

a cura di  
Maria Teresa Bartoli  
Monica Lusoli



■ Le teorie, le tecniche,  
i repertori figurativi nella  
prospettiva d'architettura  
tra il '400 e il '700



STUDIE SAGGI

- 148 -

*Comitato Scientifico*

Riccardo Migliari (*Uniroma1*)  
Maria Teresa Bartoli (*Unifi*)  
Maura Boffito (*Unige*)  
Vito Cardone (*Unisa*)  
Agostino De Rosa (*IUAV*)  
Aldo De Santis (*Unical*)  
Fauzia Farneti (*Unifi*)  
Anna Marotta (*Unito*)  
Michela Rossi (*POLIMI*)  
Roberto Ranon (*Unind*)

L'Editore si avvale di un Comitato scientifico che indica gli scritti da pubblicare con l'intento di valorizzare le pubblicazioni attraverso un processo di referaggio ([4]:3) che ha l'obiettivo di asseverare la dignità scientifica di una pubblicazione: quest'ultima deriva dalla sua accettabilità da parte della 'comunità degli studiosi' della materia.

Le teorie, le tecniche,  
i repertori figurativi nella  
prospettiva d'architettura  
tra il '400 e il '700

Dall'acquisizione alla lettura del dato

a cura di  
MARIA TERESA BARTOLI  
MONICA LUSOLI

FIRENZE UNIVERSITY PRESS

2015

Le teorie, le tecniche, i repertori figurativi nella prospettiva d'architettura tra il '400 e il '700 : dall'acquisizione alla lettura del dato / a cura di Maria Teresa Bartoli, Monica Lusoli. – Firenze : Firenze University Press, 2015.  
(Studi e saggi ; 148)

<http://digital.casalini.it/9788866558842>

ISBN 978-88-6655-884-2 (online)

Progetto grafico di Alberto Pizarro Fernández, Pagina Maestra snc

Volume pubblicato con i fondi dell'Unità di ricerca di Firenze del PRIN 2010/11, Architectural Perspectives, digital preservation, content access and analytics, coordinato dal prof. Riccardo Migliari.

#### *Certificazione scientifica delle Opere*

Tutti i volumi pubblicati sono soggetti ad un processo di referaggio esterno di cui sono responsabili il Consiglio editoriale della FUP e i Consigli scientifici delle singole collane. Le opere pubblicate nel catalogo della FUP sono valutate e approvate dal Consiglio editoriale della casa editrice. Per una descrizione più analitica del processo di referaggio si rimanda ai documenti ufficiali pubblicati sul catalogo on-line della casa editrice ([www.fupress.com](http://www.fupress.com)).

#### *Consiglio editoriale Firenze University Press*

G. Nigro (Coordinatore), M.T. Bartoli, M. Boddi, R. Casalbuoni, C. Ciappei, R. Del Punta, A. Dolfi, V. Fargion, S. Ferrone, M. Garzaniti, P. Guarnieri, A. Mariani, M. Marini, A. Novelli, M. Verga, A. Zorzi.

La presente opera è rilasciata nei termini della licenza Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC BY-SA 4.0: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode>).

**CC** Firenze University Press  
Università degli Studi di Firenze  
Firenze University Press  
Borgo Albizi, 28, 50122 Firenze, Italy  
[www.fupress.com](http://www.fupress.com)

*Sostituirsi idealmente a Ghiberti: entrare – per così dire – nella sua testa? Ma non c'è in effetti un altro modo di scrivere la storia. O riesco a rifare dentro di me – e sia pure nel modo più schematico e più rozzo – quella specifica «operazione», cui ogni singola realtà umana nel fatto si riduce o mi resterà altrimenti comunque (e interamente) preclusa... L'uomo ... conosce ciò che fa. E non è tra conoscente e conosciuto che l'atto del conoscere istituisce relazioni, ma tra operazioni e operazioni. Tra operazioni mentali e manuali al limite; tra enunciato ed esperimento. Vero è ciò che funziona. E ciò vale anche per la storia...*

*Decio Gioseffi, Il Terzo Commentario e  
il pensiero prospettico del Ghiberti*



## SOMMARIO

PRESENTAZIONE <i>Riccardo Migliari</i>	XIII
INTRODUZIONE L'ATTUALITÀ DELLA PROSPETTIVA D'ARCHITETTURA <i>Maria Teresa Bartoli</i>	XV
UNITÀ DI RICERCA DI ROMA	
IL 'TEOREMA FONDAMENTALE' DEL <i>DE PROSPECTIVA PINGENDI</i> <i>Riccardo Migliari, Marta Salvatore</i>	3
RIGHE DI LEGNO, RIGHE DI CARTA E FILI DI SETA: PER UNA 'COSTRUZIONE' DELLA PROSPETTIVA SECONDO PIERO DELLA FRANCESCA <i>Jessica Romor</i>	25
IL SECONDO LIBRO DEL <i>DE PROSPECTIVA PINGENDI</i> ED IL QUADRATO DEGRADATO COME ELEMENTO DI RIFERIMENTO: DISAMBIGUAZIONE DELLE FIGURE REGOLARI <i>Leonardo Baglioni</i>	35
LE ANAMORFOSI DEL <i>DE PROSPECTIVA PINGENDI</i> <i>Matteo Flavio Mancini</i>	45
<i>PROPIA FORMA</i> E <i>PROSPECTIVA</i> DEL CATINO ABSIDALE DI PIERO DELLA FRANCESCA <i>Marta Salvatore</i>	55
PROSPETTIVE SOLIDE. LA SCALA REGIA IN VATICANO <i>Leonardo Paris</i>	65
LA SALA DEL MAPPAMONDO IN PALAZZO VENEZIA. UNA QUADRATURA ROMANA TRA QUATTROCENTO E NOVECENTO <i>Laura De Carlo, Prokopios Kantas, Matteo Flavio Mancini, Nicola Santopuoli</i>	77

DIVULGAZIONE E VALORIZZAZIONE. LA GALLERIA PROSPETTICA DI PALAZZO SPADA <i>Tommaso Empler</i>	87
UNITÀ DI RICERCA DI VENEZIA	
<i>UT PICTURA ITA VISIO</i> , PER UNA TEORIA DELLA PROSPETTIVA NORD- EUROPEA <i>Agostino De Rosa</i>	97
GIRARD DESARGUES E ABRAHAM BOSSE: ALLE ORIGINI PROIETTIVE DEL QUADRATURISMO? <i>Christian Boscaro</i>	111
IL DINAMISMO PERCETTIVO NEL REFETTORIO DI ANDREA POZZO <i>Alessio Bortot</i>	119
ANDREA POZZO A ROMA: NUOVE IPOTESI FRUITIVE DEL REFETTORIO DI TRINITÀ DEI MONTI <i>Antonio Calandriello</i>	127
METODOLOGIE PER IL RILIEVO TRAMITE STRUMENTAZIONE FOTOGRAFICA DI PROSPETTIVE ARCHITETTONICHE AFFRESCATE E DIPINTE SU SUPERFICI MURARIE PIANE E VOLTATE <i>Francesco Bergamo</i>	135
SALOMON DE CAUS, DIDATTICA DELLA PROSPETTIVA <i>Stefano Zoerle</i>	143
<i>ARCHITECTURA PICTA</i> . LE PROSPETTIVE ARCHITETTONICHE DELLA SALA MORONE NEL CONVENTO DI SAN BERNARDINO A VERONA <i>Giuseppe D'Acunto, Ilaria Forti</i>	151
COSTRUZIONI PROTO-PROIETTIVE NELLE PITTURE PROSPETTICHE DI PADRE EMMANUEL MAIGNAN <i>Gabriella Liva</i>	161
DEFORMAZIONI PROSPETTICHE E DEFORMAZIONI MATERIALI: UNA RILETTURA DELL'IMPIANTO PROSPETTICO DELLA TAVOLETTA DELLA FLAGELLAZIONE DI CRISTO DI PIERO DELLA FRANCESCA ALLA LUCE DELLE ALTERAZIONI PLASTICHE DEL SUO SUPPORTO. <i>Isabella Friso</i>	171

SCENOGRAPHIA, CIOÈ DESCRIZIONE DELLE SCENE: DALLA TEORIA DI DANELE BARBARO ALLA PRATICA DI PAOLO VERONESE <i>Cosimo Monteleone</i>	179
UNITÀ DI RICERCA DI FIRENZE	
I FUOR DI REGOLA NELLE PROSPETTIVE DEL BEATO ANGELICO <i>Maria Teresa Bartoli</i>	191
DALLA MISURA ALLA RAPPRESENTAZIONE, LA 'GEOMETRIA PRATICA' NELLO SVILUPPO DEI PROCEDIMENTI PROSPETTICI NEL RINASCIMENTO <i>Carlo Biagini</i>	203
GEOMETRIE E PROPORZIONI NUMERICHE NELLA PROSPETTIVA DEL SETTORE DI APRILE A SCHIFANOIA (F. DEL COSSA). DALL'ANALISI ALLA COMUNICAZIONE <i>Manuela Incerti, Stefania Iurilli</i>	213
LE ARCHITETTURE DELL'INGANNO DI PELLEGRINO TIBALDI A BOLOGNA. APPUNTI PER UN'IPOTESI INTERPRETATIVA <i>Anna Maria Manferdini</i>	223
LA PROSPETTIVA SOLIDA SU UNA VOLTA A PADIGLIONE CON PIANTA TRAPEZIA, PARTENDO DA UN BOZZETTO PIANO. LA CHIESA DI SAN MATTEO A PISA <i>Nevena Radojevic</i>	233
NUOVI SISTEMI DI RAPPRESENTAZIONE. IL CASO DELLA QUADRATURA NELLA CHIESA DI SAN MATTEO A PISA <i>Carlo Battini</i>	245
L'INGANNO DELL'ARCHITETTURA GENERATA SUL PIANO. DALL'ANALISI DELLA FINTA CUPOLA DI AREZZO, ALCUNI LINEAMENTI DEL PROCESSO CREATIVO DI ANDREA POZZO <i>Stefano Giannetti</i>	253
IL SUPERAMENTO DELLO SPAZIO REALE, ILLUSIONISMO ARCHITETTONICO E BOSCHERECCIA IN PALAZZO MARTELLI <i>Fauzia Farneti</i>	263
PROSPETTIVA SCENOGRAFICA: UN ESEMPIO A FIRENZE <i>Nicola Velluzzi</i>	275

METODI SEMI-AUTOMATICI PER LA RICOSTRUZIONE DI MODELLI DIGITALI DI PROSPETTIVE DI ARCHITETTURA <i>Davide Pellis, Vincenzo Donato</i>	283
UNITÀ DI RICERCA DI MILANO	
LA PROSPETTIVA DI SOTTO IN SU DEL SALONE DI PALAZZO CALDERARA A VANZAGO <i>Giampiero Mele, Maria Pompeiana Iarossi, Sara Conte</i>	294
«SONO FORSE IO, MAESTRO» LA PROSPETTIVA NEI CENACOLI FIORENTINI DI SAN MARCO E FULIGNO <i>Giampiero Mele, Sylvie Duvernoy</i>	303
IL CONVITO IN CASA DI LEVI DI PAOLO VERONESE: ANALISI PROSPETTICA E RICOSTRUZIONE DELLO SPAZIO SIMULATO <i>Alberto Sdegno, Silvia Masserano</i>	313
UNITÀ DI RICERCA DI COSENZA	
OMOGRAFIA SOLIDA STEREOSCOPICA. IL CASO DELL'URNA DI S. CRISTINA <i>Laura Inzerillo</i>	325
UNITÀ DI RICERCA DI SALERNO	
IL VERO SI PROLUNGA NEL VEROSIMILE <i>Adriana Rossi</i>	335
LE PROSPETTIVE ARCHITETTONICHE NELLE VILLE VESUVIANE DEL SETTECENTO <i>M. Ines Pascariello, Fausta Fiorillo</i>	347
UNITÀ DI RICERCA DI GENOVA	
PROSPETTIVA E SCENOGRAFIA NELLA SALA DELL'AUTUNNO <i>Roberto Babbetto, Cristina Cándito</i>	357

## UNITÀ DI RICERCA DI TORINO

- EREDITÀ SETTECENTESCHE NELLE PROSPETTIVE ILLUSORIE  
NEOGOTICHE NEL PIEMONTE SABAUDO: DAL DUOMO DI  
BIELLA AL SAN BARTOLOMEO A VALENZA 369  
*Anna Marotta*
- UN QUADRATURISTA ANALFABETA: GIUSEPPE DALLAMANO  
(MODENA 1679-MURAZZANO 1758) 381  
*Rita Binaghi*
- PER BERNARDINO GALLIARI “PROSPETTIVO INSIGNE” E  
L’ATTIVITÀ DEI GALLIARI IN PIEMONTE. NUOVI INDIRIZZI DI  
RICERCA 391  
*Laura Facchin*
- GIUSEPPE E FRANCESCO NATALI QUADRATURISTI: GLI “ASSAI  
CONSIDERABILI LAVORI DELL’ARTE ARCHITETTONICA” FRA  
LOMBARDIA ASBURGICA E STATO FARNESIANO 403  
*Anna Còccioli Mastroviti*
- GIULIO TROILI E GIUSEPPE BARBIERI, ARCHITETTI E GESUITI  
CHE GIOCANO CON LA SCIENZA DELLA QUADRATURA AL  
CONFINE TRA VIRTUOSISMO PITTORICO E FISICA TRADUZIONE  
DI PRINCIPI GEOMETRICO-MATEMATICI 415  
*Marinella Pigozzi*
- IL PUNTO DI VISTA ‘DINAMICO’ NEGLI SPAZI  
ARCHITETTONICI DI COLLEGAMENTO. LA GALLERIA  
DELL’AURORA A PALAZZO CORSINI 427  
*Barbara Aterini*
- I PUNTI DI VISTA DELL’ARCHITETTURA DIPINTA: L’OPERA DI  
ARCANGELO GUGLIELMELLI A SANTA RESTITUTA 437  
*Andrea Giordano, Maria Rosaria Cundari*
- “TROPPO NOTI AI PROFESSORI”: I MOTIVI POZZESCHI NELLA  
PITTURA ARCHITETTONICA A SIVIGLIA NELL’ULTIMO  
SETTECENTO 447  
*Sara Fuentes Lázaro*
- MODELOS E FORMAS NA DECORAÇÃO ILUSIONISTA NO  
BRASIL COLONIAL: ENTRE NORDESTE E SUDESTE 457  
*Magno Mello Moraes*

# PROPIA FORMA E PROSPECTIVA DEL CATINO ABSIDALE DI PIERO DELLA FRANCESCA

Marta Salvatore

## 1. La 'propia forma' nel terzo libro del De Prospectiva Pingendi

Questo contributo è dedicato allo studio della costruzione della prospettiva della *cupola* (o catino absidale) descritta da Piero Della Francesca nella proposizione 9 del terzo libro del *De Prospectiva Pingendi*.

La lettura critica di questa proposizione si inquadra in una ricerca interdisciplinare più ampia<sup>1</sup>, rivolta allo studio complessivo del trattato, che rivisita il ruolo di Piero della Francesca nella storia della geometria descrittiva e la portata dei contributi del suo trattato a questa scienza.

In quest'ottica si intende approfondire la questione della *propia forma*<sup>2</sup>, ricorrente nel terzo libro, perché necessaria alla costruzione della prospettiva con il secondo modo descritto appunto in questa parte dell'opera.

La questione della *propia forma*, ha un duplice interesse. Da un lato, in accordo con altre significative fonti<sup>3</sup>, vede il *De Prospectiva Pingendi* testimone dell'uso sapiente delle proiezioni ortogonali associate tre secoli prima della codifica mongiana del metodo; dall'altro testimonia come, la rappresentazione in *propia forma* fosse, all'epoca di Piero così come è ancora oggi, il metodo grafico con cui rappresentare, ma allo stesso tempo inventare, in termini contemporanei diremmo 'progettare' le forme, attraverso il loro controllo metrico, tanto nel caso di opere da realizzare, quanto di quelle da dipingere.

<sup>1</sup> Questo studio è parte della ricerca *Il ruolo di Piero della Francesca nella Storia della Geometria Descrittiva*, coordinato dal prof. Riccardo Migliari, 'Sapienza' Università di Roma, Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura, nell'ambito di una ricerca interdisciplinare più ampia finalizzata all'edizione nazionale del trattato *De Prospectiva Pingendi* di Piero della Francesca, coordinata dai proff. Marisa Dalai Emiliani, Carlo Maccagni e Ottavio Besomi.

<sup>2</sup> Sulla questione della *propia forma* nel *De Prospectiva Pingendi* si vedano gli studi di Filippo Camerota (Camerota 2006: 92-95), Corrado Maltese (Maltese 1989), Kristi Andersen (Andersen 1996), e Francesco Paolo di Teodoro (Di Teodoro 2002).

<sup>3</sup> Fra queste si ricordano alcuni disegni del taccuino di Villard de Honnecourt del XIII secolo, il celebre disegno attribuito ad Antonio di Vincenzo della pianta della Cattedrale di Milano del 1389, il *Das Büchlein von der fialen Gerechtigkeit* del 1486 di Matthäus Roriczer e il *Fialenbüchlein* di Hans Schmuttermayer pubblicato nel 1489.

Nel trattato per *propia forma* si intende di norma l'insieme di due disegni, la figura della *larghezza* e la figura dell'*altezza*, ovvero la pianta e l'alzato, che formano, nel loro insieme, gli elaborati del metodo della rappresentazione che oggi, a seguito della codifica mongiana, chiamiamo 'metodo delle doppie proiezioni ortogonali'. Questo metodo, che chiameremo qui 'metodo della propria forma', è utilizzato in modo sapiente e rigoroso in tutte le proposizioni del terzo libro, anche per la soluzione di problemi complessi come quello della rappresentazione di un cubo ruotato in posizione generica nello spazio<sup>4</sup>.

All'impiego diffuso del metodo, si contrappone la mancanza di spiegazioni di carattere teorico, così la ricorrente prassi della rappresentazione in *propia forma* non è mai commentata nel testo. Questa 'lacuna' suggerisce che, all'epoca di Piero, il 'metodo della *propia forma*' fosse già consolidato e le sue applicazioni condivise, almeno fra i destinatari della sua opera.

Tutte le proposizioni del terzo libro, ad eccezione delle ultime tre, che sono dedicate alle anamorfosi, sono articolate intorno a due momenti principali: la costruzione della *propia forma* e la costruzione della *prospettiva*. La costruzione della *propia forma* è indispensabile a quella della *prospettiva*, ma è allo stesso tempo fondamentale per comunicare al lettore le caratteristiche morfologiche del soggetto di cui si tratta, i procedimenti necessari alla sua costruzione e, in alcuni casi, anche le sue dimensioni.

Fra queste proposizioni, quella del catino absidale ben si presta ad illustrare questi passaggi per via della complessità formale del soggetto rappresentato, derivata dalla costruzione dei 28 lacunari rastremati della cupola e per via della ripetitività delle operazioni nella costruzione della forma, dovute alla partizione della cupola in meridiani e paralleli, che mostrano in maniera ricorsiva il rigore metodologico adottato nel trattato.

L'interesse per il catino tuttavia è legato anche ad una serie di questioni che sono affrontate soltanto in questa proposizione, dovute alla costruzione dei lacunari della cupola, che costringono Piero al confronto con due problemi particolari: la costruzione dello sviluppo piano di un settore sferico e il problema della ciclotomia, e cioè della divisione della circonferenza in parti eguali con la riga ed il compasso.

La proposizione 9 del terzo libro infine, è l'unica, insieme con la 12 del primo, in cui è possibile ricostruire le dimensioni del soggetto da rappresentare, e verificarne così la compatibilità con quelle di una parete da dipingere in cui la prospettiva è vista dagli occhi di un osservatore di altezza media, che è allo stesso tempo parte e modulo dello spazio prospettico.

<sup>4</sup> La costruzione del cubo (Della Francesca 1942, Libro III, 5: 145-148) è particolarmente significativa, perché in questa proposizione Piero dimostra tutta la sua abilità nel controllo della rappresentazione in *propia forma*, servendosi del cambiamento dei piani di proiezione, metodo che sarà adottato anche da Monge per la soluzione di alcuni problemi complessi della geometria descrittiva.

## 2. La 'propria forma' del catino absidale

Il catino absidale rappresentato da Piero è un quarto di sfera ripartita in 28 lacunari, 7 per ogni ricorso orizzontale e 4 per ogni settore sferico. La proposizione, in tutti e quattro i codici autografi, è illustrata da quattro figure, due relative alla costruzione della *propria forma*, due alla costruzione della *prospectiva*, il cui contenuto informativo non sempre è equivalente<sup>5</sup>.

La prima figura redatta da Piero riguarda la *forma della fecta*, e cioè la costruzione approssimata dello sviluppo piano di un settore sferico<sup>6</sup>, necessario per stabilire la legge della degradazione dei lacunari della cupola<sup>7</sup> (Fig. 1). Questa figura si compone di due disegni, uno dei quali da leggersi contestualmente come una pianta e un alzato, l'altro relativo allo sviluppo di un settore sferico. Il primo disegno è dunque una semicirconferenza, da leggere in un primo momento come l'alzato della cupola, la cui metà deve esser divisa in cinque parti eguali<sup>8</sup>. Accanto a questo primo disegno, Piero costruisce lo sviluppo della metà del semicerchio dell'*altezza* e, su questo, riporta le cinque partizioni ricavate poco prima<sup>9</sup>, su cui costruisce le normali, dove riportare, in un secondo momento, le ampiezze degradate di un settore sferico tipo. Per stabilire tali ampiezze Piero riconsidera la semicirconferenza della cupola, che legge questa volta come una pianta, e la divide in 15 settori sferici, a cui fa corrispondere 7 costoloni e 8 lacunari. Di queste 15 parti, 13 sono appunto eguali, due misurano invece i 2/3 delle altre. Questa anomalia è dovuta alla dimensione dei costoloni, larghi 1/3 di un settore sferico ed è dettata dalla necessità di avere, in corrispondenza dell'arco di faccia, due costoloni interi<sup>10</sup>.

<sup>5</sup> Fra i quattro codici, due volgari, conservati rispettivamente presso la Biblioteca Palatina di Parma e la Biblioteca Municipale Panizzi di Reggio Emilia, e due latini, presso la Bibliothèque Nationale de Bordeaux e la Biblioteca Ambrosiana di Milano, quelli più ricchi dal punto di vista del disegno rispetto a questa proposizione sono il codice di Parma e quello di Bordeaux; la costruzione grafica negli altri due codici è lacunosa.

<sup>6</sup> Come noto, la sfera non è una superficie sviluppabile, pertanto la costruzione è approssimata.

<sup>7</sup> Si tratta dell'unico caso in tutto il trattato in cui Piero affronta la questione degli sviluppi piani.

<sup>8</sup> Non c'è commento nel testo riguardo questa divisione, eseguibile con la riga ed il compasso dividendo due volte per due un pentagono regolare inscritto all'interno della circonferenza di raggio pari a quella della cupola.

<sup>9</sup> Nei codici la lunghezza del quarto di cerchio sviluppata eccede seppur di poco rispetto a quella effettiva.

<sup>10</sup> Ad ogni settore sferico corrispondono alternandosi: la superficie interna di uno dei cassettoni, e, insieme, una delle superfici strombate del cassettoni, un costolone, una delle superfici strombate del cassettoni successivo.

Dividere una semicirconferenza in 15 parti, di cui due misurano i  $\frac{2}{3}$  delle altre equivale a dividere la circonferenza in 43 parti, infatti:

$$(13 \times 3) + (2 \times 2) = 43$$

Ci chiediamo allora se sia possibile dividere con la riga ed il compasso una circonferenza in 43 parti. La risposta a questa domanda, che ricade nel più generale problema della ciclotomia, sarà data da Gauss circa tre secoli dopo. Questi risolve il problema nella sua generalità, dimostrando che è possibile dividere la circonferenza in un numero primo  $p$  di parti eguali se, e solo se,  $p$  soddisfa alcune particolari condizioni<sup>11</sup>. Il numero 43, seppur primo, non soddisfa le condizioni individuate da Gauss, e non è quindi possibile dividere una circonferenza in 43 parti eguali con la riga ed il compasso.

Piero pertanto, deve aver fatto ricorso ad una costruzione approssimata, a cui tuttavia non è fatto alcun riferimento nel testo. Questa ipotesi è confermata dalla sovrapposizione di una divisione della circonferenza eseguita in ambiente digitale sui disegni del codice di Parma e di Bordeaux, che mostra come nei disegni dei codici, l'approssimazione aumenti con l'allontanarsi dal centro della cupola. Questo tipo di approssimazione ha indotto a verificare la coerenza delle partizioni di Piero con quelle ricavate da una particolare costruzione approssimata, nota come costruzione di Bion (Housel, 1853), o 'metodo Rinaldini' (Gherzi 1988: 245-246), o più comunemente come 'regola dell'occhio', che produce un risultato simile. La corrispondenza, in particolare nel caso del Codice di Bordeaux è sorprendente, sebbene non sia sufficiente per ipotizzare che Piero abbia fatto ricorso proprio a questa costruzione (Fig. 2). Ciò che sorprende ancor di più è che Piero sembrerebbe aver adoperato una costruzione approssimata dello stesso tipo anche per la divisione del quarto di cerchio in 5 parti eguali. La figura 2, che mostra un'analogia sovrapposizione sul Foglio 77v del codice di Parma, rivela delle coincidenze singolari. Si tratta di un caso davvero anomalo, perché è noto a tutti, così come lo era a Piero, che dividere una circonferenza in 20 parti equivale a costruire, con la riga ed il compasso, un pentagono regolare che gli è inscritto e dividerne due volte per due i rispettivi lati.

Costruita questa particolare divisione in 15 parti è nota l'ampiezza di un settore sferico; la costruzione si completa agevolmente riportando, sullo sviluppo, le larghezze di una generica *fecta* misurate nei cinque punti di divisione del quarto di cerchio dell'alzato (Fig. 1).

Ultimata la costruzione dello sviluppo è necessario stabilire l'altezza

<sup>11</sup> Gauss risolve il problema della ciclotomia nella sua generalità, dimostrando che è possibile dividere una circonferenza con la riga ed il compasso per un numero primo  $p$  di parti scrivibile nella forma:  $p = 2^{2^m} + 1$ , mentre è impossibile per gli altri numeri primi e per tutte le potenze di numeri primi (Gherzi 1988: 422-423).

dei quadrilateri sferici dei lacunari. Allo scopo è descritta nel testo e incisa nei disegni (le incisioni sono particolarmente visibili nel codice di Bordeaux) la costruzione di una serie di circonferenze rispettivamente tangenti fra loro e agli spigoli sviluppati della *fecta*, i cui diametri misurano l'altezza dei quadrilateri sferici della cupola. Così facendo è come se Piero avesse costruito una sorta di reticolo ideale sulla superficie d'intradosso della cupola (Fig. 3).

La descrizione della *propria forma* procede con la costruzione della sezione della volta. Interessante notare come la superficie interna dei lacunari non appartenga ad una sfera concentrica a quella dei costoloni, ma come questa si riduca in prossimità del cervello della volta, per via della riduzione dei rosoni che andranno collocati sulla superficie di fondo dei lacunari.

Il 'progetto' della cupola è così impostato, non rimane che costruire la figura della *larghezza* e quella dell'*altezza*, disegni che compongono la seconda figura che illustra la proposizione. I due elaborati sono redatti contestualmente. Infatti per costruire i cerchi della *larghezza* si misura, con il compasso, in sezione nella figura dell'*altezza*, la distanza degli spigoli dei costoloni dall'asse della volta; analogamente per stabilire lo scorcio dei vertici dei lacunari sulla figura dell'*altezza* se ne misura, con il compasso, sulla figura della *larghezza*, la distanza dall'asse mediano della volta (Figura 4). Reiterando in pianta e alzato questi procedimenti per tutti i vertici dei lacunari si ottiene la *propria forma* del catino absidale.

### 3. La 'prospettiva' del catino absidale

Costruita la *propria forma* si passa alla costruzione della *prospettiva* del catino con il secondo modo, comune a tutte le figure del terzo libro. Questa parte della proposizione è illustrata da due figure che illustrano rispettivamente pianta e alzato dello scorcio prospettico subito dai vertici dei lacunari e la loro immagine prospettica.

La prima cosa da stabilire per costruire la prospettiva è la posizione dell'*occhio*, ovvero dell'osservatore e quella del *termine dove se dei mectere le righe*, e cioè del piano di quadro. In questo passaggio, unico caso in tutto il trattato, Piero suggerisce seppur implicitamente, le dimensioni dell'oggetto che intende rappresentare, attraverso l'indicazione della distanza principale:

Tira una linea equidistante ad .SA. de la larghezza, che sia .9\$. , che sirà termine dove se dei mectere le righe, remosso da .SA. quanto te piaci; da poi discosta da la linea .€\$. quanto te piaci, mectamo che sia dieci bracci, et in quello luogo fa puncto .O., che sia l'occhio, nel quale ficcha l'acho col filo sutilissimo. (Della Francesca 1942: 206).  
Mettendo in scala il disegno di Piero rispetto alla misura di questa

Figura 1. La *forma della fecta*; foglio 77v del Codice di Parma e ricostruzione tridimensionale dei disegni della prima figura dedicata costruzione dello sviluppo di un settore sferico.

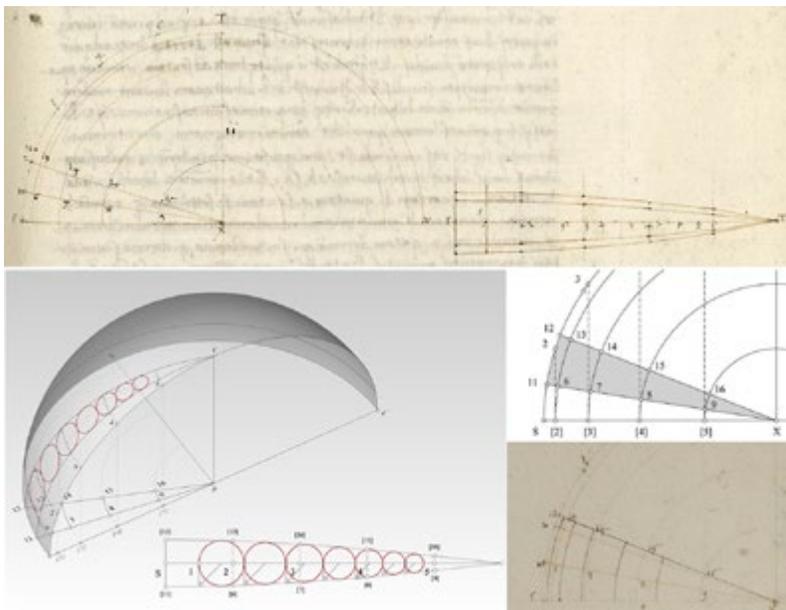


Figura 2. Costruzioni per dividere una semicirconferenza in 43 parti eguali sul disegno del foglio 98v del Codice di Bordeaux e in 20 parti eguali sul disegno del foglio 77v del Codice di Parma; in nero è indicata la partizione eseguita in digitale, i cerchi rossi indicano la partizione eseguita con il ‘metodo Rinaldini’.

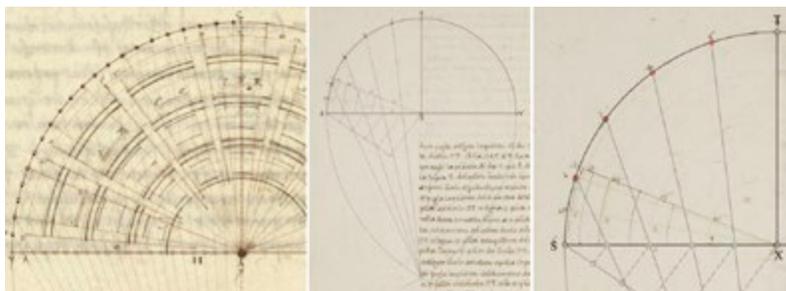
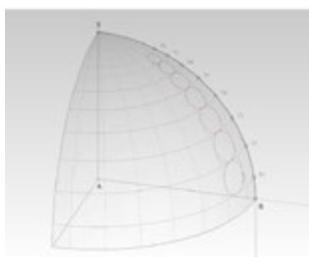


Figura 3. Ricostruzione spaziale dell'impostazione delle dimensioni dei lacunari della cupola.



distanza si può constatare come l'idea del pittore sia la rappresentazione di una cupola di piccole dimensioni, larga circa 4 braccia il cui piano d'imposta si trova a circa 5 braccia da terra, osservata da un punto di vista compatibile con l'altezza media dell'occhio umano. Tali dimensioni, che ricordano nelle proporzioni quelle del catino della *Pala Montefeltro*<sup>12</sup>, rimandano evidentemente a quelle di una parete da dipingere (Fig. 5). Le stesse conclusioni si possono dedurre dalle dimensioni indicate da Piero per la costruzione dell'altezza in prospettiva del piano degradato, descritta nella proposizione 12 del primo libro<sup>13</sup>.

La costruzione procede in maniera sistematica con la preparazione delle righe di legno su cui riportare lo scorcio prospettico a cui è soggetto ognuno dei vertici dei lacunari del catino. Le righe di legno sono 17 (nominate dalla A alla R), e ad ognuna corrisponde uno dei cerchi corrispondenti agli spigoli dei lacunari<sup>14</sup>. Su ciascuna riga sono riportati gli scorci di 17 e 15 vertici alternativamente presenti su ognuno dei cerchi della figura della *larghezza*. Allo stesso modo vengono predisposte le righe di carta (nominate dalla A alla R, come le righe di legno), su cui riportare gli scorci dei 17 e 15 vertici alternativamente presenti su ognuno dei 17 cerchi nella figura dell'*altezza* (Fig. 5). L'immagine prospettica di ognuno dei vertici dei lacunari è definita dall'insieme delle righe di carta e delle righe di legno perché, costruite queste, ne sono note le proiezioni ortogonali: l'oggetto, indicato dalle righe di legno, e la quota, indicata dalle righe di carta. Non rimane che rappresentare questi punti facendo fisicamente scorrere le righe di legno sopra le righe di carta, avendo cura di far corrispondere gli stessi numeri, e perciò gli stessi punti, su righe corrispondenti (Fig. 5).

Un'ultima curiosità da sottolineare in questa proposizione riguarda il numero delle righe da utilizzare. Nella costruzione della figura Piero costruisce come abbiamo detto 17 cerchi. Il sedicesimo cerchio, nominato con la lettera **q** appartiene allo stesso piano orizzontale a cui appartiene anche il diciassettesimo cerchio **r**. Questa circostanza trae in inganno Piero, che fa coincidere l'immagi-

<sup>12</sup> Piero Della Francesca, *Pala Montefeltro* (1472-1474), *Sacra Conversazione*, Milano, Pinacoteca di Brera, e Polittico di Sant'Antonio, Perugia

<sup>13</sup> La proposizione 12 introduce, per la prima volta, gli elementi fondamentali della prospettiva, il centro di proiezione (*ochio*), il soggetto da rappresentare (*piano asignato*), il piano di quadro (*termine posto*), la prospettiva della figura (*piano degradato*), rappresentando il tutto in alzato. In un esempio in conclusione della proposizione sono forniti dati dimensionali: venti braccia per la profondità del piano da mettere in prospettiva (cioè circa 12 metri), dieci braccia per la distanza dell'osservatore dal quadro (circa 6 metri) e tre braccia per l'altezza dell'osservatore (circa 1,75 metri).

<sup>14</sup> Ad ogni *circulo* appartengono gli spigoli dei lacunari che giacciono sullo stesso piano.

Figura 4. Ricostruzione grafica di alcuni dei passaggi descritti da Piero per la costruzione della figura della *larghezza* (in alto) e dell'*altezza* (in basso).

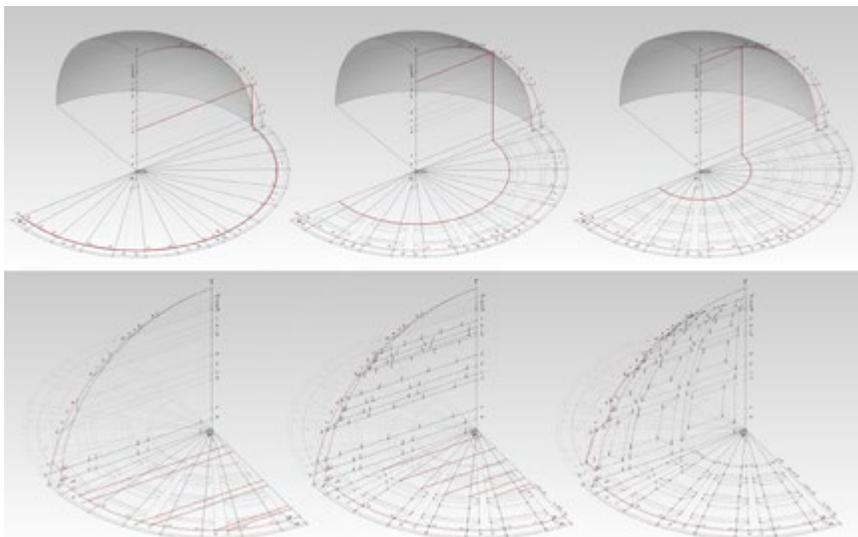


Figura 5. Ricostruzione delle dimensioni del catino absidale e costruzione della prospettiva dei vertici dei lacunari con le righe di legno e le righe di carta sulla base di una distanza principale pari a 10 braccia.



ne prospettica di questi due ultimi cerchi<sup>15</sup>. Si potrebbe pensare ad un'approssimazione grafica dovuta alle dimensioni molto piccole dei disegni dei codici e al loro scarso livello di dettaglio, ma si tratta invece di una convinzione dell'autore che, nella terza ed ultima figura della proposizione, nel codice di Bordeaux, in corrispondenza della riga di legno **Q**, mancante, annota che di questa riga la costruzione «non abisogna»<sup>16</sup>.

#### 4. Conclusioni

La poposizione 9 del terzo libro, seppur celebre e citata quando si tratta del secondo modo di Piero di fare la prospettiva, è una delle proposizioni meno studiate del trattato.

Questa lettura ha voluto mostrare la ricchezza di questa proposizione che, in analogia con le altre più complesse descritte nel terzo libro, testimonia una sorprendente capacità di controllo morfologico delle geometrie attraverso un disegno accurato e consapevole della *propria forma*, in un caso in cui la complessità è amplificata dal problema della divisione delle superfici sferiche con cui si ha a che fare.

In questa, come nella maggior parte della figure complesse del terzo libro, il contenuto informativo del testo supera quello delle figure, lasciando immaginare che Piero si sia servito di elaborati grafici 'di brutta', probabilmente di dimensioni maggiori rispetto a quelle del trattato, indispensabili per l'annotazione e per la rilettura dei numerosi passaggi, nonché per la verifica ultima della validità delle costruzioni.

Pur ricostruendo il meticoloso e ripetitivo procedimento descritto su supporti di maggiori dimensioni, la prospettiva del catino absidale rimane una delle costruzioni più laboriose descritte nel trattato. Forse proprio per questa ragione è difficile trovarne riscontro nella pittura; lo stesso Piero rappresenta un solo catino di questo tipo, di piccole dimensioni e ripartito in un numero minore di lacunari; si tratta del catino che sovrasta la *Vergine in trono col Bambino* disposta al centro del *Polittico di Sant'Antonio*<sup>17</sup>, opera che realizza negli stessi anni in cui lavora alla stesura del *De Prospectiva Pingendi*.

<sup>15</sup> Tale coincidenza ricorre nei quattro codici citati.

<sup>16</sup> L'indicazione è scritta in corrispondenza della riga **R** della figura della prospettiva del catino rappresentata nel Foglio 102r del Codice conservato presso la Bibliothèque Municipale de Bordeaux.

<sup>17</sup> Piero della Francesca, Polittico di Sant'Antonio (1460-1470), *Vergine in trono col Bambino*, Perugia, Galleria Nazionale dell'Umbria.

## 5. Note bibliografiche

- Andersen K. 2007, *The Geometry of an Art. The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*. Springer, New York: 17-80.
- 1996, *Piero's place in the history of descriptive geometry*, in Dalai Emiliani M., Curzi V. (a cura di), *Piero della Francesca tra arte e scienza*. Atti del Convegno Internazionale di Studi. Arezzo, 8-11 ottobre 1992. Sansepolcro, 12 ottobre 1992. Marsilio, Venezia: 363-374.
- Camerota, F. 2006, *La prospettiva del Rinascimento - Arte, architettura, scienza*, Mondadori Electa, Milano.
- Della Francesca, P. 1460-1480. *De Prospectiva Pingendi* (ristampa anastatica dell'ed. critica a cura di Nicco-Fasola G. 1984, Le Lettere, Firenze).
- Di Teodoro, F. P. 2002, *Vitruvio, Piero della Francesca, Raffaello: note sulla teoria del disegno di architettura nel Rinascimento*, «Annali di architettura», 14: 35-54.
- Gherzi, I. 1988, *Matematica dilettevole e curiosa*, Hoepli, Trento: 422-444.
- Housel 1853. *Division pratique de la circonférence en parties égales*. In *Nouvelles annales de mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale*, Sér. 1, 12: 77-80.
- Kemp, M. 1994. *La scienza dell'arte. Prospettiva e percezione visiva da Brunelleschi a Seurat*. Giunti, Firenze:17-64.
- Maltese, C. 1989. *Piero Della Francesca e l'applicazione delle proiezioni parallele alla pittura*, *Studi di Storia dell'arte sul Medioevo e il Rinascimento, nel centenario della nascita di Mario Salmi*, Edizioni Polistampa Firenze.
- Monge, G. 1799, *Géométrie Descriptive, Leçons données aux écoles normales, l'an 3 de la République; par Gaspard Monge, Baudouin*, Paris (anastatica 1989, Gabay, Sceaux).