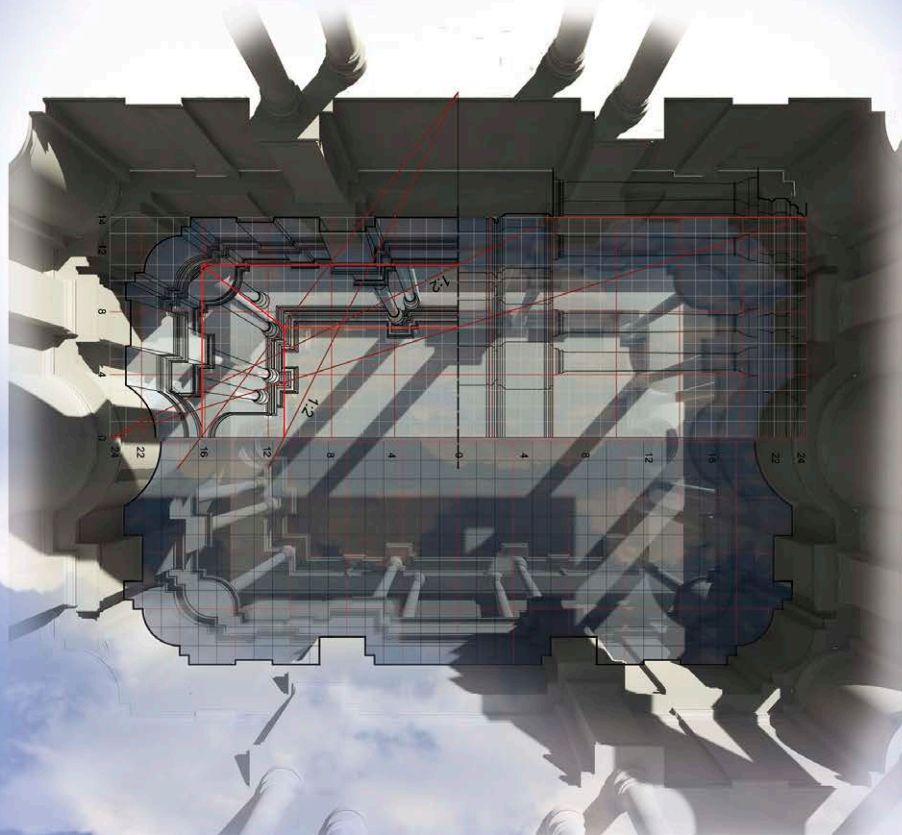


a cura di
Maria Teresa Bartoli
Monica Lusoli



■ Le teorie, le tecniche,
i repertori figurativi nella
prospettiva d'architettura
tra il '400 e il '700



STUDIE SAGGI

- 148 -

Comitato Scientifico

Riccardo Migliari (*Uniroma1*)
Maria Teresa Bartoli (*Unifi*)
Maura Boffito (*Unige*)
Vito Cardone (*Unisa*)
Agostino De Rosa (*IUAV*)
Aldo De Santis (*Unical*)
Fauzia Farneti (*Unifi*)
Anna Marotta (*Unito*)
Michela Rossi (*POLIMI*)
Roberto Ranon (*Unind*)

L'Editore si avvale di un Comitato scientifico che indica gli scritti da pubblicare con l'intento di valorizzare le pubblicazioni attraverso un processo di referaggio ([4]:3) che ha l'obiettivo di asseverare la dignità scientifica di una pubblicazione: quest'ultima deriva dalla sua accettabilità da parte della 'comunità degli studiosi' della materia.

Le teorie, le tecniche,
i repertori figurativi nella
prospettiva d'architettura
tra il '400 e il '700

Dall'acquisizione alla lettura del dato

a cura di
MARIA TERESA BARTOLI
MONICA LUSOLI

FIRENZE UNIVERSITY PRESS

2015

Le teorie, le tecniche, i repertori figurativi nella prospettiva d'architettura tra il '400 e il '700 : dall'acquisizione alla lettura del dato / a cura di Maria Teresa Bartoli, Monica Lusoli. – Firenze : Firenze University Press, 2015.
(Studi e saggi ; 148)

<http://digital.casalini.it/9788866558842>

ISBN 978-88-6655-884-2 (online)

Progetto grafico di Alberto Pizarro Fernández, Pagina Maestra snc

Volume pubblicato con i fondi dell'Unità di ricerca di Firenze del PRIN 2010/11, Architectural Perspectives, digital preservation, content access and analytics, coordinato dal prof. Riccardo Migliari.

Certificazione scientifica delle Opere

Tutti i volumi pubblicati sono soggetti ad un processo di referaggio esterno di cui sono responsabili il Consiglio editoriale della FUP e i Consigli scientifici delle singole collane. Le opere pubblicate nel catalogo della FUP sono valutate e approvate dal Consiglio editoriale della casa editrice. Per una descrizione più analitica del processo di referaggio si rimanda ai documenti ufficiali pubblicati sul catalogo on-line della casa editrice (www.fupress.com).

Consiglio editoriale Firenze University Press

G. Nigro (Coordinatore), M.T. Bartoli, M. Boddi, R. Casalbuoni, C. Ciappei, R. Del Punta, A. Dolfi, V. Fargion, S. Ferrone, M. Garzaniti, P. Guarnieri, A. Mariani, M. Marini, A. Novelli, M. Verga, A. Zorzi.

La presente opera è rilasciata nei termini della licenza Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC BY-SA 4.0: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/legalcode>).

CC Firenze University Press
Università degli Studi di Firenze
Firenze University Press
Borgo Albizi, 28, 50122 Firenze, Italy
www.fupress.com

Sostituirsi idealmente a Ghiberti: entrare – per così dire – nella sua testa? Ma non c'è in effetti un altro modo di scrivere la storia. O riesco a rifare dentro di me – e sia pure nel modo più schematico e più rozzo – quella specifica «operazione», cui ogni singola realtà umana nel fatto si riduce o mi resterà altrimenti comunque (e interamente) preclusa... L'uomo ... conosce ciò che fa. E non è tra conoscente e conosciuto che l'atto del conoscere istituisce relazioni, ma tra operazioni e operazioni. Tra operazioni mentali e manuali al limite; tra enunciato ed esperimento. Vero è ciò che funziona. E ciò vale anche per la storia...

*Decio Gioseffi, Il Terzo Commentario e
il pensiero prospettico del Ghiberti*

SOMMARIO

PRESENTAZIONE <i>Riccardo Migliari</i>	XIII
INTRODUZIONE L'ATTUALITÀ DELLA PROSPETTIVA D'ARCHITETTURA <i>Maria Teresa Bartoli</i>	XV
UNITÀ DI RICERCA DI ROMA	
IL 'TEOREMA FONDAMENTALE' DEL <i>DE PROSPECTIVA PINGENDI</i> <i>Riccardo Migliari, Marta Salvatore</i>	3
RIGHE DI LEGNO, RIGHE DI CARTA E FILI DI SETA: PER UNA 'COSTRUZIONE' DELLA PROSPETTIVA SECONDO PIERO DELLA FRANCESCA <i>Jessica Romor</i>	25
IL SECONDO LIBRO DEL <i>DE PROSPECTIVA PINGENDI</i> ED IL QUADRATO DEGRADATO COME ELEMENTO DI RIFERIMENTO: DISAMBIGUAZIONE DELLE FIGURE REGOLARI <i>Leonardo Baglioni</i>	35
LE ANAMORFOSI DEL <i>DE PROSPECTIVA PINGENDI</i> <i>Matteo Flavio Mancini</i>	45
<i>PROPIA FORMA</i> E <i>PROSPECTIVA</i> DEL CATINO ABSIDALE DI PIERO DELLA FRANCESCA <i>Marta Salvatore</i>	55
PROSPETTIVE SOLIDE. LA SCALA REGIA IN VATICANO <i>Leonardo Paris</i>	65
LA SALA DEL MAPPAMONDO IN PALAZZO VENEZIA. UNA QUADRATURA ROMANA TRA QUATTROCENTO E NOVECENTO <i>Laura De Carlo, Prokopios Kantas, Matteo Flavio Mancini, Nicola Santopuoli</i>	77

DIVULGAZIONE E VALORIZZAZIONE. LA GALLERIA PROSPETTICA DI PALAZZO SPADA <i>Tommaso Empler</i>	87
UNITÀ DI RICERCA DI VENEZIA	
<i>UT PICTURA ITA VISIO</i> , PER UNA TEORIA DELLA PROSPETTIVA NORD- EUROPEA <i>Agostino De Rosa</i>	97
GIRARD DESARGUES E ABRAHAM BOSSE: ALLE ORIGINI PROIETTIVE DEL QUADRATURISMO? <i>Christian Boscaro</i>	111
IL DINAMISMO PERCETTIVO NEL REFETTORIO DI ANDREA POZZO <i>Alessio Bortot</i>	119
ANDREA POZZO A ROMA: NUOVE IPOTESI FRUITIVE DEL REFETTORIO DI TRINITÀ DEI MONTI <i>Antonio Calandriello</i>	127
METODOLOGIE PER IL RILIEVO TRAMITE STRUMENTAZIONE FOTOGRAFICA DI PROSPETTIVE ARCHITETTONICHE AFFRESCATE E DIPINTE SU SUPERFICI MURARIE PIANE E VOLTATE <i>Francesco Bergamo</i>	135
SALOMON DE CAUS, DIDATTICA DELLA PROSPETTIVA <i>Stefano Zoerle</i>	143
<i>ARCHITECTURA PICTA</i> . LE PROSPETTIVE ARCHITETTONICHE DELLA SALA MORONE NEL CONVENTO DI SAN BERNARDINO A VERONA <i>Giuseppe D'Acunto, Ilaria Forti</i>	151
COSTRUZIONI PROTO-PROIETTIVE NELLE PITTURE PROSPETTICHE DI PADRE EMMANUEL MAIGNAN <i>Gabriella Liva</i>	161
DEFORMAZIONI PROSPETTICHE E DEFORMAZIONI MATERIALI: UNA RILETTURA DELL'IMPIANTO PROSPETTICO DELLA TAVOLETTA DELLA FLAGELLAZIONE DI CRISTO DI PIERO DELLA FRANCESCA ALLA LUCE DELLE ALTERAZIONI PLASTICHE DEL SUO SUPPORTO. <i>Isabella Friso</i>	171

SCENOGRAPHIA, CIOÈ DESCRIZIONE DELLE SCENE: DALLA TEORIA DI DANELE BARBARO ALLA PRATICA DI PAOLO VERONESE <i>Cosimo Monteleone</i>	179
UNITÀ DI RICERCA DI FIRENZE	
I FUOR DI REGOLA NELLE PROSPETTIVE DEL BEATO ANGELICO <i>Maria Teresa Bartoli</i>	191
DALLA MISURA ALLA RAPPRESENTAZIONE, LA 'GEOMETRIA PRATICA' NELLO SVILUPPO DEI PROCEDIMENTI PROSPETTICI NEL RINASCIMENTO <i>Carlo Biagini</i>	203
GEOMETRIE E PROPORZIONI NUMERICHE NELLA PROSPETTIVA DEL SETTORE DI APRILE A SCHIFANOIA (F. DEL COSSA). DALL'ANALISI ALLA COMUNICAZIONE <i>Manuela Incerti, Stefania Iurilli</i>	213
LE ARCHITETTURE DELL'INGANNO DI PELLEGRINO TIBALDI A BOLOGNA. APPUNTI PER UN'IPOTESI INTERPRETATIVA <i>Anna Maria Manferdini</i>	223
LA PROSPETTIVA SOLIDA SU UNA VOLTA A PADIGLIONE CON PIANTA TRAPEZIA, PARTENDO DA UN BOZZETTO PIANO. LA CHIESA DI SAN MATTEO A PISA <i>Nevena Radojevic</i>	233
NUOVI SISTEMI DI RAPPRESENTAZIONE. IL CASO DELLA QUADRATURA NELLA CHIESA DI SAN MATTEO A PISA <i>Carlo Battini</i>	245
L'INGANNO DELL'ARCHITETTURA GENERATA SUL PIANO. DALL'ANALISI DELLA FINTA CUPOLA DI AREZZO, ALCUNI LINEAMENTI DEL PROCESSO CREATIVO DI ANDREA POZZO <i>Stefano Giannetti</i>	253
IL SUPERAMENTO DELLO SPAZIO REALE, ILLUSIONISMO ARCHITETTONICO E BOSCHERECCIA IN PALAZZO MARTELLI <i>Fauzia Farneti</i>	263
PROSPETTIVA SCENOGRAFICA: UN ESEMPIO A FIRENZE <i>Nicola Velluzzi</i>	275

METODI SEMI-AUTOMATICI PER LA RICOSTRUZIONE DI MODELLI DIGITALI DI PROSPETTIVE DI ARCHITETTURA <i> Davide Pellis, Vincenzo Donato</i>	283
UNITÀ DI RICERCA DI MILANO	
LA PROSPETTIVA DI SOTTO IN SU DEL SALONE DI PALAZZO CALDERARA A VANZAGO <i> Giampiero Mele, Maria Pompeiana Iarossi, Sara Conte</i>	294
«SONO FORSE IO, MAESTRO» LA PROSPETTIVA NEI CENACOLI FIORENTINI DI SAN MARCO E FULIGNO <i> Giampiero Mele, Sylvie Duvernoy</i>	303
IL CONVITO IN CASA DI LEVI DI PAOLO VERONESE: ANALISI PROSPETTICA E RICOSTRUZIONE DELLO SPAZIO SIMULATO <i> Alberto Sdegno, Silvia Masserano</i>	313
UNITÀ DI RICERCA DI COSENZA	
OMOGRAFIA SOLIDA STEREOSCOPICA. IL CASO DELL'URNA DI S. CRISTINA <i> Laura Inzerillo</i>	325
UNITÀ DI RICERCA DI SALERNO	
IL VERO SI PROLUNGA NEL VEROSIMILE <i> Adriana Rossi</i>	335
LE PROSPETTIVE ARCHITETTONICHE NELLE VILLE VESUVIANE DEL SETTECENTO <i> M.Ines Pascariello, Fausta Fiorillo</i>	347
UNITÀ DI RICERCA DI GENOVA	
PROSPETTIVA E SCENOGRAFIA NELLA SALA DELL'AUTUNNO <i> Roberto Babbetto, Cristina Cándito</i>	357

UNITÀ DI RICERCA DI TORINO

- EREDITÀ SETTECENTESCHE NELLE PROSPETTIVE ILLUSORIE
NEOGOTICHE NEL PIEMONTE SABAUDO: DAL DUOMO DI
BIELLA AL SAN BARTOLOMEO A VALENZA 369
Anna Marotta
- UN QUADRATURISTA ANALFABETA: GIUSEPPE DALLAMANO
(MODENA 1679-MURAZZANO 1758) 381
Rita Binaghi
- PER BERNARDINO GALLIARI “PROSPETTIVO INSIGNE” E
L’ATTIVITÀ DEI GALLIARI IN PIEMONTE. NUOVI INDIRIZZI DI
RICERCA 391
Laura Facchin
- GIUSEPPE E FRANCESCO NATALI QUADRATURISTI: GLI “ASSAI
CONSIDERABILI LAVORI DELL’ARTE ARCHITETTONICA” FRA
LOMBARDIA ASBURGICA E STATO FARNESIANO 403
Anna Còccioli Mastroviti
- GIULIO TROILI E GIUSEPPE BARBIERI, ARCHITETTI E GESUITI
CHE GIOCANO CON LA SCIENZA DELLA QUADRATURA AL
CONFINE TRA VIRTUOSISMO PITTORICO E FISICA TRADUZIONE
DI PRINCIPI GEOMETRICO-MATEMATICI 415
Marinella Pigozzi
- IL PUNTO DI VISTA ‘DINAMICO’ NEGLI SPAZI
ARCHITETTONICI DI COLLEGAMENTO. LA GALLERIA
DELL’AURORA A PALAZZO CORSINI 427
Barbara Aterini
- I PUNTI DI VISTA DELL’ARCHITETTURA DIPINTA: L’OPERA DI
ARCANGELO GUGLIELMELLI A SANTA RESTITUTA 437
Andrea Giordano, Maria Rosaria Cundari
- “TROPPO NOTI AI PROFESSORI”: I MOTIVI POZZESCHI NELLA
PITTURA ARCHITETTONICA A SIVIGLIA NELL’ULTIMO
SETTECENTO 447
Sara Fuentes Lázaro
- MODELOS E FORMAS NA DECORAÇÃO ILUSIONISTA NO
BRASIL COLONIAL: ENTRE NORDESTE E SUDESTE 457
Magno Mello Moraes

IL SECONDO LIBRO DEL *DE PROSPECTIVA PINGENDI*
ED IL QUADRATO DEGRADATO COME ELEMENTO DI
RIFERIMENTO: DISAMBIGUAZIONE DELLE FIGURE
REGOLARI

Leonardo Baglioni

Il secondo libro del *De Prospectiva Pingendi* di Piero della Francesca tratta la rappresentazione dei corpi solidi, a partire da figure semplici come i prismi retti, fino ad arrivare a sistemi poliedrici più complessi che definiscono dei veri e propri elementi architettonici quali colonne, edifici e superfici voltate. La costruzione avviene interamente all'interno dello spazio prospettico, senza avvalersi di ulteriori disegni ausiliari. Anche in questo caso, esattamente come nelle proposizioni finali del I libro del trattato, ci troviamo in presenza di un metodo di rappresentazione attraverso il quale si instaura una corrispondenza biunivoca tra disegno codificato e spazio reale. In altre parole, il metodo di rappresentazione rende possibile il passaggio dallo spazio bidimensionale del disegno a quello tridimensionale della realtà e viceversa. La definizione di Piero della Francesca di solido come entità spaziale definita dalle dimensioni di «longitudine, latitudine e altitudine» delimitate da superfici, denota che l'Autore sta rivolgendo la sua attenzione allo studio dei poliedri, cioè a quei solidi composti di sole facce piane, ed in particolare a quella classe dei poliedri che Archimede definì «prismi»¹. La trattazione inizia considerando il cubo poggiato sul piano geometrico e con una faccia parallela al piano di quadro (Fig. 1). Nella seconda parte della stessa proposizione, il cubo viene ruotato e reso obliquo rispetto al quadro. La seconda proposizione è il prisma a base ottagonale, sempre poggiato sul piano geometrico; si passa poi alla costruzione dei prismi a base pentagonale ed esagonale (Fig. 2). In tutti questi casi nessuna faccia è parallela al quadro, sono cioè in posizione generica, ma sempre poggiati sul piano orizzontale. Il prisma a base esadecagonale è il primo esempio del passaggio dal mondo ideale della geometria al mondo

¹ Oltre ai solidi semiregolari, Archimede definì altre due famiglie di poliedri: i prismi ortogonali regolari e gli antiprismi regolari. I primi sono definiti da due basi poligonali regolari, convesse ed uguali di n lati, unite da n facce quadrate. I secondi sono invece caratterizzati da due basi poligonali regolari, convesse ed uguali di n lati, ruotate una rispetto all'altra di $360^\circ/2n$. Sia i prismi che gli antiprismi sono inscrittibili in una sfera, e sono di numero infinito. Proprio per quest'ultima ragione non vengono classificati come solidi semiregolari.

reale dell'architettura, poiché questo prisma definisce una colonna di sedici facce che a sua volta può essere considerata una discretizzazione di una colonna intesa come superficie di rivoluzione (Fig. 3). La proposizione 6 riguarda infine la costruzione di una serie di prismi di diversa altezza, ma tutti a base esagonale, che nella loro articolazione vanno a raffigurare un pozzo a sei facce con due file di gradini esterni (Fig. 4). Il presente studio intende dimostrare che Piero della Francesca ha disegnato la prospettiva del quadrato di riferimento e la prospettiva del poligono posto al suo interno, indipendentemente l'una dall'altra.

Tutte le costruzioni vengono elaborate con un medesimo procedimento che nasce dalla rappresentazione del poligono regolare posto all'interno del quadrato di riferimento BCDE, così come descritto nelle ultime proposizioni del I libro, che possono essere considerate dunque propedeutiche a queste costruzioni. È importante sottolineare che nelle pagine del codice non sono visibili i segni della costruzione dei poligoni di base², ma si notano soltanto alcuni fori di riporto, che evidentemente denotano l'uso di un ulteriore disegno, utilizzato come modello di riferimento. L'obiettivo principale di tutte le costruzioni relative ai prismi, e che poi servirà alla costruzione delle proposizioni che seguiranno, è quello di individuare un sistema per calcolare graficamente lo scorcio prospettico di rette verticali e, perciò, parallele al quadro. A partire dalla prospettiva del poligono di base, le costruzioni procedono con l'innalzamento di una retta verticale uscente dal vertice B (sulla linea fondamentale) della quantità che si vuole far alto³ il prisma e si congiungerà la sua estremità \bar{P} con il punto principale A (Fig. 5). Segue il tracciamento delle rette parallele alla fondamentale passanti per i vertici del poligono di base, fino ad intersecare in una serie di punti, il lato BD del quadrato. Da questi ultimi punti l'Autore traccia delle rette verticali fino a toccare la retta $\bar{P}A$, nei punti 1,2,3... che definiscono gli scorci prospettici degli spigoli verticali del prisma. Con gli occhi di uno studioso di geometria dei nostri giorni, appare chiaro che in questi passaggi appena descritti, Piero della Francesca abbia utilizzato la prospettiva del disegno in «propria forma» dell'alzato, di cui è padrone come dimostrano le proposizioni del I libro per determinare lo scorcio prospettico degli spigoli verticali dei prismi. L'ultimo passaggio della costruzione consiste nell'individuazione delle intersezioni tra rette parallele

² Le costruzioni dei poligoni di base posti obliqui rispetto al quadro, fanno uso della relazione biunivoca che si viene a creare tra la prospettiva del quadrato di base e la sua vera forma costruita a partire dal lato appartenente alla linea di terra. Questa corrispondenza solo dopo l'avvento degli studi sulla geometria proiettiva di Poncelet nel 1822, prenderà il nome di omologia ed è definita da un asse (la linea fondamentale) ed un centro (in questo caso un punto proprio).

³ «Tirarò la perpendicolare sopra B de quella quantità che voglio alto il pilastro, quale sirà $\bar{P}R$ [...]»

Figura 1 (a sinistra, a). Codice di Parma, fogli 17 verso e 18 recto

Figura 2 (a destra, b). Codice di Parma, fogli 18 verso e 19 recto

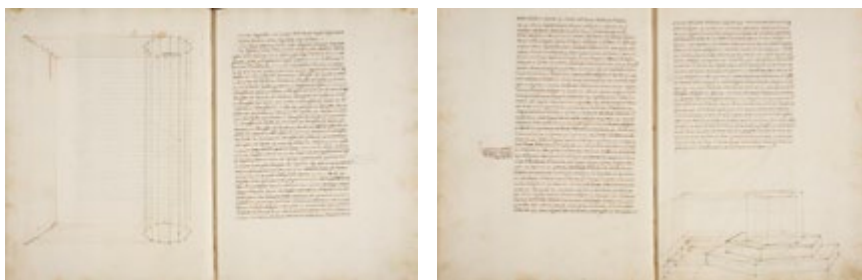


a

b

Figura 3 (a sinistra, c). Codice di Parma, fogli 20 verso e 21 recto

Figura 4 (a destra, d). Codice di Parma, fogli 21 verso e 22 recto



c

d

alla fondamentale uscenti dai punti 1, 2, 3 ... fino ad incontrare gli spigoli verticali dei prismi, ottenendo così la prospettiva dei vertici della faccia superiore del prisma.

Il metodo della rappresentazione matematica diviene un ottimo strumento di analisi di queste figure solide, perché consente di studiare le figure appena descritte, indagandole direttamente nello spazio tridimensionale e lavorando con gli strumenti che sono a fondamento della geometria proiettiva per mezzo cioè, delle operazioni di proiezione e sezione. Le prime fasi della trascrizione grafica dei codici, mettono in luce un aspetto su cui vale la pena soffermarsi. La convergenza di rette oggettivamente parallele in un medesimo punto, è, secondo Piero della Francesca, una condizione particolare che riguarda esclusivamente una classe di rette parallele, in particolare le rette perpendicolari al quadro le cui immagini convergono nel punto A (Fig. 6). E ciò è desumibile dalla semplice osservazione che gruppi di rette oggettivamente parallele, come ad esempio le coppie dei lati dei pentagoni delle facce superiore ed inferiore, con la corrispondente diagonale opposta, non convergono in un medesimo punto peraltro non allineato sulla linea dell'orizzonte. Abbiamo qui, ancora una volta, la dimostrazione evidente che l'idea di punto di fuga, e quindi di punto di misura, era ancora assai lontana dall'esser definita e compresa.

La restituzione prospettica ci consente di determinare in pochi passaggi la distanza principale, utilizzando come riferimento il punto di fuga della diagonale del quadrato di riferimento BCDE, obliqua di 45° rispetto al piano di quadro. Proiettando però dal centro di proiezione la prospettiva del poligono di base sul geometrale, si ottiene un risultato inatteso e cioè l'individuazione di un poligono irregolare (Fig. 7). Anche in questo caso la caratteristica appena descritta, si riscontra in tutte le figure dei prismi prese in esame, ed è più evidente nel codice di Parma piuttosto che in quello di Bordeaux, codici sui quali è stata condotto il presente studio, poiché allo stato dell'arte questi ultimi sono ritenuti autografi.

A ben vedere però, l'irregolarità è caratterizzata da una particolare conformazione. Infatti, tracciando la curva che interpola i vertici del poligono irregolare, non si ottiene il cerchio circoscritto al poligono (poiché abbiamo detto che quest'ultimo non è più regolare), ma neppure una forma comunque irregolare, si ottiene, invece, una curva che, a meno di piccoli scarti da attribuire ad imprecisioni di natura grafica, descrive l'andamento di un'ellisse (Fig. 8). Questa osservazione ci porta a pensare che possa esistere una relazione di natura proiettiva tra il poligono irregolare del disegno di Piero ed il suo corrispondente regolare, così come esiste una relazione proiettiva tra l'ellisse e il cerchio che circoscrive un poligono regolare. In altre parole, ci chiediamo se esista una nuova posizione del centro di proiezione, tale che l'immagine prospettica del poligono sia esattamente la prospettiva di un poligono regolare, il che equivale a chiedersi se esista una nuova distanza principale per la quale l'ellisse che circoscrive la prospettiva del poligono sia la prospettiva di un cerchio. Per poter rispondere a questa domanda, è opportuno in primo luogo tracciare con cura l'ellisse che interpola i vertici del poligono in prospettiva. Utilizzando la costruzione che fa uso del teorema di Pascal, secondo il quale in un pentagono inscritto in un cerchio, la tangente in un vertice ed il lato opposto, e le altre due coppie di lati non consecutivi s'incontrano in tre punti allineati sulla stessa retta, con il metodo della rappresentazione matematica è possibile disegnare un'ellisse con la stessa accuratezza con la quale è possibile disegnare un cerchio. Nel caso del prisma a base pentagonale, l'interpolazione dell'ellisse è assicurata dal fatto che cinque punti individuano un'unica conica; nel caso degli altri poligoni l'interpolazione è risolta a meno di piccoli scarti dovuti, come detto, ad imprecisioni di natura grafica.

Ragioniamo a questo punto sulla relazione prospettica che lega l'ellisse come sopra costruita ed il cerchio, per poter rispondere alla domanda che ci siamo prefissati.

Quando un'ellisse è la prospettiva di un cerchio che giace su di un piano orizzontale, la corda condotta per i punti di contatto delle tangenti all'ellisse che appartengono al punto principale è parallela alla fondamentale. Il modo più semplice per dimostrare questa proprietà è ricordare che quelle due tangenti non sono altro che la rappresentazione di due rette perpendi-

colari al quadro tangenti al cerchio. Perciò la corda è parallela al quadro e definisce l'immagine di un diametro del cerchio (Fig. 9). Alla luce di queste considerazioni, possiamo allora costruire in prospettiva un quadrilatero tangente all'ellisse con due lati paralleli alla linea fondamentale e gli altri due convergenti nel punto principale A. Il quadrilatero appena disegnato è la prospettiva di un quadrato circoscritto ad un cerchio ed è, perciò, immediato rintracciare la nuova distanza principale facendo uso della sua diagonale, che stacca sulla linea dell'orizzonte il punto di fuga delle rette incidenti il piano di quadro secondo un angolo di 45° .

Il nuovo centro di proiezione consente dunque di stabilire la relazione prospettica che cercavamo e che intercede tra l'ellisse che circoscrive la prospettiva del poligono e il cerchio che circoscrive il medesimo poligono regolare, tale relazione è manifesta nel momento in cui si costruisce il cono proiettante le due figure del poligono e dell'ellisse cerchio circoscritta, assumendo come vertice il nuovo centro di proiezione, costruito per mezzo dei ragionamenti che precedono (Fig. 10).

Questo cono taglia il piano orizzontale nel quale giace, nello spazio, il poligono rappresentato, in una curva che ha l'aspetto di un cerchio. La rappresentazione matematica nel calcolo delle entità di intersezione, descrive, tuttavia, la suddetta curva come una curva generica di tipo NURBS e non riconosce l'equazione di un cerchio. È possibile però fare un confronto dell'andamento di questa curva NURBS con un cerchio definito analiticamente. L'analisi dello scarto mette in evidenza una deviazione massima $0.00000337\dots$ mm (valore rapportato alle dimensioni reali del disegno sul codice), valore ben al di sotto della tolleranza del sistema (0,001 mm). Possiamo pertanto ritenere verificato il fatto che la curva di intersezione del cono proiettante con il piano orizzontale è una circonferenza.

Il cerchio individuato ci consente di disegnare il poligono regolare inscritto al suo interno, ed eventualmente apprezzare gli scarti che lo deviano rispetto la prospettiva disegnata dall'autore. Risulta evidente che, proiettando dal nuovo centro di proiezione il quadrilatero di riferimento BCDE, esso verrà proiettato secondo un rettangolo piuttosto allungato in ragione dell'aumentare della nuova distanza principale. Questo ragionamento dimostra un'incongruenza (Fig. 11) tra i poligoni rappresentati nelle prime proposizioni del II libro, che è risolvibile solamente adottando due ipotesi:

1. la prospettiva disegnata da Piero è quella di un poligono irregolare disposto all'interno di un quadrato;
2. la prospettiva disegnata da Piero è quella di un poligono regolare disposto all'interno di un rettangolo.

L'incongruenza messa in luce per mezzo delle indagini condotte, ci fornisce utili indicazioni sul *modus operandi* di Piero della Francesca, tipico della operatività pratica della bottega medievale. Come sappiamo,

il tracciamento del lato più lontano del quadrato di riferimento BCDE è l'elemento chiave per stabilire la distanza principale di una prospettiva. Piero ha implicitamente dimostrato nel I libro, per mezzo di quello che a tutti gli effetti può essere considerato il 'teorema fondamentale', che il lato DE può scostarsi in modo del tutto arbitrario dalla linea fondamentale, pur rimanendone parallelo, poiché esisterà sempre una posizione del centro di proiezione per la quale il trapezio BCDE costituisce l'immagine, o prospettiva, di un quadrato regolare posto sul piano geometrico. In ragione di questi elementi, e nella logica di una operatività impegnata in particolare sul controllo dello scorcio prospettico delle linee verticali dei prismi, si può pensare che il tracciamento del lato DE possa essere stato eseguito dall'Autore addirittura alla fine dell'intera costruzione, senza porre attenzione alla distanza che lo separa dalla fondamentale e che non darebbe luogo ad alcuna incongruenza. Questa ipotesi può trovare conferma in una serie di caratteristiche che è possibile leggere nei disegni del trattato. Nel caso delle costruzioni complesse infatti, i disegni fanno riferimento ad altri disegni (dei quali non è rimasta traccia) utilizzati da Piero della Francesca, come modelli. Nella faccia posteriore della pagina contenente una figura infatti, si possono leggere chiaramente i fori probabilmente utilizzati per riportare i punti ritenuti fondamentali per definire l'intera costruzione (Fig. 12). Una prima analisi sui fori di trasferimento del modello, condotta sui codici di Parma e Bordeaux, denota che solo in pochi casi (in Bordeaux nel caso dei prismi pentagonale ed esagonale) è stata trasferita la posizione del lato DE mentre invece è ricorrente in quasi tutte le altre figure, la scelta di trasferire il punto A, i vertici dei prismi ed uno dei vertici B e C poggiati sulla linea fondamentale. Questi sono gli elementi che, secondo l'Autore, definiscono in modo univoco la figura perché grazie ad essi è possibile ricavare in modo agevole tutti gli altri. Ecco perché sembrerebbe che Piero della Francesca abbia tracciato il lato DE solo alla fine dell'intera costruzione non mettendo quindi in una medesima corrispondenza prospettica i due poligoni rappresentati: il quadrato di riferimento ed il poligono regolare al suo interno.

Questa analisi, inoltre, mette in luce il potenziale delle indagini condotte per mezzo dei metodi di rappresentazione digitale, siano essi di natura matematica o poligonale. Infatti, solo attraverso un controllo simultaneo della dicotomia tra spazio come è e spazio come appare, simultaneità possibile nell'ambiente virtuale del computer, è stato possibile mettere in evidenza le peculiarità della prospettiva di Piero, alle quali ho fatto cenno. L'apporto del computer in uno studio critico di questo genere quindi, va rintracciato non tanto nella semplice possibilità di visualizzare con sistemi di resa chiaroscurale automatici le entità spaziali studiate nelle proposizioni (per altro ben chiare nella mente dell'Autore) o piuttosto in una sterile individuazione degli errori di imprecisione grafica e delle deviazioni delle linee dagli andamenti ideali. Al contra-

rio, il computer deve essere lo strumento per mezzo del quale si evidenzia in modo chiaro ed originale l'aspetto innovativo dell'intera opera, attraverso una lettura critica che contempla in una inscindibile unità il testo scritto e l'apparato grafico, esattamente come l'opera stessa coniuga insieme l'ambito scientifico con quello artistico. Ed è proprio in questa profonda integrazione che si può riconoscere il motivo del forte impatto culturale che questo testo, scritto più di cinque secoli fa in sole sette copie, ha avuto nel quadro della storia della prospettiva dei secoli a venire.

Figura 5 (a sinistra, a). Disegno critico del prisma a base esagonale.

Figura 6 (a destra, b). Analisi della convergenza di rette parallele

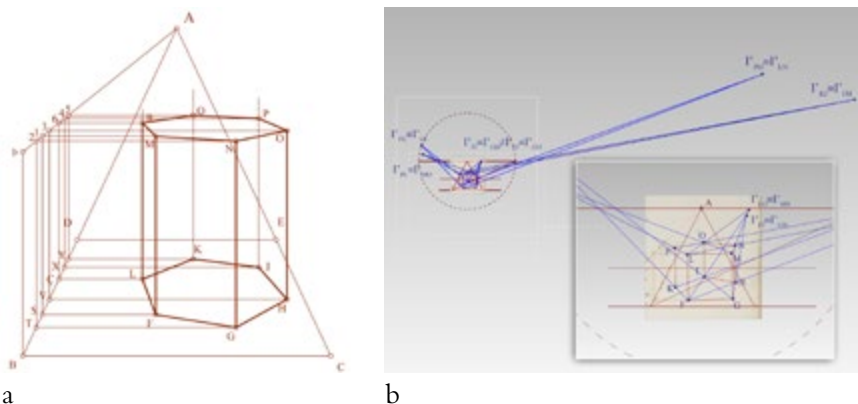


Figura 7 (a sinistra, c). La proiezione dal centro di proiezione sul geometrale, della prospettiva del poligono, genera un poligono irregolare

Figura 8 (a sinistra, d). La curva che interpola i vertici dei poligoni irregolari, descrive l'andamento di un'ellisse

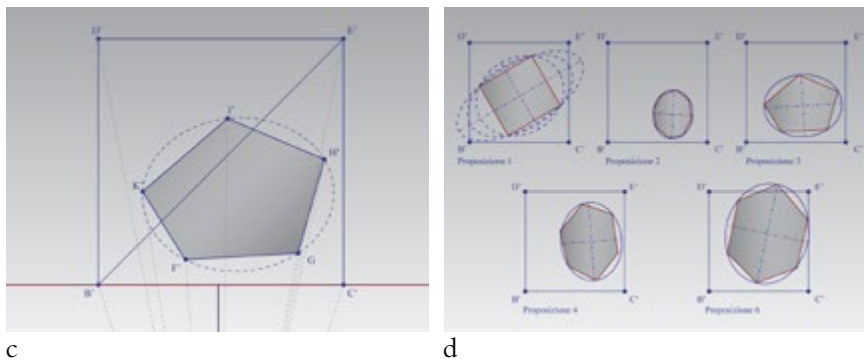


Figura 9. Quando un'ellisse è la prospettiva di un cerchio che giace su di un piano orizzontale, la corda condotta per i punti di contatto delle tangenti all'ellisse che appartengono al punto principale è parallela alla fondamentale

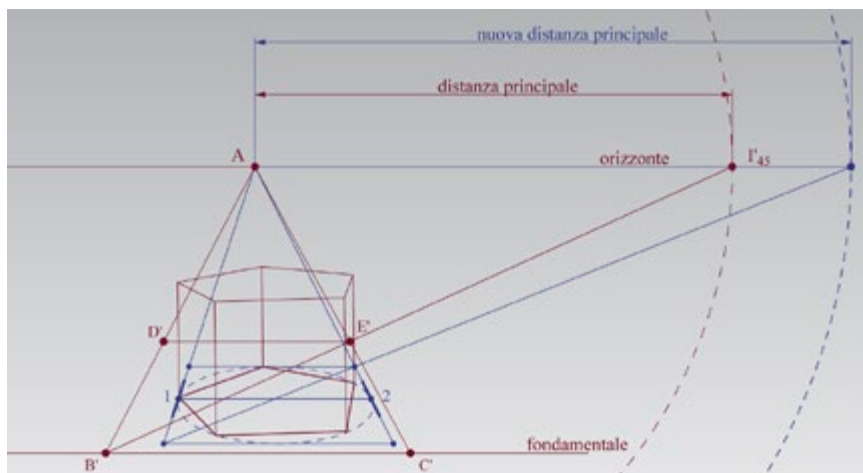


Figura 10. Il nuovo centro di proiezione O'' , definisce la relazione prospettica tra l'ellisse che circoscrive la prospettiva del poligono e il cerchio che circoscrive il poligono regolare

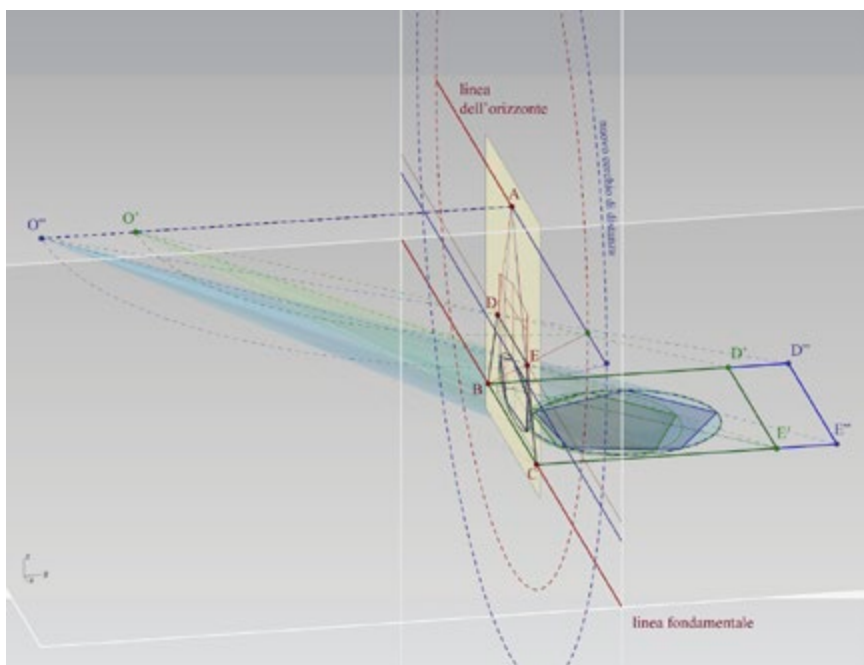


Figura 11. L'ingcongruenza tra i poligoni rappresentati nelle prime proposizioni del II libro, è risolvibile solamente adottando due ipotesi: prospettiva di un poligono irregolare disposto all'interno di un quadrato; prospettiva di un poligono regolare disposto all'interno di un rettangolo

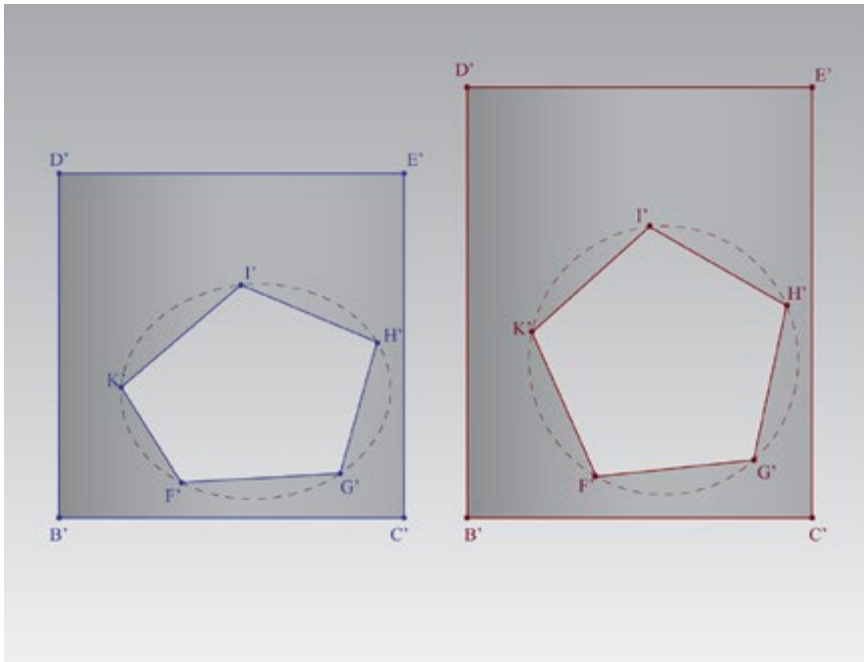
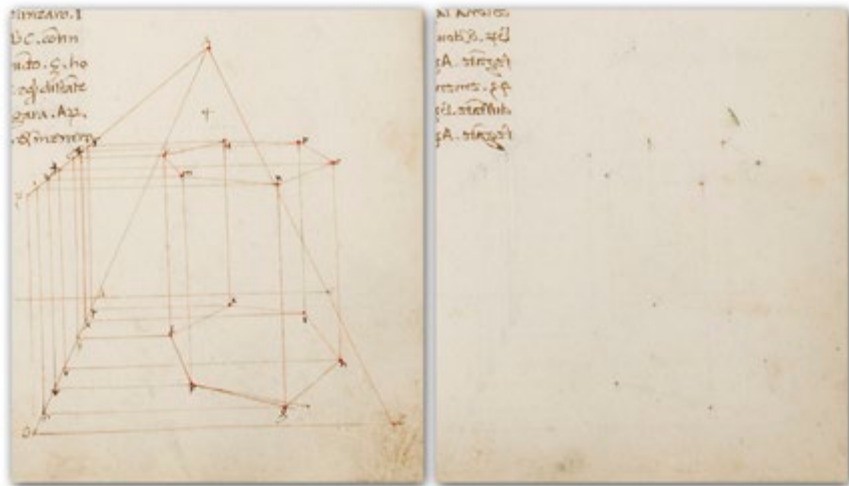


Figura 12. Codice di Parma, fogli 19 recto e 19 verso (copia speculare): analisi dei fori di trasferimento del modello



Note bibliografiche

- Andersen K. 2008, *The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*, Springer New York.
- Arnheim R. 1977, *The Dynamics of Architectural Form: Based on the 1975 Mary Duke Biddle Lectures at the Cooper Union*, University of California Press.
- Camerota F. 2006, *La prospettiva del Rinascimento: arte, architettura, scienza*, Electa.
- Cheney L., Farinelli L. e Parma B. P. D. 1992, *De prospectiva pingendi: a facsimile of Parma, Biblioteca Palatina, MS 1576*, Broude International Editions.
- Emiliani M. D. e Curzi V. 1996, *Piero della Francesca tra arte e scienza: atti del Convegno internazionale di studi*, Arezzo, 8-11 ottobre 1992, Sansepolcro, 12 ottobre 1992, Marsilio.
- Emiliani M. D., Gamba E., Montebelli V., Derenzini G., Mattesini E., Valerio V., Sorci A. e Laurenziana B. M. 2012, *Trattato d'abaco, Istituto poligrafico e Zecca dello Stato, Libreria dello Stato*. Fasola G. N. 1974, *Piero della Francesca: de prospectiva pingendi*, Sansoni.
- Field J. V. 1997, *The Invention of Infinity: Mathematics and Art in the Renaissance*, Oxford University Press.
- Field J. V. 2005, *Piero Della Francesca: A Mathematician's Art*, Yale University Press.
- Mussini M. e Grasselli L. 2008, *Piero della Francesca: De prospectiva pingendi: saggio critico*, Aboca Museum Edizioni.
- Russo L. 2001, *La rivoluzione dimenticata: il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli.
- Sorci A. 2001, *"La forza de le linee": prospettiva e stereometria in Piero della Francesca*, Sismel, Edizioni del Galluzzo.

La prospettiva dell'età moderna nacque come un ponte gettato tra l'arte e la scienza. Essa dava necessità all'arte e rendeva visibile la scienza; il terreno di coltura fu quello dell'architettura, che da sempre impegnava in sinergia i cultori dell'una e dell'altra. L'ambito di pensiero in cui fu concepita si occupava degli argomenti più alti, l'universo e la terra: a partire dagli astronomi-geografi e dai topografi, si è costruita nel tempo come disciplina e metodo scientifico-artistico, derivando sistematicamente teoremi da teoremi, in un crescendo di complessità, che ha assunto forme talvolta acrobatiche, non aperte all'evidenza. Le tecniche prospettiche sviluppate nel tempo hanno accompagnato le figure dell'architettura e del figurativo nei loro mutamenti. Le attuali tecnologie informatiche ci permettono oggi di studiare i modelli di questo ambito artistico con la fiducia di poter portare alla luce una storia nuova su di esso. Questo volume raccoglie i saggi di 44 ricercatori che, all'interno di un Progetto Nazionale bandito nel 2011, coordinato da Riccardo Migliari di Roma, hanno aderito alla chiamata del gruppo fiorentino, di cui è responsabile Maria Teresa Bartoli, per illustrare il loro metodo di approccio culturale e tecnico al tema attraverso un caso-studio: fosse esso rappresentato da un dipinto o dai passi di un trattato.

Maria Teresa Bartoli, professore ordinario di Rilievo dell'Architettura nell'Ateneo fiorentino, ha condotto numerose ricerche sul disegno storico dell'architettura, occupandosi di prospettiva, delle proiezioni centrali e del disegno dell'architettura fiorentina sia gotica che rinascimentale e barocca. Gli studi sono sempre basati su attenti rilievi, sia del costruito che del rappresentato, e il loro esame prevede sempre una relazione tra le misure messe in opera e la logica del disegno ideato dall'autore, architetto o pittore, messa in rapporto con paradigmi scientifici del suo tempo non sempre noti alla storiografia attuale. Tra le monografie si menziona *Musso e non quadro, la strana figura di Palazzo Vecchio dal suo rilievo*, dedicata alla spiegazione della forma del palazzo, condotta attraverso il suo rilievo, di cui sono presentate le tavole illustrative.

Monica Lusoli, dottore di ricerca in Storia dell'Architettura e della Città, specializzata in Storia, Analisi, Valutazione dei Beni Architettonici e Ambientali, collabora con la cattedra di Storia dell'Architettura e al corso di Laboratorio di Restauro, del Dipartimento di Architettura dell'Università di Firenze. Impegnata in ricerche universitarie, si interessa di tutela e di valorizzazione di edifici monumentali e di centri storici minori, partecipando anche all'organizzazione di convegni internazionali sul tema del restauro e dello studio del Quadraturismo, in particolare in ambito toscano. Si dedica all'analisi storico-morfologica del patrimonio architettonico integrando puntuali ricerche bibliografiche e documentarie con un'attenta indagine del costruito basata sul rilievo.