e spostamenti) al passo n e delle condizioni imposte al passo $n + 1$. Esempio di tale approccio è il metodo di Newmark (1968) o un metodo da esso derivato e implementato in ABAQUS/Standard, il cosiddetto metodo HHT (Hilber, Hughes, & Taylor, 1978). L'equazione di equilibrio dinamico può essere riscritta per l'istante t_{n+1} , in funzione delle grandezze incognite $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$, $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$, e \mathbf{u}_{n+1} :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}(t_{n+1}) \quad (6.2)$$

Si assume per ipotesi che il valore delle velocità nodali $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$ si pari a

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} \approx \dot{\mathbf{u}}_n + [(1 - \delta)\ddot{\mathbf{u}}_n + \delta\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}] \Delta t \quad (6.3)$$

con δ parametro scalare compreso nell'intervallo $\{0, 1\}$.

Per gli spostamenti nodali incogniti \mathbf{u}_{n+1} si fa analoga ipotesi, ponendo:

$$\mathbf{u}_{n+1} \approx \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \right] \Delta t^2 \quad (6.4)$$

dove α un parametro scalare compreso nell'intervallo $\{0, \frac{1}{2}\}$. In Fig. 6.2, sono rappresentate graficamente le relazioni (6.3) e (6.4).

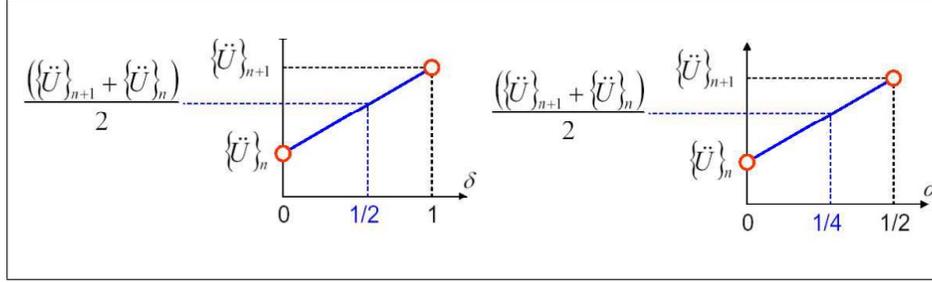


Figura 6.2. Ipotesi fondamentale del Metodo di Newmark: significato dei parametri δ e α .

Sostituendo le Eqq. (6.3) e (6.4) nella equazione di equilibrio (6.2), dopo alcuni passaggi, si ottiene l'equazione di equilibrio dinamico espressa nell'unica incognita \mathbf{u}_{n+1} :

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \left[\frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n}{\alpha \Delta t^2} - \frac{\dot{\mathbf{u}}_n}{\alpha \Delta t} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_n \right] \\ + \mathbf{C} \left[\delta \frac{\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n}{\alpha \Delta t} + \left(1 - \frac{\delta}{\alpha} \right) \dot{\mathbf{u}}_n + \left(1 - \frac{\delta}{2\alpha} \right) \ddot{\mathbf{u}}_n \Delta t \right] \\ + \mathbf{K} \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}(t_{n+1}) \end{aligned} \quad (6.5)$$

In definitiva, separando a primo membro il termine incognito e a secondo membro i termini noti, l'equazione di equilibrio può essere scritta:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{n+1} \left(\frac{\mathbf{M}}{\alpha \Delta t^2} + \frac{\delta \mathbf{C}}{\alpha \Delta t} + \mathbf{K} \right) = \\ = \mathbf{F}(t_{n+1}) + \mathbf{M} \left[\frac{1}{\alpha \Delta t^2} \mathbf{u}_n + \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{\mathbf{u}}_n + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}_n \right] + \\ + \mathbf{C} \left[\frac{\delta}{\alpha \Delta t} \mathbf{u}_n + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \dot{\mathbf{u}}_n + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \ddot{\mathbf{u}}_n \right] \end{aligned} \quad (6.6)$$

o in forma più sintetica:

$$\widehat{\mathbf{K}} \mathbf{u}_{n+1} = \widehat{\mathbf{F}} \quad (6.7)$$

La soluzione si ottiene invertendo la relazione (6.7):

$$\mathbf{u}_{n+1} = \widehat{\mathbf{K}}^{-1} \widehat{\mathbf{F}} \quad (6.8)$$

e integrando con metodi iterativi del tipo Newton–Raphson l'equazione (6.8).

L'algoritmo implicito ora descritto risulta stabile, instabile o condizionatamente stabile, in funzione dei valori adottati per i parametri α e δ . Le condizioni di stabilità sono:

$$\alpha \geq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \delta \right)^2 \tag{6.9}$$

$$\delta \geq \frac{1}{2} \tag{6.10}$$

come illustrato in Fig. 6.3. Esiste anche una regione in cui l'algoritmo risulta condizionatamente stabile con passo limite

$$\Delta t \leq \frac{2}{\Omega \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \delta\right)^2 - 4\alpha}} \tag{6.11}$$

con Ω massima frequenza circolare della sollecitazione dinamica applicata.

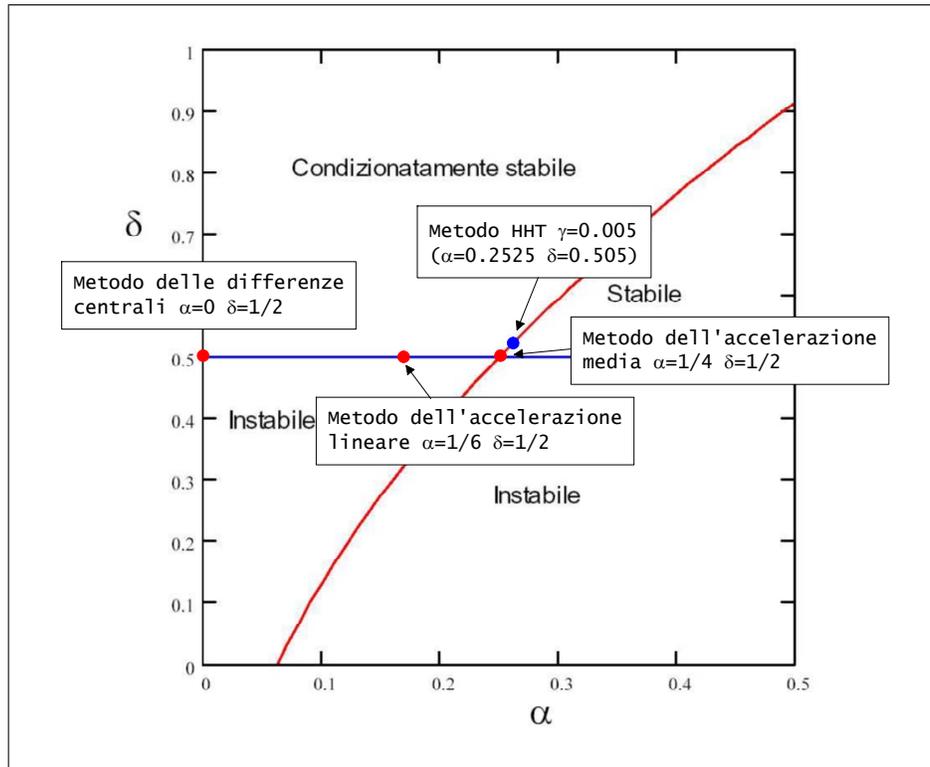


Figura 6.3. Condizioni di stabilità per il Metodo di Newmark in funzione dei parametri δ e α .

Al variare dei parametri α e δ si ottengono altri algoritmi classici di soluzione, come illustrato in Fig. 6.3. Nel metodo di integrazione diretta di Hilber et al.

(1978) (HHT), i due parametri α e δ sono generalmente espressi in funzione di un terzo parametro γ :

$$\alpha = \frac{1}{4}(1 + \gamma)^2 \quad (6.12)$$

$$\delta = \frac{1}{2} + \gamma \quad (6.13)$$

ABAQUS/Standard il passo temporale Δt per l'integrazione implicita viene scelto automaticamente sulla base del cosiddetto *half-step residual*, un concetto introdotto da Hibbitt & Karlsson (1979). Una volta ottenuta la soluzione per $t + \Delta t$, monitorando il valore del residuo dell'equazione di equilibrio all'istante $t + \Delta t/2$, l'accuratezza della soluzione può essere controllata aggiustando il successivo passo temporale opportunamente. Ogni variazione di dimensione del passo temporale introduce qualche rumore numerico nella soluzione del problema dinamico. Per tale motivo un modesto livello di damping numerico, introdotto dall'algoritmo HHT, appare necessario per un ovviare all'inconveniente della procedura di incrementazione automatica. Un valore del parametro $\gamma = 0.05$ nella maggior parte delle applicazioni sembra rimuovere rapidamente il rumore numerico ad alta frequenza, senza avere effetti evidenti sulla risposta del sistema alle frequenze più significative (basse frequenze).

Nella procedura di incrementazione automatica il residuo all'istante $t + \Delta t/2$ viene confrontato con una tolleranza $R_{t+\Delta t/2}$ che deve essere opportunamente scelta, in funzione del problema trattato e in proporzione al livello di forze agenti P . Per problemi elastici, per i quali la risposta alle alte frequenze deve essere modellata in maniera ragionevolmente accurata, allora viene suggerito:

$$\begin{array}{ll} R_{t+\Delta t/2} \approx 0.1P & \text{accuratezza elevata} \\ R_{t+\Delta t/2} \approx P & \text{accuratezza buona} \\ R_{t+\Delta t/2} \approx 10P & \text{accuratezza bassa} \end{array}$$

Problemi che prevedono una intrinseca dissipazione di energia, come i sistemi elastoplastici, sono meno sensibili alla scelta del passo temporale, poiché l'energia alle alte frequenze è subito dissipata in maniera naturale. In questi casi il range di valori per $R_{t+\Delta t/2}$ compreso tra 1 e 10 volte il livello medio di P fornisce soluzioni accurate, anche valori fino a 100 possono comunque fornire soluzioni accettabili per quanto riguarda il comportamento deformativo globale. Tale algoritmo di incrementazione automatico è puramente empirico, ma l'esperienza ha mostrato risultati soddisfacenti (Hibbitt & Karlsson, 1979), soprattutto per problemi con alti livelli di deformazioni irreversibili.

Analisi di una paratia puntonata in condizioni dinamiche

7.1 Introduzione

Per valutare le potenzialità predittive del modello avanzato implementato durante il corso del Dottorato, nei confronti di modelli convenzionali, è stato messo a punto un programma di analisi al finito relativo ad una paratia puntonata immersa in uno strato di sabbia omogenea, sollecitata in condizioni sismiche.

Nel seguito verranno fornite indicazioni sulla geometria del problema, condizioni ai margini nelle analisi agli Elementi Finiti, caratteristiche fisiche e meccaniche del terreno in relazione ai modelli costitutivi adottati e caratteristiche degli input sismici.

Nel Par. 7.3 è descritto il programma completo delle analisi eseguite e discusse nel presente capitolo.

I risultati derivanti dalla elaborazione delle analisi al finito verranno presentati e discussi nel successivo Cap. 8.

7.2 Geometria del problema

Il problema preso in esame è un problema ideale, ma realistico una paratia per la realizzazione di una sede stradale a quattro corsie. La geometria del problema è schematicamente rappresentata in Fig. 7.1. Le dimensioni dello scavo sono 9.5 m di profondità per 18 m di larghezza. Il sostegno dello scavo è assicurato da una coppia di pareti di lunghezza pari a 14.5 m. Dal momento che le pareti hanno profondità molto maggiore della dimensione dello scavo, il problema può essere considerato ovviamente piano. Per tale motivo è stata presa in considerazione una generica sezione trasversale. Le pareti sono puntonate su di un unico livello, alla profondità dalla testa della parete, di 1.5 m. Per il deposito di terreno è stato assunto un unico livello di terreno granulare omogeneo, di spessore pari a 25 m. La dimensione orizzontale del dominio di studio è stata assunta pari a 200 m, sulla base ad una serie di valutazioni preliminari sull'influenza dei vincoli al contorno, che verranno illustrate nel seguito. Infine, la profondità di infissione della parete, pari a 5 m, è stata valutata con un predimensionamento di massima, effettuato in

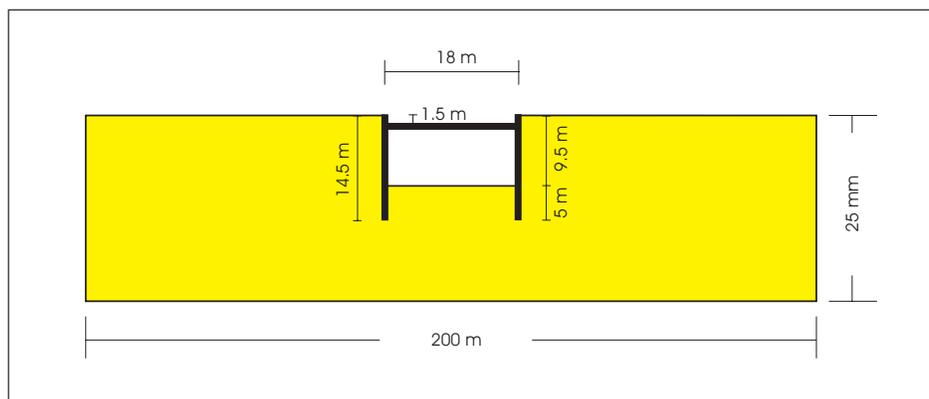


Figura 7.1. Geometria del problema considerato (disegno non in scala).

base alla Normativa Nazionale vigente al momento dell'inizio del presente studio (DM88 e DM96). Il deposito di sabbia omogenea è stato assunto asciutto.

7.3 Descrizione del modello agli elementi finiti

La discretizzazione spaziale agli EF adottata per l'analisi del problema individuato, è mostrata in Fig. 7.2. La mesh comprende un totale di 7222 elementi e 21894 nodi, con corrispondenti 43963 gradi di libertà. Per comodità di restituzione, in figura è rappresentata solo una metà del modello, essendo la discretizzazione dell'altra porzione simmetrica.

Il terreno è stato modellato con elementi solidi piano di tipo biquadratico a otto nodi (CPE8R) senza grado di libertà per le pressioni interstiziali, dal momento che la sabbia è stata ipotizzata asciutta. Per modellare le strutture, paratie e puntone, sono stati definiti set di elementi trave (B22) a tre nodi: due sets da 29 elementi ciascuno per le pareti e un set da 30 elementi per il puntone. Gli elementi relativi alle pareti sono collegati direttamente ai nodi degli elementi solidi, che rappresentano il terreno adiacente. Gli elementi del puntone sono definiti collegando una serie di nodi completamente indipendenti dal resto della mesh, fatta eccezione naturalmente per i nodi iniziale e finale di collegamento alla parete. Il vincolo tra parete e puntone è stato modellato con una cerniera perfetta, rilasciando il grado di libertà della rotazione sul piano. L'interfaccia tra parete e terreno è costituita da una sottile striscia di elementi solidi a 8 nodi, caratterizzati da opportuna legge costitutiva del materiale.

Il terreno all'interno dello scavo è stato suddiviso in strisce di elementi orizzontali, di spessore pari a 0.5 m ciascuna, in maniera tale da consentire la simulazione delle varie fasi di scavo in condizioni statiche. Le operazioni di scavo modellate consistono in:

- fase geostatica, nella quale viene verificato l'equilibrio tra forza di gravità e stato tensionale iniziale assegnato al deposito;
- installazione delle paratie, soggette a peso proprio;
- successive fasi di rimozione delle strisce di elementi terreno all'interno dello scavo, fino a una quota dal piano campagna di 2 m;
- attivazione degli elementi puntone;
- rimozione delle strisce di elementi terreno all'interno dello scavo, fino alla quota di scavo di progetto.

Terminata la fase di scavo in condizioni statiche, hanno inizio le analisi dinamiche, con imposizione degli accelerogrammi alla base, la cui scelta verrà discussa nel Par. 7.5.

Per l'analisi statica, i nodi al contorno inferiore della mesh, contorno in rosso in Fig. 7.2, sono vincolati negli spostamenti verticale e orizzontale. Durante la fase di eccitazione sismica, viene rimosso il vincolo sugli spostamenti orizzontali e viene imposta la storia di accelerazione. Lungo i contorni laterali della mesh destro e sinistro, contrassegnati in blu in Fig. 7.2, sono stati imposti vincoli periodici: i nodi, posti sui due contorni laterali, alla medesima quota, sono vincolati ad avere uguali spostamenti e rotazioni.

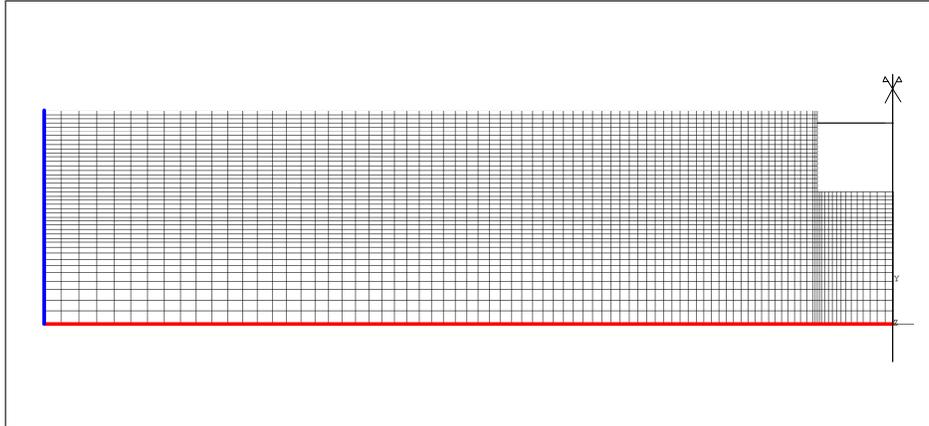


Figura 7.2. Discretizzazione agli elementi finiti impiegata nelle analisi (gli elementi interni allo scavo non sono mostrati in figura).

7.4 Caratteristiche dei materiali

Il modello agli EF è stato suddiviso in zone omogenee per proprietà meccaniche dei materiali, come mostrato in Fig. 7.3. Le zone in giallo sono state modellate, in due distinte serie di analisi, alternativamente con un modello elasto-plastico perfetto alla Mohr-Coulomb (nel seguito analisi MC) e con il modello costitutivo avanzato di Papadimitriou & Bouckovalas (2002) (nel seguito analisi PBD).

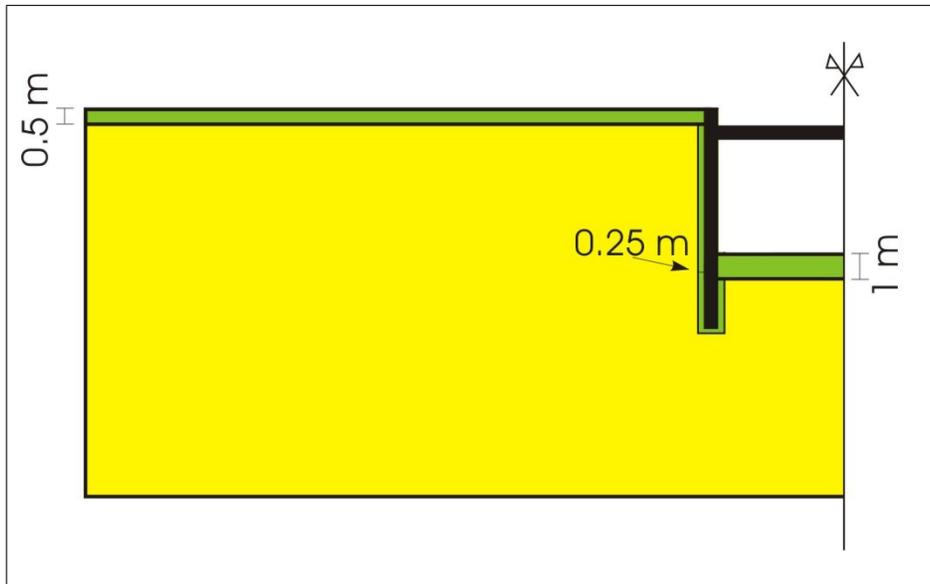


Figura 7.3. Definizione delle proprietà dei materiali per le analisi agli EF.

Sono stati assunti per il modello PBD dei parametri meccanici da letteratura, forniti in Papadimitriou et al. (2001) e in Papadimitriou & Bouckovalas (2002) per la Nevada Sand, in maniera da rendere i risultati delle analisi numeriche non dipendenti da eventuali carenze di dati sperimentali o errori di calibrazione. I parametri adottati sono riassunti nella Tab. 7.1.

Un discorso a parte deve essere fatto per la scelta, tra i parametri del modello PBD, della costante C , ovvero la seconda costante che compare nella legge di evoluzione del *fabric*. Come discusso nel Par. 4.5.4, l'evoluzione della parte deviatorica del tensore di *fabric*, segue la legge:

$$\dot{\mathbf{f}} = -H\langle -\dot{\varepsilon}_v^p \rangle [C\mathbf{n} + \mathbf{f}]$$

con H e C costanti positive. Gli autori suggeriscono di stimare la costante C attraverso la relazione $C = \max(f_p)^2$. Questa ultima posizione appare soddisfacente per la simulazione del comportamento del singolo elemento di volume sottoposto a prove di laboratorio convenzionali, come mostrato nel Par. 5.3. Tuttavia in analisi al finito dinamiche, con una durata della storia di accelerazione molto lunga, l'assunzione fatta per il parametro C porta, in alcuni punti del dominio, ad una evoluzione del *fabric* fino a valori al di sopra della capacità della macchina.

Si è ritenuto necessario pertanto ritornare alla formulazione originaria, con C costante del materiale assunta indipendentemente. In assenza di indicazioni precise per la Nevada Sand, sono stati assunti due valori ($C_1 = 130$ e $C_2 = 4$), in modo da valutarne anche l'influenza sul comportamento generale del sistema. Il primo valore ($C_1 = 130$) è stato assunto come il valore che meglio approssima i risultati ottenuti con la formulazione originale proposta dagli autori, come mostrato in Fig. 7.4.

Il secondo valore ($C_2 = 4$) è il valore proposto per la Toyura Sand in Dafalias & Manzari (2004), per il modello SANISAND, che ha una formulazione dell'evoluzione del tensore di *fabric* pressochè equivalente. Ovviamente tale assunzione non è calibrata sul comportamento della Nevada Sand, ma rientra comunque nel range dei possibili valori per sabbie naturali ed ha il vantaggio di essere sufficientemente lontano dal primo valore assunto per consentire di apprezzare eventuali differenze sulle simulazioni al finito.

I parametri meccanici del modello MC sono stati assunti ipotizzando, per il comportamento elastico, un modulo di taglio G pari a G_{\max} iniziale del modello PBD. Poichè G_{\max} nel modello PBD varia con l'indice dei vuoti e con la pressione media, seconda la relazione (4.35), è stato necessario assegnare, per il modello MC, una rigidità elastica variabile con la profondità. Il coefficiente di Poisson ($\nu = 0.31$) è stato invece determinato, per tentativi, come il valore che meglio approssima, al termine della fase di scavo, la distribuzione e il valore assoluto dei momenti sulle pareti, ottenuti con l'analisi PBD. Per le caratteristiche di resistenza, sono stati assunti coesione nulla e angolo di attrito pari all'angolo di attrito allo stato critico del modello PBD ($\phi_{cv} = 32^\circ$). È stato definito inoltre un angolo di dilatanza ψ pari a 15° .

Nel dominio di studio di Fig. 7.3, le zone in verde, rappresentano set di elementi che sono stati modellati, per entrambe le serie di analisi MC e PBD, con modello elasto-plastico perfetto Mohr-Coulomb, con le stesse proprietà meccaniche sopra descritte. In particolare è stata definita una striscia di elementi sottili

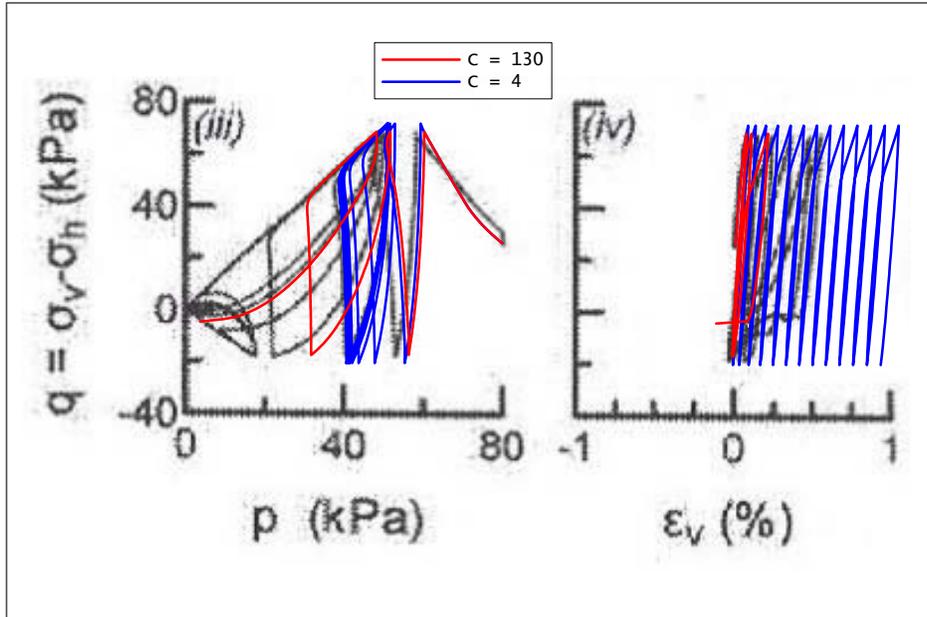


Figura 7.4. Calibrazione del parametro C: prova triassiale di liquefazione ciclica (Fig. 8.a, Papadimitriou & Bouckovalas (2002))

Parametro	Significato fisico	Nevada Sand
$(e_{cs})_a$	Intercetta della linea di stato critico nel piano $e - \ln p$	0.809
λ	Pendenza della linea di stato critico nel piano $e - \ln p$	0.022
M_c^c	Resistenza a stato critico in compressione triassiale	1.25
M_e^c	Resistenza a stato critico in estensione triassiale	0.9
m	Semiapertura della superficie di snervamento	0.0625
B	Costante def. rigidità elastica G_{max}	520
a_1	Costante di non-linearità del modulo elastico G	0.67
γ_1	Soglia deformazione degradazione del modulo elastico G	0.00025
ν	Coefficiente di Poisson	0.31
k_c^b	Effetto di ψ sulla resistenza di picco	1.45
k_c^d	Effetto di ψ sulla superficie di dilatanza	0.3
A_0	Costante di dilatanza	2.1
h_0	Costante del modulo plastico	5000
H_0	Prima costante legge evoluzione del <i>fabric</i>	68000
ζ	Effetto della σ_1 iniziale su evoluzione <i>fabric</i>	1

Tabella 7.1. Modello di Papadimitriou & Bouckovalas (2002): parametri del modello utilizzati per la Nevada Sand

per simulare l'interfaccia tra parete e terreno, con angolo d'attrito $\delta = \phi_{cv} = 32^\circ$. In corrispondenza del piano campagna e a fondo scavo sono stati definiti altri due set di elementi la cui rigidezza non si potesse annullare anche per valori della pressione media prossimi allo zero. Appare infatti poco aderente alla realtà fisica del problema, la modellazione meccanica di volumi di terreno a rigidezza infinitesima. Inoltre è plausibile che il fondo dello scavo e le zone adiacenti alle pareti siano rivestiti di materiali con comportamento differente dalla sabbia (ad es. pacchetti di pavimentazione stradale). Infine tale assunzione appare di non grande rilevanza ai fini della valutazione del comportamento globale della parete, mentre è assai vantaggiosa dal punto di vista dell'efficienza computazionale dell'analisi.

Agli elementi strutturali B22 con quali sono stati modellati pareti e puntone, sono state attribuite le seguenti caratteristiche: sezione rettangolare di spessore 1 m e 1.4 m, rispettivamente per pareti e puntone, comportamento elastico lineare con modulo di Young $E = 2 \cdot 10^7$ kPa, coefficiente di Poisson $\nu = 0.25$, peso per unità di volume $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$.

7.5 Condizioni iniziali

Nella serie di analisi PBD, è stata necessaria una modellazione preliminare delle condizioni litostatiche iniziali per la corretta generazione del profilo delle variabili di stato con la profondità. È stato creato un modello costituito da una colonna di elementi di altezza pari all'altezza del modello con paratia. È stato assegnato al materiale PBD uno stato tensionale iniziale isotropo di bassa entità, *back-stress tensor* con componenti nulle, così come il tensore di *fabric* e indice dei vuoti $e = 0.66$. Tale valore dell'indice dei vuoti corrisponde ad un valore della densità relativa D_r pari al 62%, assumendo per la Nevada Sand le seguenti caratteristiche fisiche: $e_{\max} = 0.894$, $e_{\min} = 0.516$, $G_s = 2.68$ (Arulmoli et al., 1992). A questo stato di addensamento corrisponde un peso per unità di volume di circa 16 kN/m^3 . Alla colonna di elementi terreno viene applicata la forza peso in un unico step di calcolo. Al termine dell'analisi lo stato tensionale ottenuto è in equilibrio con le forze agenti, in questo caso la forza di gravità, nel rispetto delle equazioni costitutive adottate. L'andamento delle variabili di stato (tensioni, *back-stress*, indice dei vuoti e *fabric* con la profondità è mostrato in Fig. 7.5. Nella stessa rappresentazione è riportato anche l'andamento del coefficiente di spinta a riposo k_0 .

Dall'andamento dell'indice dei vuoti e e della pressione media p , è stato possibile calcolare il valore del modulo elastico di taglio massimo G_{\max} da definire per le proprietà del materiale elato-plastico MC. In Fig. 7.6 è mostrato l'andamento di G_{\max} con la profondità.

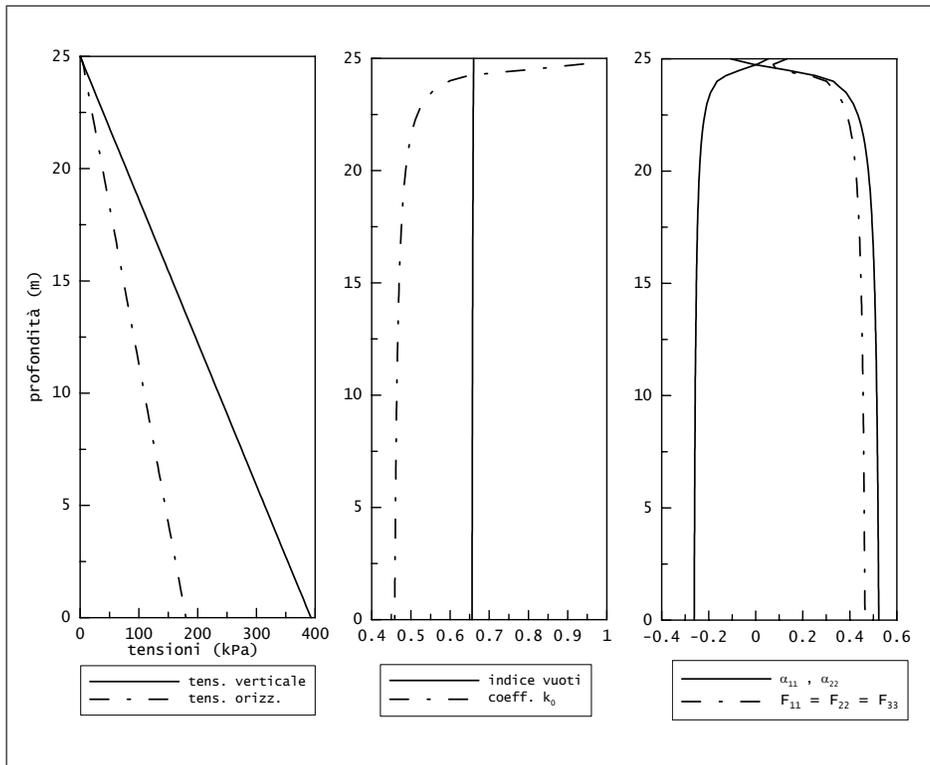


Figura 7.5. Andamento delle variabili di stato in condizioni litostatiche

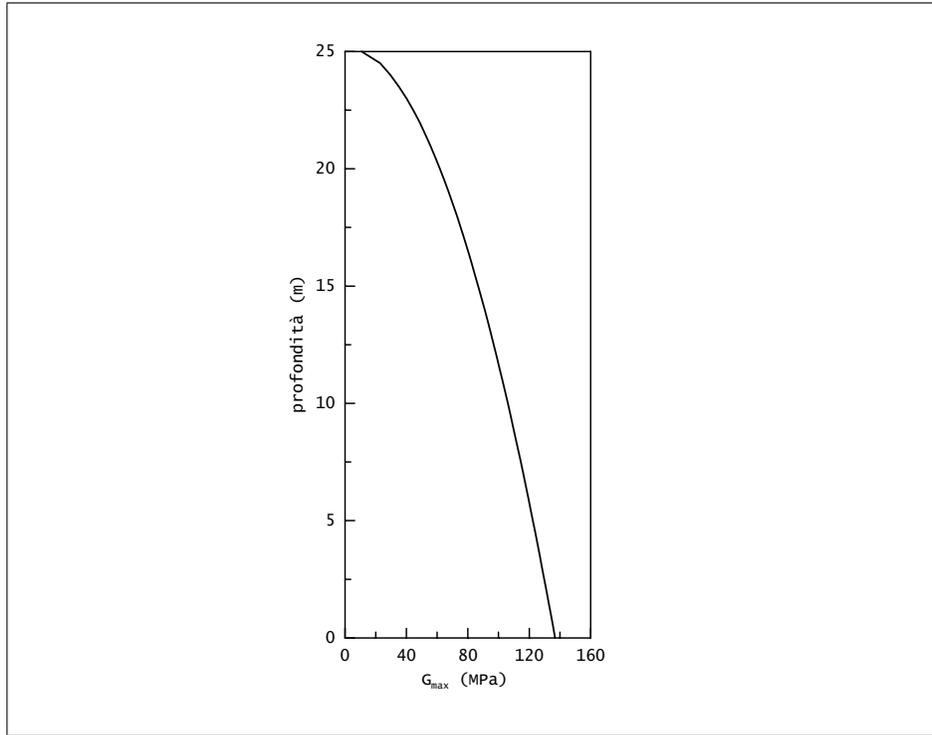


Figura 7.6. Andamento del modulo elastico G_{max} con la profondità

7.6 Accelerogrammi utilizzati

Per valutare la risposta del modello costitutivo nel problema al finito, in condizioni sismiche, sono state selezionate due storie di accelerazione con differenti caratteristiche. Gli accelerogrammi si riferiscono allo stesso evento sismico, il sisma Umbria–Marche, secondo shock sismico, del 26 novembre 1997, ore 9:40, registrazioni effettuate da due distinte stazioni: la stazione di Colfiorito e la stazione di Assisi–Stallone. I dati relativi alle registrazioni provengono dal database SISMA (<http://sisma.dsg.uniroma1.it/>) (Scasserra et al., 2008).

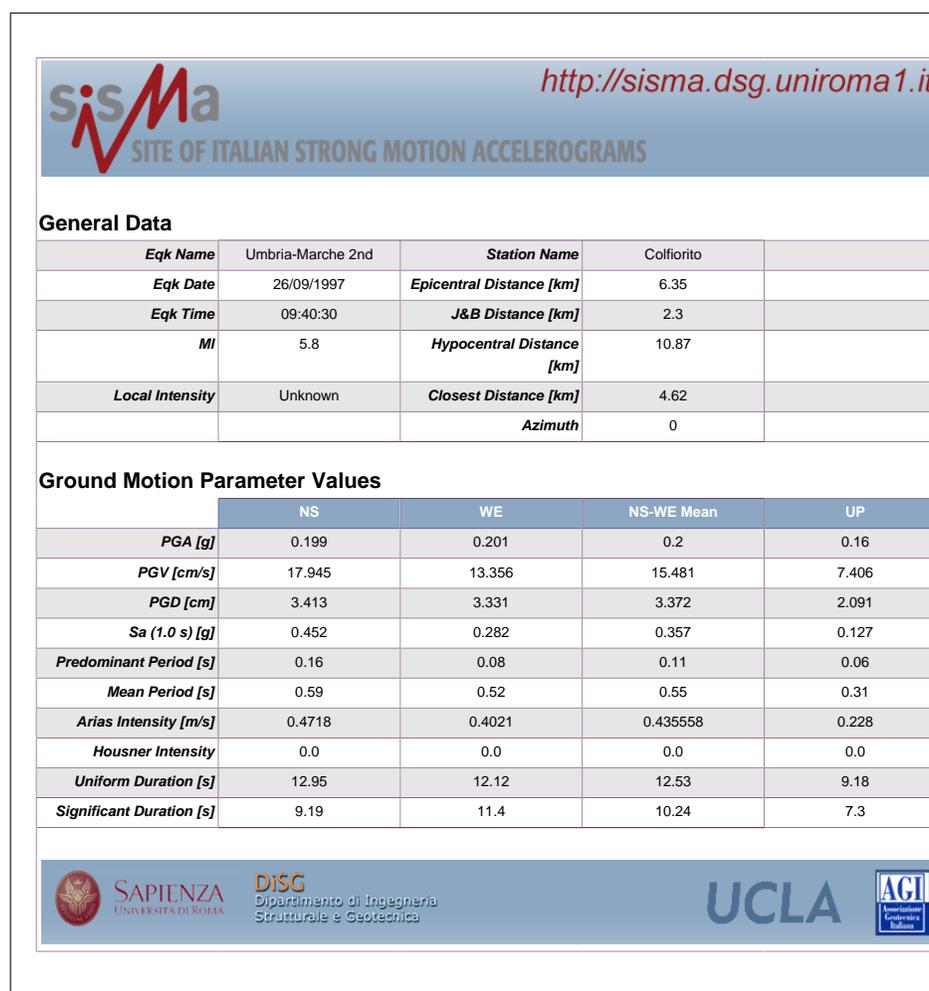


Figura 7.7. Sisma Umbria–Marche 2nd shock (26/09/1997 ore 9:40): dettagli registrazione stazione di Colfiorito

Per le simulazioni sono state adottate le registrazioni della componente WE, per il sisma di Colfiorito, e la componente NS per Assisi–Stallone. Entrambe le reg-

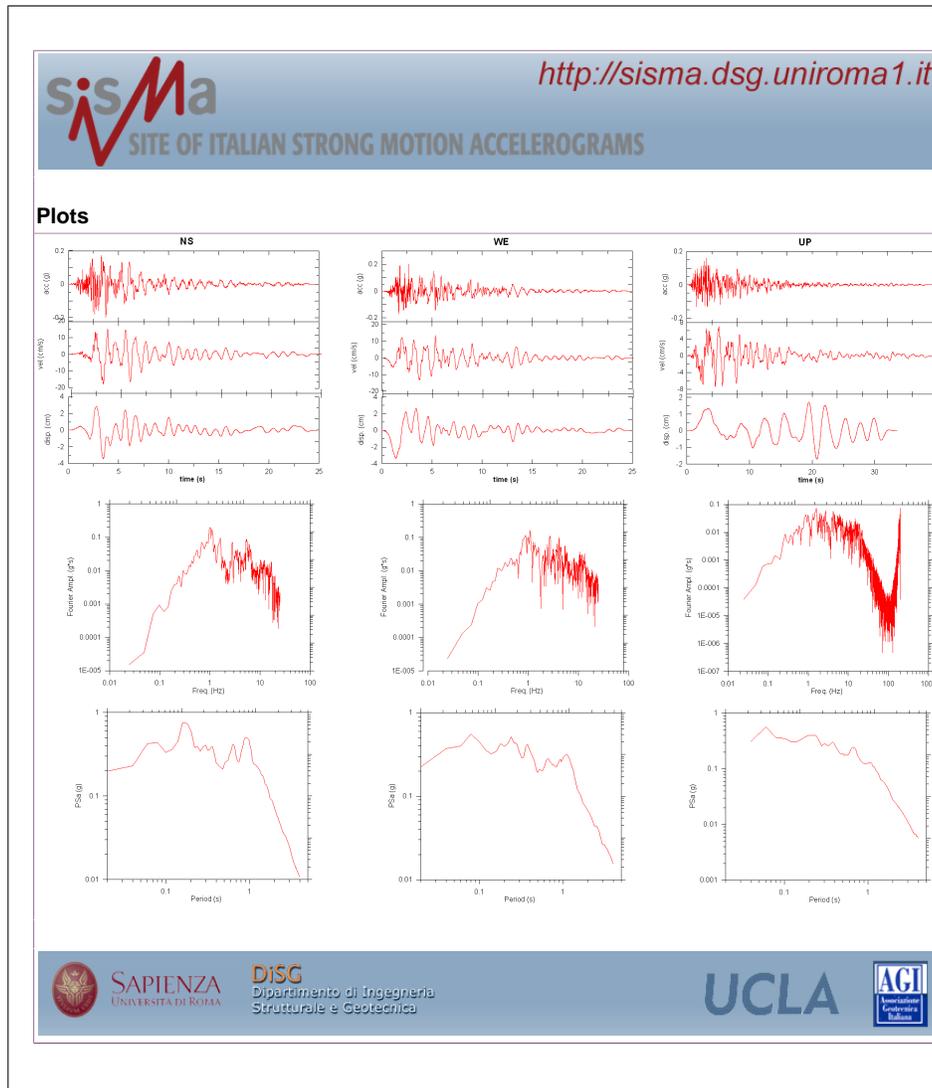


Figura 7.8. Sisma Umbria–Marche 2nd shock (26/09/1997 ore 9:40): dati registrazione stazione di Colfiorito

istrazioni sono state scalate in maniera tale da avere un valore della accelerazione massima esattamente pari a 0.2 g. Inoltre è stata applicata la cosiddetta *baseline correction*, in maniera da avere, al termine della fase di eccitazione sismica, uno spostamento finale nullo della base del modello. Entrambe le registrazioni hanno un intervallo di acquisizione pari a 0.005 secondi. A tale intervallo di campionamento corrisponde una frequenza di Nyquist, ovvero la frequenza di campionamento per cui un segnale può essere ricostruito senza dar luogo ad aliasing $f_c = 1/2\Delta t$, pari a 100 Hz.

In definitiva, gli accelerogrammi utilizzati per le analisi al finito sono quelli

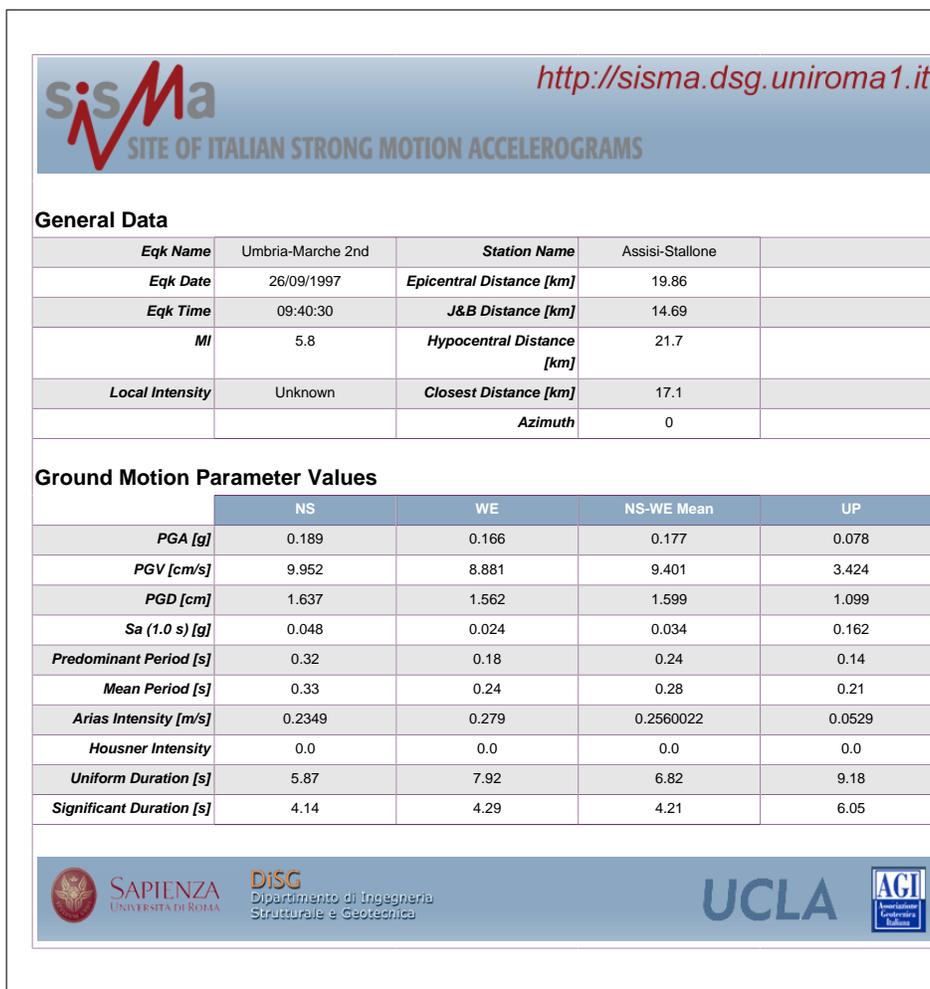


Figura 7.9. Sisma Umbria–Marche 2nd shock (26/09/1997 ore 9:40): dettagli registrazione stazione di Assisi–Stallone

rappresentati nella Fig. 7.11, nella quale vengono riportati la storia di accelerazione e il contenuto in frequenza. In Tab. 7.2 sono riassunti i parametri maggiormente significativi relativi ai due input sismici.

Plots

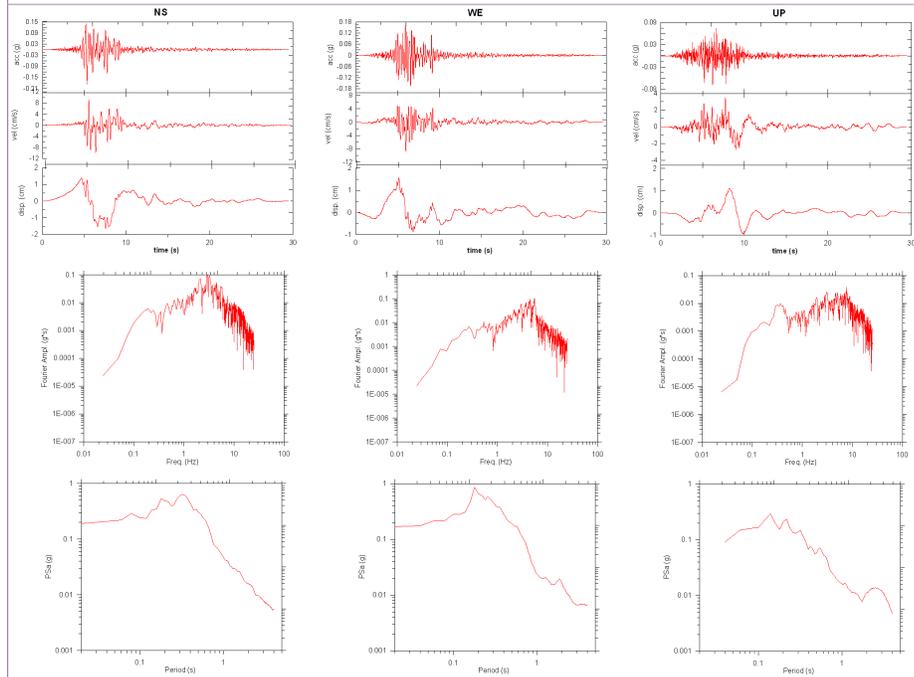


Figura 7.10. Sisma Umbria–Marche 2nd shock (26/09/1997 ore 9:40): dati registrazione stazione di Assisi–Stallone

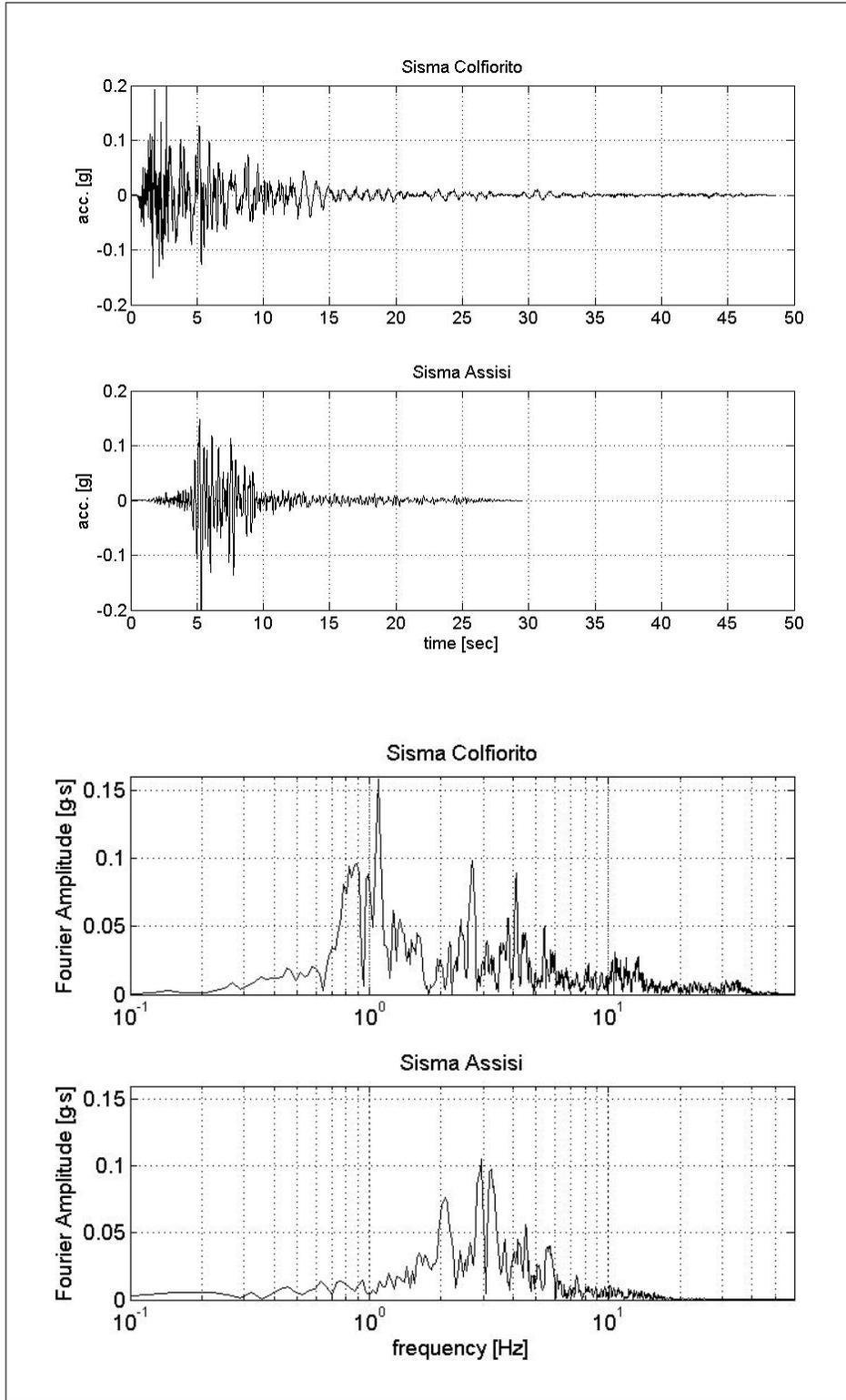


Figura 7.11. Accelerogrammi utilizzati nelle analisi sismiche: time-history dell'accelerazione e contenuto in frequenza

Parametro	Colfiorito WE	Assisi NS
Acc. max (g)	0.200	0.200
Acc. max (m/sec)	1.961972	1.962088
Vel. max (m/sec)	0.117830	0.105743
Spost. max (m)	0.022501	0.017843
Periodo predominante (sec)	0.08	0.32
Frequenza predominante (Hz)	12.50	3.13
Freq. circolare pred. (rad/sec)	78.54	19.63
Periodo medio (sec)	0.536332	0.333092
Intensità di Arias (m/sec)	0.322268	0.264515
Durata significativa (D5-95) (sec)	11.4	4.14

Tabella 7.2. Caratteristiche degli accelerogrammi utilizzati

7.7 Analisi sismiche

Nel presente Paragrafo verranno forniti alcuni dettagli circa l'esecuzione delle analisi in condizioni dinamiche.

7.7.1 Dimensione del dominio di studio

Per stabilire la dimensione orizzontale della mesh, ovvero la distanza tra le struttura e i vincoli periodici definiti lungo i bordi sinistro e destro del dominio di studio, è stato effettuato uno studio preliminare. È stato realizzato un modello costituito da una colonna di elementi a cui è stato attribuito un comportamento elastico lineare con rigidità a taglio G variabile con la profondità, in accordo con la distribuzione di G_{\max} mostrata in Fig. 7.6. Lungo i contorni laterali sono stati definiti vincoli periodici. Alla base è stato imposto l'input sismico derivante dalla registrazione Colfiorito, come descritto nel Par. 7.6. Attraverso tale simulazione si è ottenuto un comportamento cosiddetto *free field*, relativo al modello elastico lineare. In un secondo momento è stata approntata una mesh preliminare del modello con paratia, sempre con terreno descritto da un modello elastico lineare di pari rigidità, alla quale è stato imposto lo stesso input sismico. Sono state valutate le accelerazioni relative a differenti punti sul piano campagna, a distanza progressivamente crescente dalla paratia. In tale maniera si è potuto verificare se i punti a maggiore distanza dalla parete hanno un comportamento paragonabili a quello di *free field*, ovvero se il dominio di studio adottato è da considerarsi sufficientemente ampio.

In Fig. 7.12 sono riportati alcuni risultati dello studio preliminare sopra descritto. La linea in rosso rappresenta la storia di accelerazione registrata in superficie per la colonna di elementi (accelerazione *free field*). In nero sono riportate le storie di accelerazione registrate nel modello di interazione terreno-paratia a distanza, rispettivamente di 1, 80 e 100 m. Si può notare come, passando da una distanza di 80 m a 100 m dalla parete, non esistono differenze marcate tra le accelerazioni registrate; inoltre la differenza con il comportamento *free field* risulta del tutto accettabile. Si può concludere pertanto che la dimensione complessiva della mesh prescelta (200 m in larghezza, 91 di distanza tra parete e ciascuno dei vincoli periodici) è da ritenersi senz'altro soddisfacente allo scopo di riprodurre, lontano dalla strutture, condizioni di *free field*.

7.7.2 Dimensione degli elementi

Per la scelta del passo di discretizzazione spaziale del dominio di studio, sono state effettuate alcune considerazioni sulla relazione che intercorre tra dimensione media dell'elemento finito e lunghezza d'onda dell'input sismico. Infatti l'accuratezza della soluzione numerica dipende, in generale, sia dal contenuto in frequenza della sollecitazione dinamica applicata, sia dalla velocità di propagazione delle onde, caratteristica del sistema. Kuhlmeier & Lysmer (1973) mostrano che, per un'accurata modellazione della propagazione di un'onda attraverso il mezzo, la dimensione degli elementi della griglia, Δl , deve essere approssimativamente inferiore a

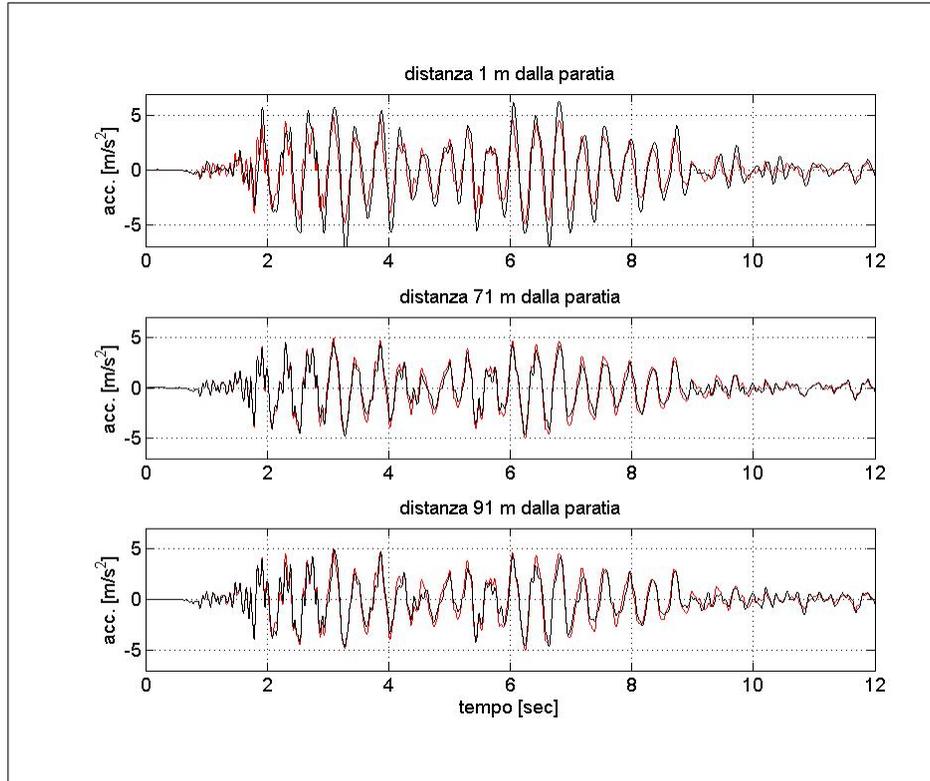


Figura 7.12. Confronto fra accelerazione *free field* e accelerazione del modello di interazione terreno–struttura al variare della distanza dalla parete, per modello elastico lineare

1/10 o 1/8 della lunghezza d'onda, λ , associata alla frequenza più elevata della sollecitazione dinamica applicata, ossia

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10} \quad (7.1)$$

Poiché, nei problemi geotecnici, λ è funzione della velocità di propagazione dell'onda di taglio nel terreno, V_S , e della frequenza dell'onda, f , attraverso la relazione $\lambda = V_S/f$, l'eq. (7.1) consente di definire, note le caratteristiche di rigidità del terreno e il contenuto in frequenza della sollecitazione dinamica applicata, una griglia numerica in grado di simulare accuratamente il fenomeno dinamico in esame.

In Fig. 7.13 è riportato in forma grafica lo studio eseguito per valutare l'idoneità delle dimensioni scelte per gli elementi della griglia di studio. Tale scelta si configura, come è ovvio, come il giusto compromesso tra accuratezza della soluzione ottenuta e efficienza. Per tale motivo, a partire dalla mesh di tentativo, note dunque le dimensioni Δl degli elementi, attraverso la relazione (7.1), è stato possibile valutare lungo una generica verticale il valore della lunghezza d'onda λ limite, al di sotto del quale la discretizzazione scelta produce una soluzione poco accurata. Per

passare dal valore di lunghezza d'onda individuato al valore limite della frequenza, si è resa necessaria la valutazione dell'andamento della velocità di propagazione delle onde di taglio V_S con la profondità. In Fig. 7.13 è riportato l'andamento del modulo di rigidezza di taglio G_{\max} con la profondità, insieme all'andamento di G_{\min} , così come definiti nel modello PBD (si vedano Eqq. (4.35) e (4.36)); da questo è stato possibile valutare l'andamento di V_S , con la profondità. Infine attraverso la relazione $f = V_S/\lambda$ si è valutato il valore della frequenza f al di sopra del quale, data la discretizzazione adottata e la rigidezza a taglio del materiale assegnata, la soluzione è da considerarsi poco accurata. In definitiva si può osservare come, anche nella situazione peggiore nella quale non si ha alcun decadimento della rigidezza a taglio, ovvero con $G = G_{\max}$, la discretizzazione spaziale è largamente accettabile, per frequenze inferiori a 15 Hz (linea in rosso in Fig. 7.13). Se si confronta tale limite con lo spettro di frequenze dei due input imposti alla base (Fig. 7.11), si può concludere che il limite massimo di frequenza $f=15$ Hz è accettabile per entrambi gli input, sia per Assisi, che ha una larghezza di spettro minore, ma anche per Colfiorito che si presenta con un contenuto in frequenze senz'altro più ampio.

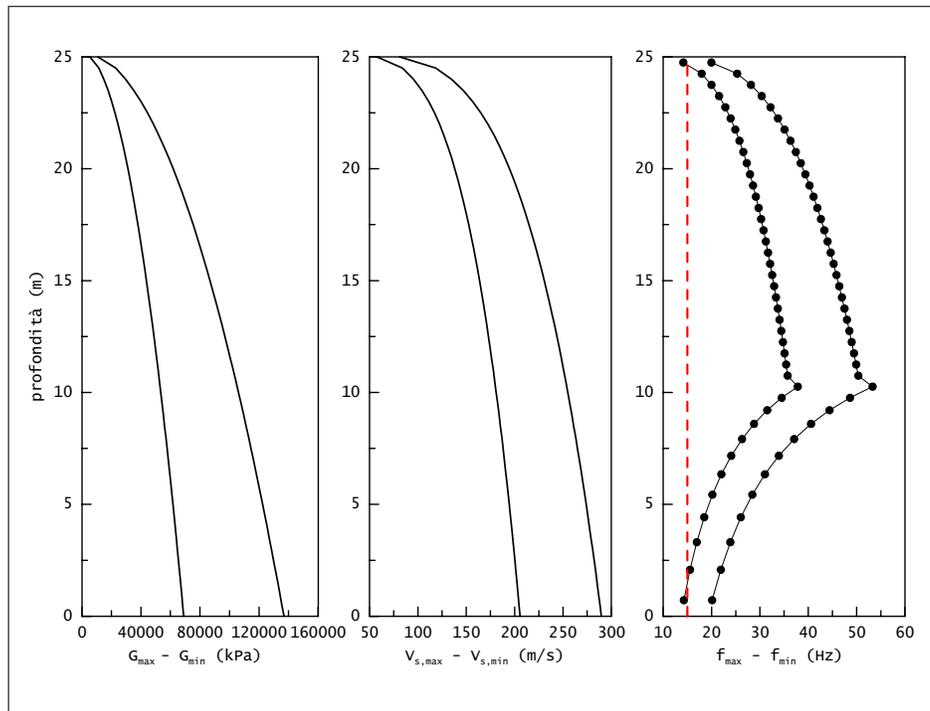


Figura 7.13. Verifica dimensione media degli elementi finiti: andamento di G , V_S e frequenza limite con la profondità

7.7.3 Passo temporale di integrazione

Per quanto concerne la scelta degli intervalli di tempo per l'integrazione dell'equazione d'equilibrio del problema dinamico, è stata impiegata la procedura di substepping automatico implementata in ABAQUS/Standard e descritta al Par. 6.3, per garantire accuratezza e stabilità della procedura. Come limite superiore per il passo di integrazione Δt è stato assegnato il valore dell'intervallo di acquisizione dell'input sismico, pari a 0.005 secondi.

7.7.4 Damping di Rayleigh

Nelle analisi effettuate assumendo per il deposito sabbioso un comportamento elastoplastico alla Mohr-Coulomb, è stato necessario introdurre damping numerico, oltre quello naturalmente connesso all'utilizzo dell'algoritmo implicito di incrementazione diretta di Hilber, Hughes & Taylor. Il codice di calcolo ABAQUS consente di definire, unicamente per materiali elastici, uno smorzamento alla Rayleigh. Secondo questa comune formulazione la matrice di smorzamento \mathbf{C} , che compare nell'equazione di equilibrio dinamico (6.1), è definita come combinazione lineare delle matrici della massa e della rigidezza

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (7.2)$$

dove α e β sono detti coefficienti di Rayleigh.

I coefficienti α e β sono stati scelti, come suggerito da Lanzo et al. (2004), con il criterio della doppia frequenza di controllo. Il valore dello smorzamento imposto tra le due frequenze di controllo ξ^* è stato assunto pari a 0.05. Le due frequenze radiali di controllo, ω_m e ω_n , sono state poste rispettivamente pari a ω_1 , frequenza fondamentale del deposito, e $n\omega_1$, con n intero dispari che approssima per eccesso il rapporto ω_{IN}/ω_1 , dove ω_{IN} è la frequenza radiale predominante dell'input sismico.

Per quanto concerne le caratteristiche spettrali, e dunque anche il periodo predominante, dei due accelerogrammi alla base, si è già detto al Par. 7.6. La frequenza fondamentale del deposito è stata ricavata attraverso una analisi modale condotta, sempre in ABAQUS, sulla colonna di elementi elastici a rigidezza variabile con la profondità (Fig. 7.14.a). Per il primo modo proprio di deformazione, l'analisi ha fornito una frequenza di 2.6 cicli nell'unità di tempo, pari a una frequenza radiale ω_1 di 16.33 rad/sec.

Tale frequenza corrisponde ad una frequenza fondamentale per un deposito omogeneo di pari spessore $H = 25$ m e di rigidezza corrispondente alla rigidezza riscontrata alla profondità di $15.5 \div 16.0$ m dal piano campagna. A questa profondità, infatti, la rigidezza è pari a $G = 260$ kPa, corrispondente a $V_S = 260$ m/sec. La frequenza fondamentale di un deposito omogeneo di tali caratteristiche può essere valutata attraverso la relazione $\omega_1 = V_S \pi / 2H$.

Stabilito il valore di smorzamento imposto, ξ^* , e il valore delle frequenze di controllo, ω_m e ω_n , i coefficienti α e β di Rayleigh sono calcolati attraverso le seguenti relazioni:

$$\alpha = \xi^* \frac{2\omega_m\omega_n}{\omega_m + \omega_n} \quad \beta = \xi^* \frac{2}{\omega_m + \omega_n} \quad (7.3)$$

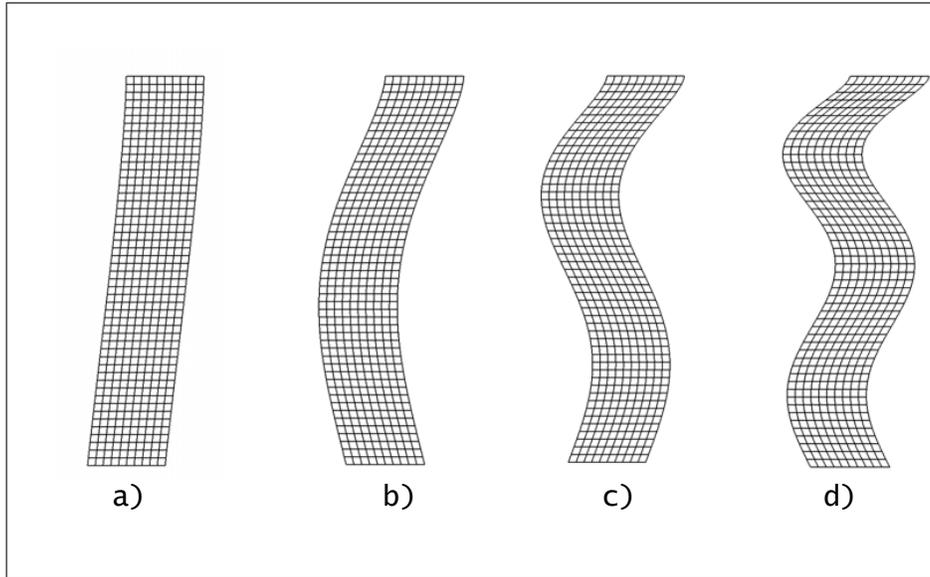


Figura 7.14. Modi di deformazione significativi per una colonna di elementi elastici lineari con rigidezza variabile con la profondità: a) modo di deformazione fondamentale; b) terzo modo di deformazione; c) quarto modo di deformazione; d) sesto modo di deformazione.

I valori assunti per i coefficienti di Rayleigh e le frequenze di controllo per ciascun sisma, sono riassunti in Tab. 7.3.

Parametro	Colfiorito WE	Assisi NS
ω_1 (rad/sec)	16.33	16.33
ω_{IN} (rad/sec)	78.54	19.63
n	5	3
ω_n (rad/sec)	81.65	48.99
α	1.36	$1.02 \cdot 10^{-3}$
β	1.22	$1.53 \cdot 10^{-3}$

Tabella 7.3. Determinazione coefficienti di Rayleigh: ω_1 , frequenza fondamentale del deposito e prima frequenza di controllo; ω_{IN} frequenza predominante forzante; n intero dispari che approssima per eccesso il rapporto ω_{IN}/ω_1 ; ω_n seconda frequenza di controllo pari a $n\omega_1$

7.8 Programma delle analisi

Nello schema riassuntivo, riportato in Tab. 7.4, sono sintetizzate tutte le analisi numeriche eseguite relativamente al problema al finito trattato. Per ciascuna

analisi, identificata con un opportuno codice, vengono indicati modello costitutivo utilizzato per descrivere il comportamento del deposito sabbioso, le condizioni statiche o sismiche, eventualmente l'input sismico imposto alla base e, nel caso delle analisi condotte con il modello PBD, la scelta del parametro C che entra nella legge di evoluzione del *fabric*. Tutte le analisi sono state precedute dalle opportune simulazioni per il calcolo delle condizioni di fine scavo, in condizioni statiche.

Analisi #	Input sismico	Modello costitutivo	Parametro C
PBD Scavo	Analisi statica	PBD	130
MC Scavo	Analisi statica	MC	–
Col PBD C1	Colfiorito	PBD	130
Col PBD C2	Colfiorito	PBD	4
Col MC	Colfiorito	MC	–
Ass PBD C1	Assisi	PBD	130
Ass MC	Assisi	MC	–

Tabella 7.4. Programma delle analisi.

I risultati delle analisi sono presentati e discussi nel successivo Cap. 8.

Presentazione e interpretazione dei risultati

Nel presente capitolo sono discussi i risultati delle analisi elencate al Par. 7.8. Per maggiore chiarezza di esposizione, la presentazione è stata suddivisa tra condizioni statiche al termine della fase di scavo, per entrambe le analisi PBD e MC, e analisi dinamiche PBD e MC, per i due diversi input sismici.

8.1 Condizioni statiche di fine scavo

La simulazione della costruzione della paratia prevede una sequenza di fasi di calcolo definita per simulare le effettive fasi esecutive. All'inizio di ciascuna analisi è prevista una fase geostatica, nella quale viene verificato l'equilibrio tra forza di gravità e stato tensionale iniziale assegnato al deposito. Successivamente vengono attivati gli elementi *beam* che descrivono il comportamento delle pareti. Tali elementi hanno peso proprio pari al peso della struttura in calcestruzzo armato per apprezzare, durante la fase di eccitazione sismica, l'intero contributo inerziale. Non viene tenuto in conto, pertanto, dei possibili effetti dovuti all'asportazione del terreno dall'interno delle perforazioni né dello scarico tensionale dovuto all'esecuzione delle stesse. Le fasi successive prevedono la rimozione di quattro strisce di elementi di terreno all'interno dello scavo, fino a una quota dal piano campagna di 2 m, l'attivazione degli elementi *beam* che modellano il puntone ed infine, la rimozione delle strisce di elementi terreno, fino alla quota di scavo di progetto.

I risultati presentati in questa sezione, riguardano le condizioni di fine scavo, statiche, per due differenti analisi condotte con modello PBD e con modello MC, rispettivamente.

In Fig. 8.1 è rappresentato il campo degli spostamenti verticali attorno allo scavo, per l'analisi PBD. Gli spostamenti considerati sono depurati dall'eventuale cedimento iniziale, dovuto al raggiungimento delle condizioni litostatiche. All'interno dello scavo vi sono spostamenti positivi (verso l'alto), dovuti allo scarico tensionale conseguente alla rimozione del terreno, di entità massima pari a circa 9 mm, al centro dello scavo. In corrispondenza del terrapieno si individua invece un volume di terreno di forma più o meno triangolare che, a partire dalla punta della parete si estende fino al piano campagna, all'interno del quale gli spostamenti sono tutti di segno negativo (abbassamenti). Il massimo abbassamento, di valore

assoluto pari a 2.3 mm, si ha subito dietro la parete, ad una profondità di 2.5 m dal piano campagna, in corrispondenza del puntone, il cui peso proprio gioca probabilmente un ruolo decisivo in tal senso.

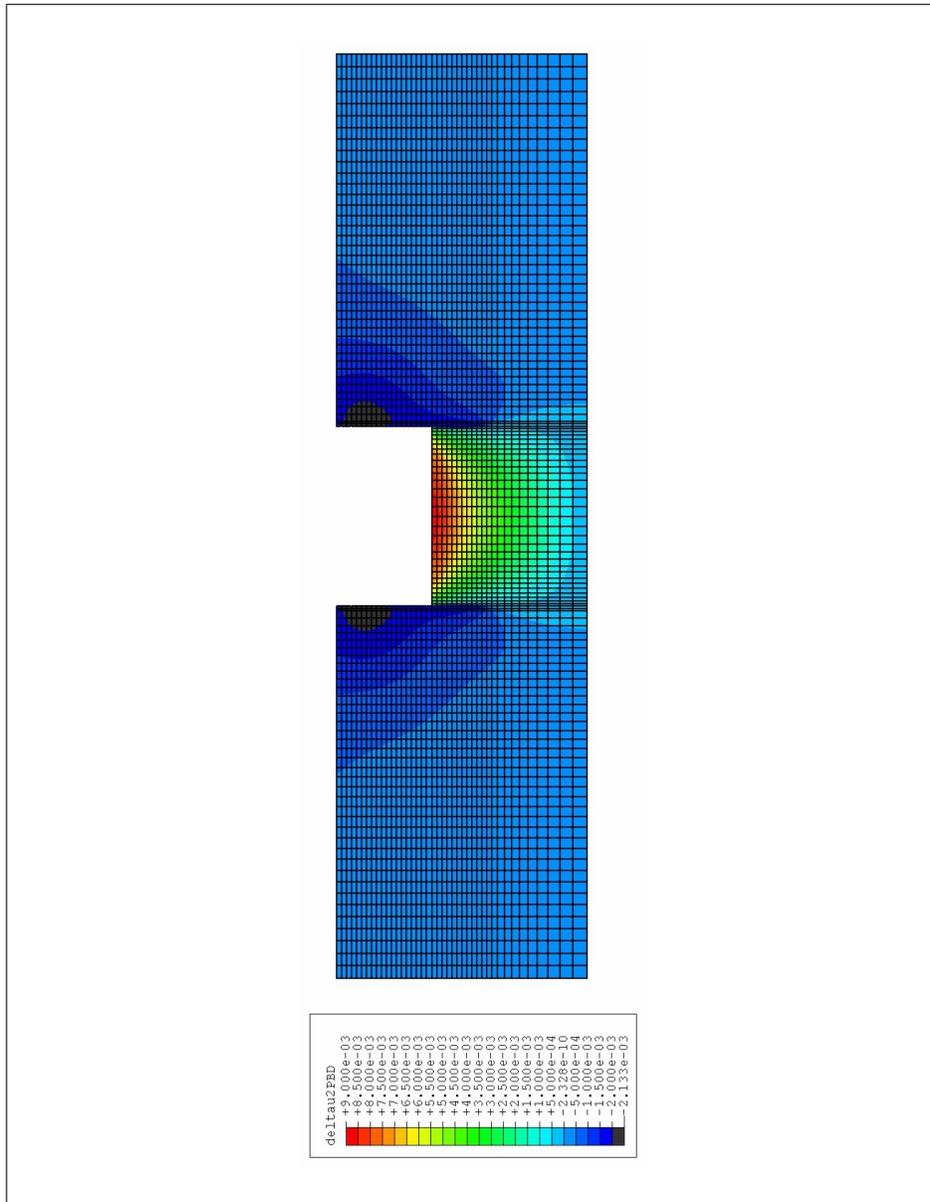


Figura 8.1. Campo spostamenti verticali a fine scavo: analisi PBD

Osservando la Fig. 8.2, nella quale sono riportati i contours degli spostamenti orizzontali, si può notare che il terrapieno è interessato solo da spostamenti in

direzione dello scavo. Tali spostamenti hanno entità minima in corrispondenza del vincolo rappresentato dal puntone, mentre hanno entità massima in corrispondenza della parete libera, ad una profondità di 7.5 m dal piano campagna (2 m al di sopra del piano di scavo). All'interno dello scavo, si individua chiaramente una zona in corrispondenza della quale la parete si muove verso valle, con movimenti uniforme (contours con andamento sub-verticale). Il volume di terreno maggiormente interessato da tali spostamenti ha una estensione orizzontale di circa 3÷4 m dalla parete.

Le Figg. 8.3 e 8.4 rappresentano i campi di spostamenti, verticali e orizzontali, per l'analisi MC. Nell'intorno della parete complessivamente la tipo di cinematismo è molto simile a quello descritto per l'analisi PBD. Variano tuttavia l'entità degli spostamenti verticali registrati (Fig. 8.3): si hanno sollevamenti del fondo scavo massimi (depurati dai cedimenti iniziali) pari a circa 6 mm, contro i 9 dell'analisi PBD. Tale risultato era atteso dal momento che la rigidità del materiale PBD, a fondo scavo, è minore della rigidità elastica prevista dal modello MC. Infatti la prima è dipendente dalla pressione media agente, che a causa dello scarico dovuto allo scavo si riduce. Nel modello MC essa invece rimane costante, indipendentemente dallo stato tensionale agente, e pari al valore iniziale. Per quanto riguarda gli abbassamenti del terrapieno, si ha un valore massimo di 1.3 mm (contro 2.3 dell'analisi PBD), nella medesima zona posta a tergo della parete appena sotto il livello del puntone.

Per quanto concerne gli spostamenti orizzontali (Fig. 8.4), in tutto il dominio essi sono orientati in direzione dello scavo, come per l'analisi PBD. I valori massimi si localizzano, a monte, in corrispondenza della parete libera, ad una profondità di 7.5 m dal piano campagna e, a valle, subito dietro la parete. Tuttavia anche in questo caso l'entità massima degli spostamenti è inferiore all'analisi PBD e pari a 2.5 mm a monte e 1.7 mm a valle.

Nelle Figura dalla 8.5 alla 8.8 sono diagrammati gli spostamenti verticali ed orizzontali, assoluti e normalizzati, che si sviluppano lungo il piano campagna a seguito delle operazioni di scavo. Gli abbassamenti sono sempre depurati dai cedimenti iniziali seguiti alla fase di calcolo geostatica. Gli spostamenti assoluti sono plottati in funzione della distanza dalla parete, mentre gli spostamenti normalizzati, rispetto allo spostamento massimo, sono diagrammati in funzione della distanza normalizzata X/H , dove H è l'altezza di scavo. Per ciascun diagramma sono riportati insieme i risultati delle due analisi considerate, PBD e MC.

Gli spostamenti verticali (Figg. 8.5 e 8.6) sono, per entrambe le analisi e lungo tutto il piano campagna, di segno negativo, ovvero abbassamenti. Il valore massimo si trova in corrispondenza della parete e diminuisce monotonicamente al crescere della distanza dalla stessa. Come già riscontrato in precedenza con l'analisi PBD si hanno spostamenti maggiori, passando lo spostamento massimo da 1.0 mm, per MC, a 1.5 mm, per PBD, con una differenza in valore assoluto pari al 100%. Tali valori corrispondono ad un valore dello spostamento rispettivamente pari allo 0.01% e allo 0.016% dell'altezza di scavo. Entrambe le previsioni sono ampiamente al di sotto dei valori osservati da Clough & O'Rourke (1990) per pareti in sabbia (0.1÷0.3%), che, tuttavia, tranne per un caso, sono state tutte realizzate con tecnologie diverse da quella presa in considerazione nel presente lavoro.

Il profilo degli spostamenti normalizzati è pressoché sovrapposto per le due

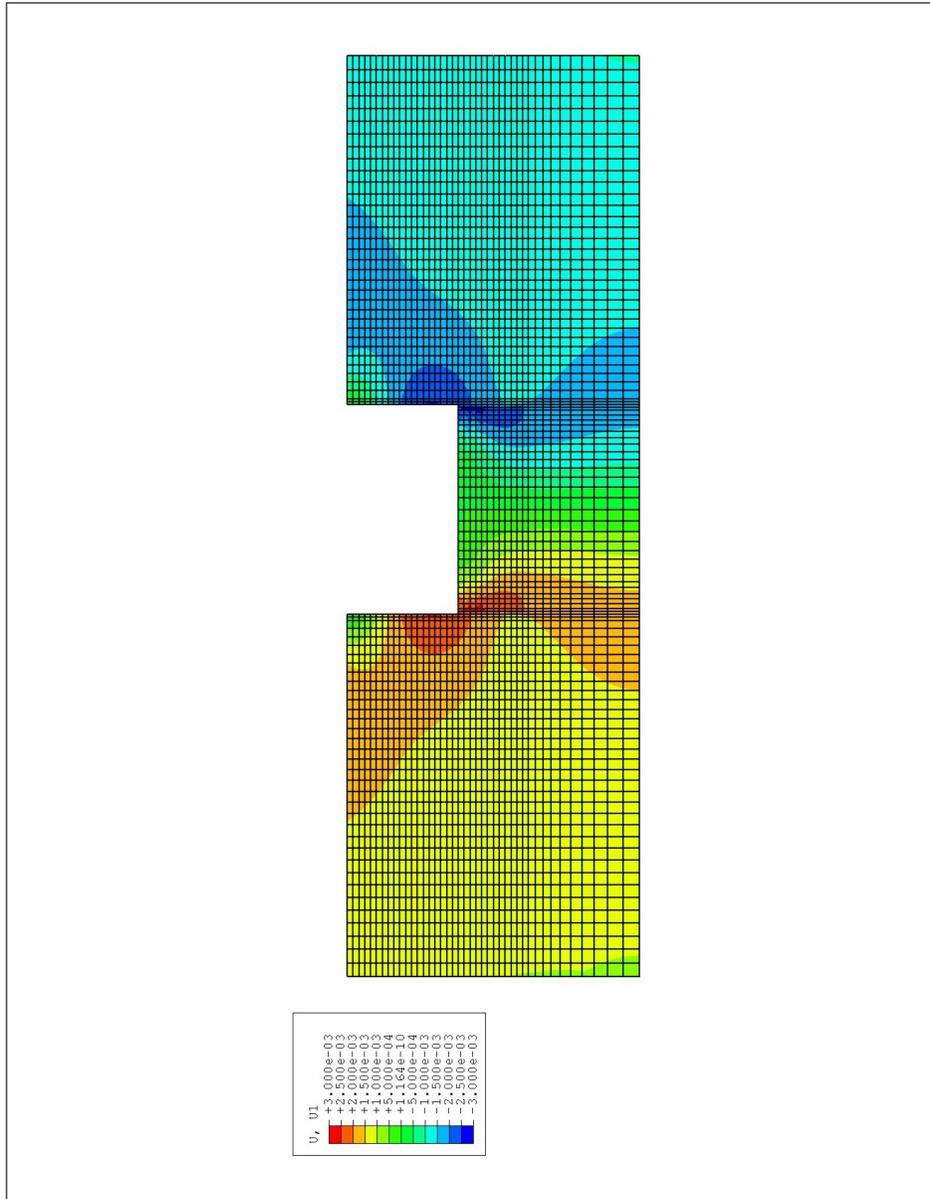


Figura 8.2. Campo spostamenti orizzontali a fine scavo: analisi PBD

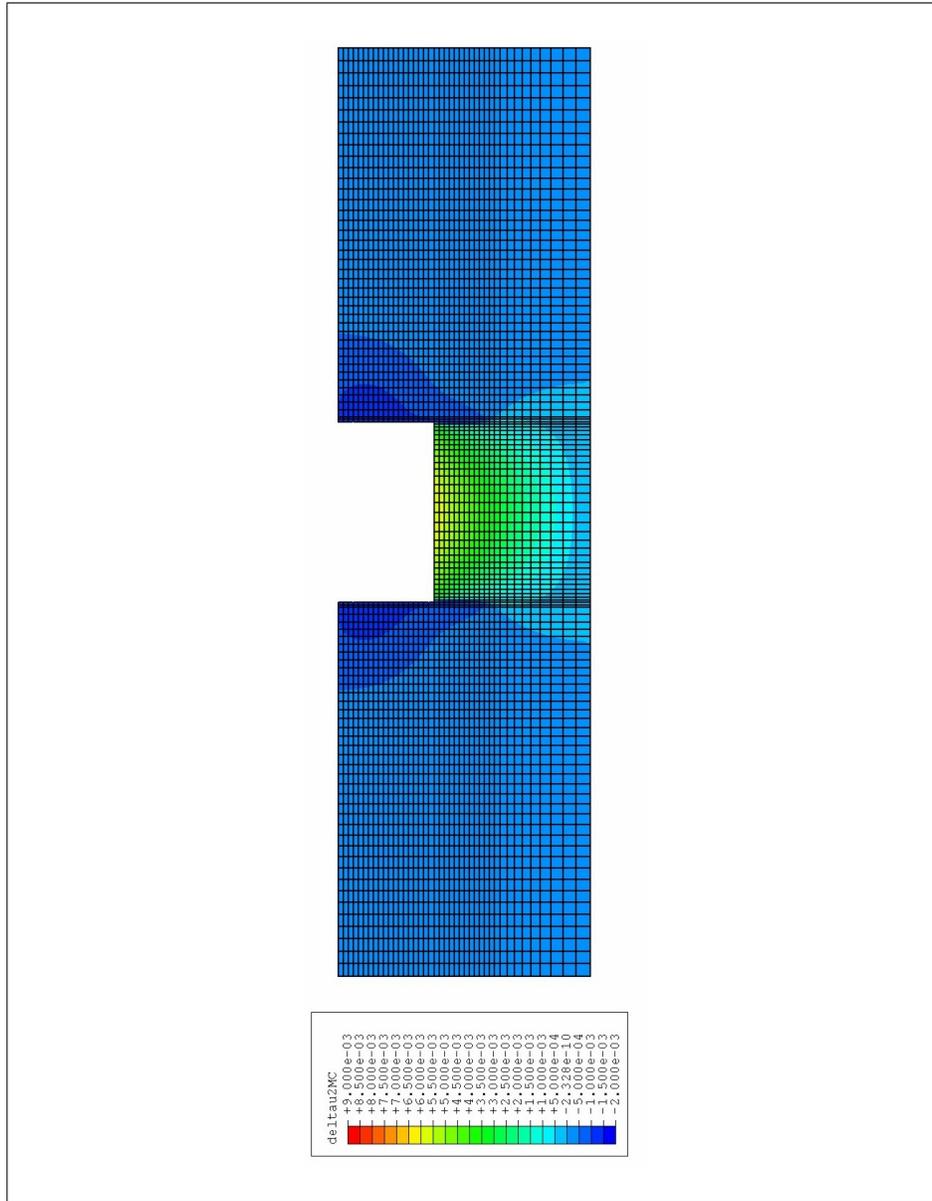


Figura 8.3. Campo spostamenti verticali a fine scavo: analisi MC

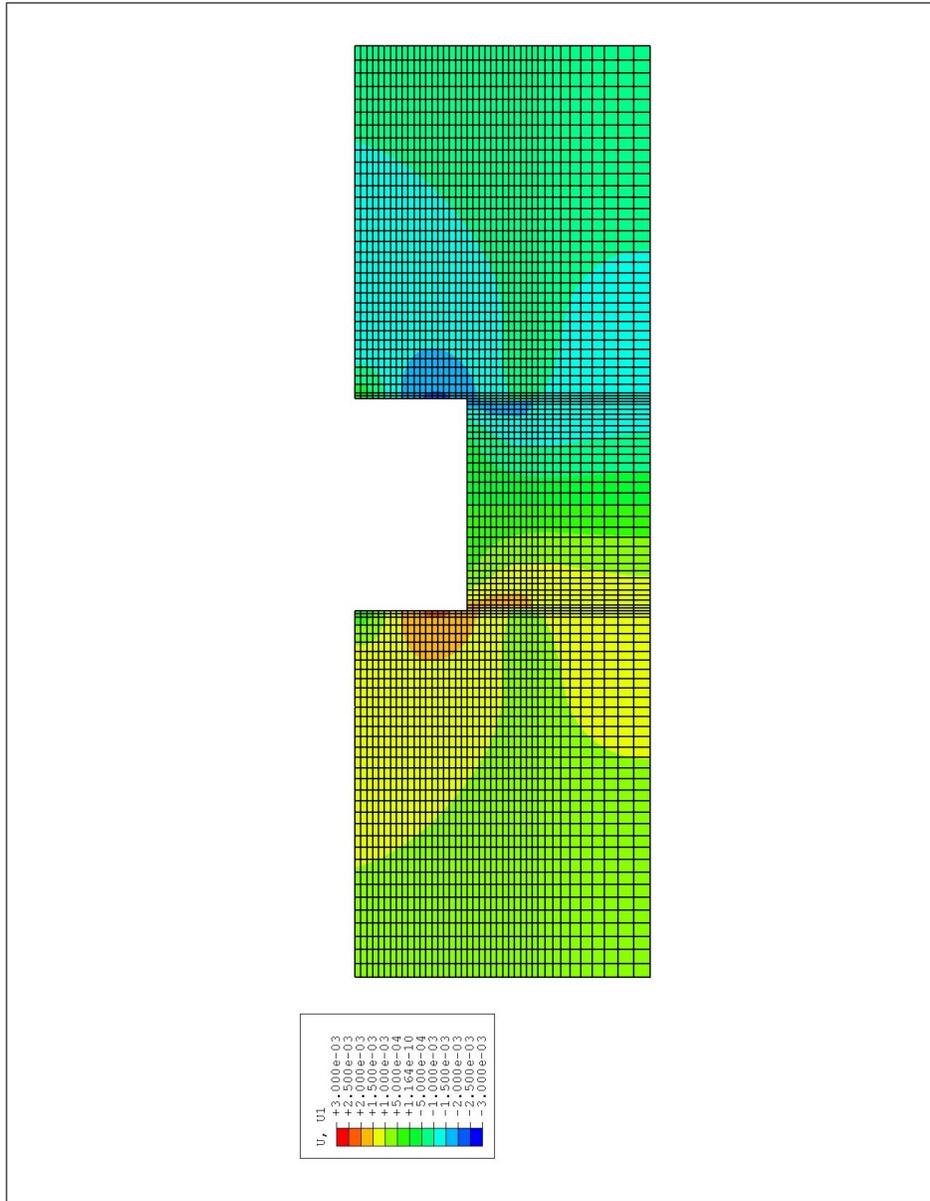


Figura 8.4. Campo spostamenti orizzontali a fine scavo: analisi MC

analisi, mostrando una ampiezza di influenza all'incirca pari a 3 volte l'altezza di scavo. Questo risultato è invece in accordo con quanto indicato dagli involucri limite dei profili normalizzati, proposti ancora in Clough & O'Rourke (1990).

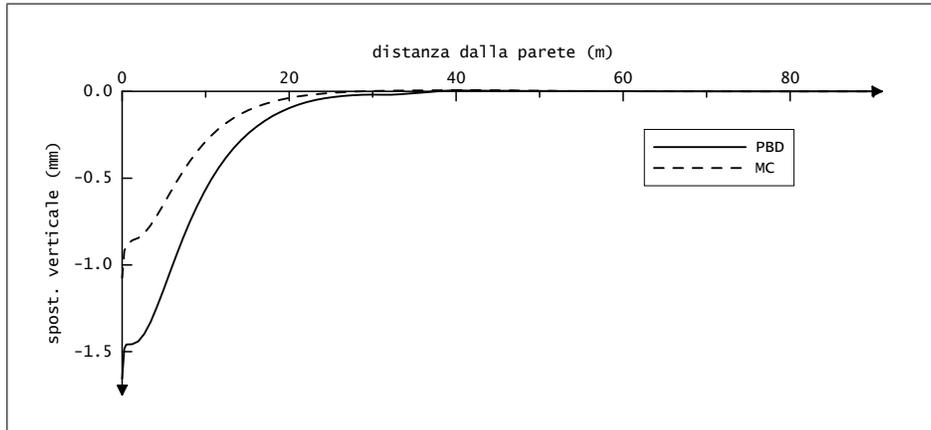


Figura 8.5. Profili di subsidenza a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

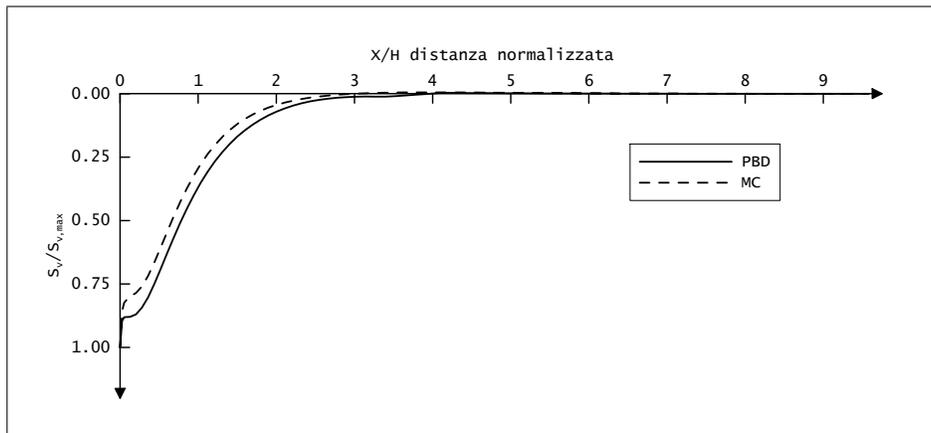


Figura 8.6. Profili di subsidenza normalizzati a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

Gli spostamenti orizzontali (Figg. 8.7 e 8.8) in corrispondenza della parete hanno, per entrambe le analisi, valore negativo, con la parete che si muove di circa 0.5 mm verso il terrapieno. Già a distanza di mezzo metro dalla parete sono, per entrambe le analisi e lungo tutto il rimanente piano campagna, di segno positivo, ovvero diretti verso lo scavo. Il valore massimo si localizza a circa 9÷10 m dalla parete, per un valore di x/H circa pari a uno. L'entità del valore massimo è di 1.8 e 1.4 mm, rispettivamente per l'analisi PBD e per la MC. Tale valore corrisponde ad un rapporto tra il cedimento massimo orizzontale e cedimento

massimo verticale ($S_{h,max}/S_{v,max}$) di 1.23, per l'analisi PBD, e 1.54, per l'analisi MC. Questi valori di $S_{h,max}/S_{v,max}$ sono in linea con quanto osservato da Clough & O'Rourke (1990), per strutture di sostegno rigide. I profili degli spostamenti normalizzati sono pressoché sovrapposti.

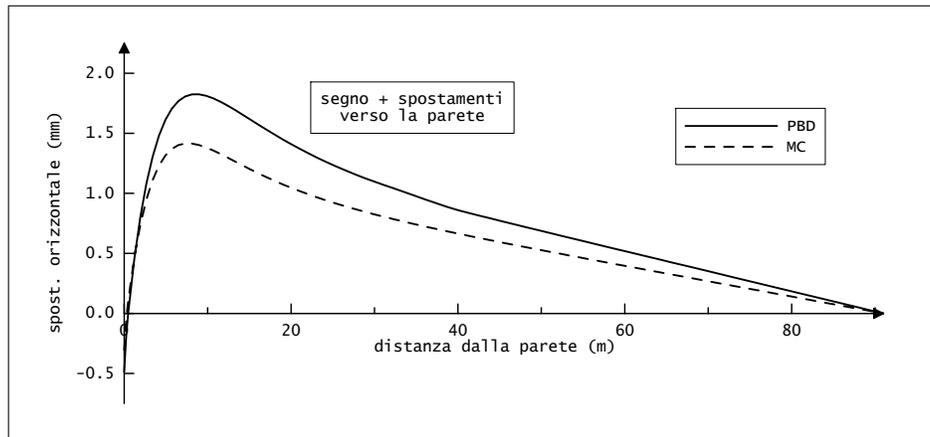


Figura 8.7. Spostamenti orizzontali del piano campagna a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

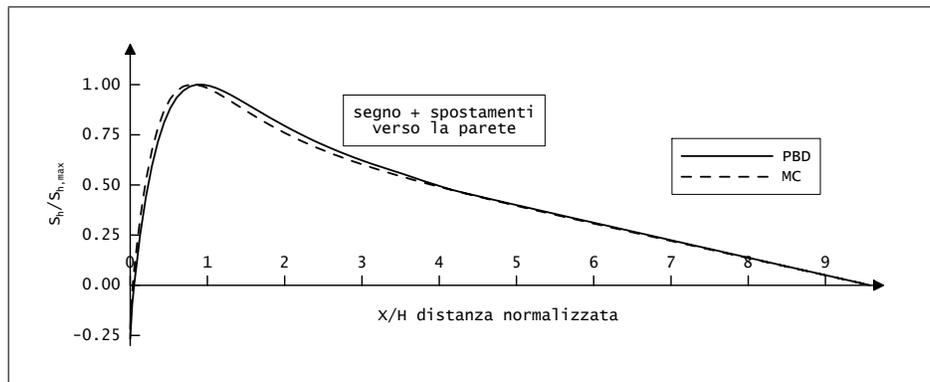


Figura 8.8. Spostamenti orizzontali normalizzati del piano campagna a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

In Fig. 8.9 sono rappresentati gli spostamenti orizzontali delle pareti conseguenti alle operazioni di scavo. Si hanno, per tutte e due le analisi, spostamenti della parete verso il terrapieno, di modesta entità. A un metro di profondità dalla testa, più o meno all'altezza del puntone, il segno si inverte e rimane positivo lungo tutta la parete. L'analisi PBD prevede spostamenti sempre maggiori della corrispondente analisi, MC, come già evidenziato in precedenza. Gli spostamenti della parete sono massimi a circa 7 m di profondità, 2.5 m al di sopra del fondo scavo, pari a 2.5

mm e 2.1 mm, rispettivamente per PBD e MC. Al piede la parete si sposta di 1.3 mm, per l'analisi PBD, e 0.8 mm per l'analisi MC.

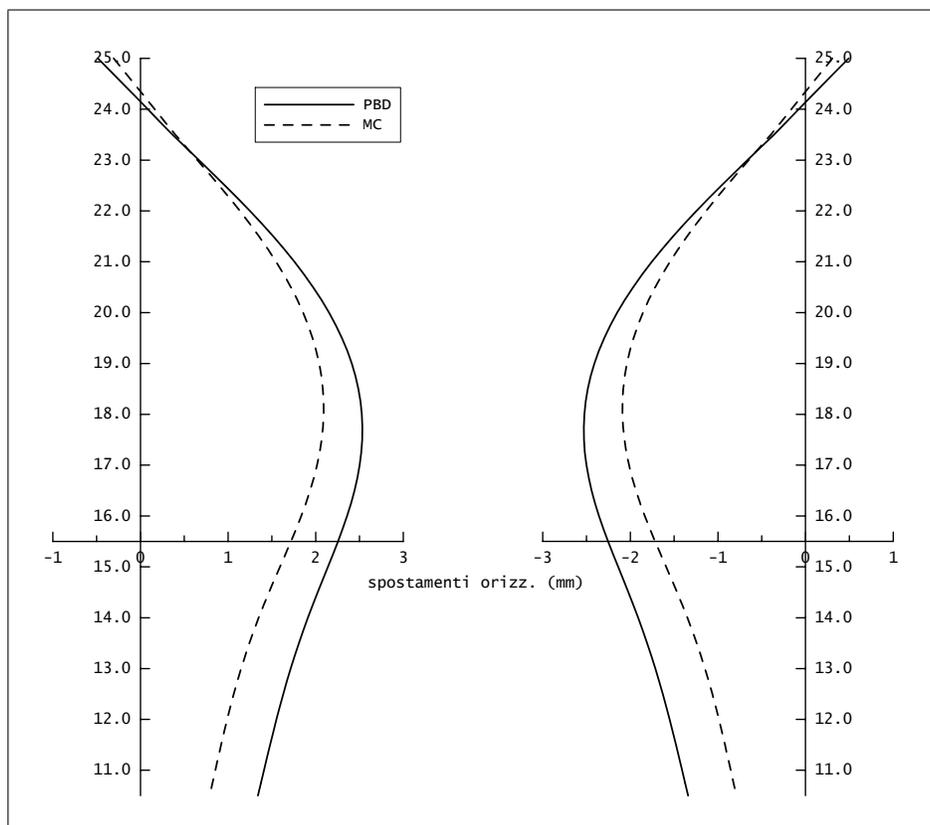


Figura 8.9. Spostamenti orizzontali delle pareti a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

È stato preso in considerazione, sia lungo il paramento di monte che lungo quello di valle, l'andamento delle tensioni orizzontali agenti (Fig. 8.10). La componente orizzontale della spinta risulta ovunque di segno positivo (compressione); tuttavia in figura per rendere più immediata la restituzione grafica, è stata assunta positiva lungo il paramento di valle e negativa lungo quello di monte. Nella stessa figura è stato diagrammato, a monte, l'andamento della spinta attiva e passiva, calcolato secondo la teoria di Rankine, a valle l'andamento della spinta passiva calcolato secondo le indicazioni di Lancellotta (2002). L'andamento delle spinte, per le due analisi, è quasi perfettamente sovrapposto. A monte, si ha un primo tratto di circa 1 m, nel quale la parete si muove contro il terrapieno e il terreno reagisce andando in spinta passiva. Dalla quota di 24 m la spinta diminuisce progressivamente fino ad assumere, a partire da 21 m di quota, il valore della tensione limite attiva. A partire dalla quota dello scavo, le spinte riprendono ad aumentare rispetto alla

tensione limite attiva, prima in maniera piuttosto uniforme, poi, nell'ultimo metro di parete, più bruscamente.

A valle, per il primo metro e mezzo di profondità le spinte assumono il valore della spinta passiva. A partire da 14 m di quota rimangono pressoché costanti con la profondità.

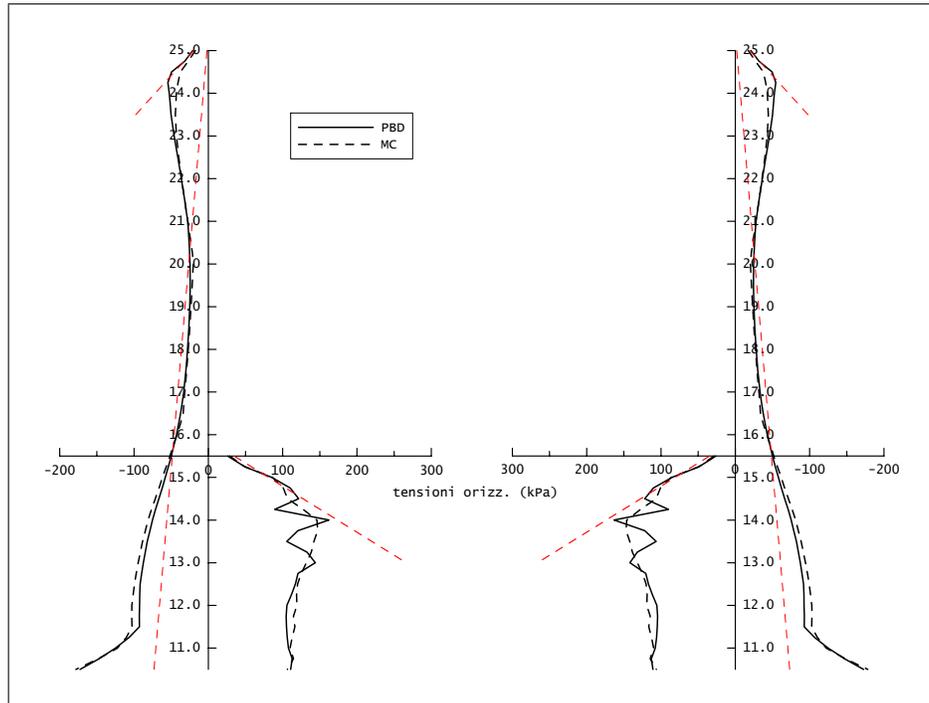


Figura 8.10. Tensioni orizzontali agenti lungo le pareti a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

In Fig. 8.11 sono diagrammati i momenti flettenti agenti sulle due pareti. La rappresentazione segue la convenzione consueta delle fibre tese. L'andamento è qualitativamente lo stesso per le due analisi, tuttavia l'analisi MC tende a sottostimare il momento massimo assoluto.

Fino al livello del puntone i momenti crescono, tendendo le fibre corrispondenti al terrapieno. Al disotto del puntone diminuiscono, invertendo il loro segno circa mezzo metro al di sotto del puntone, e aumentano fino ad assumere il valore massimo a 6.5 m di profondità, 3 m al di sopra del fondo scavo. In tale posizione le fibre tese sono quelle interne allo scavo, con valori massimi di 237 kNm, per l'analisi PBD, e 217 kNm, per l'analisi MC, per una differenza di 20 kNm. Tale differenza è la massima assunta lungo tutto lo sviluppo della parete e corrisponde all'8% in meno del valore assunto nell'analisi PBD. Al di sotto di questo punto, i momenti decrescono e invertono il segno 0.5 m al di sotto del fondo scavo. Il valore minimo è in corrispondenza di un livello 2 m al di sotto del fondo scavo, 53

kNm per l'analisi PBD e 70 kNm per MC, pari al 30% in più rispetto all'analisi PBD.

Le sollecitazioni del puntone non sono riportate in forma grafica, dal momento che la loro distribuzione è banale. Il valore dello sforzo normale risulta pari a 224 kN e 200 kN, rispettivamente per l'analisi PBD e MC, per una differenza di circa il 10% rispetto all'analisi di riferimento PBD. Il valore massimo del momento in mezzeria è invece lo stesso, pari a 1390 kNm: questo infatti non dipende dalle caratteristiche del terreno, ma unicamente dalle caratteristiche del puntone, che è assimilabile ad una trave appoggiata-appoggiata.

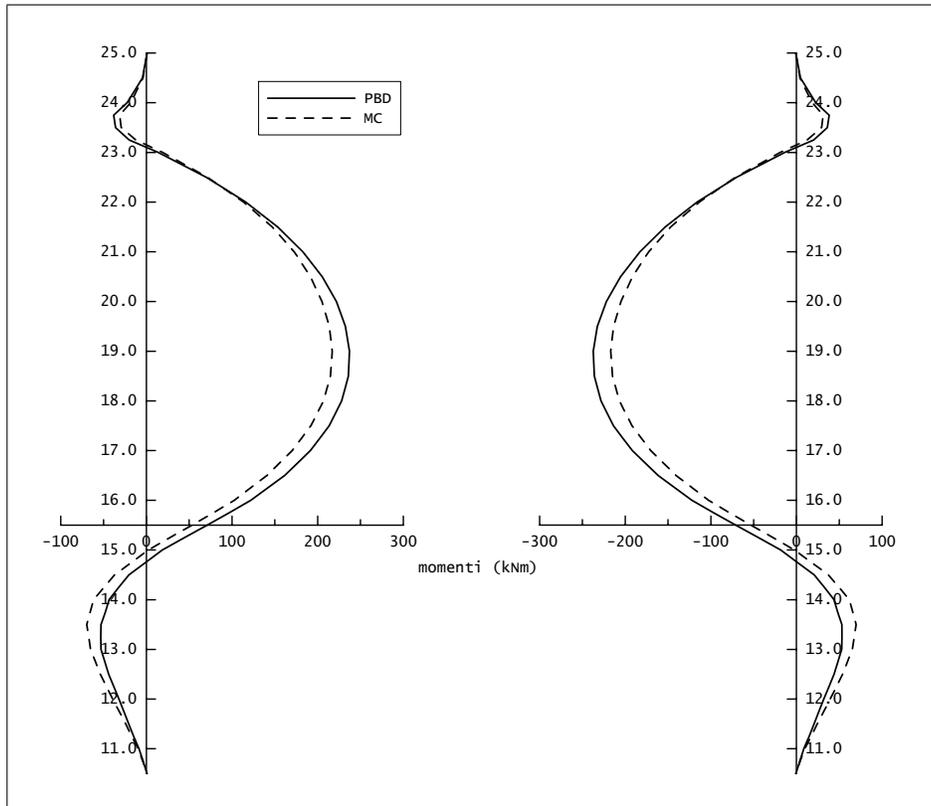


Figura 8.11. Momenti flettenti agenti lungo le pareti a fine scavo: confronto analisi PBD e MC

Per entrambe le analisi si è tentato di valutare la resistenza mobilitata nel terreno a seguito delle operazioni di scavo. Dal momento che il criterio di resistenza per i due modelli adottati è definito diversamente, non è stato possibile adottare un criterio del tutto omogeneo. Ciò nondimeno, il confronto, seppur qualitativo, può risultare senz'altro significativo. Per il modello PBD si è scelto di valutare la resistenza mobilitata come rapporto fra l'invariante deviatorico q e il deviatore a rottura in condizioni di stato critico q_f . Quest'ultimo dipende dal valore dell'in-

variante isotropo delle tensioni p e dall'apertura della superficie di stato critico M_c , che a sua volta è funzione dell'angolo di Lode θ come descritto nel Par. 4.5.1, secondo la relazione $q_f = M_c(\theta)p$. Così definita, la resistenza mobilitata q/q_f può assumere valori anche maggiori dell'unità, dove il terreno raggiunge la resistenza di picco.

Per il modello MC come misura della resistenza mobilitata è stato assunto il rapporto tra secondo invariante tensionale piano corrente t e lo stesso invariante in condizioni di rottura t_f , ovvero

$$\frac{t}{t_f} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi + 2c \cos \phi}$$

con σ_1 e σ_3 rispettivamente tensione principale massima e minima.

Il confronto fra i risultati delle analisi PBD e MC, in termini di resistenza mobilitata, Figg. 8.12 e 8.13, come si è detto non può essere fatta in termini quantitativi. Entrambe le analisi presentano un volume di terreno, in corrispondenza del centro dello scavo, all'interno del quale il deviatore, o l'invariante t , risultano nulli e nulla è dunque anche la resistenza mobilitata. Infatti a seguito dello scarico tensionale dovuto allo scavo, il coefficiente di spinta orizzontale aumenta progressivamente fino a raggiungere valori prossimi all'unità, dando luogo ad uno stato tensionale di tipo isotropo. I valori massimi della resistenza mobilitata si localizzano, per entrambe le analisi, all'interno dello scavo nella zona che va in spinta passiva; nel terrapieno principalmente nel volume di terreno a tergo della parete in corrispondenza del punto in cui si hanno massimi spostamenti e massimi momenti della stessa. Infine si hanno valori grandi della resistenza mobilitata in corrispondenza della punta della parete e, per l'analisi PBD, in testa alla parete, in corrispondenza del tratto in cui il terreno va in spinta passiva a causa della presenza del vincolo rappresentato dal puntone.

Infine in Fig. 8.14 viene rappresentato, per la sola analisi MC, il campo di valori di una variabile di tipo *flag*, che si attiva solamente se si manifestano deformazioni plastiche. Per i modelli costitutivi da utente, non è disponibile analogo variabile di output, né è stato introdotto nella routine UMAT il calcolo della componente plastica delle deformazioni, che avrebbe notevolmente appesantito il lavoro computazionale. Le zone plasticizzate si trovano, all'interno dello scavo, in corrispondenza della zona in spinta passiva; subito al disotto e a tergo della punta della parete; nel terrapieno, in corrispondenza della zona in massima flessione della parete.

In definitiva, si può dire che le due analisi statiche che rappresentano gli effetti dello scavo, eseguite con i due differenti modelli costitutivi danno risultati qualitativamente molto simili. Nell'ottica di un possibile impiego come strumento di previsione, occorre sottolineare che le differenze si concentrano soprattutto nella valutazione del campo di spostamenti. In particolare nei due modelli è molto differente la definizione della rigidità del materiale. Nel modello PBD la rigidità elastica diminuisce al diminuire del livello tensionale medio. In particolare in corrispondenza dello scavo, dove il livello tensionale decresce progressivamente, si ha un sollevamento del fondo dovuto ad una rigidità del materiale inferiore rispetto a quella definita dal materiale MC. Infatti, sebbene si abbia avuto cura di definire per il modello MC una rigidità iniziale variabile con la profondità, è evidente che

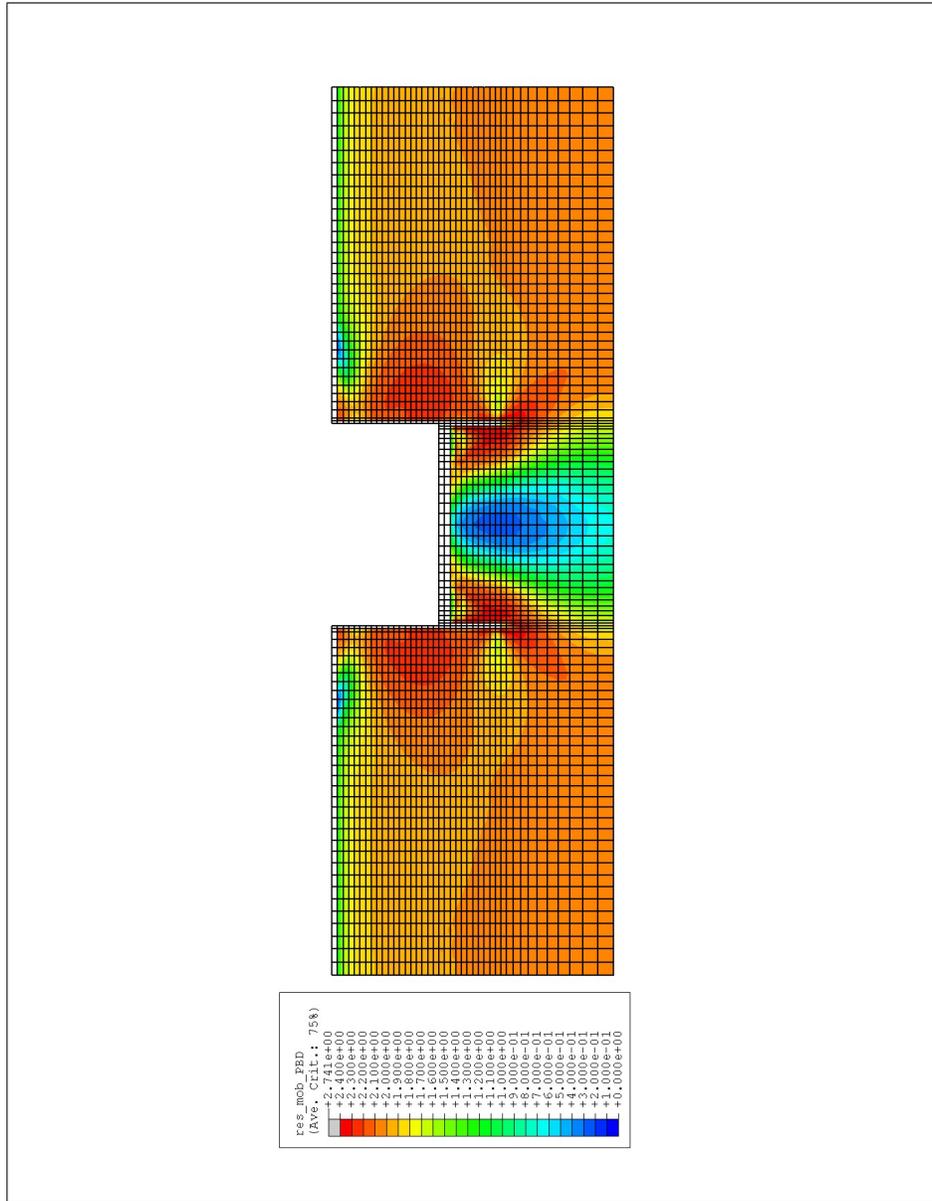


Figura 8.12. Campo della resistenza mobilitata a fine scavo: analisi PBD

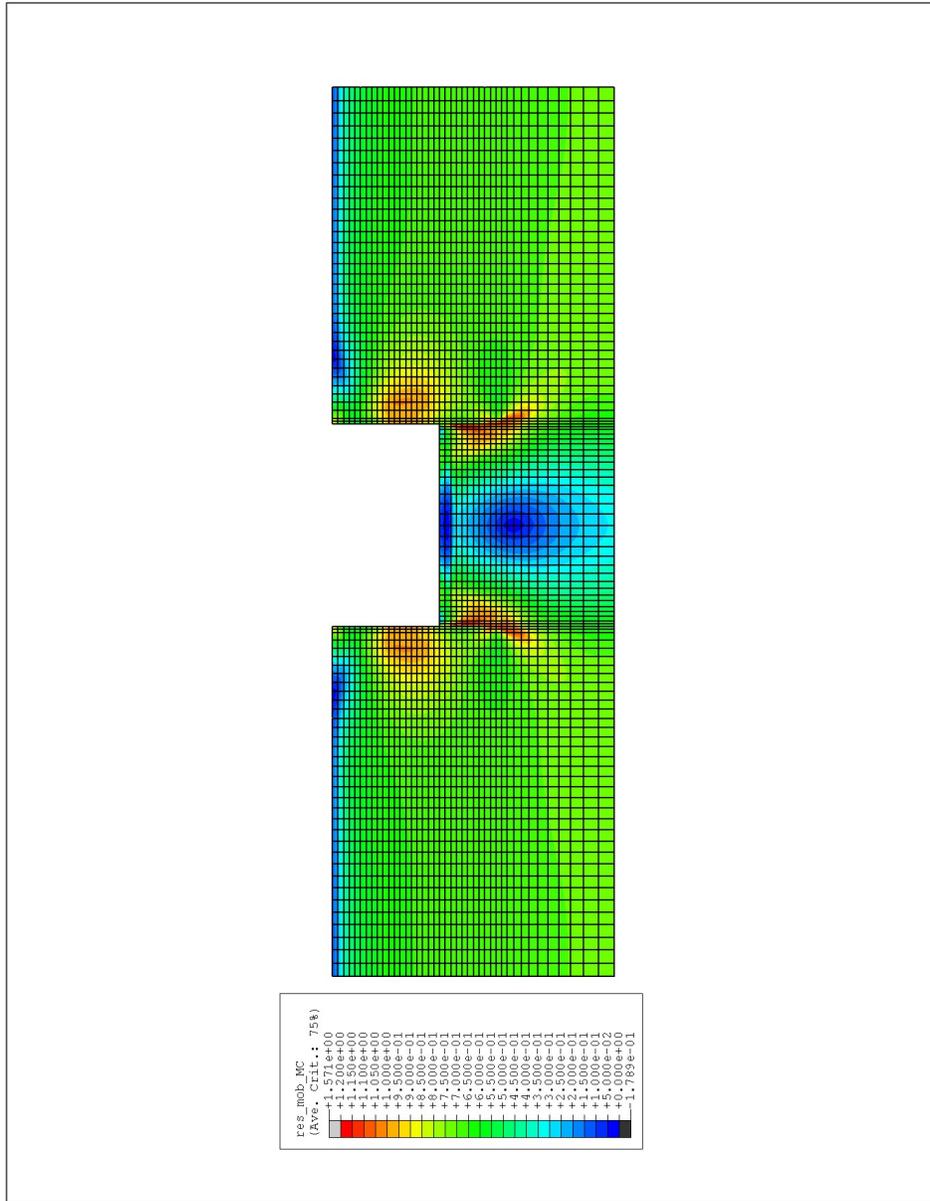


Figura 8.13. Campo della resistenza mobilitata a fine scavo: analisi MC

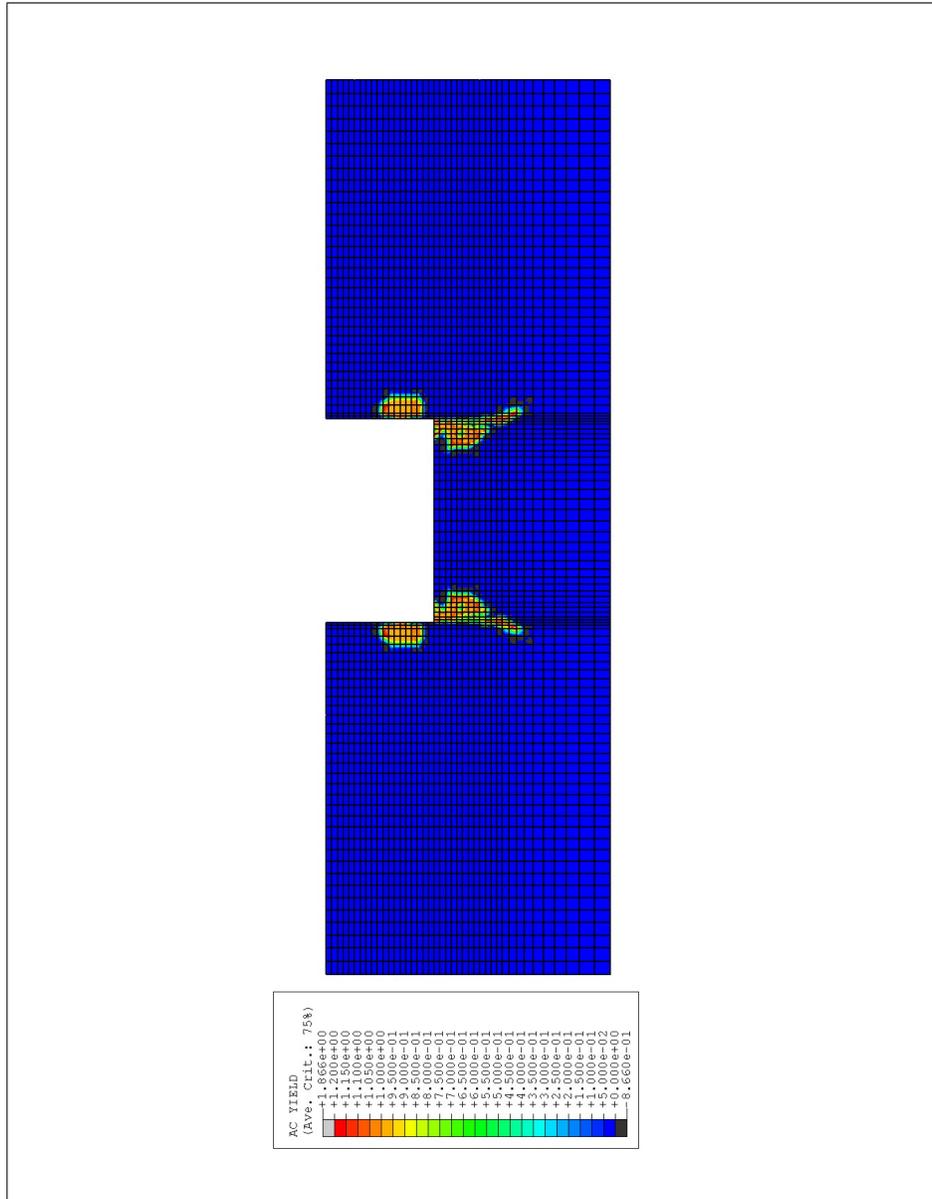


Figura 8.14. Campo delle zone plasticizzate a fine scavo: analisi MC

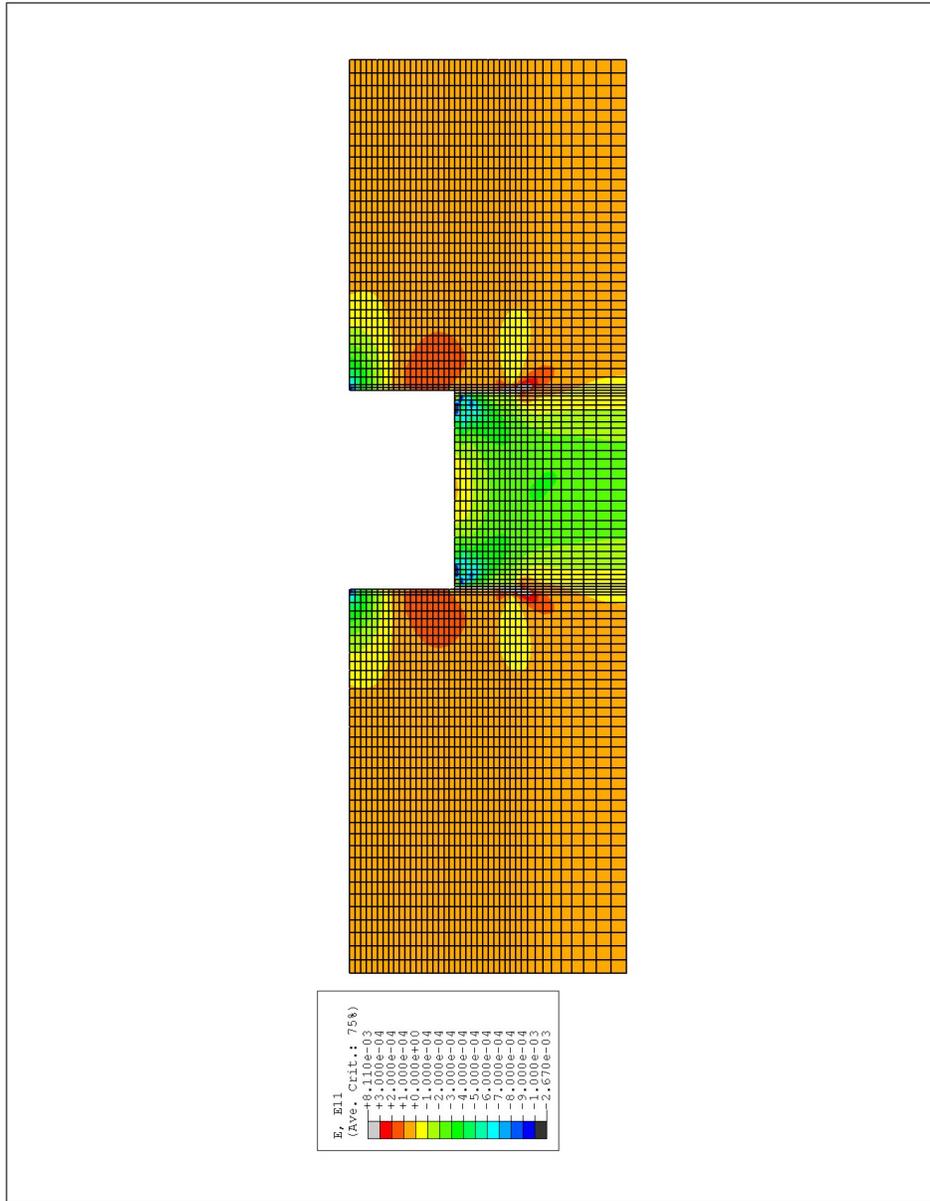


Figura 8.15. Deformazioni orizzontali a fine scavo: analisi PBD

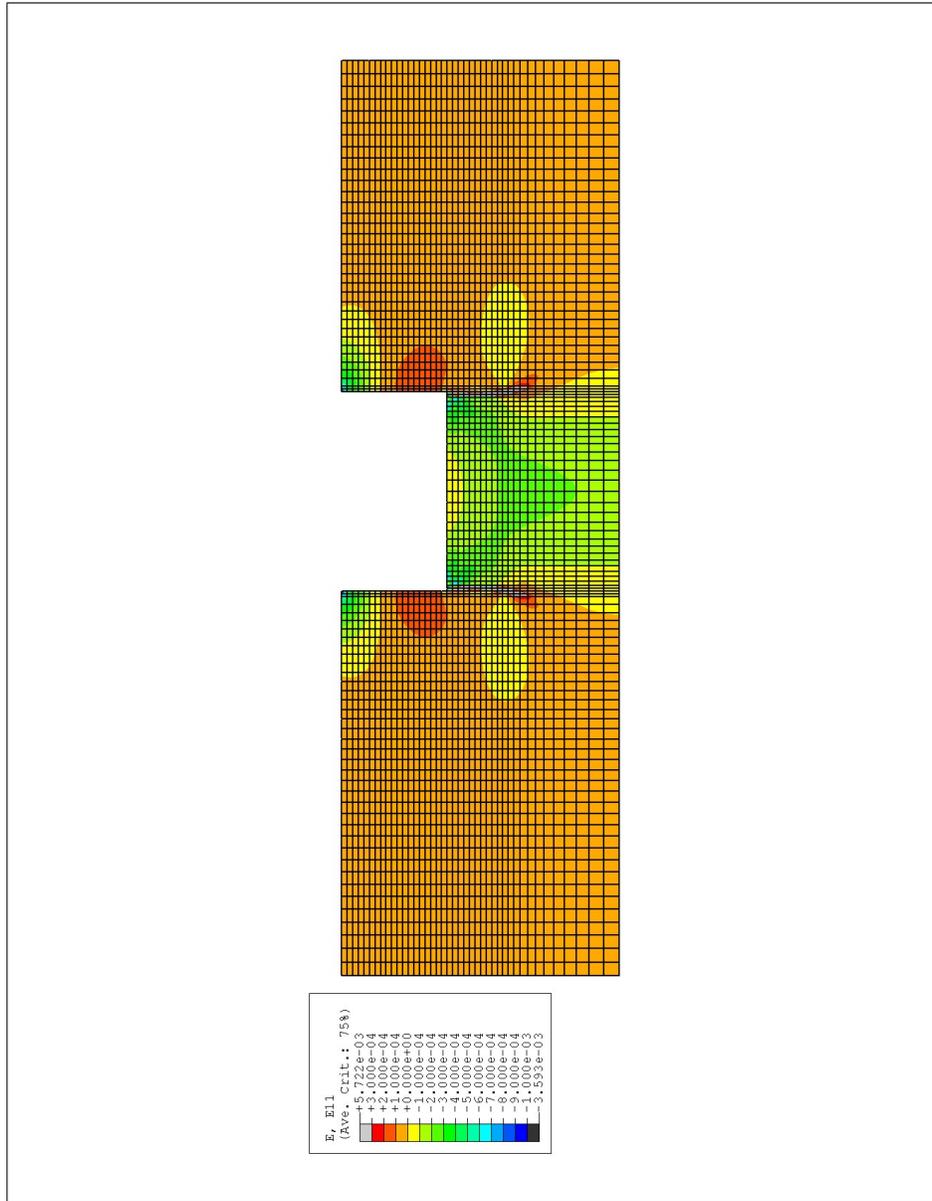


Figura 8.16. Deformazioni orizzontali a fine scavo: analisi MC

questa debba rimanere costante nel tempo, non dipendendo da nessuna variabile interna né potendo controllarla tramite variabili esterne. Lo stesso effetto si può leggere dall'andamento degli spostamenti orizzontali della parete, per i quali si hanno valori minori per l'analisi MC, che ha un fondo scavo più rigido, rispetto all'analisi PBD. Rispetto a questo meccanismo ha minore influenza la maniera in cui è modellata la resistenza del materiale. Sebbene il volume di terreno nel quale sia mobilitata la resistenza massima sia pressoché lo stesso, nell'analisi PBD si mobilita la resistenza di picco con deformazioni orizzontali maggiori concentrate nel cuneo passivo, rispetto all'analisi MC nella quale le deformazioni sono maggiormente diffuse. Essendo però lo spostamento, integrale delle deformazioni orizzontali, minore per l'analisi MC, risulta evidente che, per questa particolare configurazione geometrica della parete, la differenza delle rigidezze del terreno interno allo scavo gioca un ruolo preponderante.

Per quanto riguarda infine le spinte sulle pareti, e di conseguenza le sollecitazioni sugli elementi strutturali, le differenze sono meno marcate, rispetto alle differenze sui campi di spostamento. D'altra parte, alcune scelte sulla caratterizzazione del modello MC, come ad esempio il coefficiente di spinta a riposo k_0 e il valore del coefficiente di Poisson ν , sono state effettuate proprio per minimizzare le differenze sui momenti flettenti. Tale criterio è stato selezionato allo scopo di avere una condizione di partenza, per le analisi dinamiche, qualitativamente comparabile.

8.2 Analisi dinamiche

I risultati, per ciascuna delle analisi dinamiche effettuate, verranno riportati in termini di:

- storia delle accelerazioni in corrispondenza di alcuni nodi posti a distanza progressiva dalla struttura (rispettivamente al centro dello scavo, a 4, 30 e 91 m dalla parete) lungo due allineamenti A e B, posti rispettivamente a 2.5 m e 14 m al di sotto del piano campagna (Fig. 8.17);
- spettro di Fourier delle accelerazioni per gli stessi nodi, lungo gli allineamenti A e B;
- spinte iniziale e finale post-sisma sulla parete sinistra e involucri delle spinte massima e minima lungo la parete, durante tutta la storia di carico;
- momento flettente iniziale e finale post-sisma sulla parete sinistra e involucri dei momenti massimo e minimo lungo la parete, durante tutta la storia di carico;
- storia temporale dello sforzo massimo sul puntone, durante la fase di eccitazione sismica;
- percorsi tensio-deformativi tensioni di taglio e deformazioni di taglio, $\Delta\tau - \Delta\gamma$, e percorsi deformativi deformazioni di volume in funzione delle deformazioni di taglio, $\Delta\varepsilon_v - \Delta\gamma$, in corrispondenza di un punto di Gauss degli elementi individuati in Fig. 8.18. Entrambi i percorsi vengono valutati in termini relativi, assumendo come riferimento le condizioni di fine scavo.

I risultati verranno discussi in termini di confronto tra previsioni effettuate attraverso l'impiego dei due differenti modelli costitutivi PBD e MC, a parità di

input sismico imposto, nei due Parr. 8.2.1 e 8.2.2, rispettivamente relativi agli accelerogrammi alla base derivati dalle registrazioni di Colfiorito ed Assisi.

Nel Par. 8.2.3 verranno infine presentati i risultati relativi allo studio sull'influenza del parametro di evoluzione del *fabric C*, adottato secondo le indicazioni già discusse nel Par. 7.4.

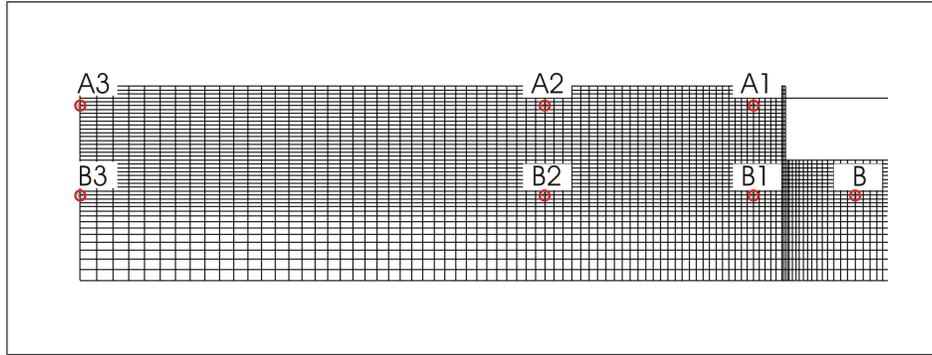


Figura 8.17. Nodi per i quali vengono riportate le storie di accelerazione

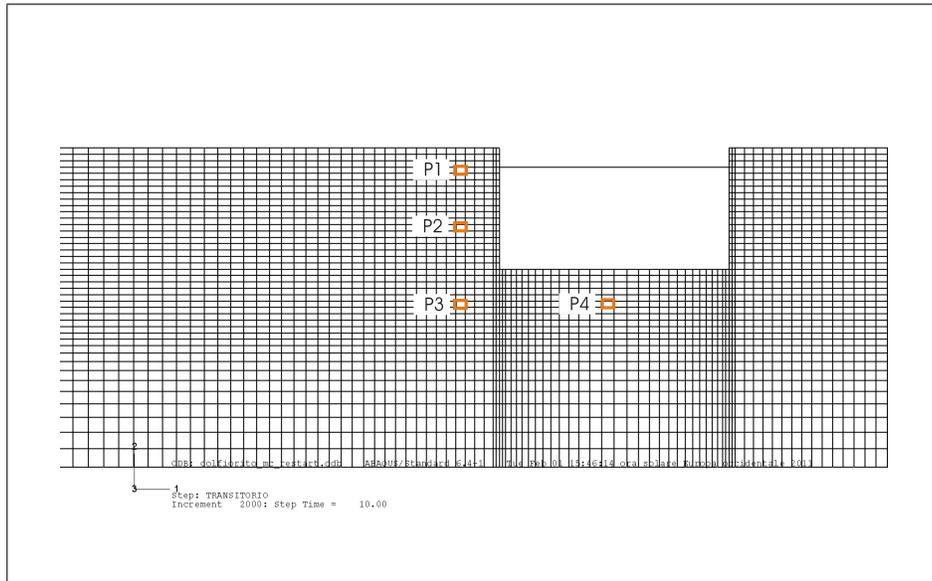


Figura 8.18. Elementi per i quali vengono riportati i percorsi di tensione e deformazione

8.2.1 Accelerogramma Colfiorito

Accelerazioni e spettri di Fourier delle accelerazioni

Nelle Figg. 8.19 e 8.20, sono rappresentate le storie di accelerazione per i nodi degli allineamenti B ed A, relativi all'analisi PBD. Per ciascuna di queste figure, e per le analoghe seguenti, viene riportato in blu, anche l'accelerogramma imposto alla base. Andando dalla base verso la superficie del modello, si nota un effetto di amplificazione locale dell'accelerazione: osservando i nodi lungo la verticale 3, verticale al margine esterno della mesh in corrispondenza della quale non si dovrebbero avere effetti di interazione con la paratia, si può notare che si passa da una accelerazione massima imposta alla base di 1.96 m/sec^2 (0.2 g), ad una accelerazione massima di 3.3 m/sec^2 per il nodo B3, fino ad arrivare ad una accelerazione massima di 4.4 m/sec^2 per il nodo A3. Per quanto concerne gli effetti della presenza di struttura e scavo, si può dire che i nodi più lontani, A3 e B3, e i nodi intermedi, A2 e B2, hanno sostanzialmente lo stesso valore massimo dell'accelerazione, ovvero non risentono grandemente della presenza dello scavo. In sostanza si può affermare che il rapporto di amplificazione (nel seguito RA), inteso come il rapporto tra l'accelerazione massima riscontrata ad una certa quota e l'accelerazione massima imposta alla base, per questa analisi assume mediamente un valore di $1.5 \div 1.6$ per l'allineamento B posto a 11 m dalla base, mentre ha un valore di circa 2.2 per l'allineamento A, posto a 22.5 m al di sopra della base.

In prossimità della parete, si hanno invece maggiori effetti di amplificazione, tanto più evidenti quanto più si va verso la superficie del modello. Per il nodo B1 il valore massimo è pari a 4.1 m/sec^2 , per un rapporto di amplificazione di 2.1, contro circa 1.5 dei nodi posti alla stessa quota a distanze maggiori. Per il nodo A1 si ha addirittura un valore massimo di 13.23 m/sec^2 , pari a un RA di 6.7 (contro un RA di 2.2 a pari quota per distanze elevate). Infine il nodo B posto al centro dello scavo presenta un valore dell'accelerazione massima di valore pressoché equivalente rispetto agli nodi posti alla stessa quota, lontano dallo scavo.

Lo stesso effetto di amplificazione locale può essere riscontrato per il modello MC. In questo caso l'amplificazione è quasi impercettibilmente minore rispetto a quella riscontrata per il modello PBD: si ha un valore massimo per l'allineamento B di circa 2.53 m/sec^2 (RA=1.3) e un valore massimo per l'allineamento A di 4.1 m/sec^2 (RA=2.2). Sensibili differenze vi sono invece sull'accelerazione massima dei punti in prossimità della parete. Essi, anche per l'analisi MC come per quella PBD, risentono della presenza dello scavo manifestando una accelerazione di picco maggiore rispetto ai nodi posti in lontananza. Tuttavia il rapporto di amplificazione per l'analisi MC è pari a 1.4 per il nodo B1 (contro 1.3 per le accelerazioni *free-field*) e 2.58 per il nodo A1 (contro 2.2 dei nodi lontani).

Dal punto di vista qualitativo emergono anche altre differenze tra analisi PBD e MC. Nell'analisi PBD i valori delle accelerazioni massime vengono raggiunti solo una o due volte, in corrispondenza dei picchi dell'input sismica di base. Invece per l'analisi MC, questi vengono raggiunti più volte, subito dopo i picchi dell'accelerogramma imposto alla base, e di nuovo dopo alcuni secondi, come ad individuare un effetto di rimbalzo dell'onda sismica.

Per quanto riguarda il modello PBD, si può dire che, nonostante in ABAQUS non sia possibile introdurre una qualche forma di damping artificiale per i materiali

definiti dall'utente, sembrerebbe che lo smorzamento dovuto al comportamento proprio del materiale sia sufficiente a garantire l'attenuazione delle vibrazioni nel mezzo in tempi paragonabili a quelli ottenuti per il modello MC.

Nelle Figg. 8.23 e seguenti, gli output in termini di accelerazioni sono stati elaborati in forma di spettri di Fourier, per gli stessi punti analizzati in precedenza. L'accelerogramma alla base considerato, in blu nelle figure, presenta un aspetto a spettro piuttosto ampio, ricco in frequenze nelle bande comprese tra 0.7 e 1.3 Hz, tra 2 e 3 Hz e attorno ai 4÷5 Hz.

In corrispondenza dei nodi dell'allineamento B (Fig. 8.23) gli spettri delle accelerazioni, relativi all'analisi PBD, conservano l'ampiezza della forzante alla base. Le amplificazioni sono piuttosto diffuse e interessano diversi intervalli di frequenza: intorno a 1 Hz, tra 2 e 3 Hz e, per i nodi in prossimità della parete anche le frequenze tra 5 e 6 Hz.

Per i nodi più superficiali, lungo l'allineamento A (Fig. 8.24), predomina invece l'amplificazione delle frequenze nella parte centrale dello spettro, comprese tra 2 e 3 Hz.

Nelle Figg. 8.25 e 8.26, gli spettri dei Fourier delle accelerazioni, relativi all'analisi PBD, sono stati diagrammati variando opportunamente la scala di rappresentazione, per consentire un più immediato confronto con gli analoghi diagrammi relativi all'analisi MC.

Gli spettri delle accelerazioni relativi all'analisi MC, per gli allineamenti di nodi B e A, sono riportati rispettivamente nelle Figg. 8.27 e 8.28. Nel caso del modello MC, prevale un effetto di amplificazione concentrato attorno alla frequenza di 2.6 Hz, che corrisponde alla frequenza propria del deposito senza paratia, così come ricavata dall'analisi modale descritta nel Par. 7.7.4. Tale effetto è tanto maggiore quanto più ci si allontana dalla base, come evidenziato passando dai nodi B (Fig. 8.27) ai nodi A (Fig. 8.28).

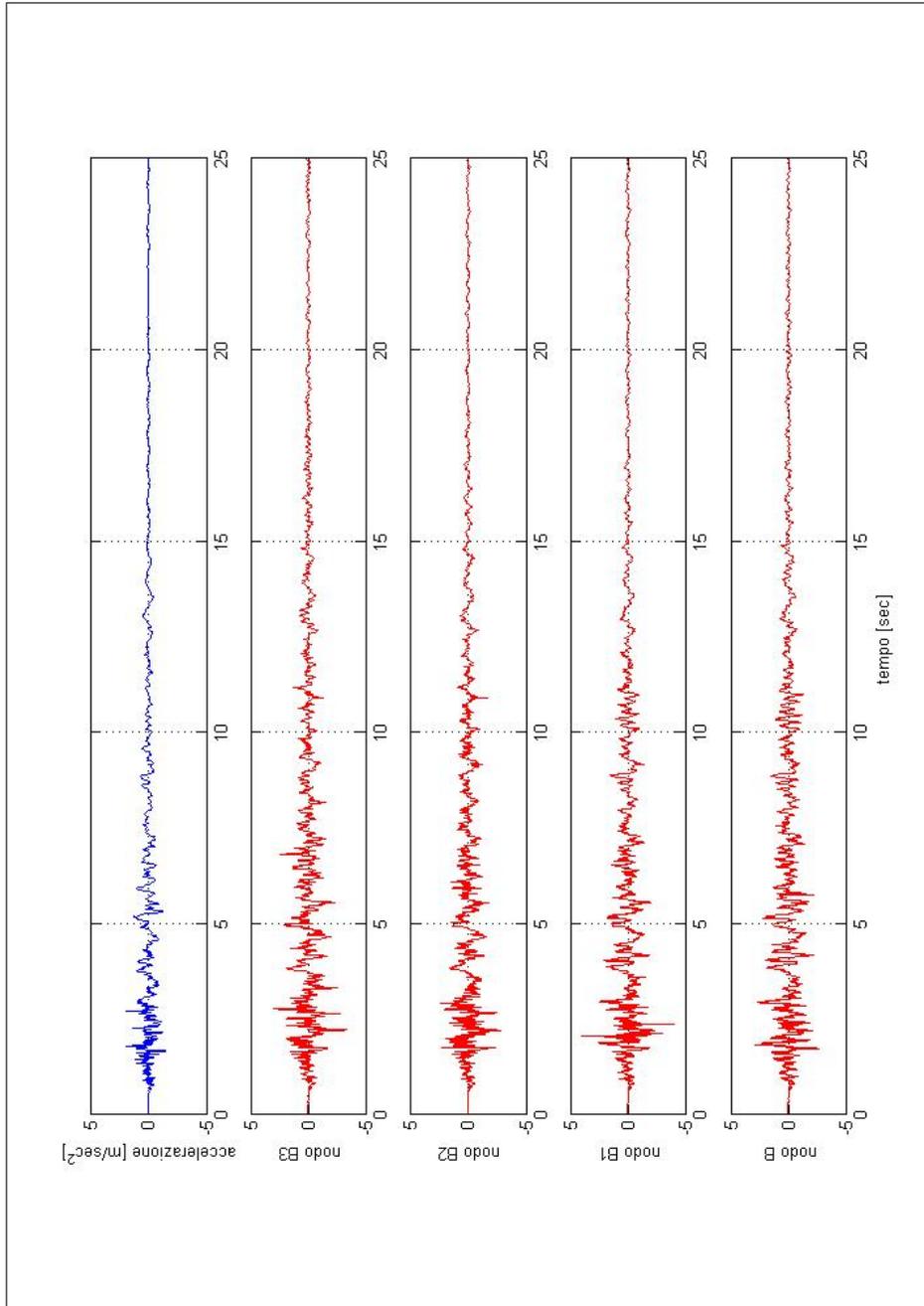


Figura 8.19. Storia delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito, modello PBD

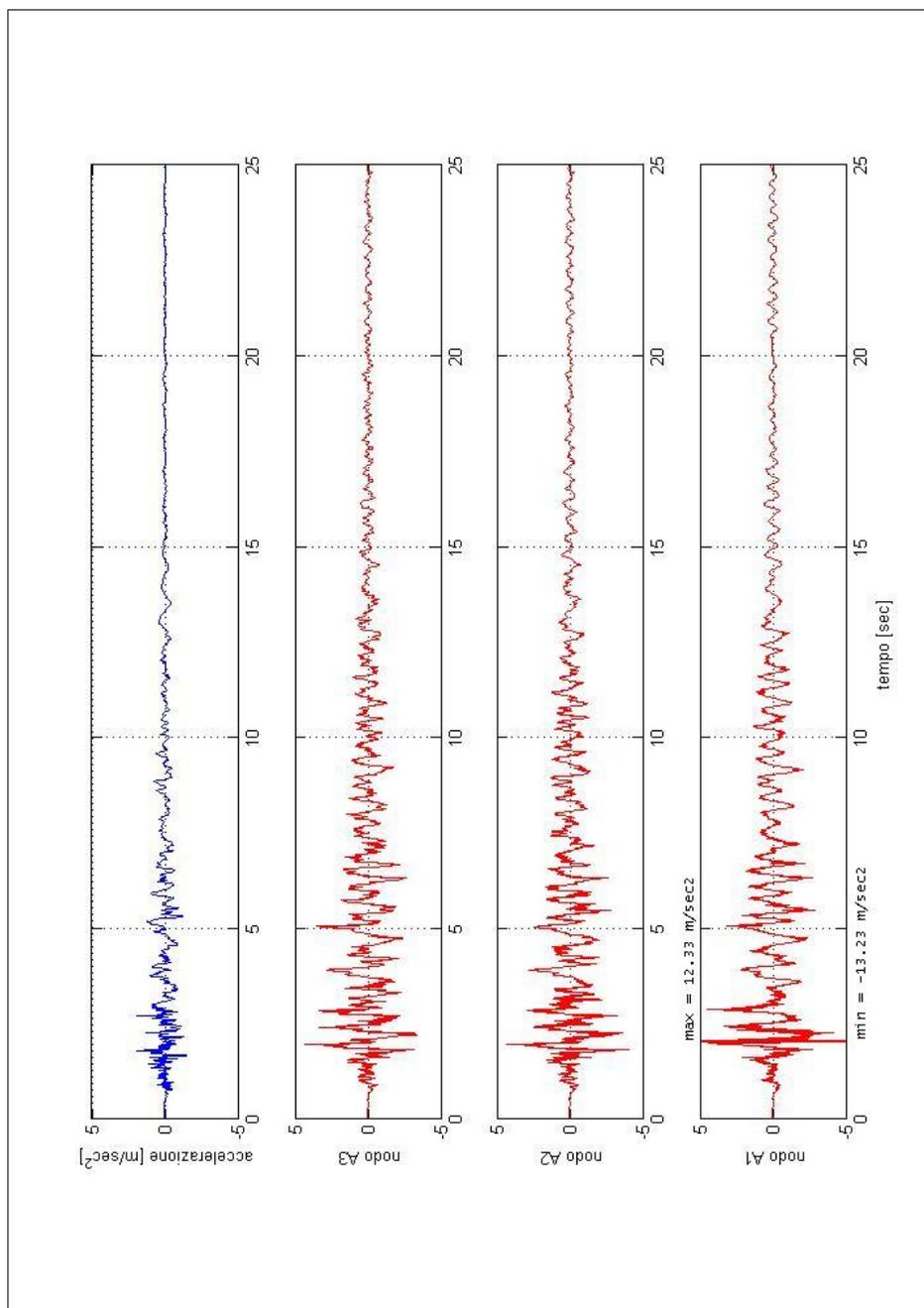


Figura 8.20. Storia delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito, modello PBD

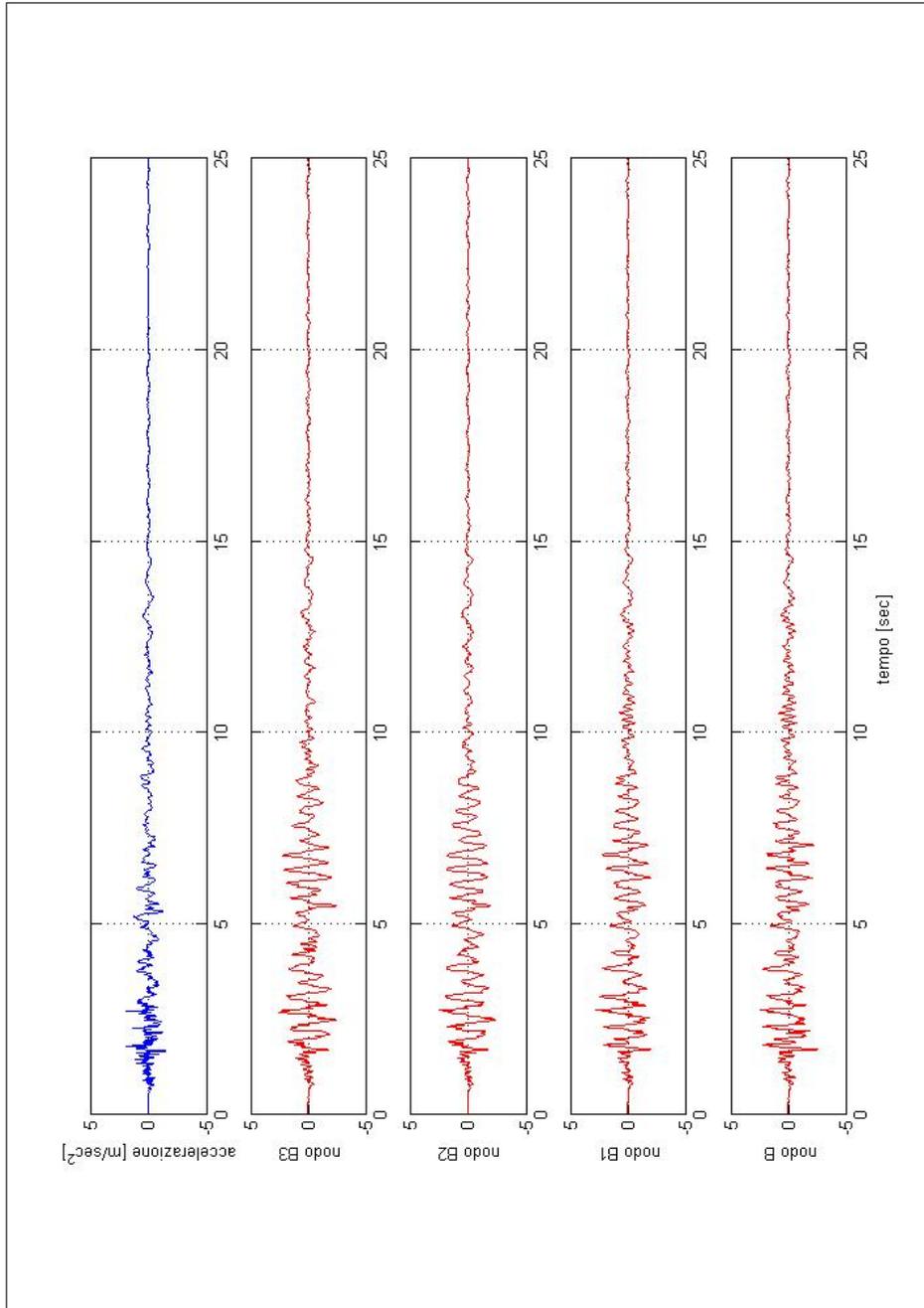


Figura 8.21. Storia delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito modello MC

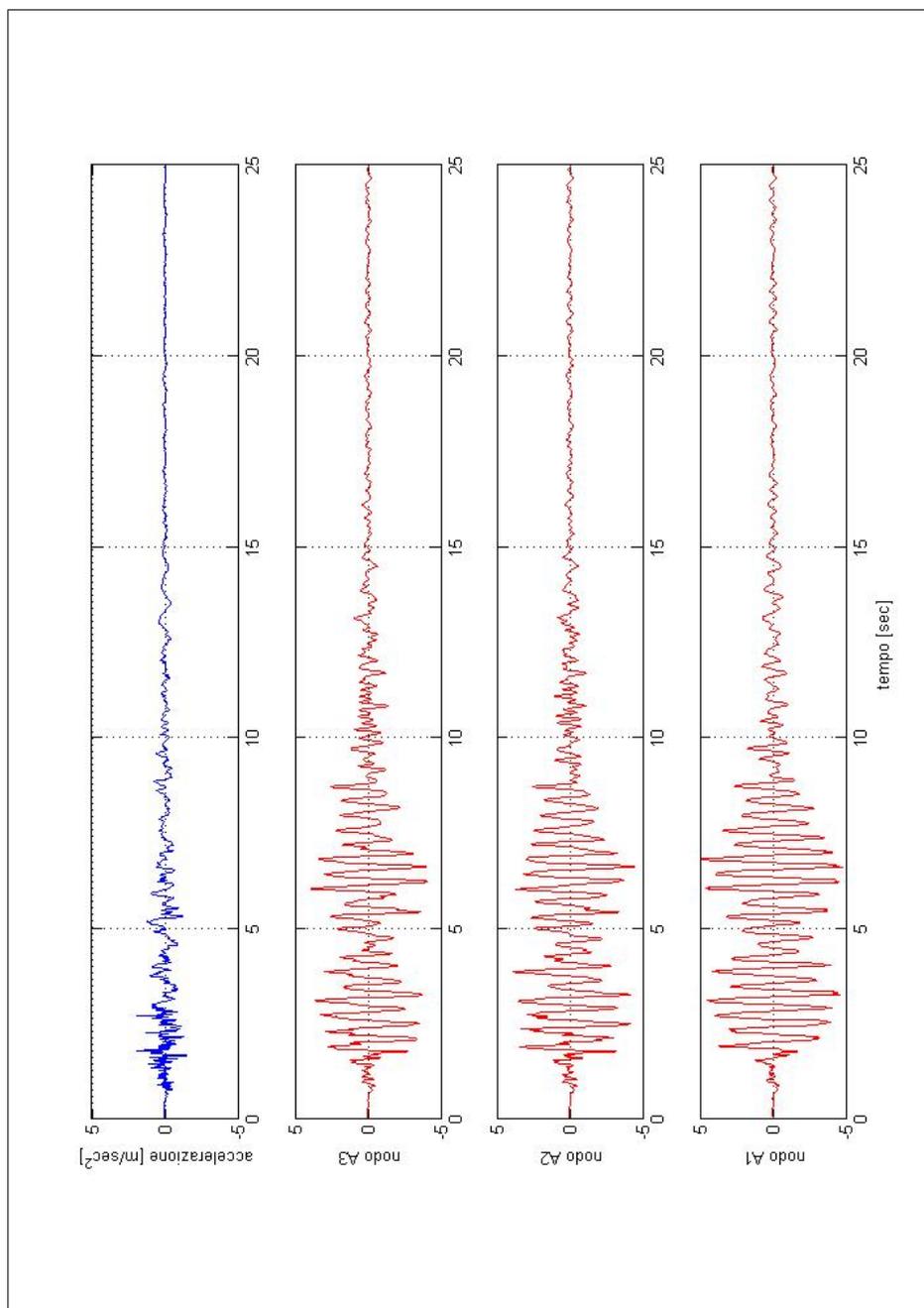


Figura 8.22. Storia delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito modello MC

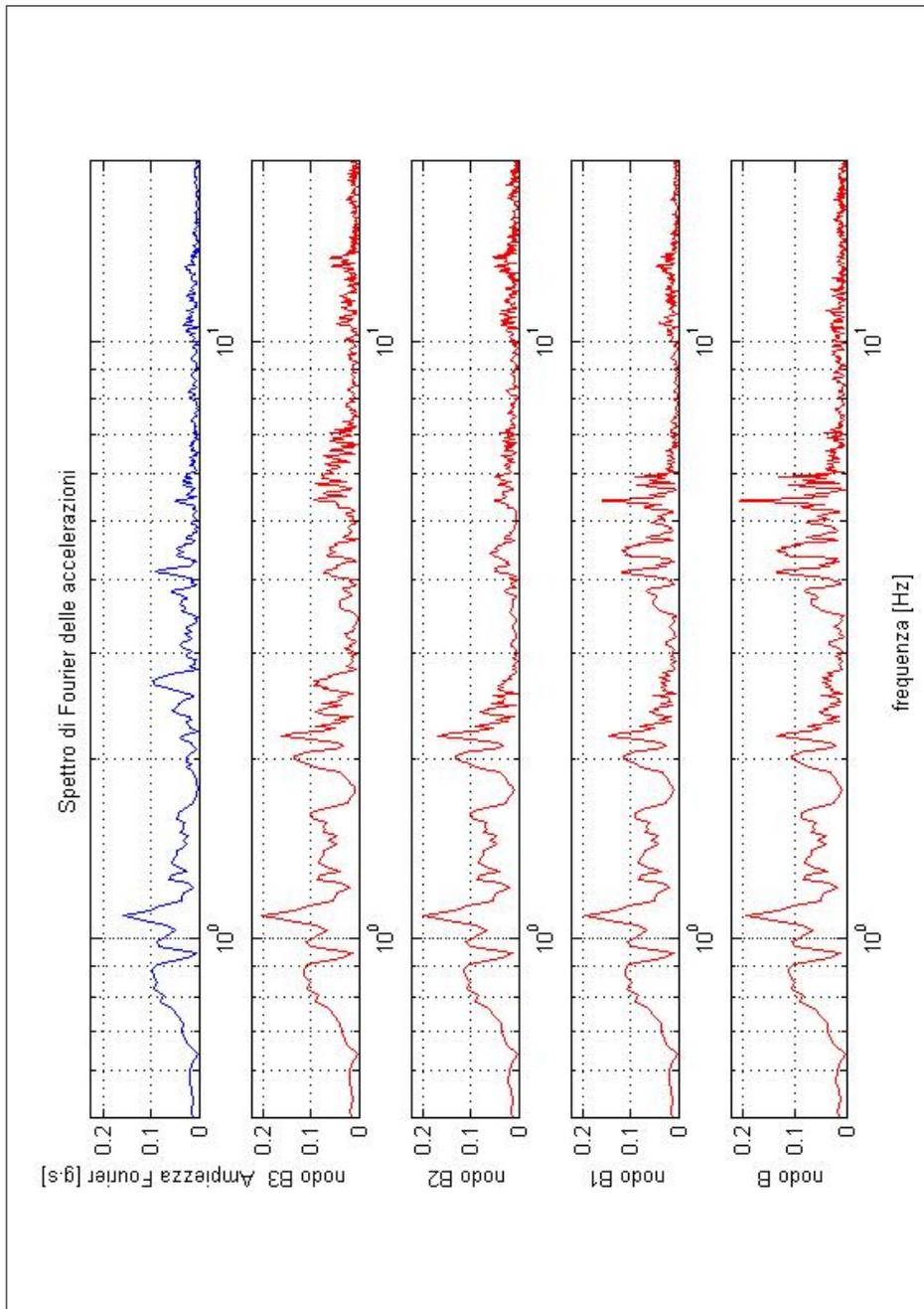


Figura 8.23. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito, modello PBD

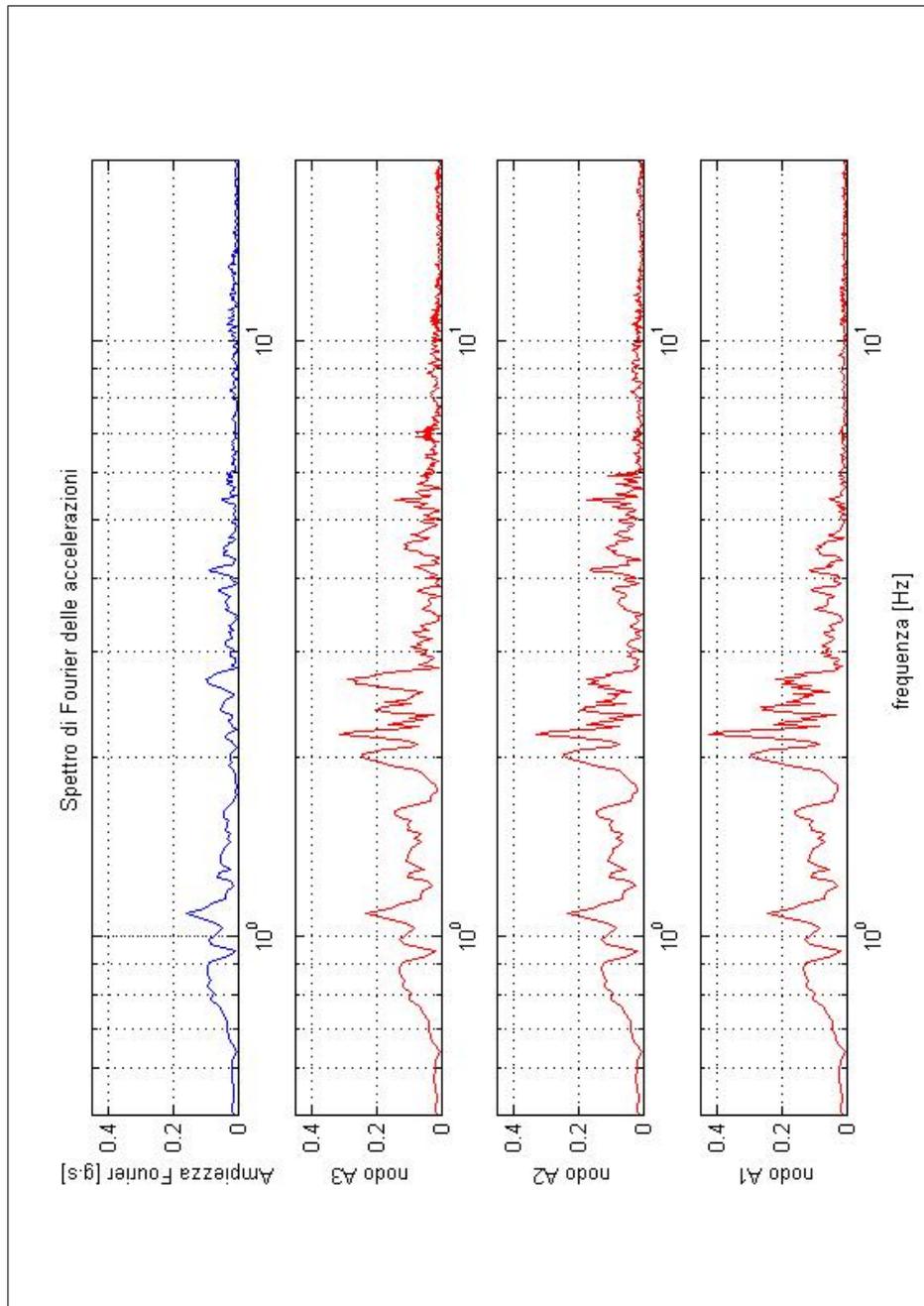


Figura 8.24. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito, modello PBD

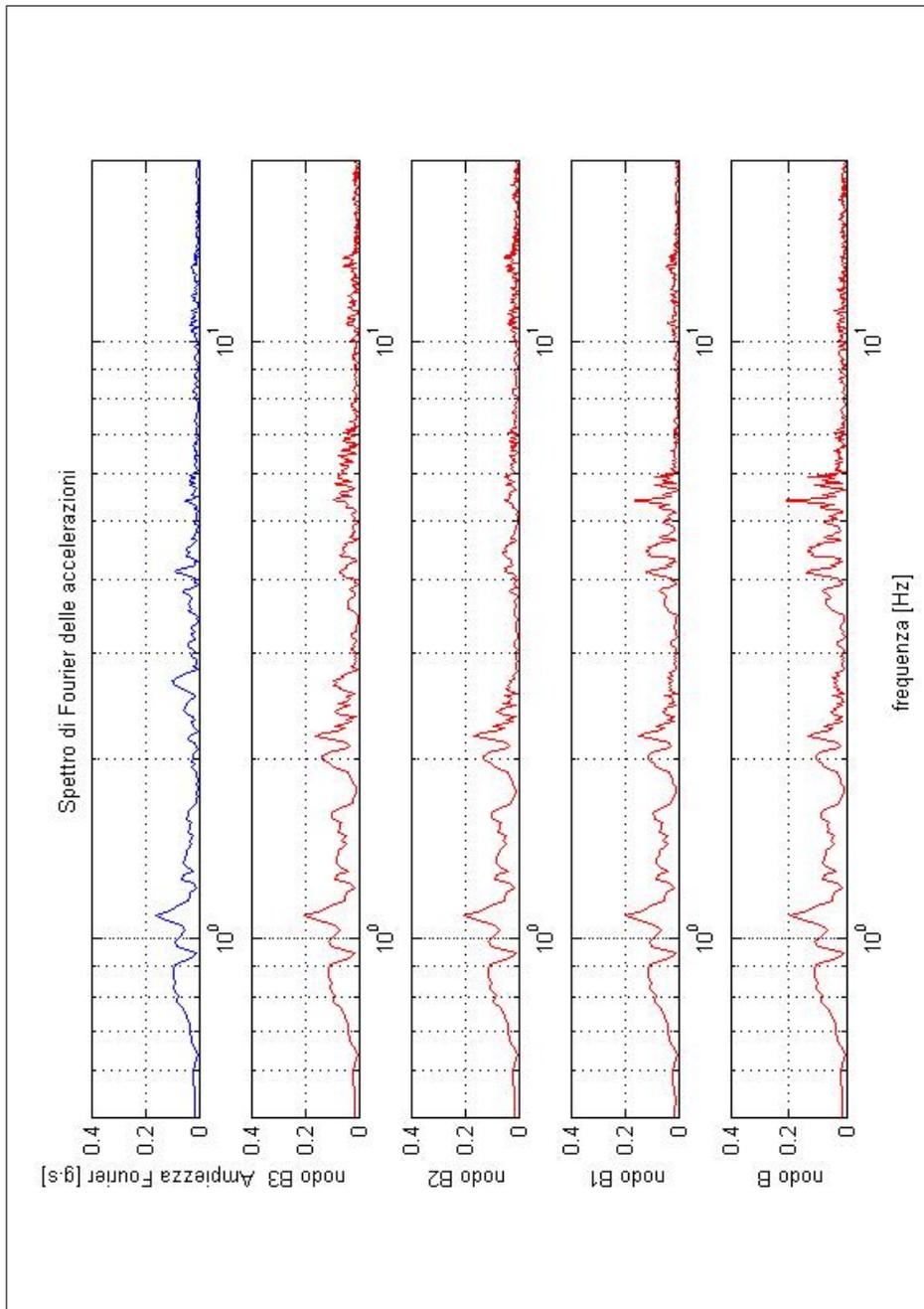


Figura 8.25. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito, modello PBD (scala variata per confronto con la analisi MC)

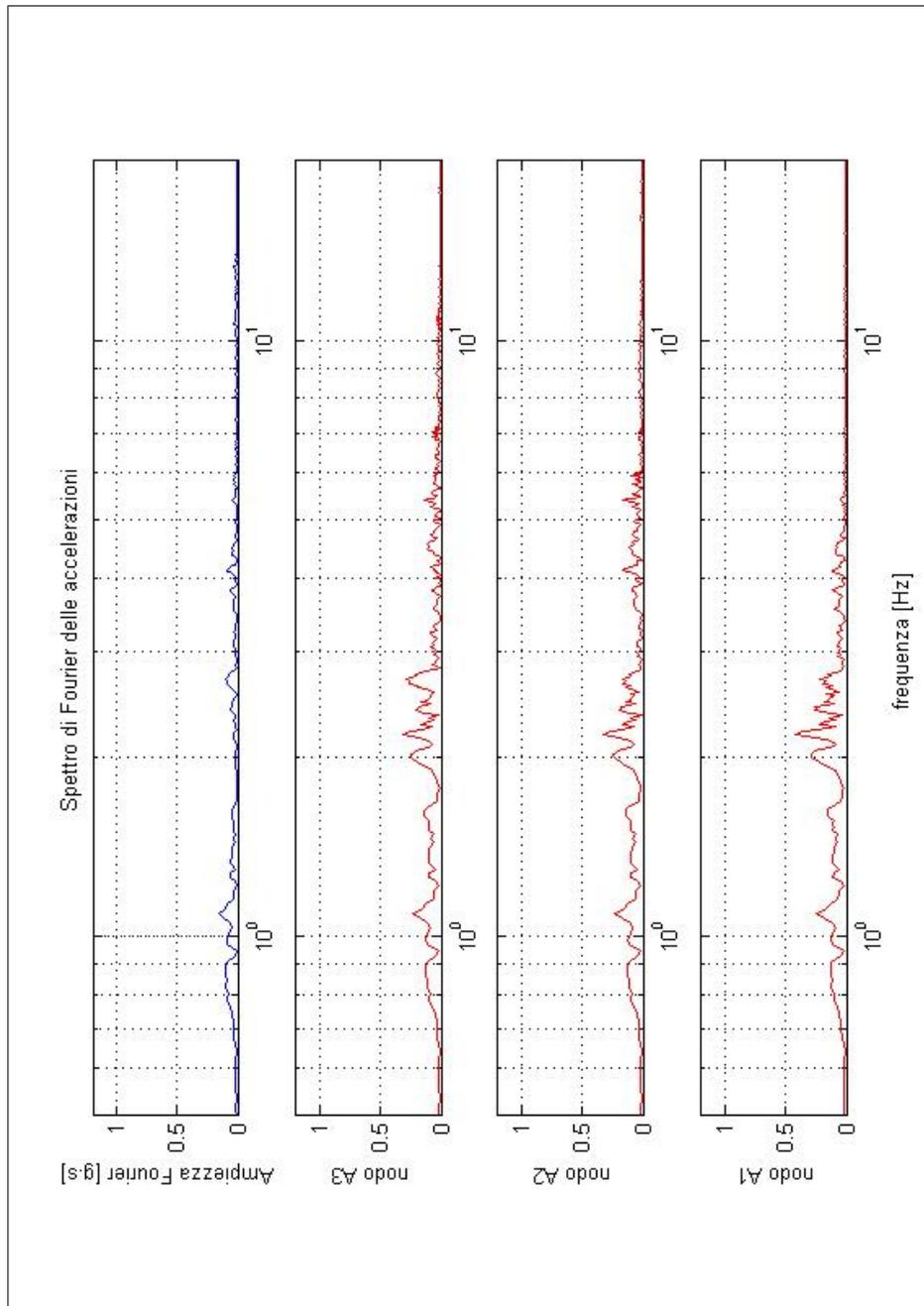


Figura 8.26. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito, modello PBD (scala variata per confronto con la analisi MC)

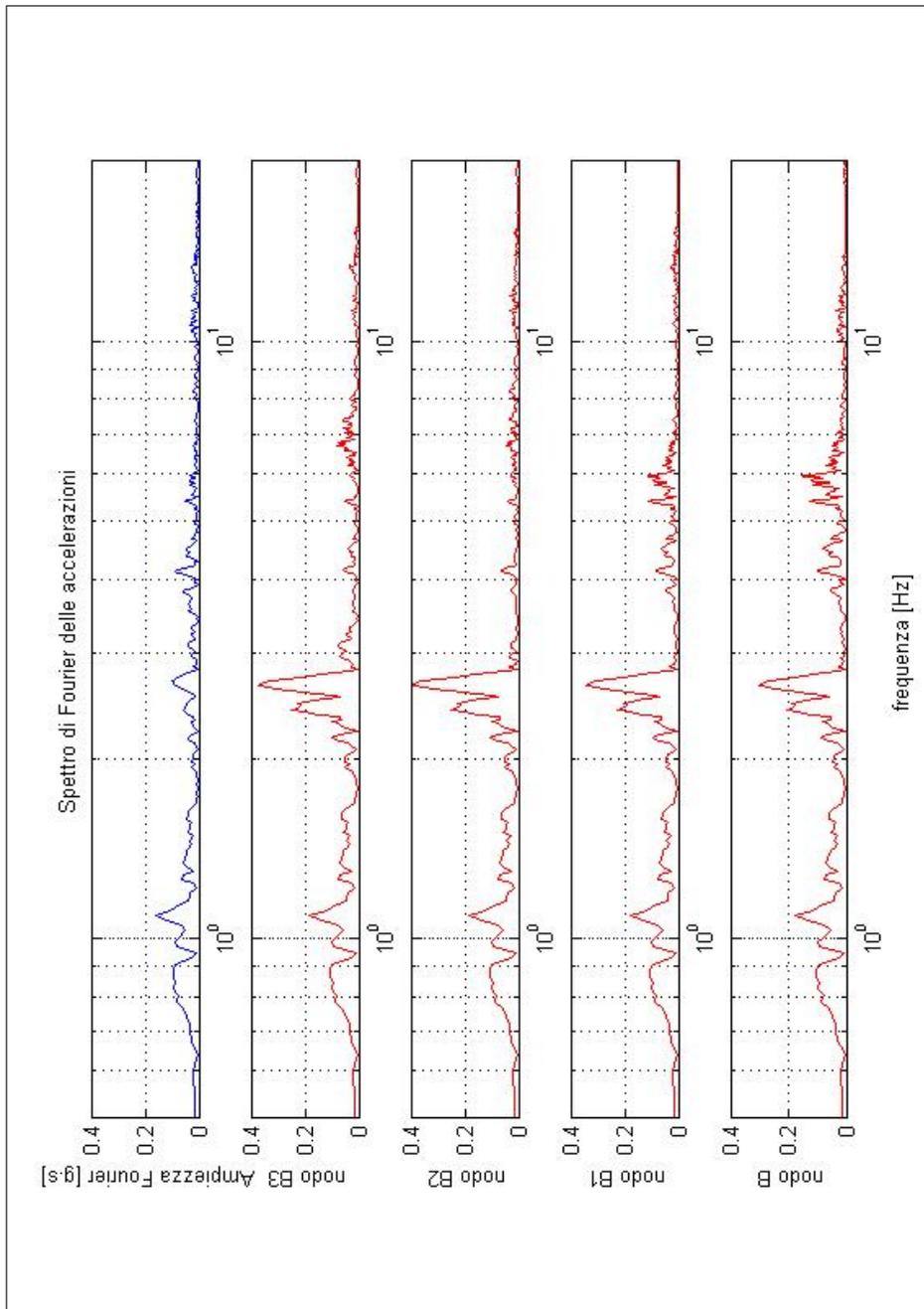


Figura 8.27. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito modello MC

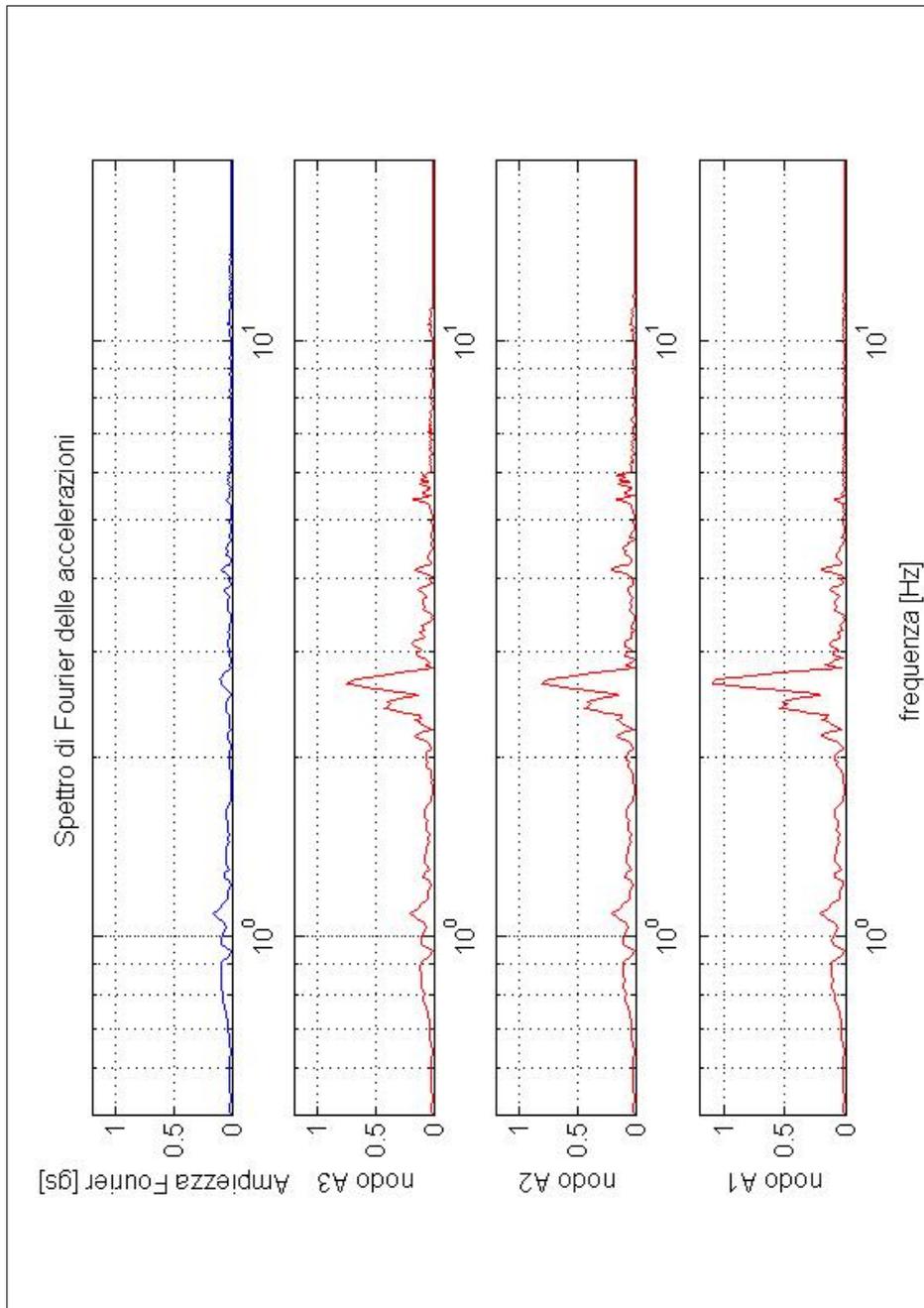


Figura 8.28. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito modello MC

Azioni su pareti e puntone

In Fig. 8.29 sono diagrammate le tensioni orizzontali agenti lungo il paramento di monte e di valle, della parete sinistra, nelle condizioni di fine scavo (curva rossa) e nelle condizioni post-sismiche (curva blu). Negli stessi diagrammi sono stati riportati gli andamenti delle tensioni limite attive e passive (rette verdi), calcolate rispettivamente con i coefficienti di spinta attiva sismica di Mononobe & Okabe e coefficiente di spinta passiva dinamica, dalla teoria di Chen & Liu (1990), calcolati assumendo un valore del coefficiente sismico k_h pari a 0.1. Infine le curve tratteggiate individuano gli involucri delle spinte minime e massime per ciascuna quota, relativi a tutta la storia di sollecitazione dinamica. Le tensioni sono ottenute direttamente dai valori calcolati ai punti di Gauss; su tali valori non è stata effettuata nessuna operazione di smoothing, necessaria per garantire la continuità delle tensioni orizzontali tra elemento ed elemento contigui. Per tale motivo è possibile che in alcuni casi le distribuzioni siano ad andamento discontinuo.

Nell'analisi PBD, a monte della parete, si hanno distribuzioni delle spinte non molto differenti tra valori iniziali, residui e dinamici, minimi e massimi. In particolare le spinte residue hanno qualitativamente lo stesso andamento di quelle iniziali, con dei valori leggermente inferiori nel tratto iniziale e leggermente superiori, a quelle iniziali, nella zona della punta della parete. Le spinte dinamiche sono, nei valori minimi, sempre praticamente sovrapposte alle tensioni limite attive dinamiche. Nei valori massimi invece raggiungono le tensioni limite passive solamente nel primo tratto, al di sopra del puntone.

Nella zona di valle le tensioni finali diminuiscono rispetto alle iniziali, nel primo tratto di 2 metri, mentre in profondità le tensioni residue sono maggiori delle iniziali e di valore pari al valore massimo. Le tensioni massime sono pari a quelle limite passive, solo per un tratto di circa 1.5 m al di sotto del livello del fondo scavo. Nello stesso tratto le tensioni minime in condizioni sismiche assumono il valore limite attivo.

L'analisi MC mostra alcune sostanziali differenze, rispetto alla PBD. Nonostante l'analisi PBD avesse mostrato valori dell'accelerazione maggiori per i punti a monte della parete, le spinte relative al modello MC sono sempre maggiori, sia nei valori massimi che nei valori residui. I valori massimi individuano un bulbo di tensione la cui risultante non coincide più con il puntone, ma è applicata ad una profondità maggiore. Anche i valori residui sono sensibilmente maggiori di quelli iniziali, soprattutto al di sotto del vincolo. Tali differenze si riducono lungo il tratto fuori terra, andando in profondità, mentre tendono ad aumentare di nuovo lungo il tratto infisso.

Nella zona di valle, per una lunghezza maggiore del metà del tratto infisso, le tensioni minime e massime coincidono con quelle limite attive e passive, rispettivamente. Le tensioni residue differiscono sostanzialmente da quelle iniziali, soprattutto nella metà inferiore del tratto infisso.

Le differenze riscontrate tra le due analisi in termini di distribuzione delle spinte, sono molto più evidenti e immediate da apprezzare, esaminando la distribuzione dei momenti. In Fig. 8.30 sono riportati, per entrambe le analisi, gli andamenti dei momenti flettenti iniziale (curva rossa), al termine della sollecitazione dinamica (curva in blu) e gli involucri minimo e massimo durante la fase dinamica (curve nere a tratti).

L'analisi PBD mostra un valore del momento residuo che è lungo tutta la parete maggiore di quello iniziale. Il valore massimo, nella configurazione post-sismica, è pari a 528 kNm, per un aumento del 120% rispetto alla configurazione iniziale di fine scavo. Il valore massimo durante tutta la sollecitazione dinamica risulta pari a 579 kNm, pari cioè ad un incremento del 145% rispetto alle condizioni iniziali.

Anche per l'analisi MC, i valori residui del momento flettente sono ovunque maggiori di quelli iniziali. Tuttavia le differenze sono, sia in valore assoluto che in termini percentuali, drammaticamente più marcate rispetto all'analisi PBD. Il valore massimo, nella configurazione post-sismica, è pari a 916 kNm (+320% della configurazione di fine scavo) e il valore massimo durante la sollecitazione dinamica è pari a 1041 kNm (+380% rispetto alle condizioni iniziali).

Le sollecitazioni sul puntone sono molto differenti, anche dal punto di vista qualitativo, tra analisi PBD e MC. In Fig. 8.31 sono riportate, accanto alla all'accelerogramma imposto alla base, in nero, le storie della sollecitazione assiale del puntone per analisi PBD, in rosso, e per l'analisi MC, in blu.

Lo sforzo normale assume, nel modello PBD, valori generalmente maggiori di quello iniziale, durante la fase dinamica, per poi assestarsi su di un valore finale di poco minore rispetto a quello di partenza. Il puntone è inizialmente caricato con 223 kN di sforzo normale, arriva a massimo 285 kN (+28%) e ritorna al termine del sisma a 218 kN (-2%).

Nell'analisi MC, invece, a partire da una sollecitazione di 200 kN, si cresce progressivamente fino ad un valore finale di 476 kN, per un incremento del 138%.

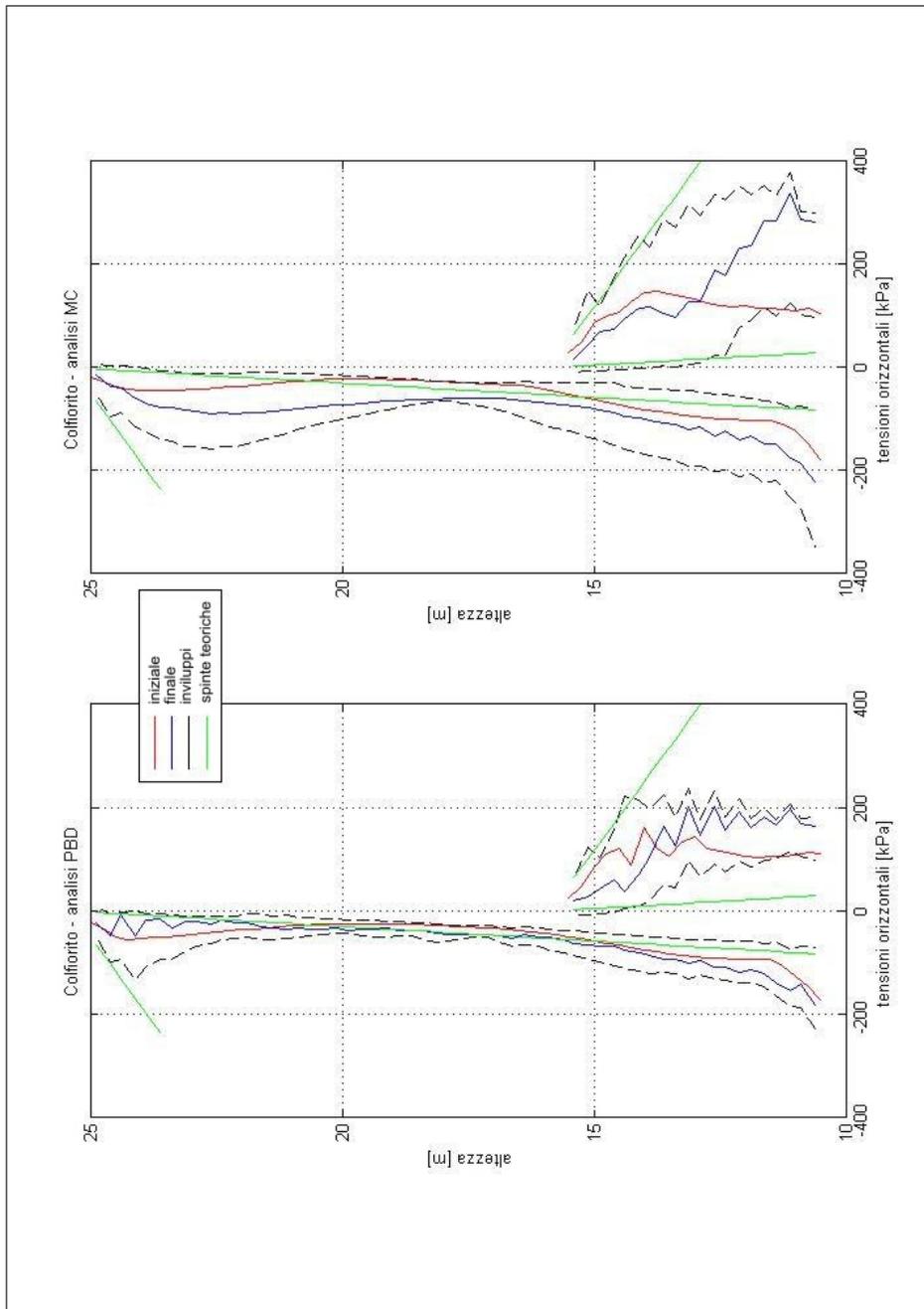


Figura 8.29. Spinte iniziali e finali post-sisma, involuppi massimi e minimi delle spinte durante l'analisi dinamica sulla parete sinistra: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD e modello MC

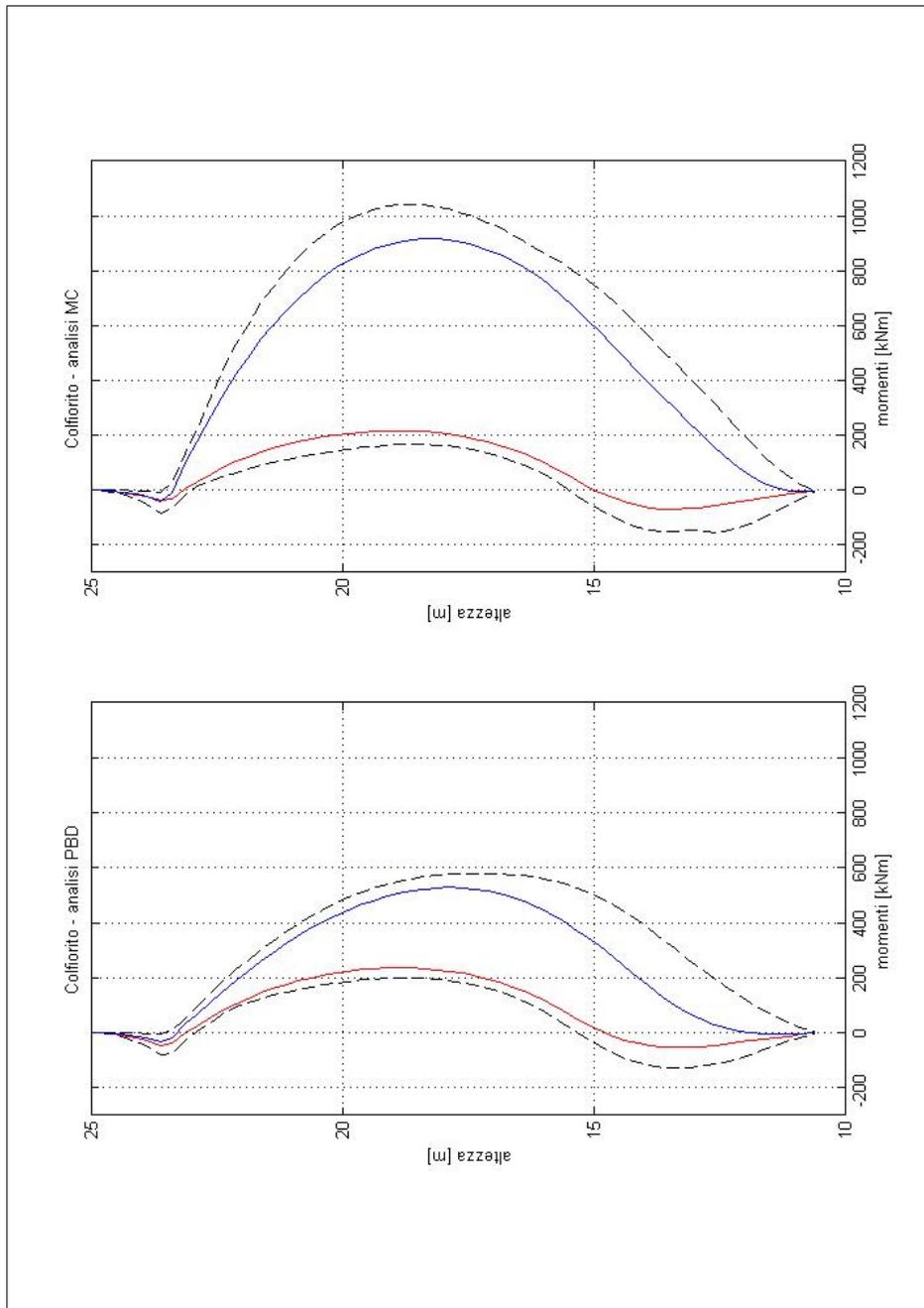


Figura 8.30. Momenti flettenti iniziali e finali post-sisma, involucri massimi e minimi dei momenti flettenti durante l'analisi dinamica sulla parete sinistra: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD e modello MC

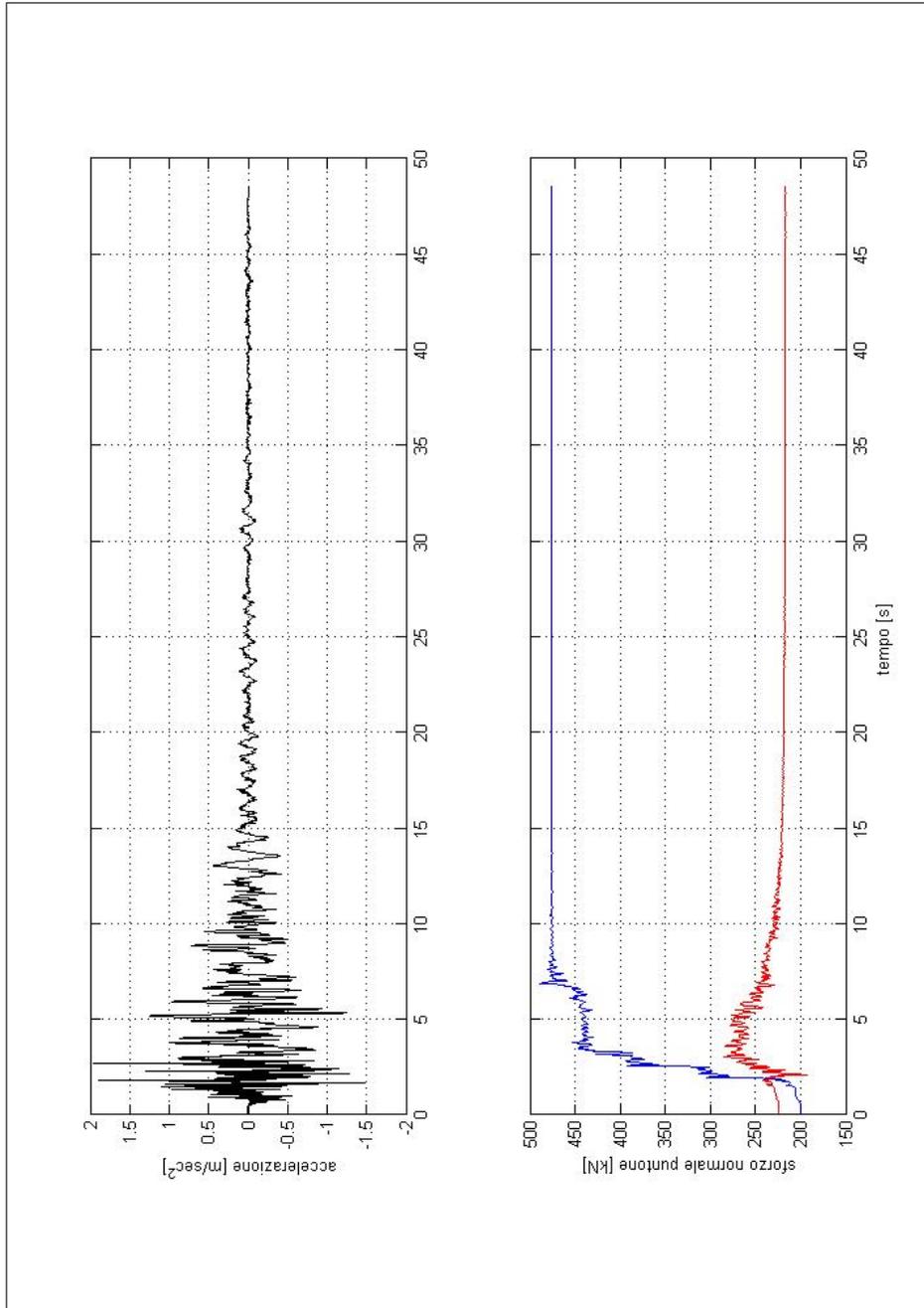


Figura 8.31. Storia dello sforzo normale sul puntone durante l'analisi dinamica: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD e modello MC

Percorsi tensio–deformativi

Nelle Figg. 8.32 e 8.33 sono rappresentati alcuni percorsi tensio–deformativi, relativi agli elementi individuati in Fig. 8.18. Entrambi i percorsi hanno inizio dalle condizioni di fine scavo e si intendono valutati in termini di differenze rispetto a questo stato iniziale. Le curve in rosso si riferiscono al modello PBD, mentre quelle in blu al modello MC.

In Fig. 8.32 sono stati diagrammati i percorsi τ – γ relativi ai quattro punti selezionati. Guardando al singolo punto, il modello PBD mostra percorsi con cicli piuttosto stretti, con inclinazione progressivamente decrescente, all’aumentare del numero dei cicli. L’accumulo di deformazioni irreversibili è evidente dal fatto che i cicli PBD traslano progressivamente, dal punto iniziale, che come si è detto, è stato posto sullo zero del riferimento. Le deformazioni plastiche più rilevanti sono concentrate in alcuni tratti del percorso, presumibilmente relativi a picchi di accelerazione. Si veda ad esempio il punto P2, per il quale, dopo poche oscillazioni in campo elastico, si manifestano evidenti deformazioni distorsionali permanenti, fino ad un valore dello 0.3%.

Il modello MC mostra, soprattutto per i due punti più superficiali, cicli piuttosto ampi caratterizzati da tratti sub–orizzontali, in corrispondenza dei quali il livello tensionale raggiunge la superficie di snervamento. La pendenza dei tratti elastici è ovviamente costante e ragionevolmente in accordo con la rigidezza mostrata dal materiale PBD, almeno in superficie. Con l’aumentare della profondità (punto P3) e soprattutto all’interno dello scavo (punto P4), la rigidezza del materiale MC è troppo elevata se confrontata con la risposta del materiale PBD. Il modello PBD prevede generalmente livelli tensionali inferiori rispetto a MC e, fatta eccezione per il punto P1, deformazioni residue maggiori.

La Fig. 8.33 mostra i percorsi in termini di $\Delta\varepsilon_v$, deformazioni di volume in funzione delle deformazioni di taglio $\Delta\gamma$. Nella presente rappresentazione vale la convenzione contraria a quella geotecnica, ovvero con segno positivo per deformazioni volumetriche di dilatazione.

Il modello MC, per il quale è stato definito un valore costante della dilatanza, per sollecitazioni di taglio puro accumula unicamente deformazioni volumetriche di dilatazione (punti P1, P2 e P3 in Fig. 8.33). Il modello PBD, pur partendo da uno stato addensato e dunque inizialmente dilatante, in funzione del particolare percorso considerato, può alternativamente dilatare (punto P3) o contrarre (punti P1 e P2). Tale evidenza, che meglio descrive il reale comportamento dei terreni, può essere di estrema rilevanza soprattutto nel caso di future applicazioni per analisi in terreni saturi e in condizioni dinamiche. In tali casi infatti è di estrema rilevanza la possibilità di modellare il reale comportamento volumetrico dello scheletro solido, per esempio in problemi applicativi nei quali si possa prevedere l’eventualità di fenomeni di liquefazione. In tali casi infatti, è evidente che dalla tendenza a contrarre o dilatare dipende il segno delle sovrapressioni interstiziali e il conseguente fenomeno di consolidazione.

Il punto P4, infine mostra per entrambi i modelli un contrazione progressiva, seppur di modesta entità. Tale punto è localizzato al centro dello scavo, dove più che percorsi di sollecitazione di taglio ciclico, prevale probabilmente una sollecitazione di compressione dovuta all’aumento delle spinte delle pareti.

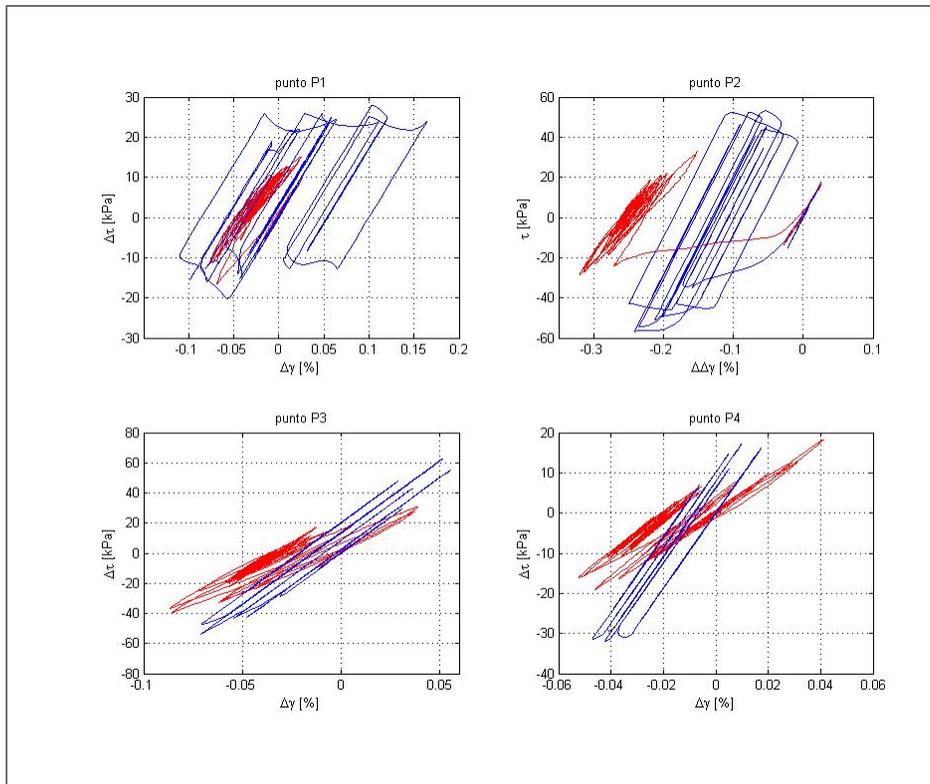


Figura 8.32. Percorsi $\Delta\tau$ - $\Delta\gamma$ durante la fase dinamica: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD e modello MC

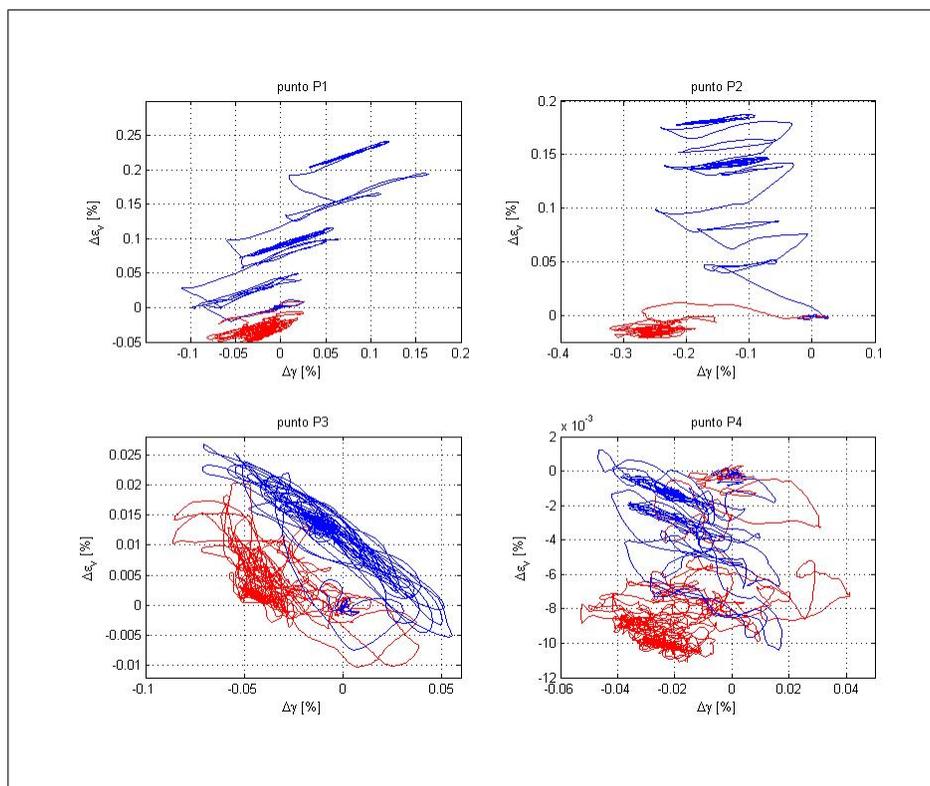


Figura 8.33. Percorsi $\Delta\epsilon_v-\Delta\gamma$ durante la fase dinamica: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD e modello MC

8.2.2 Accelerogramma Assisi

Accelerazioni e spettri di Fourier delle accelerazioni

Nelle Figg. 8.34 e 8.35, sono rappresentate le storie di accelerazione per i nodi degli allineamenti B ed A, relativi all'analisi PBD.

Anche nel caso del sisma di Assisi è evidente l'effetto di amplificazione locale dell'accelerazione: osservando i nodi lungo la verticale 3, verticale al margine esterno della mesh in corrispondenza della quale non si dovrebbero avere effetti di interazione con la paratia, si può notare che si passa da una accelerazione massima imposta alla base di 1.96 m/sec^2 (0.2 g), ad una accelerazione massima di 5.4 m/sec^2 per il nodo B3, fino ad arrivare ad una accelerazione massima di 9.4 m/sec^2 per il nodo A3. Per quanto concerne gli effetti della presenza di struttura e scavo, si può dire che per l'allineamento B, i nodi B2 e B3 hanno sostanzialmente gli stessi valori di accelerazione massima, ovvero non risentono grandemente della presenza dello scavo, con un rapporto di amplificazione di circa 3 (più o meno il doppio rispetto al caso PBD). Lo stesso avviene per l'allineamento più superficiale dei nodi A, per i quali i nodi più lontani, A2 e A3 hanno qualitativamente la stessa storia di accelerazione, fatta eccezione per un unico picco successivo ai 6 secondi.

In prossimità della parete, si hanno effetti di amplificazione assolutamente rilevanti, soprattutto in superficie. Per il nodo B1 il valore massimo di quasi 20 m/sec^2 . Per il nodo A1 si ha addirittura un valore massimo di più di 100 m/sec^2 , denotando con ogni probabilità un qualche effetto di risonanza.

Infine il nodo B posto al centro dello scavo presenta un valore dell'accelerazione massima di valore pressoché equivalente rispetto agli nodi posti alla stessa quota, lontano dallo scavo.

Lo stesso effetto di amplificazione locale può essere riscontrato per il modello MC. In questo caso l'amplificazione è sensibilmente inferiore rispetto a quella riscontrata per il modello PBD: si ha un valore massimo per l'allineamento B di circa 2.8 m/sec^2 ($RA=1.4$) e un valore massimo per l'allineamento A di 6.2 m/sec^2 ($RA=3.1$). In questo caso non vi sono sensibili differenze sull'accelerazione massima dei punti in prossimità della parete.

Nelle Figg. 8.38÷8.41 gli output in termini di accelerazioni sono stati elaborati in forma di spettri di Fourier, per gli stessi punti analizzati in precedenza. L'accelerogramma alla base considerato, in blu nelle figure, presenta un aspetto a spettro più stretto, rispetto al precedente di Colfiorito, concentrato attorno alle frequenze di 2.1 Hz e poi 2.9 e 3.2 Hz.

In corrispondenza dei nodi dell'allineamento B (Fig. 8.38) gli spettri delle accelerazioni, relativi all'analisi PBD, mostrano una amplificazione marcata delle frequenze concentrate attorno al valore di 2.1 Hz. Per i nodi in prossimità dello scavo, B1 e B, si rilevano anche amplificazioni delle frequenze a 4.3 Hz. Per i nodi più superficiali, lungo l'allineamento A (Fig. 8.39), predomina invece l'amplificazione delle frequenze attorno a 2.1 Hz.

Gli spettri delle accelerazioni relativi all'analisi MC, per gli allineamenti di nodi B e A, sono riportati rispettivamente nelle Figg. 8.40 e 8.41. Nel caso del modello MC, per l'allineamento B, si ha invece amplificazione di più frequenze comprese tra 2 e 3 Hz, e in prossimità della parete anche 5÷6 Hz. Allontanandosi

dalla base, per i nodi A l'amplificazione delle accelerazioni si concentra tra 2 e 3 Hz (Fig. 8.41).

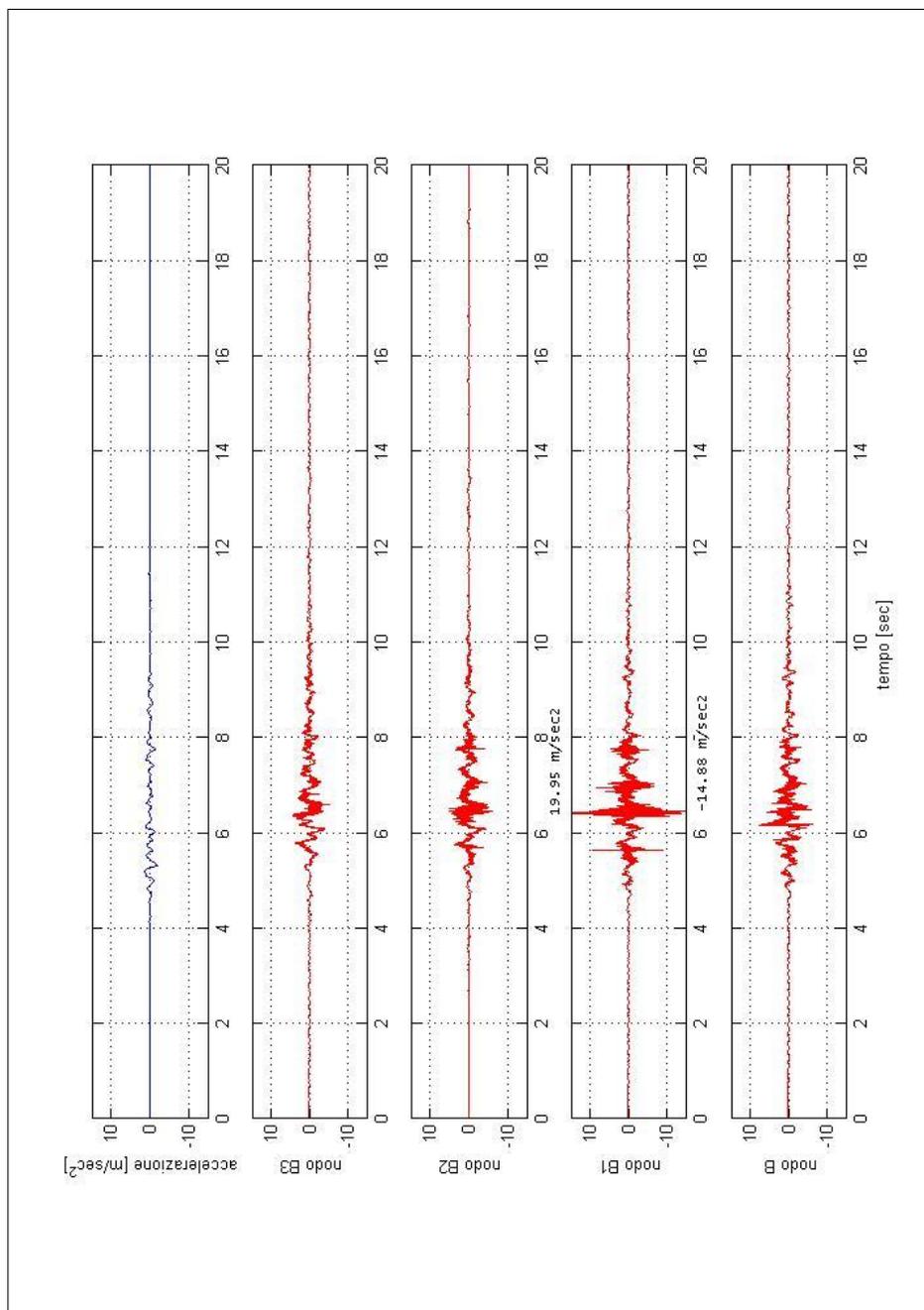


Figura 8.34. Storia delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Assisi, modello PBD

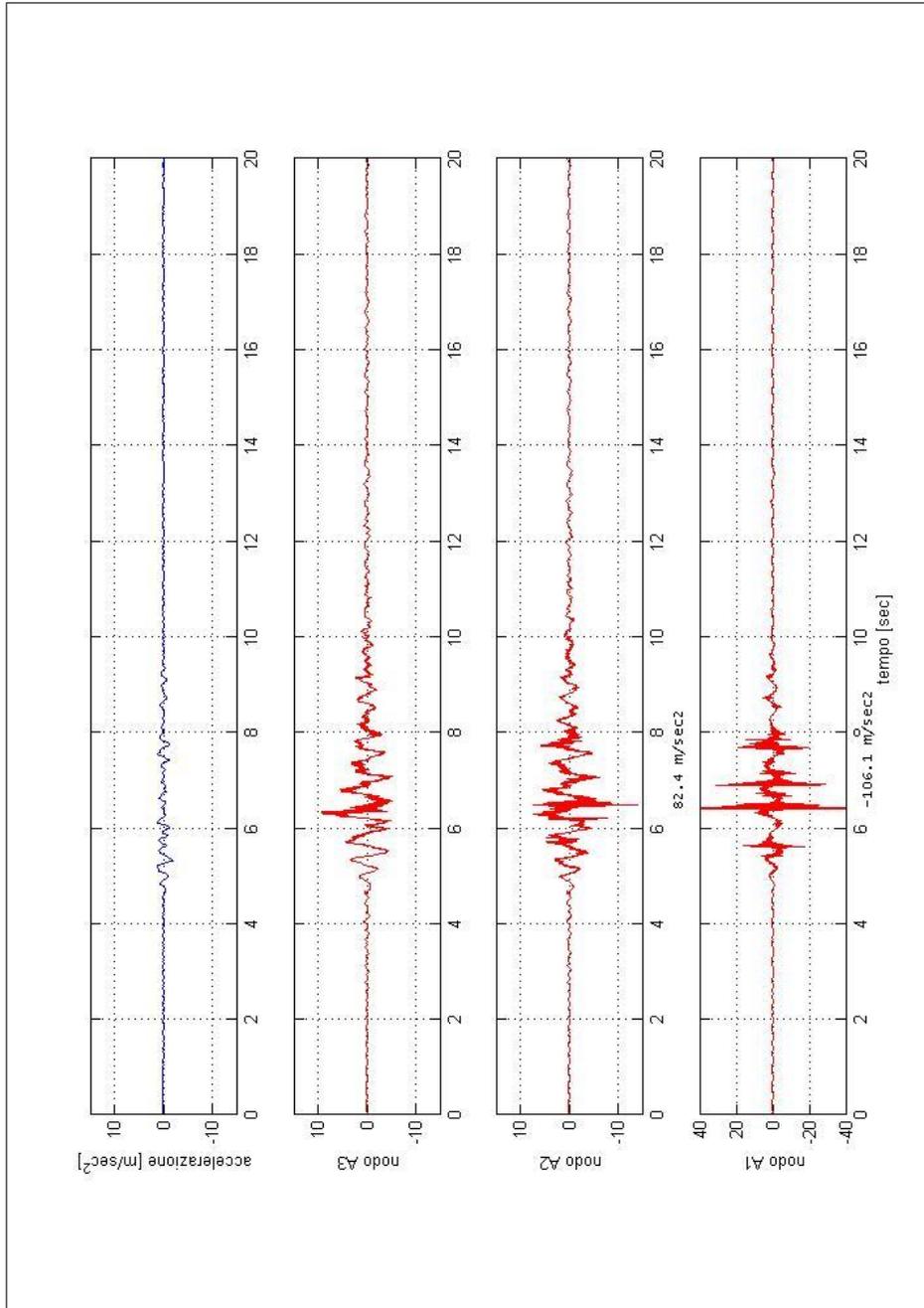


Figura 8.35. Storia delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Assisi, modello PBD

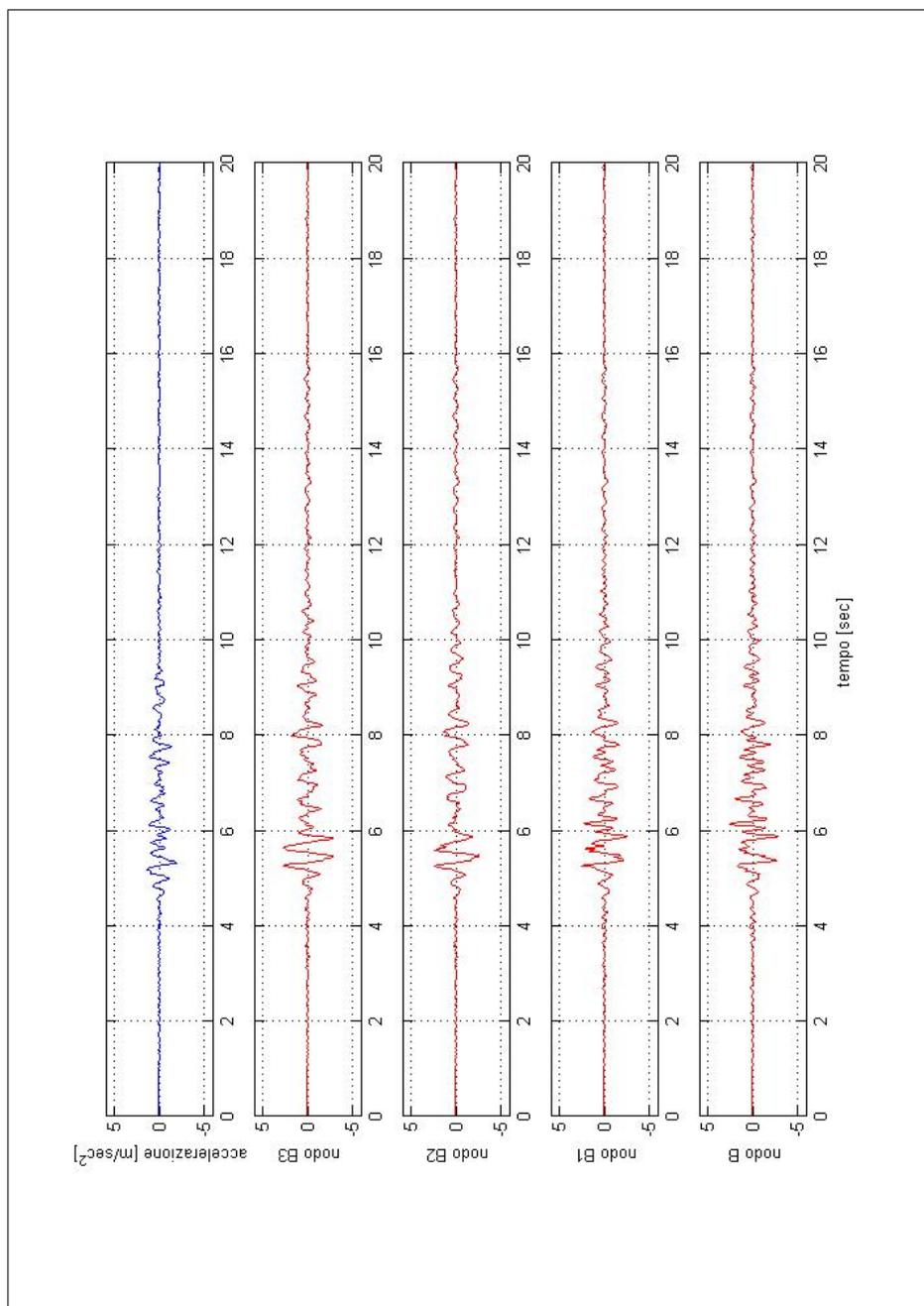


Figura 8.36. Storia delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Assisi modello MC

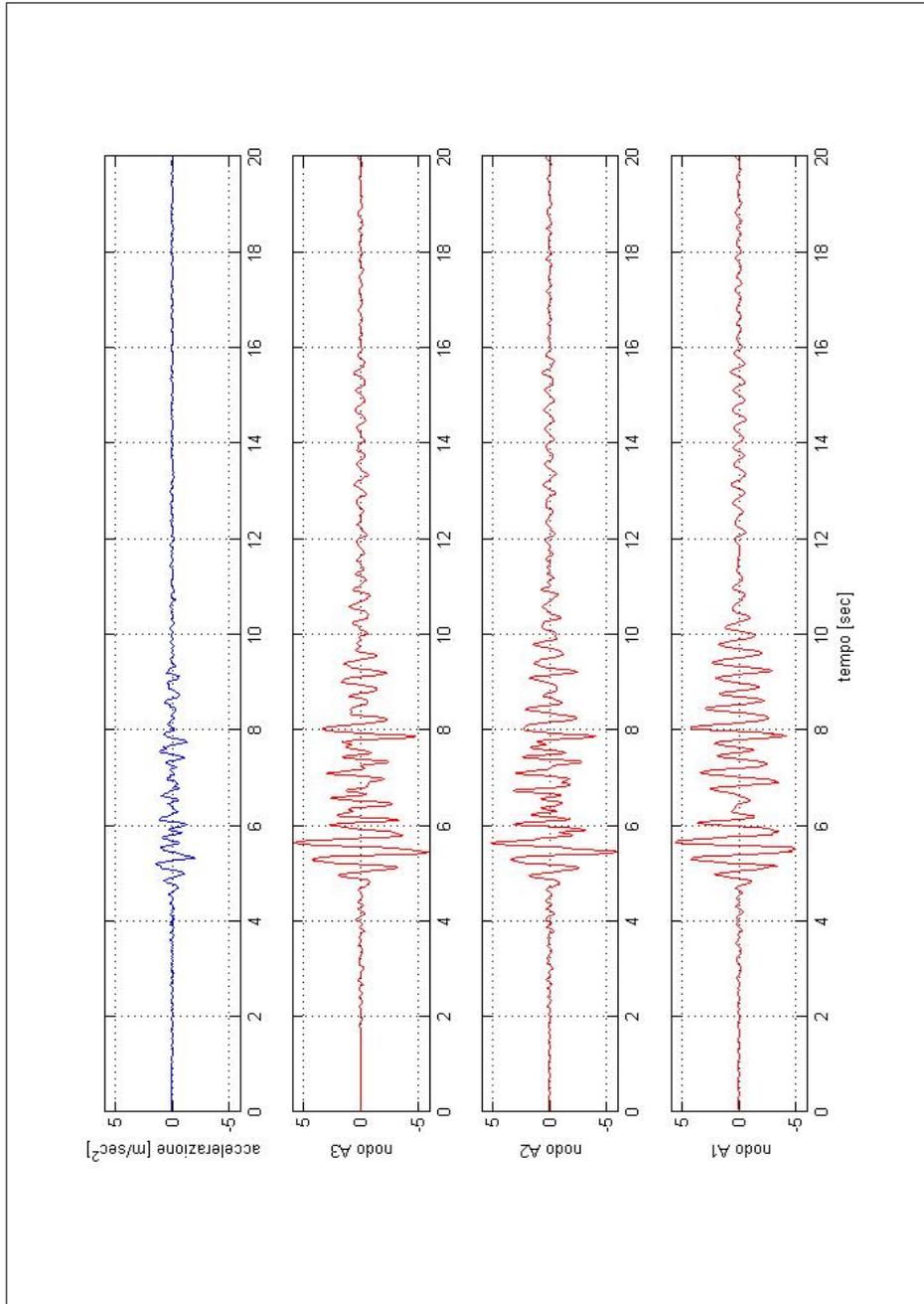


Figura 8.37. Storia delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Assisi modello MC

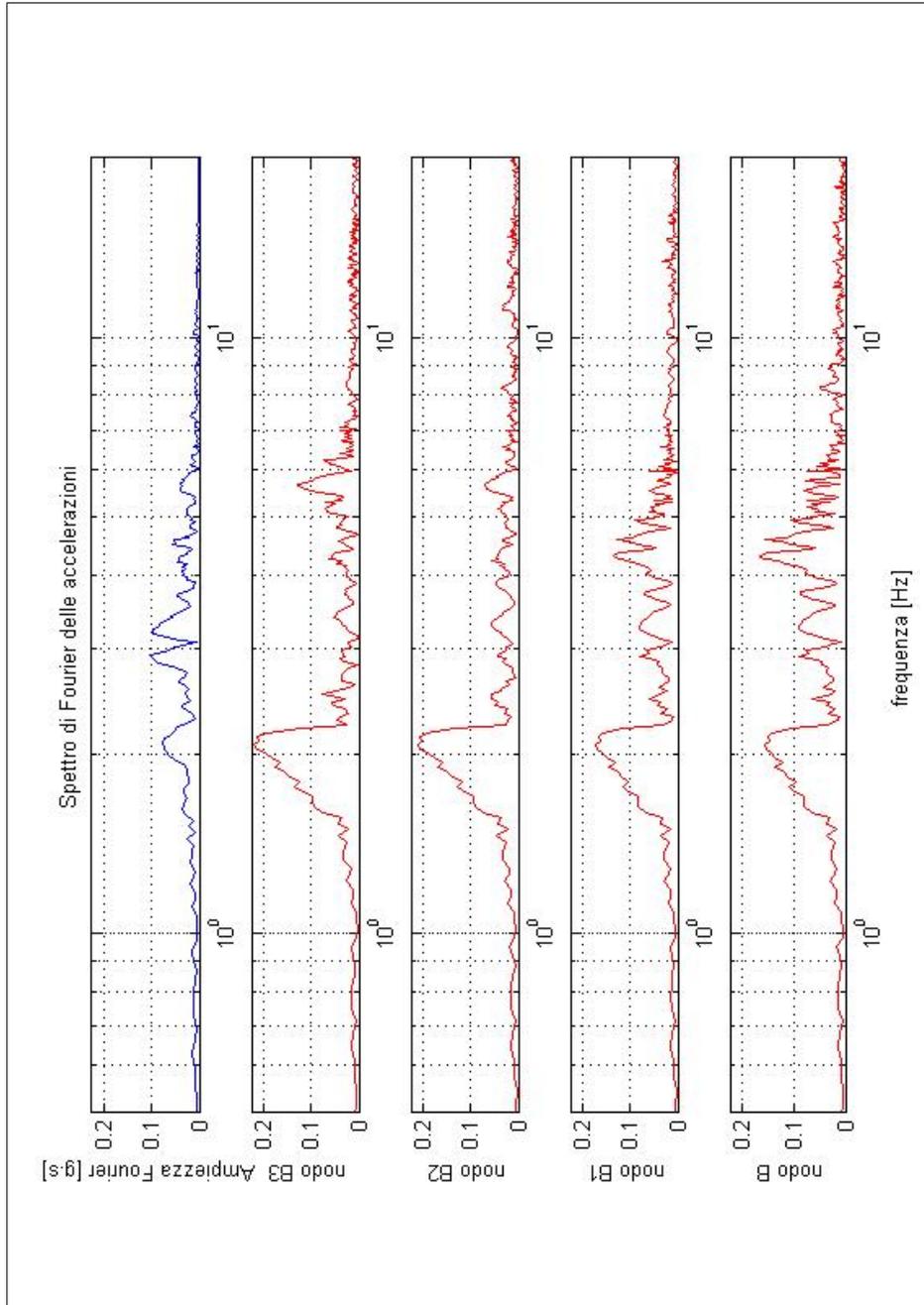


Figura 8.38. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Assisi, modello PBD

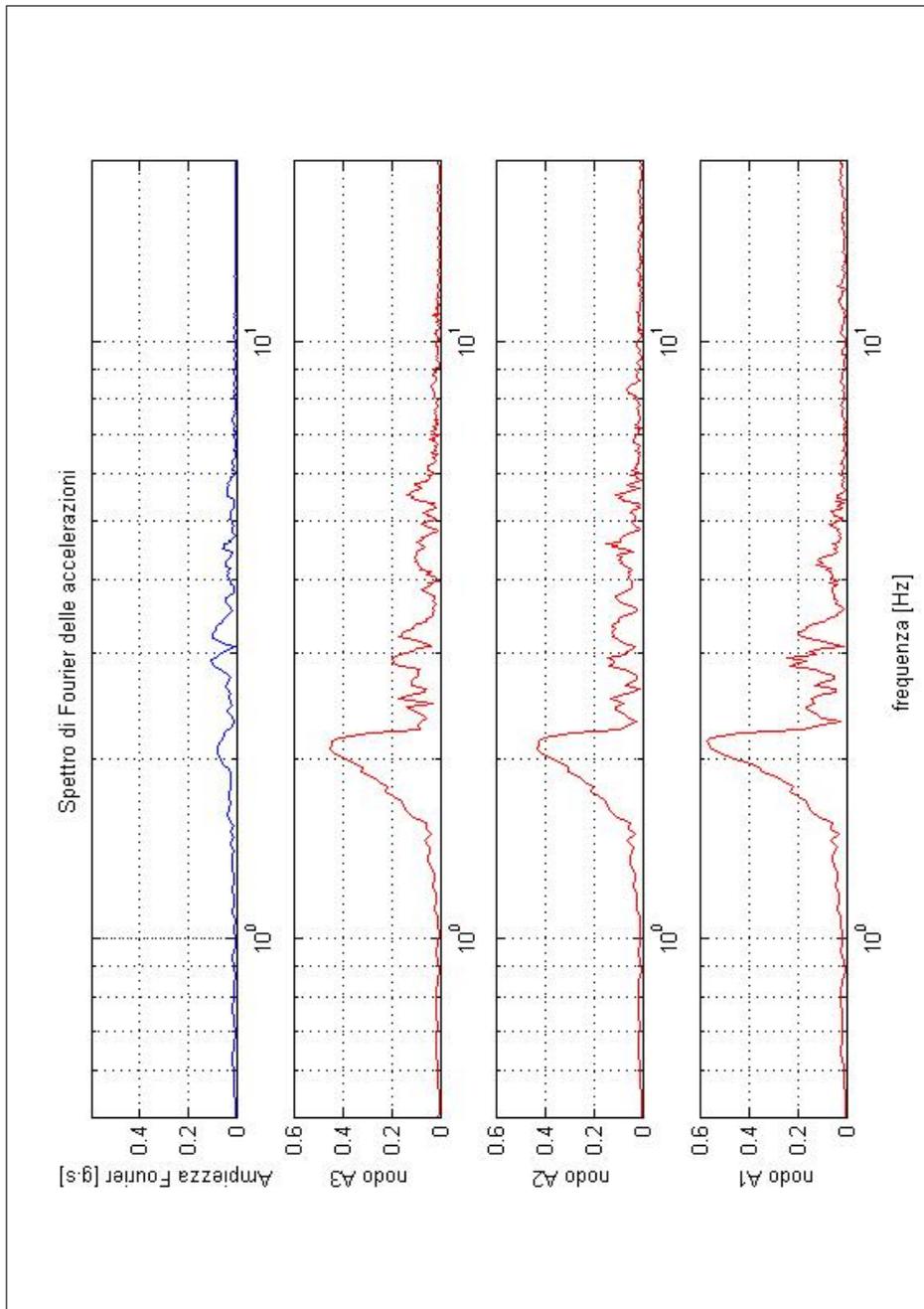


Figura 8.39. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Assisi, modello PBD

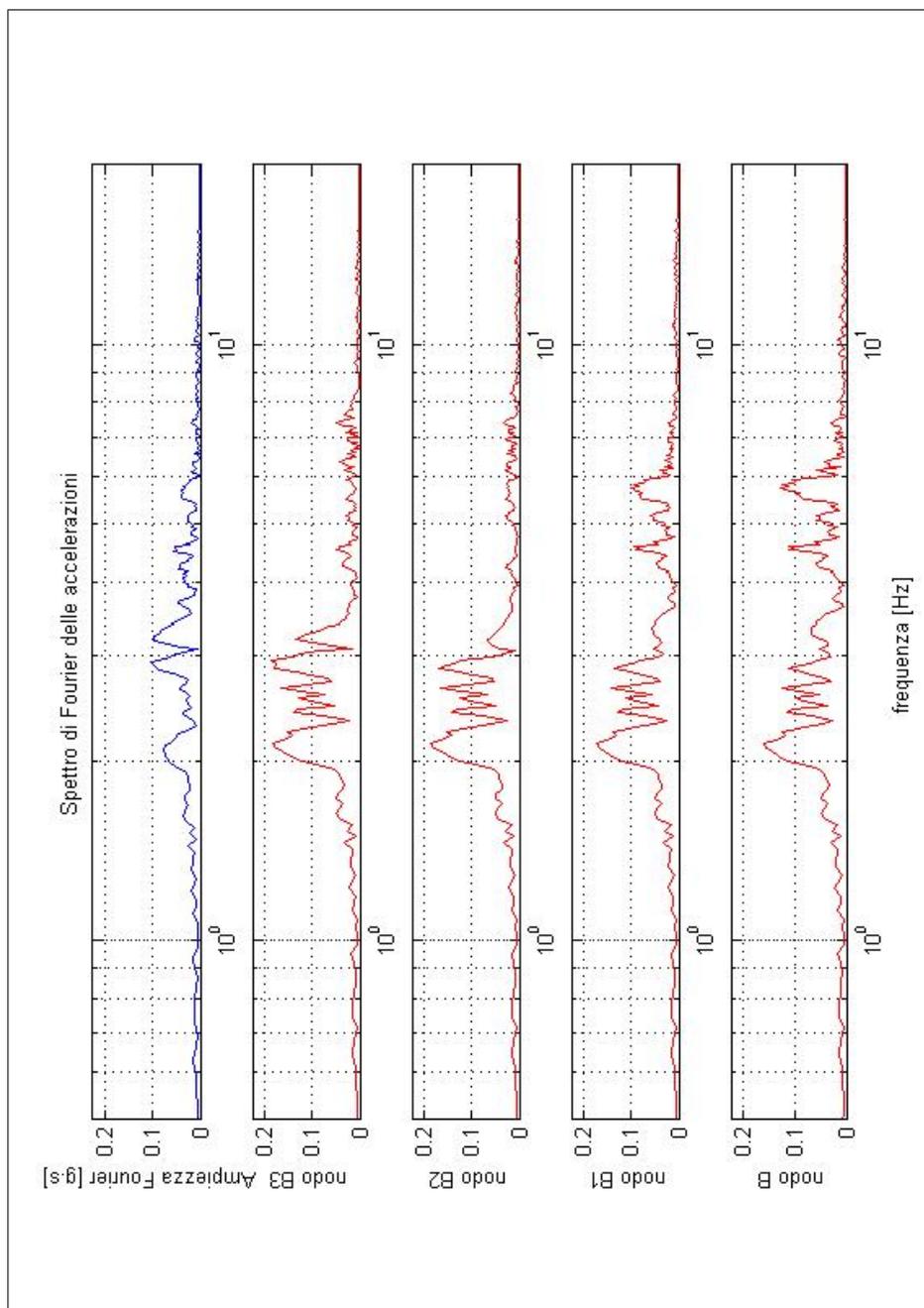


Figura 8.40. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Assisi modello MC

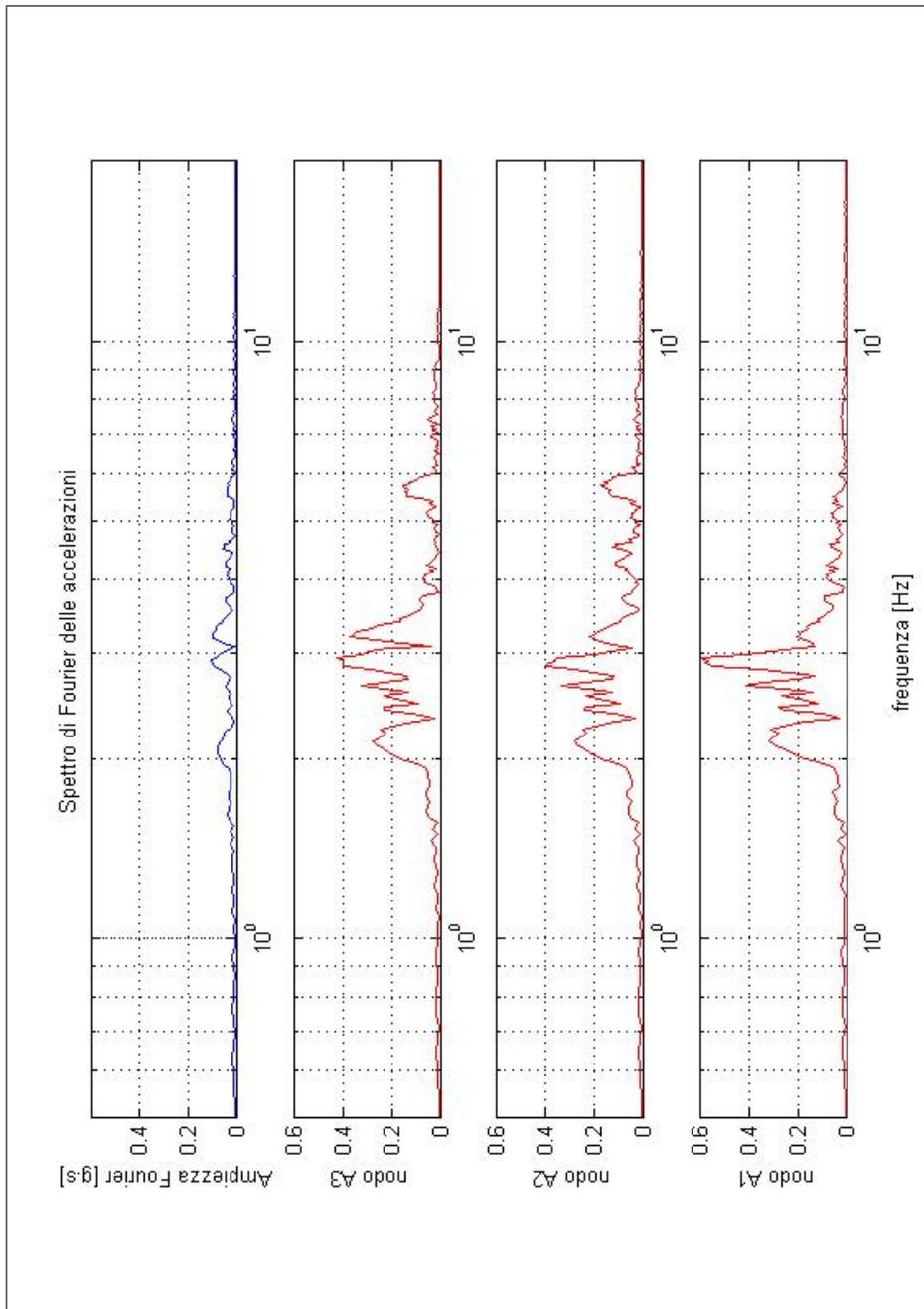


Figura 8.41. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Assisi modello MC

Azioni su pareti e puntone

In Fig. 8.42 sono diagrammate le tensioni orizzontali agenti lungo il paramento di monte e di valle, della parete sinistra, nelle condizioni di fine scavo (curva rossa) e nelle condizioni post-sismiche (curva blu). Negli stessi diagrammi sono stati riportati gli andamenti delle tensioni limite attive e passive (rette verdi), calcolate rispettivamente con i coefficienti di spinta attiva sismica di Mononobe & Okabe e coefficiente di spinta passiva dinamica, dalla teoria di Chen & Liu (1990). Infine le curve tratteggiate individuano gli involuipi delle spinte minime e massime per ciascuna quota, relativi a tutta la storia di sollecitazione dinamica. Le tensioni sono ottenute direttamente dai valori calcolati ai punti di Gauss; su tali valori non è stata effettuata nessuna operazione di smoothing, necessaria per garantire la continuità delle tensioni orizzontali tra elemento ed elemento contigui. Per tale motivo è possibile che in alcuni casi le distribuzioni siano ad andamento discontinuo.

Nell'analisi PBD, a monte della parete, si ha una distribuzione delle spinte residue non molto differente dai valori iniziali. A differenza dell'analisi Colfiorito, le spinte massime sono invece molto maggiori di quelle residue. Nei primi metri della zona a monte e per un tratto di circa 2.5 m a valle della parete, l'involuppo dei massimi delle spinte supera in qualche tratto la distribuzione delle tensioni limite attive. Queste ultime sono calcolate assumendo un coefficiente sismico orizzontale k_h pari a 0.1, nell'ipotesi di opera in prima categoria sismica ai sensi della norma vigente al momento del predimensionamento (DM 09/01/1996). L'assunzione di tale valore del coefficiente sismico, e l'assunzione di un approccio pseudo-statico, non sembra pertanto in grado di descrivere gli effetti dell'azione sismica per tutti gli istanti temporali della sollecitazione. Anche per l'analisi MC nella zona di valle le tensioni massime sono in alcuni punti maggiori di quelle limite passive, per un tratto di circa 2.5 m al di sotto del livello del fondo scavo. Nello stesso tratto, sia per l'analisi MC che per la PBD, le tensioni minime in condizioni sismiche assumono il valore limite attivo. Le tensioni residue sono più o meno dello stesso valore della iniziali per i primi due metri, per poi crescere progressivamente con la profondità. I valori finali delle due analisi sono in sostanziale buon accordo tra di loro.

Le piccole differenze riscontrate tra le due analisi in termini di distribuzione delle spinte, farebbero pensare ad una distribuzione dei momenti simile per le due analisi. In realtà permangono anche per il sisma Assisi le stesse differenze, in termini di momenti massimi, riscontrate per l'analisi Colfiorito, seppur di entità molto più modesta. In Fig. 8.43 sono riportati, per entrambe le analisi, gli andamenti dei momenti flettenti iniziale (curva rossa), al termine della sollecitazione dinamica (curva in blu) e gli involuipi minimo e massimo durante la fase dinamica (curve nere a tratti).

L'analisi PBD mostra un valore del momento residuo che è lungo tutta la parete maggiore di quello iniziale. Il valore massimo, nella configurazione post-sismica, è pari a 770 kNm, per un aumento del 225% rispetto alla configurazione iniziale di fine scavo. Il valore massimo durante tutta la sollecitazione dinamica risulta pari a 1050 kNm, pari cioè ad un incremento del 340% rispetto alle condizioni iniziali.

Anche per l'analisi MC, i valori residui del momento flettente sono ovunque maggiori di quelli iniziali. L'analisi MC stima sempre momenti maggiori rispetto

a quella PBD, ma in maniera meno marcata rispetto al sisma Colfiorito. Il valore massimo, nella configurazione post-sismica, è pari a 1068 kNm (+390% della configurazione di fine scavo) e il valore massimo durante la sollecitazione dinamica è pari a 1270 kNm (+485% rispetto alle condizioni iniziali).

Le sollecitazioni sul puntone hanno lo stesso andamento qualitativo, tra analisi PBD e MC. In Fig. 8.44 sono riportate, accanto alla all'accelerogramma imposto alla base, in nero, le storie della sollecitazione assiale del puntone per analisi PBD, in rosso, e per l'analisi MC, in blu. Il valore medio dello sforzo normale, per entrambe le analisi, cresce progressivamente durante la fase sismica fino ad un valore finale: per l'analisi PBD, tale valore finale è pari a 348 kN, per un incremento del 56%, mentre per l'analisi MC è di 520 kN, pari ad un aumento del 160% rispetto al valore iniziale.

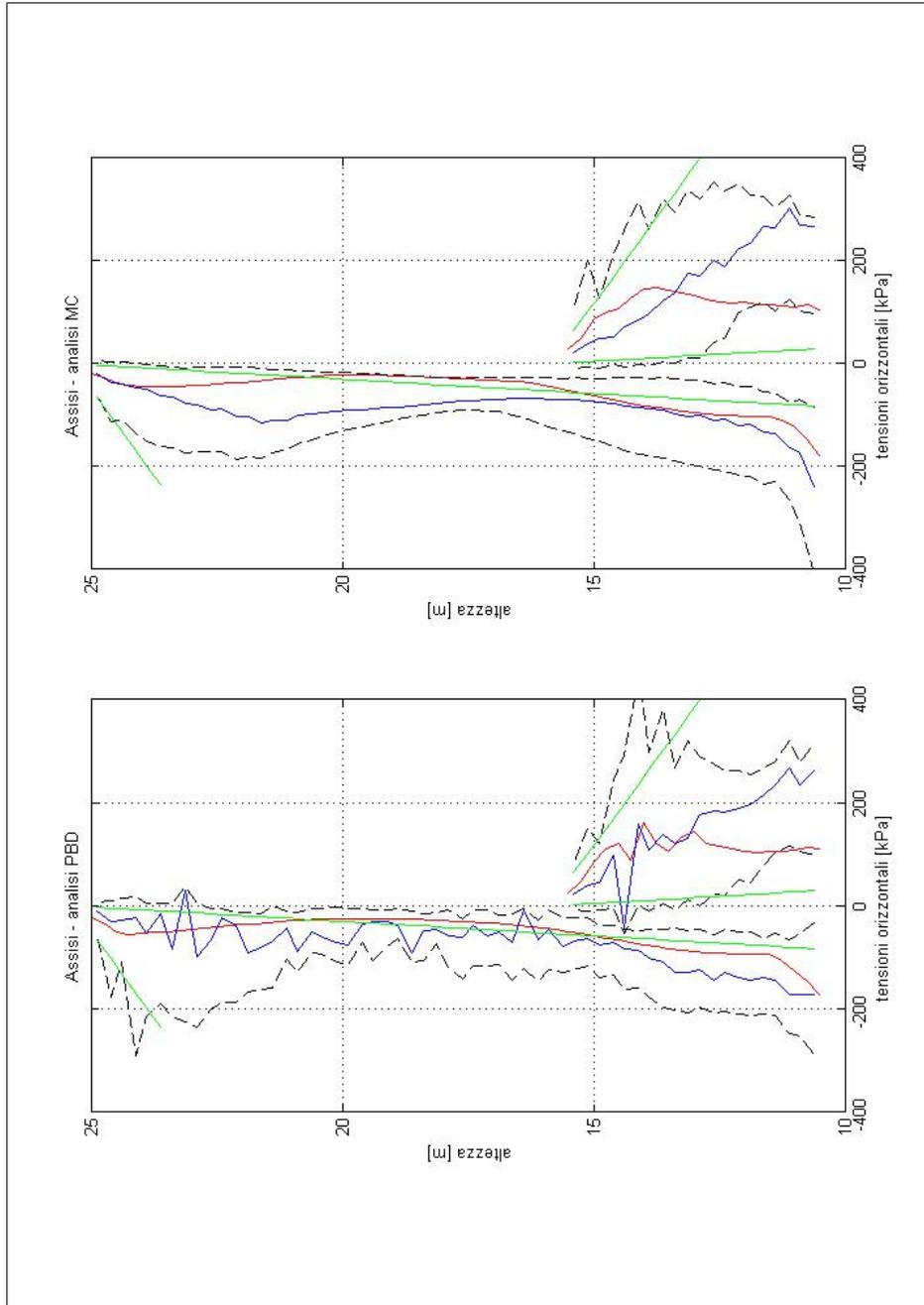


Figura 8.42. Spinte iniziali e finali post-sisma, involucri massimi e minimi delle spinte durante l'analisi dinamica sulla parete sinistra: confronto analisi sismica Assisi modello PBD e modello MC

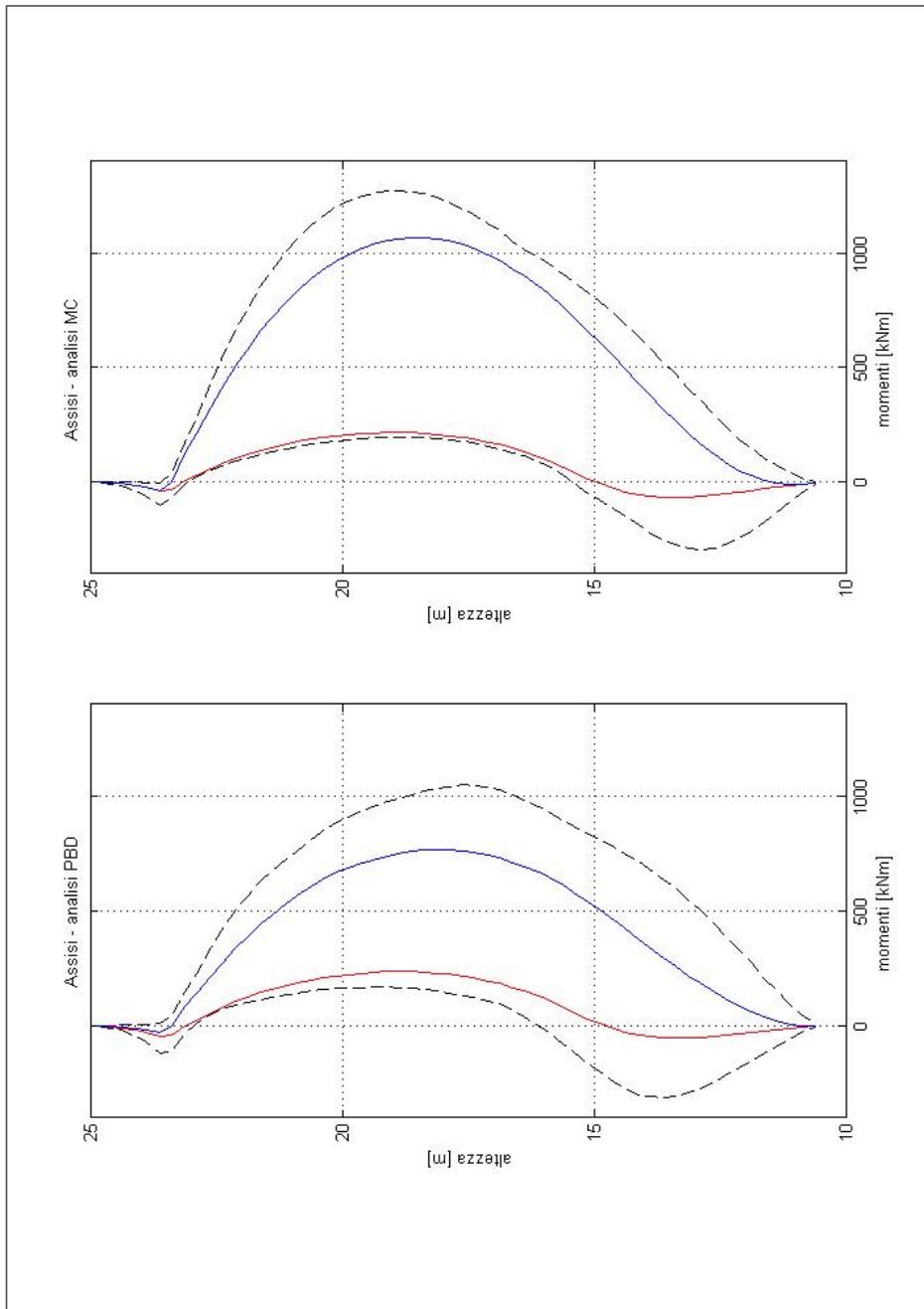


Figura 8.43. Momenti flettenti iniziali e finali post-sisma, involucri massimi e minimi dei momenti flettenti durante l'analisi dinamica sulla parete sinistra: confronto analisi sismica Assisi modello PBD e modello MC

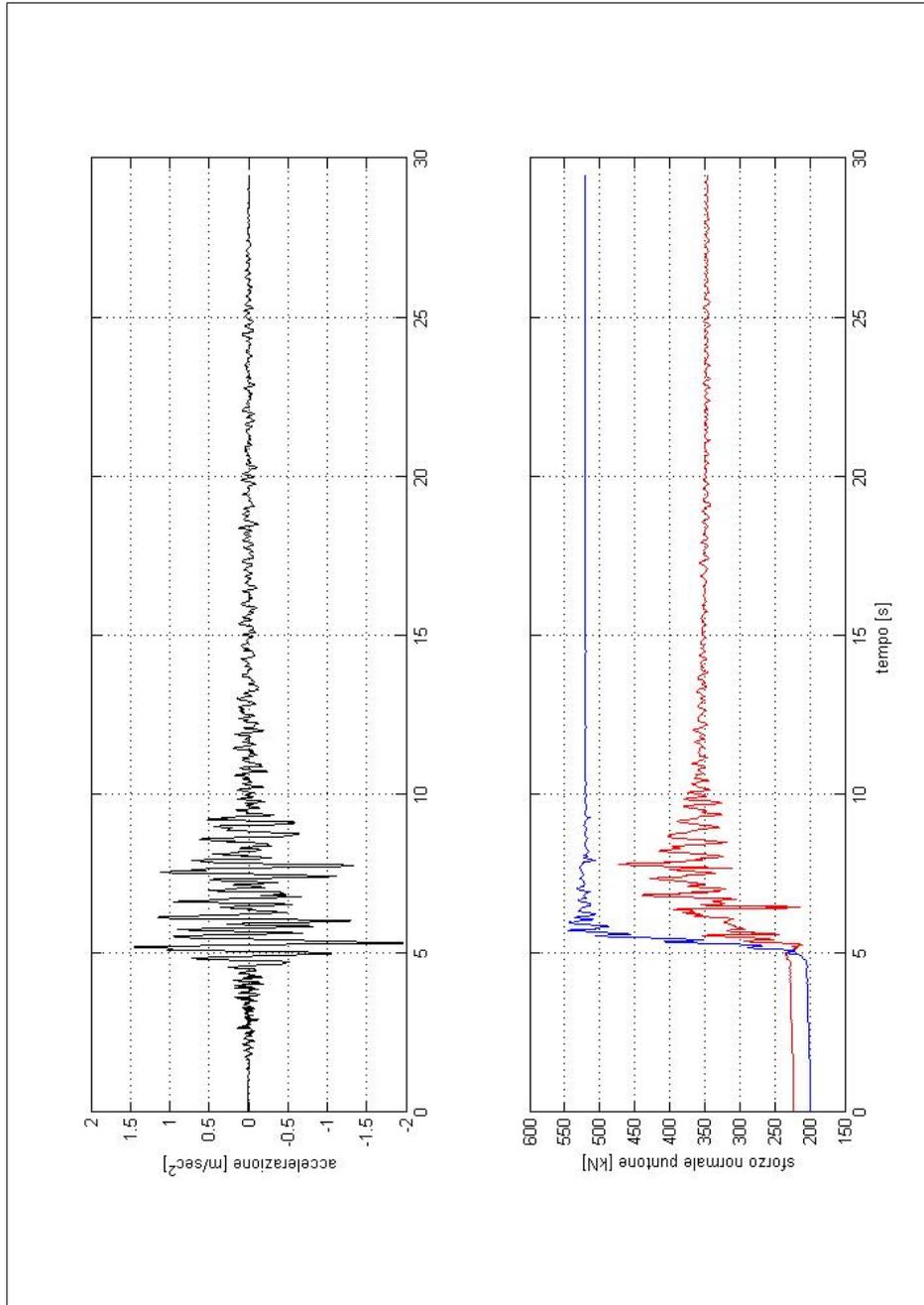


Figura 8.44. Storia dello sforzo normale sul puntone durante l'analisi dinamica: confronto analisi sismica Assisi modello PBD e modello MC

Percorsi tensio–deformativi

Nelle Figg. 8.45 e 8.46 sono rappresentati alcuni percorsi tensio–deformativi, relativi agli elementi individuati in Fig. 8.18. Entrambi i percorsi si intendono valutati in termini di differenze rispetto allo stato iniziale di fine scavo. Le curve in rosso si riferiscono al modello PBD, mentre quelle in blu al modello MC.

In Fig. 8.45 sono stati diagrammati i percorsi τ – γ relativi ai quattro punti selezionati. Guardando al singolo punto, il modello PBD mostra percorsi con cicli piuttosto stretti, con inclinazione progressivamente decrescente, all’aumentare del numero dei cicli. L’accumulo di deformazioni irreversibili è evidente dal fatto che i cicli PBD traslano progressivamente, dal punto iniziale, che come si è detto, è stato posto sullo zero del riferimento. Le deformazioni plastiche più rilevanti sono concentrate in alcuni “salti” del percorso, presumibilmente relativi a picchi di accelerazione. In particolare per il punto P1 tali “salti” sono piuttosto evidenti e mostrano deformazioni irreversibili molto maggiori rispetto all’analogia posizione dell’analisi Colfiorito.

Il modello MC mostra, soprattutto per i due punti più superficiali, cicli piuttosto ampi caratterizzati da tratti sub–orizzontali, in corrispondenza dei quali il livello tensionale raggiunge la superficie di snervamento. La pendenza dei tratti elastici è ovviamente costante e ragionevolmente in accordo con la rigidità mostrata dal materiale PBD, almeno in superficie. Con l’aumentare della profondità (punto P3) e soprattutto all’interno dello scavo (punto P4), la rigidità del materiale MC è troppo elevata se confrontata con la risposta del materiale PBD. Il modello PBD prevede, per questo accelerogramma, livelli tensionali dello stesso ordine rispetto a MC ma deformazioni residue maggiori.

La Fig. 8.46 mostra i percorsi in termini di $\Delta\varepsilon_v$, deformazioni di volume in funzione delle deformazioni di taglio $\Delta\gamma$. Nella presente rappresentazione vale la convenzione contraria a quella geotecnica, ovvero con segno positivo per deformazioni volumetriche di dilatazione. Anche nel caso del sisma di Assisi, come per il caso precedentemente analizzato di Colfiorito, il modello MC, per sollecitazioni di taglio puro, accumula unicamente deformazioni volumetriche di dilatazione (punti P1, P2 e P3). Il modello PBD, pur partendo da uno stato addensato e dunque inizialmente dilatante, accumula alla fine dell’evento sismico, deformazioni di volume di contrazione.

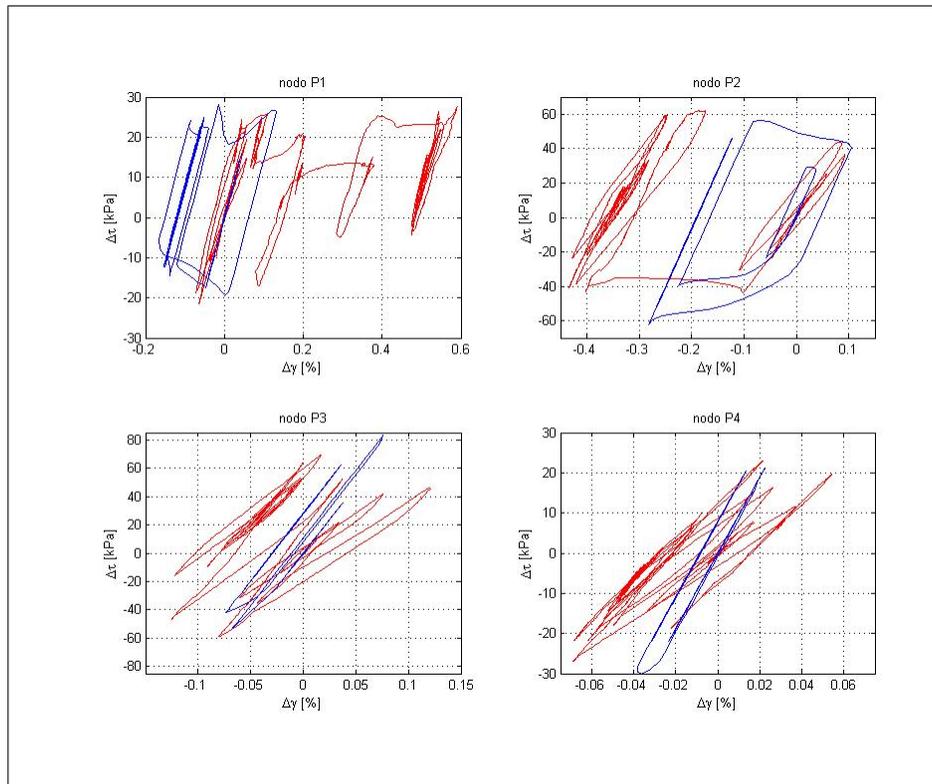


Figura 8.45. Percorsi $\Delta\tau$ - $\Delta\gamma$ durante la fase dinamica: confronto analisi sismica Assisi modello PBD e modello MC

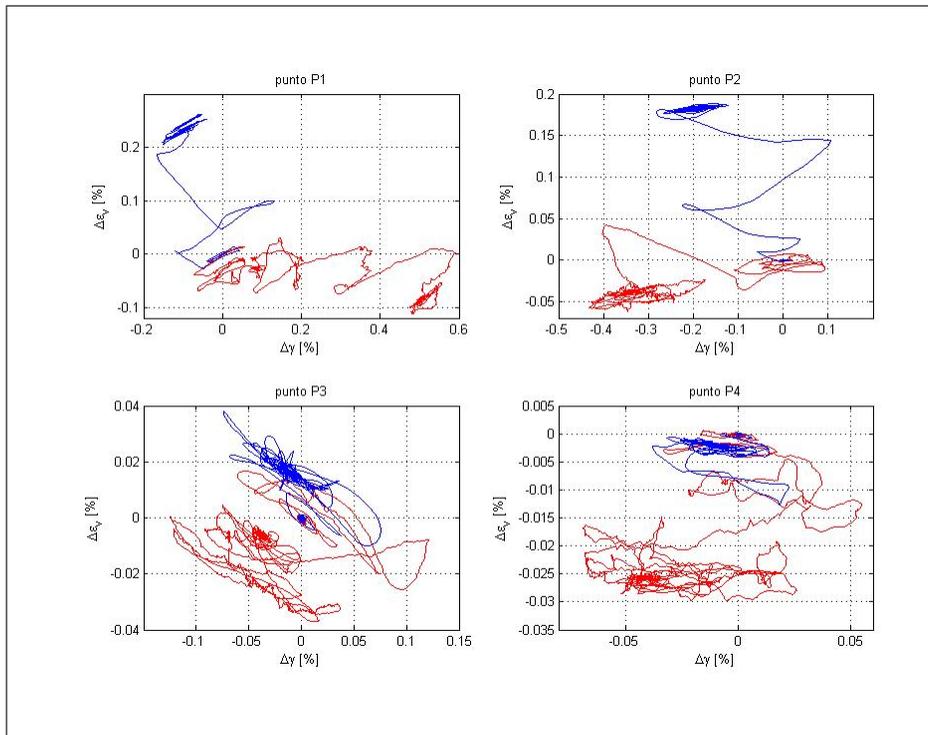


Figura 8.46. Percorsi $\Delta\epsilon_v$ - $\Delta\gamma$ durante la fase dinamica: confronto analisi sismica Assisi modello PBD e modello MC

8.2.3 Influenza del parametro di evoluzione del *fabric*, C

Nelle figure 8.47 e seguenti sono mostrati alcuni risultati del confronto operato tra analisi effettuate con lo stesso modello PBD, assumendo due differenti valori del parametro del materiale C . Come già discusso nel Par. 7.4, la costante C compare nella legge di evoluzione della parte deviatorica del tensore di *fabric*. Nel lavoro del 2002, gli autori hanno proposto una formulazione semplificata di tale legge, proprio per eliminare la costante C e ridurre così i parametri da calibrare. Tale formulazione semplificata risulta conveniente e soddisfacente per l'elemento di volume sottoposto a percorsi tensionali ciclici convenzionali. Tuttavia, in analisi al finito dinamiche, con una durata della storia di accelerazione molto lunga, l'assunzione fatta porta, in alcuni punti del dominio, ad una evoluzione del *fabric* fino a valori al di sopra della capacità della macchina.

In assenza di indicazioni precise per la Nevada Sand, sono stati assunti due valori ($C_1 = 130$ e $C_2 = 4$), in modo da valutarne anche l'influenza sul comportamento generale del sistema. Il primo valore ($C_1 = 130$) è stato assunto come il valore che meglio approssima i risultati ottenuti con la formulazione proposta dagli autori. Il secondo valore ($C_2 = 4$) è il valore proposto per la Toyura Sand in Dafalias & Manzari (2004), per il modello SANISAND, che ha una formulazione dell'evoluzione del tensore di *fabric* pressochè equivalente. Ovviamente tale assunzione non è calibrata sul comportamento della Nevada Sand, ma rientra comunque nel range dei possibili valori per sabbie naturali ed ha il vantaggio di essere sufficientemente lontano dal primo valore assunto per consentire di apprezzare eventuali differenze sulle simulazioni al finito.

È stata realizzata una nuova analisi, assumendo un valore di C pari a 4 e imponendo alla base la storia di accelerazione di Colfiorito (analisi Col PBD C2). I risultati sono stati confrontati con l'analisi PBD precedentemente discussa, che era stata condotta con il valore $C=130$ (analisi Col PBD C1). I confronti verranno qui presentati in termini di storia di accelerazione, spettri di Fourier delle accelerazioni, spinte sulle pareti e sollecitazioni sugli elementi strutturali.

Nelle figure da 8.47 a 8.50 sono riportate le storie di accelerazione e gli spettri di Fourier, relativi ai nodi lungo gli allineamenti A e B, per l'analisi Col PBD C2. Gli analoghi risultati relativi all'analisi Col PBD C1 sono stati già analizzati nelle Figg. 8.19÷8.24. Per quanto riguarda la storia di accelerazione il confronto mostra risultati identici, fatta eccezione per un picco di accelerazione del punto A1, subito a tergo della parete, che compare nell'analisi Col PBD C1 e non nella analisi Col PBD C2 (Figg.8.48 e 8.20). In generale il rapporto di amplificazione e la capacità di dissipazione rimangono costanti; la risposta in termini di spettro delle accelerazioni è assolutamente sovrapponibile.

Anche le spinte sulle pareti possono dirsi qualitativamente e quantitativamente del tutto paragonabili fra le due analisi in esame (Fig. 8.51). In termini di sollecitazioni sulle pareti, l'analisi Col PBD C2 ($C=4$) restituisce momenti massimi e momenti residui con un valore leggermente maggiore rispetto all'analisi Col PBD C1 ($C=130$) (Fig. 8.52). Tali differenze sono sempre contenute al di sotto del 5% dei valori riscontrati per l'originaria analisi effettuata con $C=130$ e già discussa nel Par. 8.2.1. Per quanto riguarda, infine lo sforzo normale sul puntone, in Fig. 8.53 sono state confrontate le storie relative alle due analisi (in blu analisi per $C=4$, in rosso analisi per $C=130$). Il valore finale della sollecitazione normale sul puntone,

per l'analisi Col PBD C2 è maggiore del valore iniziale di fine scavo e maggiore rispetto a quanto riscontrato per l'analisi Col PBD C1. La differenza è modesta ed risulta pari all'8%.

In conclusione si può affermare che, in assenza di più numerosi risultati sperimentali relativi alla Nevada Sand su cui calibrare il parametro del materiale oggetto della presente discussione, e in assenza di indicazioni precise da letteratura, l'assunzione fatta per il parametro C, non sembra influenzare grandemente i risultati delle analisi. Questo appare ancora più vero dal momento che il presente studio non ha come obiettivo una previsione di comportamento per una opera specifica o per una classe di opere, ma prevalentemente, una analisi comparativa tra previsioni effettuate con modelli costitutivi avanzati e modelli convenzionali. In tale ottica appaiono di ancor minore rilevanza le differenze, seppur piccole, riscontrate al variare del valore adottato per il parametro in oggetto.

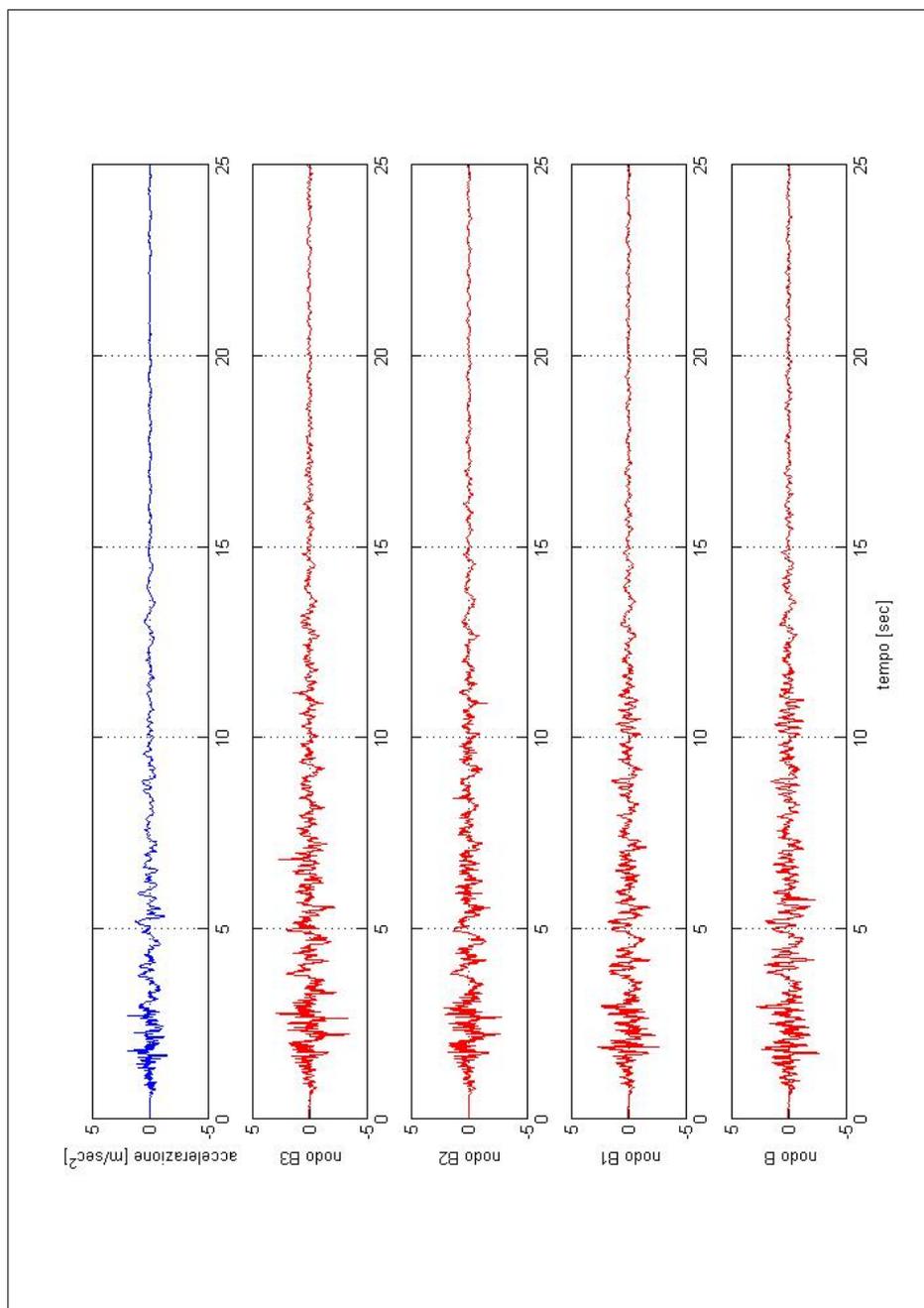


Figura 8.47. Storia delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito, modello PBD, C=4

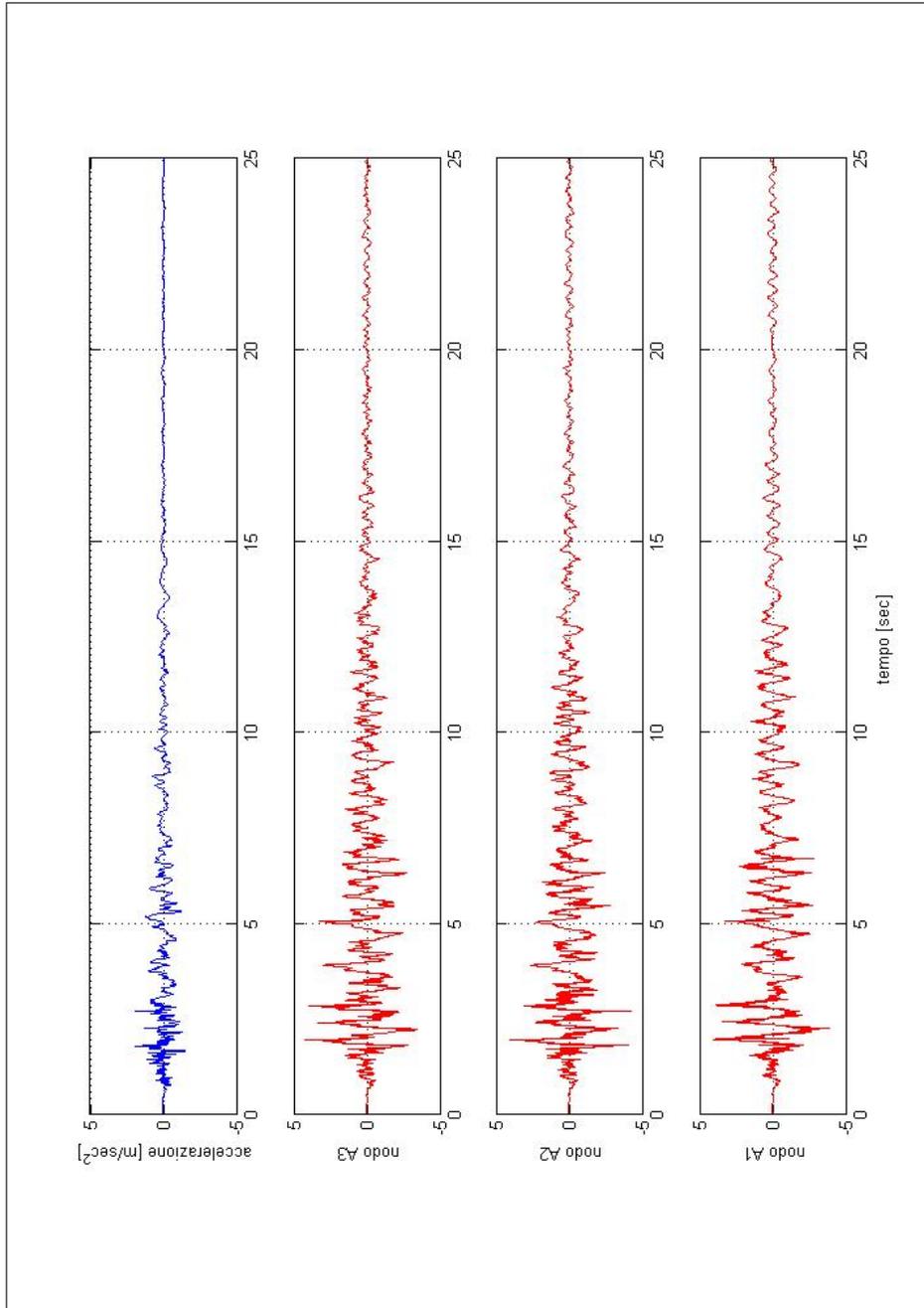


Figura 8.48. Storia delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito, modello PBD, C=4

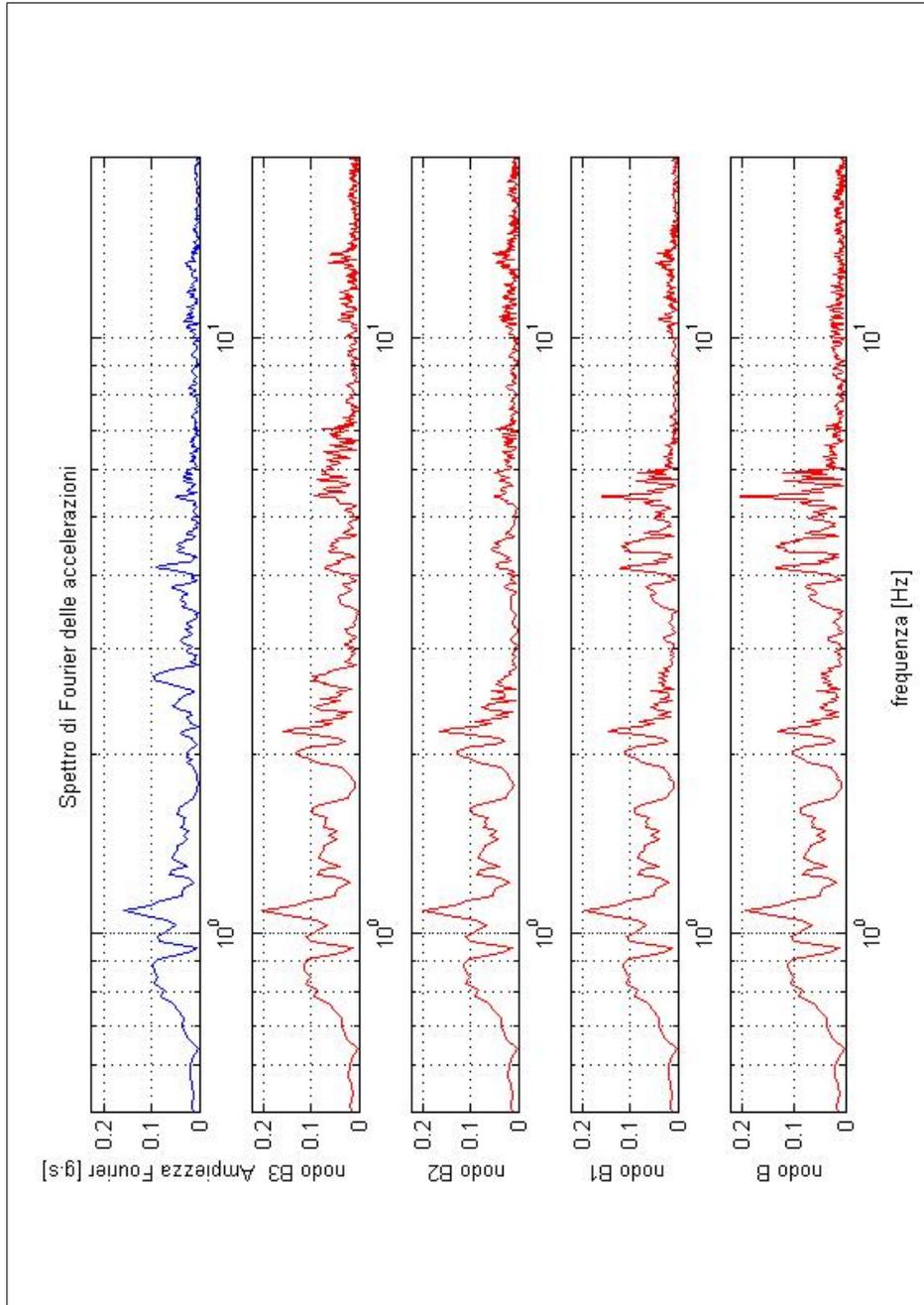


Figura 8.49. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi B – analisi sismica Colfiorito, modello PBD, C=4

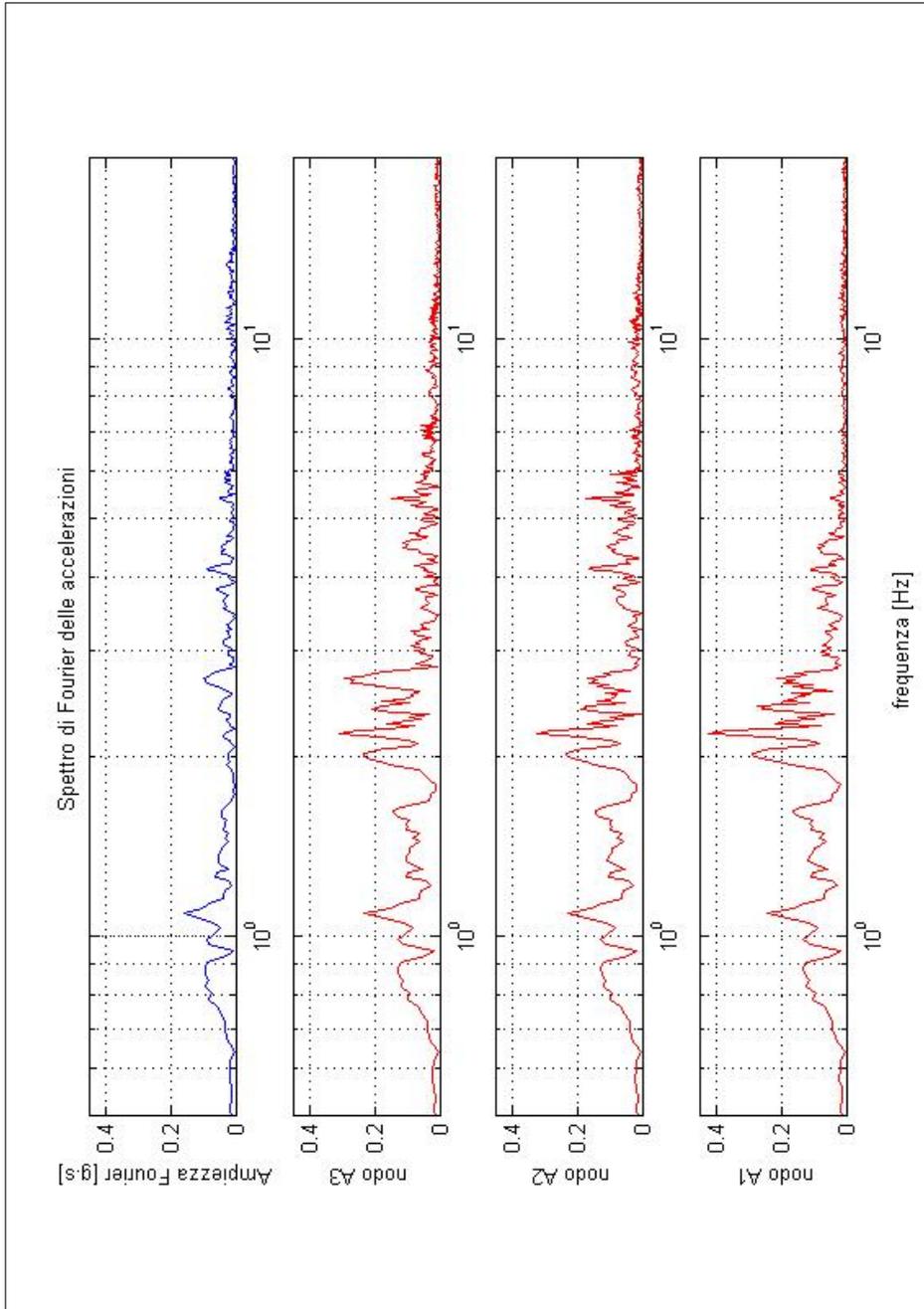


Figura 8.50. Spettri di Fourier delle accelerazioni dei nodi A – analisi sismica Colfiorito, modello PBD, C=4

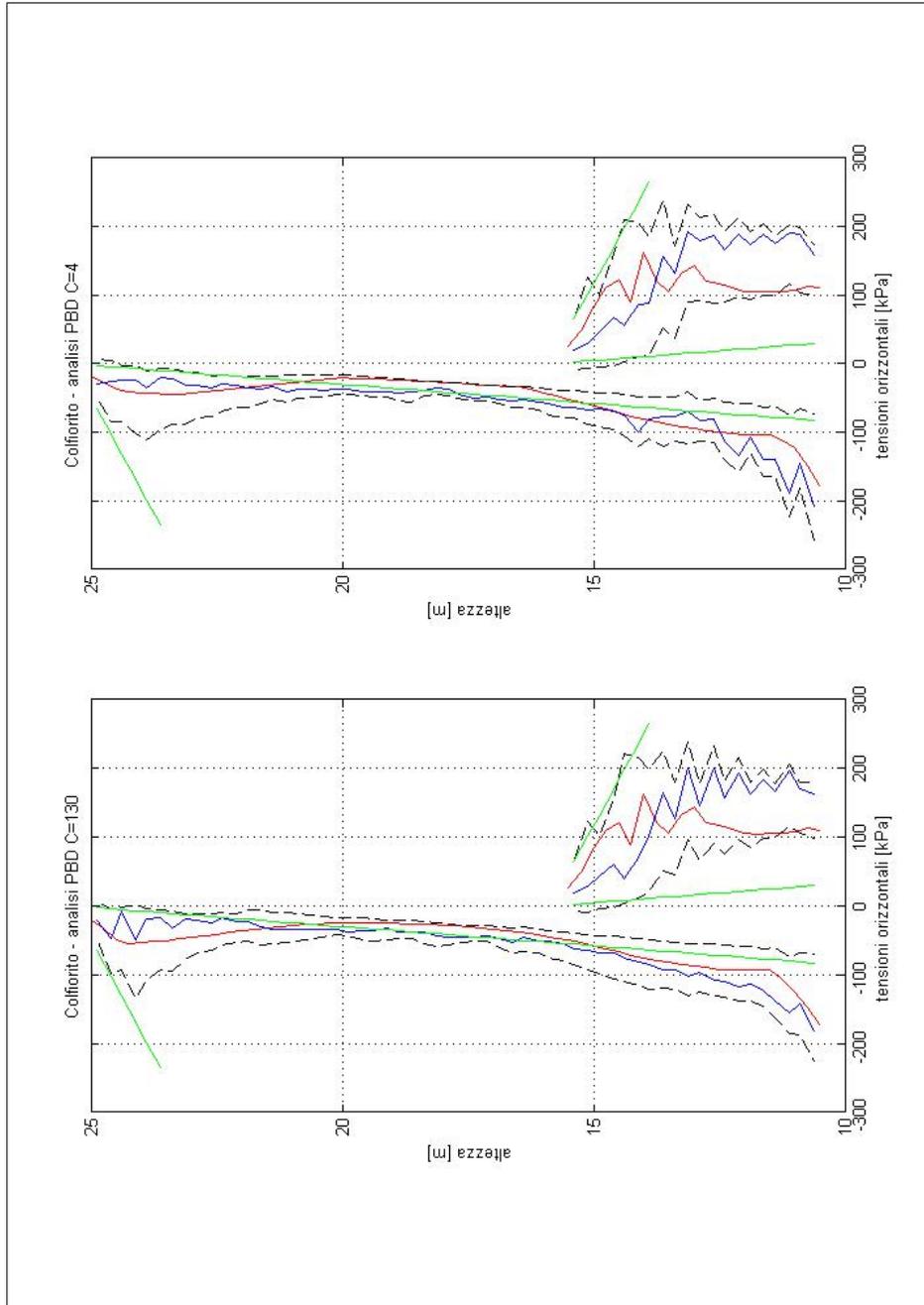


Figura 8.51. Spinte iniziali e finali post-sisma, involucri massimi e minimi delle spinte durante l'analisi dinamica sulla parete sinistra: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD C=130 e modello PBD C=4

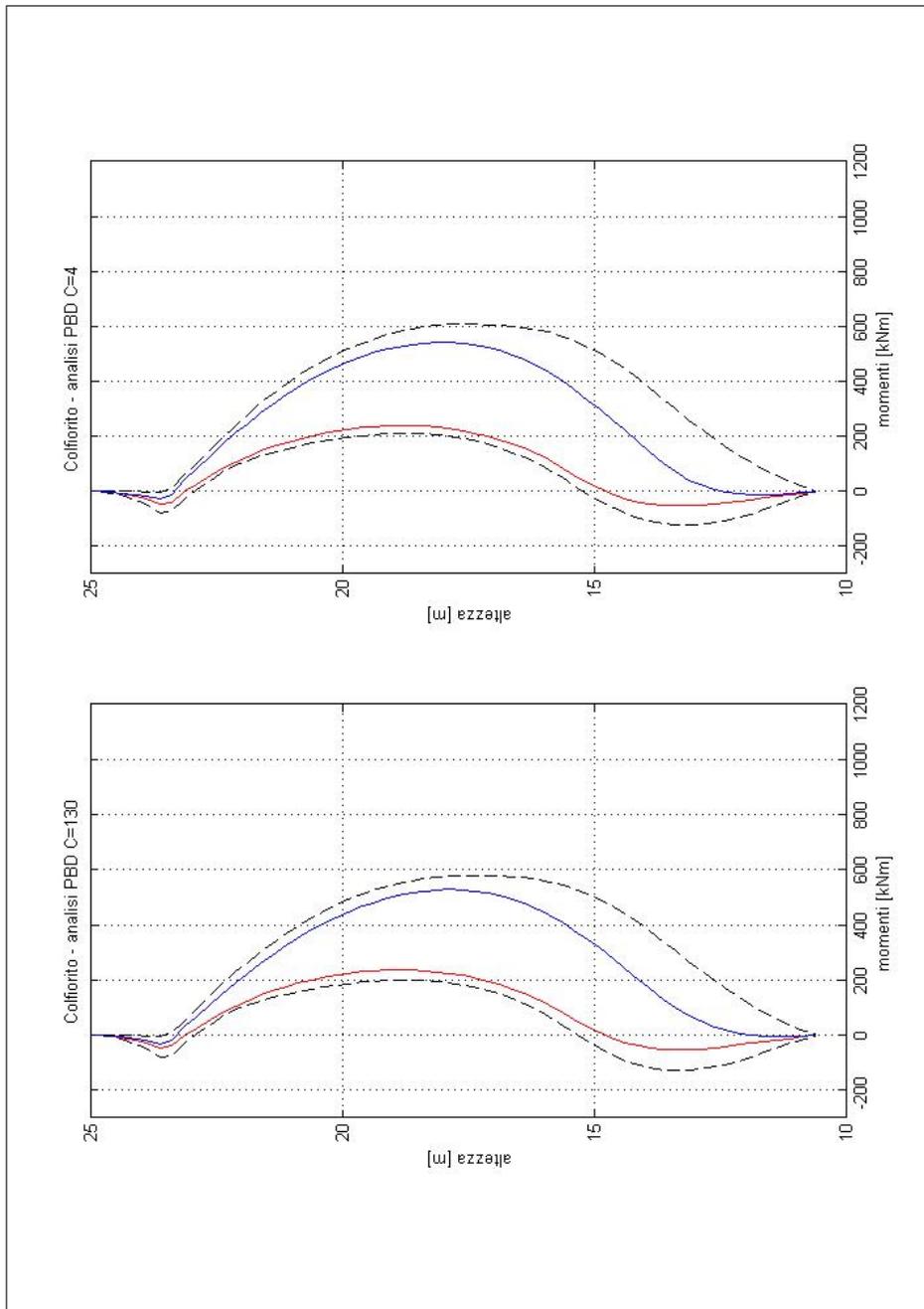


Figura 8.52. Momenti flettenti iniziali e finali post-sisma, involucri massimi e minimi dei momenti flettenti durante l'analisi dinamica sulla parete sinistra: confronto analisi sismica Colforito modello PBD C=130 e modello PBD C=4

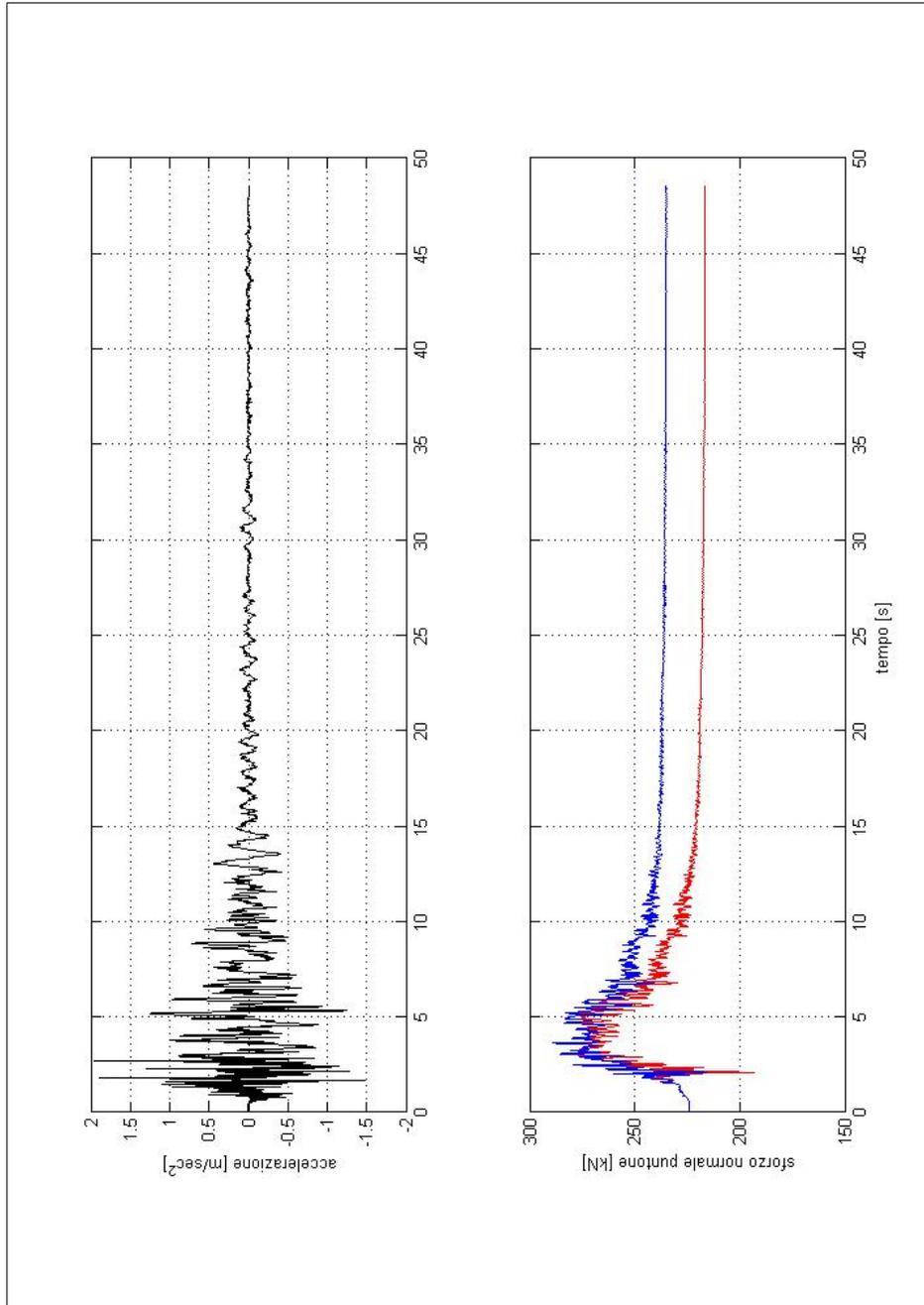


Figura 8.53. Storia dello sforzo normale sul puntone durante l'analisi dinamica: confronto analisi sismica Colfiorito modello PBD C=130 e modello PBD C=4

Conclusioni

L'obiettivo del presente lavoro è stato quello di fornire un contributo alla comprensione dei fenomeni di interazione terreno-strutture di sostegno in campo dinamico facendo ricorso al metodo degli elementi finiti, con particolare attenzione a paratie ancorate con un livello di vincolo in depositi sabbiosi asciutti. L'esecuzione di analisi numeriche avanzate, ha richiesto l'individuazione e l'impiego di equazioni costitutive per il terreno capaci di descrivere gli aspetti essenziali del loro comportamento meccanico in condizioni di carico dinamico.

L'esame della letteratura recente sull'argomento ha portato alla selezione del modello costitutivo elastoplastico per sabbie proposto da Papadimitriou & Bouckovalas (2002) (modello PBD). L'impiego pratico di tale modello, nelle analisi al finito, ha richiesto l'implementazione in un codice di calcolo agli EF (il codice commerciale ABAQUS Standard v6.4) attraverso la creazione di un modulo esterno (subroutine UMAT.f), scritto in linguaggio Fortran 77. A tale scopo è stato sviluppato un algoritmo di punto di Gauss basato sul metodo Runge-Kutta-Fehlberg 23 a passo adattativo con controllo dell'errore. Il lavoro di implementazione è stato completato da uno studio numerico articolato allo scopo di valutarne la correttezza, l'accuratezza e l'efficienza. Esso ha dimostrato la correttezza dell'implementazione e l'elevato grado di accuratezza e robustezza dell'algoritmo, per un'ampia gamma di percorsi di deformazione.

Il modello di materiale implementato è stato poi impiegato per l'analisi di un problema al finito ideale, ma realistico, relativo ad una paratia in sabbia addensata asciutta con un livello di vincolo in testa. Per il modello PBD, sono stati assunti dei parametri meccanici da letteratura, forniti in Papadimitriou et al. (2001) e in Papadimitriou & Bouckovalas (2002) per la Nevada Sand, in maniera da rendere i risultati delle analisi numeriche non dipendenti da eventuali carenze di dati sperimentali o errori di calibrazione.

Sono state fatte valutazioni a parte solamente in merito alla scelta, tra i parametri del modello PBD, della costante C che compare nella legge di evoluzione della parte deviatorica del tensore di tessitura o *fabric*. Questa infatti non viene fornita direttamente dagli autori, ma eliminata attraverso l'introduzione di una formulazione semplificata. Tuttavia tale formulazione semplificata, in analisi al finito dinamiche con una durata della storia di accelerazione molto lunga, porta in alcuni punti del dominio ad una evoluzione del *fabric* fino a valori al di sopra della capac-

ità della macchina. Nell'implementazione proposta nel presente lavoro si è pertanto tornati alla formulazione originaria, con C costante del materiale assunta indipendentemente. Si è dimostrato attraverso una valutazione comparativa che, nello specifico problema analizzato, l'assunzione operata per questo parametro non ha influenze significative, né dal punto di vista qualitativo né da quello quantitativo.

L'opera di sostegno è stata analizzata anche impiegando un modello costitutivo convenzionale, elasto-plastico alla Mohr-Coulomb (modello MC), opportunamente calibrato per riprodurre al meglio il comportamento del modello PBD. Entrambe le serie di analisi (PBD e MC) prevedono una descrizione semplificata delle operazioni di scavo e realizzazione dell'opera in condizioni statiche. Al termine della fase statica che simula la sequenza delle operazioni di scavo, le due analisi eseguite con i differenti modelli costitutivi danno risultati qualitativamente simili. Dal punto di vista quantitativo le maggiori differenze si riscontrano soprattutto nella valutazione del campo di spostamenti e in particolare dei movimenti del fondo scavo e del profilo di subsidenza del piano campagna. Per quanto concerne la previsione delle spinte sulle pareti e delle sollecitazioni sugli elementi strutturali, le due analisi si possono ritenere in buon accordo.

Successivamente, è stato messo a punto un programma di analisi volte ad apprezzare le differenti capacità previsionali offerte dai due modelli costitutivi, in condizioni sismiche, al variare dell'accelerogramma imposto alla base. A tale scopo sono state individuate due storie di accelerazione derivanti da registrazioni, per lo stesso evento sismico naturale (sisma Umbria-Marche del settembre 1997), effettuate da due stazioni differenti (Colfiorito e Assisi-Stallone). Gli accelerogrammi sono stati opportunamente scalati allo stesso valore di accelerazione massima ($a_{max}=0.2g$), ma mantenendo un differente contenuto in frequenze.

I confronti sono stati effettuati in termini di: storia delle accelerazioni e spettri di Fourier delle accelerazioni in corrispondenza di determinati nodi; andamento delle spinte e momenti all'inizio, alla fine e durante il transitorio dinamico, su di una parete di riferimento; storia temporale dello sforzo assiale sul puntone; percorsi tensio-deformativi, $\Delta\tau - \Delta\gamma$, e percorsi deformativi $\Delta\varepsilon_v - \Delta\gamma$, in corrispondenza di alcuni punti di Gauss.

Per quanto riguarda il modello PBD, si può dire che, nonostante in ABAQUS non sia possibile introdurre una qualche forma di damping artificiale per i materiali definiti dall'utente, lo smorzamento dovuto al comportamento proprio del materiale sia sufficiente a garantire l'attenuazione delle vibrazioni nel mezzo in tempi paragonabili a quelli ottenuti per il modello MC associato a damping artificiale alla Rayleigh.

Entrambi i modelli, e per tutti e due gli accelerogrammi, sono in grado di riprodurre effetti di amplificazione locale. Il modello PBD produce, indipendentemente dall'accelerogramma dei rapporti di amplificazione maggiori. Nelle analisi PBD, in prossimità della parete si hanno valori di accelerazione molto maggiori rispetto ai valori *free-field* al limite del dominio di studio. Tale effetto di interazione è molto meno marcato, se non assente, per il modello MC.

Dal punto di vista delle frequenze amplificate, non sembra esserci una tendenza univoca, dal momento che per il primo sisma (Colfiorito) il modello PBD sembra amplificare uniformemente una larga banda di frequenze, mentre per il sisma Assisi l'amplificazione si concentra attorno ad un determinato valore della frequenza.

Viceversa avviene per il modello MC. Tuttavia occorre sottolineare che nel caso del sisma Assisi, in prossimità della parete, è probabile che si sia manifestata nell'analisi PBD un fenomeno di risonanza, che non consente, riguardo a tale aspetto, di formulare osservazioni conclusive.

Ciononostante, per quanto riguarda gli effetti globali sulle strutture, la tendenza appare invece piuttosto chiara. Le analisi PBD tendono a restituire, indipendentemente dal sisma considerato, sollecitazioni sulle strutture, dinamiche e residue, anche sensibilmente minori rispetto alle analisi MC. L'entità di tale differenza dipende però dall'accelerogramma considerato. Mentre per MC il valore delle sollecitazioni non sembra dipendere così strettamente dalla natura della sollecitazione dinamica, il modello PBD sembrerebbe più sensibile a tale aspetto.

L'implementazione del modello PBD sembra funzionare correttamente, anche nell'analisi al finito. Come ci si potrebbe attendere per sollecitazione di tipo dinamico, il modello PBD mostra infatti percorsi tensio-deformativi $\tau - \gamma$ con cicli piuttosto stretti, di inclinazione progressivamente decrescente all'aumentare del numero dei cicli. L'irreversibilità delle deformazioni evidenzia sia nella rotazione progressiva di cicli di carico-scarico, sia da alcuni tratti con accumulo di deformazioni plastiche, presumibilmente relativi a picchi di accelerazione. Il modello PBD coglie bene anche il reale comportamento volumetrico dei terreni sabbiosi sottoposti a deformazioni di taglio ciclico. Tale aspetto potrà essere importante in future applicazioni, per analisi in terreni saturi e in condizioni dinamiche. In tali casi infatti è di estrema rilevanza la possibilità di modellare il reale comportamento volumetrico dello scheletro solido, per esempio in problemi applicativi nei quali si possa prevedere l'eventualità di fenomeni di liquefazione.

In definitiva si può affermare il lavoro svolto nell'ambito del Dottorato di Ricerca evidenzia che, per lo studio del comportamento di strutture di sostegno flessibili, esistono differenze qualitative e quantitative di assoluta rilevanza, anche dal punto di vista pratico, tra un approccio di tipo convenzionale e l'approccio di tipo avanzato. A tal proposito risulta chiaro che la scelta del legame costitutivo, per la corretta descrizione del comportamento del terreno, è centrale nello sviluppo di analisi numeriche avanzate. Parallelamente a questo, per le equazioni di legame definite in forma incrementale, la scelta di procedure di integrazione di tipo altamente sofisticato è assolutamente fondamentale.

Gli strumenti e il *know-how* sviluppati a tale scopo appaiono assolutamente accurati, robusti e in grado di cogliere i molteplici aspetti salienti del problema in esame. Si ritiene pertanto che, pur non potendo nell'ambito del presente lavoro arrivare a considerazioni definitive sul funzionamento di una intera classe di opere, per giunta tra le più complesse tra quelle geotecniche, si è potuto dimostrare che l'approccio proposto è senz'altro perseguibile, utile e promettente.

Si ritiene infatti che l'impostazione del presente lavoro di ricerca, nel futuro immediato, possa essere esteso ad un più ampio ventaglio di possibili situazioni progettuali, che prevedano uno studio parametrico al variare di fattori fondamentali, quali profondità di infissione della parete, rigidità relativa della struttura e del sistema di supporti, numero e disposizione degli ancoraggi o dei vincoli, stato di addensamento del materiale, condizioni di sollecitazione sismica e molti altri. La routine del materiale implementata consente inoltre di effettuare analisi non drenate, in termini di tensioni efficaci e, in associazione ad altre piattaforme di

calcolo, analisi accoppiate per lo studio di interazione tra fase liquida e fase solida, in condizioni di sollecitazione dinamica.

Infine, è importante sottolineare il carattere eminentemente applicativo del presente studio. Infatti, la modellazione numerica avanzata può essere finalizzata sia alla comprensione del comportamento del complesso terreno-opera in condizioni di carico sismiche, sia per costituire un punto di riferimento per lo sviluppo di procedure di verifica semplificate, ma allo stesso tempo sufficientemente affidabili, da utilizzare nella progettazione corrente di tali opere. È inoltre importante sottolineare che il formato di interfacciamento delle routine UMAT con il codice ABAQUS costituisce attualmente uno standard per l'implementazione di modelli costitutivi in codici agli elementi finiti commerciali o aperti, quali ad es., PLAXIS o TOCHNOG. Pertanto lo strumento algoritmico implementato è immediatamente impiegabile, non solo a livello di ricerca, ma anche nell'ambito della progettazione di singole opere, la cui importanza richiede ovviamente uno studio più sofisticato rispetto agli strumenti attualmente disponibili.

Riferimenti bibliografici

- ABAQUS, 2002. Abaqus/Standard v. 6.3, User's Manual. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.
- Al-Tabbaa, A., Wood, D. M., 1989. An experimentally based bubble model for clay. In: Pietruszczak, S., Pande, G. N. (Eds.), NUMOG III. Elsevier Applied Science.
- Alawaji, H., Runesson, K., Sture, S., 1992. Implicit integration in soil plasticity under mixed control for drained and undrained response. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 16, 737–756.
- Anandarajah, A., Dafalias, Y. F., 1986. Bounding surface plasticity. III: Application to anisotropic cohesive soils. *J. Engng. Mech., ASCE* 112 (12), 1292–1318.
- Argyris, J. H., Faust, G., Szimmat, J., Warnke, P., William, K., 1974. Recent developments in finite elements analyses of prestressed concrete reactor vessels. *Nuclear Engineering and Design* 28, 42–75.
- Arias, A., Sanchez-Sesma, F., Ovando-Shelley, E., 1981. A simplified elastic model for seismic analysis of earth-retaining structures with limited displacements. In: *Proceedings of the international conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics*. Vol. 1. St Louis, MO.
- Arulmoli, K., Muraleetharan, K., Hossain, M., Fruth, L., 1992. Velacs laboratory testing program – soil data report. Tech. rep., The Earth Technology Corporation, NSF, Washington, D.C.
- Atkinson, J. H., Richardson, D., Stallebrass, S. E., 1986. Effect of recent stress history on the stiffness of overconsolidated clay. *Géotechnique* 40 (4), 531–540.
- Bardet, J. P., Chouchair, W., 1991. A linearized integration technique for incremental constitutive equations. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 15, 1–19.
- Been, K., Jefferies, M. G., 1985. A state parameter for sands. *Géotechnique* 35 (2), 99–112.
- Borja, R. I., 1991. Cam-clay plasticity, part II. implicit integration of constitutive equation based on a non-linear elastic stress predictor. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 88, 225–240.
- Borja, R. I., Lee, S. R., 1990. Cam-clay plasticity, part I. implicit integration of elastoplastic constitutive relations. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 78, 49–72.

- Borja, R. I., Tamagnini, C., 1998. Cam–clay plasticity, part III: Extension of the infinitesimal model to include finite strains. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 155, 73–95.
- Bouckovalas, G., Ting, N.-H., Whitman, R. V., 1995. Liquefaction analysis of a model anchored bulkhead in centrifuge. *Soil Dyn. and Earth. Engng.* 14, 347–360.
- Callisto, L., Aversa, S., 2008. Dimensionamento di opere di sostegno soggette ad azioni sismiche. In: *Opere geotecniche in condizioni sismiche. MIR 2008.*
- Callisto, L., Soccodato, F. M., 2010. Seismic design of flexible cantilevered retaining walls. *J. Geotech. Geoenv. Engng., ASCE* 136 (2), 344–354.
- Chang, M., 1981. Static and seismic lateral earth pressures on rigid retaining structures. Ph.D. thesis, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN.
- Chen, W., Rosenfarb, J., 1973. Limit analysis solutions of earth pressure problems. *Soils and Foundations* 13 (4), 45–60.
- Chen, W. F., 1975. *Limit analysis and soil plasticity.* Elsevier, Amsterdam.
- Chen, W. F., Liu, X. L., 1990. *Limit analysis in soil mechanics. Vol. Developments in Geotechnical Engineering, 52.* Elsevier, Amsterdam.
- Choudhury, D., Subba Rao, K. S., Ghosh, S., 2002. Passive earth pressure distribution under seismic condition. In: *15th Engineering Mechanics Conference, Columbia University, New York. ASCE.*
- Clough, G., O'Rourke, T., 1990. Construction induced movements of insitu walls. Vol. *ASCE GSP 25. Lambe & Hansen eds., Ithaca (NY), pp. 430–470.*
- Dafalias, Y. F., 1986. Bounding surface plasticity. I: Mathematical foundation and hypoplasticity. *J. Engng. Mech., ASCE* 112 (9), 966–987.
- Dafalias, Y. F., Herrmann, L. R., 1986. Bounding surface plasticity. II: Application to isotropic cohesive soils. *J. Engng. Mech., ASCE* 112 (12), 1263–1291.
- Dafalias, Y. F., Manzari, M. T., 2004. Simple plasticity sand model accounting for fabric change effects. *J. Engng. Mech., ASCE* 130 (6), 622–634.
- Dafalias, Y. F., Popov, E. V., 1975. A model of non–linearly hardening materials for complex loading. *Arch. Mech.* 21, 173–192.
- Degrande, G., Praet, E., Van Zegbroeck, B., Van Marcke, P., 2002. Dynamic interaction between the soil and an anchored sheet pile during seismic excitation. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 26, 605–631.
- Desai, C. S., Siriwardane, H. J., 1984. *Constitutive Laws for Engineering Materials, with Emphasis on Geologic Materials.* Prentice–Hall.
- Dobry, R., Vusetic, M., 1987. State-of-the-art report: dynamic properties and seismic response of soft clay deposits. In: *Proc. International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soils. Vol. 2. Mexico City, Mexico.*
- Elms, D., Rowland, R., 1990. Seismic design of retaining walls. In: *Spec. Conf. on Design and Performance of Earth retaining Structures, GSP 25. ASCE.*
- Fragaszy, R. J., Ali, A., Denby, G. M., Kilian, A. P., 1987. Seismic response of tieback walls: a pilot study. In: *Annual Meeting Transp. Res. Board. Transportation Research Board.*
- Gajo, A., Wood, D. M., 1999. A kinematic hardening constitutive model for sands: the multiaxial formulation. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 23, 925–965.

- Gazetas, G., Gerolymos, N., Anastasopoulos, I., 2005. Response of three athens metro underground structures in the 1999 parnitha earthquake. *Soil Dyn. and Earth. Engng.* 25, 617–633.
- Gazetas, G., Psarropoulos, P., Anastasopoulos, I., Gerolymos, N., 2004. Seismic behaviour of flexible retaining systems subjected to short-duration moderately strong excitation. *Soil Dyn. and Earth. Engng.* 24, 537–550.
- Gens, A., Potts, D. M., 1988. Critical state models in computational geomechanics. *Engng. Comp.* 5, 178–197.
- Hashiguchi, K., 1985. Two- and three-surface models of plasticity. In: V Int. Conf. Num. Meth. in Geomechanics. Balkema, Rotterdam, Nagoya, Japan.
- Hashiguchi, K., 1988. Mathematically consistent formulation of elastoplastic constitutive equations. In: VI Int. Conf. Num. Meth. in Geomechanics. Balkema, Rotterdam, Innsbruck, Austria.
- Hettiaratchi, R., Reece, A., 2004. Boundary wedges in two-dimensional passive soil failure. *Géotechnique* 25 (2), 197–220.
- Hibbitt, H. D., Karlsson, B. I., 1979. Analysis of pipe whip, report np-1208. Tech. rep., EPRI.
- Hilber, H., Hughes, T., Taylor, R. L., 1978. Collocation, dissipation and 'overshoot' for time integration schemes in structural dynamics. *Earth. Engng. and Struct. Dyn.* 6, 99–117.
- Hueckel, T., Nova, R., 1979. Some hysteresis effects on the behavior of geological media. *Int. Journal of Solids and Structures* 15, 625–642.
- Iai, S., Ichii, K., Liu, H., Morita, T., 1998. Effective stress analysis of port structures. *Soils and Foundations Special Issue Sept. 1998*, 97–114.
- Iai, S., Kameoka, T., 1993. Finite element analysis of earthquake induced damage to anchored sheet pile quay walls. *Soils and Foundations* 33 (1), 71–91.
- Ishihara, K., 1982. Evaluation of soil properties for use in earthquake response analysis. In: Dungar, R., Pande, G. N., Studer, J. A. (Eds.), NUMOG. Elsevier Applied Science.
- Ishihara, K., Tatsuoka, F., Yasuda, S., 1975. Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses. *Soils and Foundations* 15 (1), 29–44.
- Iwan, W. D., 1967. On a class of models for the yield behaviour of continuous and composite systems. *J. Appl. Mechanics, ASME* 34, 612–617.
- James, R., Bransby, P., 1970. Experimental and theoretical investigations of a passive earth pressure proble. *Géotechnique* 20 (1), 17–37.
- Jeremić, B., Sture, S., 1997. Implicit integration in elastoplastic geotechnics. *Mech. Cohesive-Frictional Materials* 2, 165–183.
- Jirasek, M., Bazant, Z. P., 2002. *Inelastic Analysis of Structures*. Wiley, Chichester.
- Kitajima, S., Uwabe, T., 1979. Analysis of seismic damage in anchored sheetpiling bulkheads. Report 18(1), Port and Harbour Res. Inst.
- Kramer, S. L., 1996. *Geotechnical Earthquake Engineering*. Pearson College Div.
- Kuhlmeyer, R. L., Lysmer, J., 1973. Finite element method accuracy for wave propagation problems. *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE* 99 (5), 421–427.
- Kumar, J., 2001. Seismic passive earth pressure coefficients for sands. *Can. Geotech. J.* 38, 876–881.

- Ladd, C. C., Foott, R., Ishiara, K., Schlosser, F., Poulos, H. G., 1977. Stress–deformation and strength characteristics. state-of-the-art report. In: Proc. 9th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engng., Tokyo. Vol. 2.
- Lancellotta, R., 2002. Analytical solution of passive earth pressure. *Géotechnique* 52 (8), 617–619.
- Lancellotta, R., 2007. Lower-bound approach for seismic passive earth resistance. *Géotechnique* 57 (3), 319–321.
- Lanzo, G., Pagliaroli, A., D’Elia, B., 2004. Influenza della modellazione di Rayleigh dello smorzamento viscoso nelle analisi di risposta sismica locale. In: ANIDIS, Atti XI Congr. Naz. “L’ingegneria sismica in Italia”, Genova.
- Loret, B., 1990a. Geomechanical applications of the theory of multimechanisms. In: Darve, F. (Ed.), *Geomaterials: Constitutive Equations and Modelling*. Elsevier.
- Loret, B., 1990b. An introduction to the classical theory of elastoplasticity. In: Darve, F. (Ed.), *Geomaterials: Constitutive Equations and Modelling*. Elsevier.
- Lubliner, J., 1990. *Plasticity Theory*. McMillan Publishing Company.
- Macari, E. J., Weihe, S., Arduino, P., 1997. Implicit integration of elastoplastic constitutive models for frictional materials with highly non-linear hardening functions. *Mech. Cohesive–Frictional Materials* 2, 1–29.
- Manzari, M. T., Dafalias, Y. F., 1997. A critical state two-surface plasticity model for sands. *Géotechnique* 47 (2), 255–272.
- Martinelli, M., 2010. Comunicazione personale.
- Miriano, C., 2008. Modellazione numerica dei movimenti indotti dallo scavo di gallerie superficiali in terreni a grana fine. Ph.D. thesis, Università degli Studi di Perugia – Dottorato in Ingegneria Civile.
- Mononobe, N., Matuo, H., 1929. On determination of earth pressures during earthquakes. In: Proc. World Engrg. Congr., Tokyo, Japan. Vol. 9.
- Morrison Jr, E. E., Ebeling, R. M., 1995. Limit equilibrium computation of dynamic passive earth pressure. *Can. Geotech. J.* 32, 481–507.
- Mroz, Z., 1967. On the description of anisotropic work-hardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 15, 163–175.
- Mroz, Z., Norris, V. A., Zienkiewicz, O. C., 1978. An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 2, 203–221.
- Mroz, Z., Norris, V. A., Zienkiewicz, O. C., 1981. An anisotropical critical state model for soils subject to cyclic loading. *Géotechnique* 31 (4), 451–469.
- Neelakantan, G., Budhu, M., Richards, R. J., 1992. Balanced seismic design of anchored retaining walls. *J. Geotech. Engng., ASCE* 118 (4), 873–888.
- Newmark, N. M., 1965. Effects of earthquakes on dams and embankments. *Géotechnique* 15 (2), 139–160.
- Newmark, N. M., 1968. A method of computation for structural dynamics. *J. Engng. Mech., ASCE* 85 (EM3), 67–94.
- Niemunis, A., 2008. IncrementalDriver user’s manual.
URL <http://www.rz.uni-karlsruhe.de/gn99/>
- Niemunis, A., 2009. Andrzej Niemunis Homepage.
URL <http://www.rz.uni-karlsruhe.de/gn99/>
- Okabe, S., 1924. General theory of earth pressure and seismic stability of retaining wall and dam. *J. Japan Soc. Civ. Engrs* 12 (1).

- Ortigosa, P., 2005. Seismic earth pressure including soil cohesion. In: The 16th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotech. Eng., Osaka.
- Ortiz, M., Simo, J. C., 1986. Analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *Int. J. Num. Meth. Engng.* 23, 356–366.
- Papadimitriou, A. G., Bouckovalas, G. D., 2002. Plasticity model for sand under small and large cyclic strains: a multiaxial formulation. *Soil Dyn. and Earth. Engng.* 22, 191–204.
- Papadimitriou, A. G., Bouckovalas, G. D., Dafalis, Y. F., 2001. Plasticity model for sand under small and large cyclic strains. *J. Geotech. Geoenv. Engng., ASCE* 127 (11), 973–983.
- Pathmanathan, R., 2006. Numerical modelling of seismic behaviour of earth-retaining walls. Master's thesis, Rose School, Pavia.
- Potts, D. M., Ganendra, D., 1997. Evaluation of substepping and implicit stress point algorithms. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 119, 341–354.
- Prakash, S., 1981. Analysis of rigid retaining walls during earthquakes. In: *Proc. Int. Conf. on Recent Adv. in Geotech. Earthquake Engrg. and Soil Dyn.*, Univ. of Missouri, Rolla, Mo. Vol. III.
- Prakash, S., Basavanna, B. M., 1968. Earth pressure distribution behind retaining wall during earthquake. In: *Proc. IV World Conference on Earthquake Engineering*, Chile.
- Prevost, J. H., 1977. Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 1, 195–216.
- Prevost, J. H., 1986. Constitutive equations for pressure-sensitive soils: theory, numerical implementation, and examples. In: *Dungar, R., Studer, J. A. (Eds.), Geomechanical Modelling in Engineering Practice*. Balkema, Rotterdam.
- Richards, R., Elms, D., 1979. Seismic behavior of gravity retaining walls. *J. Geotech. Engng., ASCE* 105, 449–464.
- Richards, R., Elms, D., 1992. Seismic passive resistance of tied-back walls. *J. Geotech. Engng., ASCE* 118 (7), 996–1011.
- Richards, R., Shi, X., 1994. Seismic lateral pressures in soils with cohesion. *J. Geotech. Engng., ASCE* 120 (7), 1230–1251.
- Rouainia, M., Wood, D. M., 2000. A kinematic hardening constitutive model for natural clays with loss of structure. *Géotechnique* 50 (2), 153–164.
- Scasserra, G., Lanzo, G., Stewart, J., D'Elia, B., 2008. Sisma (site of italian strong motion accelerograms): a web-database of ground motion recordings for engineering applications. In: *Santini, Moraci (Eds.), Proc. of the 2008 Seismic Engng Conf. commemorating the 1908 Messina and Reggio Calabria Earthquake, MERCEA'08*. Vol. 2.
- Schofield, A. N., Wroth, C. P., 1968. *Critical State Soil Mechanics*. McGraw-Hill, London.
- Seed, H. B., Whitman, R. V., 1970. Design of earth structures for dynamics loads. In: *Lateral Stresses in the ground and design of earth-retaining structures*. ASCE.
- Sellari, E., 2007. Modellazione matematica e numerica del comportamento dinamico dei terreni argillosi con riferimento alla risposta sismica delle dighe in terra. Ph.D. thesis, Università di Roma La Sapienza – Dottorato in Ingegneria geotecnica.

- Siller, T. J., Christiano, P., Bielak, J., 1991. Seismic response of tiedback retaining walls. *Earth. Engng. and Struct. Dyn.* 20 (7), 605–620.
- Siller, T. J., Dolly, M. O., 1992. Design of tied-back walls for seismic loading. *J. Geotech. Engng., ASCE* 118 (11), 1804–1821.
- Siller, T. J., Frawley, D. D., 1992. Seismic response of multianchored retaining walls. *J. Geotech. Engng., ASCE* 118 (11), 1787–1802.
- Simo, J. C., Hughes, T. J. R., 1987. General return mapping algorithms for rate-independent plasticity. In: Desai, C., et al. (Eds.), *Constitutive Laws for Engineering Materials*. Elsevier Science Publishing, Horton, Greece.
- Sloan, S. W., 1987. Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations. *Int. J. Num. Meth. Engng.* 24, 893–911.
- Sloan, S. W., Andrew, J. A., Daichao, S., 2001. Refined explicit integration of elastoplastic model with automatic error control. *Engng. Comp.* 18 (1), 121–154.
- Soubra, A. H., 2000. Static and seismic passive earth pressure coefficients on rigid retaining structures. *Can. Geotech. J.* 37, 463–478.
- Stallebrass, S. E., 1990. Modelling the effect of recent stress history on the behaviour of overconsolidated soils. Ph.D. thesis, The City University, London.
- Stoer, J., Bulirsch, R., 1992. *Introduction to numerical analysis*, 2nd ed. Springer Verlag, New York.
- Subba Rao, K. S., Choudhury, D., 2005. Seismic passive earth pressures in soils. *J. Geotech. Geoenv. Engng., ASCE* 131.
- Tajimi, H., 1969. Dynamic analysis of a structure embedded in an elastic stratum. In: *Proc. of the fourth WCEE, Chile*.
- Tamagnini, C., Castellanza, R., Nova, R., 2002. A Generalized Backward Euler algorithm for the numerical integration of an isotropic hardening elastoplastic model for mechanical and chemical degradation of bonded geomaterials. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 26, 963–1004.
- Tamagnini, C., D’Elia, M., 1999. A simple bounding surface model for bonded clays. In: Jamiolkowski, M., Lancellotta, R., Lo Presti, D. (Eds.), *Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials*. Balkema, Rotterdam.
- Tamagnini, C., Viggiani, G., 2002. Constitutive modelling for rateindependent soils: a review.
- Tamagnini, C., Viggiani, G., Chambon, R., Desrues, J., 2000. Evaluation of different strategies for the integration of hypoplastic constitutive equations: Application to the CLoE model. *Mech. Cohesive-Frictional Materials* 5, 263–289.
- Terzaghi, K., 1948. *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley, New York.
- van Eekelen, H. A. M., 1980. Isotropic yield surfaces in three dimensions for use in soil mechanics. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 4, 89–101.
- Veletsos, A. S., Younan, A. H., 1994a. Dynamic modeling and response of soil-wall systems. *J. Geotech. Engng., ASCE* 120 (12), 2155–2179.
- Veletsos, A. S., Younan, A. H., 1994b. Dynamic soil pressures on rigid vertical walls. *Earth. Engng. and Struct. Dyn.* 23 (3), 275–301.
- Veletsos, A. S., Younan, A. H., 1997. Dynamic response of cantilever retaining walls. *J. Geotech. Geoenv. Engng., ASCE* 123 (2), 161–172.
- Vermeer, P. A., de Borst, R., 1984. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. *HERON* 29 (3), 1–64.

- Visone, C., 2008. Performance-based approach in seismic design of embedded retaining walls. Ph.D. thesis, Università degli Studi di Napoli Federico II.
- Whitman, R. V., 1990. Seismic design behavior of gravity retaining walls. In: Spec. Conf. on Design and Performance of Earth retaining Structures, GSP 25. ASCE.
- Whittle, A. J., Kavvas, M. J., 1994. Formulation of MIT-E3 constitutive model for overconsolidated clays. *J. Geotech. Engng.*, ASCE 120 (1), 173–198.
- Wood, J., 1973. Earthquake-induced pressures on rigid wall structure. Report EERL 73-05, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology.
- Younan, A. H., Veletsos, A. S., 2000. Dynamic response of flexible retaining walls. *Earth. Engng. and Struct. Dyn.* 29, 1815–1844.
- Zeng, X., Steedman, R. S., 2000. Rotating block method for seismic displacement of gravity walls. *J. Geotech. Geoenv. Engng.*, ASCE 126 (8), 709–717.
- Zienkiewicz, O. C., Chang, C. T., Pastor, M., Schrefler, M., Shiomi, T., 1999. *Computational Geomechanics (with special reference to earthquake engineering)*. Wiley & Son.
- Zienkiewicz, O. C., Leung, K. H., Pastor, M., 1985. Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. I: basic model and its application. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 9, 453–476.