



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Sapienza University of Rome

Facoltà di Ingegneria Civile e Industriale
Ingegneria Elettrica

DOTTORATO DI RICERCA IN INGEGNERIA ELETTRICA, DEI MATERIALI E DELLE
NANOTECNOLOGIE (EMNE)

Modello dell'autotrasformatore per lo studio dei transitori elettromagnetici

Relatori

Prof. Caricchi Federico

Prof. Celozzi Salvatore

Candidato

Francesco Trentini

1593818

Anno Accademico 2022-2023 (Ciclo XXXVI)

A Ezio

Abstract

Questa tesi si concentra sullo sviluppo di un modello black box per un autotrasformatore trifase da 250 MVA, con specifiche di tensione $400/155 \pm 10$ kV, impiegato nella rete di trasmissione elettrica italiana. L'obiettivo principale consiste nell'ottenere un modello in grado di replicare con precisione il comportamento transitorio dell'autotrasformatore, in risposta a diverse sollecitazioni elettriche, come sovratensioni, cortocircuiti o commutazioni. Questo modello black box non richiede la conoscenza dei parametri fisici o geometrici dell'autotrasformatore, ma si basa unicamente sulla misura della sua risposta in frequenza.

Per acquisire le informazioni, alla base del modello black box, è stata eseguita una misura della risposta in frequenza dell'autotrasformatore nel campo di frequenza compreso tra 20 Hz e 2 MHz, utilizzando la tecnica della Frequency Response Analysis (FRA). Questa tecnica comporta l'applicazione di un segnale sinusoidale con ampiezza e frequenza variabili all'ingresso dell'autotrasformatore e la successiva misurazione del segnale in uscita, generando così una curva che rappresenta il modulo e la fase della funzione di trasferimento dell'autotrasformatore.

Successivamente, la curva misurata è stata approssimata utilizzando una funzione razionale. Questa approssimazione è stata ottenuta mediante il metodo del Vector Fitting (VF), un algoritmo iterativo che minimizza l'errore quadratico medio tra i dati misurati e la funzione approssimante, risultando in una funzione razionale che approssima la risposta in frequenza dell'autotrasformatore con elevata precisione.

È stata poi verificata la passività della funzione razionale, ossia l'assenza di poli o zeri nel semipiano destro del piano complesso, al fine di garantire la stabilità e la causalità del modello. Nel caso in cui la funzione razionale non soddisfacesse questo requisito, è stata applicata una procedura di passivazione, che comporta l'aggiunta di termini alla funzione razionale per spostare i poli o zeri indesiderati nel semipiano sinistro.

Infine, la funzione razionale è stata trasformata nel dominio del tempo mediante l'utilizzo della trasformata inversa di Laplace. Questo processo ha consentito di ottenere il modello black box dell'autotrasformatore sotto forma di equazioni differenziali lineari, composte da un insieme di parametri numerici che definiscono i coefficienti delle equazioni differenziali.

Il modello black box così ottenuto è stato validato confrontando i risultati delle simulazioni nel dominio del tempo, dimostrando una buona corrispondenza tra i risultati. Il modello black box è stato implementato in un software di analisi dei transitori elettromagne-

tici (EMTP) ed è stato applicato allo studio di una rete a 380 kV con un generatore sincrono. Anche in questo caso, i risultati hanno dimostrato una buona aderenza tra il modello proposto e il modello ATP disponibile, sia per le condizioni stazionarie che per le condizioni transitorie.

Il modello black box proposto offre numerosi vantaggi rispetto ai modelli tradizionali basati sui parametri fisici o geometrici dell'autotrasformatore:

- Il modello black box è di facile acquisizione, richiedendo solo misure della risposta in frequenza dell'autotrasformatore, che possono essere effettuate in modo non invasivo.
- Il modello black box è flessibile e può essere adattato a diverse condizioni terminali dell'autotrasformatore semplicemente modificando i parametri numerici del modello.
- Il modello black box è accurato e riproduce il comportamento transitorio dell'autotrasformatore su un ampio spettro di frequenze e in risposta a diverse sollecitazioni elettriche, senza richiedere informazioni dettagliate sulla geometria o sui materiali dell'autotrasformatore.
- Il modello black box è universale e può essere esteso ad altre tipologie di trasformatori o macchine statiche, purché sia disponibile la loro risposta in frequenza.

Il modello black box proposto può essere utilizzato per lo studio delle sovratensioni causate da fulmini, manovre o risonanze nella rete elettrica, che possono danneggiare l'autotrasformatore o ridurne la vita utile. Inoltre, il modello black box può essere utilizzato per il monitoraggio e la diagnostica dell'autotrasformatore, permettendo di rilevare eventuali variazioni nella sua risposta in frequenza dovute a guasti o degradi interni.

Keywords: Autotrasformatore trifase, Modello black box, Frequency Response Analysis (FRA), Vector Fitting (VF), Funzione razionale, Passività, Trasformata inversa di Laplace, Equazioni differenziali lineari, Validazione, Sovratensioni, Rete elettrica, Monitoraggio, Diagnostica, Risposta in frequenza, Simulazioni, Comportamento transitorio, Parametri numerici, Risonanze, Condizioni terminali, Trasformatori e macchine statiche.

Indice

Elenco delle figure	viii
Nomenclature	xiv
1 Introduzione	1
1.1 Descrizione del problema	1
1.2 Scopo	3
1.3 Risultati ottenuti	4
1.4 Schema della tesi	5
2 I Trasformatori, gli Autotrasformatori e i modelli	7
2.1 Le Macchine Statiche	7
2.2 Fondamenti sulle macchine statiche	9
2.3 Applicazioni e Tipi di Trasformatori	12
2.3.1 Classificazione in base all'ubicazione	13
2.3.2 Classificazione in base all'applicazione	15
2.4 Il ruolo dell'autotrasformatore	15
2.5 Gli standard nell'ambito dei trasformatori	16
2.6 Le tecniche di modellazione	16
2.6.1 Condizioni al contorno per la modellazione	21
2.6.2 Requisiti fisici dei sistemi	23
2.6.3 Determinazione dei parametri di un modello	25
2.7 Modellizzazione di un trasformatore	28
2.7.1 I primi modelli	30
2.7.2 Determinazione dei parametri per transistori a bassa frequenza e di commutazione	31
2.8 Trasformatori a due avvolgimenti monofase	32
2.8.1 Il circuito equivalente	32
2.8.2 Modello con nucleo non lineare	33
2.8.3 Costruzione di un modello a 50 Hz di un trasformatore monofase	33
2.9 Il modello lineare dell'autotrasformatore	40
2.10 Rappresentazione matriciale di un Trasformatore	42
2.11 Determinazione dei parametri per transistori veloci e molto veloci	42
2.12 Lo sviluppo del circuito equivalente trifase nel Dominio del Tempo	44
2.13 Classificazione dei modelli	45
2.13.1 Modelli fisici basati sul calcolo dell'induttanza	45
2.13.2 Modelli "Black Box" basati sulle misurazioni	46
2.13.3 Modelli ibridi	47
2.14 Il modello black box del trasformatore per l'analisi delle sovratensioni	49

2.14.1	Le differenti metodologie per costruire un modello Black Box	50
2.15	I flussi della Modellazione	51
2.15.1	Modellazione tramite Model Order Reduction	51
2.15.2	Modellazione tramite Risolutori di Campo	52
2.15.3	Modellazione da Risposte Misurate	53
2.16	Rappresentazioni per EMTP: approcci e limitazioni	54
3	Caratterizzazioni nel dominio del tempo e della frequenza	55
3.1	Definizioni alla base	55
3.1.1	Linearità	56
3.1.2	Memoria, casualità e tempo invarianza	56
3.1.3	Definizione generale di Stabilità	57
3.1.4	Definizione generale di Passività	57
3.1.5	Sistemi lineari invarianti nel tempo	57
3.2	Studio del transitorio elettrico	58
3.2.1	La trasformata di Laplace	58
3.2.2	Sistemi LTI causali e trasformata di Laplace unilaterale	60
3.2.3	La trasformata di Fourier	61
3.3	Valutazione dell'errore nella rappresentazione dei segnali	61
3.4	Norme sui segnali	62
3.4.1	Norme sui segnali nel dominio del tempo	62
3.4.2	Norme dei segnali nel dominio della frequenza	63
3.4.3	Norme dei sistemi	63
3.5	Rappresentazioni multiporta	64
3.5.1	Porte e Terminali	64
3.6	Sistemi multi-porta	65
3.6.1	La proprietà di reciprocità	66
4	La Frequency Response Analysis	68
4.1	L'analisi delle risposte in frequenza	68
4.2	La funzione di trasferimento di un trasformatore	72
4.3	I metodi di Frequency Response Analysis	73
4.3.1	Il metodo Low Voltage Impulse	73
4.3.2	Il metodo Sweep Frequency Response Analysis	73
4.3.3	L'applicazione della SFRA in TERNA	74
4.4	Modelli ad alta tensione e l'analisi della risposta in frequenza	75
4.4.1	Le difficoltà nella modellazione	76
4.4.2	Effetti dovuti alla presenza del nucleo in ferro	78
5	Modellazione Black Box di una macchina	80
5.1	Modellazione Transitoria e Analisi del Comportamento in Alta Frequenza	80
5.2	Il processo della modellazione	81
5.3	Linee guida per la costruzione dei modelli	83
5.4	I modelli terminali	85
5.4.1	Parametri dipendenti dalla frequenza	87
5.4.2	La matrice delle impedenze e delle ammettenze	88
5.4.3	La matrice delle ammettenze "modificata"	95

6	Adattamento Razionale con il Metodo del Vector Fitting	96
6.1	La stima dei parametri di macchina dalla risposta in frequenza	96
6.2	Tecniche per l'identificazione di un sistema lineare dai suoi dati di risposta in frequenza	97
6.3	La matrice di trasferimento H	98
6.4	Modellazione razionale	99
6.5	Implementazione nel dominio del tempo	101
6.6	Modellazione Poli-Residui	102
6.7	La rappresentazione della risposta in frequenza	103
6.8	Il metodo del Vector Fitting	104
6.8.1	Calcolo dei nuovi poli	105
6.8.2	L'algoritmo Vector Fitting	106
6.8.3	Esempio di algoritmo Vector Fitting	112
6.8.4	Caso con poli complessi e coniugati	113
6.8.5	Applicazione del metodo Vector Fitting	113
6.8.6	Selezione e inizializzazione dell'ordine di approssimazione VF	114
6.9	Evoluzioni del modello Vector Fitting	115
6.10	Applicazione del Vector Fitting su un semplice circuito elettrico	120
7	Concetti di causalità, stabilità e passività	123
7.1	Importanza della Passività	123
7.2	Stabilità e passività nei sistemi tempo invarianti	126
7.3	Le matrici reali e la passività	129
7.3.1	Perturbazione di una matrice	131
7.3.2	Perturbazione dei residui dei minimi quadrati	133
7.4	Perturbazione Modale veloce e Perturbazione Veloce dei Residui	133
7.4.1	Metodo della Perturbazione Veloce dei Residui (FRP)	135
7.4.2	Metodo della Perturbazione Modale veloce (FMP)	136
7.4.3	Differenza tra gli algoritmi	138
7.5	Valutazione della passività e implementazione	138
7.6	Selezione del campione per l'applicazione della passività	139
7.7	Iterazioni robuste	140
7.8	Esempio pratico di applicazione della passività ad un modello	142
8	Implementazione del modello nel dominio del tempo	144
8.1	Approssimazione razionale per matrici di ammettenza	145
8.2	Calcolo mediante convoluzioni ricorsive	146
8.3	La conversione nel circuito equivalente	150
9	Costruzione del Modello dell'Autotrasformatore	157
9.1	La formulazione del modello	157
9.2	Il modello e i campioni in frequenza	159
9.3	Sperimentazione del metodo su un TR Trifase a due avvolgimenti da 80 MVA	159
9.4	Costruzione del modello dell'Autotrasformatore di potenza da 250MVA . . .	166
9.4.1	Schema e dati tecnici dell'ATR da 250MVA	166
9.4.2	Impostazione del processo di misurazione dei campioni	168
9.4.3	Strumentazione utilizzata: il FRANEO 800	168
9.4.4	Modellazione dell'ATR da 250MVA	172
9.5	Simulazioni stabili in frequenza e instabili nel tempo	188

9.6	La passività del modello	191
9.7	Sintesi del processo di modellizzazione	193
9.8	Simulazioni nel dominio del tempo	194
9.8.1	Simulazioni nei casi di assenza o presenza di carico	194
9.8.2	Simulazione di un evento di commutazione in una rete a 380 kV	197
9.8.3	Simulazione di un evento di commutazione in una rete a 380 kV in presenza di un generatore sincrono	199
10	Conclusioni	201
	Bibliography	206
A	Algoritmo di calcolo Matrice Y ATR 250MVA	218
A.1	Inizializzazione delle variabili proprie	218
A.2	Apertura e salvataggio dei campioni propri per l'analisi	219
A.3	Inizializzazione delle variabili mutue	220
A.4	Apertura e salvataggio dei campioni mutui per l'analisi	221
A.5	Conversione dei termini propri	222
A.6	Conversione dei termini mutui	223
A.7	Conversione degli elementi propri di Hcc in elementi propri di Ycc	223
A.8	Grafico del modulo della risposta in frequenza in Ycc (vettori auto)	224
A.9	Calcolo dei prodotti $Y_{ii} + 1/R$ per i termini mutui	224
A.10	Calcolo dei termini mutui Y_{cc_ij}	225
A.11	Conversione degli elementi mutui di Hcc in elementi mutui di Ycc	225
A.12	Grafico modulo della risposta in frequenza in Ycc (vettori mutui)	226
A.13	Grafico fase della risposta in frequenza in Ycc (vettori propri)	226
A.14	Grafico fase della risposta in frequenza in Ycc (vettori mutui)	227
B	Algoritmo di calcolo completo	228
	Ringraziamenti	

Elenco delle figure

2.1	Il sistema elettrico italiano (Fonte: TERNA)	9
2.2	La rete di trasmissione italiana (Fonte: TERNA)	14
2.3	Esempio di modello White-Box	17
2.4	Esempio di modello Black Box	18
2.5	Esempio di circuito a due porte	20
2.6	Risposte di ammettenza dei due circuiti nella Figura 2.5	20
2.7	Diagramma di flusso sugli approcci alla determinazione dei parametri.	27
2.8	Circuito equivalente del trasformatore monofase (tradizionale)	32
2.9	Circuito equivalente del trasformatore monofase (duale)	32
2.10	Prova a vuoto – schema teorico di configurazione della misura	34
2.11	Prova a vuoto – schema reale di configurazione della misura	35
2.12	Prova a vuoto – Valori misurati di potenza, tensione e corrente al primario	36
2.13	Prova in cortocircuito – schema teorico di configurazione della misura	37
2.14	Prova in cortocircuito – schema reale di configurazione della misura	38
2.15	Impedenza di cortocircuito	39
2.16	Prova in cortocircuito - Valori misurati di potenza, tensione e corrente al primario	39
2.17	Modello a 50Hz del trasformatore monofase da 18kVA	40
2.18	Modello semplificato dell'Autotrasformatore	41
2.19	Modello completo dell'Autotrasformatore	41
3.1	Rete a due terminali e una porta	64
3.2	Rete a quattro terminali e due porte	65
4.1	Risposta in frequenza fase A TR6	69
4.2	Risposta in frequenza fase B TR6	70
4.3	Risposta in frequenza fase C TR6	70
4.4	Collegamento analizzatore di rete ad una macchina a 7 terminali (3AT-3BT-N)	74
5.1	Procedura per la modellazione di un componente	82
5.2	Origine e intervalli di frequenza dei transistori nei sistemi di potenza	83
5.3	Elemento della matrice delle ammettenze di un trasformatore in funzione della frequenza	85
5.4	Identificazione parametri di impedenza di un caso monofase	90
5.5	Procedura di misura per la colonna j -esima della matrice di ammettenza	92
5.6	Identificazione parametri di ammettenza di un caso monofase	93
6.1	Componente elettrico ad M terminali	102
6.2	Circuito elettrico in esame	120
6.3	Confronto tra la risposta in frequenza del circuito e il modello	121

6.4	Andamento delle tensioni del circuito elettrico e del modello ATP tra 0 e 5 ms	121
7.1	Parte Reale dell'impedenza non passiva	124
7.2	Esempio di circuito instabile	125
7.3	Risposta instabile del circuito in analisi	126
7.4	ROC della matrice di trasferimento	128
7.5	Selezione dei campioni per l'applicazione della passività	139
7.6	Procedura per iterazioni robuste	141
7.7	Autovalori di $G_{\text{rat}}(s)$	142
8.1	Modello π equivalente con più terminali	151
8.2	Rappresentazione equivalente del modello ad ammettenze	153
8.3	Una rete equivalente a tre terminali (più riferimento comune) (a), corrispondente a un modello di ammettenza a 3 porte (b).	153
9.1	Schema del trasformatore trifase	160
9.2	Il trasformatore trifase in esame da 80MVA	160
9.3	Schema di connessione dell'FNA	161
9.4	DOBLE tipo M5200	162
9.5	Modulo e fase delle funzioni di trasferimento fase A lato Alta tensione	163
9.6	Modulo e fase delle funzioni di trasferimento fase B lato Alta tensione	164
9.7	Modulo e fase delle funzioni di trasferimento fase C lato Alta tensione	164
9.8	Esempio di filtraggio sulla fase A del trasformatore trifase	164
9.9	Vector Fitting sulla funzione di trasferimento della fase A	165
9.10	Vector Fitting sulla funzione di trasferimento della fase B	165
9.11	Vector Fitting sulla funzione di trasferimento della fase C	165
9.12	Poli della funzione di trasferimento filtrata e poli della funzione di trasferimento non filtrata	166
9.13	Autotrasformatore di stazione da 250 MVA, 400/155±10% kV, 50Hz	167
9.14	Schema dell'autotrasformatore in esame.	168
9.15	FRAneo 800	169
9.16	Processo di analisi della risposta in frequenza	170
9.17	Pannello frontale del FRANEO 800	170
9.18	Pannello posteriore del FRANEO 800	171
9.19	Schema di funzionamento del FRANEO 800	171
9.20	Impostazione delle misure per il calcolo dei termini propri.	173
9.21	Impostazione delle misure per il calcolo dei termini mutui.	173
9.22	Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase A lato AAT della matrice	175
9.23	Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase B lato AAT della matrice	175
9.24	Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase C lato AAT della matrice	176
9.25	Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase a lato AT della matrice	176
9.26	Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase b lato AT della matrice	177
9.27	Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase c lato AT della matrice	177
9.28	Modulo del vettore della mutua ammettenze AB e BA della sottomatrice lato AAT	178
9.29	Modulo del vettore della mutua ammettenze AC e CA della sottomatrice lato AAT	178
9.30	Modulo del vettore della mutua ammettenze CB e BC della sottomatrice lato AAT	179

9.31	Modulo del vettore della mutua ammettenze Ab e bA della sottomatrice mutua AAT/AT	179
9.32	Modulo del vettore della mutua ammettenze Ac e cA della sottomatrice mutua AAT/AT	180
9.33	Modulo del vettore della mutua ammettenze Aa e aA della sottomatrice mutua AAT/AT	180
9.34	Modulo del vettore della mutua ammettenze Ba e aB della sottomatrice mutua AAT/AT	181
9.35	Modulo del vettore della mutua ammettenze Bb e bB della sottomatrice mutua AAT/AT	181
9.36	Modulo del vettore della mutua ammettenze Bc e cB della sottomatrice mutua AAT/AT	182
9.37	Modulo del vettore della mutua ammettenze Ca e aC della sottomatrice mutua AAT/AT	182
9.38	Modulo del vettore della mutua ammettenze Cb e bC della sottomatrice mutua AAT/AT	183
9.39	Modulo del vettore della mutua ammettenze Cc e cC della sottomatrice mutua AAT/AT	183
9.40	Modulo del vettore della mutua ammettenze ab e ba della sottomatrice lato AT	184
9.41	Modulo del vettore della mutua ammettenze ac e ca della sottomatrice lato AAT	184
9.42	Modulo del vettore della mutua ammettenze bc e cb della sottomatrice lato AAT	185
9.43	Fase delle auto ammettenze della matrice	185
9.44	Fase delle mutue ammettenze della matrice	186
9.45	Approssimazione dei vettori della sottomatrice lato AAT	187
9.46	Approssimazione dei vettori della sottomatrice lato AT	187
9.47	Approssimazione dei vettori delle sottomatrici mutue tra AAT e AT	188
9.48	Confronti degli elementi propri della matrice delle ammettenze Y calcolati tramite ATP e quelli misurati	189
9.49	Circuito per il calcolo della tensione trasferita tra i terminali	189
9.50	Andamento delle tensioni ai terminali di macchina a causa dell'instabilità del modello	190
9.51	Dettaglio dell'andamento delle tensioni ai terminali di macchina a causa dell'instabilità del modello	190
9.52	Rappresentazione degli autovalori del modello	191
9.53	Autovalori del modello dopo aver applicato la passività.	192
9.54	Procedura per derivare il modello dell'Autotrasformatore	193
9.55	Gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore.	195
9.56	Andamento delle tensioni con gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore.	195
9.57	Gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore con secondario a terra attraverso resistori.	196
9.58	Risultati del gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore con secondario a terra attraverso resistori.	196
9.59	Schema semplificato monofase equivalente della rete 380 kV.	198
9.60	Confronto di una risposta di tensione transitoria durante un'operazione di commutazione utilizzando il modello "black box" proposto e il modello ATP disponibile.	198

9.61	Schema semplificato monofase equivalente della rete 380 kV con generatore da 345 kV.	199
9.62	Confronto di una risposta di tensione transitoria durante un'operazione di commutazione in presenza di un generatore a 345 kV, utilizzando il modello "black box" proposto e il modello ATP disponibile.	200

Elenco delle tabelle

9.1	Dati tecnici del TR da 80MVA	161
9.2	Dati tecnici del DOBLE M5200	162
9.3	Dati tecnici dell'ATR in esame	167
9.4	Dati tecnici del modello FRANEO800	169

Nomenclature

I_{exc}	Corrente di eccitazione
I_n	Corrente nominale
I_{sh}	Corrente di cortocircuito
P_{core}	Perdite del nucleo
P_{exc}	Perdite di eccitazione
P_J	Perdite per effetto Joule
P_{sh}	Perdite di cortocircuito
V_{exc}	Tensione di eccitazione
V_n, V_p, V_s	Tensione nominale
V_{sh}	Tensione di cortocircuito
$Y_{AAT/AT}, Y_{AT/AAT}$	Sottomatrici della matrice di ammettenza Y
AAT	Altissima Tensione
AC	Corrente Alternata
AT	Alta Tensione
ATP	Alternative Transients Program
ATR	Autotrasformatore
C	Condensatore
EMTP	Programma per Transitori Elettromagnetici
FMP	Perturbazione modale veloce
FNA	Analizzatore di Rete in Frequenza
FRA	Analisi della Risposta in Frequenza
FRP	Perturbazione veloce dei residui
GIS	Sottostazioni Isolate a Gas
H	Matrice di Trasferimento

Hz	Hertz
kHz	Kilohertz
kV	Kilovolt
L	Induttanza
LS	Metodo dei Minimi Quadrati
MATLAB	Ambiente di programmazione per l'analisi dei dati
MHz	Megahertz
MP	Perturbazione modale
MVA	Mega Volt-Ampere
MVF	Modal Vector Fitting
N	Morsetto di Neutro del Trasformatore
ODE	Equazioni Differenziali Ordinarie
OIP	Carta Impregnata di Olio
OVF	Orthonormal Vector Fitting
R	Resistenza
RIP	Carta Impregnata di Resina
RP	Perturbazione dei residui
RVF	Relaxed Vector Fitting
S	Potenza nominale
SF6	Esafluoruro di Zolfo
SFRA	Analisi della Risposta in Frequenza con Variazione della Frequenza
TR	Trasformatore
TSO	Transmission System Operator
V	Volt
VF	Vector Fitting
Y	Matrice di Ammettenza
Z	Matrice di Impedenza

Capitolo 1

Introduzione

Le reti elettriche di trasmissione si basano fortemente sull'affidabilità e sulle prestazioni degli autotrasformatori di potenza. Questi componenti essenziali hanno un ruolo chiave nel garantire un flusso stabile e sicuro dell'energia elettrica attraverso l'intero sistema. Tuttavia, l'incidenza di guasti in questi autotrasformatori può causare conseguenze gravi, come interruzioni dell'alimentazione e perdite economiche rilevanti. Questo capitolo mira a presentare il problema dei guasti negli autotrasformatori di potenza nelle reti elettriche di trasmissione, evidenziando l'importanza vitale di questi dispositivi e le ripercussioni dei guasti sulla continuità del servizio e sull'affidabilità del sistema. Inoltre, verranno analizzate le dinamiche più intricate che possono sorgere a causa di guasti o di cambiamenti nella topologia del sistema di trasmissione elettrica. In particolare, si prenderanno in considerazione le variazioni nella risposta in frequenza della rete elettrica, causate da modifiche strutturali e dall'aggiunta di nuove apparecchiature. Queste variazioni, se non gestite correttamente, possono provocare fenomeni indesiderati, come sovratensioni risonanti, che costituiscono un rischio reale per l'integrità degli autotrasformatori e di altri dispositivi ad alta tensione. Comprendere e gestire queste dinamiche è fondamentale per assicurare la sicurezza e la stabilità dell'intera rete elettrica di trasmissione.

1.1 Descrizione del problema

Gli autotrasformatori di potenza sono tra le principali apparecchiature che compongono le reti elettriche di trasmissione. Oltre alle spese derivanti dagli elevati costi di manutenzione e ripristino dei trasformatori, i guasti di questa apparecchiatura possono causare interruzioni

dell'alimentazione, generando numerosi inconvenienti e perdite.

Questo tipo di macchine è utilizzata oggi da Terna, gestore della trasmissione della rete elettrica italiana, su tutta la rete 380kV. Attualmente ci sono in esercizio 34 macchine della stessa tipologia, realizzate da diversi produttori e basate sulle stesse specifiche definite da Terna.

Cambiamenti frequenti nella topologia del sistema di trasmissione dell'energia elettrica possono portare a una diversa risposta in frequenza della rete. Un'elevata quota di fonti rinnovabili, l'installazione di compensatori VAR statici, reattori shunt variabili o banchi di condensatori possono portare a un cambiamento nella risposta in frequenza. Ciò può, a sua volta, causare sovratensioni risonanti, sia internamente nell'avvolgimento del trasformatore che in una parte specifica della rete, quando si verificano guasti o fenomeni di commutazione. Questo fenomeno può causare guasti al trasformatore di alimentazione o ad altre apparecchiature ad alta tensione.

Data l'importanza degli autotrasformatori, è fondamentale che queste apparecchiature siano progettate e costruite con una certa robustezza in considerazione delle diverse esigenze a cui possono essere sottoposte, tra cui sovratensioni causate da fulmini e sovratensioni di manovra. Le norme in vigore [1] richiedono che gli autotrasformatori di potenza siano progettati e realizzati con la capacità di resistere a forme d'onda standardizzate che mirano a rappresentare tali fenomeni [2].

Nello studio dei transitori elettromagnetici, come le sovratensioni, è fondamentale sviluppare modelli che rappresentino fedelmente le macchine elettriche in analisi. Gli strumenti di analisi dei transitori elettromagnetici, come ATP o EMTP (Electromagnetic Transients Program), hanno nel loro database modelli di trasformatori che non sono in grado di rappresentare adeguatamente il comportamento di queste apparecchiature a fronte di transitori contenenti alte frequenze, essendo normalmente validi per studi in bassa e media frequenza [3].

La modellazione del comportamento transitorio delle macchine è notoriamente complessa, in quanto non esiste ancora un modello universalmente accettato che possa rappresentarle in modo completo per tutti i tipi di eventi. La maggior parte degli studi condotti finora si è concentrata principalmente sui trasformatori monofase e trifase, tralasciando spesso gli autotrasformatori. Questo ha portato a una carenza di informazioni disponibili in letteratura riguardo a questa specifica tipologia di macchine. Tuttavia, è fondamentale ottenere una comprensione approfondita di tali macchine per garantire la corretta simulazione delle reti

di trasmissione e dei loro comportamenti transitori.

In generale, le tensioni e le correnti ai terminali dipendono dalla frequenza e le relazioni tra i due sono caratterizzate da punti di risonanza e anti-risonanza. Poiché questo fenomeno non può essere dedotto dai dati forniti dai produttori, che vengono misurati a frequenza industriale, un possibile modo per ottenere la risposta in frequenza dei trasformatori è eseguire calcoli dettagliati basati sulla geometria dell'apparecchiatura, andando a realizzare il cosiddetto modello White Box [4]. Tuttavia, in pratica, solo i produttori hanno informazioni sufficienti per formulare modelli di questo tipo. Per superare tale limitazione, si può determinare la risposta in frequenza del trasformatore attraverso misurazioni terminali, costituendo così un modello del tipo Black Box [5].

Lo sviluppo di un modello di trasformatore per lo studio dei fenomeni transitori presuppone che questo modello debba essere applicabile nelle simulazioni nel dominio del tempo. Per questo, la risposta in frequenza calcolata o misurata deve essere manipolata matematicamente al fine di consentire la costituzione di un modello basato sulla tecnica delle convoluzioni numeriche. Nel corso degli anni sono state sviluppate diverse tecniche per approssimare le risposte in frequenza mediante funzioni razionali e il metodo Vector Fitting si è dimostrato un potente strumento per modellare trasformatori con potenze, numero di terminali e tipi di connessioni dell'avvolgimento differenti [6].

Pertanto, è importante sviluppare un approccio per misurare con precisione le grandezze connesse al modello, in modo da ottenere una risposta in frequenza affidabile. In aggiunta, è cruciale identificare un modello che rappresenti in modo accurato il comportamento transitorio del trasformatore sotto varie condizioni, al fine di garantirne l'applicabilità generale.

1.2 Scopo

Il presente lavoro si propone di sviluppare un modello black box per un autotrasformatore da 250MVA, utilizzando la Frequency Response Analysis (FRA) e il metodo Vector Fitting (VF) al fine di creare un'approssimazione che non richieda parametri fisici dell'apparato. Questo modello, implementato in un software EMTP, viene validato attraverso simulazioni e test, garantendo precisione e universalità d'uso in applicazioni quali lo studio delle sovratensioni e la diagnostica dell'autotrasformatore. L'approccio consente di riprodurre il comportamento transitorio dell'autotrasformatore in risposta a sollecitazioni elettriche, come sovratensioni e

cortocircuiti, fornendo uno strumento utilizzabile per monitorare e diagnosticare l'apparecchiatura. La metodologia proposta offre un modello preciso e versatile, adatto a differenti scenari di rete e condizioni operative, dimostrando la sua efficacia e applicabilità sia in scenari reali che simulati.

1.3 Risultati ottenuti

Nel corso della presente ricerca, sono stati ottenuti risultati significativi che contribuiscono allo sviluppo e alla validazione di modelli black box per autotrasformatori, come delineato di seguito:

- **Metodologia di Calcolo per l'Approssimazione Razionale:** È stata applicata e testata una metodologia che consente di calcolare con precisione un'approssimazione razionale della matrice delle ammettenze (modificata) di un autotrasformatore. Questo è stato realizzato basandosi sulle risposte in frequenza misurate direttamente su una macchina in esercizio, garantendo così un modello che riflette le caratteristiche operative dell'autotrasformatore.
- **Valutazione della Stabilità e Passività del Modello:** La stabilità e la passività del modello sviluppato sono state accuratamente valutate. Sono stati imposti vincoli specifici per assicurare che il modello rimanesse fedele alle risposte originali, mantenendo al contempo la sua applicabilità e affidabilità in vari scenari di simulazione.
- **Determinazione dei Parametri per una Rete Equivalente:** Sono stati determinati i parametri essenziali per formulare una rete equivalente della macchina statica. Questo passaggio è cruciale per assicurare che il modello possa essere utilizzato in modo efficace nelle simulazioni e nell'analisi delle reti elettriche.
- **Validazione nel Dominio del Tempo in Diverse Condizioni Operative:** Il modello equivalente è stato validato nel dominio del tempo, considerando vari scenari operativi. Questo ha permesso di verificare l'accuratezza e la robustezza del modello nel rappresentare il comportamento dell'autotrasformatore in diverse condizioni.
- **Validazione del Modello in una Rete Complessa:** Ulteriormente, il modello equivalente è stato inserito e validato in una rete elettrica che comprende linee e generatori

di stazione, confrontando i risultati ottenuti con un modello già disponibile e utilizzato dal Transmission System Operator (TSO) italiano. Questo passo ha fornito una verifica ulteriore dell'applicabilità e dell'accuratezza del modello in scenari di rete più complessi e realistici.

1.4 Schema della tesi

Al fine di ottenere i risultati per questo lavoro, è stata effettuata una revisione bibliografica delle tecniche e degli strumenti disponibili nell'elaborazione di modelli ad ampio spettro di frequenze per macchine statiche di potenza (in particolare trasformatori monofase e trifase). In questa fase il focus è rivolto alle metodologie applicate per ottenere la risposta in frequenza delle macchine statiche utilizzando i concetti del modello black box, nonché ai diversi approcci della tecnica Vector Fitting, utilizzata nell'approssimazione delle risposte in frequenza per mezzo di funzioni razionali.

In una seconda fase vengono eseguite sul campo le misure della risposta in frequenza di un autotrasformatore trifase da 250 MVA, 400/155±10% kV, normalmente utilizzato nella rete di trasmissione. La matrice di ammettenza del trasformatore è determinata nell'intervallo da 20 Hz a 2 MHz. Vale la pena ricordare che la scelta di questo spettro di frequenze mira a garantire il corretto funzionamento del modello per tutte le condizioni a cui può essere esposto. Le basse frequenze sono associate al funzionamento del modello nei momenti pre-transitori e anche post-transitori. Le alte frequenze, invece, mirano a contemplare i tipici impulsi di tensione a cui può essere sottoposta l'apparecchiatura, che normalmente sono caratterizzati da forme d'onda con frequenza inferiore a 10 MHz (sovratensioni atmosferiche, commutazioni, fenomeni di risonanza, ecc.).

In una terza fase, viene elaborato il modello utilizzando la tecnica del Vector Fitting. Quindi, viene verificata e imposta la passività che consente di avere simulazioni stabili nel tempo. Il modello proposto è quindi validato nel dominio del tempo nello stato stazionario per varie condizioni terminali utilizzando strumenti di analisi dei transitori elettromagnetici. Gli studi dello stato stazionario consistono nella valutazione delle tensioni rilevate sul lato secondario dell'autotrasformatore applicando su uno dei terminali del lato primario una tensione a gradino. La prima configurazione prevede che i terminali secondari siano a vuoto, la seconda che siano collegati a terra attraverso una resistenza.

Infine, viene confrontato il funzionamento del modello black box nello stato transitorio rispetto ad un modello gray box disponibile nell'ambito delle risposte a sovratensioni di manovra in una porzione di rete di trasmissione italiana a 380kV. La prima simulazione prevede che non ci siano carichi connessi alla rete mentre la seconda prevede la presenza di un generatore sincroni di centrale.

Capitolo 2

I Trasformatori, gli Autotrasformatori e i modelli

In questo capitolo, ci concentreremo sull'obiettivo di fornire una panoramica sintetica ma completa delle macchine statiche, con particolare attenzione alle definizioni e alle caratteristiche chiave. In particolare, esamineremo i due tipi di macchine statiche più comunemente utilizzati: i trasformatori e gli autotrasformatori. La modellazione di trasformatori è stata presentata in molte pubblicazioni degli ultimi decenni, sia per trasformatori monofase che per trasformatori trifase [7]. Solo in pochi casi vengono affrontate le caratteristiche degli autotrasformatori. Gli autotrasformatori sono una particolare forma di trasformatori, pertanto per la discussione che seguirà, più generale, verranno citati principalmente i primi. Successivamente, procederemo introducendo una definizione generale dei modelli di macchine statiche e, a seguito di questa definizione, procederemo con la dettagliata classificazione dei modelli più noti che sono ampiamente documentati nella letteratura tecnica.

2.1 Le Macchine Statiche

Dopo le linee di trasmissione, le macchine statiche sono i componenti più importanti dei sistemi di trasmissione e distribuzione. La modellazione delle linee di trasmissione per lo studio dei transitori elettromagnetici è molto sofisticata. Questo è vero, in parte, perché tutti i dati geometrici necessari sono a disposizione degli analisti di sistema. Per i trasformatori i dati geometrici sono disponibili solo ai produttori e sono considerati proprietari. Una modellazione accurata è molto importante quando il transitorio è dominato dal comportamento

del trasformatore. Gli esempi includono la connessione e la disconnessione di trasformatori, risonanza e ferrorisonanza, fulmini o sovratensioni di commutazione che viaggiano su linee verso un trasformatore. Molti di questi transitori richiedono un'adeguata modellazione del comportamento non lineare del nucleo di ferro del trasformatore causato dalla magnetizzazione e dall'isteresi. Altri richiedono un'adeguata rappresentazione della dipendenza dalla frequenza dei parametri di dispersione e/o di magnetizzazione. I transitori ad altissima frequenza richiedono la rappresentazione accurata di tutte le capacità.

Sebbene sia stato dedicato molto impegno al calcolo dei parametri del trasformatore a partire dalle informazioni geometriche, di solito sono derivati da targhe o dati di prova. Le seguenti informazioni sono generalmente disponibili per qualsiasi macchina statica:

- Potenza nominale (S)
- Tensione nominale (V_p, V_s)
- Corrente di eccitazione (I_{exc})
- Corrente nominale (I_n)
- Tensione di eccitazione (V_{exc})
- Tensione nominale (V_n)
- Perdite di eccitazione (P_{exc})
- Perdite del nucleo (P_{core})
- Perdite per effetto Joule (P_J)
- Corrente di cortocircuito (I_{sh})
- Tensione di cortocircuito (V_{sh})
- Perdite di cortocircuito (P_{sh})
- Caratteristiche di saturazione (se applicabile)
- Capacità (se applicabile)

Le correnti di eccitazione e di cortocircuito, le tensioni e le perdite devono essere fornite da misurazioni di sequenza positiva e zero. Gli standard (ad esempio, IEC e IEEE) raccomandano le procedure per misurare i valori di cui sopra e forniscono le specifiche e i requisiti per l'esecuzione dei test. Tuttavia, non includono espressioni per la determinazione dei parametri né coprono tutti i test necessari per derivare i parametri che devono essere specificati in alcuni modelli di trasformatore. Esiste un'ampia gamma di modelli e procedure per la stima dei parametri; tuttavia, molte di queste procedure sono state validate analizzando solo le condizioni stazionarie e non possono essere estrapolate per trasformatori di diversa taglia o quando il fenomeno include alte frequenze.

2.2 Fondamenti sulle macchine statiche

I trasformatori e gli autotrasformatori sono dispositivi statici che trasferiscono energia elettrica da un circuito all'altro mediante il fenomeno dell'induzione elettromagnetica senza alcuna variazione di frequenza. Possono collegare circuiti con tensioni diverse, che è uno dei fattori abilitanti per l'uso universale del sistema a corrente alternata (AC) per la trasmissione e la distribuzione di energia elettrica.

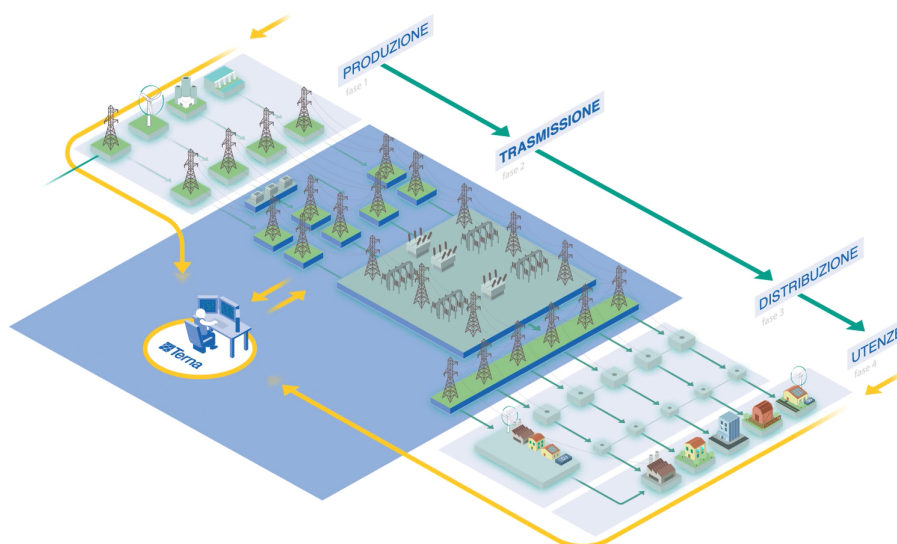


Figura 2.1: Il sistema elettrico italiano (Fonte: TERNA)

Pertanto, i trasformatori assicurano che vari componenti del sistema di alimentazione, vale a dire generatori, linee di trasmissione, reti di distribuzione e carichi, possono tutti funzionare ai livelli di tensione più adatti. Poiché le tensioni di trasmissione vengono au-

mentate a livelli più elevati in alcune parti di un sistema di potenza, i trasformatori svolgono nuovamente un ruolo chiave nell'interconnessione delle diverse parti del sistema a diversi livelli di tensione. I trasformatori sono quindi collegamenti vitali tra le centrali elettriche e i punti di utilizzo in qualsiasi sistema. Il trasformatore è un dispositivo di conversione elettromagnetica in cui l'energia elettrica ricevuta dal suo avvolgimento primario viene prima convertita in energia magnetica, che viene riconvertita in energia elettrica in altri circuiti (avvolgimento secondario, avvolgimento terziario, ecc.). Pertanto, gli avvolgimenti primario e secondario non sono collegati elettricamente, ma accoppiati magneticamente. Un trasformatore è definito trasformatore step-up o step-down a seconda che la tensione secondaria sia superiore o inferiore alla tensione primaria. I trasformatori possono essere utilizzati per aumentare o diminuire la tensione a seconda delle necessità e dell'applicazione; pertanto, i loro avvolgimenti sono indicati come avvolgimenti ad alta tensione/bassa tensione o ad alta tensione/bassa tensione anziché avvolgimenti primari/secondari.

Circuiti magnetici

Un trasferimento di energia elettrica tra due circuiti avviene attraverso un trasformatore senza l'utilizzo di parti in movimento; un trasformatore ha quindi maggiore efficienza e minori costi di manutenzione rispetto alle macchine elettriche rotanti. Vengono continuamente sviluppati e introdotti migliori materiali per i nuclei. Sono state introdotte diverse tipologie di acciai al silicio nel seguente ordine cronologico: non orientati, orientati a caldo, orientati a freddo (CRGO), Hi-B, incisi meccanicamente e incisi al laser. Gli ultimi tre tipi sono versioni migliorate della classe di materiali CRGO. La densità del flusso di saturazione è rimasta più o meno costante intorno a 2,0 Tesla; tuttavia, le tecnologie e i processi sofisticati utilizzati durante la produzione hanno portato a miglioramenti significativi nelle caratteristiche watt/kg e volt-ampere/kg. Inoltre, il notevole aumento dei costi energetici nel corso degli anni è il principale responsabile dello sviluppo (e conseguente aumento dell'uso) di materiali migliori per i nuclei: questi non solo riducono la perdita del nucleo ma aiutano anche a ridurre i livelli di rumore dei trasformatori.

Avvolgimenti

I conduttori rivestiti in carta sono comunemente usati negli avvolgimenti di trasformatori di media e grande potenza. Tali conduttori possono essere del tipo a piattina singola, a

fascio o a cavi trasposti. Per il lato a bassa tensione dei trasformatori di distribuzione, in cui sono coinvolte molte meno spire, può essere preferito l'uso di fogli di rame o alluminio. Per migliorare la capacità di resistenza al cortocircuito, viene comunemente utilizzato un materiale in rame incrudito invece di un tipo ricotto dolce, in particolare per i trasformatori di potenza superiore. I conduttori con carta isolante potenziata termicamente sono adatti per temperature elevate, che aiutano a far fronte a condizioni di sovraccarico. Inoltre, con il loro utilizzo è possibile una migliore aspettativa di vita.

Isolamento e raffreddamento

Le strutture di isolamento tra avvolgimenti sono costituite da un numero di condotti oleodinamici formati da cilindri isolanti opportunamente distanziati. Sono inoltre ampiamente utilizzati anelli angolari ben profilati, tappi angolari e altri componenti di isolamento speciali. L'olio minerale è stato tradizionalmente il mezzo isolante e refrigerante elettrico più comunemente utilizzato nei trasformatori. Studi hanno dimostrato che il sistema di isolamento a barriera oleosa è adatto anche a tensioni nominali superiori a 1000 kV. L'alta rigidità dielettrica delle carte impregnate a olio è la principale ragione dell'uso diffuso dell'olio minerale nei trasformatori. Un'alternativa è l'olio di silicone, che è non tossico e ignifugo. Un costo comparativamente più alto è un fattore di inibizione per il suo uso diffuso. I trasformatori con esteri naturali e sintetici biodegradabili sono impiegati in aree sensibili all'ambiente.

Progettazione

Con il rapido sviluppo dei computer, si è ottenuta un'ottimizzazione repentina dei progetti (variando la densità di flusso, il diametro del nucleo, la densità di corrente, ecc.) con notevoli vantaggi sul calcolo dei campi 2D/3D.

Accessori

Le boccole e il commutatore (fuori circuito o a carico) sono gli accessori più importanti di un trasformatore. La tecnologia di produzione delle boccole è passata dal tipo a carta impregnata a olio (OIP) al tipo a carta impregnata a resina (RIP), entrambi i quali utilizzano isolatori in porcellana. Sono disponibili anche in gomma siliconica per applicazioni olio-aria; grazie all'elevata elasticità e resistenza della gomma siliconica, la resistenza di questi alle

sollecitazioni meccaniche e agli urti è maggiore. Le boccole olio-SF₆ vengono utilizzate in applicazioni GIS (sottostazioni a gas isolate).

L'affidabilità di servizio dei commutatori a carico (OLTC) è di vitale importanza; i guasti ai trasformatori dovuti a problemi di commutatore sono comuni. La maggior parte dei guasti segnalati in servizio sono dovuti a problemi meccanici legati al sistema di azionamento. Vengono utilizzati diversi metodi di monitoraggio per migliorare l'affidabilità di servizio degli OLTC, tra cui la misurazione della resistenza di contatto, il monitoraggio del momento/corrente del motore di azionamento, le misurazioni acustiche, l'analisi dei gas disciolti e le misurazioni del rialzo di temperatura.

Tecniche diagnostiche

Sono disponibili diverse tecniche diagnostiche offline e online per il monitoraggio dei trasformatori in servizio per fornire informazioni sulle loro condizioni di esercizio. L'analisi dei gas disciolti è ampiamente utilizzata in combinazione con i test di routine su olio e isolamento degli avvolgimenti. L'analisi della risposta in frequenza viene ampiamente utilizzata per valutare le condizioni meccaniche degli avvolgimenti. Recentemente, sono state anche implementate tecniche di monitoraggio online delle scariche parziali basate su sensori acustici e ad ultra-alta frequenza. I metodi avanzati di dominio del tempo e della frequenza stanno diventando popolari per la diagnostica dell'isolamento. Tuttavia, i costi più elevati degli strumenti avanzati necessari per questo scopo ne inibiscono l'uso diffuso. Un fattore importante da tenere a mente è che l'esperienza sul campo con alcune delle tecniche di monitoraggio è limitata.

2.3 Applicazioni e Tipi di Trasformatori

Lo sviluppo del primo trasformatore intorno al 1885 cambiò radicalmente i sistemi di trasmissione e distribuzione. La potenza generata con correnti alternate a basse tensioni potrebbe essere aumentata per scopi di trasmissione a tensioni più elevate (con correnti inferiori), riducendo le cadute di tensione e le perdite di trasmissione. L'utilizzo dei trasformatori ha permesso di trasmettere energia ad aree distanti centinaia di chilometri dalle centrali elettriche. I livelli di tensione sono diversi nei vari paesi. I trasformatori possono essere classificati in diversi tipi, alcuni dei quali si basano sull'ubicazione e altri in base alle loro applicazioni.

2.3.1 Classificazione in base all'ubicazione

Trasformatori per generatori

La potenza generata in una centrale (di solito a una tensione compresa tra 11 e 25 kV) viene aumentata da un trasformatore a una tensione più elevata (220, 380 kV) per la sua trasmissione su lunghe distanze. I trasformatori per generatori sono componenti importanti e critici di qualsiasi sistema di alimentazione. Di solito hanno carichi uniformi e sono progettati con perdite maggiori poiché il costo della fornitura di energia è più basso. Solitamente non vengono specificati livelli di rumorosità inferiori poiché i generatori che alimentano i trasformatori sono ancora più rumorosi. Per il controllo della potenza reattiva vengono utilizzati trasformatori dotati di un meccanismo di commutazione sotto carico.

Trasformatori ausiliari

Sono trasformatori step-down con il loro avvolgimento primario collegato direttamente all'uscita del generatore. La tensione secondaria è dell'ordine di 6,9 kV per l'alimentazione di varie apparecchiature ausiliarie nelle centrali di generazione.

Trasformatori di centrale

Questi trasformatori sono necessari per fornire energia durante ogni operazione di avviamento. La potenza nominale di questi trasformatori è piccola e il loro avvolgimento primario è collegato a una linea di trasmissione ad alta tensione. Ciò può comportare una dimensione del conduttore più piccola per l'avvolgimento AT, che richiede misure speciali per aumentare la resistenza al cortocircuito.

Trasformatori di interconnessione o autotrasformatori

Questi trasformatori sono utilizzati per interconnettere due sistemi funzionanti a diverse tensioni di sistema (ad esempio, 380 kV e 220 kV, 380 kV e 150 kV). Non c'è isolamento elettrico tra i loro avvolgimenti primari e secondari; alcuni volt-ampere vengono trasformati conduttivamente e i restanti vengono trasformati induttivamente. La progettazione di un autotrasformatore diventa più conveniente quando il rapporto tra la tensione dell'avvolgimento secondario e la tensione dell'avvolgimento primario si avvicina all'unità. Gli autotrasformatori sono caratterizzati da un'ampia gamma di prese e da un avvolgimento terziario collegato

a triangolo sotto carico o scarico. L'avvolgimento terziario senza carico funge da avvolgimento stabilizzante fornendo un percorso per le correnti di terza armonica. Condensatori sincroni o reattori shunt sono collegati all'avvolgimento terziario, se necessario, per la compensazione della potenza reattiva.

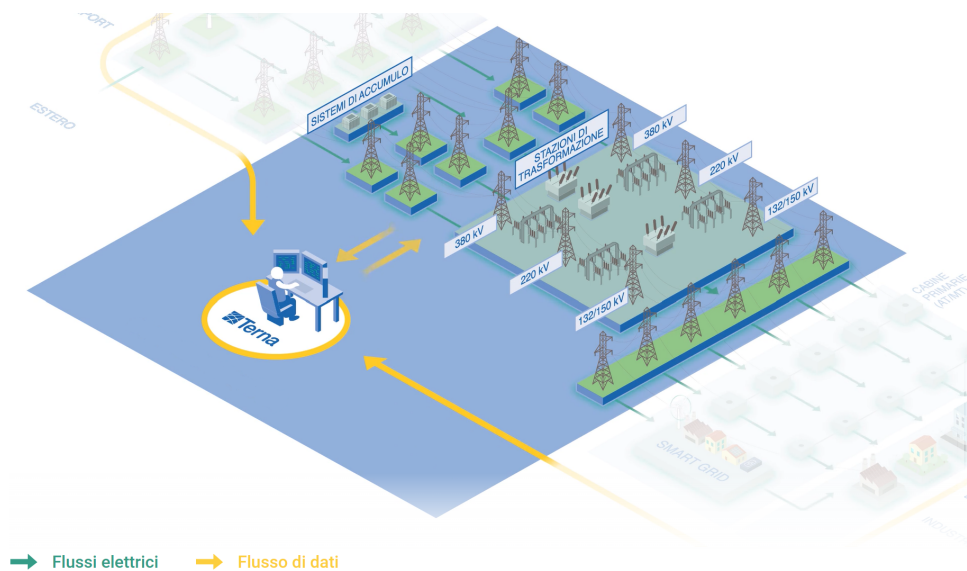


Figura 2.2: La rete di trasmissione italiana (Fonte: TERNA)

Trasformatori di stazioni

Si tratta di trasformatori step-down che riducono una tensione di trasmissione o sub-trasmissione a una tensione di livello dell'alimentatore primario (ad es. trasformatori da 220 kV/33 kV). Possono essere utilizzati per alimentare direttamente impianti industriali. Di solito viene specificato un livello di rumore inferiore per quei trasformatori che si trovano vicino alle aree residenziali.

Trasformatori di distribuzione

Utilizzando i trasformatori di distribuzione, la tensione di alimentazione primaria viene ridotta a una tensione di utilizzo effettiva per uso domestico/industriale. Diversi tipi di trasformatori rientrano in questa categoria a causa delle diverse disposizioni e connessioni. Il carico su questi trasformatori varia ampiamente e spesso sono sovraccarichi.

2.3.2 Classificazione in base all'applicazione

Trasformatori phase shifting

Vengono utilizzati per controllare il flusso di potenza sulle linee di trasmissione variando l'angolo di fase tra le tensioni di ingresso e di uscita del trasformatore. Attraverso un'opportuna commutazione di presa, la tensione di uscita può essere impostata in anticipo o in ritardo rispetto alla tensione di ingresso.

Trasformatori di messa a terra

Vengono utilizzati per fornire un punto neutro che faciliti la messa a terra e il rilevamento di guasti a terra in una parte della rete senza messa a terra (ad es. sistemi collegati a triangolo). I loro avvolgimenti sono solitamente a zig-zag, il che aiuta ad eliminare le tensioni di terza armonica nelle linee.

Trasformatori per circuiti raddrizzatori e inverter

Sono trasformatori speciali progettati e fabbricati per contrastare gli effetti armonici. A causa delle perdite extra armoniche, la densità di flusso operativa nel loro nucleo è mantenuta più bassa (circa 1,6 Tesla). Le dimensioni del conduttore dell'avvolgimento devono essere inferiori per ridurre le perdite parassite e deve essere applicato un fattore di riduzione adeguato in base alle grandezze delle varie componenti armoniche.

Altre tipologie

Esistono altri tipi di trasformatori, che hanno applicazioni in elettronica, riscaldatori elettrici, trazione, ecc. Alcune delle applicazioni hanno un impatto significativo sulla progettazione dei trasformatori. Il carico da supportare può essere molto oneroso. Ad esempio, le densità di corrente degli avvolgimenti nei trasformatori con frequente servizio di avviamento del motore devono essere inferiori a causa delle elevate correnti di avviamento dei motori (che possono essere dell'ordine da 6 a 8 volte la corrente a pieno carico).

2.4 Il ruolo dell'autotrasformatore

Gli autotrasformatori svolgono un ruolo significativo nel funzionamento dei sistemi di trasmissione e distribuzione. Il vantaggio principale degli autotrasformatori è il risparmio di

denaro e di materiale dovuto alla loro costruzione e alle loro proprietà elettriche. I vantaggi associati all'utilizzo degli autotrasformatori sono più evidenti quando i livelli di tensione in ingresso e in uscita sono molto simili, con i massimi risparmi che si verificano quando i due lati dell'autotrasformatore hanno lo stesso livello di tensione, come nel caso di autotrasformatori utilizzati come regolatori di tensione in sistemi o per il controllo del sfasamento in reti elettriche [8, 9].

Come approccio iniziale, possono essere modellati come trasformatori ad avvolgimento separato. Questa ipotesi è valida se c'è una differenza nel livello delle tensioni nominali tra il lato AAT e il lato AT di questo trasformatore, ad esempio 380 kV contro 220 kV. Rispetto a un trasformatore ad avvolgimento separato, la loro impedenza è inferiore, ma è comunque sufficientemente grande per i calcoli numerici.

2.5 Gli standard nell'ambito dei trasformatori

I parametri da specificare nei modelli di trasformatore possono essere ricavati da prove di laboratorio. Le impostazioni e le misurazioni da eseguire in tali test sono stabilite negli standard [1]. Attualmente, gli standard dei trasformatori non coprono le impostazioni di prova e i requisiti necessari per ottenere i parametri per i modelli di trasformatore per una frequenza superiore a quella di rete (50/60 Hz). In sostanza, le norme IEC e IEEE stabiliscono dei test utili per determinare i parametri di alcuni modelli di trasformatori a bassa frequenza. Sebbene ci siano alcune informazioni sui modelli di trasformatori ad alta frequenza negli standard, questo sono piuttosto eccezionali e puramente a carattere informativo.

2.6 Le tecniche di modellazione

Molti problemi del mondo reale sono troppo complessi per essere modellati in dettaglio. Infatti, il tempo di elaborazione e i requisiti di memoria per una simulazione diretta di un sistema completamente dettagliato, come un sistema di alimentazione ad alta tensione, sono proibitivi su qualsiasi computer. Per questo motivo, i flussi ingegneristici comuni si basano su approcci divide et impera. Diversi dispositivi e sotto blocchi, che compongono il sistema, sono caratterizzati e modellati in modo indipendente, con un livello di accuratezza che soddisfa i requisiti dell'applicazione. Questi singoli modelli sono quindi opportunamente

interconnessi per analisi a livello di sistema, solitamente sotto forma di simulazioni nel dominio del tempo, consentendo uno studio completo del sistema con uno sforzo computazionale accettabile. L'estrazione dei modelli, cioè la modellazione, è ovviamente un passo essenziale nella procedura complessiva.

Con il termine modello intendiamo una descrizione comportamentale a complessità ridotta di un dispositivo o di un insieme di dispositivi. I modelli sono intrinsecamente approssimativi, poiché la loro costruzione trascura deliberatamente alcuni aspetti ritenuti non importanti per il comportamento del sistema. Tuttavia, i modelli devono essere sufficientemente accurati da consentire decisioni appropriate da parte dei progettisti sulla base dei risultati delle successive simulazioni numeriche. A seconda dell'applicazione, i modelli potrebbero dover soddisfare proprietà aggiuntive.

Tra questi, il più comune è la passività, che si pone come vincolo fondamentale quando si rappresentano strutture che non sono in grado di generare energia, come le interconnessioni elettriche. Sono disponibili molti approcci diversi alla modellazione. Due popolari classi di tecniche, talvolta indicate come white-box e grey-box, presuppongono una struttura del modello che riproduce o imita la topologia fisica del sistema che la modellazione intende rappresentare. Ad esempio, un insieme di conduttori fisici può essere rappresentato da una rete di resistenze (che rappresentano perdite ohmiche in ciascun conduttore), capacità (che rappresentano l'accumulo di carica nei conduttori in stretta prossimità) e possibilmente induttanze accoppiate (che rappresentano l'accoppiamento magnetico tra conduttori). Per la costruzione di tali modelli è necessario un software di estrazione automatizzato o un progettista esperto.

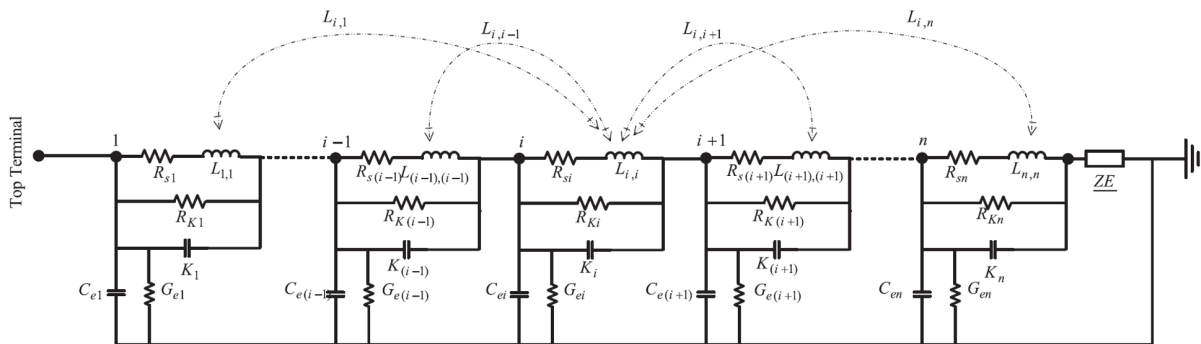


Figura 2.3: Esempio di modello White-Box

Questo compito può, tuttavia, diventare molto difficile quando la topologia della struttura fisica sottostante diventa molto complessa. Peggio ancora, la struttura interna del dispositivo

da modellare può essere solo parzialmente nota all'ingegnere incaricato di costruire il modello. In tali casi, sfruttare una conoscenza incompleta del sistema nello sviluppo del modello è molto difficile e rischia di fallire.

L'altra classe, sviluppata in questa tesi, è l'approccio complementare di tipo black box (a scatola nera). Cerchiamo modelli che riproducano il comportamento di una struttura fisica rispetto alle sue caratteristiche di input e output, osservate da terminali esterni ben definiti. Nessuna informazione sulla struttura interna del sistema attuale viene sfruttata nella costruzione del modello. Ciò implica che di solito non esiste un legame diretto tra la struttura topologica e dinamica interna del modello e quella del sistema fisico. Uno scenario applicativo tipico prevede la disponibilità di un numero limitato di risposte nel dominio del tempo o della frequenza, ottenute mediante una misurazione diretta o tramite un risolutore di campo commerciale.

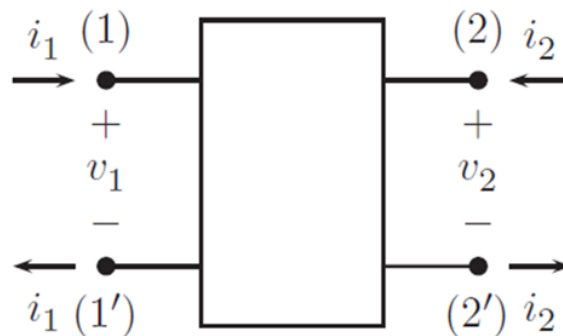


Figura 2.4: Esempio di modello Black Box

Sono noti i modelli per i sistemi di potenza utili per il calcolo delle correnti di cortocircuito. Questi modelli considerano l'impedenza dei percorsi che la corrente può prendere e l'entità e la posizione delle f.e.m. che guidano queste correnti. Spesso è sufficiente rappresentare i componenti in base alle loro induttanze o reattanze a frequenza industriale, sebbene in alcune occasioni si possa prendere in considerazione anche la resistenza. In questo contesto, ad esempio, un trasformatore sarà rappresentato dalla sua reattanza di dispersione. L'interconnessione dei componenti produce una rete dalla quale è possibile calcolare le correnti di cortocircuito. I tradizionali circuiti equivalenti per le macchine però non permettono di effettuare simulazioni transitorie in un ampio range di frequenze, che tenga conto della capacità dei componenti, e che gioca un ruolo importante nella risposta transitoria. In questo senso il modello wide range è più completo dei modelli tradizionali e può essere utilizzato

per simulare più accuratamente il comportamento dei sistemi di potenza. I modelli vengono costruiti adattando i parametri. L'esempio seguente illustra questo punto su un semplice circuito a due porte. Consideriamo l'elemento circuitale a due porte illustrato nella Figura 2.5(a), assunto come sistema di riferimento (reale). Valutiamo la corrispondente matrice di ammettenza $Y(s)$ di dimensioni 2×2 definita alle porte (1) e (2).

Gli elementi di questa matrice sono funzioni razionali della frequenza complessa s , che si può scrivere come

$$Y_{11}(s) = Y_{22}(s) = \frac{2s + 4}{3s^2 + 10s + 7} \quad (2.1)$$

$$Y_{12}(s) = Y_{21}(s) = \frac{-s - 3}{3s^2 + 10s + 7} \quad (2.2)$$

Partendo dalla (2.1) e dalla (2.2) e applicando uno dei metodi di sintesi black box, che verrà discusso più avanti, si arriva al circuito equivalente rappresentato nella Figura 2.5(b). Poiché nella sintesi non è stata utilizzata alcuna informazione sulla topologia originale, questo circuito equivalente ha un aspetto molto diverso dall'originale. Alcuni elementi del circuito sono addirittura negativi. Tuttavia, il comportamento dei due osservato dalle porte (1) e (2) è identico, come conferma lo sweep in frequenza degli elementi della matrice di ammettenza rappresentate nella Figura 2.6.

Ci si può chiedere se una realizzazione circuitale sia preferibile all'altra. Come linea guida generale, ogni volta che sono disponibili alcune informazioni sul sistema originale, queste dovrebbero essere sfruttate nella costruzione del modello. Facendo riferimento all'esempio di cui sopra, se sappiamo che il sistema originale è composto da tre induttori collegati in una configurazione a "stella", allora è chiaro che la topologia del circuito in Figura 2.5(a) è preferibile. Anche se il valore degli elementi del circuito non è noto, può essere facilmente stimato dalle risposte delle porte misurate attraverso un processo di adattamento. Tuttavia, quando il numero di elementi connessi nel sistema originale è molto grande, come nel caso di reti complesse, con possibilmente molti nodi interni che non sono disponibili esternamente, non è possibile indovinare la topologia originale e stimare i valori dei componenti dalle risposte esterne. In questo caso, si dovrebbe abbandonare la speranza di un modello che tenga conto della topologia e ricorrere a un puro approccio black box. Se rilevante per l'applicazione in questione, si possono inoltre ricercare realizzazioni circuitali del modello che non includano elementi negativi.

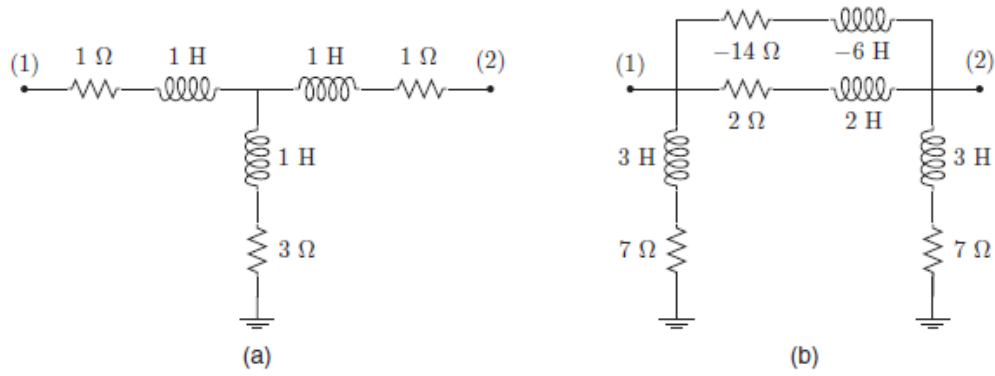


Figura 2.5: Esempio di circuito a due porte

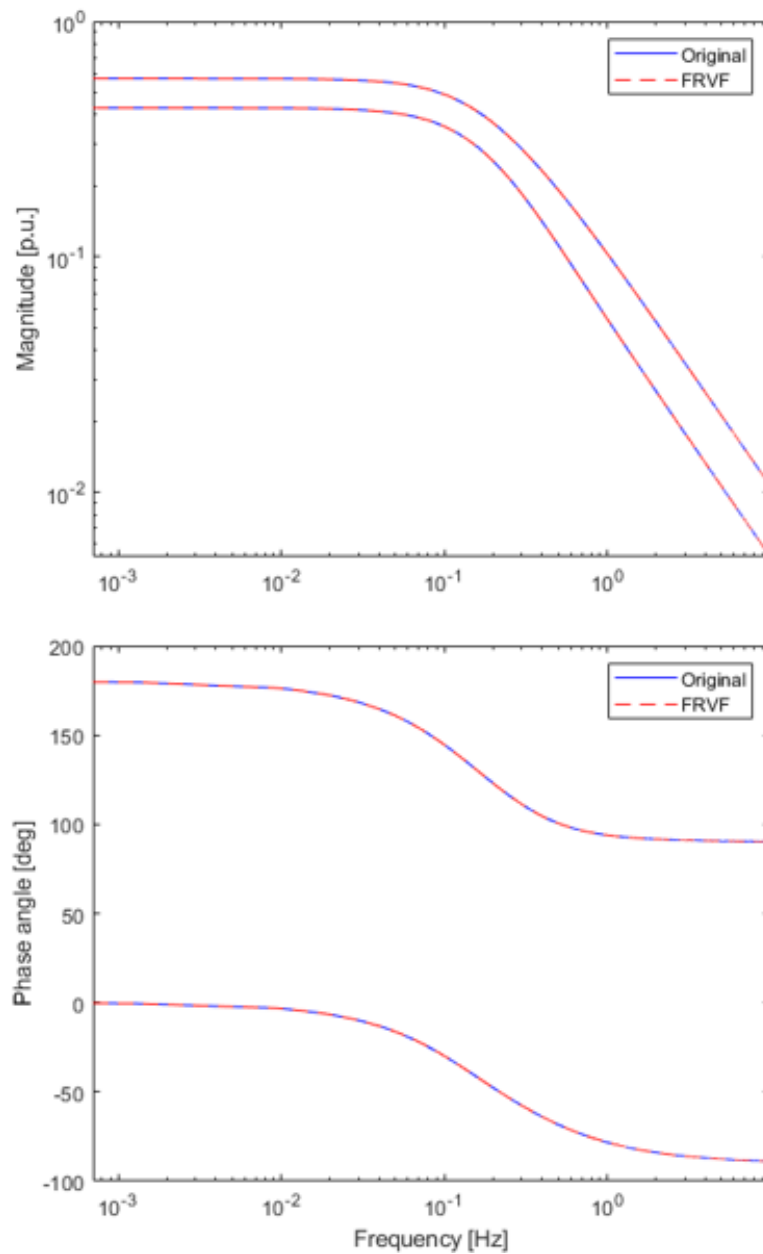


Figura 2.6: Risposte di ammettenza dei due circuiti nella Figura 2.5

2.6.1 Condizioni al contorno per la modellazione

Un modello è una rappresentazione circuitale, solitamente sotto forma di L, R e C e talvolta include linee di trasmissione, che risponde in modo molto simile ai componenti che rappresenta quando viene provocata dallo stimolo di interesse.

Un sistema di potenza comprende un numero di componenti, a volte un numero elevato. Un modello per un tale sistema può essere costruito unendo insieme i modelli del sistema e, quando necessario, modellando i collegamenti che uniscono i componenti principali. Si deve riconoscere, tuttavia, che può esserci una notevole disparità tra le scale temporali dei transitori nelle diverse componenti.

Per la maggior parte delle applicazioni elettroniche e di potenza ad alta tensione, parte della complessità globale è dovuta all'accoppiamento elettromagnetico o all'interazione tra le varie parti del sistema. A volte questa interazione è indesiderata ed etichettata come parassitaria, mentre a volte è necessaria e progettata per il corretto funzionamento del sistema.

Tali effetti sono intrinsecamente lineari nella stragrande maggioranza delle applicazioni. Pertanto, la modellazione lineare può essere vista come un processo che sostituisce una rete di parassiti ad alta complessità, o più in generale una struttura elettromagnetica complessa, con un modello di complessità inferiore in un insieme ben definito di porte di interfaccia. Ulteriori dispositivi con un comportamento non lineare possono essere modellati separatamente e inclusi successivamente nella stessa simulazione nel dominio del tempo, interconnettendo opportunamente tutti i singoli blocchi alle loro porte di interfaccia. Questo approccio modulare è semplice con programmi di simulazione al computer come Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis (SPICE) o Electromagnetic Transients Program (EMTP). La limitazione intrinseca della metodologia utilizzata è la modellazione univariabile, assumendo solo la frequenza o il tempo come variabile libera (indipendente). Ci sono vari motivi per cui una modellazione è importante o utile, alcuni di questi sono elencati di seguito.

1. Inclusione di effetti dipendenti dalla frequenza. Molti dispositivi sono caratterizzati da effetti dipendenti dalla frequenza forti e spesso complicati. L'impedenza in serie di una linea di trasmissione è un semplice esempio, in cui la dipendenza dalla frequenza indotta dall'effetto pelle e da quello di prossimità si traduce in una complessa funzione della frequenza. Con l'eccezione di pochi casi idealizzati, può essere molto difficile,

se non impossibile, catturare questi effetti in una simulazione nel dominio del tempo senza ricorrere a qualche tipo di modellazione o procedura di approssimazione.

2. Modellazione dalle misure. A volte un dispositivo è noto solo attraverso misurazioni nel dominio del tempo o nel dominio della frequenza delle sue risposte input-output. Questa situazione è abbastanza comune quando il dispositivo non è sviluppato internamente ma acquisito da un fornitore, nel qual caso non è disponibile alcuna conoscenza della struttura interna, della geometria o dei materiali. Le tecniche di modellazione black box che discuteremo sono ideali per questo scenario, consentendo l'estrazione di modelli di simulazione efficienti dalle risposte misurate (ad esempio, impedenza o forme d'onda tensione-corrente). Sulla base di tali modelli, la simulazione e l'ottimizzazione a livello di sistema diventa semplice ed efficiente.
3. Nascondere informazioni proprietarie. La modellazione rappresenta un dato dispositivo con una rappresentazione in forma chiusa (razionale) della sua funzione di trasferimento, o con un modello dello spazio degli stati equivalente. I parametri in queste rappresentazioni (coppie polo-residuo o matrici stato-spazio) sono derivati attraverso una procedura matematica e quindi non sono correlati alla topologia del sistema sottostante. Viene mantenuto o approssimato solo il comportamento esterno alle porte, non la struttura interna. Questo approccio consente automaticamente di nascondere le informazioni proprietarie, in modo che il modello risultante possa essere liberamente condiviso senza rivelare dettagli sensibili. Questo è vero anche quando il modello è sintetizzato come una netlist di circuiti equivalenti, poiché i vari elementi che vengono prodotti sono ottenuti attraverso un processo di sintesi matematica e non sono nuovamente correlati alla struttura interna del dispositivo che si sta modellando.
4. Caratterizzazione comportamentale rapida. I modelli possono essere utilizzati per l'interpolazione. Questa caratteristica risulta essere molto utile quando la caratterizzazione di una struttura complessa, ad esempio la valutazione della risposta ad una frequenza utilizzando un risolutore di campo, è computazionalmente costosa. Quando è disponibile un modello, possibilmente derivato da un piccolo insieme di campioni di frequenza, la determinazione della risposta in molti altri punti di frequenza può essere ottenuta semplicemente valutando l'espressione in forma chiusa del modello. Inoltre, se la costruzione del modello è incorporata nel loop di caratterizzazione e opportu-

namente interfacciata con il risolutore di campo, può essere utilizzata come motore di campionamento adattivo che seleziona automaticamente un sottoinsieme minimo di punti di frequenza strettamente necessari per l'estrazione del modello.

5. Estrapolazione. Le suddette proprietà di interpolazione possono essere estese anche all'estrapolazione di una funzione di trasferimento all'intero piano complesso. La risposta di un modello in forma chiusa è una funzione della variabile di frequenza complessa s (Laplace), in modo che la sua valutazione possa essere eseguita ovunque nel piano complesso. Ciò consente un rapido calcolo delle risposte transitorie utilizzando la trasformata numerica inversa di Laplace (NILT), che presenta alcuni vantaggi intrinseci rispetto alla trasformata inversa di Fourier standard e per la quale esistono algoritmi efficienti.
6. Simulazione rapida nel dominio del tempo. I modelli sono essenzialmente espressioni in forma chiusa che corrispondono alle risposte del dispositivo con una precisione prescritta. Quando i modelli sono basati su approssimazioni razionali nel complesso dominio della frequenza, la conversione tra i domini della frequenza e del tempo è semplice, grazie alle proprietà di inversione analitica della trasformata di Laplace. Ciò a sua volta consente di includere i modelli in simulatori transitori basati sul time stepping, come blocchi di convoluzione ricorsivi. Questi ultimi sono particolarmente efficienti rispetto ad altri approcci alternativi di simulazione transitoria.
7. Equivalenza di sottorete. Anche se la simulazione diretta di un sistema su larga scala è fattibile, a volte è possibile una simulazione molto più rapida identificando uno o più sottosistemi e sostituendoli con opportuni modelli a complessità ridotta che corrispondano alle loro risposte input-output. L'automazione di questa procedura è un fattore abilitante chiave per migliorare la scalabilità e la capacità dei moderni risolutori di circuiti.

2.6.2 Requisiti fisici dei sistemi

I requisiti fisici di un sistema da cui può essere tratto un modello sono elencati di seguito.

Realtà Qualsiasi sistema fisico eccitato da un segnale di input con valorizzazione reale risponde con un segnale di uscita con valore reale. Questo requisito si traduce in una semplice condizione della funzione di trasferimento $H^*(s) = H(s^*)$, dove $*$ indica l'operatore coniugato

complesso. Per i modelli razionali, ciò implica che tutti i poli p_j e i residui r_j sono reali o sono disponibili in coppie coniugate complesse.

Causalità Qualsiasi sistema fisico a riposo eccitato da un segnale di ingresso applicato a partire da un certo istante t_0 deve produrre un'uscita che è zero per $t < t_0$. In altre parole, l'effetto deve seguire la causa che lo ha prodotto. Questo è il concetto di causalità. Nel dominio della frequenza, la causalità impone una relazione integrale (le cosiddette relazioni di dispersione di Kramers-Krönig) tra parti reali e immaginarie della funzione di trasferimento del sistema, che formano una coppia di trasformate di Hilbert. Nel caso particolare dei modelli razionali, queste condizioni sono garantite se tutti i poli del modello hanno una parte reale strettamente negativa.

Reciprocità La stragrande maggioranza dei sistemi elettrici o elettromagnetici multiporta che sorgono nelle applicazioni pratiche soddisfano le condizioni di reciprocità, che implicano determinate proprietà di simmetria della matrice di trasferimento $H(s)$. Per le più comuni rappresentazioni di impedenza, ammettenza o scattering, la reciprocità implica $H(s)^T = H(s)$.

Stabilità Esistono diverse definizioni di stabilità che si applicano a situazioni diverse. Ad esempio, la stabilità BIBO (bounded-input bounded-output) impone un forte requisito al sistema, che deve produrre un segnale limitato come risposta a un'eccitazione limitata. Per il caso particolare dei modelli razionali, questa esigenza si traduce in un vincolo sulla localizzazione dei poli del modello, che devono essere confinati nella metà sinistra del piano complesso (stabilità asintotica). Talvolta sono definizioni meno stringenti, come nel caso del VF che includono un vincolo esplicito che forza i poli del modello a trovarsi nel piano semi-complesso sinistro, poiché questa condizione garantisce allo stesso tempo stabilità asintotica e causalità.

Passività Possiamo considerare la passività come la proprietà più cruciale e generale. Un sistema passivo non è in grado di generare energia da solo, in nessuna condizione. È consentito rilasciare energia all'ambiente esterno, ma solo se una certa energia è stata precedentemente "immagazzinata" nel sistema. Vedremo che un modello passivo deve avere una matrice di trasferimento $H(s)$ che sia reale e positiva (nel caso di rappresentazioni di impedenza o ammettenza). La teoria elaborata in questi capitoli mostrerà che la passività implica realtà, causalità e stabilità (opportunamente definita). Vedremo che deve valere la

seguinte condizione di autovalori [10],[11]:

$$\lambda_i \geq 0 \quad \forall \lambda_i \in \lambda(H(j\omega) + \overline{H}(j\omega)^T) \quad \forall \omega \in \mathbb{R}$$

Questa condizione può infatti essere difficile da controllare e ancora più difficile da far rispettare quando si costruisce un modello. Possiamo quindi affermare con sicurezza che l'applicazione della passività è il passo numericamente più impegnativo nella procedura generale di modellazione, il più delle volte richiede un compromesso tra ottimalità (in termini di accuratezza) ed efficienza.

2.6.3 Determinazione dei parametri di un modello

In generale, dati i diversi principi di progettazione e funzionamento dei componenti di potenza, esistono varie tecniche per analizzarne il comportamento. In base all'ambito e all'applicazione richiesta, gli effetti che devono essere rappresentati nei modelli matematici possono essere molteplici, così come gli approcci che possono essere utilizzati per determinare i parametri.

Fondamentalmente, il modello matematico per l'analisi dei transistori elettromagnetici deve rappresentare gli effetti dei campi e delle perdite elettromagnetiche [12]:

- Gli effetti del campo elettromagnetico sono, in generale, rappresentati utilizzando un approccio circuitale. Gli effetti del campo magnetico sono rappresentati mediante induttori e accoppiamenti tra di essi, mentre gli effetti dei campi elettrici sono sostituiti da condensatori. Nei modelli di maggiore precisione, come le linee di trasmissione a parametri distribuiti, i parametri non possono essere raggruppati e i modelli matematici si basano sulla risoluzione di equazioni differenziali con accoppiamento di matrici.
- Le perdite possono essere causate negli avvolgimenti, nei nuclei o negli isolamenti. Per quanto riguarda gli effetti del campo elettromagnetico, sono rappresentati utilizzando un approccio circuitale. In molte situazioni, le perdite non possono essere separate dai campi elettromagnetici: l'effetto pelle è causato dal campo magnetico vincolato negli avvolgimenti e produce perdite di avvolgimento dipendenti dalla frequenza; le perdite nel nucleo dipendono dal flusso magnetico di picco e dalla frequenza di questo campo; le perdite corona sono causate quando il campo elettrico supera la tensione corona iniziale; le perdite di isolamento sono causate dal campo elettrico e mostrano un comportamento

quasi lineare. Gli approcci che possono essere utilizzati per rappresentare le perdite includono un resistore, con comportamento lineare o non lineare, un ciclo di isteresi o una combinazione di vari tipi di elementi circuitali. I modelli di perdita più sofisticati devono includere la dipendenza dalla frequenza.

I parametri utilizzati per rappresentare gli effetti e le perdite del campo elettromagnetico possono essere dedotti utilizzando le seguenti tecniche:

- Tecniche basate sulla geometria, ad esempio una soluzione numerica volta a risolvere le equazioni alle derivate parziali dei campi elettromagnetici sviluppate all'interno del componente e basate sul metodo degli elementi finiti (FEM), una tecnica che può essere utilizzata con la maggior parte dei componenti. Tuttavia, sono state sviluppate anche tecniche più semplici; ad esempio, con linee e cavi si utilizza una soluzione analitica basata su una geometria semplificata e la separazione del campo elettrico e magnetico. Possono essere necessarie misurazioni di fabbrica per ottenere le proprietà dei materiali (ad esempio, resistività, permeabilità e permittività), sebbene molto spesso questi valori possano essere ottenuti anche da standard o cataloghi dei produttori. Assumendo lineare il comportamento del componente, le permeabilità sono approssimate da quella del vuoto. Se il comportamento del componente è non lineare (cioè realizzato in materiale ferromagnetico), possono essere necessarie prove in fabbrica per ottenere curve di saturazione e/o cicli di isteresi.
- Prove di fabbrica, utilizzate principalmente con trasformatori e macchine rotanti. I test sviluppati con questo scopo possono essere raggruppati come segue:
 - Prove in regime stazionario, che possono essere classificate in due gruppi: prove a frequenza fissa (sono frequentemente utilizzate prove a vuoto e in cortocircuito) e prove a frequenza variabile (prove a risposta in frequenza).
 - Prove transitorie; ad esempio, quelli eseguiti per ottenere i parametri dei circuiti elettrici equivalenti di una macchina sincrona.

Quando la determinazione dei parametri si basa su test di fabbrica, può essere richiesta una procedura di conversione dei dati; ovvero, in molti casi, i parametri da specificare in un dato modello non sono forniti direttamente dalle misurazioni di fabbrica.

I test di fabbrica vengono generalmente eseguiti secondo gli standard. Tuttavia, i test definiti dagli standard non sempre forniscono tutti i dati necessari per la modellazione transitoria, e ci sono alcuni casi per i quali nessuno standard è stato proposto fino ad oggi. Questo è applicabile sia ai trasformatori che alle macchine rotanti, anche se il caso più significativo è relativo alla rappresentazione dei trasformatori a nucleo trifase nei transitori a bassa e media frequenza [13]. La simulazione del comportamento asimmetrico che può essere causato da alcuni transitori deve basarsi su modelli per i quali non è ancora stato sviluppato uno standard, sebbene nella letteratura specializzata siano stati proposti diversi test.

La Figura 2.7 mostra un diagramma di flusso sugli approcci alla determinazione dei parametri.

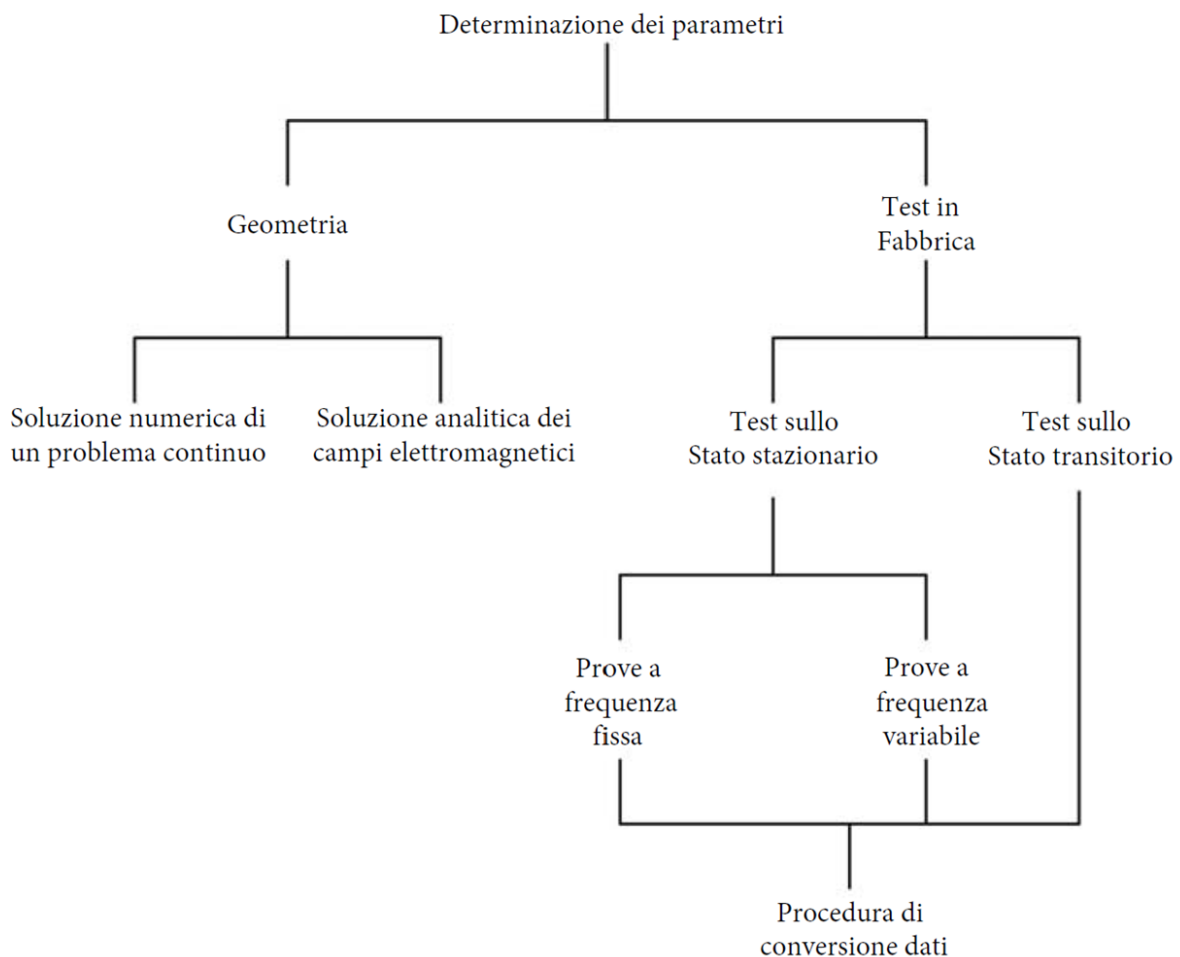


Figura 2.7: Diagramma di flusso sugli approcci alla determinazione dei parametri.

2.7 Modellizzazione di un trasformatore

Diversi fattori rendono la modellazione del trasformatore un compito difficile: il comportamento del trasformatore è non lineare e dipende dalla frequenza; sono possibili molte variazioni topologiche e molti attributi fisici il cui comportamento potrebbe dover essere rappresentato correttamente (induttanze proprie e reciproche tra le bobine, flussi di dispersione, effetto pelle ed effetto di prossimità nelle bobine, saturazione del nucleo magnetico, isteresi e perdite di corrente parassita nel nucleo ed effetti capacitivi). I transitori durante l'eccitazione sono un buon esempio per illustrare le difficoltà legate alla modellazione del trasformatore: prima che il flusso penetri nel nucleo ferromagnetico, l'induttanza è fondamentalmente quella di un nucleo in aria e le perdite sono fondamentalmente originate nei conduttori e nel dielettrico; dopo che il flusso è penetrato completamente nel nucleo, l'induttanza diventa quella di un nucleo di ferro e si verificano perdite nei conduttori, nel nucleo, nel dielettrico e nel serbatoio del trasformatore.

Molti ricercatori hanno cercato di stabilire modelli analitici per rappresentare il comportamento transitorio degli avvolgimenti del trasformatore. I suddetti lavori riguardano principalmente modelli di avvolgimento da utilizzare a fini progettuali. Si presume generalmente che la configurazione dell'avvolgimento, la geometria, le costanti del materiale e altri dettagli costruttivi siano noti.

L'isolamento elettrico all'interno dei trasformatori di potenza è esposto a numerose sollecitazioni dielettriche durante il servizio. Alcune di queste sollecitazioni sono causate da diversi transitori nella rete, principalmente sovratensioni o fenomeni di risonanza. Le sovratensioni ad alta frequenza, come le sovratensioni di commutazione, le scariche atmosferiche o le sovratensioni frontali molto veloci, possono causare il guasto del trasformatore di potenza, nonché trasmettere il segnale di sovratensione da un livello di tensione a un altro. Ciò può mettere a rischio numerose apparecchiature ad alta tensione nelle vicinanze del trasformatore di alimentazione interessato.

La maggior parte dei modelli di trasformatore disponibili negli strumenti di simulazione per l'analisi dei transitori elettromagnetici sono adatti solo per transitori a bassa e media frequenza; cioè fenomeni ben al di sotto della prima risonanza di avvolgimento (diversi kHz).

Nella fase di progettazione delle apparecchiature ad alta tensione, un calcolo accurato delle sovratensioni che solleciterebbero le sezioni dell'avvolgimento è molto importante per un uso economico del materiale isolante [14–16]. D'altra parte, nelle reti AT e AAT, la

previsione di possibili sollecitazioni di tensione nei punti critici è richiesta per un coordinamento e una protezione dell'isolamento efficienti. Negli studi relativi all'analisi del rumore elettromagnetico da sistemi di trasmissione sia in corrente alternata che in corrente continua, è necessaria anche una conoscenza delle prestazioni dell'ampio intervallo di frequenza delle principali apparecchiature di sottostazione [17].

La simulazione dei transitori a fronte veloce, ad esempio i fulmini, dovrebbe essere basata su un modello di avvolgimento dettagliato che di solito non è disponibile come modello standard. Questo tipo di modello potrebbe anche essere sviluppato come modello autonomo utilizzando la teoria della linea di trasmissione (per una rappresentazione a parametri distribuiti rigorosi) o una rappresentazione nello spazio degli stati (utilizzando una connessione a scala di segmenti a parametri concentrati). L'assemblaggio di un tale modello, tuttavia, richiede un elevato grado di competenza, nonché una sostanziale conoscenza dei dettagli costruttivi del trasformatore. Quest'ultimo non è generalmente disponibile se non per il produttore del trasformatore. Per tale motivo vengono spesso costruiti i modelli Grey Box o Black Box.

La forma di un modello dipende da come deve essere utilizzato. Nel caso del trasformatore, se l'interesse primario è nella risposta del terminale come componente di un sistema, utilizzeremo un modello semplice. Tuttavia, se ci occupiamo di eventi all'interno del trasformatore, ad esempio sollecitazioni transitorie sull'isolamento dell'avvolgimento, sarà richiesto un modello più complesso.

Il grado di dettaglio della modellazione dipende anche dalla posizione del componente nel sistema rispetto all'evento che crea il disturbo. Se un interruttore viene aperto o chiuso, o se si verifica un guasto, l'impatto sarà maggiore sui componenti vicini all'interruttore o al guasto. Pertanto, questi componenti dovrebbero essere modellati in modo più dettagliato rispetto ai componenti remoti, che possono essere relativamente non influenzati dall'evento transitorio. Bisogna essere cauti quando sono coinvolte le linee di trasmissione perché i disturbi possono viaggiare relativamente invariati su lunghe distanze lungo le linee e produrre impatti sostanziali in località remote. Inevitabilmente, nella modellazione deve essere utilizzato un certo giudizio ingegneristico.

I primi modelli del trasformatore sono stati creati a ridosso dell'invenzione dello stesso data la necessità di un design più sofisticato e ulteriori approfondimenti sul suo funzionamento. Già nei primi anni dopo il 1885, anno di costruzione e brevetto del primo trasformatore, è stato notato che la risposta di queste macchine alle sovratensioni per fulminazione e com-

mutazione era completamente diversa dalle normali prestazioni alle frequenze operative. Il modello classico a 50 o 60 Hz rappresenta solo una parte del suo funzionamento che risulta essere complesso e ad oggi non del tutto compreso. Esistono due modi possibili per progettare un modello che descriva il comportamento in frequenza dei trasformatori. Il primo metodo utilizza la descrizione meccanica del trasformatore per calcolare le reattanze e le capacità. Il problema principale di questo metodo è che deve esistere una descrizione meccanica dettagliata del trasformatore e il calcolo è estremamente difficile. Non è possibile tenere conto di diversi effetti di dispersione, invecchiamento e cambiamenti dovuti alla storia del trasformatore. Il secondo metodo è un metodo sperimentale. Si effettuano misure sul trasformatore e da questi risultati si calcola la funzione di trasferimento e l'ammettenza. Il vantaggio di questo metodo è che ogni trasformatore può essere modellato. Le caratteristiche ed i requisiti che un modello deve soddisfare cambiano a seconda dell'applicazione e dei fenomeni da modellare e quindi le tecniche e le procedure per ottenere il modello devono essere sufficientemente idonee a coprire tali requisiti. La modellazione in generale si è suddivisa in due percorsi differenti a seconda dell'applicazione. Nella gamma di frequenze dei transistori lenti (da 50 Hz a qualche kHz), sono stati sviluppati modelli nel dominio del tempo per gestire effetti non lineari come l'isteresi e la saturazione nel nucleo. I modelli ad alta frequenza sono generalmente stabiliti nel dominio della frequenza poiché si presume che i trasformatori si comportino in modo lineare alle frequenze più alte.

2.7.1 I primi modelli

Il primo modello in letteratura del trasformatore risale al 1902 [18], in cui viene calcolata la distribuzione della tensione nell'avvolgimento del trasformatore a seguito di una sovratensione. Qualche anno dopo, è stato discusso come un avvolgimento assomigli più a una capacità che a un'induttanza alle alte frequenze. In effetti, gli avvolgimenti del trasformatore erano inizialmente concepiti come grandi induttanze [19]. Tuttavia, con l'esperienza, è stato notato che essi contengono una quantità piuttosto grande di capacità distribuita in modi diversi a seconda del tipo e della disposizione dell'avvolgimento. Per le frequenze di rete, in uno stato stazionario, l'effetto della capacità è trascurabile e l'avvolgimento si comporta come una semplice induttanza concentrata, con tensione uniformemente distribuita. Tuttavia, ad alte frequenze o quando viene applicata una tensione improvvisa, l'effetto della capacità è in grado di disturbare questa distribuzione di tensione. Ciò è dovuto al fatto che alle alte fre-

quenze si possono verificare condizioni di risonanza per le varie combinazioni di induttanza e capacità.

Gli sviluppi sulle oscillazioni e sulla distribuzione della tensione nell'avvolgimento possono essere classificati in tre metodi:

1. Trattamento della linea di trasmissione.
2. Rappresentazione dell'avvolgimento mediante una rete di parametri concentrati.
3. Circuito equivalente di parametri induttivi e capacitivi distribuiti.

Nel 1919 [20], viene introdotto il concetto di induttanza di dispersione, inizialmente sviluppato agli inizi del '900 [21], e nel 1949 [22] viene utilizzato il principio di dualità, in cui un circuito magnetico è rappresentato da un circuito elettrico equivalente. Con l'avvento dei computer, l'analisi FEM (Finite Element Method) ha permesso di effettuare calcoli del campo elettromagnetico che hanno migliorato e implementato i metodi sopra menzionati.

2.7.2 Determinazione dei parametri per transistori a bassa frequenza e di commutazione

Esistono due metodologie di base per determinare i parametri del trasformatore per i transistori a bassa frequenza:

1. Determinazione sperimentale mediante prove di laboratorio.
2. Attraverso informazioni topologiche e dati di progetto, da simulazioni di campi elettromagnetici; ad esempio, utilizzando elementi finiti.

Le simulazioni del campo elettromagnetico sono possibili solo per il progettista del trasformatore. Alcune utility eseguono queste simulazioni anche quando la costruzione interna è nota. Sono utili per ottenere informazioni sulla distribuzione del flusso nel nucleo e nell'aria, o per calcolare le forze elettrodinamiche applicate sulle bobine. Più comunemente, tuttavia, i parametri del trasformatore sono stimati dalle misurazioni di prova. Le procedure di seguito presuppongono per impostazione predefinita che siano disponibili i normali dati di targa. Tuttavia, potrebbero esserci alcune situazioni per le quali dovrebbe essere utilizzato un modello più dettagliato e accurato e potrebbero essere necessarie alcune informazioni aggiuntive.

Prima di determinare i parametri del modello, è necessario conoscere chiaramente il modello da utilizzare. Ad esempio, non ha senso implementare un complicato esperimento di laboratorio per determinare il ciclo di isteresi per un modello da utilizzare in un transitorio in cui l'isteresi gioca un ruolo trascurabile. La maggior parte dei trasformatori a bassa frequenza sono dominati dal comportamento del nucleo (saturazione, isteresi) e la sua modellazione può essere un problema molto importante per questi fenomeni.

2.8 Trasformatori a due avvolgimenti monofase

2.8.1 Il circuito equivalente

Il circuito T-equivalente del trasformatore monofase a due avvolgimenti (Figura 2.8) è stato utilizzato con successo per molti anni negli studi sullo stato stazionario e su alcuni transitori a bassa frequenza [23–26]. Tuttavia, ci sono fenomeni transitori per i quali un modello derivato dalla dualità è migliore (Figura 2.9).

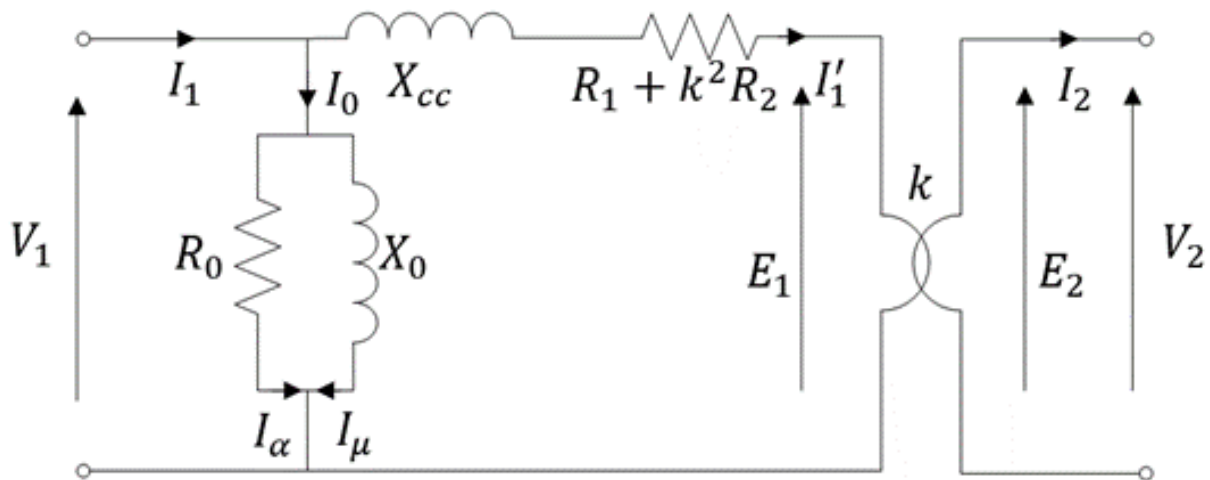


Figura 2.8: Circuito equivalente del trasformatore monofase (tradizionale)

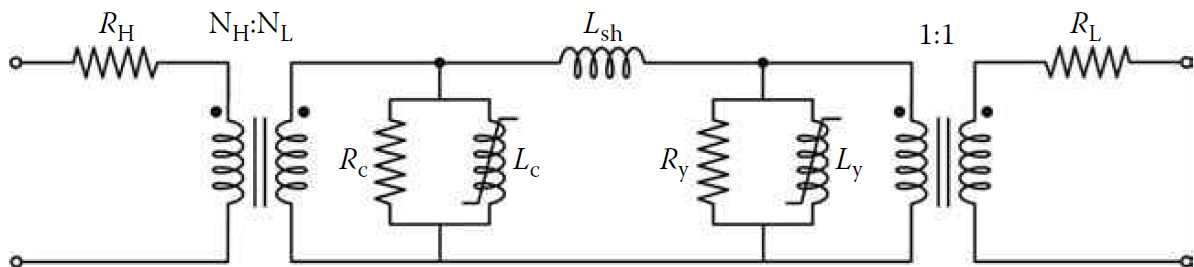


Figura 2.9: Circuito equivalente del trasformatore monofase (duale)

Il motivo è che i parametri del modello tradizionale non hanno una relazione diretta con i componenti fisici del trasformatore. Si noti, tuttavia, che le procedure sperimentali e le informazioni richieste per determinare i parametri di entrambi i modelli sono le stesse. Nella maggior parte dei libri di testo, viene utilizzato il modello tradizionale per rappresentare il comportamento di un trasformatore monofase. Questo modello comprende diversi componenti, come R_1 e R_2 , che includono le perdite di Joule e le perdite di corrente parassita negli avvolgimenti (se disponibili). Inoltre, c'è X_{cc} , che rappresenta la reattanza di dispersione o la componente serie. Sul lato dello shunt, troviamo R_0 e X_0 , che descrivono il comportamento del nucleo, comprese le non linearità come la saturazione e l'isteresi, oltre al fenomeno delle correnti parassite. È importante notare che, tranne per le resistenze degli avvolgimenti, gli altri componenti del modello non possono essere direttamente collegati a regioni fisiche specifiche del trasformatore.

2.8.2 Modello con nucleo non lineare

La rappresentazione più comune è una combinazione parallela di un'induttanza non lineare, che rappresenta la saturazione del nucleo magnetico, e una resistenza costante, che rappresenta le perdite del nucleo. Questo modello è sufficientemente accurato per la maggior parte degli studi sull'energizzazione del trasformatore quando un interruttore automatico si chiude. Tuttavia, modelli più sofisticati sono obbligatori per i transistori ad alta frequenza, ad esempio lo studio del taglio della corrente magnetizzante. In quest'ultimo caso, la modellazione dell'isteresi è un problema importante.

2.8.3 Costruzione di un modello a 50 Hz di un trasformatore monofase

Si vuole caratterizzare un trasformatore da laboratorio andando a misurare i valori numerici delle grandezze circuitali che ne definiscono il circuito equivalente. Per fare ciò, si possono eseguire due prove differenti:

- La prova a vuoto;
- La prova in cortocircuito.

Il trasformatore in prova è di tipo monofase con potenza nominale di 18000 VA. L'avvolgimento primario ha tensione nominale di 400 V. Il secondario è formato da due avvolgimenti

distinti, ciascuno con tensione nominale di 200 V, che possono essere collegati in serie o in parallelo. Le prove sono state condotte alimentando l'avvolgimento primario a $V_{1n} = 400$ V e collegando i secondari in parallelo; la tensione nominale secondaria è dunque $V_{2n} = 200$ V. L'alimentazione, a 50 Hz, è stata fornita per mezzo di un variac.

Apparecchiature e strumentazione impiegata:

- Trasformatore monofase 400/200, 18000 VA.
- Variac monofase 0-400 V.
- Digital Power Meter YOKOGAWA MT130.
- Trasformatore d'isolamento.
- Pinza amperometrica.

La prova a vuoto

Nel funzionamento a vuoto, il trasformatore è alimentato sul primario con tensione V_1 , mentre il secondario è aperto; non viene quindi erogata alcuna corrente al carico, non essendo questo presente. L'alimentazione avviene mediante un variac.

Vengono inseriti nel circuito un digital power meter che ha la funzione di un wattmetro, un voltmetro ed un amperometro al primario del trasformatore. I valori che saranno misurati sono indicati con M . Il circuito, quindi, risulterà essere del tipo in Figura 2.10.

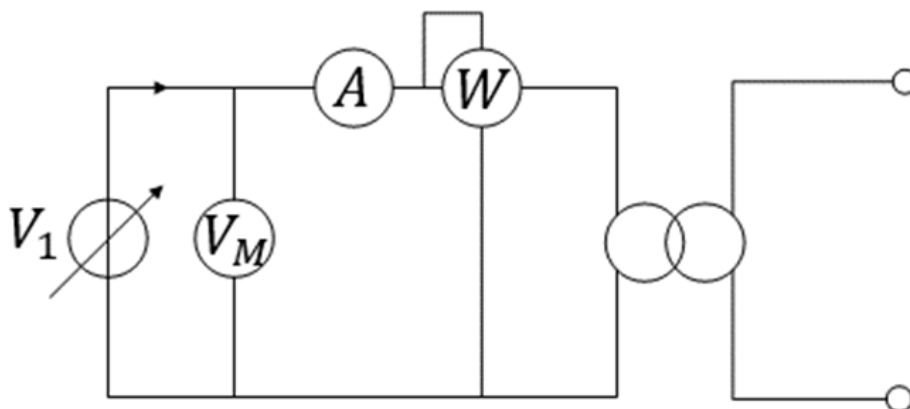


Figura 2.10: Prova a vuoto – schema teorico di configurazione della misura



Figura 2.11: Prova a vuoto – schema reale di configurazione della misura

A vuoto, la potenza attiva fornita dal generatore (e misurata dal wattmetro) viene utilizzata solo su R_0 , essendo nulla la corrente sul secondario.

Si applica ora il teorema di Boucherot che può essere sintetizzato come: “in un circuito lineare in cui tutte le grandezze di ingresso sono rappresentabili con generatori isofrequenziali, la somma delle potenze attive è zero e la somma delle potenze reattive è zero”. Quindi, la potenza attiva fornita dal generatore viene dissipata sulle resistenze, mentre la potenza reattiva viene impegnata sulle reattanze (ricordiamo che la potenza attiva si dissipa ma il concetto di “dissipazione” non può essere applicato alla potenza reattiva). Nel caso in esame si ha:

$$W_M = \frac{V_M^2}{R_0} \quad (2.3)$$

da cui:

$$R_0 = \frac{V_M^2}{W_M} = \frac{(V_{HV_M})^2}{W_M} = \frac{(397.9)^2}{61} = 2.59 \text{ k}\Omega$$

Utilizzando il valore misurato dal wattmetro e dal voltmetro, viene valutato il valore della resistenza trasversale R_0 . La potenza attiva assorbita da un trasformatore nel funzionamento a vuoto si può ritenere uguale alle sole perdite nel ferro.



Figura 2.12: Prova a vuoto – Valori misurati di potenza, tensione e corrente al primario

La potenza apparente che entra nel trasformatore vale:

$$S = V_M \cdot I_M = 397.9 \cdot 1.158 = 460.768 \text{ VA}$$

Ora, ricordando che la potenza apparente vale:

$$S = \sqrt{P_M^2 + Q_{\text{CALC}}^2} \quad (2.4)$$

si può calcolare la potenza reattiva come:

$$Q_{\text{CALC}} = \sqrt{S^2 - P_M^2} \quad (2.5)$$

La potenza reattiva si può calcolare anche come:

$$Q_{\text{CALC}} = \frac{V^2}{X_0} \quad (2.6)$$

da cui si ottiene:

$$X_0 = \frac{V^2}{Q_{\text{CALC}}} = \frac{(397.9)^2}{454} = 348.73 \Omega$$

così da calcolare il valore della reattanza di magnetizzazione X_0 , completando la prova a vuoto del trasformatore.

La prova di cortocircuito

Si analizza ora quanto avviene nella seconda modalità di funzionamento ipotizzata. Nel funzionamento in cortocircuito il trasformatore è alimentato sul primario con tensione di valore efficace V_1 , mentre il secondario è in cortocircuito. Questo modo di funzionamento non è in generale voluto, ma può verificarsi in occasione di un guasto all'interno del trasformatore o sul carico collegato ai morsetti secondari. Il circuito equivalente del trasformatore in cortocircuito risulta essere del tipo in Figura 2.13. La corrente secondaria aumenta notevolmente, non essendo più limitata dall'impedenza di carico, ma solo da quella propria del trasformatore. La corrente che si ottiene nei due avvolgimenti è quindi la massima corrente possibile nei due avvolgimenti. Se questa modalità di funzionamento perdura per un certo tempo, il trasformatore può subire danneggiamenti rilevanti a causa delle intense sollecitazioni termiche ed elettrodinamiche; per questa ragione tutti i trasformatori di potenza sono equipaggiati con opportuni dispositivi e sistemi di protezione.

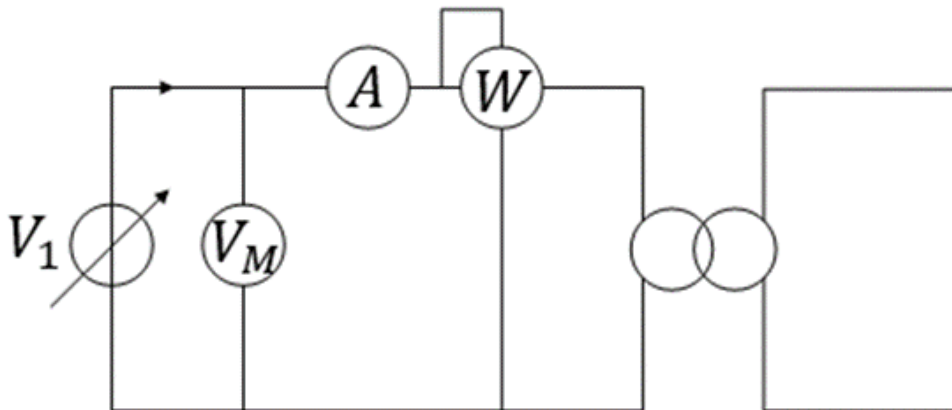


Figura 2.13: Prova in cortocircuito – schema teorico di configurazione della misura

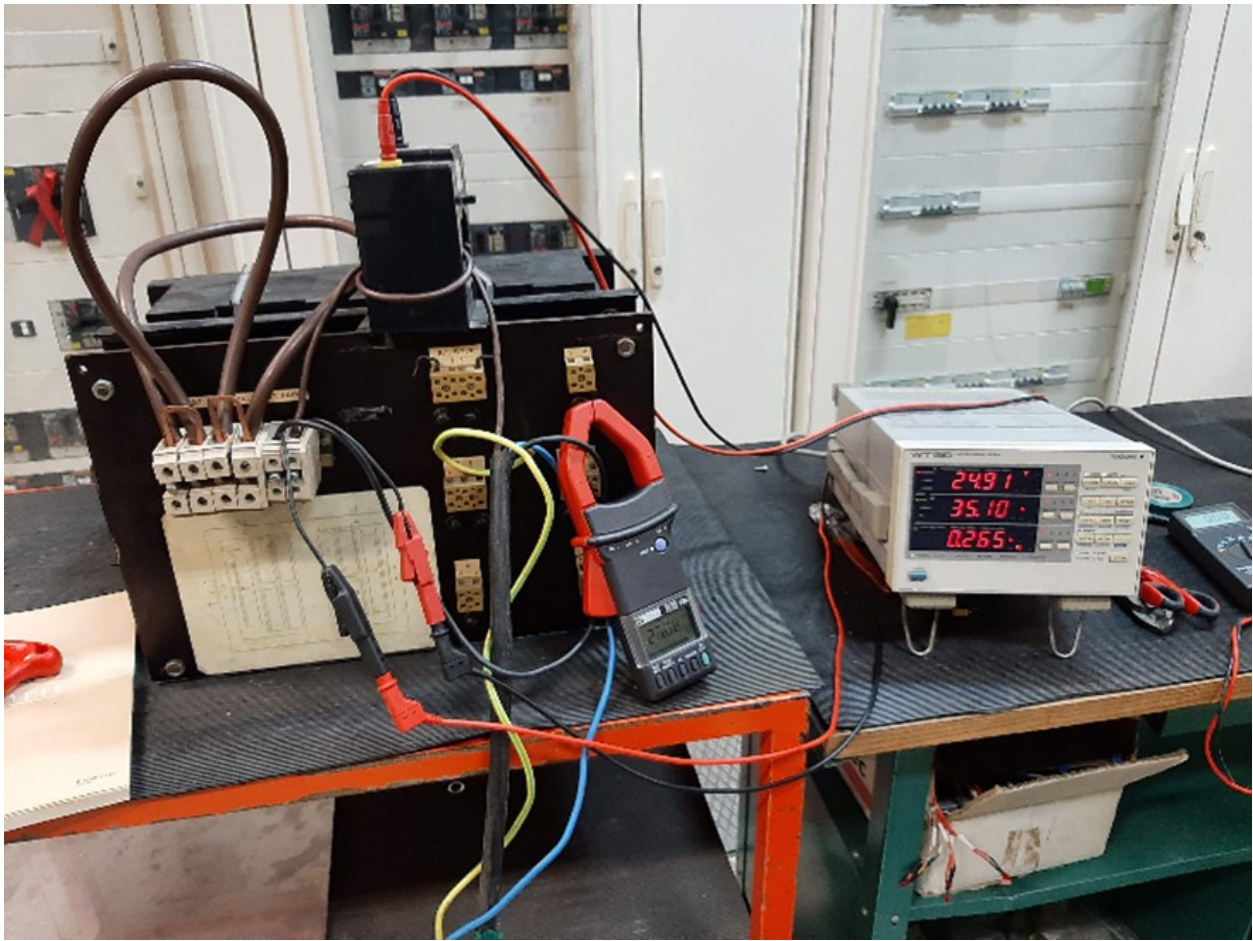


Figura 2.14: Prova in cortocircuito – schema reale di configurazione della misura

In questo caso la X_0 e la R_0 sono già noti. La presenza del variac permette di variare la corrente in ingresso al trasformatore. Si comincia ad alimentare la macchina con una tensione in ingresso che è pari a zero. La tensione viene poi gradualmente aumentata così da aumentare la corrente che scorre nel circuito finché l'amperometro non misura la corrente nominale di macchina. La tensione misurata dal voltmetro che provoca il passaggio della corrente nominale negli avvolgimenti è la tensione di cortocircuito.

Per semplificare la trattazione si considera trascurabile la corrente a vuoto, già molto minore di quella nominale quando la macchina è alimentata a tensione nominale quindi, a maggior ragione, molto più piccola della corrente nominale quando la macchina è alimentata a tensione ridotta. Si ottiene quindi un circuito equivalente del tipo riportato in Figura 2.15 dove vengono chiamate $R_{CC} = R_1 + k^2 R_2$ e $\bar{Z}_{CC} = R_{CC} + jX_{CC}$.

Per il teorema di Boucherot si ha, come già visto precedentemente, che:

$$R_{CC} I_M^2 = P_M \quad (2.7)$$

da cui

$$R_{CC} = \frac{P_M}{I_M^2} = \frac{438}{(45,11)^2} = 215 \text{ m}\Omega$$

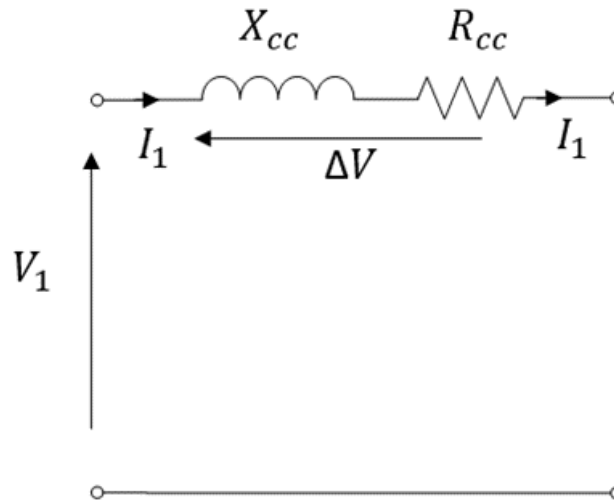


Figura 2.15: Impedenza di cortocircuito



Figura 2.16: Prova in cortocircuito - Valori misurati di potenza, tensione e corrente al primario

Utilizzando i valori misurati dal wattmetro e dall'ampmetro viene calcolato il valore della resistenza di cortocircuito R_{CC} . La potenza apparente che entra nel trasformatore vale

$$S = V_M I_M = 1444,4 \text{ kVA}$$

Da cui si può calcolare la potenza reattiva come:

$$Q_{\text{CALC}} = \sqrt{P_{\text{APP}}^2 - P_M^2} \quad (2.8)$$

e di conseguenza, avendo la potenza reattiva, si può ricavare la reattanza di cortocircuito:

$$X_{CC} = \frac{Q_{\text{CALC}}}{I_M^2} = \frac{1375,77}{(45,11)^2} = 676 \text{ mH} \quad (2.9)$$

Di conseguenza il modello a 50 Hz del trasformatore può essere così rappresentato in Figura 2.17

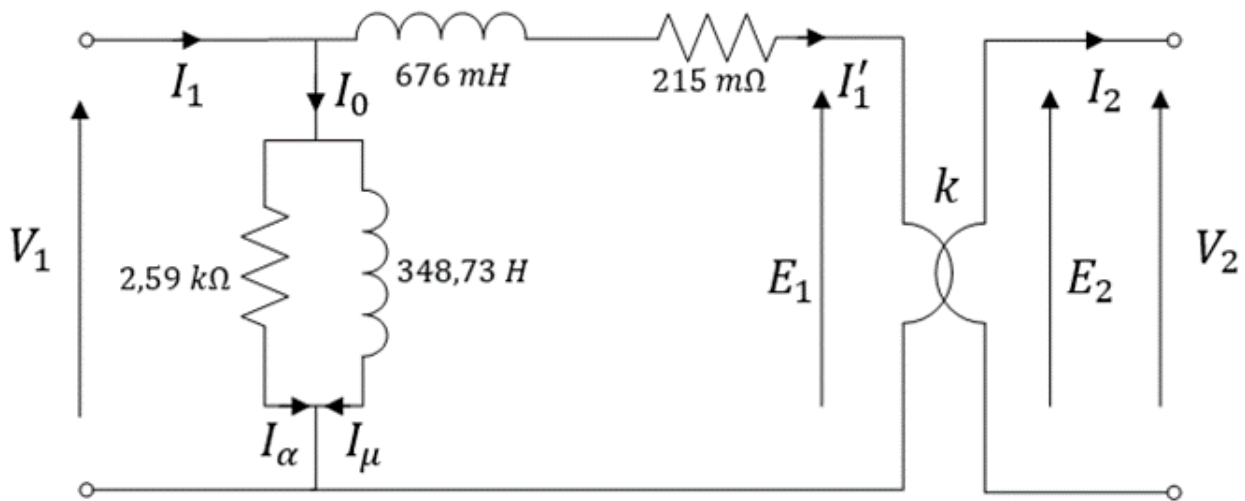


Figura 2.17: Modello a 50Hz del trasformatore monofase da 18kVA

2.9 Il modello lineare dell'autotrasformatore

L'autotrasformatore differisce dal trasformatore ordinario in quanto gli avvolgimenti dell'autotrasformatore sono collegati elettricamente e accoppiati da un flusso mutuo. Esaminiamo l'autotrasformatore collegando elettricamente gli avvolgimenti di un trasformatore ideale. La Figura 2.18 rappresenta schematicamente un autotrasformatore. In questo caso gli avvolgimenti sono mostrati in modo che le loro tensioni siano additive. Il grande svantaggio dell'autotrasformatore è che si perde l'isolamento elettrico, ma permette di ottenere un aumento della potenza nominale.

Difatti se nel trasformatore la potenza è pari a:

$$S_{TR} = V_1 I_1 + V_2 I_2 = 2V_1 I_1 = 2V_2 I_2 \quad (2.10)$$

Nell'autotrasformatore si ottiene, analizzando la Figura 2.18, che:

$$\begin{aligned}
 S_{ATR} &= (V_1 - V_2)I_1 + V_2(I_2 - I_1) = (V_1 - V_2)I_1 + V_2I_{com} \\
 &= \left(V_1 - \frac{N_2}{N_1}V_1\right)I_1 + V_2\left(\frac{N_1 - N_2}{N_1}\right)I_2 \\
 &= \left(\frac{N_1 - N_2}{N_1}\right)(V_1I_1 + V_2I_2) = \left(1 - \frac{1}{k}\right)(V_1I_1 + V_2I_2)
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

Pertanto questo tipo di macchine hanno una potenza di dimensionamento $\frac{N_1 - N_2}{N_1}$ volte la potenza di dimensionamento di un trasformatore di pari potenza nominale. Dal punto di vista circuitale, è possibile fornire il modello riportato in Figura 2.19.

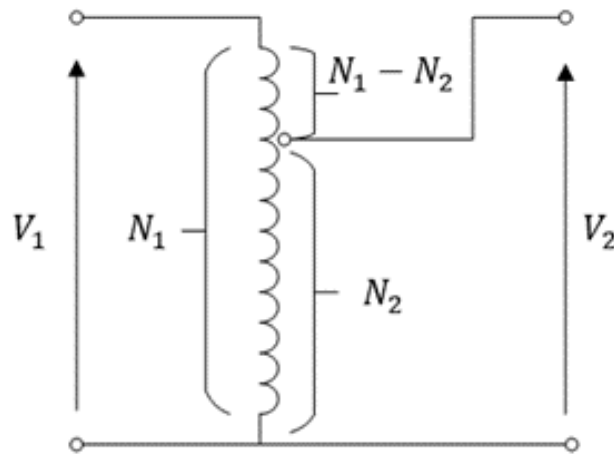


Figura 2.18: Modello semplificato dell'Autotrasformatore

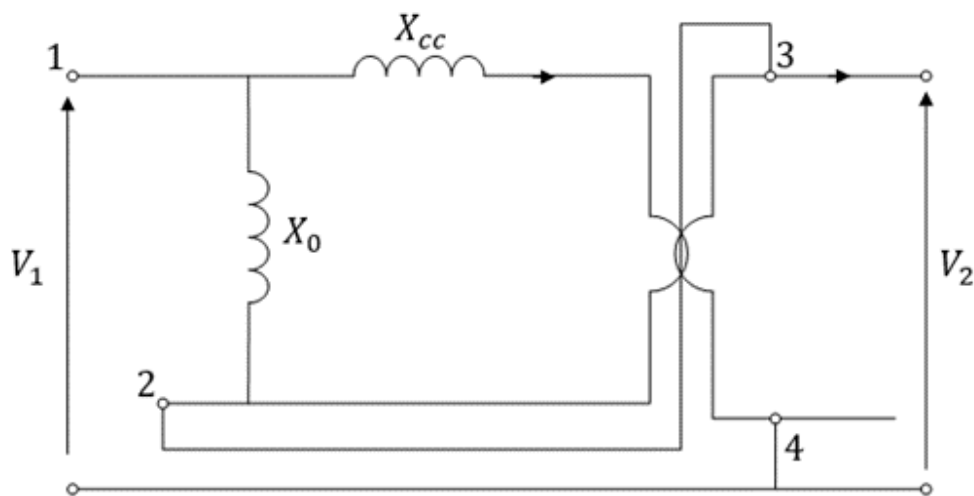


Figura 2.19: Modello completo dell'Autotrasformatore

2.10 Rappresentazione matriciale di un Trasformatore

Questa rappresentazione è solitamente derivata da test eseguiti dai produttori, "test di accettazione", principalmente test di cortocircuito e test a vuoto che dimostrano che i trasformatori soddisfano le specifiche prima di essere installati nella rete. Al fine di ottenere i parametri del modello direttamente da tali test, sono state implementate alcune routine di supporto (ad es. BCTRAN) in alcuni strumenti di tipo EMTP, che possono essere applicati a trasformatori multiavvolgimento sia monofase che multifase. Va notato che questo approccio, basato su misurazioni effettuate a regime stazionario (50/60 Hz), può fornire informazioni accurate solo per transitori a bassa frequenza. Questo metodo non è applicabile a frequenze più alte.

2.11 Determinazione dei parametri per transitori veloci e molto veloci

Un trasformatore collegato ad una rete è soggetto a vari tipi di tensioni transitorie di cui è necessario identificare le grandezze e le forme d'onda per definire le sollecitazioni subite dall'isolamento [27, 28]. La distribuzione della tensione lungo gli avvolgimenti del trasformatore dipende molto dalla forma d'onda della tensione applicata agli avvolgimenti. Si può notare che alle basse frequenze la distribuzione è lineare lungo gli avvolgimenti. Nel caso di transitori veloci, una porzione maggiore della tensione applicata si distribuisce sulle prime spire dell'avvolgimento. I trasformatori sono progettati per resistere a tali sollecitazioni e le prestazioni vengono verificate mediante prove di laboratorio relative a fulmini e impulsi di commutazione. Le oscillazioni ad alta frequenza possono generare risonanze interne che possono danneggiare l'isolamento. Queste risonanze possono essere meglio comprese se si considera la struttura interna di un trasformatore.

Il calcolo dei parametri per i modelli di trasformatori ad alta frequenza si basa su approcci simili a quelli applicati per i modelli a bassa e media frequenza. Si possono distinguere tre metodologie di base:

- 1) Applicazione delle formule:
 - a) Dalla configurazione geometrica semplificata
 - b) Equazioni empiriche da misure

- 2) Determinazione sperimentale mediante prove di laboratorio
- 3) Simulazioni di campi elettromagnetici

Indipendentemente dal modello utilizzato per la simulazione del transitorio del trasformatore, le componenti induttive, capacitive e di perdita del modello sono generalmente necessarie per descrivere accuratamente il comportamento alle alte frequenze. La penetrazione del flusso nel nucleo è solitamente trascurata per transitori molto veloci, come quelli relativi alle operazioni di commutazione nelle sottostazioni isolate in gas (GIS) [28], considerando che il nucleo funge da barriera di flusso a queste alte frequenze. Tuttavia, la dinamica di penetrazione del flusso nel nucleo dovrebbe essere presa in considerazione per transitori veloci dovuti a commutazioni o fulmini, in particolare quando sono richieste informazioni sul comportamento interno del trasformatore. Si ritiene che l'induttanza del nucleo si comporti come un elemento completamente lineare poiché le alte frequenze producono una densità di flusso magnetico ridotta.

Dovrebbe essere considerata la dipendenza dalla frequenza degli elementi in serie e in derivazione degli avvolgimenti alle alte frequenze. Gli effetti pelle e prossimità producono dipendenza dalla frequenza delle impedenze dell'avvolgimento e del nucleo a causa della ridotta penetrazione del flusso. Ad altissima frequenza, anche la conduttanza che rappresenta la perdita capacitiva nel dielettrico dell'avvolgimento dipende dalla frequenza. Ciò accade quando la costante di tempo di polarizzazione del dielettrico è dello stesso ordine di grandezza (o maggiore) della frequenza del campo elettrico applicato.

Come già anticipato per la determinazione dei parametri dei modelli ad alta frequenza è necessario conoscere informazioni molto dettagliate sulla configurazione geometrica del trasformatore, che sono disponibili solo per i produttori. Tuttavia, se non sono richieste sovratensioni generate all'interno degli avvolgimenti, è possibile ottenere parametri dalle misurazioni dei terminali per l'intervallo di frequenza desiderato. Si noti che questo dipende fortemente dalla configurazione della misurazione e dalla relativa strumentazione, e quindi una derivazione accurata dei parametri può essere un compito complicato.

2.12 Lo sviluppo del circuito equivalente trifase nel Dominio del Tempo

Il tradizionale circuito equivalente per un trasformatore a tre avvolgimenti fu ottenuto da Boyajian nel 1924 [29]. Il circuito contiene spesso un'induttanza negativa. Nonostante l'induttanza negativa non sia realizzabile, non ha presentato problemi con studi nel dominio della frequenza. Esso è stato utilizzato con successo per molti anni per lo studio del flusso di potenza, del cortocircuito, della stabilità ai transitori, ecc. Tuttavia, quando si calcolano i transitori elettromagnetici (modellazione nel dominio del tempo), l'induttanza negativa è stata identificata come sorgente di oscillazioni spurie. Per correggere l'incoerenza, è stato introdotto il circuito derivato dal principio di dualità. Il modello può essere costruito utilizzando induttanze mutuamente accoppiate prontamente disponibili in qualsiasi programma di simulazione nel dominio del tempo, come EMTP e simili.

I parametri del circuito equivalente possono essere ottenuti in due modi: (1) dai dati di progetto e (2) dalle misurazioni dell'induttanza di dispersione terminale di due avvolgimenti alla volta.

Come premesso la grande quantità di modelli può essere classificata secondo diversi criteri. Una classificazione dei modelli può essere fatta in base a due caratteristiche principali: l'applicazione e gli elementi da rappresentare nel modello.

Per quanto riguarda l'applicazione, i modelli sono stati sviluppati per studiare principalmente i seguenti fenomeni:

- Determinazione delle sovratensioni impulsive negli avvolgimenti, sia durante lo stato di progetto che durante il coordinamento dei livelli di isolamento. Come valutato da McWirther [30], l'aumento delle tensioni di trasmissione, potenze nominali più elevate e la maggiore complessità dei progetti dei trasformatori hanno giustificato una considerazione più approfondita dell'isolamento dei trasformatori di potenza.
- Propagazione del segnale negli avvolgimenti a causa di scariche parziali. Le scariche parziali (PD) nei trasformatori di potenza di grandi dimensioni possono provocare un guasto di isolamento. Se la scarica parziale non viene rilevata prima che si sviluppi in una scarica completa, può verificarsi una rottura dell'isolamento con un costo economico significativo [31, 32].

- Analisi delle sovratensioni nei trasformatori e nelle reti di alimentazione riguardanti:
 - Sovratensioni da fulminazione [16, 33].
 - Sovratensioni di commutazione [34].
 - Oscillazioni dovute a operazioni di commutazione quando la frequenza coincide con le risonanze nel trasformatore [34]. I trasformatori possono sviluppare tensioni più elevate del previsto all'interno degli avvolgimenti se sottoposti a impulsi. Gli impulsi eccitano le frequenze naturali del trasformatore. Quando ciò si verifica, la distribuzione della tensione interna è completamente diversa da quella del funzionamento a regime [35].
 - Sviluppo di modelli per simulare le prestazioni del trasformatore in programmi ATP [5].
 - Comprensione delle misurazioni della risposta in frequenza quando applicate nella diagnosi (FRA) e nella valutazione delle condizioni fisiche del trasformatore.

2.13 Classificazione dei modelli

Per quanto riguarda gli elementi rappresentati, i modelli possono essere classificati in quattro gruppi principali.

2.13.1 Modelli fisici basati sul calcolo dell'induttanza

Data l'importanza delle induttanze sul trasformatore [36], questi modelli sono di gran lunga i più comuni e sviluppati. In effetti, i modelli più complessi, in cui sono inclusi altri elementi, si basano in primo luogo sul calcolo dell'induttanza. Diverse tecniche di modellazione portano a diversi tipi di modelli:

- Modellazione basata su auto e mutue induttanze. Consiste nel calcolo analitico delle mutue e autoinduttanze degli avvolgimenti. Di solito viene applicato ai modelli ad alta frequenza. Dopo che la prima rete ladder di autoinduttanze è stata proposta da Weed [37], il circuito equivalente è stato frequentemente utilizzato e altri autori [38–40] hanno cercato di calcolare i parametri del modello attraverso la teoria elettromagnetica includendo la non linearità e la dipendenza dalla frequenza dovute alla presenza di un nucleo di ferro.

- Modellazione basata sull'induttanza di dispersione. Si tratta di modelli a bassa frequenza che rappresentano l'induttanza di dispersione, normalmente calcolata tramite i dati di impedenza di cortocircuito. Rappresentazioni dettagliate del trasformatore sono necessarie nell'analisi dei transitori elettromagnetici e nell'analisi delle condizioni di stato stazionario sbilanciato. I modelli [30, 41] possono essere utilizzati per molti tipi di studi purché le frequenze siano sufficientemente basse da poter ignorare le capacità nel trasformatore. Se l'avvolgimento fosse discretizzato a piccole parti, potrebbe essere esteso a frequenze più alte. Brandwajn ha presentato la generalizzazione multi-avvolgimento trifase in [42].
- Modellazione basata sul principio della dualità. Il principio di dualità [22] viene utilizzato per derivare dal circuito magnetico una rappresentazione del circuito elettrico equivalente. Il modello risultante può essere implementato direttamente in un programma di simulazione di circuiti con componenti standard dei circuiti. Questi modelli sono sufficientemente accurati alle basse frequenze. Questa tecnica è ampiamente utilizzata nei modelli dedicati alla simulazione dei transitori di tensione nei programmi ATP [43] o nell'analisi della FRA [44, 45].
- Modellazione delle linee di trasmissione. L'avvolgimento è trattato come una linea di trasmissione multiconduttore dove i parametri sono distribuiti e tali da rappresentare effetti ad alta frequenza. Uno dei primi modelli è stato presentato in [46]. Successivamente in [47], i modelli STL (Single Transmission Line) e quelli MTL (Multi Transmission Line) sono stati combinati per aumentare la precisione complessiva della rappresentazione circuitale.
- Analisi basata sui campi elettromagnetici. Tali analisi vengono applicate come strumento per stabilire i parametri dei modelli ottenuti con i metodi precedenti [48].

2.13.2 Modelli “Black Box” basati sulle misurazioni

Esiste un gran numero di modelli di trasformatori ad alta frequenza derivati dalle misurazioni [49]. Vengono effettuati test per la determinazione dei parametri del modello nel dominio della frequenza o nel dominio del tempo. I modelli ottenuti dalle misure hanno l'inconveniente che le loro prestazioni possono essere garantite solo per i trasformatori testati. A differenza dei modelli per la progettazione del trasformatore, che richiedono una descrizione

geometrica dettagliata, i modelli "Black box" possono essere utilizzati per studiare l'interazione tra il trasformatore e la rete adiacente, compreso il trasferimento di sovratensioni tra gli avvolgimenti [50]. Le principali tecniche di adattamento utilizzate nella modellazione del trasformatore sono:

- **Analisi modale.** L'analisi modale è stata uno strumento importante negli studi sulle risonanze elettromeccaniche e subsincrone. Inoltre, è stata applicata per risolvere problemi armonici e per costruire equivalenti dinamici che possono essere usati nell'analisi transitoria e armonica. In queste aree, è molto importante rappresentare appieno la natura distribuita dei parametri elettrici delle lunghe linee di trasmissione così come la loro dipendenza dalla frequenza [51].
- **Rappresentazione della funzione di trasferimento.** Viene fornito un metodo numerico per il calcolo dei parametri dell'equazione di stato (equazioni state-space) direttamente dalle caratteristiche di impedenza del terminale misurate. Il metodo di modellazione presentato è applicabile a qualsiasi trasformatore in servizio in cui non sono disponibili sufficienti informazioni sul progetto interno. Inoltre, la struttura canonica del modello offre vantaggi in termini di memoria del computer e sforzo di calcolo nelle analisi nel dominio del tempo di sistemi di alimentazione complessi [52, 53].
- **Adattamento vettoriale.** In questi modelli di adattamento, viene presa in considerazione la dipendenza dalla frequenza dei parametri del trasformatore ma vengono trascurate le non linearità. I modelli che non considerano le non linearità sono adatti per transistori elettromagnetici ad alta frequenza [54, 55].

2.13.3 Modelli ibridi

Le caratteristiche del trasformatore sono oggetto di diversi fenomeni difficili da modellare con precisione, ma modellabili ciascuno con una tecnica specifica. Il modello di De Leon - Semlyen [36, 56, 57] è derivato sulla base di parametri elementari (turn-to-turn) mentre il circuito elettrico equivalente per il nucleo è ottenuto dal principio di dualità. La combinazione di più metodologie di modellazione permette di completare il modello del trasformatore che può essere incorporato in un programma per i transistori come EMTP [58].

Modelli comprendenti capacità ed effetti dielettrici

Comunemente la modellazione dell'induttanza avviene secondo le tecniche sopra elencate. Nel tempo si sono perseguiti vari studi per includere nei modelli anche gli effetti aggiuntivi di capacità o elementi dielettrici.

Le capacità shunt o parallele (capacità tra avvolgimenti o da avvolgimento a terra) possono essere calcolate con formule geometriche-analitiche semplificate o su base semi-empirica. La capacità in serie è la capacità tra le diverse spire dello stesso avvolgimento ed è un fattore determinante per la distribuzione della tensione elettrostatica.

Questi effetti sono solitamente rappresentati nel modello da parametri calcolati mediante:

- Calcolo tramite misure elettriche [59, 60].
- Calcoli FEM basati su parametri e dati di progetto [61, 62].

Di solito si presume che gli effetti dei materiali dielettrici siano trascurati alle alte frequenze [63].

Modelli comprendenti le perdite

L'effetto delle perdite è rappresentato nei modelli mediante elementi resistivi. La rappresentazione accurata delle perdite è una caratteristica importante, poiché permette una determinazione accurata delle sollecitazioni massime durante i fenomeni di risonanza all'interno dei trasformatori [55]. I diversi meccanismi di perdita in un trasformatore sono:

- Resistenza in serie negli avvolgimenti (resistenza DC).
- Perdite dipendenti dalla frequenza nei conduttori spiegate da:
 - Effetto pelle [64].
 - Effetto di prossimità [65, 66].
- Correnti parassite nei lamierini del nucleo. Come riportato in [67], i circuiti equivalenti derivati per la rappresentazione delle correnti parassite negli avvolgimenti e nel nucleo di ferro sono destinati ad essere utilizzati in un modello completo di trasformatore per lo studio di transitori elettromagnetici. La modellazione accurata degli effetti delle correnti parassite è molto importante per prevedere lo smorzamento durante i transitori poiché la resistenza effettiva degli avvolgimenti alle alte frequenze è di diversi ordini

di grandezza maggiore del suo valore a bassa frequenza e la profondità di penetrazione nei lamierini alle alte frequenze è molto piccola.

- Perdite dielettriche all'interno dell'isolamento i cui effetti sono normalmente considerati costanti e non presi in considerazione nella modellazione del trasformatore.

Modelli comprendenti gli effetti del nucleo

La larghezza di banda di frequenza del modello è il fattore principale da tenere in considerazione quando si considera l'inclusione dell'effetto del nucleo. Quando si considerano modelli di frequenze basse e medie, sviluppati per simulare il comportamento di fenomeni transitori, è necessaria l'inclusione di correnti parassite, saturazione ed effetti di isteresi [12]. Tuttavia, il nucleo di ferro è stato tradizionalmente trascurato nei modelli di trasformatori ad alta frequenza [63].

2.14 Il modello black box del trasformatore per l'analisi delle sovratensioni

Come già visto, una modellizzazione accurata di un trasformatore di potenza è un'operazione complessa a causa della sua struttura costituita da parti elettriche e magnetiche che necessiterebbero di singole analisi esplicite. Per prevedere il contributo del trasformatore ai fenomeni transitori elettromagnetici, quindi, deve essere sviluppato un modello idoneo la cui forma descriva una relazione corrente/tensione tale da poter essere incorporata nei programmi di analisi. I modelli di trasformatore tradizionali disponibili in pacchetti software simili a EMTP non sono in grado di rappresentare il comportamento del trasformatore durante uno stato transitorio, che include le alte frequenze, poiché di solito non tengono adeguatamente conto del comportamento di risonanza del trasformatore causato dal suo design altamente complicato. L'utilizzo dei modelli black box è suggerito nella norma IEC 60071-4 [68]. Questi modelli, come già ribadito, possono essere determinati senza alcuna conoscenza della geometria del trasformatore, in base all'adattamento della matrice di ammettenza misurata del trasformatore rispetto alla frequenza. Pertanto, possono essere applicabili solo per valutare sovratensioni esterne, per analizzare le interazioni tra un trasformatore e la rete e per studiare il coordinamento dell'isolamento di un sistema di alimentazione. Questi modelli sono ampiamente utilizzati all'interno delle società di servizi energetici poiché di solito non hanno

accesso ai dati di progettazione del trasformatore, che è di proprietà di un produttore di trasformatori. Sfortunatamente, la misurazione e lo sfruttamento della matrice di ammettenza del trasformatore non sono semplici. Quindi, anche se sono disponibili pacchetti numerici, i metodi di adattamento non sempre si adattano alle curve misurate in modo sufficientemente accurato. Inoltre, poiché un modello di trasformatore deve essere sia stabile che passivo, non è sempre semplice trovare una soluzione ottimale del problema matematico vincolato della minimizzazione, che deve essere risolto per adattarsi alle curve.

2.14.1 Le differenti metodologie per costruire un modello Black Box

Diverse tecniche di misurazione possono essere utilizzate per stabilire un modello "scatola nera". Queste tecniche solitamente differiscono per la scelta del parametro che verrà misurato. I parametri di scattering (S), i parametri di impedenza (Z), i parametri di ammettenza (Y) e le funzioni di trasferimento possono essere misurati direttamente dai terminali del trasformatore. Per interagire con un software simile a EMTP, i parametri S e Z vengono solitamente convertiti in parametri Y, come spiegato in [69]. La funzione di trasferimento pura non interagisce direttamente con un software simile a EMTP. Tuttavia, in software come MATLAB, la pratica per il calcolo delle sovratensioni trasmesse è quella di utilizzare le funzioni di trasferimento [70].

A seconda del parametro misurato, è necessario utilizzare diversi strumenti di misurazione. Per misurare i parametri S, dovrebbe essere utilizzato un analizzatore di rete. Per misurare Y e Z, è necessario utilizzare sensori di corrente. Si noti che, secondo Gustavsen, l'impedenza di inserzione viene aggiunta se si utilizza un analizzatore di rete vettoriale in combinazione con un sensore di corrente. Per misurare la funzione di trasferimento del trasformatore, è necessario utilizzare l'apparecchiatura specificata nella norma per l'analisi della risposta in frequenza (FRA) [71]. FRA è un test standard eseguito per verificare le condizioni del trasformatore.

Le misurazioni vengono solitamente eseguite con segnali a bassa tensione a causa dei vincoli delle apparecchiature. Questo non ha alcun effetto sulla precisione del modello del trasformatore ad alta frequenza poiché non c'è flusso magnetico nel nucleo e il trasformatore agisce come un componente lineare.

Si possono definire tre diversi approcci su come rendere un modello compatibile con i programmi EMTP dai risultati delle misurazioni: approssimazione con funzioni raziona-

li; costruzione diretta di una rete RLC equivalente; utilizzo indiretto di una funzione di trasferimento (cioè in MATLAB).

L'approccio più comune consiste nell'approssimare le curve di ammettenza con funzioni razionali. Questo approccio si basa sul metodo proposto da Levy in [72]. Il metodo è stato migliorato attraverso l'algoritmo "Vector fitting," implementato nell'ambiente MATLAB da Gustavsen. Dopo che le funzioni razionali che approssimano ciascun elemento della matrice di ammettenza sono state ottenute utilizzando un metodo del minimo quadrato, è necessario applicare la passività poiché il trasformatore è un componente passivo della rete. Questo può essere fatto simultaneamente durante il processo di adattamento o come post-elaborazione. La procedura per far rispettare la passività, con approcci differenti, è disponibile ampiamente in letteratura [73–75].

2.15 I flussi della Modellazione

I modelli black box possono essere costruiti seguendo molti approcci diversi, a seconda del tipo di informazioni disponibili sul sistema originale. Questi approcci portano a diversi "flussi", intesi come sequenze ben definite di passaggi che conducono al modello finale. Successivamente introduciamo i flussi più comuni, lasciando a eventuali discussioni più dettagliate.

2.15.1 Modellazione tramite Model Order Reduction

Il punto di partenza del primo flusso è una profonda conoscenza della geometria e delle proprietà dei materiali di una struttura. In questo caso le informazioni necessarie sono solitamente reperibili nei file CAD dei progettisti. Il primo passo in questo flusso implica la descrizione elettrica o elettromagnetica del comportamento del sistema, in modo che tutti gli effetti funzionali e parassiti di interesse siano adeguatamente considerati. Bisogna definire correttamente quali sono le porte di interfaccia per il sistema e decidere quali sono le variabili che svolgeranno il ruolo di input (eccitazioni) e output (risposte). Tipicamente, le variabili duali su ciascuna porta (tensione/corrente o onde di diffusione incidenti/riflesse) sono divise, con una che agisce come ingresso e l'altra come uscita. In questa fase si stabiliscono anche opportune condizioni al contorno. Quindi, la geometria è opportunamente meshata e le equazioni di Maxwell sono formulate in forma integrale o differenziale e discretizzate su

questa mesh. In particolare, viene discretizzata solo la dipendenza dallo spazio, mentre la dipendenza dal tempo (o dalla frequenza) viene lasciata continua. Il risultato di questo processo può essere disponibile come un sistema possibilmente grande di equazioni differenziali ordinarie (ODE) o equazioni algebriche differenziali (DAE), o come un circuito equivalente su larga scala. Queste forme alternative forniscono l'input all'attuale fase di modellazione. Si noti che ogni volta che il comportamento del sistema è formulato come un circuito su larga scala, il metodo standard di analisi nodale modificata (MNA) può essere applicato per costruire un sistema DAE o ODE equivalente. La modellazione tramite riduzione dell'ordine del modello (MOR) parte dalla suddetta descrizione interna del sistema sottostante e tenta di comprimere il modello o il circuito su larga scala esistente riducendone le dimensioni e la complessità, preservandone le caratteristiche di input-output. Sono disponibili molte tecniche diverse. I metodi di riduzione topologica pura elaborano direttamente il circuito equivalente utilizzando strumenti di teoria dei grafi, al fine di sfruttare le equivalenze (approssimate) e ridurre il numero di componenti. Quando invece si parte da una descrizione ODE o DAE, si possono usare diversi metodi di approssimazione per proiettare il sistema dello spazio degli stati su un sottospazio dimensionale inferiore preservando l'accuratezza input-output. Appartengono a questa classe i metodi di corrispondenza dei momenti e di bilanciamento troncato. In alcuni casi, questi approcci sono in grado di preservare la passività. In alcuni altri casi, possono essere applicati un controllo di passività facoltativo e una fase di esecuzione. Come ultimo passaggio, il modello viene incluso in un risolutore esterno per successive simulazioni.

2.15.2 Modellazione tramite Risolutori di Campo

Questo secondo flusso di modellazione è probabilmente il più comune in diverse aree applicative. Il punto di partenza è lo stesso degli approcci basati su MOR, ovvero una conoscenza dettagliata della geometria e delle proprietà dei materiali del sistema reale. Ciò che fa la differenza qui è il tipo di risolutore di campo utilizzato per discretizzare la struttura ed estrarne le risposte elettriche o elettromagnetiche. Per il caso MOR, il risolutore deve essere "aperto", in modo da poter esportare i sistemi ODE o DAE discretizzati internamente. Questa situazione è comune per i risolutori sviluppati internamente presso istituti accademici e di ricerca o in grandi aziende. Tuttavia, la maggior parte dei risolutori commerciali generici sono deliberatamente "chiusi", poiché l'esportazione di risultati intermedi di elaborazione

e discretizzazione potrebbe rivelare dettagli sensibili sugli algoritmi proprietari incorporati. Tali risolutori consentono solo di esportare i risultati dei calcoli, sia sotto forma di risposte transitorie eccitate da stimoli definiti dall'utente (ad esempio, nel caso di risolutori basati sul metodo delle differenze finite nel dominio del tempo o algoritmi simili) o sotto forma di risposte in frequenza campionate (ad esempio, nel caso di solutori basati su elementi finiti o metodo dei momenti). In altre parole, una volta importato ed elaborato dal risolutore, il sistema diventa una scatola nera, caratterizzata solo attraverso risposte input-output. In questo flusso è richiesto un algoritmo di modellazione black box. Possiamo distinguere tra tecniche nel dominio della frequenza, che operano principalmente applicando l'adattamento razionale della curva ai campioni della matrice di trasferimento, e metodi nel dominio del tempo, che costruiscono il modello elaborando direttamente le eccitazioni e le risposte transitorie ottenute dai risolutori nel dominio del tempo. In alternativa, gli output del risolutore transitorio possono essere elaborati mediante tecniche numeriche standard di trasformata di Fourier per ricavare stime delle risposte in frequenza, che possono quindi essere elaborate mediante schemi di modellazione nel dominio della frequenza. In tutti i casi, il processo di modellazione può produrre un modello non passivo. Pertanto, come discusso più avanti, una fase di controllo e imposizione della passività viene solitamente eseguita dopo una conversione dello spazio degli stati, ma prima della sintesi del modello in una forma compatibile con successive simulazioni a livello di sistema. In alternativa, l'applicazione e la sintesi della passività possono essere eseguite direttamente da una rappresentazione polo-residuo, senza passare attraverso una realizzazione nello spazio degli stati.

2.15.3 Modellazione da Risposte Misurate

L'ultimo flusso di modellazione di cui discutiamo è quello Black Box. Assumiamo che il dispositivo in modellazione non sia disponibile sotto forma di modello CAD, ma come oggetto reale, sia come prototipo che come prodotto finale. In questa situazione, si può caratterizzare la struttura attraverso la misurazione diretta. L'approccio più comune consiste nell'effettuare la misura nel dominio della frequenza attraverso un analizzatore di rete vettoriale (VNA), ottenendo un insieme di campioni di frequenza della matrice del dispositivo. Un'alternativa è eseguire misurazioni nel dominio del tempo, ad esempio utilizzando la riflettometria nel dominio del tempo (TDR), lanciando un impulso di eccitazione come input e registrando la risposta risultante come output. Tali dati transitori possono essere elaborati da un algorit-

mo di modellazione nel dominio del tempo. Tale concetto è simile a quello del paragrafo precedente. L'unica differenza è la sostituzione di una misurazione "virtuale" eseguita da un risolutore di campo numerico con una misurazione reale eseguita su hardware. Questi ultimi due flussi costituiscono la motivazione principale di questa tesi, che presenta vari algoritmi per l'elaborazione delle risposte input-output di un sistema black box, al fine di ottenere un modello comportamentale accurato, passivo ed efficiente.

2.16 Rappresentazioni per EMTP: approcci e limitazioni

Nel contesto della modellazione nel software EMTP, per ottenere una rappresentazione finale del trasformatore, vengono adottate diverse rappresentazioni, tra cui: parametri concentrati, Equivalente Norton (utilizzando la convoluzione ricorsiva) e rappresentazione nello spazio degli stati. È importante notare che i parametri derivati da questi metodi non hanno una diretta correlazione con la geometria fisica del trasformatore, poiché sono parametri calcolati utilizzati per modellare il comportamento elettrico.

Il classico modello "Black Box", basato unicamente su misurazioni di cortocircuito, ha limitazioni nell'adattabilità alle basse frequenze, soprattutto al di sotto della frequenza del primo massimo della curva di impedenza del trasformatore. Questo è dovuto alla sua incapacità di catturare il comportamento non lineare del trasformatore, che richiede anche la modellazione dell'influenza del nucleo del trasformatore a queste frequenze. Pertanto, per rappresentare in modo accurato un trasformatore su un'ampia gamma di frequenze, comprese quelle inferiori a pochi kHz, è necessario incorporare un modello "tradizionale" di trasformatore con induttanze non lineari collegate in parallelo. Questo approccio è implementato, ad esempio, nei modelli [42, 76, 77].

Capitolo 3

Caratterizzazioni nel dominio del tempo e della frequenza

Questo capitolo si immerge nei fondamenti teorici e matematici che sottendono l'analisi dei segnali e dei sistemi nel dominio del tempo e della frequenza. Esplora concetti chiave come memoria, casualità, tempo invarianza, stabilità e passività, offrendo una panoramica delle definizioni e delle proprietà dei sistemi lineari invarianti nel tempo. Il capitolo si sviluppa attraverso l'esplorazione della trasformata di Laplace e Fourier, strumenti matematici essenziali per analizzare i transitori elettrici e rappresentare segnali e sistemi nel dominio della frequenza. Inoltre, vengono discusse le metriche per valutare l'errore nella rappresentazione dei segnali e vengono introdotte le norme sui segnali nel dominio del tempo e della frequenza, fornendo una base solida per gli approfondimenti nei capitoli successivi riguardanti la modellizzazione e l'analisi degli autotrasformatori.

3.1 Definizioni alla base

Un segnale può essere definito come una funzione di una o più variabili indipendenti. I segnali sono uno strumento fondamentale per descrivere il comportamento dei fenomeni fisici. Si può così fornire una ricca classificazione di segnali, basata sulle diverse caratteristiche qualitative dei fenomeni fisici che si verificano nell'esperienza quotidiana. Un sistema S può essere visto come un processo che risulta in una trasformazione di segnali. La descrizione più naturale di un sistema è quindi in termini di quali sono gli input indipendenti $u(t)$, quali sono gli output risultanti $y(t)$ e quali sono le regole di trasformazione. Un sistema SISO (single input

single output) ha un singolo input (scalare) $u(t)$ e un output scalare $y(t)$. Al contrario, un sistema MIMO (multiple-input multiple-output) è pilotato da diversi input raccolti in un vettore $u(t)$ e fornisce diversi segnali di uscita, le componenti del vettore di output $y(t)$. Completano la classificazione i cosiddetti sistemi SIMO (single-input multiple-output) e MISO (multiple-input single-output). Forniamo ora la definizione elementare di alcune proprietà fondamentali del sistema.

3.1.1 Linearità

Un sistema S si definisce lineare se la risposta $x(t)$ a una combinazione lineare di due ingressi $x_1(t)$ e $x_2(t)$, rappresentata nell'equazione (3.1), è uguale alla risposta $y(t)$, rappresentata dall'equazione (3.2), dove $y_1(t)$ e $y_2(t)$ sono le uscite corrispondenti rispettivamente a ciascun ingresso $x_1(t)$ e $x_2(t)$:

$$x(t) = \alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t) \quad (3.1)$$

$$y(t) = \alpha_1 y_1(t) + \alpha_2 y_2(t) \quad (3.2)$$

per qualsiasi costante reale o complessa α_1 e α_2 .

3.1.2 Memoria, casualità e tempo invarianza

Un sistema S è privo di memoria o statico se l'output $y(t)$ in un qualsiasi tempo prescritto $t = t_0$ dipende solo dall'input in quel momento $u(t_0)$. Altrimenti, si dice che il sistema S abbia memoria.

Assumendo queste caratteristiche, è possibile mettere in relazione, nel dominio del tempo, le variabili di input e output di un sistema LIT mediante l'integrale di convoluzione presentato nell'equazione (3.3):

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (3.3)$$

dove la funzione $h(t)$ rappresenta la risposta all'impulso del sistema. In una rappresentazione a matrice, è possibile rappresentare ogni elemento $h_{ij}(t)$ come la risposta al terminale i

quando un impulso ideale (delta di Dirac) viene applicato alla porta j , con l'assunzione che gli altri terminali non siano eccitati da sorgenti esterne.

Un sistema S è causale se l'output $y(t)$ all'istante $t = t_0$ non dipende dai valori dell'input $u(t)$ per gli istanti $t > t_0$. In altre parole, solo il "presente" e la "storia passata" dell'input contribuiscono all'output, e il sistema non ha comportamenti anticipatori o predittivi.

Un sistema S è invariante nel tempo se uno spostamento temporale nell'ingresso provoca lo stesso spostamento temporale nell'uscita. Più precisamente, l'invarianza temporale vale se la risposta al segnale di ingresso $u(t - T)$ è $y(t - T)$ per qualsiasi costante reale arbitraria T .

3.1.3 Definizione generale di Stabilità

Molte definizioni diverse possono essere fornite per la stabilità di un sistema S , a seconda della descrizione del sistema che è disponibile. Se non consideriamo la struttura interna del sistema, quello che serve per le applicazioni pratiche è che il segnale di uscita $y(t)$ non cresca in modo incontrollato nel tempo, a patto che i corrispondenti ingressi si comportino bene e rimangano limitati. Questo concetto è colto dalla cosiddetta stabilità dell'ingresso limitato e dell'uscita limitata (BIBO), che vale quando esistono alcune costanti finite K e M tali che il segnale di uscita $\|y(t)\| < M, \forall t$ ogni volta che il segnale in ingresso soddisfa $\|u(t)\| < K, \forall t$, dove $\|\cdot\|$ denota la norma euclidea (o qualsiasi altra norma equivalente) del suo argomento vettoriale.

3.1.4 Definizione generale di Passività

Una precisa caratterizzazione della passività richiede i concetti di energia e potenza, la cui definizione dipende però dalla particolare rappresentazione adottata per i segnali in ingresso e in uscita. In generale, un sistema passivo S può fornire al suo ambiente una quantità di energia che non può superare, in nessun momento, la quantità di energia che gli è stata precedentemente fornita. In altre parole, il sistema deve assorbire ed eventualmente immagazzinare energia prima di poterla restituire al mondo esterno.

3.1.5 Sistemi lineari invarianti nel tempo

I sistemi lineari invarianti nel tempo (LTI) sono onnipresenti in qualsiasi branca della scienza e dell'ingegneria. Le loro proprietà specifiche consentono una caratterizzazione compat-

ta, semplice e precisa della trasformazione che, applicata agli input, restituisce gli output. Questa caratterizzazione si basa sulla risposta all'impulso e sugli integrali di convoluzione.

3.2 Studio del transitorio elettrico

Un transitorio elettrico è la manifestazione esteriore di un improvviso cambiamento delle condizioni del circuito, come quando un interruttore si apre o si chiude o si verifica un guasto su un sistema. Il periodo transitorio è generalmente molto breve. La frazione del loro tempo di funzionamento che la maggior parte dei circuiti trascorre nella condizione transitoria è insignificante rispetto al tempo trascorso nello stato stazionario. Tuttavia questi periodi transitori sono estremamente importanti, poiché è in tali momenti che i componenti del circuito sono soggetti alle maggiori sollecitazioni dovute a correnti o tensioni eccessive. In casi estremi ne derivano danni. Ciò può disabilitare una macchina, arrestare un impianto o oscurare una città, a seconda del circuito coinvolto. Per questo motivo un chiaro apprezzamento degli eventi che si verificano durante i periodi transitori è essenziale per una piena comprensione del comportamento dei circuiti elettrici. I transitori si possono capire, possono essere calcolati e talvolta prevenuti, o almeno controllati, in modo da risultare innocui per il circuito o il sistema di alimentazione su cui si manifestano. Di seguito procediamo ora a mostrare come i transitori possono essere studiati in modo quantitativo. Un semplice transitorio su un circuito RC non rappresenta il tipo di problema che si riscontra regolarmente nei sistemi di potenza. I circuiti pratici sono molto più complicati, così che, anche dopo la semplificazione a scopo di analisi, spesso conservano molti elementi circuitali in combinazione serie-parallelo. Di conseguenza, saranno necessarie diverse equazioni differenziali o integro-differenziali (una per ogni maglia) per descrivere il comportamento del circuito e ciascuna può essere più complicata di un circuito RL o RC. Queste equazioni devono essere risolte simultaneamente per valutare le variabili di interesse. Per farlo in modo efficiente, è necessario impiegare una tecnica sistematica. Useremo il metodo della trasformazione di Laplace per questo scopo.

3.2.1 La trasformata di Laplace

La trasformata di Laplace è un operatore matematico che converte una funzione di variabile reale in una funzione di variabile complessa. Quando applicata ai termini di un'equazione

differenziale ordinaria, la trasformata di Laplace converte l'equazione in un'equazione algebrica. Così facendo, la variabile t scompare e viene introdotta una nuova variabile s . La trasformata di Laplace ha il vantaggio aggiuntivo di richiamare l'attenzione sulle condizioni iniziali, dimostrando i termini appena sufficienti perché queste condizioni siano soddisfatte. Operando in questo modo, le equazioni del problema perdono il loro aspetto transitorio e appaiono più come equazioni di un problema in stato stazionario nella nuova variabile s .

Consideriamo un segnale generico $x(t)$. La sua trasformata di Laplace è definita matematicamente come:

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st} dt$$

dove $s \in \mathbb{C}$ denota la variabile di Laplace, detta anche frequenza complessa. La convergenza di questo integrale è caratterizzata osservando l'andamento asintotico della funzione integranda $z(t) = x(t)e^{-st}$, che deve decrescere per $t \rightarrow \pm\infty$ più velocemente di $|t|^{-1}$. Questo tasso di decadimento è parametrizzato dalla variabile complessa s , per cui l'integrale può esistere per alcuni valori di $s \in \mathbb{C}$ e non per altri.

Per le nostre applicazioni è importante caratterizzare l'insieme $\Omega_b \subseteq \mathbb{C}$ di possibili valori di s per i quali l'integrale è ben definito e converge, che si chiama dominio di $X(s)$. Posto $s = \sigma + j\omega$, abbiamo:

$$|z(t)| = |x(t)e^{-st}| = |x(t)|e^{-\sigma t}$$

dimostrando che $|z(t)|$ e il suo comportamento asintotico non dipendono da ω . Di conseguenza, il dominio Ω_b è sempre una banda verticale nel piano complesso:

$$\Omega_b = \{s \in \mathbb{C} : \sigma_1 < \operatorname{Re}\{s\} < \sigma_2\}$$

Se scegliamo un generico $\sigma \in (\sigma_1, \sigma_2)$, abbiamo la seguente formula di inversione:

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{(\sigma-j\infty)}^{(\sigma+j\infty)} X(s)e^{st} ds$$

dove il percorso di integrazione è una linea verticale in Ω_b .

La trasformata di Laplace preserva le combinazioni lineari:

$$\mathcal{L}\{\alpha_1 x_1(t) + \alpha_2 x_2(t)\} = \alpha_1 \mathcal{L}\{x_1(t)\} + \alpha_2 \mathcal{L}\{x_2(t)\}$$

Pertanto, la rappresentazione nel dominio di Laplace è più conveniente per la caratteriz-

zazione dei sistemi LTI e delle loro proprietà. Consideriamo ora un sistema con matrice di risposta all'impulso $h(t)$, eccitata da un generico segnale di ingresso $u(t)$. Il corrispondente segnale di uscita $y(t)$ è ottenuto dalla convoluzione. Prendendo la trasformata di Laplace di entrambi i membri si ottiene:

$$Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} = \mathcal{L}\{h(t) * u(t)\} = H(s)U(s)$$

dove:

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)e^{-st} dt$$

$$Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-st} dt$$

sono le rappresentazioni nel dominio di Laplace dei segnali di ingresso e di uscita, ottenute integrando indipendentemente ogni componente. La matrice a valori complessi $H(s)$ ottenuta come trasformata di Laplace della matrice di risposta all'impulso:

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-st} dt$$

si chiama matrice di trasferimento del sistema (funzione di trasferimento nel caso scalare). Vediamo che l'operatore di convoluzione nel dominio del tempo, che richiede il calcolo di un integrale, risulta in una rappresentazione nel dominio di Laplace molto più semplice, dove la relazione input-output diventa algebrica (un prodotto matrice-vettore).

3.2.2 Sistemi LTI causali e trasformata di Laplace unilaterale

I sistemi LTI causali sono caratterizzati da risposte impulsive unilaterali, poiché $h(t) = 0$ per $t < 0$. Quando il segnale di ingresso è unilaterale, tale che $u(t) = 0$ per $t < 0$, anche l'uscita risultante è unilaterale. Risulta quindi conveniente caratterizzare tali sistemi attraverso la trasformata unilaterale di Laplace, definita per un generico segnale $x(t)$:

$$X(s) = \mathcal{L}_u\{x(t)\} = \int_{0^-}^{+\infty} x(t)e^{-st} dt$$

Il limite inferiore di integrazione è assunto pari a 0^- per catturare eventuali singolarità o distribuzioni centrate in $t = 0$, come il delta di Dirac $\delta(t)$. Con questa definizione, non ci sono ovviamente problemi di convergenza dovuti al comportamento di $x(t)$ per $t \rightarrow -\infty$.

Pertanto, la parte reale di s può essere presa arbitrariamente grande, portando a un dominio Ω_u di $X(s)$ costituito da un semipiano destro $\text{Re}\{s\} > \sigma_1$.

3.2.3 La trasformata di Fourier

Poiché le sinusoidi sono un caso particolare di segnali, la trasformata di Fourier può essere vista come un caso particolare della trasformata bilaterale di Laplace, ottenuta restringendo la frequenza complessa ad essere puramente immaginaria, $s = j\omega$. Questo è possibile ogni volta che l'asse immaginario appartiene al dominio bilaterale della trasformata di Laplace, $jR \in \Omega_b$, o equivalentemente $\sigma_1 < 0 < \sigma_2$. Per ogni segnale $x(t)$ per il quale hanno senso i seguenti integrali, la trasformata di Fourier e la sua inversa possono essere definite come

$$X(j\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = F^{-1}\{X(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

La proprietà di convoluzione diventa

$$y(t) = h(t) * u(t) \leftrightarrow Y(j\omega) = H(j\omega) * U(j\omega)$$

La matrice a valori complessi $H(j\omega)$, definita come la trasformata di Fourier della risposta all'impulso, fornisce la risposta in frequenza del sistema a qualsiasi frequenza arbitraria ω .

$$H(j\omega) = F\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt$$

Per linearità, questo generalizza la caratterizzazione dello stato stazionario sinusoidale (AC) ai segnali di eccitazione che non sono sinusoidi puri ma possono essere espansi in una sovrapposizione di sinusoidi tramite la trasformata di Fourier.

3.3 Valutazione dell'errore nella rappresentazione dei segnali

Qualsiasi algoritmo inteso a risolvere qualche problema matematico per mezzo di calcoli numerici non fornirà mai la soluzione esatta ma solo una stima di questa soluzione. Questo

è vero per qualsiasi algoritmo implementato come una sequenza di operazioni che devono essere eseguite. Tutti questi calcoli saranno basati su una rappresentazione di numeri a precisione finita e porteranno inevitabilmente a errori di approssimazione. È quindi di fondamentale importanza quantificare questi errori, al fine di progettare opportuni algoritmi che garantiscano di tenerli sotto controllo. Lo strumento naturale per la quantificazione degli errori di approssimazione numerica è fornito da norme opportunamente definite. In algebra lineare, ad esempio, vengono utilizzate norme vettoriali e matriciali. I modelli numerici (lineari) sono progettati per l'identificazione del sistema in analisi e forniscono una qualche forma di rappresentazione di esso, la cui matrice di trasferimento differisce dalla vera matrice di trasferimento per alcuni errori di approssimazione. Una quantificazione di questo errore fornisce una misura della qualità dello schema di identificazione.

3.4 Norme sui segnali

Consideriamo un generico segnale $x(t) \in \mathbb{C}^n$. Questa espressione specifica che, una volta fissato l'istante di tempo t , la valutazione del segnale, in questo istante, è un vettore che raccoglie n componenti a valori complessi. Una notazione più precisa definirebbe tale segnale come una funzione a valori vettoriali che mappa l'insieme dei numeri reali (l'asse del tempo) sull'insieme di n -uple di numeri complessi, $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^n$. Qualora il segnale di interesse sia definito per istanti $t \in \mathcal{I} \subseteq \mathbb{R}$, avremo corrispondentemente $x : \mathcal{I} \rightarrow \mathbb{C}^n$. Questa notazione più precisa è essenziale per definire e quantificare la "dimensione" del segnale, poiché dovremo "misurare" il segnale tenendo conto di tutti i suoi valori raggiunti per ogni $t \in \mathcal{I}$.

3.4.1 Norme sui segnali nel dominio del tempo

Seguendo le definizioni standard delle norme vettoriali, definiamo:

$$\|x(t)\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i(t)|^p \right)^{1/p}$$

e

$$\|x(t)\|_\infty = \sup |x_i(t)|$$

come p -norma e ∞ -norma variabili nel tempo del valore raggiunto dal segnale all'istante t .

Le norme del segnale sono definite dall'integrazione lungo l'asse del tempo, ottenendo:

$$\|x\|_p = \left(\int_{\mathcal{I}} \|x(t)\|_p^p dt \right)^{1/p}$$

e

$$\|x\|_\infty = \sup \|x(t)\|_\infty$$

Avendo definito le norme di segnale, possiamo ora introdurre il concetto di convergenza. Se consideriamo una sequenza di segnali x_k , diciamo che questa sequenza converge nella p -norma ad un certo limite x_* per $k \rightarrow \infty$ se:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_k - x_*\|_p = 0$$

La nozione di convergenza è essenziale per qualsiasi algoritmo numerico che perfezioni qualche soluzione stimata x_k attraverso iterazioni $k = 1, 2, \dots$ e cerchi di raggiungere una buona approssimazione della soluzione esatta x_* .

3.4.2 Norme dei segnali nel dominio della frequenza

Nel dominio della frequenza, basandoci sulla trasformata di Fourier, possiamo definire:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

3.4.3 Norme dei sistemi

Sulla base delle norme di segnale nei domini del tempo e della frequenza presentate possiamo definire le norme dei sistemi. Sappiamo che un sistema può essere completamente caratterizzato in termini di comportamento ingresso-uscita attraverso la sua matrice di risposta all'impulso $h(t)$ o la sua matrice di trasferimento $H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$. La "dimensione" del sistema sarà quindi espressa da un'opportuna estensione delle norme di segnale al caso matriciale, applicato a $h(t)$ o a $H(s)$.

3.5 Rappresentazioni multiporta

Finora, la presentazione generale dei sistemi LTI si è basata su una definizione separata e indipendente dei segnali di ingresso e di uscita. Tuttavia, nella stragrande maggioranza dei casi in varie aree di applicazione, esiste una struttura aggiuntiva nella topologia del sistema, che induce ulteriori vincoli su input e output.

3.5.1 Porte e Terminali

Una rappresentazione schematica a scatola nera di una generica rete a due terminali è illustrata in Figura 3.1. La corrente i che fluisce nella rete dal terminale (1) è uguale alla corrente che esce dalla rete dal terminale (1'), a causa della legge corrente di Kirchhoff (KCL).

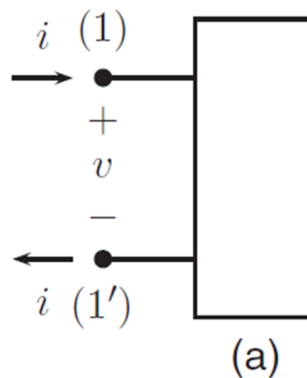


Figura 3.1: Rete a due terminali e una porta

È possibile definire una sola tensione v tra i due terminali (1) e (1'). Questa coppia di terminali costituisce una porta, con una tensione associata v e una corrente i . Ci interessiamo al comportamento esterno della rete osservato da questa porta di interfaccia, assumendo che una delle due variabili di porta (tensione o corrente) agisca come input e l'altra come output. In questo contesto, la rete a due terminali viene ribattezzata a singola porta, e la relazione tra tensione di porta e corrente è considerata come una relazione di input-output.

Consideriamo ora una struttura generale a quattro terminali, Figura 3.2, che rappresenta una rete con i nodi di interfaccia raggruppati in coppie $(k - k')$, con $k = 1, 2$. A ciascuna coppia viene assegnata una corrente singola i_k , che entra nella rete al terminale (k) ed esce dal terminale (k') . Analogamente, viene definita una tensione v_k tra i due terminali di ciascuna

coppia, con (k') che denota il riferimento locale di ciascuna porta. Con questa struttura aggiuntiva, la rete è denominata a due porte.

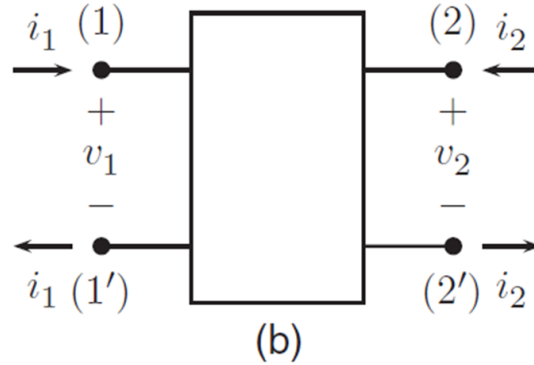


Figura 3.2: Rete a quattro terminali e due porte

In generale, per ogni porta elettrica k con $k = 1, \dots, P$ abbiamo due variabili elettriche, tensione v_k e corrente i_k . La caratterizzazione input-output di tali elementi implica la scelta di P variabili da considerare come input e le altre P variabili come output. Vediamo che il numero di ingressi è uguale al numero di uscite, in modo che la matrice di trasferimento del sistema sia quadrata.

3.6 Sistemi multi-porta

Le rappresentazioni dei sistemi multi-porta includono come casi particolari l'impedenza a circuito aperto e l'ammettenza di corto circuito. Consideriamo un sistema multi-porta con P porte elettriche. La rappresentazione dell'impedenza a circuito aperto è espressa come:

$$V(s) = Z(s)I(s)$$

dove $V(s) = (V_1(s), \dots, V_P(s))^T$ e $I(s) = (I_1(s), \dots, I_P(s))^T$. Gli elementi diagonali della matrice di impedenza $Z(s)$ sono le impedenze di ciascuna porta quando tutte le altre porte sono a circuito aperto:

$$Z_{ii}(s) = \frac{V_i(s)}{I_i(s)}, \quad I_k(s) = 0, \forall k \neq i$$

mentre gli elementi fuori diagonale sono le impedenze di trasferimento tra due porte diverse, con tutte le altre porte rimanenti aperte:

$$Z_{ij}(s) = \frac{V_i(s)}{I_j(s)}, \quad I_k(s) = 0, \forall k \neq j$$

La rappresentazione dell'impedenza assume quindi tutte le correnti delle porte come ingressi e tutte le tensioni delle porte come uscite.

La rappresentazione dell'ammettenza di corto circuito è espressa come:

$$I(s) = Y(s)V(s)$$

Gli elementi diagonali della matrice di ammettenza $Y(s)$ sono le ammettenze dal punto di vista di ciascuna porta quando tutte le altre porte sono cortocircuitate:

$$Y_{ii}(s) = \frac{I_i(s)}{V_i(s)}, \quad V_k(s) = 0, \forall k \neq i$$

mentre gli elementi fuori diagonale sono le ammettenze di trasferimento tra due porte diverse, con tutte le altre porte rimanenti in cortocircuito:

$$Y_{ij}(s) = \frac{I_i(s)}{V_j(s)}, \quad V_k(s) = 0, \forall k \neq j$$

La rappresentazione dell'ammettenza assume quindi tutte le tensioni delle porte come ingressi e tutte le correnti delle porte come uscite. Se entrambe le rappresentazioni coesistono, le matrici di impedenza e ammettenza sono l'una l'inversa dell'altra:

$$Z(s) = Y(s)^{-1}, \quad Y(s) = Z(s)^{-1}$$

3.6.1 La proprietà di reciprocità

Circuiti e sistemi fisici reciproci sono caratterizzati da matrici di trasferimento quadrate con particolari proprietà di simmetria. Il concetto di reciprocità è legato al comportamento del sistema quando le variabili di ingresso e uscita vengono scambiate. Si consideri, ad esempio, un sistema a due porte (vedi Figura 3.2) con la rappresentazione ad impedenza, nelle seguenti due diverse condizioni:

1. La porta 1 viene eccitata con un generatore di corrente $I_1'(s)$, la porta 2 è lasciata aperta e viene calcolata la tensione $V_2'(s)$ sulla stessa;
2. La porta 2 viene eccitata con un generatore di corrente $I_2''(s)$, la porta 1 è lasciata aperta e viene calcolata la tensione $V_1''(s)$ sulla stessa.

Il sistema si dice reciproco se $I_1'(s) = I_2''(s)$ implica $V_2'(s) = V_1''(s)$. È facile vedere che questa proprietà porta ai seguenti vincoli sugli elementi di impedenza fuori diagonale:

$$Z_{12}(s) = Z_{21}(s)$$

La generalizzazione a un sistema n-porte porta alla seguente condizione:

$$Z(s) = Z(s)^T$$

implicando la simmetria della matrice di impedenza. La stessa proprietà vale per la matrice di ammettenza:

$$Y(s) = Y(s)^T$$

È possibile dimostrare che la matrice di trasferimento di un generico circuito comprendente solo resistenze, condensatori, induttori e trasformatori ideali soddisfa le condizioni di reciprocità. Questo risultato, noto come teorema di reciprocità, è una diretta conseguenza del teorema di Tellegen.

Capitolo 4

La Frequency Response Analysis

Questo capitolo si dedica a esplorare le dinamiche delle risposte in frequenza di un autotrasformatore trifase, evidenziando le peculiarità e le sfide nella modellazione di tali componenti elettrici. Le curve di risposta in frequenza, rappresentate attraverso diversi grafici, rivelano punti di risonanza e variazioni significative attribuibili agli effetti induttivi e capacitivi degli avvolgimenti e altri componenti interni. Queste risposte, misurate su una macchina in esercizio, diventano fondamentali per sviluppare un modello accurato che possa replicare fedelmente il comportamento dell'autotrasformatore in un ampio spettro di frequenze, garantendo così una simulazione precisa dei transitori elettromagnetici. L'analisi si estende dalla teoria alla pratica, esplorando metodologie e tecniche di misurazione e modellazione, e ponendo le basi per gli sviluppi nei capitoli successivi, dove il modello viene ulteriormente affinato e validato attraverso vari scenari e condizioni operative.

4.1 L'analisi delle risposte in frequenza

I trasformatori di potenza sono costruiti per resistere alle forze meccaniche, sia durante la spedizione che durante il servizio, come guasti e fulmini. Tuttavia, un trasformatore danneggiato può essere costoso da sostituire, con costi che possono raggiungere diversi milioni di euro.

Attualmente, Terna, il gestore della rete elettrica italiana, investe circa 1,8 miliardi di euro l'anno per il rinnovo e lo sviluppo della rete. Una macchina autotrasformatore 380kV, come quella oggetto di studio in questa tesi, ha un costo di circa 2 milioni di euro.

Se un guasto incipiente di un trasformatore viene rilevato in tempo, il trasformatore può

essere riparato o sostituito in modo più economico. Pertanto, le condizioni dei trasformatori più importanti, come ad esempio quelli assoggettati alla rete elettrica nazionale, devono essere monitorati attentamente e continuamente per garantire il massimo tempo di attività. Di conseguenza, la cosiddetta “manutenzione basata sulle condizioni” può ridurre i rischi di interruzioni forzate e danni alle apparecchiature adiacenti di un trasformatore. Le interruzioni e i guasti in servizio del trasformatore derivano solitamente da rottura dielettrica, distorsione dell'avvolgimento causata dalla resistenza al cortocircuito, punto caldo dell'avvolgimento e del circuito magnetico o il guasto degli accessori (come le boccole, ecc).

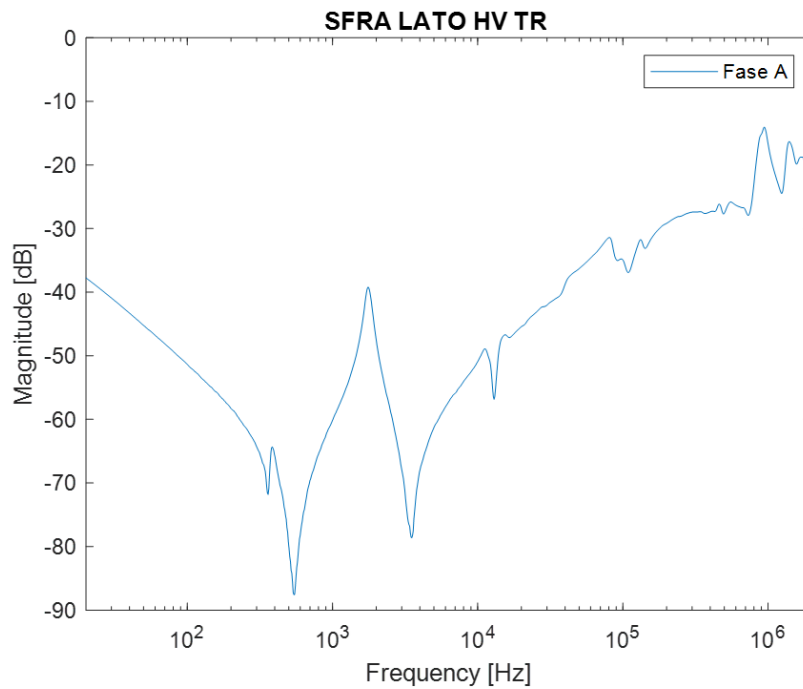


Figura 4.1: Risposta in frequenza fase A TR6

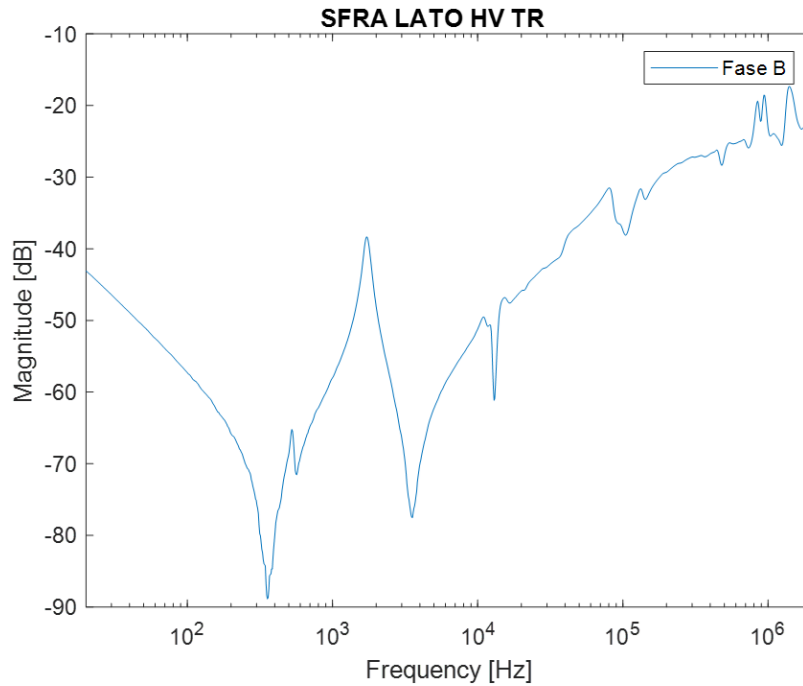


Figura 4.2: Risposta in frequenza fase B TR6

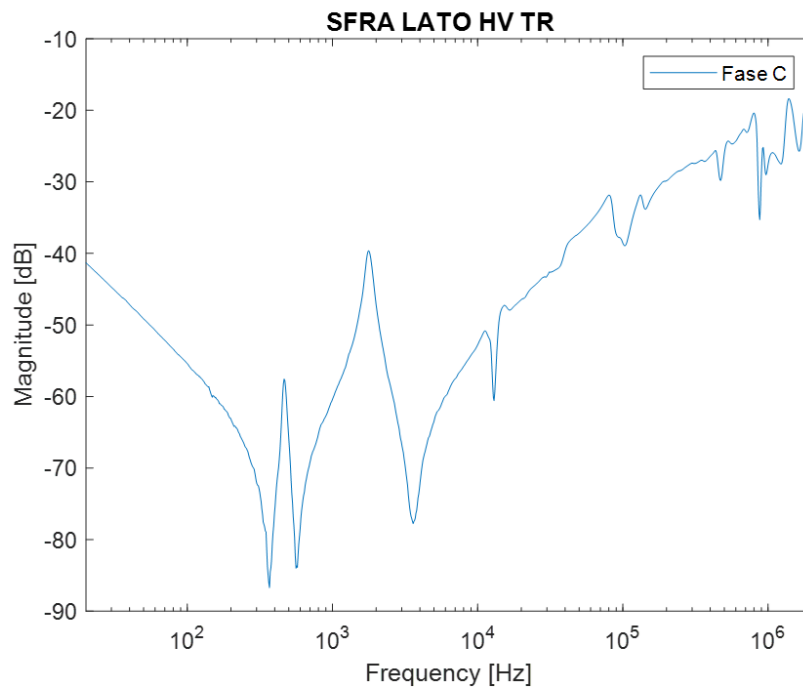


Figura 4.3: Risposta in frequenza fase C TR6

Il test Frequency Response Analysis (FRA), proposto per la prima volta da Dick ed Erven [78], è una tecnica di analisi della risposta in frequenza utilizzata negli ultimi tre decenni come condition monitoring essendo molto sensibile per rilevare i guasti di movimento degli avvolgimenti causati dalla perdita di pressione di serraggio o da forze di cortocircuito.

Una rappresentazione accurata dei sistemi fisici da parte di una funzione di trasferimento è spesso necessaria in vari campi dell'ingegneria per scopi di analisi, progettazione o simulazione. In molti casi in cui non sono disponibili informazioni sufficienti sulla struttura del sistema, le misurazioni della risposta in frequenza possono essere utilizzate come una comoda base di dati per la stima dei parametri della funzione di trasferimento. L'identificazione del sistema in base alle caratteristiche ai terminali può anche essere utile per la modellazione dei parametri concentrati di sistemi distribuiti, la riduzione dell'ordine del modello e la semplificazione di sistemi complessi.

Nelle Figure 4.1-4.2-4.3, sono rappresentate le curve di risposta in frequenza (FRA) di un trasformatore trifase noto come "TR6". Queste curve coprono una vasta gamma di frequenze e ognuna di esse corrisponde ai dati FRA raccolti da una fase specifica del trasformatore. È interessante notare che a causa delle diverse configurazioni di flusso nelle fasi centrale e laterale del trasformatore, le curve FRA di due fasi risultano essere molto simili tra loro, mentre si differenziano notevolmente da quella dell'altra fase. Le variazioni nelle risposte in frequenza degli avvolgimenti possono rivelare un cambiamento fisico all'interno di un trasformatore, ad es. movimento dell'avvolgimento causato da strutture di serraggio allentate o deformazione dell'avvolgimento dovuta a spire cortocircuitate. Nella pratica industriale, la FRA è uno degli strumenti diagnostici più idonei in grado di fornire un'indicazione dello spostamento dell'avvolgimento e dei difetti di deformazione. Può essere applicato come tecnica non intrusiva per evitare operazioni interruttrive e costose di apertura di un serbatoio del trasformatore e di degasificazione e disidratazione dell'olio. La maggior parte delle società di servizi pubblici possiede database contenenti dati FRA storici per trasformatori di potenza di grandi dimensioni.

Ad esempio, TERNA testa regolarmente trasformatori di grandi dimensioni utilizzando SFRA in una gamma di frequenze fino a 10 MHz. Confrontando la risposta in frequenza misurata durante la fase di manutenzione con una misurazione "dell'impronta digitale" ottenuta in una fase precedente. Le differenze possono rivelare danni interni di un trasformatore, quindi è possibile programmare ispezioni per la riparazione. Tuttavia, un tale metodo comparativo non può quantificare il cambiamento causato da un guasto e rivelare la posizione del guasto.

4.2 La funzione di trasferimento di un trasformatore

La Frequency Response Analysis (FRA) viene generalmente applicata a una complessa rete di elementi passivi. Un trasformatore è considerato una rete complessa di componenti RLC, che è rappresentata da tre tipi di elementi, ovvero resistenze, induttori e condensatori. Una tale rete distribuita contiene un numero infinito di piccoli componenti RLC. I tre elementi vengono utilizzati per rappresentare la resistenza degli avvolgimenti in rame, l'induttanza delle bobine degli avvolgimenti e la capacità degli strati isolanti tra le bobine, tra un avvolgimento e il nucleo, tra il nucleo e il serbatoio, tra il serbatoio e un avvolgimento, ecc. L'obiettivo principale della FRA è determinare come si comporta l'impedenza di un trasformatore di prova su una gamma di frequenze applicate. Le proprietà reattive di un trasformatore di prova dipendono e sono sensibili ai cambiamenti di frequenza. La maggior parte dei trasformatori produce una risonanza molto distinta in una gamma di frequenze specificata. Nel caso dei trasformatori, le funzioni di trasferimento vengono utilizzate per la modellazione degli avvolgimenti e gli studi sui transistori.

La funzione di trasferimento di una rete RLC è il rapporto tra le risposte in frequenza in uscita e in ingresso, quando le condizioni iniziali di tale rete sono nulle. In un test FRA, il rapporto tra la tensione di uscita V_{out} e la tensione di ingresso V_{in} , rappresentato come le risposte ampiezza-frequenza logaritmiche in dB-Hz, può essere così definito:

$$H = 20 \log |V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$$

e Φ è la differenza di fase tra V_{in} e V_{out} :

$$\Phi = \angle(V_{\text{out}}/V_{\text{in}})$$

La risposta in frequenza dipende principalmente dalle condizioni del terminale (carico). In generale, la curva di risposta in frequenza di un trasformatore può avere diversi picchi, risultanti da fenomeni di risonanza. Alla frequenza più bassa il valore di impedenza è molto piccolo rispetto ai valori di picco, a causa della piccola resistenza dell'avvolgimento. Al range delle alte frequenze, le capacità che derivano dalle sezioni dell'avvolgimento sono più dominanti, per cui l'impedenza si avvicina a zero quando la frequenza raggiunge valori molto alti. Un trasformatore può quindi essere considerato come un sistema rappresentabile da una funzione di trasferimento di impedenza.

4.3 I metodi di Frequency Response Analysis

Esistono due tecniche di prove FRA, che iniettano segnali di test con un'ampia gamma di frequenze nel trasformare in esame. La prima consiste nell'iniettare un impulso in un avvolgimento e la seconda tecnica esegue uno sweep di frequenza utilizzando una sorgente di segnale sinusoidale. Il primo è noto come metodo Low Voltage Impulse (LVI) e il secondo come metodo Sweep Frequency Response Analysis (SFRA).

4.3.1 Il metodo Low Voltage Impulse

Quando si utilizza il metodo LVI, un segnale di tensione impulsiva viene iniettato in un terminale di un avvolgimento. Viene misurata la tensione su un altro terminale o la corrente che passa attraverso l'avvolgimento che si collega al terminale o a uno qualsiasi degli altri avvolgimenti. Le variazioni di capacità tra gli avvolgimenti così come le variazioni delle capacità degli avvolgimenti tra le spire (causate dal movimento degli avvolgimenti) si riflettono nel cambiamento della forma d'onda della corrente o della tensione misurata. I segnali vengono filtrati, campionati nel dominio del tempo e convertiti nel dominio della frequenza utilizzando la trasformazione rapida di Fourier (FFT) per estrarre le informazioni alle singole frequenze. Infine, viene derivata una funzione di trasferimento che rappresenta le uscite FFT in ogni punto di frequenza dei segnali misurati. Ad esempio, è possibile applicare un impulso al terminale AT e misurare la corrente al neutro AT e la tensione trasferita al terminale BT. È possibile derivare due tipi di funzioni di trasferimento. Uno è tra la corrente AT e la tensione applicata e l'altro tra la tensione trasferita e la tensione applicata. Il vantaggio del metodo LVI è che è possibile misurare più correnti e tensioni contemporaneamente, il che può ridurre il tempo di ogni prova FRA. Tuttavia, ci sono alcuni svantaggi di questo metodo, ad es. corruzione del rumore durante un test, scarsa risoluzione alle basse frequenze e limitazione della sorgente di eccitazione in termini di energia.

4.3.2 Il metodo Sweep Frequency Response Analysis

Il metodo SFRA può ottenere una misurazione in ogni punto di frequenza di interesse iniettando una forma d'onda sinusoidale a grandezza costante. Quindi, le misurazioni di ampiezza e sfasamento vengono campionate in punti di frequenza predefiniti, il che significa che è un metodo diretto per ottenere risposte in frequenza senza utilizzare FFT su un intervallo di

frequenza specificato. Tuttavia, il metodo SFRA richiede più tempo per produrre un set completo di misurazioni rispetto al metodo della risposta all'impulso. Normalmente per questa prova viene utilizzato un analizzatore di rete. Tale test richiede tre collegamenti: un collegamento che fornisce il segnale di prova, quello di riferimento e quello di test. Nella Figura 4.4, viene mostrato un esempio di connessione. Il segnale immesso in un avvolgimento viene misurato per fornire il riferimento, esso viene poi confrontato con il segnale che esce dall'altro avvolgimento e che viene misurato. Questa configurazione può ridurre l'effetto dei cavi utilizzati sui risultati delle prove. Ciascun cavo di prova è dotato di una messa a terra della schermatura del cavo, che è collegata al trasformatore alla base della boccola di prova per fornire una terra comune. Per riassumere, il metodo SFRA fornisce un elevato rapporto segnale / rumore utilizzando il filtro per rimuovere il rumore a banda larga. D'altra parte, il tempo necessario per produrre uno sweep di frequenza dipende dalla risoluzione in frequenza e di solito è più lungo di quello del metodo di risposta all'impulso.

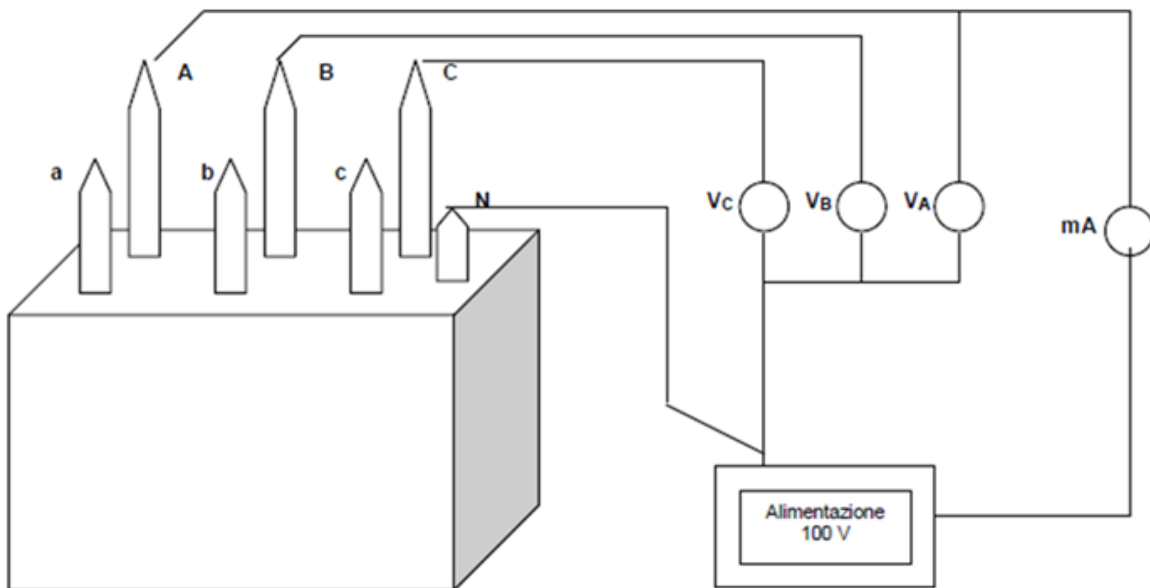


Figura 4.4: Collegamento analizzatore di rete ad una macchina a 7 terminali (3AT-3BT-N)

4.3.3 L'applicazione della SFRA in TERNA

Nella pratica attuale, TERNA ha adottato una strategia preferenziale nel campo della diagnostica dei trasformatori, privilegiando l'impiego del metodo di analisi SFRA (Sweep Frequency Response Analysis), il quale può essere agevolmente implementato mediante l'utilizzo di analizzatori di rete avanzati. Questa scelta è stata motivata e sostenuta dal fatto che l'a-

nalisi SFRA si è dimostrata altamente efficace nella diagnostica delle macchine in esercizio all'interno della rete di trasmissione italiana.

È importante sottolineare che, in generale, l'impiego di analizzatori di rete per la costruzione di un modello black box non è mai stato applicato in passato su autotrasformatori da 250MVA. Tale scelta è stata principalmente determinata dai costi significativi associati alla messa fuori servizio delle macchine per il periodo necessario alla raccolta di tutte le misurazioni richieste.

Tuttavia, Terna ha dimostrato un notevole impegno nella validazione di questo metodo innovativo, mettendo a disposizione una macchina per un periodo di 4 giorni destinati alle prove sul campo. Inoltre, questa operazione è stata supportata da una squadra di 6 tecnici altamente specializzati, il che ha contribuito in maniera significativa alla riuscita di questa iniziativa diagnostica.

4.4 Modelli ad alta tensione e l'analisi della risposta in frequenza

Il sistema di trasmissione ad alta tensione è una struttura essenziale per la generazione, la trasmissione e la distribuzione di energia elettrica in qualsiasi società moderna. L'energia viene generata nelle centrali elettriche da macchine sincrone sotto forma di tensioni/correnti trifasi sinusoidali a 50 o 60 Hz. La tensione viene trasformata a livelli di tensione più elevati dai trasformatori, consentendo la trasmissione di energia su lunghe distanze attraverso linee aeree e cavi sotterranei con perdite ridotte. La tensione viene trasformata verso il basso a livelli inferiori in una serie di passaggi per consentire la distribuzione dell'energia ai consumatori finali. I moderni sistemi di alimentazione sono interconnessi all'interno di singoli paesi e tra paesi, dando luogo a sistemi molto grandi e complessi. Il sistema di alimentazione è soggetto a una serie di disturbi, ad esempio quando si azionano interruttori automatici per modificare la configurazione della rete. Inoltre, possono verificarsi disturbi anomali, come scariche di fulmini che si concludono su linee aeree e guasti all'interno dei componenti stessi. Il numero di guasti è mantenuto basso grazie a un corretto dimensionamento dei componenti, tenendo conto delle tensioni effettive che possono verificarsi.

Molti modelli dei trasformatori, come precedentemente già sottolineato, richiedono la conoscenza dei parametri geometrici del trasformatore preso in esame. Ad esempio in [79] sono

state utilizzate espressioni analitiche per stimare le componenti di un modello a parametri concentrati basato sulla geometria di un trasformatore. Tuttavia, come dimostrato dal confronto tra la risposta in frequenza misurata e quella calcolata, un tale modello di parametri concentrati ha una precisione limitata alle alte frequenze.

Per lo studio dei transitori elettromagnetici è talvolta richiesta la modellazione di trasformatori, autotrasformatori e reattori ad ampia gamma di frequenze mediante misurazioni esterne nel dominio della frequenza.

Gli strumenti di simulazione numerica in tempo reale vengono utilizzati per valutare le tensioni e le correnti transitorie nel sistema. Tali simulazioni transitorie vengono eseguite dai cosiddetti programmi per i transitori elettromagnetici (EMTP), che hanno molte somiglianze con gli strumenti SPICE, ma sono specificamente progettati per applicazioni in sistemi di alimentazione. Gli strumenti EMTP fanno uso di modelli in varie forme con diversi livelli di sofisticazione per rappresentare i componenti del sistema di alimentazione. La modellazione a banda larga tramite curve fitting come presentato in questa tesi viene normalmente utilizzato nella modellazione di linee aeree e cavi sotterranei. La ricerca in corso sta estendendo queste tecniche anche all'uso con trasformatori/autotrasformatori di potenza e equivalenze di rete.

Come anticipato, oltre che per la diagnosi dello stato di salute di un trasformatore, è stata intrapresa un'ampia gamma di attività di ricerca per utilizzare e interpretare i dati FRA al fine di supportare lo sviluppo di modelli dei trasformatori partendo proprio dalla risposta in frequenza.

Inoltre, la rappresentazione "scatola nera" di tali apparecchiature è particolarmente importante nelle applicazioni di coordinamento di isolamento che coinvolgono sistemi AT e AAT, dove una previsione precisa delle possibili sovratensioni del sistema è essenziale per ottenere un design economico e affidabile.

4.4.1 Le difficoltà nella modellazione

Dagli anni '50 sono stati dedicati notevoli sforzi allo sviluppo di metodi per la sintesi delle funzioni di trasferimento dall'osservazione della risposta in frequenza. Il problema di identificazione nel dominio della frequenza si basa sulla stima di una funzione complessa razionale, con coefficienti reali, per adattarsi a un dato insieme di dati complessi. La natura non lineare del problema ha prodotto formule e metodi di soluzione differenti [53, 72, 80].

L'ampia banda di frequenza misurata fa sì che la procedura di modellazione presenti alcune difficoltà che possono essere riassunte come:

Mancanza di adattamento accurato

La gamma di frequenze a banda larga (da 10 Hz a 10 MHz) è denominata shifting ed è indicata in [53] come un problema importante da risolvere nella procedura matematica di analisi quando si adattano i dati misurati. Viene quindi proposta una possibile soluzione basata sulla divisione della banda di frequenza. La dinamica leggermente smorzata nelle tracce FRA (rappresentata dalla prima parte della risposta) fa sì che i valori di impedenza varino da mOhm a MOhm. Questo effetto è indicato come scaling. Infine, l'accumulo di punti risonanti e antirisonanti dovuto alla combinazione di diversi fenomeni fisici provoca un ordine del modello più elevato e quindi una procedura di adattamento più complicata. I tre problemi menzionati e il rumore del processo di misurazione causano dati mal condizionati che si traducono in un adattamento impreciso.

Mancanza di interpretazione fisica

Ci sono due caratteristiche per le quali è necessaria un'ulteriore ricerca per un'interpretazione completa:

1. Molteplici configurazioni di misura. Oltre ai molteplici effetti elettromagnetici presentati in una traccia FRA, è necessario tener conto che un'impronta completa è composta da più tracce a causa dei diversi terminali disponibili per la misurazione.
2. Sistemi a fase non minima. Nelle misurazioni FRA può accadere di imbattersi nel fenomeno che consiste in fasi misurate superiori a +90 gradi o inferiori a -90 gradi. Considerando la misura FRA come l'impedenza del trasformatore, non è fisicamente possibile misurare valori al di fuori di questi limiti perché rappresenterebbe una resistenza negativa. Tuttavia, questi valori vengono registrati non solo alle alte, ma anche alle frequenze medie e basse. Tale effetto che non ha una interpretazione fisica potrebbe essere causato da ritardi nelle onde di segnale applicate.

In tal senso, viene in soccorso il metodo del curve fitting che utilizza dapprima l'algoritmo vector fitting come presentato nel paragrafo 6.8.3 e, successivamente, nel paragrafo 7.4, gestisce la mole di dati ottenuta andando a rendere stabile il modello permettendo di avere un adattamento idoneo alle necessità che insorgono nelle simulazioni.

4.4.2 Effetti dovuti alla presenza del nucleo in ferro

Nella progettazione e nell'analisi dei trasformatori, è fondamentale comprendere il comportamento delle loro proprietà magnetiche in funzione della frequenza. Nel corso degli anni, sono stati dedicati notevoli sforzi allo sviluppo di metodi per la sintesi delle funzioni di trasferimento basate sull'osservazione della risposta in frequenza dei trasformatori. Il problema di identificazione nel dominio della frequenza si basa sulla stima di una funzione complessa razionale, con coefficienti reali, al fine di adattarsi a un dato insieme di dati complessi.

È interessante notare che le caratteristiche magnetiche dell'acciaio utilizzato nei trasformatori mostrano una variazione significativa al variare della frequenza. Mentre in condizioni operative normali a frequenza industriale, gli avvolgimenti con anima in ferro tendono ad esibire caratteristiche non lineari, le loro prestazioni differiscono notevolmente quando si verificano rapide variazioni di flusso, come quelle causate da oscillazioni transitorie. Uno studio sperimentale condotto in [81] ha dimostrato che, a causa della limitata penetrazione del flusso a frequenze relativamente elevate, le prestazioni di un avvolgimento con nucleo di ferro tendono a diventare più lineari.

Al fine di esaminare più approfonditamente il comportamento dei trasformatori in diverse condizioni, sono stati condotti studi dettagliati nella gamma di frequenza da 50 Hz a 10 MHz, come documentato in [52]. In questi esperimenti, sono state esaminate le risposte in frequenza di trasformatori monofase con diverse configurazioni, inclusi quelli con e senza nucleo di ferro e con avvolgimenti secondari a vuoto o in corto circuito.

I risultati sperimentali hanno rivelato che la disposizione del nucleo e le condizioni terminali dei trasformatori hanno effetti significativi sulla loro risposta in frequenza, soprattutto a frequenze più basse. Ad esempio, quando l'avvolgimento secondario è aperto, la presenza di un nucleo in ferro ha un impatto significativo sulla risposta in frequenza, influenzando le frequenze di risonanza e aumentando l'ampiezza dell'impedenza. D'altra parte, quando l'avvolgimento secondario è cortocircuitato, il flusso principale nel nucleo viene parzialmente annullato dagli ampere-giro secondari. In questa configurazione, l'impedenza misurata sui terminali dell'avvolgimento primario è principalmente dovuta al flusso di dispersione. In effetti, in assenza del nucleo, le differenze osservate sono minime.

Questi studi sperimentali hanno sottolineato l'importanza di considerare attentamente le condizioni operative e le configurazioni dei trasformatori quando si analizza la loro risposta in frequenza. Inoltre, hanno evidenziato come l'ipotesi di linearità sia generalmente accettabile

in una vasta gamma di frequenze quando il percorso di corrente di uno degli avvolgimenti collegati dallo stesso flusso è chiuso. Tali conoscenze sono fondamentali per la progettazione e l'ottimizzazione di trasformatori utilizzati in sistemi elettrici, dove una comprensione completa del comportamento delle proprietà magnetiche è cruciale per garantire prestazioni affidabili ed efficienti.

Capitolo 5

Modellazione Black Box di una macchina

Questa sezione, si immerge nell'arte e nella scienza della creazione di modelli black box per trasformatori di potenza, focalizzandosi sull'elaborazione di modelli che operano efficacemente attraverso un ampio spettro di frequenze basandosi esclusivamente su misurazioni terminali delle risposte in frequenza. Questi modelli, sviluppati quando la struttura interna dell'apparecchiatura è inaccessibile o sconosciuta, sono fondamentali per calcolare i transitori elettromagnetici nei sistemi di potenza, specialmente quando si tratta di analizzare sovratensioni e altri fenomeni ad alta frequenza nei trasformatori e autotrasformatori. Il capitolo discute in dettaglio le procedure per misurare le matrici di impedenza e ammettenza dei trasformatori attraverso un'ampia gamma di frequenze, esplorando le sfide e le metodologie associate alla modellazione transitoria e all'analisi del comportamento ad alta frequenza dei dispositivi. L'obiettivo è di fornire una guida pratica e teorica per l'elaborazione di modelli accurati e affidabili che possano essere utilizzati per analizzare e prevedere il comportamento dei trasformatori in vari scenari operativi e condizioni di guasto.

5.1 Modellazione Transitoria e Analisi del Comportamento in Alta Frequenza

La misurazione del comportamento ai transitori degli apparati di potenza nei sistemi di alimentazione è spesso difficile, costosa e pericolosa. Tuttavia, è fondamentale per garantire la sicurezza e l'affidabilità del sistema. Se vogliamo sapere come si comporteranno i componenti quando sul sistema si verificano operazioni di commutazione, guasti e attività di fulminazione, dobbiamo misurare il loro comportamento ai transitori. Inoltre, se un appa-

rato si guasta durante il servizio, dobbiamo disporre di un modo migliore per migliorare il design ed eliminare guasti futuri. Costruire un modello stabile è una potenziale soluzione a entrambi questi problemi.

La costruzione di modelli black box viene solitamente eseguita caratterizzando il comportamento terminale misurando la matrice di impedenza o di ammettenza su un determinato intervallo di frequenza, seguita dall'implementazione di una rappresentazione matematica appropriata. Alla fine, i modelli elaborati vengono inclusi nel dominio del tempo in modo che possano essere validati, ad esempio, attraverso l'analisi della tensione trasferita.

Un modello non è fine a sé stesso, ma un mezzo per raggiungere un fine. Lo scopo della modellazione transitoria è prevedere come si comporterà un componente o un sistema se sottoposto a un determinato transitorio. Per determinare questa risposta, è necessario valutare il modello.

L'analisi dei transienti del sistema di alimentazione viene solitamente eseguita utilizzando strumenti di simulazione come il programma di transienti elettromagnetici (EMTP), sebbene la modellazione utilizzando gli analizzatori di rete transienti (TNA) sia ancora possibile, ma sempre meno.

Questo capitolo ha l'obiettivo di descrivere la tipologia di misurazioni possibili per ottenere un modello di scatola nera lineare a banda larga dipendente dalla frequenza, ai fini del calcolo dei transienti elettromagnetici nei sistemi di potenza.

Il comportamento ad alta frequenza dei trasformatori/autotrasformatori di potenza, modellato applicando l'approccio della scatola nera, è caratterizzato da diversi punti di risonanza dovuti agli effetti induttivi e capacitivi degli avvolgimenti, del serbatoio e del nucleo. Questo comportamento dovrebbe essere incluso in qualsiasi studio sulla sovratensione in cui le caratteristiche ad alta frequenza del trasformatore sono significative (ad esempio, sovratensioni trasferite e sovratensioni risonanti).

5.2 Il processo della modellazione

I ricercatori che eseguono simulazioni di transienti in genere dedicano solo una piccola parte del tempo totale di progetto all'esecuzione delle simulazioni. La maggior parte del loro tempo è invece spesa per ottenere i parametri per il modello del componente, testare i modelli ottenuti in via iterativa per confermare il corretto comportamento, costruire il modello di sistema complessivo e convalidare il modello di sistema complessivo per verificare il comportamento

complessivo. Solo dopo che i modelli e la rappresentazione complessiva del sistema sono stati verificati, è possibile procedere con fiducia all'esecuzione di simulazioni significative. Questo è un processo iterativo. Se ci fossero alcuni record di eventi transitori da confrontare, potrebbe essere necessario eseguire ulteriori benchmarking e regolazioni del modello.

La Figura 5.1 mostra un diagramma di flusso della procedura suggerita per ottenere la rappresentazione completa di un componente di potenza [12]:

1. Si sceglie il modello matematico.
2. Si raccolgono le informazioni che potrebbero essere utili per determinare i valori dei parametri da specificare.
3. Si decide se i dati disponibili sono sufficienti o meno per derivare tutti i parametri.

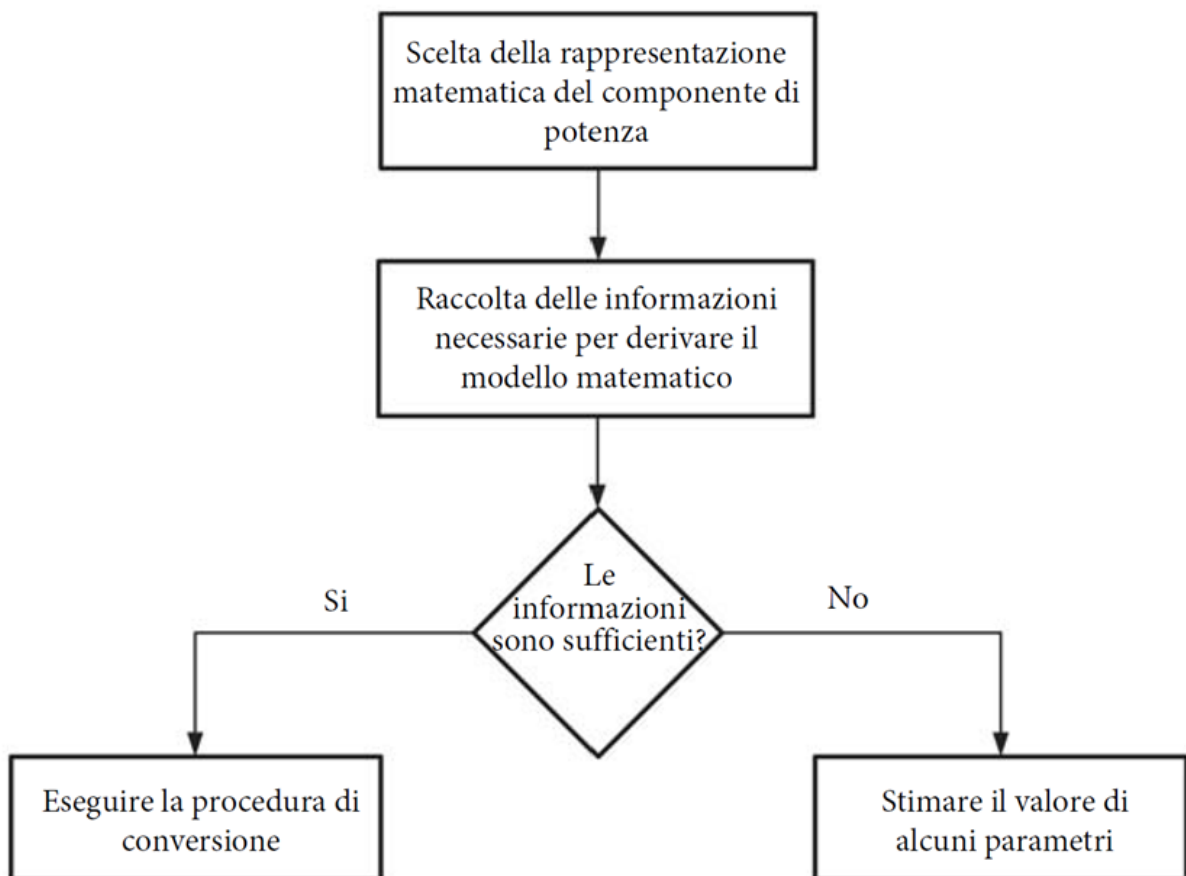


Figura 5.1: Procedura per la modellazione di un componente

La procedura illustrata presuppone che i valori dei parametri da specificare in alcune descrizioni matematiche non siano necessariamente facilmente disponibili e debbano essere dedotti da altre informazioni utilizzando, in generale, una procedura di conversione dei dati.

5.3 Linee guida per la costruzione dei modelli

Una rappresentazione accurata di un componente di potenza è essenziale per un'analisi affidabile dei transistori. La simulazione dei fenomeni transistori può richiedere una rappresentazione dei componenti di rete valida per un range di frequenza che varia dalla corrente continua a diversi MHz. Sebbene l'obiettivo ultimo della ricerca sia quello di fornire modelli a banda larga, una rappresentazione accettabile di ciascun componente in questa gamma di frequenze è molto difficile e per la maggior parte dei componenti non è praticamente possibile. In alcuni casi, anche se la versione a banda larga è disponibile, può mostrare inefficienza computazionale o richiedere dati molto complessi.

Attualmente è possibile ottenere modelli di componenti di potenza che tengano conto della dipendenza dalla frequenza dei parametri attraverso modelli matematici sufficientemente accurati per una specifica gamma di frequenze. Ogni gamma di frequenze di solito corrisponde ad alcuni particolari fenomeni transistori.

Una delle classificazioni più accettate è quella proposta dalla Commissione Elettrotecnica Internazionale (IEC) e CIGRE, in cui gli intervalli di frequenza sono classificati in quattro gruppi [68],[82]: transistori a bassa frequenza, da 0,1 Hz a 3 kHz; transistori a fronte lento, da 50/60 Hz a 20 kHz; transistori a fronte veloce, da 10 kHz a 3 MHz; e transistori a fronte molto veloce, da 100 kHz a 50 MHz. Si può notare che c'è una sovrapposizione tra le gamme di frequenza.

Origine	Range di Frequenze
Ferrorisonanza	0.1 Hz to 1 kHz
Perdita di carico	0.1 Hz to 3 kHz
Eliminazione dei guasti	50 Hz to 3 kHz
Commutazione di linea	50 Hz to 20 kHz
Tensioni transitorie di ripristino	50 Hz to 100 kHz
Sovratensioni da fulminazione	10 kHz to 3 MHz
Commutazione del sezionatore GIS	100 kHz to 50 MHz

Figura 5.2: Origine e intervalli di frequenza dei transistori nei sistemi di potenza

Se per ogni frequenza è già disponibile una rappresentazione, la selezione del modello può supporre una procedura iterativa: il modello deve essere selezionato in base all'intervallo di frequenza dei transistori da simulare; tuttavia, gli intervalli di frequenza del caso di test non

sono generalmente noti prima di eseguire la simulazione. In generale, esistono tabelle di classificazione, come quella riportata in Figura 5.2, che permette di delimitare il range di frequenze del fenomeno transitorio in esame.

Un notevole sforzo è stato dedicato all'analisi dei principali aspetti da considerare nella rappresentazione dei componenti di potenza nelle simulazioni transitorie. Diverse fonti di riferimento sono state consultate in questo contesto:

1. Il documento redatto dal CIGRE WG 33-02 copre le componenti di potenza più cruciali e propone la rappresentazione di ciascuna componente tenendo conto dell'intervallo di frequenza dei fenomeni transitori da simulare [82].
2. La quarta parte dello standard IEC 60071 (TR 60071-4) fornisce linee guida di modellazione per studi di coordinamento dell'isolamento quando si utilizzano simulazioni numeriche, ad esempio strumenti simili a EMTP [68].
3. I documenti prodotti dall'Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) sulla modellazione e l'analisi dei transitori di sistema utilizzando programmi digitali e le sue task force presentano linee guida di modellazione per diversi tipi particolari di studi [83].

Per quanto riguarda un autotrasformatore, è possibile estendere il caso generico del trasformatore, prendendo in considerazione le seguenti categorie di modelli, ognuno basato sull'intervallo di frequenza:

- Transitori a bassa frequenza da 0,1 Hz a 3 kHz: questi modelli devono incorporare gli effetti di saturazione, nonché le perdite del nucleo e dell'avvolgimento. È importante notare che i modelli per nucleo monofase e trifase possono mostrare differenze significative in questa gamma di frequenza.
- Transitori a fronte lento da 50 Hz a 20 kHz: le caratteristiche sono simili a quelle dei modelli a bassa frequenza.
- Transitori a fronte veloce da 10 kHz a 3 MHz: in questa gamma di frequenza, è possibile trascurare le perdite e la saturazione del nucleo, mentre l'accoppiamento tra le fasi è prevalentemente capacitivo. Tuttavia, l'influenza dell'impedenza di cortocircuito può essere significativa.

- Transitori a fronte molto veloce da 100 kHz a 50 MHz: in questa gamma di frequenza, le perdite e la saturazione del nucleo possono essere trascurate. L'accoppiamento tra le fasi è ancora prevalentemente capacitivo, ma il modello dovrebbe incorporare l'impedenza di picco degli avvolgimenti.

5.4 I modelli terminali

Gli elementi circuitali L (induttanza), R (resistenza) e C (capacità) in una rete elettrica possono causare risonanze quando il circuito viene eccitato.

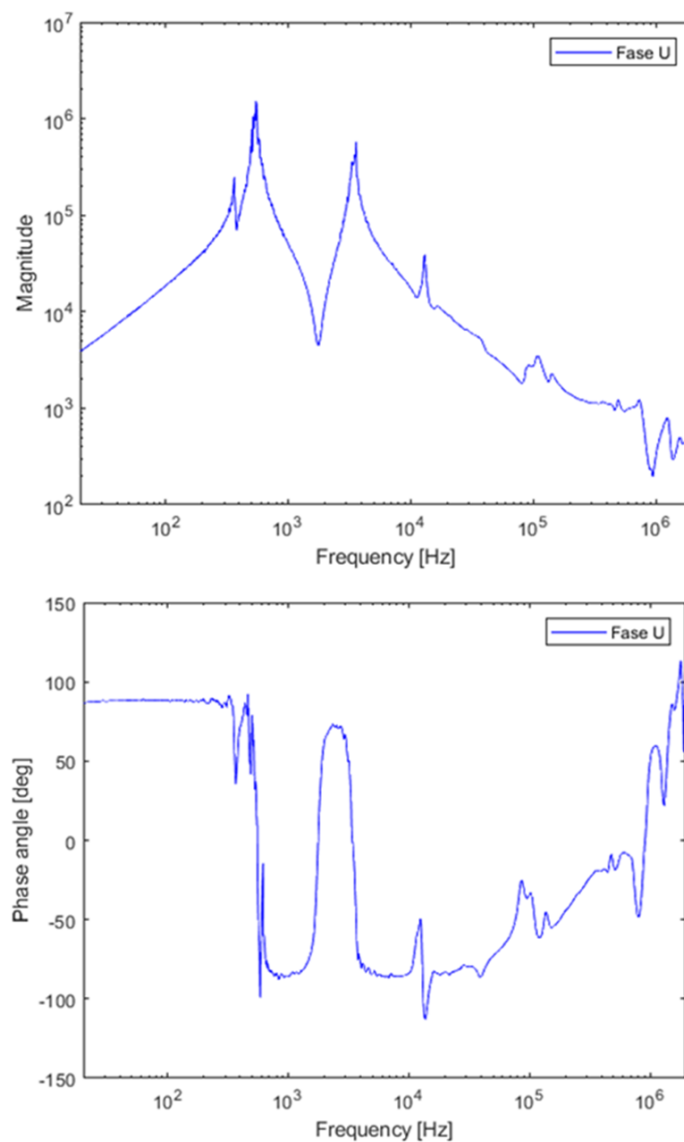


Figura 5.3: Elemento della matrice delle ammettenze di un trasformatore in funzione della frequenza

Queste risonanze sono dovute alle proprietà di accumulo di energia dell'induttanza e della capacità, insieme alla dissipazione di energia attraverso la resistenza. In una rete complessa, con molti componenti e connessioni, ci saranno molte frequenze naturali a cui il sistema può oscillare a causa dei diversi gradi di libertà presenti. Il numero di gradi di libertà è direttamente correlato all'ordine dell'equazione differenziale che descrive la corrente in qualsiasi ramo o tensione in qualsiasi nodo del sistema. I modelli terminali sono comunemente utilizzati per semplificare l'analisi di circuiti complessi. Questi modelli rappresentano un circuito in termini di elementi circuitali, come induttanze, resistenze e capacità, che collegano i diversi terminali del circuito. Un modello terminale avrà tanti nodi quanti sono i terminali fisici del circuito, più un nodo per rappresentare la terra o il riferimento comune. Questi modelli possono essere utilizzati per determinare come una tensione applicata tra due terminali influisce su altri due terminali, in funzione della frequenza. Quando si tratta di trasformatori, se non è necessario calcolare le sollecitazioni interne lungo gli avvolgimenti del trasformatore, è possibile utilizzare un modello terminale per rappresentarne il comportamento. Questo modello semplifica ulteriormente l'analisi del trasformatore, consentendo di considerare solo le relazioni tra i terminali esterni senza dover esaminare i dettagli interni del trasformatore stesso.

Esaminiamo come il grafico impedenza/frequenza di un trasformatore può essere ottenuto matematicamente una volta che gli elementi dei rami sono noti (Figura 5.3). Consideriamo una rete LRC generale e supponiamo di iniettare correnti nei vari nodi. Per una rete complicata, le relazioni che ne governano il funzionamento sono espresse più facilmente attraverso l'algebra matriciale. Possiamo scrivere le seguenti equazioni in forma matriciale:

$$[I_n(t)] = [Y_n][V_n(t)]$$

dove:

- $[I_n(t)]$ è una matrice contenente i vettori di corrente nodali, correnti iniettate nei vari nodi;
- $[V_n(t)]$ è una matrice contenente i vettori di tensione nodali, tensioni nodo-terra;
- $[Y_n]$ è una matrice contenente i vettori di ammettenze tra i nodi.

Prendendo la trasformata di Laplace dell'equazione precedente si ottiene:

$$[i_n(s)] = [Y_n(s)][v_n(s)] \quad (5.1)$$

dove s è l'operatore di Laplace. Risolvendo l'equazione precedente per il vettore di tensione si ottiene:

$$[v_n(s)] = [Y_n(s)]^{-1}[i_n(s)] = [Z_n(s)][i_n(s)]$$

Il grafico impedenza/frequenza della rete mostrerà la variazione dell'impedenza della rete in funzione della frequenza. Questo grafico può essere utilizzato per determinare le frequenze naturali della rete e per determinare come la rete risponderà a diversi input di tensione.

La risoluzione dell'equazione 5.1 su una gamma di frequenze ha prodotto un grafico impedenza/frequenza da cui è stato possibile estrapolare gli zeri e i poli (risonanze e antirisonanze) come quello in Figura 5.3. La matrice di ammettenza nodale $[Y]$ deve essere invertita ad ogni frequenza di interesse, il che richiede una quantità significativa di calcoli in una rete di grandi dimensioni.

5.4.1 Parametri dipendenti dalla frequenza

Quando costruiamo un modello con resistenze, induttanze e capacità e procediamo ad eccitare le oscillazioni in esso con operazioni di commutazione o altro, stiamo essenzialmente implicando che R , L e C sono a valore singolo, cioè che i loro valori sono indipendenti dalla frequenza. In realtà non è così, e a volte la dipendenza dalla frequenza dei parametri deve essere presa in considerazione se si vuole ottenere una buona simulazione dal modello. La ragione principale è la dipendenza dalla frequenza della penetrazione del flusso magnetico in un conduttore. La densità di corrente è uniforme sulla sezione trasversale quando si trasporta una corrente continua, ma tende a fluire con maggiore densità verso l'esterno del conduttore (effetto pelle) quando la corrente è alternata. A frequenze molto alte la corrente si affolla in superficie e quasi nessuna scorre all'interno del conduttore. L'effetto è l'aumentare della resistenza effettiva.

5.4.2 La matrice delle impedenze e delle ammettenze

Nel contesto delle macchine statiche di potenza, è essenziale acquisire una rappresentazione accurata del loro comportamento terminale. Questa rappresentazione può essere ottenuta attraverso la formulazione di una matrice di impedenza o di ammettenza. Tuttavia, la precisione e l'adeguatezza del modello dipendono strettamente dalla scelta della rappresentazione utilizzata. È stato ampiamente documentato che i modelli basati sulla matrice di ammettenza tendono a fornire risultati più affidabili quando gli apparecchi sono connessi a carichi con impedenze a basso valore ohmico. In contrasto, i modelli derivati dalla matrice di impedenza possono risultare più appropriati quando si affrontano condizioni in cui gli apparecchi sono collegati a carichi con impedenze significativamente più elevate. La selezione della giusta rappresentazione riveste un ruolo cruciale nell'accuratezza delle simulazioni e nella comprensione del comportamento dei trasformatori di potenza.

Modello derivante dalla matrice delle impedenze

Prima di analizzare in modo approfondito la matrice delle ammettenze, su cui si basa il modello proposto in questa tesi, andiamo a vedere la matrice delle impedenze. La relazione diretta che lega tensioni e correnti ai terminali è la legge di Ohm:

$$[V] = [Z] \cdot [I] \quad (5.2)$$

dove V è un vettore colonna contenente le tensioni ai terminali del trasformatore, Z è una matrice di impedenza quadrata e I è un vettore colonna delle correnti che circolano in ciascuno dei terminali.

Adottando l'ipotesi che un trasformatore abbia n bobine o terminali accessibili, il suo comportamento terminale può essere rappresentato con una matrice del tipo:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Nell'equazione (5.3), il vettore della colonna V rappresenta la tensione tra ciascuno dei terminali del trasformatore e il riferimento di terra. Il vettore della colonna I indica le

correnti che entrano in ciascuno dei terminali e la matrice di impedenza Z è simmetrica e ha ordine $n \times n$. Nel semplice caso di un trasformatore monofase ci sono ad esempio 4 terminali e di conseguenza la matrice Z avrà ordine 2×2 .

Gli elementi della matrice Z possono essere misurati direttamente attraverso prove a circuito aperto, in cui segnali puramente sinusoidali, la cui frequenza è variata su un dato intervallo, vengono applicati ad uno dei terminali mentre gli altri terminali sono tenuti aperti. Pertanto, se il terminale j è eccitato e gli altri terminali sono tenuti aperti, la relazione tra v_1, \dots, v_n e corrente i_j risulta nella j -esima colonna di Z . In pratica, quando una corrente è iniettata in un solo terminale, che definiremo nodo j , l'equazione (5.3) può essere riscritta come:

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ \vdots \\ v_j(s) \\ \vdots \\ v_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(s) & \dots & z_{1j}(s) & \dots & z_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{j1}(s) & \dots & z_{jj}(s) & \dots & z_{jn}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1}(s) & \dots & z_{nj}(s) & \dots & z_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ i_j(s) \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Dalla precedente, il vettore di tensione nodale è:

$$\begin{bmatrix} v_1(s) \\ \vdots \\ v_j(s) \\ \vdots \\ v_n(s) \end{bmatrix} = i_j(s) \begin{bmatrix} z_{1j}(s) \\ \vdots \\ z_{jj}(s) \\ \vdots \\ z_{nj}(s) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

La tensione al nodo j in forma operativa è:

$$v_j(s) = i_j(s) z_{jj}(s) \quad (5.6)$$

Poiché l'impedenza, guardando nel nodo j -esimo, è definita come la tensione verso terra divisa per la corrente iniettata, abbiamo:

$$z_{jj}(s) = \frac{v_j(s)}{i_j(s)} \quad (5.7)$$

La Figura 5.4 illustra le tipologie di connessioni utilizzate nelle prove a circuito aperto in un ampio spettro di frequenze nei trasformatori monofase.

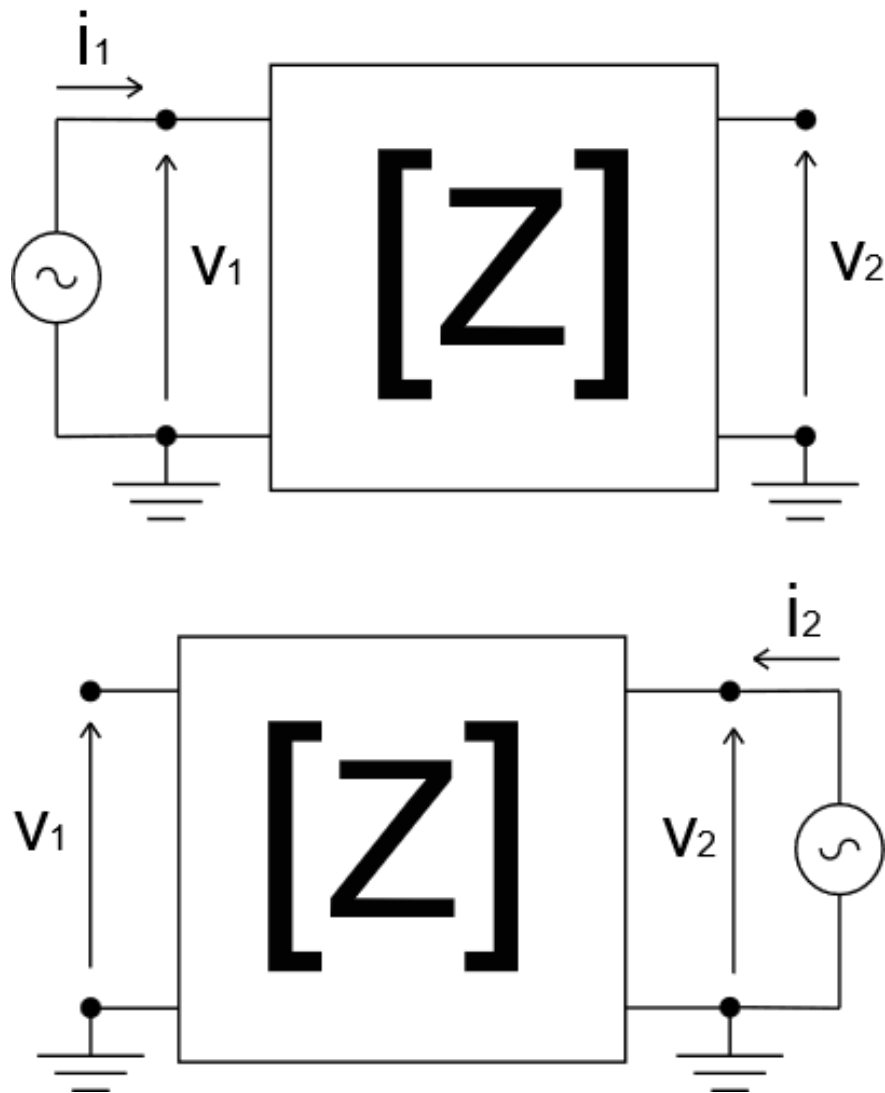


Figura 5.4: Identificazione parametri di impedenza di un caso monofase

Nelle prove illustrate in Figura 5.4, le impedenze proprie z_{11} e z_{22} e le mutue impedenze z_{12} e z_{21} sono misurate direttamente dall'eccitazione dei terminali di alta e bassa tensione (AT e BT). Dal primo circuito si ottiene:

$$z_{11} = \frac{v_1}{i_1} \quad (5.8)$$

$$z_{21} = \frac{v_2}{i_1} \quad (5.9)$$

Dal secondo circuito si ottengono i rimanenti termini:

$$z_{22} = \frac{v_2}{i_2} \quad (5.10)$$

$$z_{12} = \frac{v_1}{i_2} \quad (5.11)$$

Le mutue impedenze possono anche essere ottenute indirettamente moltiplicando il rapporto di tensione misurato tra due terminali, misurato attraverso il test di tensione trasferita (v_2/v_1), per la propria impedenza, che viene misurata direttamente dal test a circuito aperto:

$$z_{12} = z_{21} = z_{11} \frac{v_2}{v_1} \quad (5.12)$$

Lasciando l'esempio appena descritto e tornando alla definizione generale, la matrice di impedenza risultante dalle misurazioni descritte è una matrice simmetrica e tridimensionale dell'ordine $n \times n \times k$, dove n è il numero di terminali non messi a terra del trasformatore e k è il numero di frequenze campionate nell'intervallo di interesse.

Il principale svantaggio della rappresentazione del comportamento terminale del trasformatore da parte di una matrice di impedenza è dell'ordine di grandezza delle correnti misurate nelle prove a circuito aperto a basse frequenze, generalmente inferiori a 1 kHz. Ad esempio, nella frequenza industriale, queste correnti rappresentano una percentuale compresa tra lo 0,2% e il 2% della corrente nominale del trasformatore [84]. Inoltre, è molto difficile identificare le impedenze di dispersione alle basse frequenze da queste misurazioni, poiché queste sono molto inferiori all'impedenza del ramo magnetizzante del trasformatore. In pratica, minore è la corrente di eccitazione, più i valori di z_{ii} , z_{ij} e z_{jj} si avvicinano tra loro, determinando una matrice Z scarsamente condizionata e soggetta a problemi di stabilità numerica durante le simulazioni di fenomeni transitori nel dominio del tempo. Per questo motivo, questa tecnica non viene normalmente utilizzata per determinare le caratteristiche terminali dei trasformatori.

Modello derivante dalla matrice delle ammettenze

Come accennato nella sezione precedente, gli elementi della matrice Z devono essere misurati con elevata precisione, soprattutto se la corrente di eccitazione è molto bassa. Quando la corrente di eccitazione si avvicina allo zero, gli elementi z_{ii} , z_{ij} , e z_{jj} dell'equazione (5.3) tendono all'infinito nella regione delle basse frequenze. Un modello di terminale del trasformatore può essere formulato nel dominio della frequenza in termini di matrice di ammettenza, che definisce la relazione tra tensioni di terminale e correnti di terminale, nella forma:

$$[I] = [Y] \cdot [V] \quad (5.13)$$

Nell'equazione (5.13), per un trasformatore con n terminali, I è un vettore di ordine $n \times 1$ che indica le correnti che entrano in ciascuno dei terminali, Y è una matrice di ammettenza simmetrica che ha ordine $n \times n$, e V è un vettore di ordine $n \times 1$ contenente la tensione tra ciascuno dei terminali del trasformatore e il riferimento di terra. Questa equazione è la relazione inversa dell'equazione (5.2). Anche se la matrice Z diventa infinita per una corrente di eccitazione zero, la matrice Y continuerà ad esistere.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Segue dalla (5.14), matrice estesa della precedente, che applicando 1 p.u. di tensione al terminale j e zero tensione ai rimanenti terminali si produrrà la j -esima colonna di Y dove l'elemento y_{ij} è la corrente che fluisce da terra al terminale i . Ciò consente la misurazione diretta di tutti gli elementi di Y utilizzando una procedura di misurazione come delineato in Figura 5.5.

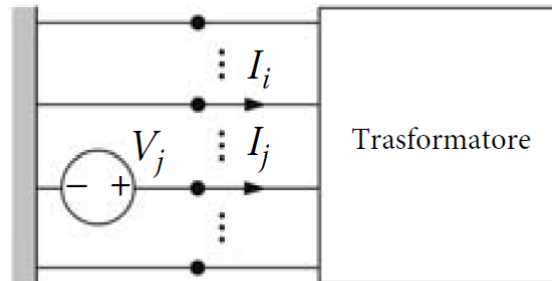


Figura 5.5: Procedura di misura per la colonna j -esima della matrice di ammettenza

La matrice di ammettenza corrispondente all'equazione (5.14) può essere elaborata in due modi differenti: mediante inversione della matrice di impedenza o misurando direttamente ogni elemento della matrice Y . Nel primo caso, la matrice di ammettenza si ottiene invertendo la matrice Z , come indicato nell'equazione (5.15). Tuttavia, come presentato in [69], i modelli basati sull'ottenimento della matrice Y dall'inversione della matrice Z favoriscono una minore precisione, poiché gli errori derivanti dalla misurazione degli elementi della

matrici Z sono amplificati durante l'inversione della matrice.

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nn} \end{bmatrix}^{-1} \quad (5.15)$$

In altre parole, dalla (5.14) risulta che le colonne di Y possono essere misurate una ad una applicando una tensione sinusoidale a uno dei terminali, con gli altri terminali collegati a massa.

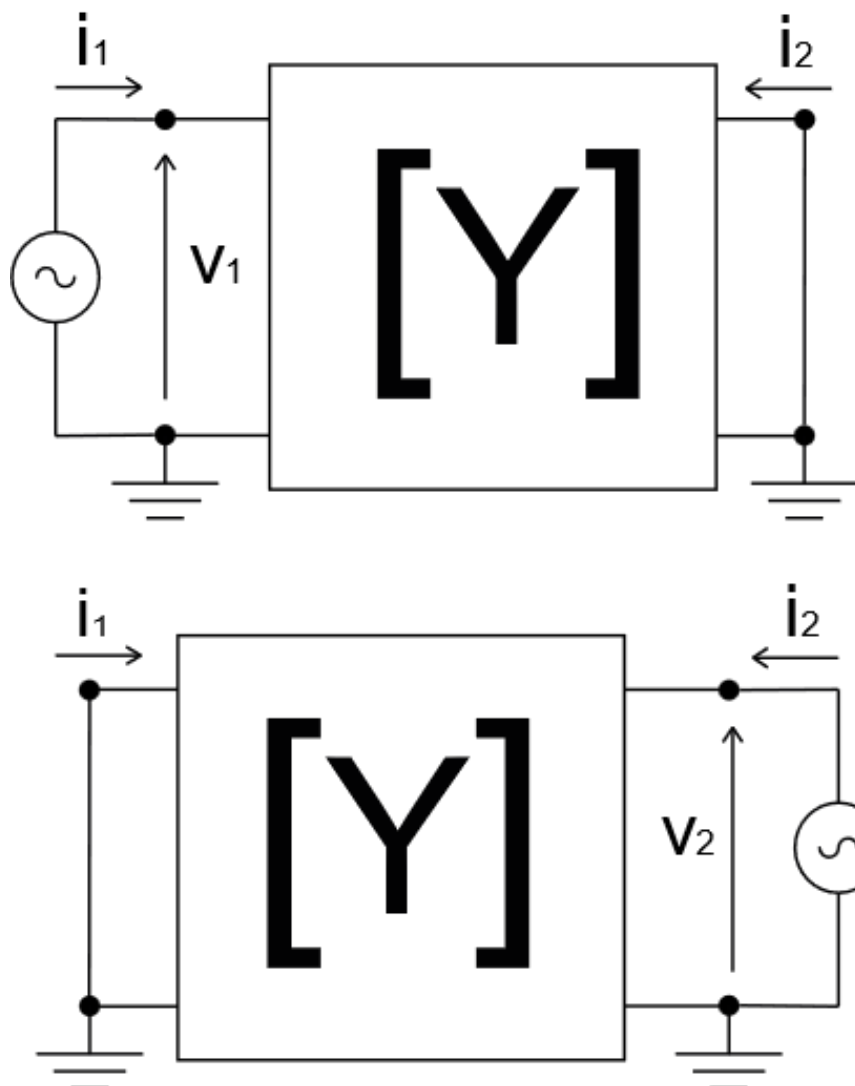


Figura 5.6: Identificazione parametri di ammettenza di un caso monofase

Come già proposto per la rappresentazione della matrice delle impedenze, in Figura 5.6 è riportato l'esempio del circuito di un trasformatore monofase per valutare i termini della

matrice 2x2 risultante. Per il primo si ottengono i termini:

$$y_{11} = \frac{i_1}{v_1} \quad y_{21} = \frac{i_2}{v_1}$$

Mentre per il secondo:

$$y_{22} = \frac{i_2}{v_2} \quad y_{12} = \frac{i_1}{v_2}$$

Se la matrice di ammettenza misurata viene utilizzata con condizioni terminali diverse (ad esempio, quando alcuni terminali sono aperti), gli errori di misurazione possono essere amplificati.

Nel secondo caso, gli elementi della matrice Y vengono misurati direttamente in prove di cortocircuito, in cui segnali puramente sinusoidali, con frequenze variabili entro un certo intervallo, vengono applicati ad uno dei terminali mentre gli altri vengono tenuti in cortocircuito. È possibile facilmente verificare che, se il terminale j è eccitato e tutti gli altri terminali sono tenuti in cortocircuito, il rapporto tra le correnti i_1, \dots, i_n e la tensione v_j produce la j -esima colonna della matrice Y .

Come mostrato per le matrici di impedenza, la matrice di ammettenza ottenuta sia per inversione della matrice Z che per misura diretta è tridimensionale nell'ordine $n \times n \times k$, dove n è il numero di terminali del trasformatore e k è il numero di frequenze campionate nell'intervallo di interesse.

Nel caso di n terminali, al fine di convalidare il modello per diverse condizioni terminali, Morched in [5] ha proposto di suddividere Y in sottomatrici, indicati rispettivamente con A e B . L'equazione (5.13) può essere partizionata come segue:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix}$$

Se i terminali del gruppo A sono aperti, in modo che $I_A = 0$, si ottiene il seguente rapporto di tensione:

$$V_{AB} = -Y_{AA}^{-1}Y_{AB}$$

Per un trasformatore trifase a 2 avvolgimenti, considerando il caso in cui tutti i terminali di un avvolgimento siano a circuito aperto, è possibile utilizzare l'equazione precedente per

ottenere i corrispondenti rapporti di tensione:

$$V_{HL} = -Y_{HH}^{-1}Y_{HL} \quad V_{LH} = -Y_{LL}^{-1}Y_{LH} \quad (5.16)$$

dove H e L indicano gli avvolgimenti Alta Tensione e Bassa Tensione. V_{HL} e V_{LH} sono matrici di dimensione 3×3 . La convalida della Y risultante può essere ottenuta confrontando i valori misurati dei rapporti di tensione con quelli calcolati dall'Equazione (5.16).

5.4.3 La matrice delle ammettenze "modificata"

Nelle prove di cortocircuito, le alte correnti di cortocircuito risaltano in relazione alle piccole correnti di magnetizzazione / eccitazione (circuito aperto), risultando in un modello povero di informazioni sugli effetti del nucleo magnetico del trasformatore. Pertanto, i modelli elaborati dalla matrice di ammettenza tendono ad essere meno accurati nelle applicazioni in cui i terminali del trasformatore sono aperti o collegati ad un'alta impedenza ohmica, come nella valutazione delle tensioni trasferite.

Per recuperare le informazioni dal nucleo magnetico del trasformatore e per migliorare le risposte di questi modelli in applicazioni a circuito aperto, gli elementi mutui y_{ij} della matrice di ammettenza devono essere corretti dalla relazione di tensione del trasformatore [54]. Il rapporto di tensione v_i/v_j misurato nell'intervallo di frequenza di interesse può essere inserito nel modello manipolando l'equazione (5.13):

$$y_{ij} = y_{ji} = -y_{ii} \frac{v_i}{v_j} \quad (6)$$

dove gli indici i e j si riferiscono a due terminali qualsiasi del trasformatore. In tale senso, dall'equazione (5.16), viene definita una matrice di ammettenza modificata:

$$Y'_{LL} = Y_{LL} \quad Y'_{LH} = -Y_{LL}V_{LH} \quad Y'_{HL} = Y'_{LH} \quad Y'_{HH} = -Y'_{HL}V_{HL}^{-1}$$

che può essere così rappresentata

$$\begin{bmatrix} I_H \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{HH} & Y'_{HL} \\ Y'_{LH} & Y'_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_H \\ V_L \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Capitolo 6

Adattamento Razionale con il Metodo del Vector Fitting

Il Vector Fitting riveste un ruolo centrale nei paragrafi successivi di questo capitolo. Si tratta di un metodo numerico essenziale nell'ambito dell'analisi dei circuiti elettrici, particolarmente rilevante per la comprensione e la modellazione delle risposte in frequenza dei sistemi complessi. Questo approccio si basa sulla stima dei parametri di un modello matematico, tipicamente polinomi razionali, che consente di approssimare in modo preciso il comportamento del sistema in risposta a segnali sinusoidali a varie frequenze. Il Vector Fitting è ampiamente impiegato nella caratterizzazione di reti elettriche, trasformatori di potenza e altri dispositivi elettronici, permettendo di ottenere modelli altamente accurati per l'analisi delle loro prestazioni in frequenza. Nel contesto di questo capitolo, esploreremo dettagliatamente come il Vector Fitting sia fondamentale per l'analisi e la modellazione di componenti di potenza o circuiti elettrici, costituendo il cuore della nostra indagine.

6.1 La stima dei parametri di macchina dalla risposta in frequenza

La rappresentazione della componente di potenza per l'analisi dei transitori elettromagnetici deve essere dipendente dalla frequenza. Il comportamento di linee, cavi, trasformatori o macchine durante un processo transitorio dipende dalla gamma di frequenze associate a quel transitorio. La modellizzazione dei componenti di potenza tenendo conto della dipendenza dalla frequenza dei parametri può essere praticamente realizzata sviluppando modelli mate-

matici sufficientemente accurati per una specifica gamma di frequenze. Una sfida quando si sviluppa una rappresentazione transitoria per la maggior parte dei componenti di potenza è la determinazione dei parametri che devono essere specificati nel modello matematico. Le tecniche basate sulla risposta in frequenza sono state ampiamente utilizzate per stimare i parametri della componente di potenza per la simulazione nel dominio del tempo, essendo questo approccio particolarmente utile quando non ci sono informazioni sufficienti sulla struttura interna della componente di potenza. Quando la determinazione dei parametri si basa su un test di risposta in frequenza, di solito è necessaria una procedura di conversione dei dati, in cui è sempre necessaria una procedura di adattamento. Sebbene tecniche di adattamento simili possano essere utilizzate per entrambi i componenti, la procedura ottimale da applicare in ciascun caso è diversa.

6.2 Tecniche per l'identificazione di un sistema lineare dai suoi dati di risposta in frequenza

Ogni programma per la simulazione di transitori elettromagnetici (ad es. ATP, EMTP-RV e PSCAD/EMTDC) ha la capacità di modellare linee aeree e cavi. Ciò si ottiene adattando le funzioni di ammettenza caratteristica e propagazione con funzioni razionali, consentendo in tal modo simulazioni efficienti nel dominio del tempo mediante convoluzione ricorsiva [85]. Molti articoli hanno trattato l'utilizzo di tecniche simili per la modellazione di trasformatori e equivalenti di rete dipendenti dalla frequenza, si veda ad esempio [77]. L'adattamento asintotico che utilizza solo poli reali è attualmente applicato al cosiddetto modello di linee di J. Marti [86], ma è limitato a risposte fondamentalmente non oscillatorie. L'adattamento lineare dei minimi quadrati tramite un rapporto di due polinomi è un approccio più generale in quanto può accogliere anche poli complessi [80], ma la sua applicazione è limitata a casi di ordine basso a causa dello scarso condizionamento numerico. L'approccio vector fitting (VF) [6] ha superato la maggior parte di queste limitazioni in termini di robustezza ed è oggi ampiamente applicato per la modellazione dipendente dalla frequenza delle linee di trasmissione. Come già anticipato, il modello deve essere passivo per garantire una simulazione stabile nel dominio del tempo, il che implica che il modello non può generare potenza qualunque siano le condizioni terminali. L'approccio classico del VF riposiziona iterativamente un insieme di poli iniziali in posizioni migliori risolvendo un sistema lineare in cui le frazioni

parziali (termini polo-residuo) costituiscono le funzioni di base. I nuovi poli sono calcolati in ogni iterazione come la soluzione di un problema agli autovalori, e qualsiasi polo instabile può essere capovolto nel semipiano sinistro per assicurare un sistema con soli poli stabili. Possono essere implementati alcuni miglioramenti: rilassamento del vincolo di non banalità, che può migliorare le proprietà di convergenza; orto-normalizzazione, che può migliorare ulteriormente la robustezza; una formulazione modale, che può conservare l'accuratezza relativa delle modalità; e una rapida implementazione della fase di identificazione del polo, che può ridurre notevolmente il tempo di calcolo per i casi con molte porte.

6.3 La matrice di trasferimento H

I dati di risposta in frequenza di un sistema lineare tempo-invariante con M ingressi e M uscite sono forniti sotto forma di matrici di funzioni di trasferimento numeriche:

$$H_k = \begin{bmatrix} h_{k,11} & h_{k,12} & \dots & h_{k,1M} \\ h_{k,21} & h_{k,22} & \dots & h_{k,2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k,M1} & h_{k,M2} & \dots & h_{k,MM} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{M \times M}$$

Queste matrici sono definite in punti discreti di frequenza angolare $\omega = \omega_k$ per $k = 1, 2, \dots, K$. Al k -esimo punto di frequenza, il vettore di ingresso nel dominio della frequenza u_k è correlato al vettore di uscita y_k da:

$$y_k = H_k u_k \tag{6.1}$$

Quando le tensioni ai terminali (riferite a terra) e le correnti iniettate nel componente sono considerate rispettivamente l'ingresso e l'uscita, la matrice H_k rappresenta la matrice di ammettenza del componente. Nel caso in cui la matrice H sia costruita attraverso misure effettuate con un analizzatore di rete, le grandezze misurate sono tutte tensioni ai terminali. Pertanto, è necessario elaborare queste misure per ottenere i vettori di ammettenza Y desiderati.

6.4 Modellazione razionale

La costruzione di modelli segue una procedura in due fasi. In primo luogo, la classe del modello è scelta in modo da essere rappresentativa dei sistemi in esame. In secondo luogo, viene applicata una procedura numerica per la stima dei parametri del modello, in modo che le risposte del modello corrispondano a quelle del sistema target. Per il caso specifico dei sistemi lineari tempo-invarianti (LTI), possiamo concepire la struttura del modello direttamente nel dominio delle frequenze (Laplace), scegliendo una particolare forma funzionale per la funzione di trasferimento del modello $H(s)$. La scelta più comune è lasciare che $H(s)$ sia una funzione razionale della frequenza complessa s , il che equivale all'ipotesi che il comportamento dinamico del modello sia espresso nel dominio del tempo come un insieme di equazioni differenziali ordinarie (ODE), dove il tempo t è la variabile indipendente.

Le funzioni razionali $H(s)$ possono essere descritte come il rapporto di due polinomi:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m}{1 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n} \quad (6.2)$$

e riformulate in una forma poli-zeri:

$$H(s) = \alpha \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (6.3)$$

dove i coefficienti p e z sono rispettivamente i poli e gli zeri. Una terza rappresentazione equivalente è la forma polo-residuo:

$$H(s) = r_0 + \frac{r_1}{s - p_1} + \frac{r_2}{s - p_2} + \dots + \frac{r_n}{s - p_n} \quad (6.4)$$

dove i coefficienti r sono i residui e dove abbiamo assunto $m = n$. Dalla letteratura si può rilevare che la forma di maggior successo è quella della frazione parziale (6.4). Ciò è dovuto principalmente alla robustezza superiore degli algoritmi numerici che calcolano i parametri del modello, in questo caso, poli e residui.

Come affermato in precedenza, gli scenari di modellazione più comuni richiedono la determinazione dei parametri del modello nel dominio della frequenza, abbinando la risposta del modello a una serie di campioni di frequenza ottenuti mediante misurazione o simulazione numerica del sistema in esame. Indicando come \hat{H}_k i dati di risposta in frequenza disponibili a frequenza $s_k = j\omega_k$, possiamo riscrivere il problema come un semplice raccordo della curva

razionale, che trova i coefficienti r e p in modo tale che valga per tutti i punti di frequenza disponibili $k = 1, \dots, K$:

$$\hat{H}_k \approx H(j\omega_k) = r_0 + \frac{r_1}{j\omega_k - p_1} + \frac{r_2}{j\omega_k - p_2} + \dots + \frac{r_n}{j\omega_k - p_n} \quad (6.5)$$

L'idea alla base del Vector Fitting (VF) [6] si basa sulla semplice considerazione che qualsiasi funzione razionale può essere scritta come rapporto di funzioni razionali:

$$H(s) = \frac{c_0 + \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{s - q_j}}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j}{s - q_j}} \quad (6.6)$$

Da cui vediamo che i poli q_j , che sono comuni sia al numeratore che al denominatore, si annullano completamente. Inoltre, vediamo dalla (6.6) che i poli p_j di $H(s)$ nella (6.4) coincidono con gli zeri w_j del denominatore:

$$\xi(s) = 1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j}{s - q_j} = \frac{\prod_{j=1}^n (s - w_j)}{\prod_{j=1}^n (s - q_j)} \quad (6.7)$$

In (6.6) e (6.7), si assume che i poli comuni q_j siano costanti note, mentre i residui di numeratore e denominatore associati c_j e d_j sono sconosciuti. Applicando ora la condizione di fitting $H_k \approx H(j\omega_k)$ alla (6.6) per $s = s_k = j\omega_k$ e moltiplicando per $\xi(j\omega_k)$ entrambi i lati dell'espressione risultante si ottiene:

$$\left(1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j}{j\omega_k - q_j}\right) H_k \approx c_0 + \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{j\omega_k - q_j} \quad (6.8)$$

con $k = 1, \dots, K$. Poiché (6.8) è una combinazione lineare delle incognite c_j , d_j per ogni frequenza ω_k , questo è riconosciuto come un problema lineare dei minimi quadrati, la cui soluzione è immediata. Una volta calcolati i coefficienti d_j , usiamo la (6.7) per ottenere gli zeri w_j , che forniscono una stima dei poli del modello p_j . Questi ultimi vengono infine utilizzati per risolvere un secondo problema di LS lineare espresso dalla (6.5), al fine di ottenere i residui del modello r_j .

Lo schema VF è stato introdotto in questa forma alla fine degli anni '90. Sebbene la modellazione razionale tramite un raccordo della curva complesso fosse già nota e applicata da molti decenni, le formulazioni precedenti non erano abbastanza robuste per l'applicazione di routine a sistemi complessi e possibilmente di ordine elevato. Le prestazioni superiori di

VF hanno quindi portato a una rapida diffusione sia nel mondo accademico che nel settore, rendendo questo schema il metodo di scelta per i modelli razionali.

6.5 Implementazione nel dominio del tempo

Uno dei motivi per cui i modelli razionali sono così ampiamente utilizzati in molte applicazioni è il semplice processo richiesto per la loro inclusione come sottoblocchi nelle simulazioni transitorie a livello di sistema.

Prendiamo il semplice esempio di una porta e un polo, descritto da un modello di ammettenza con p e r reali:

$$Y(s) = \frac{r}{s - p} \quad (6.9)$$

si può cercare un processo che, a partire da un modello razionale derivato matematicamente, sintetizzi un circuito equivalente la cui funzione di trasferimento corrisponda esattamente all'espressione del modello. Si tratta infatti di un caso particolare della teoria generale della sintesi dei circuiti, sviluppata diversi decenni fa e ormai ben consolidata. L'obiettivo è produrre una netlist equivalente che si dimostri efficiente quando risolta da software di simulazione come SPICE o EMTP.

L'estrazione di un circuito equivalente che corrisponde alla precedente è semplice. Considerando che l'impedenza corrispondente è:

$$Z(s) = Y(s)^{-1} = \frac{s}{r} - \frac{p}{r} \quad (6.10)$$

possiamo rappresentare il modello come un collegamento in serie di un'induttanza $L = 1/r$ e una resistenza $R = -p/r$. Se l'ordine del modello è maggiore di 1, in modo che siano presenti più termini di frazione parziale come la (6.9), i singoli blocchi della serie RL corrispondenti a ciascuna frazione parziale sono collegati in parallelo, portando a una topologia di tipo Foster. In questa realizzazione tutti gli elementi circuitali sono positivi solo se i poli sono reali e negativi e se i corrispondenti residui sono positivi. Questo potrebbe non essere sempre vero.

6.6 Modellazione Poli-Residui

La Figura 6.1 mostra un componente elettrico con M terminali. Si tratta di una sottorete da

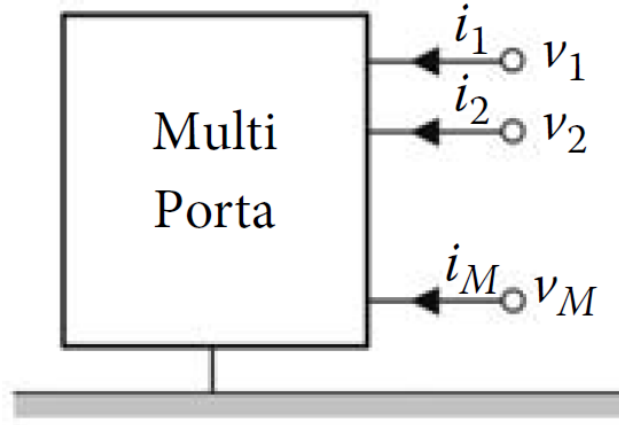


Figura 6.1: Componente elettrico ad M terminali

ridurre o di un componente di rete come un autotrasformatore di cui si individuerà l'equivalente. Quando le tensioni (a terra) e le correnti (iniettate nel componente) dei terminali sono considerate rispettivamente l'ingresso e l'uscita, H_k diventa la matrice di ammettenza del componente. Se le matrici delle funzioni di trasferimento H_k sono formalmente denotate con $H(s)$ (funzione della frequenza complessa $s = j\omega$), la relazione ingresso-uscita discreta (6.1) è espressa da:

$$y(s) = H(s) \cdot u(s) \quad (6.11)$$

dove $u(s)$ e $y(s)$ sono i vettori di input e output nel dominio della frequenza di dimensione M . Rispetto al caso della (6.8), il caso del modello in esame ha un termine lineare principale per $s \rightarrow \infty$, pertanto la struttura risultante, utilizzando nella (6.11) il metodo dell'espansione matriciale a frazioni parziali (MPFE), è:

$$H(s) \approx \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{s - p_j} + D + sE \quad (6.12)$$

dove:

- D e E sono possibili zeri.
- R_n è la matrice dei residui per l' n -esimo polo p_n .

Pertanto, il nostro obiettivo è identificare i poli p_n , le corrispondenti matrici dei residui R_n e il termine costante D dalla data matrice di risposta in frequenza $H(s)$. I termini $D + sE$ corrispondono al valore asintotico di $H(s)$ per $s \rightarrow \infty$. Se questo valore è noto a priori, la forma finale del nostro obiettivo è identificare i poli p_n e le matrici dei residui R_n del modello MPFE strettamente proprio:

$$F(s) \approx \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{s - p_j} \quad (6.13)$$

dalla matrice della funzione di trasferimento $F(s) = H(s) - D - sE$. Se la risposta in $s \rightarrow \infty$ è sconosciuta, possiamo usare $D = 0$ assumendo nessuna risposta in $s \rightarrow \infty$.

Si noti che si può anche fare la modellazione utilizzando un set di poli per ogni colonna della matrice. Questo spesso fornisce un modello di ordine inferiore, per una data precisione. D'altra parte, l'adattamento a colonna porta a un modello leggermente asimmetrico.

6.7 La rappresentazione della risposta in frequenza

Le risposte in frequenza dei trasformatori devono essere formulate in modo che il comportamento di questa apparecchiatura possa essere analizzato nel dominio del tempo. Per fare ciò, è necessario determinare le funzioni nel dominio della frequenza che si adattano alle curve di risposta in frequenza misurate. La natura non lineare di questo problema ha tuttavia portato all'elaborazione di formulazioni e metodi differenti. Nel 1993 Soysal e Semlyen [52] hanno proposto una formulazione, basata su una funzione razionale, in cui è stato ottenuto un sistema sovradeterminato di equazioni lineari. Tuttavia, lo scarso condizionamento del sistema formulato ha limitato questo metodo ad approssimazioni di ordine basso, specialmente nel caso di analisi su un'ampia gamma di frequenze. Inoltre, questa metodologia non garantisce che tutti i poli della funzione regolata siano stabili [55]. Nello stesso anno, Morched [77] ha superato questi problemi proponendo un metodo iterativo di approssimazione della risposta in frequenza per frazioni parziali. Tuttavia, la metodologia presentata non può essere considerata banale perché richiede che le risposte in frequenza vengano analizzate prima di decidere quante e quali tipi di frazioni parziali verranno utilizzate (poli reali o complessi coniugati). Il successo di questa tecnica dipende quindi anche dai punti di partenza scelti. Nel 1997, Gustavsen e Semlyen hanno sviluppato un metodo di aggiustamento

chiamato Vector Fitting [87]. Questa tecnica permette di adattare grandezze nel dominio della frequenza mediante funzioni polinomiali razionali di ordine elevato, rappresentate da frazioni parziali, che coprono un ampio spettro di frequenze. Poiché è uno strumento robusto ed efficiente sia quando applicato alla sintesi di funzioni con variazioni graduali sia a funzioni con diversi punti di risonanza [6], si è optato per l'applicazione di questa metodologia nella rappresentazione matematica delle risposte in frequenze associate alla macchina analizzata.

6.8 Il metodo del Vector Fitting

Siamo ora pronti per formulare l'algoritmo VF [6]. Per diversi anni, il VF è esistito come metodo separato senza una chiara connessione con altri metodi di Fitting. Successivamente è stato migliorato fino alla formulazione attuale che lo ha portato ad ottenere migliori prestazioni rispetto ai suoi schemi concorrenti rendendolo l'attuale metodo di adattamento razionale scelto.

Partiamo dalla rappresentazione del modello nella formulazione in frazioni parziali:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{c_0 + \sum_{j=1}^n \frac{c_j}{s-q_j}}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j}{s-q_j}} \quad (6.14)$$

Assumendo che i poli di base q_j siano noti e che i coefficienti c_j e d_j siano disponibili, ad esempio, da un'iterazione precedente, è semplice convertire l'espressione in una forma di funzione razionale standard. Infatti, se calcoliamo gli zeri del numeratore e del denominatore, indicati rispettivamente con z_j e p_j , possiamo scrivere:

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = c_0 \frac{\prod_{j=1}^n \frac{s-z_j}{s-q_j}}{\prod_{j=1}^n \frac{s-p_j}{s-q_j}} = c_0 \frac{\prod_{j=1}^n (s-z_j)}{\prod_{j=1}^n (s-p_j)} \quad (6.15)$$

Poiché i poli q_j sono comuni sia al numeratore che al denominatore e si annullano, questa è la forma polo-zero standard del nostro modello. Lo schema risultante può quindi essere interpretato come un processo di ricollocazione dei poli $\{q_j\}$ che parte da un'ipotesi arbitraria dei poli del modello $\{p_j\}$ e affina questa stima. L'ulteriore iterazione di questo processo fornisce la spina dorsale dell'algoritmo VF.

6.8.1 Calcolo dei nuovi poli

Prima di iniziare precisamente tutti i passaggi dello schema VF, dettagliamo qui come calcolare i poli p_j in (6.15). Consideriamo la funzione di trasferimento scalare

$$\xi(s) = d_0 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j}{s - q_j} = d_0 \frac{\prod_{j=1}^n (s - w_j)}{\prod_{j=1}^n (s - q_j)} \quad (6.16)$$

caratterizzata da coefficienti noti d_j e q_j , e vogliamo determinare gli zeri w_j . Questi zeri sono i poli di $1/\xi(s)$.

Dapprima deriviamo una forma nello spazio degli stati per il sistema scalare avente $\xi(s)$ come funzione di trasferimento

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + u \\ y = c^T x + d_0 u \end{cases} \quad (6.17)$$

dove le matrici dello spazio degli stati sono definite come $A = \text{diag}\{q_1, \dots, q_n\}$, $1 = (1, \dots, 1)$, $c^T = (c_1, \dots, c_n)$.

Si verifica facilmente che la funzione di trasferimento

$$\xi(s) = d_0 + c^T (sI - A)^{-1} 1 \quad (6.18)$$

coincide con la (6.16).

Poiché $\xi(s) = Y(s)/U(s)$ e quindi $1/\xi(s) = U(s)/Y(s)$, possiamo ottenere una realizzazione nello spazio degli stati di $1/\xi(s)$ scambiando nella (6.17) il ruolo dell'input u e dell'output y . Risolvendo per u nella seconda equazione di (6.17) e sostituendo nella prima equazione, otteniamo

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - d_0^{-1} c^T) x + d_0^{-1} y \\ u = -d_0^{-1} c^T x + d_0^{-1} y \end{cases} \quad (6.19)$$

I poli di $1/\xi(s)$ sono ora calcolati come autovalori della matrice dello spazio degli stati, con $d_0 = 1$,

$$\{p_j\} = \lambda(A - d_0^{-1} c^T) \quad (6.20)$$

6.8.2 L'algoritmo Vector Fitting

L'algoritmo Vector Fitting (VF) parte da un insieme di numeri complessi arbitrari ma distinti $q_j^1 \in \mathbb{C}, j = 1, \dots, n$, che saranno denotati come poli iniziali. Questo insieme di poli verrà ridefinito attraverso le iterazioni, denotate con il super-indice ν , in modo tale che ci si riferirà in seguito all'insieme $\{q_j^\nu, j = 1, \dots, n\}$ come ai poli iniziali per una generica iterazione ν .

La base di frazioni parziali associata è definita come

$$\phi_0^\nu(s) = 1, \quad \text{e} \quad \phi_j^\nu(s) = \frac{1}{s - q_j^\nu}, \quad j = 1, \dots, n \quad (6.21)$$

Se i poli sottostanti sono distinti, in modo che $q_i \neq q_j$ per $i \neq j$, allora è facile mostrare che la (6.21) forma un insieme di funzioni linearmente indipendenti. Quando valutato su un insieme di campioni di frequenza $\{s_k = j\omega_k, k = 1, \dots, K\}$, i campioni corrispondenti portano alle seguenti matrici:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_1 - q_1^\nu} & \frac{1}{s_1 - q_2^\nu} & \cdots & \frac{1}{s_1 - q_n^\nu} \\ \frac{1}{s_2 - q_1^\nu} & \frac{1}{s_2 - q_2^\nu} & \cdots & \frac{1}{s_2 - q_n^\nu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{s_K - q_1^\nu} & \frac{1}{s_K - q_2^\nu} & \cdots & \frac{1}{s_K - q_n^\nu} \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

e

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{s_1 - q_1^\nu} & \frac{1}{s_1 - q_2^\nu} & \cdots & \frac{1}{s_1 - q_n^\nu} \\ 1 & \frac{1}{s_2 - q_1^\nu} & \frac{1}{s_2 - q_2^\nu} & \cdots & \frac{1}{s_2 - q_n^\nu} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{1}{s_K - q_1^\nu} & \frac{1}{s_K - q_2^\nu} & \cdots & \frac{1}{s_K - q_n^\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Phi_1 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

dove $\mathbf{1}$ è un vettore colonna di uno.

Il metodo (VF) adatta le grandezze nel dominio della frequenza mediante funzioni razionali, come indicato nell'equazione (6.24).

$$h(s) \approx \sum_{m=1}^n \frac{c_m}{s - a_m} + d + se \quad (6.24)$$

In questa equazione, \approx indica l'approssimazione razionale, n è il numero di poli, i residui c_m e i poli a_m sono quantità reali o coppie complesse coniugate, mentre d ed e sono reali.

Il problema precedente è stimare i coefficienti dell'equazione in modo che la funzione ap-

prossimata possa rappresentare la funzione originale $h(s)$ con un errore massimo accettabile. Tuttavia, questa formulazione rappresenta un problema non lineare, poiché contiene incognite al denominatore. La tecnica Vector Fitting risolve l'equazione (6.24) in modo sequenziale come un problema lineare a due stadi, basato sulla premessa che i poli sono noti.

Il primo stadio è responsabile della regolazione dei poli dell'equazione (6.24). Usando le funzioni di base in (6.21), costruiamo la cosiddetta funzione di ponderazione VF, definita come

$$\begin{aligned}\xi^\nu(s) &= \phi_0^\nu(s) + \sum_{j=1}^n d_j^\nu \phi_j^\nu(s) \\ &= 1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^\nu}{s - q_j^\nu}\end{aligned}\tag{6.25}$$

caratterizzata da coefficienti d_j^ν ancora sconosciuti. Questa espressione parametrizza tutte le possibili funzioni razionali con poli q_j^ν e tali che $\xi^\nu(s) \rightarrow 1$ per $s \rightarrow \infty$.

La funzione di ponderazione $\xi^\nu(s)$ viene utilizzata per impostare la seguente approssimazione:

$$\xi^\nu(s_k)h(s_k) = \left(1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^\nu}{s_k - q_j^\nu}\right) h(s_k) \approx c_0^\nu + \sum_{j=1}^n \frac{c_j^\nu}{s_k - q_j^\nu}\tag{6.26}$$

da applicare a tutti i campioni di frequenza s_k . Questa condizione è molto simile alla linearizzazione di Levy, con l'unica differenza che la rappresentazione del denominatore e del numeratore del modello è data da combinazioni lineari di frazioni parziali. Raccogliendo tutti i campioni di frequenza come righe, si ottiene il seguente sistema sovra-determinato:

$$(\Phi_0^\nu - h\Phi_1^\nu)x_\nu \approx b\tag{6.27}$$

dove

$$b_k = h_k \phi_0^\nu(s_k) = h_k \quad \text{e} \quad h = \text{diag}\{h_1, \dots, h_k\}$$

e con Φ_0^ν e Φ_1^ν definito come in (6.22) e (6.23) ma basato sui poli dipendenti dall'iterazione q_j^ν . La soluzione LS è

$$x_\nu = (c_0^\nu, \dots, c_n^\nu, d_1^\nu, \dots, d_n^\nu)^T$$

Applichiamo quanto appena descritto alla (6.24). Torniamo ad indicare n è il numero di poli, i residui c_m e i poli a_m . Dall'equazione (6.25) è possibile osservare che la funzione $\xi^\nu(s)$ ha lo stesso insieme di poli della approssimazione razionale di $\xi^\nu(s)h(s)$. Tali approssimazioni

permettono di definire il problema aumentato:

$$\begin{bmatrix} \xi^\nu(s)h(s) \\ \xi^\nu(s) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N \frac{c_m}{s-a_m} + d + se \\ \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s-a_m} + 1 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Moltiplicando entrambi i membri della seconda riga della (6.28) per $h(s)$ e sostituendo il primo membro ottenuto con la prima riga della (6.28) si ottiene:

$$\sum_{j=1}^N \frac{c_m}{s-a_m} + d + se \approx \sum_{j=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s-a_m} + 1 \cdot h(s) \quad (6.29)$$

Si pongano ora le seguenti definizioni per le approssimazioni razionali viste sopra:

$$\begin{bmatrix} \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s-\bar{a}_m} + d + se \\ \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s-\bar{a}_m} + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\xi^\nu h)_{\text{fit}}(s) \\ \tilde{\xi}_{\text{fit}}^\nu(s) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Sostituendo le precedenti nella (6.29) si può riscrivere

$$(\xi^\nu h)_{\text{fit}}(s) = \tilde{\xi}_{\text{fit}}^\nu(s)h(s) \quad (6.31)$$

In pratica, $\xi^\nu(s)$ è una funzione scalare, $h(s)$ è un vettore colonna di tutti gli elementi da adattare, \bar{a}_m è l'insieme di poli comuni, c_m , d ed e sono vettori colonna di coefficienti sconosciuti e \tilde{c}_m sono coefficienti aggiuntivi che specificano la funzione $\xi^\nu(s)$.

L'equazione (6.31) è lineare nelle sue incognite c_m , d , e , \tilde{c}_m quindi, per risolvere questo problema, può essere riscritta come presentato nell'equazione (6.32).

$$\sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s-\bar{a}_m} + d + se - \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s-\bar{a}_m} + 1 \cdot h(s) \approx h(s) \quad (6.32)$$

Come dimostrato di seguito, gli zeri di $\xi^\nu(s)$ rappresentano una stima migliorata per i poli di $h(s)$. Gli zeri vengono calcolati risolvendo il problema degli autovalori (6.28):

$$\{a_m\} = \text{eig}(A - b \cdot c^T) \quad (6.33)$$

dove A è una matrice diagonale contenente i poli $\{a_m\}$, b è una colonna identità, c contiene i residui $\{c_m\}$.

L'applicazione ripetuta delle equazioni (6.28) e (6.33) riposiziona l'insieme di poli inizia-

le in posizioni migliori. La convergenza implica $\{c_m^{\sim} = 0\}$. In pratica, si interromperanno solitamente le iterazioni prima che la convergenza sia completa. I residui finali vengono calcolati risolvendo l'equazione (6.24) con poli noti. Durante le iterazioni, possono verificarsi poli instabili. Qualsiasi polo instabile viene invertito nel semipiano sinistro invertendo il segno della parte reale, garantendo in tal modo un adattamento con solo poli stabili. Scrivendo l'equazione (6.31) per un numero di campioni k in frequenza, l'identificazione dei poli e la successiva identificazione dei residui portano entrambi alla soluzione di un problema sovra-determinato nella forma:

$$Ax \approx b \quad (6.34)$$

che, esplicitando i k campioni, può essere riscritto come

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_k \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

dove per ogni campione i si ha:

$$A_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{s_i - a_1} & \frac{1}{s_i - a_2} & \cdots & \frac{1}{s_i - a_N} & 1 & s_i & \frac{-h(s_i)}{s_i - a_1} & \frac{-h(s_i)}{s_i - a_2} & \cdots & \frac{-h(s_i)}{s_i - a_N} \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \\ d \\ e \\ c_1^{\sim} \\ c_2^{\sim} \\ \vdots \\ c_N^{\sim} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

$$b_i = h(s_i) \quad (6.38)$$

Dalle equazioni (6.36), (6.37) e (6.38), si conclude che l'ordine di ciascuno degli elementi di (6.34) è:

$$A \rightarrow k \times (2N + 2)$$

$$\mathbf{x} \rightarrow (2N + 2) \times 1$$

$$b \rightarrow k \times 1$$

Il problema di cui sopra è di tipo lineare sovra-determinato, poiché il numero di frequenze campionate k è sempre maggiore del numero N di poli. La soluzione di (6.34) viene risolta con il metodo dei minimi quadrati, che può essere formulato in termini di matrice come:

$$\mathbf{x} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot \mathbf{b} \quad (6.39)$$

Dopo aver determinato tutti i coefficienti d_j^v del vettore \mathbf{x} , un'approssimazione razionale per la funzione $h(s)$ può essere ottenuta facilmente quando ogni somma di frazioni parziali in (6.28) è scritta nella forma poli/zeri:

$$(\xi^v h)_{\text{fit}}(s) \approx c_0 \frac{\prod_{j=1}^n (s - z_j)}{\prod_{j=1}^n (s - \bar{a}_j)} \quad (6.40)$$

$$\xi_{\text{fit}}^v(s) = \frac{\prod_{j=1}^n (s - \tilde{z}_j)}{\prod_{m=1}^n (s - \bar{a}_j)} \quad (6.41)$$

Sostituendo la (6.40) e la (6.41) in (6.31), si può calcolare $h(s)$ come

$$h(s) = \frac{(\xi^v h)_{\text{fit}}(s)}{\xi_{\text{fit}}^v(s)} = h \frac{\prod_{j=1}^n (s - z_j)}{\prod_{j=1}^n (s - \tilde{z}_j)} \quad (6.42)$$

L'equazione (6.42) mostra, come già anticipato, che i poli di $h(s)$ sono uguali agli zeri di $\xi_{\text{fit}}^v(s)$. È possibile osservare che i poli di partenza vengono annullati nel processo di divisione, poiché gli stessi poli sono stati scelti per $(\xi^v h)_{\text{fit}}(s)$ e $\xi_{\text{fit}}^v(s)$. Quindi, calcolando gli zeri di $\xi_{\text{fit}}^v(s)$, si ottiene un nuovo insieme di poli per approssimare meglio $h(s)$:

$$q_j^{(v+1)} = \tilde{z}_j, \quad j = 1, \dots, n$$

Dall'equazione (6.41) è possibile osservare che numeratore e denominatore della funzione $\xi_{\text{fit}}^v(s)$ hanno lo stesso ordine. Quindi, se i poli di partenza sono stimati correttamente,

la funzione $\xi_{\text{fit}}^\nu(s)$ diventa uguale a uno, poiché i nuovi poli o zeri della funzione $\xi_{\text{fit}}^\nu(s)$ saranno uguali ai poli di partenza $q_j^{(v+1)} \approx q_j^v$ e non cambieranno significativamente con nuove iterazioni:

$$\xi^\nu(s) = \frac{\prod_{j=1}^n (s - q_j^{(v+1)})}{\prod_{m=1}^n (s - q_j^v)} \approx 1$$

In pratica, la convergenza dell'approssimazione di $h(s)$ avverrà se i nuovi poli stimati vengono utilizzati come poli di partenza, in un processo interattivo.

Una volta determinati i poli di $h(s)$, per migliorare le prestazioni numeriche, è preferibile procedere con la determinazione dei residui del modello attraverso un secondo stadio di elaborazione, piuttosto che leggere i coefficienti c_j^v dalla (6.37). In questa fase, il problema originariamente esposto nella (6.42) viene risolto utilizzando gli zeri di $\xi_{\text{fit}}^\nu(s)$ come un nuovo insieme di poli (stabilizzati) per $h(s)$, che di nuovo si traduce in un problema lineare sovra-determinato, dove il vettore di soluzione \mathbf{x} contiene le incognite c_m , d , ed e . La soluzione a questo problema è data dalla (6.34), dove la matrice \mathbf{A} è ora definita dalla (6.43) e il vettore \mathbf{x} dalla (6.44).

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1/(s_i - a_1) & \dots & 1/(s_i - a_N) & 1 & s_i \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} c_1 & \dots & c_N & d & e \end{bmatrix}^T \quad (6.44)$$

La corretta applicazione della tecnica Vector Fitting può essere facilitata dalla corretta scelta dei poli di partenza. Nei casi in cui la risposta in frequenza analizzata varia in modo uniforme, poli iniziali reali sono sufficientemente adeguati. In situazioni in cui la risposta in frequenza analizzata presenta numerosi picchi di risonanza e anti-risonanza, è conveniente che i poli di partenza siano complessi coniugati.

Il set di poli iniziale da specificare per la prima iterazione dovrebbe, in generale, quindi essere preso come coppie complesso-coniugate distribuite sulla banda di frequenza,

$$a_n = -\alpha + j\beta, \quad a_{n+1} = -\alpha - j\beta$$

dove a_n e a_{n+1} rappresentano una coppia di poli complessi coniugati, β è un vettore di $N/2$ punti distribuiti linearmente o logaritmicamente nell'intervallo di frequenza di interesse e α

è un vettore proporzionale a β :

$$\alpha = k\beta$$

Il parametro k dovrebbe essere scelto come 0,01 o inferiore. Questa scelta dei poli iniziali fa sì che il sistema da risolvere sia ben condizionato, portando ad una rapida convergenza. Inoltre, la distribuzione dei poli sull'intera banda di frequenza riduce la probabilità che i poli debbano essere riposizionati su lunghe distanze, riducendo così il numero richiesto di iterazioni.

Il Vector Fitting può essere applicato anche a un vettore di elementi (da qui la designazione VF). Di conseguenza, tutti gli elementi del vettore risultano dotati di un insieme di poli comuni. Questo può essere utilizzato per l'adattamento per colonne. Impilando gli elementi del triangolo superiore (o inferiore) della matrice in un unico vettore e sottoponendolo a VF, si ottiene un modello che ha un polo comune fissato per tutti gli elementi. La riorganizzazione dei coefficienti porta al modello poli-residui già precedentemente definito

$$H(s) \approx \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{s - p_j} + D + sE \quad (6.45)$$

6.8.3 Esempio di algoritmo Vector Fitting

Algorithm 1 Algoritmo Vector Fitting

- 1: **Input:** Dati in frequenza dei k campioni (s, H) , n poli iniziali (q)
 - 2: **for** $v = 1, 2, \dots, v_{\max}$ **do**
 - 3: costruisci e risolvi il sistema in (6.27)
 - 4: calcola i coefficienti d_j^v da x e costruisci la funzione di ponderazione $\xi^v(s)$
 - 5: calcola gli zeri della funzione di ponderazione usando la (6.20)
 - 6: imposta il nuovo set di n poli pari agli zeri appena valutati
 - 7: **end for**
 - 8: Imposta i poli stabili pari ai poli calcolati nel ciclo precedente ($p = q$)
 - 9: Calcola i residui risolvendo la (6.45)
 - 10: Restituisci il modello $H(s)$
-

6.8.4 Caso con poli complessi e coniugati

Nel caso di poli complessi, viene introdotta una modifica nelle equazioni (6.36), (6.37) e (6.38) per garantire che i residui si presentino in coppie coniugate perfette. Supponiamo che le frazioni parziali al passo i e $i + 1$ costituiscano una coppia complessa:

$$a_i = a' + ja'' \quad c_i = c' + jc'' \quad a_{i+1} = a' - ja'' \quad c_{i+1} = c' - jc''$$

I due elementi corrispondenti $A_{k,i}$ e $A_{k,i+1}$ vengono modificati come segue:

$$A_{k,i} = \frac{1}{s_k - a_i} + \frac{1}{s_k - a_i^*} \quad (6.46)$$

$$A_{k,i+1} = \frac{j}{s_k - a_i} + \frac{j}{s_k - a_i^*} \quad (6.47)$$

ciò ha l'effetto che i residui corrispondenti nella soluzione del vettore x diventano rispettivamente uguali a c' e c'' .

6.8.5 Applicazione del metodo Vector Fitting

È possibile trovare in letteratura l'implementazione MATLAB del metodo Vector Fitting. Dalla routine si ottiene una funzione $F(s)$ approssimata che è rappresentata sotto forma state-space o sotto forma di poli e residui, come presentato rispettivamente nelle equazioni (6.48) e (6.49).

$$F(s) = C(sI - A)^{-1}B + D + sE \quad (6.48)$$

$$F(s) = \sum_{m=1}^N \frac{R_m}{s - a_m} + D + sE \quad (6.49)$$

Nel primo caso, $F(s)$ è rappresentato come uno spazio di stato, mentre nel secondo caso, è rappresentato come una somma di poli e residui.

Nell'equazione (6.48), A è una matrice diagonale, di ordine $N \times N$, i cui elementi sono i poli di $F(s)$, B è una matrice di ordine $N \times n$ con elementi uguali a uno, e C è una matrice di ordine $n \times N$, i cui elementi sono i residui di $F(s)$. In molte situazioni, i termini D ed E possono essere specificati come nulli.

Nell'equazione (6.49), R_m è una matrice che contiene i residui di $F(s)$. Fattorizzando ogni termine nella somma dell'equazione (6.49), è possibile convertire il modello dei poli e dei residui in un modello dello spazio degli stati utilizzando le seguenti espressioni [69]:

$$C_m = R_m, \quad A_m = \frac{1}{a_m} I, \quad B_m = I$$

Il codice sorgente implementato per il metodo Vector Fitting è di pubblico dominio ed è disponibile all'indirizzo indicato sul sito web di Gustavsen [88].

6.8.6 Selezione e inizializzazione dell'ordine di approssimazione VF

Nella maggior parte dei casi non è possibile determinare in anticipo l'ordine corretto del modello n . In pratica si tenterà un ordine e lo si aumenterà se non si riesce ad ottenere un risultato di adattamento accettabile. Si possono però dare alcune indicazioni, basate su semplici regole pratiche. Ad esempio, nel caso di risposte risonanti, l'ordine dovrebbe essere scelto almeno due volte il numero di picchi di magnitudo "significativi" nella risposta, in modo da garantire che ciascun picco di risonanza sia modellato da almeno una coppia di poli complessi coniugati.

La scelta dei poli iniziali per l'avvio delle iterazioni VF si basa spesso sulla seguente regola pratica, che si rivela appropriata per la maggior parte dei casi applicativi. Considerando una banda di frequenza di interesse $[0, \omega_{\max}]$, i poli di partenza sono scelti come coppie coniugate complesse debolmente attenuate, con parti immaginarie distribuite linearmente su $[0, \omega_{\max}]$. Per un ordine pari n , ciò equivale a

$$q_{(j-1,j)} = q'_j + jq''_j, \quad q''_j = \frac{j\omega_{\max}}{n}, \quad q'_j = -\theta q''_j, \quad j = 2, 4, \dots, n \quad (6.50)$$

Tipicamente viene adottato un valore $\theta = 0.01$ o anche inferiore. Questo schema presenta i seguenti vantaggi:

- La distribuzione dei poli sulla gamma di frequenza riduce il numero richiesto di iterazioni di riposizionamento dei poli.
- L'uso di poli debolmente attenuati porta ad un sistema ben condizionato.

Se la risposta del sistema oggetto del modello è caratterizzata da contributi dinamici significativi in un'ampia banda di frequenza $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$ che può estendersi per diverse decadi,

è preferibile utilizzare una spaziatura logaritmica dei poli di partenza. Se si utilizzano coppie polari coniugate complesse, questa scelta equivale a sostituire q_j'' nella (6.50) con

$$q_j'' = \exp \left\{ \alpha_{\min} + (j-2) \frac{(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})}{(n-2)} \right\}, \quad j = 2, 4, \dots, n \quad (6.51)$$

dove $\alpha_{\min} = \ln(\omega_{\min})$ e $\alpha_{\max} = \ln(\omega_{\max})$ e dove abbiamo assunto $\omega_{\min} > 0$. Nel caso in cui le risposte in frequenza siano fondamentalmente uniformi sulla larghezza di banda di interesse $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$, potrebbe essere più appropriato utilizzare una distribuzione logaritmica poli di partenza reali:

$$q_j = - \exp \left\{ \alpha_{\min} + (j-2) \frac{(\alpha_{\max} - \alpha_{\min})}{(n-1)} \right\}, \quad j = 1, \dots, n \quad (6.52)$$

6.9 Evoluzioni del modello Vector Fitting

In questo paragrafo, esploreremo tre importanti varianti della tecnica di Vector Fitting (VF) utilizzate per modellare sistemi lineari tempo-invarianti tramite razionali fratti. Queste varianti includono l'Orthonormal Vector Fitting (OVF), il Relaxed Vector Fitting (RVF) e il Modal Vector Fitting (MVF). Ciascuna di queste varianti ha caratteristiche distintive che affrontano specifiche sfide nell'identificazione dei modelli razionali per sistemi complessi. Per ciascuna variante evidenzieremo le peculiarità e l'applicazione.

Orthonormal Vector Fitting

Sebbene la tecnica di Vector Fitting sia precisa e robusta, è in continuo miglioramento da quando è stata creata. Se i poli iniziali vengono specificati con parti reali troppo grandi, le funzioni di base risultanti (frazioni parziali) daranno come risultato una matrice di sistema scarsamente condizionata. Questo problema può essere alleviato sostituendo le funzioni base originali con un insieme ortonormale [89].

Su questa tematica, nel 2005, Deschrijver e Dhaene hanno osservato che, cambiando la funzione di base del metodo VF, sarebbe possibile migliorare sostanzialmente il condizionamento del problema, soprattutto se i poli stimati fossero reali o se l'ampiezza della parte reale dei poli complessi non è trascurabile:

$$f_p = k_p \sqrt{2R_e(a_p)} \left(\prod_{m=1}^{p-1} \frac{s - a_m^*}{s + a_m} \right) \frac{1}{s + a_p} \quad (6.53)$$

dove k_p è un numero complesso arbitrario e a_m sono i poli della funzione. Questa funzione razionale ortonormale si ottiene direttamente applicando la procedura di Gram-Schmidt alle frazioni parziali.

Questa modifica, che divenne nota come Orthonormal Vector Fitting (OVF), o Vector Fitting Ortonormal, riduce l'importanza di una buona scelta dei poli di partenza, aumentando così la stabilità numerica e la velocità di convergenza della routine [90].

Il risultato di questa VF ortonormale (OVF) solitamente converge allo stesso risultato della VF, poiché il condizionamento con VF e un insieme di poli iniziale scarso migliora ad ogni iterazione. Un altro vantaggio dell'ortonormalizzazione è che permette di adattare risposte in frequenza che hanno più poli.

Relaxed Vector Fitting

Nelle applicazioni pratiche, nell'adattamento ottenuto sarà sempre presente qualche errore residuo, questo errore è inevitabile quando:

1. Si utilizza un ordine inferiore per il modello rispetto a quello del sistema;
2. Si adatta la risposta di un sistema avente componenti non razionali;
3. Si adattano campioni di dati danneggiati dal rumore.

In particolare, per l'ultimo punto appena citato, se i campioni di dati sono danneggiati dal rumore e se il problema specifico richiede che la funzione approssimante sia grande alle basse frequenze, i contributi del rumore si amplificheranno alle basse frequenze, rendendo così imprecisa la condizione di riposizionamento dei poli. Ciò si traduce in una convergenza lenta, con il riposizionamento dei poli a piccoli passi. Il problema è meno critico quando si spostano i poli dalle frequenze alte a quelle basse, poiché in questo caso il guadagno risultante a bassa frequenza è piccolo e i corrispondenti contributi di rumore a bassa frequenza vengono attenuati anziché amplificati, mentre i contributi del rumore ad alta frequenza rimangono inalterati. Questa asimmetria nel comportamento di riposizionamento dei poli della VF è ovviamente indesiderata.

Nel 2006, è stata proposta [91] un'altra modifica nella metodologia di Vector Fitting, migliorando la sua capacità di riposizionare i poli. Per correggere il problema dell'approssimazione di funzioni che contengono rumore, la condizione asintotica ad alta frequenza della

funzione $\xi^\nu(s)$, equazione (6.16), è stata sostituita da una condizione del tipo:

$$\xi^\nu(s) = d_0^\nu + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^\nu}{s - q_j^\nu} \quad (6.54)$$

Pertanto, invece di un valore fisso pari a 1, la costante di normalizzazione è una variabile libera d_0^ν reale. Con questa modifica, per evitare una soluzione banale (nulla), è stata aggiunta un'equazione al problema dei minimi quadrati:

$$\operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^K \left(d_0^\nu + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^\nu}{s - q_j^\nu} \right) \right\} = K \quad (6.55)$$

L'equazione (6.55) richiede che la somma della parte reale di $\xi^\nu(s)$, per una data frequenza, sia un valore diverso da zero, senza che nessuna delle variabili libere sia fissata. Il nuovo insieme di poli si ottiene risolvendo la seguente equazione:

$$\{a_m\} = \operatorname{eig}(A - b \cdot d_0^\nu \cdot c^T) \quad (6.56)$$

Da questa modifica si è avuto un miglioramento della convergenza del processo di approssimazione e una riduzione dell'importanza della stima dei poli di partenza. Questa nuova metodologia è stata denominata Relaxed Vector Fitting (RVF).

La combinazione dell'RVF con l'OVF porta al metodo ROVF (Relaxed Orthonormal Vector Fitting) proposto in [92].

Modal Vector Fitting

Una difficoltà nella modellazione di dispositivi multiporta tramite la matrice di ammettenza Y è che i piccoli autovalori di Y possono essere debolmente osservabili nei suoi elementi. Allo stesso tempo, la matrice autovettore di Y è in generale dipendente dalla frequenza, rendendo inapplicabile la diagonalizzazione tramite una matrice di trasformazione costante. Per far fronte a questa situazione è stata introdotta la VF modale (MVF) [93]. Questo approccio introduce esplicitamente coppie autovalore-autovettore nella formulazione VF, consentendo così il controllo dell'errore relativo mediante ponderazione inversa della grandezza dell'autovalore. In questo modo, gli autovalori piccoli possono essere rappresentati accuratamente insieme agli autovalori grandi. Il vincolo di non banalità rilassato può essere introdotto anche in MVF (RMVF), allo scopo di una convergenza più rapida. Lo svantaggio è una struttura

a matrice meno sparsa dei problemi dei minimi quadrati associati all'identificazione dei poli e all'identificazione dei residui, che porta a calcoli più lenti.

Consideriamo un generico sistema a P porte con matrice di trasferimento $Y(s)$ nota tramite i suoi campioni di frequenza $Y_k = Y(j\omega_k)$ con $k = 1, \dots, K$ e indichiamo come

$$Y(s) = R_0 + \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{s - p_j} \quad (6.57)$$

il modello razionale da calcolare da questi campioni. Per prima cosa calcoliamo gli autovalori e gli autovettori di ciascun campione di dati della matrice come

$$Y_k = T_k \Lambda_k T_k^{-1}, \quad k = 1, \dots, K \quad (6.58)$$

Indichiamo i singoli autovettori (colonne di T_k) come $t_{k,i}$ e i singoli autovalori lungo la diagonale di Λ_k come $\lambda_{k,i}$ per $i = 1, \dots, P$.

Consideriamo ora la condizione di adattamento:

$$Y(j\omega_k) \mathbf{t}_{k,i} \approx \mathbf{t}_{k,i} \lambda_{k,i}, \quad k = 1, \dots, K, \quad i = 1, \dots, P \quad (6.59)$$

Questa espressione fornisce la condizione di adattamento nel dominio modale, cioè lungo ciascuna direzione definita dagli autovettori del sistema dipendenti dalla frequenza. Applicando ora una ponderazione inversa della grandezza degli autovalori si ottiene

$$\frac{1}{|\lambda_{k,i}|} (Y(j\omega_k) \mathbf{t}_{k,i} - \mathbf{t}_{k,i} \lambda_{k,i}) \approx 0, \quad k = 1, \dots, K, \quad i = 1, \dots, P \quad (6.60)$$

Pertanto, l'MVF propone che la matrice di ammettenza $Y(s)$ sia inizialmente diagonalizzata attraverso una matrice di trasformazione T_k (dipendente dalla frequenza) e approssimata ad un modello razionale, come presentato nell'equazione (6.57). La precisione relativa dell'autovalutazione viene mantenuta nel problema dei minimi quadrati scalando ciascuna equazione con l'inverso della corrispondente grandezza degli autovalori. In tale modo, la (6.59) viene divisa per la grandezza dell'autovalore corrispondente, come riportato nell'equazione (6.60). L'utilizzo di questo criterio garantirà che il modello si comporti in modo accurato (con errori dello stesso ordine di grandezza) sia con l'applicazione di tensione che con l'applicazione di corrente, e con qualsiasi altra condizione terminale (ibrida).

Quando si associa la (6.24) per la fase di identificazione dei poli con la (6.60), si ottiene

l'espressione (6.61), che sintetizza il metodo MVF:

$$\xi^\nu(s)Y(s) \approx (R_0 + \sum_{j=1}^n \frac{R_j}{s - q_j}) \quad (6.61)$$

Combinando la (6.60) con la (6.61) si ottiene:

$$\frac{1}{|\lambda_{k,i}|} \left(R_0 \mathbf{t}_{k,i} + \sum_{j=1}^n \frac{R_j \mathbf{t}_{k,i}}{s - q_j} - \mathbf{t}_{k,i} \lambda_{k,i} - \sum_{j=1}^n \frac{\mathbf{t}_{k,i} \lambda_{k,i} d_l}{s - q_j} \right) \approx 0 \quad (6.62)$$

Le incognite nella (6.62) sono tutti gli elementi di R_j per $l = 0, \dots, n$ e tutti i coefficienti d_l per $l = 0, \dots, n$. Tutte queste incognite compaiono linearmente nella (6.62), che può quindi essere risolta come un sistema lineare sovradeterminato in senso LS, proprio come nel VF standard. Da questa soluzione estraiamo i coefficienti d_l , che vengono utilizzati per valutare gli zeri z_l della funzione di adattamento $\xi(s)$, che a loro volta definiscono i poli di partenza per la successiva iterazione di rilocalizzazione. Una volta che i poli si sono stabilizzati sull'insieme $\{p_l\}$, i residui del modello incognito vengono calcolati ripetendo il processo precedente ponendo $\xi(s) = 1$ e sostituendo q_l con p_l .

L'approssimazione con la tecnica MVF viene eseguita con un costo computazionale elevato rispetto alla versione classica del metodo VF, poiché la matrice del sistema è più densa. Al fine di ridurre il tempo impiegato per avvicinarsi alla routine MVF, [94] è stato proposto un miglioramento delle prestazioni di questo metodo implementando tre passaggi:

1. Riduzione del numero di iterazioni stimando i poli di partenza applicando l'approccio classico del metodo VF con ponderazione inversa alla grandezza.
2. Identificazione dei poli, risolvendo solo le incognite essenziali esplorando la struttura della matrice sparsa.
3. Identificazione dei residui mediante una procedura che esegue i calcoli linea per linea e che beneficia dei vantaggi derivanti dalla simmetria del sistema.

Il limite maggiore della tecnica MVF è la scelta di una matrice di trasformazione T dipendente dalla frequenza, in quanto è noto che le matrici di trasformazione costanti tendono a portare a buoni risultati solo in prossimità della frequenza alla quale sono state definite, solitamente alle basse frequenze. In alcune situazioni, è possibile saltare l'uso dell'MVF avvicinandosi direttamente agli elementi Y dall'RVF, aumentando l'ordine di approssimazione

fino a quando i piccoli autovalori non sono adeguatamente rappresentati. Tuttavia, la durata della simulazione nel dominio del tempo e le violazioni della passività aumentano in modo significativo con l'aumento dell'ordine del problema.

6.10 Applicazione del Vector Fitting su un semplice circuito elettrico

Consideriamo il caso semplice del circuito elettrico in Figura 6.2 per illustrare le varie fasi della modellazione passiva che abbiamo descritto nei capitoli precedenti. Questo ci permetterà di capire come i blocchi costruiti fino a questo punto ci permettano di ottenere un modello applicabile nelle simulazioni.

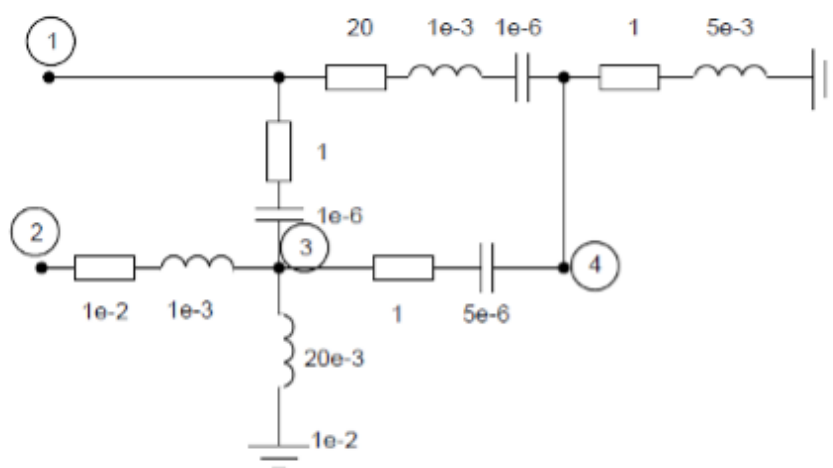


Figura 6.2: Circuito elettrico in esame

Con questa struttura semplice, le cui quantità sono espresse in unità $[\Omega]$, $[H]$, $[F]$, desideriamo calcolare un modello a scatola nera equivalente rispetto ai terminali 1 e 2 quando è nota solo la risposta in frequenza ai terminali. Si vuole simulare una risposta di tensione transitoria eccitata da una sorgente di tensione unitaria costante E_0 che viene applicata a $t = 0$ ad un nodo. L'altro nodo è lasciato aperto.

Il primo passo è caratterizzare il comportamento della porta esterna. Optiamo per la rappresentazione di ammettenza, che definisce la relazione tra correnti di porta e tensioni di porta nel dominio della frequenza. La matrice di ammettenza $Y(s)$ è calcolata su un insieme di 501 campioni a frequenza discreta $s_k = j\omega_k$ distanziati logicamente tra 10 Hz e 10

kHz. La seconda fase prevede l'elaborazione di questi dati di ammettenza per ottenere un modello. Usiamo l'algoritmo VF per ottenere un modello nella forma:

$$Y(s) = R_0 + \frac{R_1}{s - p_1} + \frac{R_2}{s - p_2} + \dots + \frac{R_n}{s - p_n}$$

le cui risposte sono confrontate con i dati di ammettenza originali nella Figura 6.3.

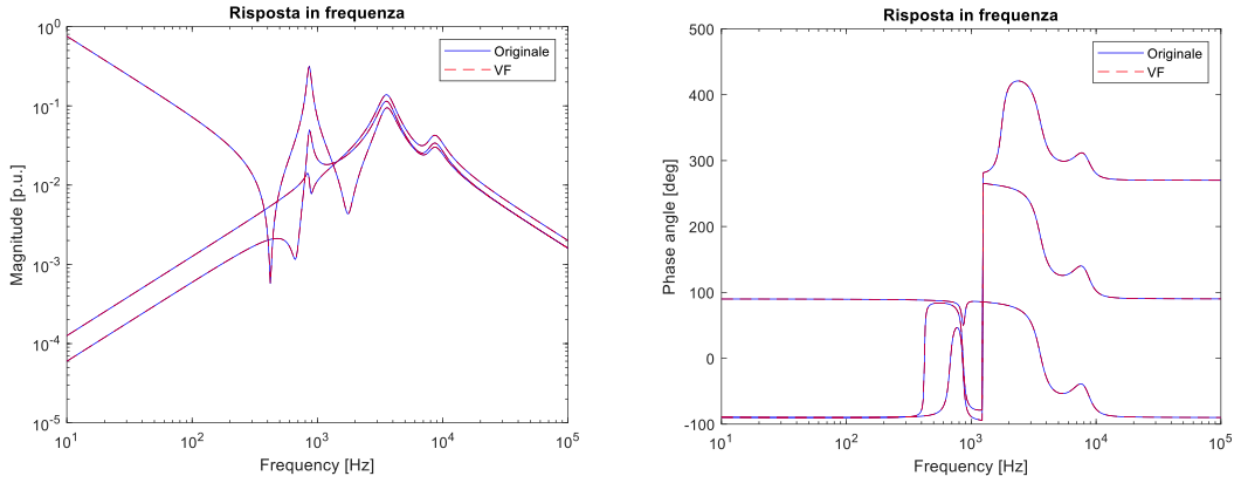


Figura 6.3: Confronto tra la risposta in frequenza del circuito e il modello

Confrontiamo l'analisi transitoria richiesta tra i risultati del circuito di Figura 6.2 in MATLAB sia del circuito equivalente costruito attraverso il Vector Fitting e implementato come black-box in ATP, ottenendo i risultati illustrati nella Figura 6.4.

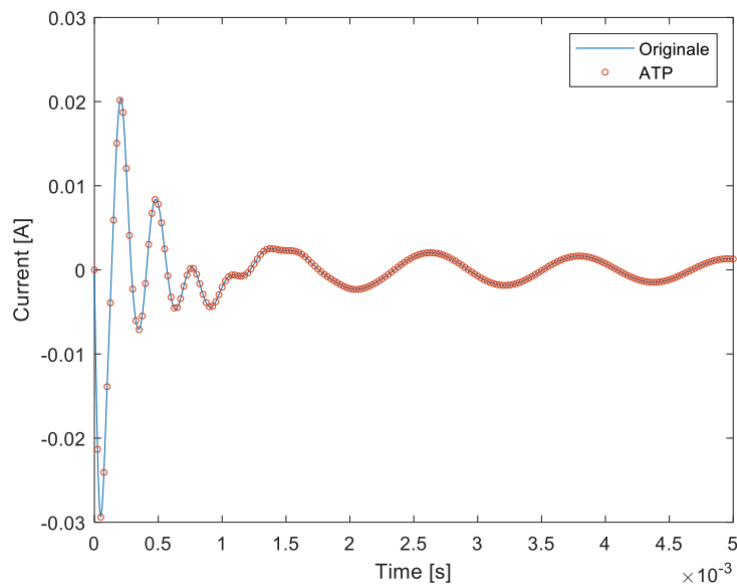


Figura 6.4: Andamento delle tensioni del circuito elettrico e del modello ATP tra 0 e 5 ms

Quanto visto fino ad ora ci porta a dedurre che se si presta la dovuta attenzione in tutte le fasi della costruzione del modello, i risultati dovrebbero essere accurati e le simulazioni basate su di esso saranno veloci ed efficienti. Tuttavia, in alcune situazioni, la procedura potrebbe non riuscire. Prendiamo i flussi di modellazione black-box basati sull'adattamento razionale dei dati di frequenza campionati. Le funzioni razionali sono approssimatori universali. In linea di principio, qualsiasi insieme di campioni di dati finiti può essere accuratamente adattato con una funzione razionale, a condizione che venga considerato un ordine sufficiente. Pertanto il problema dell'adattamento razionale non pone di per sé particolari difficoltà. Le difficoltà sorgono soprattutto quando si cerca di far rispettare i requisiti di coerenza fisica. Si hanno in generale le seguenti due alternative:

1. Ignorare il vincolo di passività e costruire un modello concentrandosi sulla sua accuratezza rispetto ai dati (non passivi).
2. Applicare la passività del modello, pagando il prezzo di un fit meno accurato rispetto ai campioni di dati.

Quando si ha a che fare con le misurazioni, il rumore e la calibrazione possono portare a violazioni di passività localizzate. Quando vengono utilizzati dati simulati ottenuti da risolutori di campo, dobbiamo riconoscere che tali risposte sono ottenute attraverso una procedura di discretizzazione, che non è mai esatta. Gli inevitabili errori di approssimazione numerica possono infatti essere la causa principale delle violazioni della passività. Inoltre, non è raro che tali problemi derivino da impostazioni errate del risolutore da parte di utenti non esperti, ipotesi non fisiche sulle proprietà dei materiali e persino errori banali nella post-elaborazione dei dati. Tali problemi non dovrebbero essere risolti postfixando risultati incoerenti del risolutore o dati corrotti, ma garantendo un uso corretto del risolutore, con impostazioni adeguate e con una definizione fisicamente coerente del sistema elettrico o elettromagnetico sottostante.

Capitolo 7

Concetti di causalità, stabilità e passività

In questo capitolo, ci focalizzeremo sulla stabilità e la passività nei sistemi tempo invarianti, esplorando la perturbazione di matrici e dei residui dei minimi quadrati. Discuteremo ampiamente di Perturbazione Modale Veloce e Perturbazione Veloce dei Residui, esaminando in dettaglio i metodi e delineando le differenze chiave tra questi algoritmi. Approfondiremo la valutazione della passività e la sua implementazione, esplorando la selezione del campione per l'applicazione della passività e discutendo l'importanza delle iterazioni robuste. Concluderemo il capitolo con un esempio applicativo, esaminando l'applicazione della passività al modello dell'autotrasformatore 380 kV.

7.1 Importanza della Passività

I risultati presentati nel capitolo precedente suggeriscono che il successo nella modellazione di un autotrasformatore di potenza dipende da una combinazione di fattori, tra cui il metodo di approssimazione delle funzioni razionali utilizzato per rappresentare numericamente gli elementi della matrice di ammettenza e la garanzia che il modello implementato conservi le caratteristiche fisiche del sistema da rappresentare, in particolare la passività [95].

Durante la costruzione del modello si ha la necessità di garantire la passività quando lo stesso può interagire con il sistema adiacente attraverso le sue porte. Se il sistema lineare tempo-invariante (LIT) rappresentato dalla matrice Y delle ammettenze del trasformatore perde queste caratteristiche durante il processo di misurazione o sintesi del modello equivalente, molto probabilmente sorgeranno una serie di incongruenze nelle simulazioni nel dominio del tempo, che possono portare a risultati imprecisi o addirittura errati. In questo contesto

vengono introdotte le proprietà fondamentali di causalità, stabilità e passività che i modelli devono soddisfare per garantirne la consistenza fisica.

Il mancato rispetto del requisito di passività può facilmente portare a una simulazione instabile. Elaboriamo di seguito il concetto e le implicazioni della passività per un caso particolare di impedenza a una porta $Z(s)$. Tale impedenza è passiva quando:

1. è stabile, cosicché la sua risposta in frequenza $Z(j\omega)$ è definita come la soluzione di tensione stazionaria sotto un'eccitazione di corrente sinusoidale con ampiezza unitaria e frequenza (angolare) ω ;
2. la parte reale di $Z(j\omega)$ è non negativa a tutte le frequenze:

$$Z(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega), \quad R(\omega) = \operatorname{Re}\{Z(j\omega)\} \geq 0 \quad \forall \omega \in \mathbb{R}$$

3. la sua parte reale è una funzione pari della frequenza, $R(\omega) = R(-\omega)$, mentre la sua parte immaginaria è una funzione dispari della frequenza, $X(\omega) = -X(-\omega)$. Questa è una conseguenza immediata della condizione di realtà.

Supponiamo ora che $R(\omega)$ sia negativo ad una certa frequenza di riferimento ω_0 . In questo caso, la condizione 2 di passività è violata, poiché $R_0 = R(\omega_0) < 0$. La Figura 7.1 illustra questa situazione. La potenza attiva assorbita dall'impedenza in condizioni stazionarie sinusoidali (AC) alla frequenza ω_0 è data da $P_0 = R_0 I_{\text{rms}}^2$, dove I_{rms} indica il valore efficace della corrente attraverso l'impedenza. Chiaramente, anche P_0 è negativa ($P_0 < 0$).

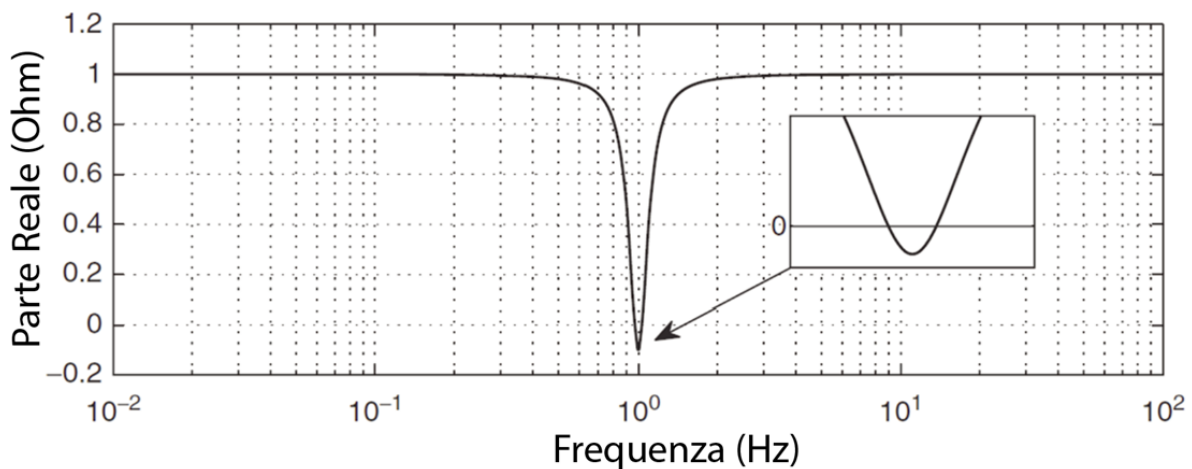


Figura 7.1: Parte Reale dell'impedenza non passiva

Consideriamo un circuito RLC ideale in cui l'impedenza $Z(s)$ sopra citata è collegata in serie a un induttore L e a un condensatore C con valori di induttanza e capacità tali che $\omega_0^2 LC = 1$. Tale circuito assomiglia a un semplice oscillatore RLC. Tale circuito è equivalente a un oscillatore RLC perfetto, con la differenza che la resistenza è sostituita dall'impedenza $Z(s)$. Eccitiamo il sistema attraverso una sorgente di tensione in serie $e(t) = \sin(\omega_0 t)$, che viene accesa a $t = 0$ e spenta nuovamente dopo tre periodi esatti, a $t = 3T = 6\pi/\omega_0$. Questa sorgente è caratterizzata da una componente spettrale dominante a ω_0 , che viene iniettata nel circuito.

I componenti reattivi L e C , che sono chiaramente dispositivi passivi, risuonano a questa frequenza, anche se la sorgente è spenta. Ciò significa che, anche per $t > 3T$, quando il circuito è libero, l'impedenza $Z(s)$ continua a iniettare potenza nel sistema. La Figura 7.2 mostra lo schema del circuito.

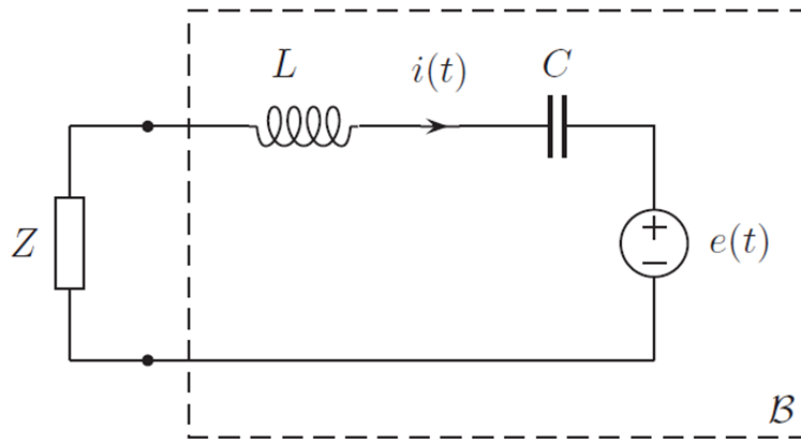


Figura 7.2: Esempio di circuito instabile

In questo esempio, l'impedenza non passiva $Z(s)$ provoca l'instabilità del sistema, come conferma la Figura 7.3. Questo risultato è in accordo con il fatto generale che un sistema formato da un'interconnessione di più sottosistemi non è garantito per rimanere stabile quando almeno uno dei suoi componenti non è passivo. In effetti, esiste una semplice procedura algoritmica che, data una qualsiasi componente non passiva, sintetizza una terminazione passiva destabilizzante [96].

Pertanto, i modelli non passivi (di strutture passive) dovrebbero sempre essere evitati, poiché le simulazioni a livello di sistema basate su tali modelli possono esplodere con velocità esponenziale, anche se le terminazioni sono passive. Al contrario, qualsiasi interconnessione di singoli sottosistemi passivi è sempre garantita come stabile. Di conseguenza, la passività

è di fondamentale importanza dal punto di vista di ingegneri o progettisti responsabili della generazione e della fornitura di modelli.

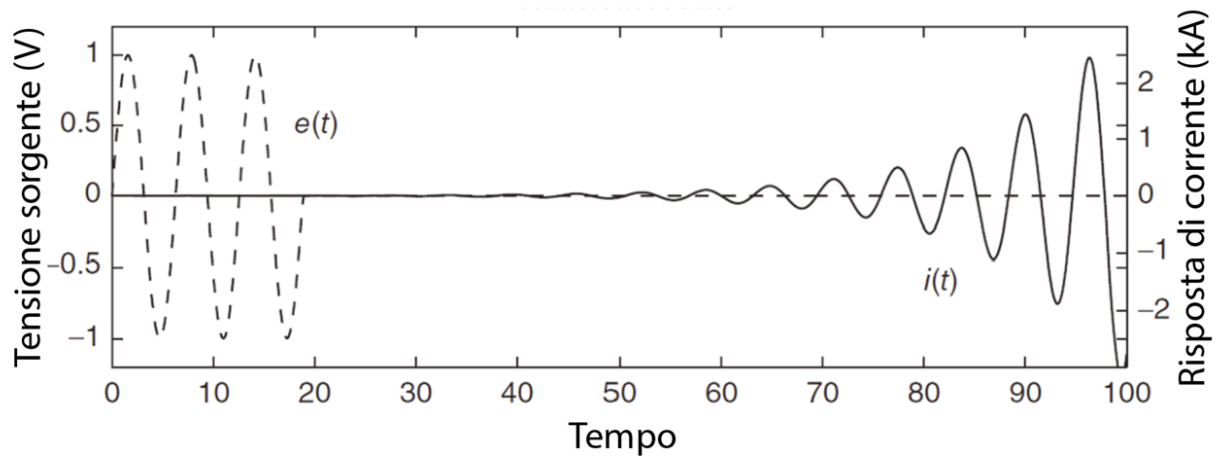


Figura 7.3: Risposta instabile del circuito in analisi

7.2 Stabilità e passività nei sistemi tempo invarianti

Ripartiamo dalla forma nota di un sistema LTI nello spazio degli stati:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (7.1)$$

e dalla corrispondente matrice di trasferimento:

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (7.2)$$

Tutte le matrici nello spazio degli stati saranno supposte reali, se non diversamente specificato.

Andiamo a definire le condizioni di causalità e stabilità dei sistemi LTI in base alla loro rappresentazione input-output attraverso la matrice di trasferimento $H(s)$. Come già definito nel paragrafo 3.1.3, un sistema si dice stabile se l'output $y(t)$ è limitato a tutti gli input limitati $\dot{x}(t)$. Questa definizione di stabilità è chiamata BIBO (Bounded-Input Bounded-Output). In altre parole, nel dominio del tempo, la stabilità BIBO è garantita se tutti i componenti della matrice di risposta all'impulso sono assolutamente integrabili su

$(-\infty, +\infty)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < \infty \quad (7.3)$$

Nel dominio di Laplace, un sistema è stabile se la regione di convergenza (ROC) associata alla sua matrice di trasferimento $H(s)$ include l'asse immaginario, oltre a $H(\infty)$ limitato.

Come per la stabilità, anche le proprietà di causalità dei sistemi sono facilmente caratterizzabili osservando la ROC nel piano complesso ($s = \sigma + j\omega$) della trasformata di Laplace. La ROC è descritta da bande parallele all'asse immaginario e rappresenta i valori di s per i quali la trasformata bilaterale di Laplace, determinata dall'equazione (7.3), converge assolutamente.

I concetti di sistemi lineari invarianti nel tempo e nella regione di convergenza sono alla base delle definizioni delle proprietà fisiche che governano i modelli dei trasformatori. La causalità è una proprietà essenziale per i trasformatori, in quanto garantisce che il comportamento del sistema rispetti le leggi della fisica. Un sistema è causale se il suo output attuale dipende solo da input passati o attuali, ma non da input futuri. In altre parole, è possibile affermare che nessun effetto può precedere la sua causa.

Nel dominio del tempo, un sistema LIT è causale se, e solo se, tutti gli elementi $h_{ij}(t)$ della matrice di risposta all'impulso $h(t)$ non esistono per $t < 0$, cioè:

$$h(t) = 0, \quad t < 0 \quad (7.4)$$

Nel dominio di Laplace, un sistema LIT è causale se la ROC di ogni elemento della matrice di trasferimento $H(s)$ è definita come un semipiano a destra del polo più a destra. La Figura 7.4 illustra questo concetto.

Il concetto sopra presentato differisce leggermente da quello utilizzato nella routine Vector Fitting, in cui viene monitorata la stabilità, controllando se tutti i poli del sistema hanno una parte negativa reale, cioè se tutti i poli sono allocati nel semipiano sinistro. Tuttavia, per i sistemi causali, sia la definizione formale che la metodologia utilizzata da Vector Fitting sono equivalenti. Infatti, considerando che la ROC di un sistema causale è un semipiano aperto a destra ed è limitato a sinistra dai poli del sistema, quando tutti i poli sono confinati al semipiano sinistro, la ROC includerà necessariamente l'asse immaginario.

Infine, un sistema lineare tempo-invariante si dice passivo quando non è in grado di produrre energia. Consideriamo una struttura n-porte e indichiamo i segnali di tensione

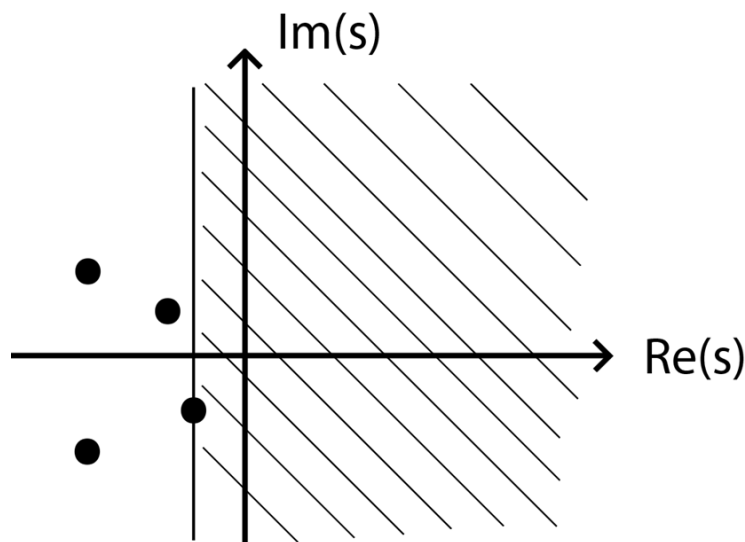


Figura 7.4: ROC della matrice di trasferimento

e corrente sulla k -esima porta rispettivamente come $v_k(t)$ e $i_k(t)$. La potenza istantanea assorbita da questo multiporta è definita come la somma delle potenze istantanee entranti in tutte le porte:

$$p(t) = \sum_{k=1}^N v_k(t)i_k(t) = v(t)^T i(t) = i(t)^T v(t) \quad (7.5)$$

Una situazione più generale si verifica quando i segnali hanno valori complessi. Le eccitazioni sinusoidali forniscono un esempio, con le associate generalizzazioni dei domini di Fourier e Laplace. Supponiamo che la tensione e la corrente siano a valori complessi $v(t), i(t) \in \mathbb{C}^P, \forall t$. La definizione di potenza istantanea è generalizzata di conseguenza come:

$$p(t) = \operatorname{Re}\{v(t)^T i(t)\} = \operatorname{Re}\{i(t)^T v(t)\} \quad (7.6)$$

L'energia assorbita in un dato intervallo di tempo $[t_1, t_2]$ è definita come l'integrale della potenza istantanea su tale intervallo:

$$\mathcal{E}(t) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (7.7)$$

Un sistema è passivo se l'energia netta cumulativa è sempre non negativa per tutti i possibili segnali di eccitazione:

$$\mathcal{E}(t) \geq 0, \quad \forall t \quad (7.8)$$

Questa definizione di passività non richiede che il flusso di potenza sia costantemente

positivo, in modo che il sistema assorba sempre potenza. Piuttosto, al sistema è consentito restituire potenza all'ambiente esterno, nella misura in cui il contributo cumulativo della potenza in uscita dalla struttura non superi il contributo totale della potenza che è entrata nella struttura in momenti precedenti. Qualsiasi generazione di energia deve seguire un assorbimento precedente. Un sistema non causale che prima genera energia e poi la assorbe, anche se l'assorbimento è in quantità maggiore, è considerato non passivo, poiché il secondo requisito non è soddisfatto. Da queste considerazioni è possibile affermare che ogni sistema passivo è anche causale. Inoltre, si può affermare che qualsiasi routine che forza la passività di un sistema garantirà anche la sua causalità.

7.3 Le matrici reali e la passività

Possiamo generalizzare le condizioni di cui sopra per un sistema rappresentato dalla matrice di trasferimento $H(s)$ reale e positiva come segue [11], [97]:

1. Ogni elemento di $H(s)$ è definito ed analitico in $\text{Re}(s) > 0$.
2. $H^*(j\omega) = H(-j\omega)$.
3. $\Theta(s) = H(s) + H(s)^H \geq 0$ per $\text{Re}(s) > 0$.

Gli apici H (matrice Hermitiana) e $*$ designano rispettivamente la trasposizione coniugata e il complesso coniugato. La condizione 1 è correlata alla causalità e alla stabilità, la condizione 2 è un requisito di simmetria, il che implica che ogni elemento della risposta all'impulso sia reale, $h_{ij}(t) \in \mathbb{R}, \forall t$. Infatti,

$$H^*(s) = \left(\int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-st} dt \right)^* = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(t)e^{-s^*t} dt \quad (7.9)$$

$$H(s^*) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-s^*t} dt \quad (7.10)$$

Queste due espressioni coincidono se e solo se $h^*(t) = h(t)$, il che implica che ogni componente di $h(t)$ deve essere a valori reali. Si noti inoltre che la condizione 2 implica che $H(s)$ è reale per $s \in \mathbb{R}$. Infine, la condizione 3 garantisce un'energia netta cumulativa non negativa assorbita dal sistema in ogni istante.

Ancora, la prima condizione è legata alla causalità e stabilità del sistema, poiché questo requisito richiede che la ROC sia aperta a destra e che tocchi l'asse immaginario. Inoltre, questa condizione si traduce in stabilità BIBO, poiché il sistema non ha poli s sull'asse immaginario, cioè poli puramente immaginari.

Le suddette condizioni di Realtà Positiva e Limitata della matrice di trasferimento coincidono con la passività del corrispondente sistema, come espresso dal seguente teorema: "Un sistema con matrice di trasferimento $H(s)$ è passivo se e solo se $H(s)$ è reale positiva".

Alla luce di quanto sopra, sembra evidente che il criterio di passività è il requisito più importante per garantire la consistenza fisica di un dato modello, poiché la passività implica causalità e stabilità.

In pratica, la violazione della passività può portare a simulazioni instabili nel dominio del tempo, anche se l'approssimazione eseguita dal metodo Vector Fitting ha solo poli stabili. In questi casi, si consiglia di forzare la passività.

Il criterio di passività [55] è stato inizialmente garantito dal metodo Vector Fitting mediante l'analisi degli autovalori della matrice di ammettenza Y . In questo approccio, ad ogni valore di frequenza, la matrice Y è stata diagonalizzata nei suoi autovalori Λ . Gli autovalori con parte reale negativa sono stati sostituiti da zero, assicurando che tutti gli autovalori di Y avessero parte reale positiva. La correzione è stata applicata su tutta la gamma di frequenze.

Successivamente è stato proposto un approccio per garantire la passività [98], invece di forzarla durante il processo di aggiustamento eseguito dalla tecnica VF, che la gestisce attraverso una routine specifica basata sull'analisi degli autovalori della matrice di conduttanza:

$$G = \text{Re}\{Y_{\text{fit}}\} \quad (7.11)$$

Perturbando i parametri del modello in una procedura iterativa diversa da quella del VF si ottiene una efficienza computazionale e una robustezza della procedura.

Una migliore comprensione della relazione tra il criterio di passività e gli autovalori di G si verifica in termini di potenza attiva assorbita dal trasformatore, come di seguito riportato:

$$P = \text{Re}\{v^*i\} = \text{Re}\{v^*Yv\} = \text{Re}\{v^*(G + jB)v\} \geq 0 \quad (7.12)$$

dove $*$ rappresenta la trasposizione coniugata. Dalla (7.12) è possibile osservare che P sarà sempre positiva solo se tutti gli autovalori di G sono positivi. Pertanto, il criterio di passività

richiede che G sia una matrice definita positiva.

7.3.1 Perturbazione di una matrice

Di seguito descriviamo un approccio per perturbare gli autovalori della matrice dei residui [99] da utilizzare con il modello polo-residuo simmetrico. Tipicamente, viene utilizzato un modello dello spazio degli stati della forma

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}B + D + sE \quad (7.13)$$

dove D ed E sono possibilmente zero. I poli e i residui sono reali o si presentano in complesse coppie coniugate.

Quando il modello deve essere implementato nella simulazione nel dominio del tempo sotto forma di una rete concentrata, è più conveniente utilizzare la forma poli-residui in cui tutti gli elementi di Y condividono un insieme di poli comune:

$$Y(s) \approx Y_{\text{rat}}(s) = \sum_{m=1}^N \frac{R_m}{s - a_m} + D + sE \quad (7.14)$$

Nel caso del modello poli-residui simmetrico, il criterio di passività si semplifica in

$$\text{autovalori}(\text{Re}\{Y(j\omega)\}) = \text{autovalori}(G(j\omega)) > 0, \quad \forall \omega \quad (7.15)$$

La metodologia prevede di forzare inizialmente le matrici D ed E a definirsi positive. Quindi, la matrice approssimata di conduttanza G deve essere anch'essa forzata ad essere definita positiva, calcolando la correzione dei residui dell'approssimazione razionale. La correzione si basa sulla linearizzazione, risultando in un problema dei minimi quadrati lineare e ristretto che viene risolto come problema quadratico. La sintesi di questa tecnica è

presentata nelle seguenti equazioni:

$$\Delta Y = \sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s\Delta E \approx 0 \quad (7.16)$$

$$\text{autovalori} \left(\text{Re}\{Y + \sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s\Delta E\} \right) > 0 \quad (7.17)$$

$$\text{autovalori}(D + \Delta D) > 0 \quad (7.18)$$

$$\text{autovalori}(E + \Delta E) > 0 \quad (7.19)$$

Questo metodo minimizza la modifica agli elementi della matrice di ammettenza (7.16) mentre impone (7.17) che il modello perturbato obbedisca al criterio di passività (7.15). Inoltre, viene applicata la passività asintotica (7.18) così come la definizione positiva di E (7.19).

Alla luce di quanto sopra, si può vedere che il grande vantaggio di questo approccio è che la correzione è diventata minima in termini di errori di approssimazione.

Una strada alternativa a quanto appena descritto è la perturbazione modale [100]. In questo approccio, la passività è forzata in modo che i cambiamenti nei modelli siano piccoli per condizioni terminali arbitrarie. In tal senso, la minimizzazione della variazione relativa negli autovalori della matrice Y è possibile attraverso una ponderazione uguale all'inverso della grandezza dell'autovalore, come presentato nell'equazione

$$\sum_{m=1}^N \left(\frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s\Delta E \right) \frac{t_i(s)}{|\lambda_i(s)|} \approx 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (7.20)$$

Tramite (7.20) è possibile osservare che questo metodo presenta i seguenti vantaggi:

- Gli autovalori di piccolo valore (corrispondenti alle informazioni di misura con terminali aperti) non sono corrotti, poiché a questi autovalori viene dato lo stesso peso nei problemi dei minimi quadrati di quello dato agli autovalori di grandezza maggiore (corrispondenti alle misure di informazione in condizioni di cortocircuito).
- Riduzione della probabilità di nuove violazioni della passività in prossimità della regione in cui è forzata la passività, poiché il disturbo degli autovalori è piccolo dove l'entità degli autovalori è piccola.

I concetti introdotti fino a qui verranno quindi di seguito dettagliati per completare il quadro che consente di ottenere un modello matematico complesso, robusto e stabile.

7.3.2 **Perturbazione dei residui dei minimi quadrati**

I modelli che devono essere elaborati dagli schemi di applicazione della passività sono generalmente ottenuti da una formulazione ai minimi quadrati (LS) o da un LS ponderato che si adatta a un dato set di informazioni. Questo è effettivamente il caso delle procedure basate su VF. Poiché l'accuratezza del modello è garantita solo alle frequenze in cui sono disponibili punti dati iniziali, sembra naturale imporre la passività riducendo al minimo la perturbazione del modello a quelle frequenze. La strategia di applicazione della passività può essere perseguita attraverso uno schema di perturbazione, la cui accuratezza è controllata dalle condizioni LS basate sulla deviazione del modello campionato ai punti di frequenza prescritti. I concetti di seguito si concentreranno sulle rappresentazioni polo-residuo, invece che sulle forme state-space. Naturalmente, queste formulazioni sono equivalenti e alternative, ma portano a forme leggermente diverse per i vincoli. Faremo qui l'ipotesi aggiuntiva della reciprocità del modello, imponendo i corrispondenti requisiti di simmetria su tutte le matrici dei residui, e fonderemo i principali schemi di perturbazione attraverso i vincoli di passività locale.

7.4 **Perturbazione Modale veloce e Perturbazione Veloce dei Residui**

L'uso della già citata perturbazione modale (MP) [100] consente di mantenere l'accuratezza relativa degli autovalori della matrice di ammettenza, mitigando così il problema dell'ingrandimento dell'errore con condizioni terminali arbitrarie. La passività può essere forzata in fase di post-elaborazione andando a perturbare i residui (RP) di un modello poli-residui ottenendo un approccio molto più rapido [98], [101] rispetto ad altri metodi come l'ottimizzazione convessa [102].

È stato proposto nel tempo anche un metodo più rapido che porta a perturbare i poli anziché i residui [103], ma ciò comporta più vincoli sul sistema e quindi una perturbazione più ampia del modello.

Sebbene gli approcci RP e MP portino a piccole perturbazioni del modello, rimangono impegnativi in termini di tempo di calcolo. Per migliorare tali procedure è stato proposto di prendere come variabili libere gli autovalori delle singole matrici dei residui.

Ripartiamo da una matrice delle ammettenze $Y(s)$, che definisce la relazione tra tensioni e correnti di un sistema multi-porta:

$$i(s) = Y(s)v(s) \quad (7.21)$$

Che si presume sia stata dedotta da un modello poli-residui e che utilizza un set di poli comune per tutti gli elementi della matrice come in (7.14). Il modello fisico comporta i seguenti requisiti:

1. Y è una matrice simmetrica. Quindi R_m , D e E sono simmetriche.
2. D ed E sono matrici reali.
3. I poli e i residui sono reali o si presentano in coppie complesse coniugate.
4. I poli sono nel semipiano sinistro.
5. Il modello è passivo, cioè non può generare energia. Ciò implica l'espressione

$$\text{autovalori}(\text{Re}(Y_{\text{rat}}(s))) = \text{autovalori}(G_{\text{rat}}(s)) > 0$$

che a frequenza infinita dà

$$\text{autovalori}(D) > 0 \quad (7.22)$$

6. La matrice E ha solo autovalori positivi

$$\text{autovalori}(E) > 0 \quad (7.23)$$

Sfortunatamente, non è disponibile un metodo efficiente in grado di calcolare l'approssimazione (7.14) soddisfacendo allo stesso tempo i requisiti 1)–6). Ad esempio, l'adattamento vettoriale può applicare solo le condizioni 1)–4). Una soluzione pratica è quindi quella di far rispettare le condizioni 5)–6) mediante una perturbazione del modello.

7.4.1 Metodo della Perturbazione Veloce dei Residui (FRP)

Seguendo quanto riportato in [98], la passività viene applicata perturbando gli elementi delle matrici dei residui R_m e D . Inoltre, viene imposto che E è definita positiva (ha autovalori positivi). Questo porta al problema di ottimizzazione vincolata (7.16)–(7.19).

La prima parte (7.16) minimizza la modifica agli elementi della matrice di ammettenza mentre la seconda parte (7.17) impone che il modello perturbato soddisfi il criterio di passività (7.15). La terza (7.18) e la quarta (7.19) parte impongono che D ed E siano definite positive.

Considerando una generica matrice F definiamo una perturbazione come:

$$\hat{F} = F + \Delta F$$

In linea di principio, tutti gli elementi della matrice F nello spazio degli stati possono essere perturbati. Tuttavia, perturbazioni specializzate sono talvolta preferite per ridurre il costo computazionale, come nel caso particolare della perturbazione degli autovalori. Assumiamo che il sistema sia asintoticamente stabile e che F sia una matrice simmetrica e possa essere diagonalizzato come

$$F = V\Lambda V^T$$

dove V raccoglie gli autovettori nelle sue colonne e Λ raccoglie gli autovalori lungo la sua diagonale principale.

Una perturbazione di primo ordine è usata in (7.15)–(7.19) per mettere in relazione la perturbazione di una matrice F con i suoi autovalori:

$$\Delta F v_i + F \Delta v_i = \Delta \lambda_i v_i + \lambda_i \Delta v_i \quad (7.24)$$

I termini che coinvolgono Δv_i vengono ignorati. Poiché le matrici G_{rat} , D ed E sono reali e simmetriche, l'inverso della matrice degli autovettori associata è uguale alla sua trasposta. Con v_i un autovettore destro della matrice (imperturbata) F , otteniamo che la perturbazione degli autovalori è:

$$\Delta \lambda_i = \frac{v_i^T \Delta F v_i}{v_i^T v_i} \quad (7.25)$$

Il numero di variabili libere (perturbate) viene ridotto diagonalizzando individualmente la matrice dei residui R_m , e le matrici D ed E , e perturbando solo i loro autovalori (7.26)–(7.28). Ciò consente di ridurre la dimensione del problema pur mantenendo la flessibilità di perturbare tutti gli elementi di tutte le matrici dei residui. L’approccio risultante sarà denominato perturbazione veloce dei residui (FRP):

$$\Delta R_m = S_m \Delta \Gamma_{R_m} S_m^T \quad (7.26)$$

$$\Delta D = S_D \Delta \Gamma_D S_D^T \quad (7.27)$$

$$\Delta E = S_E \Delta \Gamma_E S_E^T \quad (7.28)$$

L’implementazione di (7.24)–(7.28) porta alla forma (7.29)–(7.30) dove Δx è un vettore che contiene i parametri perturbati. Questo problema è risolto utilizzando la programmazione quadratica (QP) [98].

$$\frac{1}{2} (\Delta x^T A_{\text{sys}}^T A_{\text{sys}} \Delta x) \quad (7.29)$$

$$B_{\text{sys}} \Delta x < c \quad (7.30)$$

Gli elementi di Δx sono variabili libere (elementi di R_m , D ed E). La prima equazione (7.29) minimizza il cambiamento del modello $Y(s)$, mentre il vincolo di passività (7.30) forza gli autovalori ad un insieme selezionato di campioni di frequenza in cui è stata rilevata la passività.

Dopo aver risolto le (7.29)–(7.30), le correzioni per R_m , D ed E vengono recuperate dalle (7.26)–(7.28).

7.4.2 Metodo della Perturbazione Modale veloce (FMP)

In [100], è stato proposto di perturbare il modello razionale in modo tale che gli autovalori di Y siano perturbati in relazione alla loro dimensione. Se, ad esempio, ai terminali vengono applicate sorgenti di corrente, la risposta in tensione a qualsiasi frequenza è rappresentata

dall'equazione:

$$v = Zi = Y^{-1}i = T_Y \Lambda_Y^{-1} V_Y^{-1} i \quad (7.31)$$

dove Λ_Y è una matrice diagonale contenente gli autovalori di Y . Chiaramente, piccoli autovalori di Y diventano grandi autovalori in Z . Se Y contiene sia autovalori grandi che piccoli, è probabile che una perturbazione dell'elemento di Y si traduca in una scarsa rappresentazione degli autovalori più piccoli. Pertanto, il modello sarà impreciso nelle applicazioni a terminali aperti. Il metodo della perturbazione modale veloce è significativamente meno incline a corrompere il comportamento del modello rispetto ai metodi di perturbazione degli elementi. Ciò si ottiene minimizzando la variazione relativa agli autovalori di Y . L'equazione (7.31) è modificata in:

$$Y = T \Lambda T^{-1} \quad (7.32)$$

Postmoltiplicando tale equazione con T e prendendo le derivate di primo ordine si ottiene per ogni coppia $(\Delta\lambda_i, t_i)$ la forma già riportata in (7.24), dove sostituendo $F = Y$ e ΔF con la (7.16), si ottiene:

$$\left(\sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s \Delta E \right) t_i(s) \approx \Delta\lambda_i(s) t_i(s) \approx 0. \quad (7.33)$$

La dimensione della perturbazione è resa inversamente proporzionale alla dimensione dell'autovalore utilizzando una ponderazione che è uguale all'inverso della grandezza dell'autovalore:

$$\left(\sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s \Delta E \right) \left(\frac{t_i(s)}{|\lambda_i(s)|} \right) \approx t_i \approx 0. \quad (7.34)$$

dove $i = 1, \dots, n$.

Il vantaggio di utilizzare la (7.33) rispetto a (7.16) è duplice:

1. Al contributo di ciascun autovalore a Y viene assegnata una ponderazione che è inversamente proporzionale alla dimensione dell'autovalore. In questo modo, agli autovalori piccoli viene effettivamente assegnato lo stesso peso nel problema dei minimi quadrati degli autovalori grandi, evitando così il problema di corrompere gli autovalori piccoli.
2. Piccoli autovalori di Y comportano anche piccoli autovalori di $\text{Re}(Y)$. Ciò riduce la probabilità che l'applicazione della passività causi nuove violazioni della passività poiché la perturbazione degli autovalori (valore assoluto) ora diventa piccola dove gli autovalori sono piccoli.

7.4.3 Differenza tra gli algoritmi

Con n porte e N poli, il numero di variabili libere in (7.29)–(7.30) è $M = \frac{n(n+1)N}{2}$ nella tipologia RP/MP (quando si utilizza la simmetria di Y), rispetto a $M = nN$ dei metodi FRP/FMP.

7.5 Valutazione della passività e implementazione

Le violazioni di passività possono essere identificate valutando il criterio (7.15) su un gran numero di campioni di frequenza. Tuttavia, l'esperienza ha dimostrato che l'uso diretto del criterio non è un modo sicuro per controllare le violazioni, poiché queste possono essere di natura molto locale e quindi difficili da individuare.

Quanto appena citato ha comportato, durante le simulazioni del modello proposto nella presente, a molteplici situazioni di modelli instabili generati dalle misure. Prima di ottenere un modello black box passivo, si è spesso dovuti tornare alle equazioni iniziali valutate per generare i dati da rendere passivi. Piccoli errori di calcolo potevano comportare la generazione di autovalori locali negativi che rendevano instabile il modello.

Fortunatamente, esiste un criterio algebrico che consente di rilevare con precisione i limiti di frequenza delle violazioni di passività. Questo viene fatto calcolando gli autovalori della matrice hamiltoniana (7.35), a condizione che D sia non singolare:

$$M = \begin{bmatrix} A - B(D + D^T)^{-1}C & B(D + D^T)^{-1}B^T \\ -C^T(D + D^T)^{-1}C & -A^T + C^T(D + D^T)^{-1}B^T \end{bmatrix}. \quad (7.35)$$

Il sistema è passivo se e solo se M non ha autovalori immaginari, e qualsiasi autovalore immaginario definisce limiti di intervallo di violazioni di passività [104]. Per rilevare quindi bande di violazioni dagli autovalori di M , si segue il seguente criterio:

1. Stabilire un elenco ordinato di frequenze dagli autovalori puramente immaginari di M :

$$s = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$$

2. Valutare il criterio (7.15) nel punto medio tra le frequenze in s :

$$s = \left\{ \frac{s_1 + s_2}{2}, \frac{s_{n-1} + s_n}{2} \right\}$$

3. Se la passività viene violata nel campione $\frac{s_i + s_{i+1}}{2}$ in s , allora la banda $[s_i, s_{i+1}]$ definisce una banda di violazione della passività.

4. Inoltre, valutare il criterio (7.15) ai campioni $\frac{s_1}{2}$ e $2s_n$ per verificare se la passività è violata tra 0 e s_1 e tra s_n e frequenza infinita.

È necessario convertire la forma polo-residuo (7.14) nella forma spazio degli stati (7.15), per formare M in (7.35). La conversione è semplice, come mostrato in [105].

7.6 Selezione del campione per l'applicazione della passività

Poiché il tempo di calcolo necessario per risolvere le equazioni (7.29)–(7.30) è fortemente dipendente dal numero di vincoli (righe in B_{sys}), utilizziamo il minor numero possibile di vincoli. Le bande di frequenza in violazione che condividono frequenze di confine comuni sono unite insieme in un'unica banda. Questo è mostrato in Figura 7.5 per un esempio con tre bande: b_1 , b_2 , e b_3 .

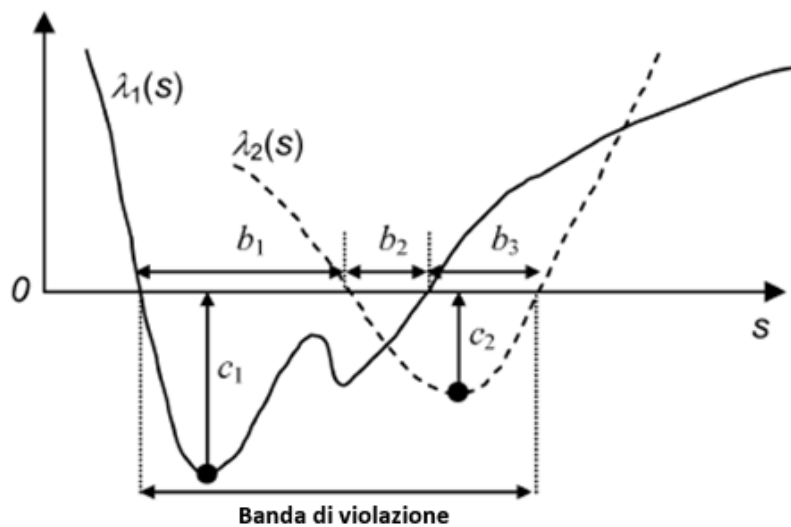


Figura 7.5: Selezione dei campioni per l'applicazione della passività

All'interno di ciascuna banda concatenata, gli autovalori di $\text{Re}[Y(s)]$ sono calcolati mediante scansione di frequenza rimuovendo eventuali commutazioni di autovalori "artificiali" mediante la commutazione inversa descritta in [106]. All'interno di ciascuna banda, il minimo globale di tutti gli autovalori che violano è incluso nell'equazione del vincolo, come indicato dai due punti in nero in Figura 7.5. La routine di applicazione della passività porterà quindi i due minimi fino alla linea dello zero di una quantità c_1 e c_2 . A causa della linearizzazione tra gli autovalori e le variabili libere, il valore per c_1 e c_2 viene scelto leggermente superiore alla distanza verticale dalla linea dello zero di un valore di tolleranza (tol). Ciò riduce il numero di iterazioni necessarie per rimuovere tutte le violazioni di passività.

7.7 Iterazioni robuste

Un problema con le tecniche di perturbazione è che l'applicazione della passività a campioni di frequenza selezionati può comportare l'insorgere di nuove violazioni ad altre frequenze e, in linea di principio, può risultare divergenza. Ciò rende necessario perturbare ripetutamente il modello per rimuovere tutte le violazioni. Per affrontare questo problema si può utilizzare la procedura delle "iterazioni robuste" proposta in Figura 7.6 [107].

Questa procedura fa uso di un ciclo interno che aggiunge più vincoli se vengono rilevate nuove violazioni di passività, senza aggiornare il modello. Se si verificano nuove violazioni, il problema viene nuovamente risolto con ulteriori vincoli aggiunti alle nuove frequenze per evitare che le nuove violazioni si manifestino. L'anello esterno genera un elenco di frequenze s_2 in cui deve essere applicata la passività. Solo gli autovalori che violano sono inclusi nel vincolo (7.17). Il ciclo interno genera un elenco di frequenze s_3 in cui compaiono nuovi minimi di autovalori negativi. Tutti gli autovalori in s_3 vengono aggiunti al vincolo, impedendo così che si verifichino nuove violazioni. In pratica, la non linearità del problema farà sì che vengano spesso rilevate nuove violazioni, poiché lo spostamento dei minimi degli autovalori in Figura 7.5 non è esattamente verticale. Nell'implementazione, quindi, terminiamo il ciclo interno dopo un numero fisso di iterazioni. ΔD e ΔE vengono rimossi da (7.16)–(7.19) non appena diventano positivi definiti.

Una routine di pubblico dominio per forzare la passività, chiamata `RPdriver.m`, è disponibile [88]. Questa routine si basa sulla perturbazione degli autovalori della matrice dei residui, che rappresenta la differenza tra i dati misurati e i dati simulati dal modello. Il parametro di input richiesto è il modello approssimato ottenuto con la tecnica Vector Fitting.

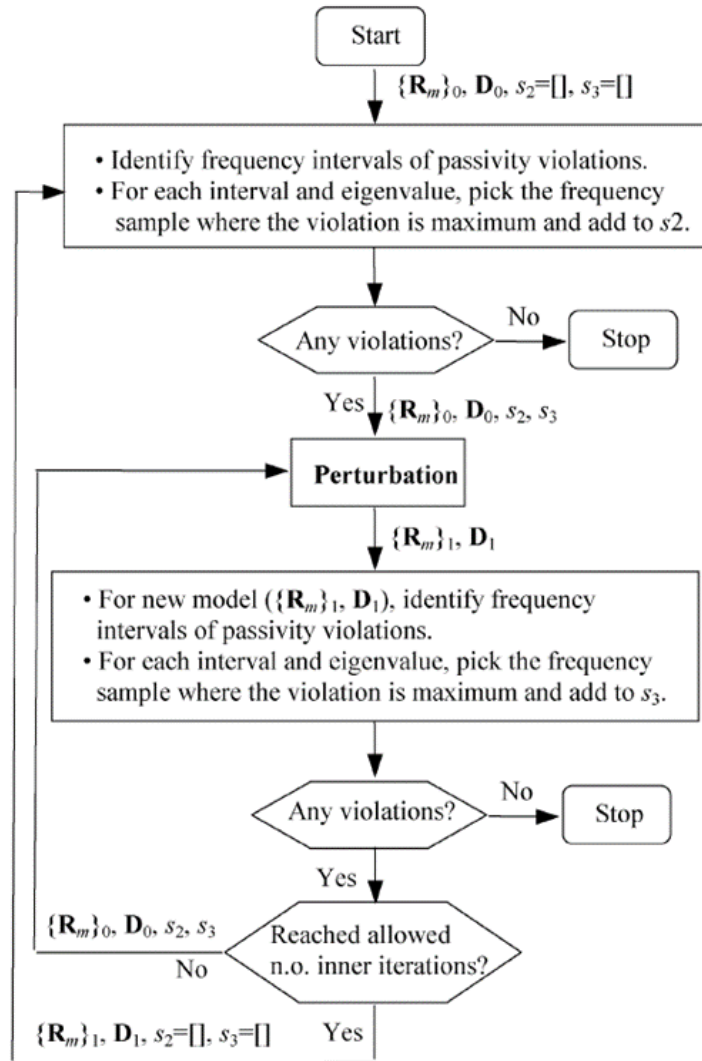


Figura 7.6: Procedura per iterazioni robuste

L'obiettivo principale è minimizzare le modifiche al comportamento del modello, apportando modifiche agli autovalori delle matrici R_m , D ed E .

In sintesi, affinché un modello sia stabile durante le simulazioni transitorie, sono necessari alcuni requisiti. La stabilità è garantita imponendo che qualsiasi polo instabile calcolato rimanga nel semipiano sinistro. La passività, invece, è assicurata costringendo tutti gli autovalori della parte reale della matrice di ammettenza approssimata a restare nel semipiano destro. La routine Vector Fitting soddisfa il primo requisito, ma il secondo può essere valutato solo dopo il processo di adattamento del modello. Il problema della passività è particolarmente rilevante nel caso di trasformatori e autotrasformatori, poiché le loro perdite interne sono molto ridotte. In teoria, un sistema reale e passivo, con una risposta in frequenza misurata in laboratorio con grande precisione, un adeguato rapporto segnale-rumore e altre caratteristiche, non dovrebbe richiedere la forzatura della passività quando viene adat-

tato tramite la tecnica Vector Fitting. Tuttavia, anche quando un modello è sviluppato da misurazioni con tali caratteristiche, possono ancora verificarsi simulazioni instabili.

7.8 Esempio pratico di applicazione della passività ad un modello

In questo paragrafo, presenteremo in modo conciso come il metodo precedentemente descritto viene applicato al modello dell'autotrasformatore. I dettagli tecnici verranno approfonditi nel capitolo dedicato alla costruzione completa del modello.

La metodologia adottata impiega il metodo della perturbazione modale veloce (FMP) in sinergia con iterazioni solide e l'analisi della passività tramite gli autovalori della matrice hamiltoniana.

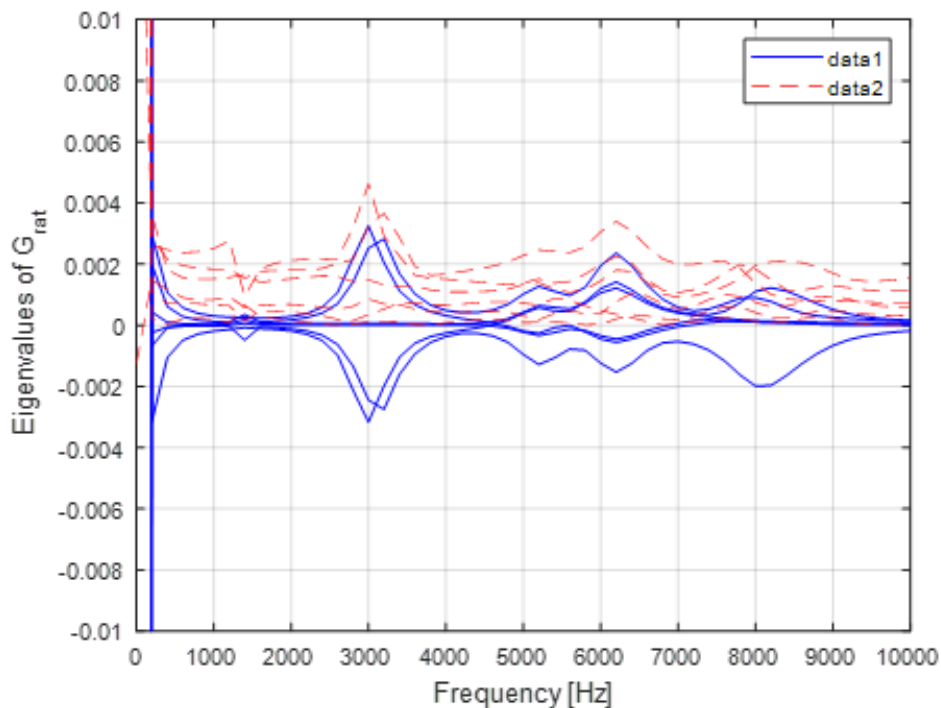


Figura 7.7: Autovalori di $G_{\text{rat}}(s)$

La Figura 7.7 mostra gli autovalori di $G_{\text{rat}}(s)$ prima e dopo l'applicazione della passività. È evidente che il modello originale di $G_{\text{rat}}(s)$ presenta autovalori negativi di grande ampiezza a frequenze al di fuori della banda di interesse, il che indica che il modello non soddisfa il criterio di passività (7.15). L'applicazione della passività al modello ha forzato tutti gli autovalori ad essere positivi, rendendo così il modello passivo. Inoltre, è importante notare

che l'imposizione di tale criterio non ha alterato significativamente gli autovalori originali, come evidenziato nella Figura 7.7. Questo risultato è attribuibile alla capacità dell'approccio FMP di mantenere una buona accuratezza nei confronti degli autovalori esistenti.

Capitolo 8

Implementazione del modello nel dominio del tempo

Questo capitolo esplora l'implementazione del modello di un autotrasformatore nel dominio del tempo, focalizzandosi su due aspetti chiave: l'approssimazione razionale per matrici di ammettenza e il calcolo mediante convoluzioni ricorsive. L'aggiornamento dello stato ad ogni passo temporale è descritto come dipendente unicamente dai campioni temporali dell'input che sono stati calcolati nei passi temporali precedenti, con un accoppiamento istantaneo tra campioni in ingresso e in uscita che è esplicitato nell'equazione di uscita. La formulazione ricorsiva, introdotta e discussa nel capitolo, presenta vantaggi rispetto all'approccio completo della convoluzione diretta, in particolare, la necessità di memorizzare solo gli stati e l'input al passo temporale precedente, anziché l'intera storia passata della tensione. La sezione successiva del capitolo introduce la conversione nel circuito equivalente, esplorando i vantaggi di questa formulazione e presentando uno schema unifilare di un modello π equivalente con più terminali. Questa formulazione ricorsiva e il modello π equivalente sono strumenti utili per rappresentare e analizzare il modello di un autotrasformatore nel dominio del tempo, offrendo un mezzo per validare e/o analizzare il modello ottenuto per il trasformatore attraverso l'utilizzo di programmi informatici come MATLAB e ATP.

8.1 Approssimazione razionale per matrici di ammettenza

L'applicazione e la validazione dei modelli ottenuti tramite la tecnica Vector Fitting dipendono dalla loro inclusione in programmi per il calcolo di transitori elettromagnetici di tipo ATP/EMTP o in simulatori come MATLAB. Pertanto, di seguito vengono presentate due diverse procedure che possono essere applicate. Nel primo approccio, il modello viene manipolato per consentire il calcolo delle convoluzioni ricorsive. Nel secondo, il modello del trasformatore viene convertito in un circuito elettrico equivalente. Per ottenere la risposta nel dominio del tempo del sistema, partiamo dalla matrice di ammettenza modificata proposta nel paragrafo 5.4.2:

$$\begin{bmatrix} I_H \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{HH} & Y'_{HL} \\ Y'_{LH} & Y'_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_H \\ V_L \end{bmatrix}$$

dove abbiamo già definito gli elementi come:

$$Y'_{LL} = Y_{LL}$$

$$Y'_{LH} = -Y_{LL}V_{LH}$$

$$Y'_{HL} = Y'_{LH}$$

$$Y'_{HH} = -Y'_{HL}V_{HL}^{-1}$$

L'approssimazione attraverso funzioni razionali, descritte nel paragrafo 7.3.1, permette di ottenere come output le matrici A , B , C , D , ed E , che definiscono le equazioni dello spazio per $Y(s)$ nella forma:

$$I(s) \approx Y_{\text{fit}}(s)V(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D + sE]V(s) \quad (8.1)$$

dove $Y_{\text{fit}}(s)$ rappresenta l'approssimazione razionale della matrice di ammettenza modificata. Se si utilizza un set di N poli, con $n = 6$ per il trasformatore trifase a 2 avvolgimenti, le dimensioni delle matrici sono A : $N \times N$, B : $N \times 6$, C : $6 \times N$, D : 6×6 , ed E : 6×6 .

8.2 Calcolo mediante convoluzioni ricorsive

Nel dominio del tempo, l'equazione della matrice 7.3.1 può essere rappresentata sotto forma di equazioni di stato nella forma impulsiva [108] come segue:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + E\dot{u}(t) \end{cases} \quad (8.2)$$

dove l'uscita y è determinata da convoluzioni discrete tra l'ingresso u e la risposta impulsiva del sistema $y(t) = F(t)u(t)$, considerando un passo di integrazione fisso Δt . I termini impulsivi di ordine superiore non sono considerati, poiché violerebbero i requisiti di passività.

Dimostriamo di seguito come arrivare alla forma discreta della (8.2) espressa come:

$$\begin{cases} x_k = \alpha x_{k-1} + Bu_{k-1} \\ y_k(t) = \tilde{C}x_k + Gu_k \end{cases} \quad (8.3)$$

L'equazione (8.3) può essere suddivisa in una parte regolare $y^r(t)$ e una parte impulsiva $y^i(t)$ come:

$$y(t) = \overbrace{(Cx(t) + Du(t))}^{y^r(t)} + \overbrace{(E\dot{u}(t))}^{y^i(t)}$$

Questi due contributi in uscita sono trattati separatamente. La parte regolare $y^r(t)$ è definita con la condizione in cui il termine E è nullo, l'equazione (8.2) può essere approssimata con il metodo della differenza finita centrata [69]:

$$\frac{x_k - x_{k-1}}{\Delta t} = A \frac{x_k + x_{k-1}}{2} + B \frac{u_k + u_{k-1}}{2} \quad (8.4)$$

dove k indica il k -esimo passo temporale. Risolvendo le precedenti equazioni per x_k , otteniamo

$$x_k = (I - A \frac{\Delta t}{2})^{-1} \left[(I + A \frac{\Delta t}{2})x_{k-1} + \frac{\Delta t}{2} B(u_k + u_{k-1}) \right] \quad (8.5)$$

Semplificando le notazioni otteniamo

$$\begin{cases} x_k^r = \alpha x_{k-1}^r + \lambda Bu_k + \mu Bu_{k-1} \\ y_k^r = Cx_k^r + Du_k \end{cases} \quad (8.6)$$

con

$$\alpha = (I - A\Delta t/2)^{-1}(I + A\Delta t/2) \quad (8.7)$$

$$\lambda = \mu = (I - A\Delta t/2)^{-1}\Delta t/2 \quad (8.8)$$

dove α , λ , e μ sono matrici diagonali della stessa dimensione di A poiché A è stata assunta diagonale, e $\lambda = \mu$. Lo stesso risultato si otterrebbe se si sottoponesse la (8.3) ad un'integrazione attraverso la regola trapezoidale. Di conseguenza faremo riferimento alla formula ricorsiva appena dedotta come integrazione trapezoidale. Questa discretizzazione è da preferire a causa della stabilità garantita e dell'accuratezza del secondo ordine. Si noti che x_k dipende dall'ingresso u_k nello stesso passo temporale. Questa dipendenza simultanea può essere effettivamente eliminata introducendo la seguente trasformazione di variabile di stato [87]:

$$x_k^r = x_k'^r + \lambda B u_k \quad (8.9)$$

Ponendo il cambio di variabile appena definito si ottiene la forma

$$x_k'^r = \alpha x_{k-1}'^r + (\alpha\lambda + \mu) B u_{k-1} \quad (8.10)$$

$$y_k^r = C x_k'^r + (D + C\lambda B) u_k \quad (8.11)$$

Definiamo

$$\tilde{u}_{k-1} = (\alpha\lambda + \mu) u_{k-1} \quad (8.12)$$

Ottenendo

$$x_k'^r = \alpha x_{k-1}'^r + B \tilde{u}_{k-1} \quad (8.13)$$

$$y_k^r = C \hat{x}_k^r + (D + C\lambda B) (\alpha\lambda + \mu)^{-1} \tilde{u}_k \quad (8.14)$$

Moltiplichiamo y_k per $(\alpha\lambda + \mu)$ così da avere

$$(\alpha\lambda + \mu) y_k^r = C (\alpha\lambda + \mu) \hat{x}_k^r + (D + C\lambda B) \tilde{u}_k \quad (8.15)$$

Poniamo quindi

$$\tilde{y}_k^r = (\alpha\lambda + \mu)y_k \quad (8.16)$$

$$\tilde{C} = C(\alpha\lambda + \mu) \quad (8.17)$$

$$G = (D + C\lambda B) \quad (8.18)$$

Rinominando le variabili di stato come

$$\tilde{y}_k^r \rightarrow y_k^r \quad (8.19)$$

$$x_k'^r \rightarrow x_k^r \quad (8.20)$$

$$\tilde{u}_k^r \rightarrow u_k^r \quad (8.21)$$

si arriva al risultato finale già anticipato dalla (8.3)

$$x_k^r = \alpha x_{k-1}^r + Bu_{k-1} \quad (8.22)$$

$$y_k^r = \tilde{C}x_k^r + Gu_k \quad (8.23)$$

Consideriamo ora il contributo della parte impulsiva. Nel caso in cui il termine E sia diverso da zero, le matrici C , α , B , e G , descritte nelle equazioni da (8.7)-(8.8)-(8.17)-(8.18), devono essere modificate. Quindi, considerando il contributo di E diverso da zero, nel dominio del tempo, abbiamo

$$y(t) = E\dot{u}(t) \quad (8.24)$$

L'applicazione dell'integrazione trapezoidale dà

$$\frac{y_k + y_{k-1}}{2} = E \frac{u_k - u_{k-1}}{\Delta t} \quad (8.25)$$

Poniamo:

$$y_k^i = x_k^i \quad (8.26)$$

Da cui si ottiene

$$x_k^i = -x_{k-1}^i + \frac{2E}{\Delta t}(u_k - u_{k-1}) \quad (8.27)$$

L'output y_k dipende dall'input u_k nel passo temporale di riferimento. Questa dipendenza

simultanea viene rimossa introducendo la variabile trasformata

$$x_k^i = \hat{x}_k^i + \frac{2E}{\Delta t} u_k \quad (8.28)$$

Sostituendo tale espressione nella precedente si ottiene

$$\hat{x}_k^i + \frac{2E}{\Delta t} u_k = -\hat{x}_{k-1}^i - \frac{2E}{\Delta t} u_{k-1} + \frac{2E}{\Delta t} (u_k - u_{k-1}) \quad (8.29)$$

da cui

$$\hat{x}_k^i = -\hat{x}_{k-1}^i - \frac{4E}{\Delta t} u_{k-1} \quad (8.30)$$

e

$$y_k^i = \hat{x}_k^i + \frac{2E}{\Delta t} u_k \quad (8.31)$$

I contributi della parte regolare e della parte impulsiva vengono infine fusi definendo un vettore di stato aumentato $x_k = (x_k^r; x_k^i)$ e calcolando l'output come $y_k = (y_k^r; y_k^i)$, ottenendo le equazioni anticipate nella (8.3). Le matrici definite in (8.7)-(8.8)-(8.17)-(8.18) diventano:

$$\alpha \rightarrow \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \quad (8.32)$$

$$B \rightarrow \begin{bmatrix} B \\ -4E/\Delta t \end{bmatrix} \quad (8.33)$$

$$\tilde{C} \rightarrow [\tilde{C} \quad I] \quad (8.34)$$

$$G = G + \frac{2E}{\Delta t} \quad (8.35)$$

Al di là della generalità, questa formulazione ha il vantaggio che l'equazione che fornisce l'aggiornamento dello stato ad ogni passo temporale dipende solo dai campioni temporali dell'input che sono stati calcolati nei passi temporali precedenti. Di conseguenza, l'unico accoppiamento istantaneo tra campioni in ingresso e in uscita al tempo t_k è esplicito nell'equazione di uscita y_k .

Nel caso delle matrici di ammettenza, l'ingresso u e l'uscita y sono rappresentati rispet-

tivamente dalla tensione v e dalla corrente i . Cioè, dall'equazione (8.3), si può ottenere la formula ricorsiva descritta di seguito:

$$x_k = \alpha x_{k-1} + Bv_{k-1} \quad (8.36)$$

$$i_k = \tilde{C}x_k + Gv_k \quad (8.37)$$

dove i_k e v_k denotano le stime di corrente e tensione di porta da calcolare al passo temporale t_k . Ora, la matrice di conduttanza equivalente è $G_{Norton} = G$, che rappresenta l'accoppiamento istantaneo tra tensioni e correnti di porta, e il termine di sorgente equivalente di Norton è definito come $i_{his,k} = \tilde{C}x_k$.

Nell'equazione (8.37), i_k è un vettore colonna contenente le n sorgenti di corrente indipendenti collegate tra ciascun nodo e il riferimento di terra, $i_{his,k}$ è anch'esso un vettore colonna contenente le n sorgenti di corrente note, G è la matrice delle conduttanze del modello più contributi esterni e, infine, v_k è un vettore colonna contenente n sollecitazioni nodali.

L'utilizzo della tecnica delle convoluzioni ricorsive consente di validare e/o analizzare nel dominio del tempo il modello ottenuto per il trasformatore tramite programmi informatici quali MATLAB e ATP.

Ci sono due vantaggi principali di questa formulazione ricorsiva rispetto all'approccio completo della convoluzione diretta. Innanzitutto, è sufficiente memorizzare solo gli stati e l'input al passo temporale precedente piuttosto che l'intera storia passata della tensione di porta. In secondo luogo, il costo computazionale per la valutazione del termine sorgente è costante per ogni k . Il costo effettivo dipenderà dal grado di scarsità delle varie matrici di iterazione.

8.3 La conversione nel circuito equivalente

Non tutti i risolutori di circuiti hanno la capacità di interfacciare modelli basati su funzioni razionali forniti dall'utente tramite convoluzioni (ricorsive) o equazioni dello spazio degli stati. I risolutori di base comprendono solo netlist costituite da componenti standard, come resistori, condensatori, induttori e sorgenti controllate. Pertanto, l'inclusione di un modello razionale in una serie di simulazioni più ampie richiede un processo di sintesi che, a partire da una descrizione stato-spazio o polo-residuo, costruisca un circuito equivalente che possa

essere analizzato e compreso dal risolutore. Tale processo di sintesi non è unico e possono essere perseguite diverse alternative.

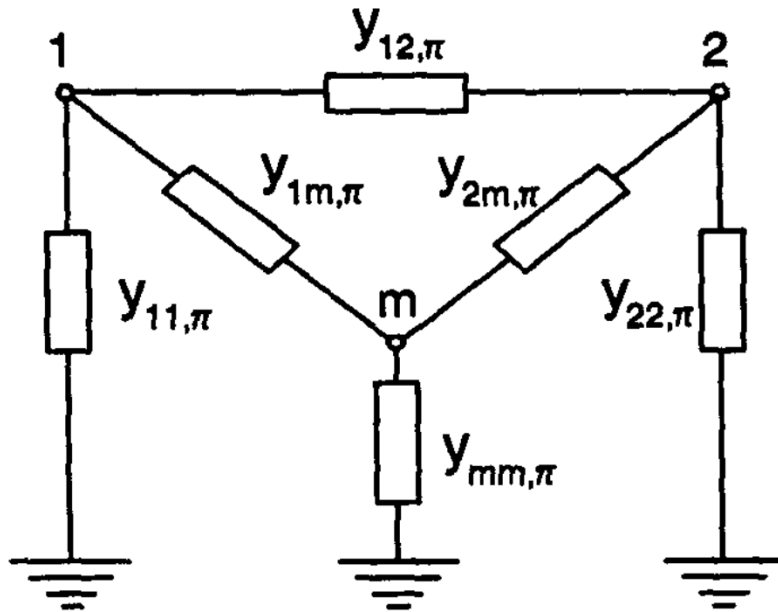


Figura 8.1: Modello π equivalente con più terminali

Uno dei modi per rappresentare il modello di un trasformatore è attraverso un circuito equivalente la cui matrice di ammettenza nodale corrisponde alla matrice di ammettenza del trasformatore su un dato intervallo di frequenza. In questo modo, il circuito equivalente sviluppato deve riprodurre correttamente la risposta ai transitori dei terminali del trasformatore. La Figura 8.1 presenta uno schema unifilare di un modello π equivalente con più terminali [5].

Iniziamo con un semplice processo di sintesi, applicabile a un generico modello a P -porte in forma di ammettenza, espresso dalla seguente espansione in frazione parziale:

$$Y(s) = \sum_{l=1}^n \frac{K_l}{s - p_l} + K_0 + sK_{-1} \quad (8.38)$$

Come di consueto, assumeremo che i poli e le relative matrici dei residui appaiano in coppie coniugate complesse. Anche se non strettamente necessario per la sintesi in esame, assumeremo anche che il modello sia passivo.

Discutiamo prima il caso scalare con $P = 1$. La (8.38) diventa:

$$Y(s) = \sum_{l=1}^{n_r} \frac{K_l^r}{s - p_l^r} + \sum_{l=1}^{n_r} \left(\frac{K_l^c}{s - p_l^c} + \frac{K_l^{c*}}{s - p_l^{c*}} \right) + K_0 + sK_{-1} \quad (8.39)$$

dove sono state separate frazioni parziali associate a poli reali (r) e coppie di poli coniugati complessi ($c-c^*$). Poiché l'ammettenza $Y(s)$ è una somma di termini individuali, costruiamo la netlist sintetizzata come una connessione parallela di singoli elementi circuitali a una porta o blocchi circuitali, ciascuno corrispondente a un singolo termine in (8.39). Abbiamo i seguenti tipi di elementi:

- Il termine lineare sK_{-1} corrisponde a una capacità $C_\infty = K_{-1}$.
- Il termine costante K_0 corrisponde a una resistenza $R_0 = K_0$.
- Ogni frazione parziale associata a un polo reale corrisponde a un ramo della serie RL con valori di componenti:

$$R_l^r = \frac{p_l^r}{K_l^r}$$

$$L_l^r = \frac{1}{K_l^r}$$

Si noti che questo termine include il caso particolare di un polo a $s = 0$, per il quale la resistenza serie si annulla, risultando in un ramo circuitale con un solo induttore L_l^r .

- Ogni coppia di frazioni parziali associata a una coppia polare coniugata complessa corrisponde a un ramo RLC di secondo ordine, rappresentato nella Figura 8.2, con valori di componente:

$$L_l^c = \frac{1}{2p_l}$$

$$R_{l,1}^c = \frac{-\alpha_l p_l + \beta_l q_l}{2p_l^2}$$

$$R_{l,2}^c = -\frac{\alpha_l^2 + \beta_l^2}{2(\alpha_l p_l + \beta_l q_l)} - R_{l,1}^c$$

$$C_l^c = \frac{-p_l}{R_{l,2}^c(\alpha_l p_l + \beta_l q_l)}$$

dove:

$$K_l^c = p_l + j q_l$$

$$p_l^c = \alpha_l + j \beta_l$$

La Figura 8.2 fornisce un'illustrazione grafica del circuito equivalente risultante.

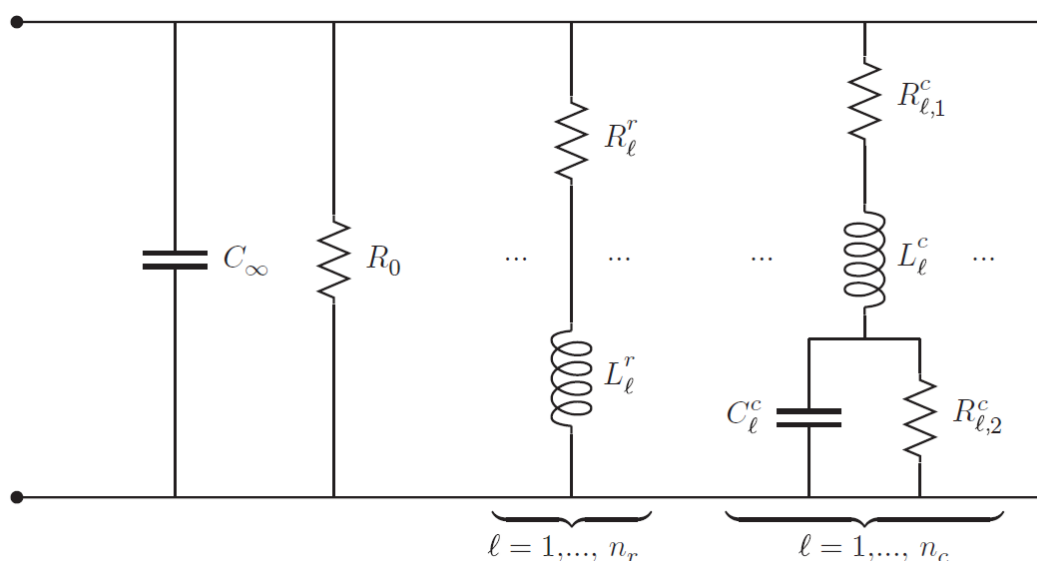


Figura 8.2: Rappresentazione equivalente del modello ad ammettenze

Va notato che il processo di sintesi sopra descritto si basa su un accoppiamento di base dei coefficienti di espansione delle frazioni parziali con i corrispondenti elementi circuitali. Di conseguenza, non vi è alcuna garanzia che gli elementi del circuito siano positivi o addirittura ben definiti. Questo è infatti il principale svantaggio di questo approccio, che non garantisce che la rete risultante sia fisicamente realizzabile. Questo potrebbe non essere un problema poiché generalmente non esiste alcuna relazione tra i coefficienti di un modello black box e la struttura fisica che questo modello intende rappresentare. Tuttavia, l'applicabilità di questo metodo è concessa solo per quei risolutori che accettano elementi circuitali con valore negativo.

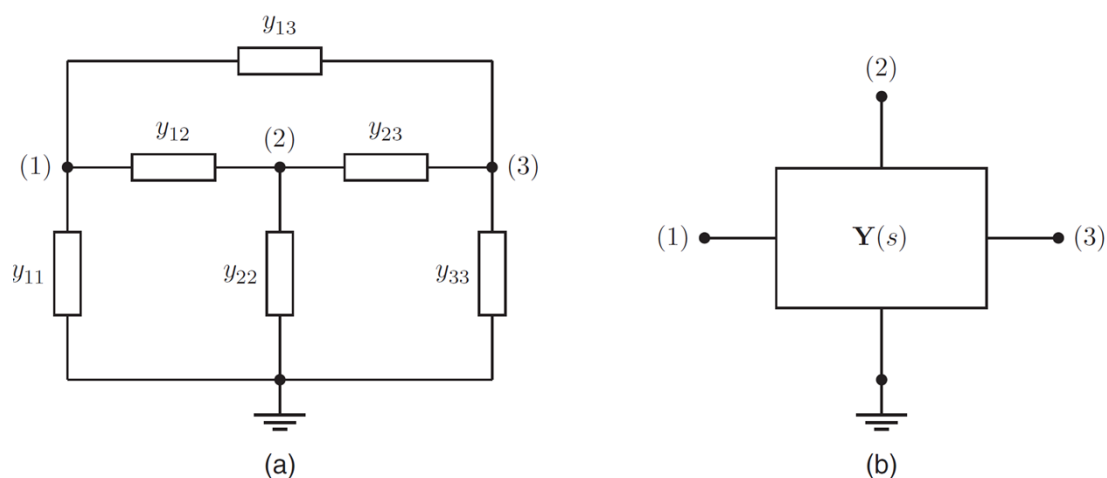


Figura 8.3: Una rete equivalente a tre terminali (più riferimento comune) (a), corrispondente a un modello di ammettenza a 3 porte (b).

La sintesi sopra discussa per il caso scalare può essere generalizzata al caso multiporta [77] purché siano verificate le seguenti ipotesi:

- Il modello macro è costruito con un insieme di poli comune per tutti gli elementi della matrice di trasferimento, come in (8.38).
- Il modello è reciproco, cioè la matrice di ammettenza è simmetrica $Y(s) = Y(s)^T$.
- Le porte di interfaccia del modello condividono un riferimento comune, come illustrato nella Figura 8.3 per il caso $P = 3$.

Sotto questi presupposti, possiamo eseguire una sintesi di rete equivalente come illustrato nella Figura 8.3. Consideriamo un numero di nodi P pari al numero di porte e colleghiamo ammettenze $y_{ij}(s)$ tra ciascuna coppia di nodi (i) e (j), con $y_{ii}(s)$ che denota le ammettenze connesse tra nodo (i) e il riferimento comune (massa). Per determinare le ammettenze $y_{ij}(s)$, scriviamo la matrice di ammettenza nodale del circuito equivalente (nel caso $P = 3$) come:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} + y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{22} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} + y_{33} \end{bmatrix} \quad (8.40)$$

Si noti che definiamo gli elementi di matrice Y_{ij} con lettere maiuscole e gli elementi di circuito y_{ii} con lettere minuscole. Uguagliando elemento per elemento la precedente e risolvendo per y_{ij} , otteniamo:

$$y_{ii}(s) = \sum_{j=1}^n Y_{ij}(s) \quad (8.41)$$

$$y_{ij}(s) = -Y_{ij}(s) \quad (8.42)$$

Durante il processo di modellazione, ogni ramo del modello π equivalente (o elemento della matrice Y) viene approssimato mediante il metodo Vector Fitting mediante funzioni razionali:

$$y_{ii} = \sum_{j=1}^n Y_{\text{fit},ij}(s) \quad (8.43)$$

$$y_{ij} = -Y_{\text{fit},ij}(s) \quad (8.44)$$

Ogni ramo nelle equazioni precedenti è descritto come una funzione razionale:

$$y(s) = \sum_{l=1}^N \frac{c_m}{s - a_m} + d + se \quad (8.45)$$

Quando tutti gli elementi di Y sono rappresentati dallo stesso insieme di poli, ogni ramo può essere rappresentato da un circuito elettrico come mostrato in Figura 8.2, in cui [105]:

$$C_\infty = e \quad (8.46)$$

$$R_0 = \frac{1}{d} \quad (8.47)$$

Ogni polo reale risulta in un ramo RL in cui:

$$R_l^r = -\frac{a}{c} \quad (8.48)$$

$$L_l^r = \frac{1}{c} \quad (8.49)$$

mentre ogni coppia di poli complessi coniugati del tipo:

$$\frac{c' + jc''}{s - (a' + ja'')} + \frac{c' - jc''}{s - (a' - ja'')} \quad (8.50)$$

risulta in un ramo RLC dove:

$$L_l^c = \frac{1}{2c'} \quad (8.51)$$

$$R_{l,1}^c = -\frac{2a' - 2(c'a' + c''a'')L}{(c'a' + c''a'')L} \quad (8.52)$$

$$\frac{1}{C_l^c} = \frac{a'^2 + a''^2 + 2(c'a' + c''a'')R}{(c'a' + c''a'')L} \quad (8.53)$$

$$\frac{1}{R_{l,2}^c} = 2(c'a' + c''a'')CL \quad (8.54)$$

Nelle equazioni sopra riportate, i termini c' e a' rappresentano la parte reale e i termini c'' e a'' rappresentano la parte immaginaria dei rispettivi numeri complessi. Dall'equazione precedente, si può vedere che il modello generato con il metodo Vector Fitting può risultare in un circuito elettrico con parametri R , L e C negativi, poiché i residui possono avere una

parte negativa reale. Tuttavia, se vengono rispettati i criteri di stabilità e passività, viene eliminata la possibilità di simulazioni nel dominio del tempo con risultati instabili.

Attraverso una routine MATLAB è possibile convertire i poli e i residui usati nell'approssimazione di Y in elementi del circuito equivalente. Il circuito ottenuto viene registrato in un file di testo compatibile con i programmi di analisi transitoria ATP/EMTP. È possibile applicare questo tipo di routine solo quando tutti gli elementi della matrice Y sono avvicinati da un singolo insieme di poli. Per i casi in cui è necessario utilizzare diversi set di poli, si consiglia di utilizzare calcoli di convoluzioni ricorsive.

Capitolo 9

Costruzione del Modello dell'Autotrasformatore

In questo capitolo, si esplora la costruzione del modello dell'autotrasformatore di potenza da 250MVA, attraverso un'analisi approfondita delle ammettenze e delle tensioni in varie configurazioni e fasi. Si introduce una metodologia dettagliata per derivare il modello dell'Autotrasformatore, esplorando vari scenari e analizzando gli andamenti delle tensioni in specifiche condizioni operative. Il capitolo offre anche un confronto tra le risposte di tensione transitoria, evidenziando le capacità e l'efficacia del modello in diverse situazioni. L'analisi utilizza tecniche avanzate come il Vector Fitting, un metodo che permette di adattare i dati trasformati della matrice delle ammettenze e di sviluppare un modello razionale che si conformi accuratamente ai dati misurati, assicurando così una rappresentazione del modello sia accurata che precisa.

9.1 La formulazione del modello

Alcuni tipi di guasti correlati alle sovratensioni ad alta frequenza possono essere prevenuti in servizio o durante la fase di progettazione del trasformatore se vengono condotte simulazioni transitorie dettagliate dei fenomeni transitori già citati. È quindi necessario costruire e verificare modelli a banda larga di componenti chiave del sistema di trasmissione. Questi modelli dovrebbero essere applicabili a frequenze che vanno da pochi Hz fino a centinaia di kHz e persino a intervalli di MHz se si tratta di scariche atmosferiche o operazioni di commutazione nei commutatori SF6 [109], [110]. Di seguito viene presentato un metodo per

la formulazione del modello degli avvolgimenti degli autotrasformatori sia nello spazio degli stati (State Space Equation) sia nella rappresentazione circuitale (composta da resistenze, induttanze e condensatori).

La procedura descritta è completamente basata su misure di impedenza del terminale esterno e non sono richiesti dati relativi alla struttura interna. In primo luogo, verrà esaminato il comportamento in frequenza degli avvolgimenti della macchina. Verrà quindi fornito un metodo numerico per il calcolo dei parametri direttamente dalla caratterizzazione dell'impedenza misurata da terminale.

Quando la determinazione dei parametri si basa su un test di risposta in frequenza, è richiesta una procedura di conversione dei dati, in cui è sempre necessaria una procedura di adattamento. Le configurazioni di prova e le misurazioni per i trasformatori, a differenza delle macchine rotanti, non sono standardizzate.

Come ampiamente anticipato nei capitoli precedenti, una rete equivalente è solitamente formulata nei termini della sua matrice di ammettenza Y , che definisce la relazione tra le tensioni applicate V e la risposta di corrente risultante I ai terminali:

$$I(s) = Y(s)V(s)$$

Le misurazioni vengono effettuate utilizzando un analizzatore di rete vettoriale. Applicando una tensione a un terminale con gli altri terminali a massa e misurando il flusso di corrente in tutti i terminali, si ottiene una colonna di Y come rapporto tra le correnti e la tensione applicata.

Per inizializzare correttamente una simulazione a 50/60 Hz allo stato stazionario, è desiderabile includere il comportamento (lineare) a bassa frequenza del trasformatore nella misurazione. Poiché le correnti magnetizzanti tendono a perdersi nelle misurazioni, il modello ottenuto può comportarsi in modo abbastanza impreciso, a seconda delle condizioni terminali [54]. La situazione è particolarmente difficile se il trasformatore ha avvolgimenti senza messa a terra, che richiede una misurazione separata del sistema a sequenza zero [111]; nel caso di autotrasformatore con neutro francamente a terra, tale problematica è naturalmente superata. Una volta ottenuto il modello, verrà incluso in programmi simili a EMTP utilizzando un circuito equivalente o una convoluzione ricorsiva. La funzione di convoluzione ricorsiva è attualmente disponibile solo in EMTP-RV, sebbene ciò possa essere ottenuto anche per PSCAD / EMTDC con un componente definito dall'utente. Per ATP-EMTP, deve

essere utilizzato un circuito equivalente.

9.2 Il modello e i campioni in frequenza

Un autotrasformatore è un componente elettrico che trasferisce potenza tra due avvolgimenti tramite accoppiamento induttivo. Queste macchine sono molto difficili da modellare a frequenze al di fuori del loro regime sinusoidale stazionario (50 o 60 Hz) a causa della loro geometria interna altamente complessa, nota solo al produttore. I trasformatori e gli autotrasformatori di potenza sono dispositivi complessi con caratteristiche non lineari che variano con la frequenza. Un modo per superare questa difficoltà è caratterizzare il loro comportamento utilizzando misure di scansione della frequenza ai terminali. Sotto ponendo le risposte misurate alla modellazione tramite funzioni razionali, possiamo ottenere un modello per la simulazione nel dominio del tempo. Le funzioni razionali sono un metodo efficace per rappresentare le caratteristiche non lineari dei trasformatori. Tale approccio modellistico è valido fintantoché il nucleo in acciaio del trasformatore non produce effetti non lineari, condizione che normalmente è soddisfatta alle alte frequenze.

9.3 Sperimentazione del metodo su un TR Trifase a due avvolgimenti da 80 MVA

Prima di procedere con le misurazioni sull'autotrasformatore oggetto di questa tesi, è stata considerata la possibilità di condurre alcune prove sull'applicazione del modello su una macchina di dimensioni più ridotte. In particolare, è stato utilizzato come macchina di prova un trasformatore trifase AT/MT (132/20 kV) denominato TR6, con connessione stella-triangolo con neutro accessibile e collegato a terra nel normale esercizio di rete, con una potenza nominale di 80 MVA, situato presso la Stazione Elettrica di Villavalle (Terni, Italia). Attraverso questa macchina, che sarà discussa di seguito, il metodo di modellazione è stato esaminato e approfondito.

La macchina di cui sopra è stata resa accessibile al personale solo per un limitato periodo di tempo, pertanto sono state effettuate misurazioni di alcune delle funzioni di trasferimento di seguito descritte. Si considera tale trasformatore a due avvolgimenti, che trasforma la tensione da 132 kV fino a 20 kV. Lo schema del trasformatore è mostrato nella Figura 9.1.

Si noti che il trasformatore è dotato di sei terminali: tre sul lato dell'alta tensione (AT) e tre sul lato della media tensione (MT). In Figura 9.2 è riportata una fotografia del trasformatore in esame, mentre i dati tecnici associati sono presentati nella Tabella 9.1.

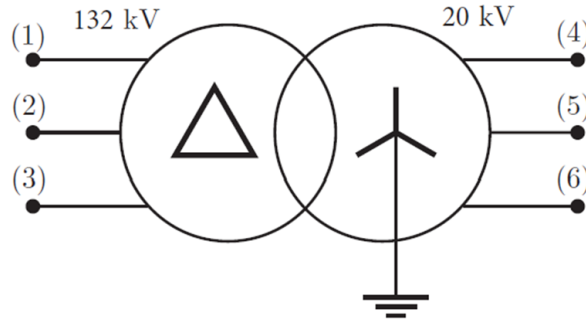


Figura 9.1: Schema del trasformatore trifase



Figura 9.2: Il trasformatore trifase in esame da 80MVA

Dato tecnico	Valore
Potenza Nominale (MVA)	80
Tensione Nominale AT (kV)	132
Tensione Nominale MT (kV)	$20 \pm 15\%$
Frequenza Nominale (Hz)	50
Peso Totale (kg)	120.000
Tipologia	OFAF
Anno	2009
Tipologia	Triangolo - Stella

Tabella 9.1: Dati tecnici del TR da 80MVA

Lo strumento utilizzato per effettuare tutte le misure è stato un FNA (Frequency Network Analyzer) DOBLE tipo M5200, strumento da campo che realizza un campionamento di tipo logaritmico nel range di frequenze citato sopra. Ad ogni frequenza è associata la stessa eccitazione. Lo strumento presenta un range dinamico di output compreso tra 0 e -70 dB con un'accuratezza pari a ± 1 dB, come specificato nella Tabella 9.2 dei dati tecnici del modello M5200. Tutte le misure sono state effettuate ai terminali AT con il lato BT a vuoto, come riportato nella Figura 9.3, già precedentemente anticipata.

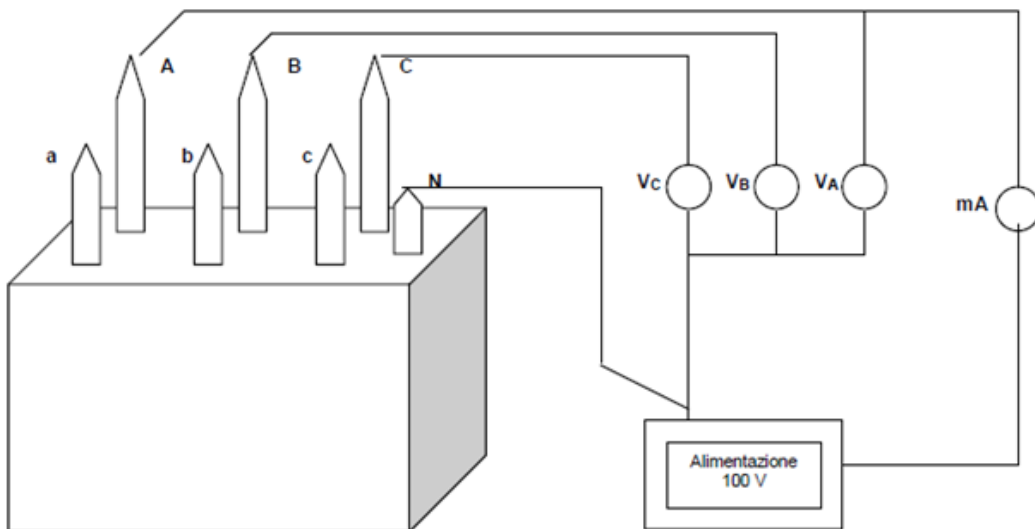


Figura 9.3: Schema di connessione dell'FNA



Figura 9.4: DOBLE tipo M5200

Dato tecnico	Valore
Range di frequenze	10 Hz – 25 MHz
Impedenza di uscita (Ω)	50
Tipologia connettore	BNC
Forma d'onda	Sinusoidale
Ampiezza picco-picco (V)	20
Accuratezza (dB)	± 1
Accuratezza Fase ($^\circ$)	± 1

Tabella 9.2: Dati tecnici del DOBLE M5200

All'analizzatore di rete in frequenza, riportato in Figura 9.4, sono stati collegati cavi schermati che permettono di collegare i terminali del trasformatore. Le schermature dei cavi sono state messe a terra su entrambe le estremità. Tutti i collegamenti necessari per effettuare le misure dei diversi elementi vengono eseguiti lasciando i tre cavi collegati alle uscite della scheda FNA, che fornisce il rapporto tra le tensioni misurate in ingresso e uscita, con gli estremi opposti che vengono collegati ai terminali del trasformatore, a seconda dell'elemento da misurare. La lunghezza dei cavi tra l'analizzatore di rete e la scheda di connessione è la più corta possibile.

Un'apparecchiatura SFRA è in grado di misurare solo il rapporto H tra le tensioni di ingresso V_{in} e di uscita V_{out} :

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} \quad (9.1)$$

In particolare, sono state misurate le funzioni di trasferimento H lato alta tensione, date dal rapporto di misure di tensione, nel range di frequenze comprese tra 20 Hz e 2 MHz a 1041 campioni di frequenza ω_k distanziati logicamente.

I vettori H sono stati ottenuti come segue: applicando una tensione al terminale j con i restanti terminali a vuoto si ottiene l'elemento H_{jn} come la corrente che scorre da terra al terminale di neutro i divisa dalla tensione applicata al terminale j .

Dato il forte ripple riscontrato negli output di misura (nella Figura 9.5, Figura 9.6, e Figura 9.7 si riporta il modulo e la fase della misura condotta tutte e tre le fasi in alta tensione), i dati in ingresso sono stati filtrati per favorire la successiva fase di approssimazione per mezzo del vector fitting.

Il filtraggio è stato realizzato numericamente tramite un apposito tool in ambiente MATLAB, che restituisce i dati filtrati a seguito dell'applicazione di un algoritmo di moving average. Un dettaglio della misura filtrata è riportato in Figura 9.8.

A questo punto è stato effettuato il vector fitting sui moduli e sulle fasi della funzione di trasferimento misurate. L'algoritmo richiede l'impostazione del numero e della posizione iniziale dei poli della funzione razionale approssimante: sono state scelte 75 coppie di poli complessi e coniugati distribuiti linearmente nel range di frequenze misurate. Il numero di poli è stato ottenuto a seguito di vari tentativi, al fine di ottenere, attraverso un numero di iterazioni limitato, il minore scostamento tra la funzione approssimante e la funzione approssimata in corrispondenza delle frequenze misurate. Il risultato ottenuto è riportato nelle Figure 9.9, 9.10 e 9.11.

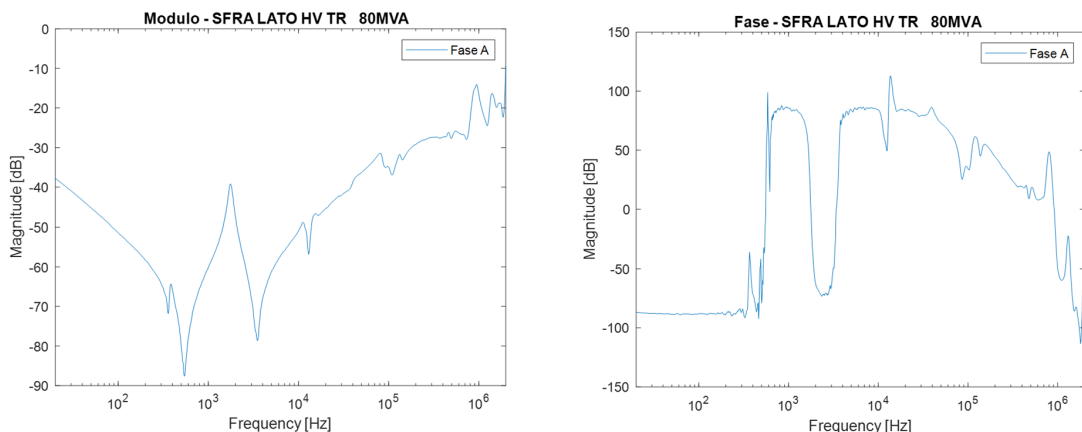


Figura 9.5: Modulo e fase delle funzioni di trasferimento fase A lato Alta tensione

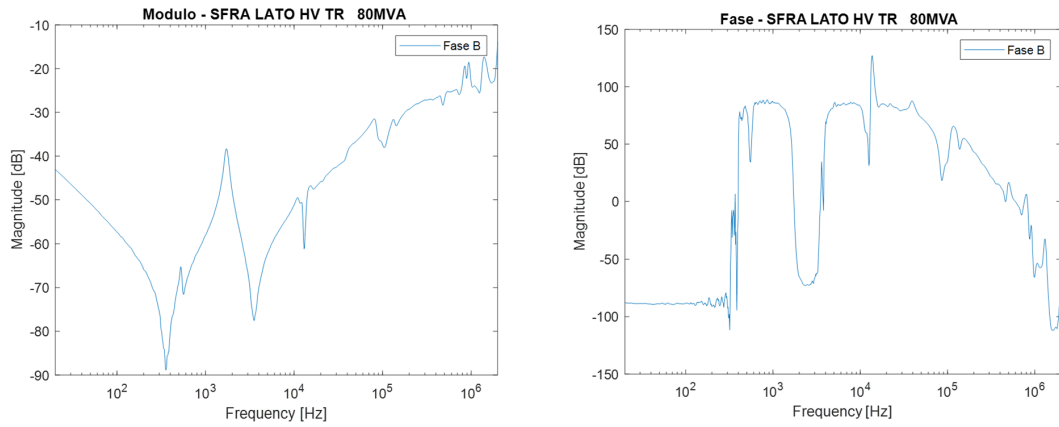


Figura 9.6: Modulo e fase delle funzioni di trasferimento fase B lato Alta tensione

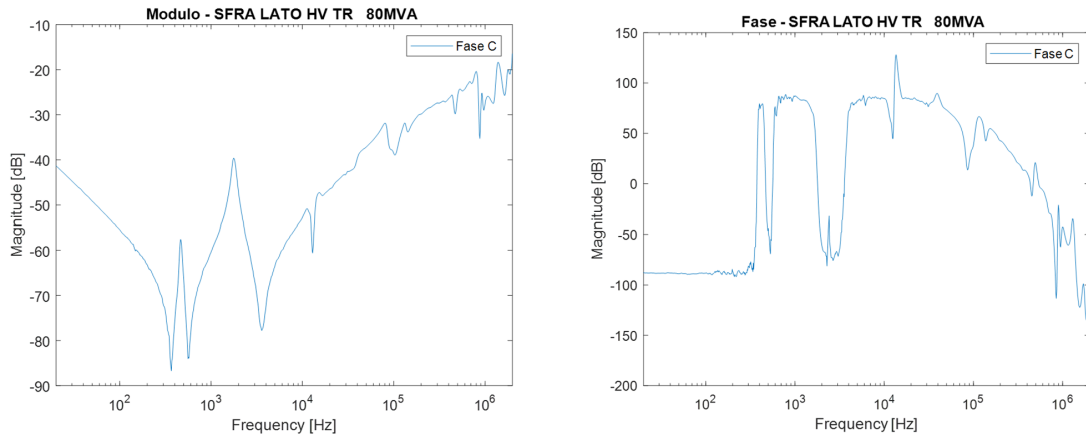


Figura 9.7: Modulo e fase delle funzioni di trasferimento fase C lato Alta tensione

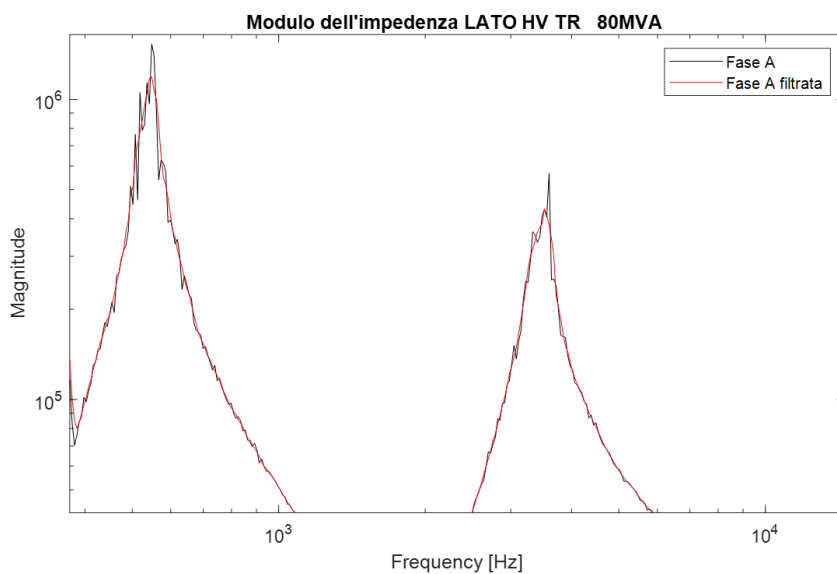


Figura 9.8: Esempio di filtraggio sulla fase A del trasformatore trifase

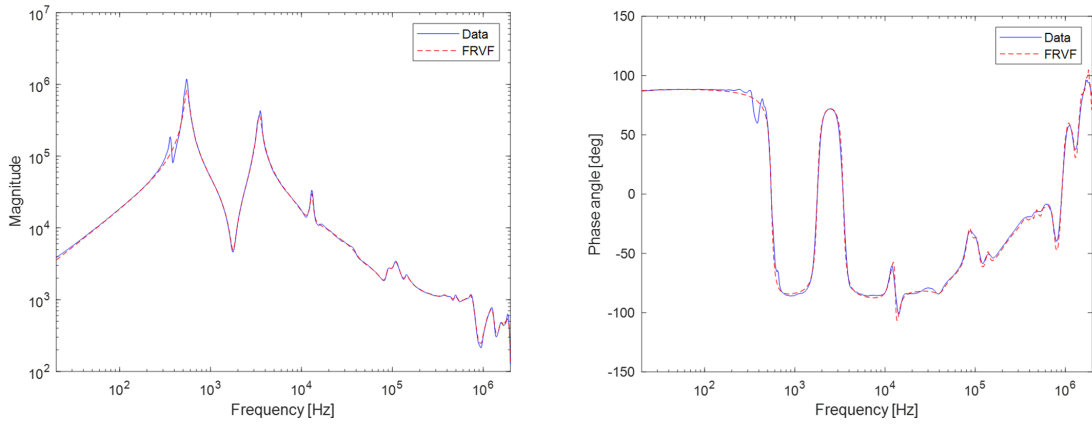


Figura 9.9: Vector Fitting sulla funzione di trasferimento della fase A

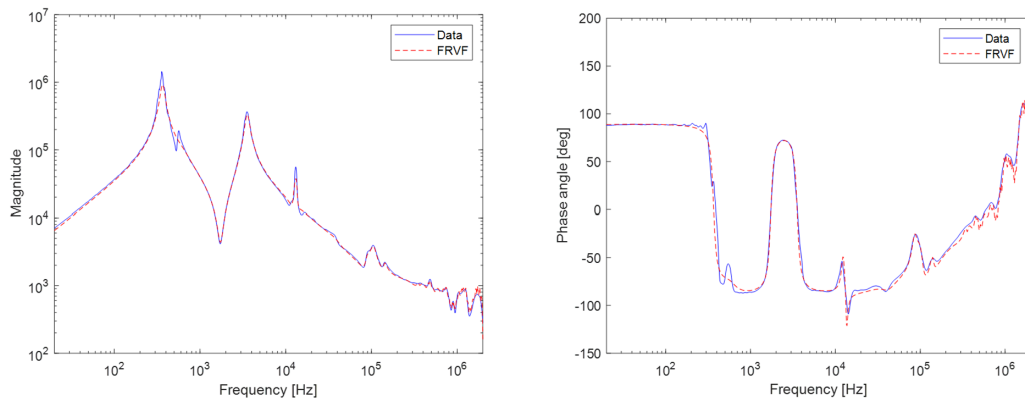


Figura 9.10: Vector Fitting sulla funzione di trasferimento della fase B

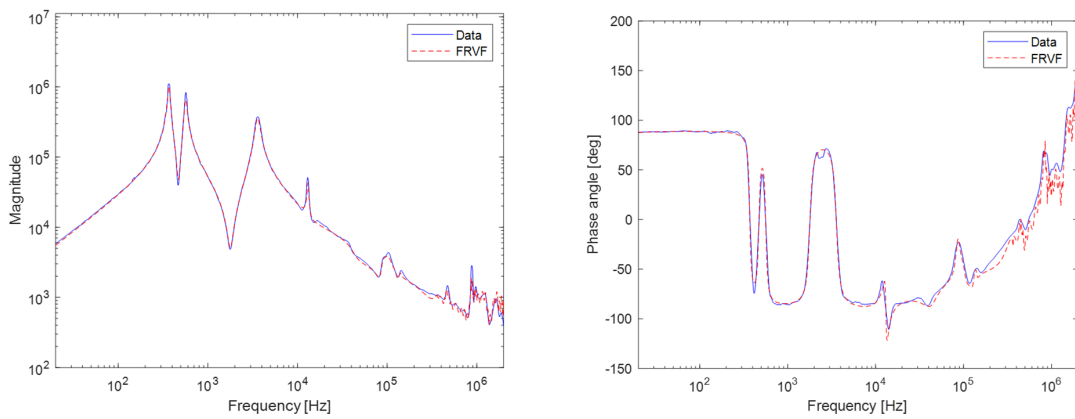


Figura 9.11: Vector Fitting sulla funzione di trasferimento della fase C

Per completezza, in Figura 9.12 vengono rappresentati i poli ottenuti dal Vector Fitting sia della funzione di trasferimento reale sia della funzione di trasferimento filtrata.

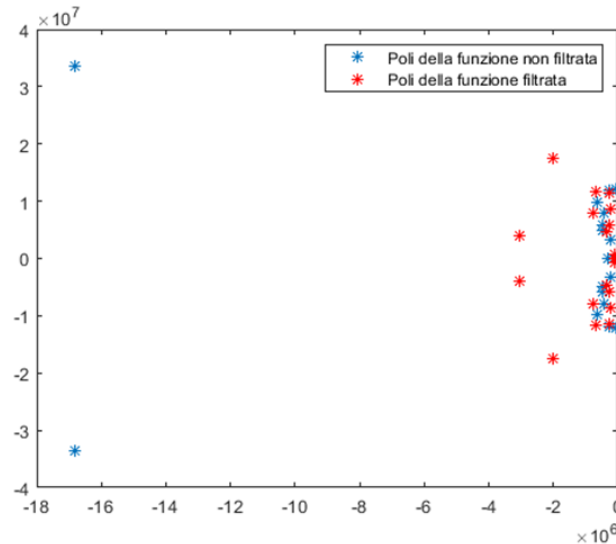


Figura 9.12: Poli della funzione di trasferimento filtrata e poli della funzione di trasferimento non filtrata

9.4 Costruzione del modello dell'Autotrasformatore di potenza da 250MVA

I risultati ottenuti dalla teoria dei segnali e dalla teoria dell'approssimazione razionale vengono utilizzati per costruire un modello stabile di autotrasformatore. Gli autotrasformatori di stazione, come già accennato nei primi capitoli, sono utilizzati nell'interconnessione di reti ad altissima tensione (AAT) con reti ad alta tensione (AT) [112].

9.4.1 Schema e dati tecnici dell'ATR da 250MVA

Gli Autotrasformatori costituiscono una categoria di macchinari impiegati da Terna, il gestore italiano del sistema di trasmissione (TSO), su tutta la rete operante a 380 kV. Attualmente, sono in funzione oltre 30 unità di questa tipologia, caratterizzate da una potenza di 250 MVA a 50 Hz e un rapporto di tensione di $400/155 \pm 10\%$ kV. Un esemplare di tali autotrasformatori è illustrato nella Figura 9.13. Lo schema dell'autotrasformatore è mostrato nella Figura 9.14, mentre i dati tecnici associati sono riportati nella Tabella 9.3. Notiamo che il trasformatore ha sei terminali: tre sul lato dell'altissima tensione (AAT), indicati come A , B , e C , e tre sul lato alta tensione (AT), indicati come a , b , e c .

Dato tecnico	Valore
Potenza Nominale (MVA)	250
Tensione Nominale AAT (kV)	400
Tensione Nominale AT (kV)	155±15%
Corrente Nominale AAT (A)	361
Corrente Nominale AT (A)	902
Frequenza Nominale (Hz)	50
Peso Totale (kg)	230.000
Tipologia	OFAF
Anno	1987
Tipologia Neutro	Francamente a terra

Tabella 9.3: Dati tecnici dell'ATR in esame



Figura 9.13: Autotrasformatore di stazione da 250 MVA, 400/155±10% kV, 50Hz

9.4.2 Impostazione del processo di misurazione dei campioni

Prima di procedere con la costruzione del modello, è necessario definire le formulazioni matematiche che permettono di ottenere i vettori della matrice delle ammettenze Y . Come già anticipato nel paragrafo precedente, poiché l'apparecchiatura di misurazione SFRA non viene normalmente utilizzata per misurare la matrice Y , deve essere stabilita una procedura per adattare le misurazioni.

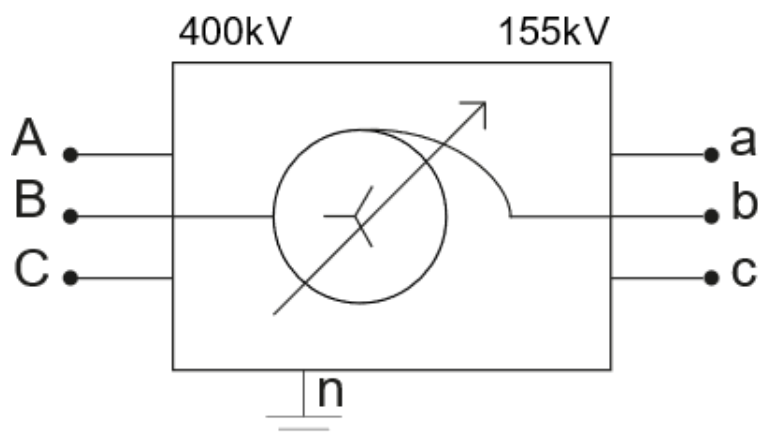


Figura 9.14: Schema dell'autotrasformatore in esame.

La risposta in frequenza [113], ottenuta dalle misurazioni ai terminali dell'autotrasformatore, costituisce la base di un modello a scatola nera [5]. L'uso di modelli a scatola nera è suggerito nella norma IEC 60071-4 [68]. Questi modelli si basano sull'adattamento della matrice di ammettenza misurata (Y) dell'autotrasformatore rispetto alla frequenza [6, 54, 72].

Le prove sulla macchina di Figura 9.13 sono state effettuate con il commutatore impostato in posizione 0 e con la macchina scollegata dalla rete elettrica. La messa a terra diretta del neutro viene utilizzata nel normale funzionamento della rete. Utilizzando la metodologia descritta in [54] e [6], gli elementi vettoriali fase-terra della matrice Y sono stati misurati nell'intervallo di frequenza da 20 Hz a 2 MHz.

9.4.3 Strumentazione utilizzata: il FRANEO 800

La campagna di misura è stata condotta utilizzando un analizzatore di risposta in frequenza Omicron FRAneo 800 (FNA), riportato in Figura 9.15, i cui dati tecnici associati sono presentati nella Tabella 9.4. Tale strumento garantisce una precisione di $\pm 0,3$ dB fino a -50 dB e $\pm 0,5$ dB tra -50 dB e -100 dB. L'FNA è rappresentato nelle figure successive dal

suo circuito equivalente, che consiste in un resistore per ciascun canale e un generatore di tensione per il terminale responsabile dell'iniezione del segnale a bassa tensione. Grazie al campionamento più accurato di questa strumentazione è stato possibile saltare il processo di filtraggio applicato alle simulazioni effettuate sul trasformatore AT/MT con il DOBLE M5200.

Inoltre, sono stati utilizzati cavi coassiali della lunghezza di 15 metri, tutti con la stessa impedenza caratteristica, corrispondente all'impedenza di ingresso del canale di misura, per ridurre al minimo le riflessioni del segnale. Ciascun vettore acquisito è costituito da un totale di 1000 campioni distribuiti logaritmicamente in frequenza.

Dato tecnico	Valore
Range di frequenze	1 Hz – 30 MHz
Impedenza di uscita (Ω)	50
Tipologia connettore	BNC
Forma d'onda	Sinusoidale
Ampiezza picco-picco (V)	10
Accuratezza (dB)	± 0.3
Accuratezza Fase ($^\circ$)	± 1

Tabella 9.4: Dati tecnici del modello FRANEO800

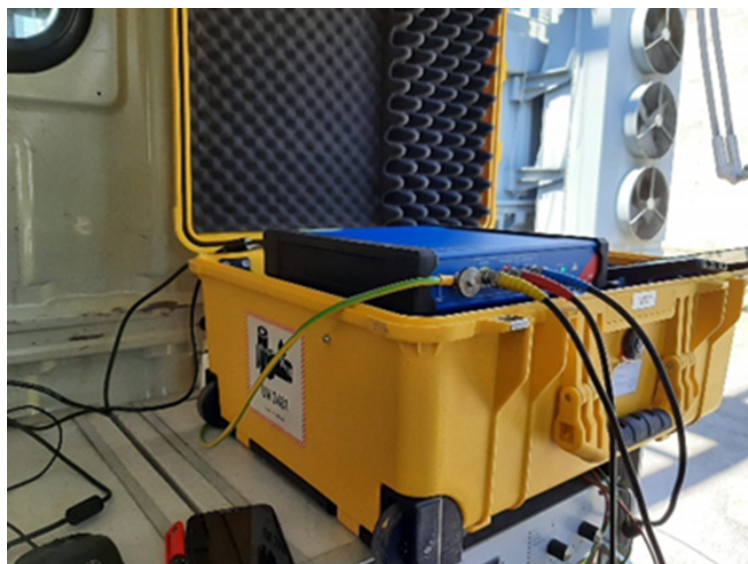


Figura 9.15: FRANEo 800

Il FRANEo 800 è un analizzatore di risposta in frequenza utilizzato per la diagnosi del nucleo e degli avvolgimenti dei trasformatori di potenza. Composto da un hardware universale controllato attraverso un software di configurazione e controllo chiamato Primary Test Manager, il quale opera su un computer dedicato. Questo strumento valuta la rispo-

sta in frequenza degli avvolgimenti del trasformatore attraverso l'utilizzo dell'analisi della risposta in frequenza di scansione (SFRA) nel dominio della frequenza. Durante il processo, una tensione sinusoidale di ampiezza costante viene applicata all'avvolgimento in esame, con frequenze discrete variabili. Successivamente, la frequenza del segnale di ingresso viene aumentata. Vengono misurate l'ampiezza e la fase del segnale di uscita rispetto alla frequenza, permettendo la valutazione del rapporto di ampiezza tra uscita e ingresso e lo sfasamento tra i segnali di uscita e di ingresso. Il processo di campionamento è riportato schematicamente in 9.16.

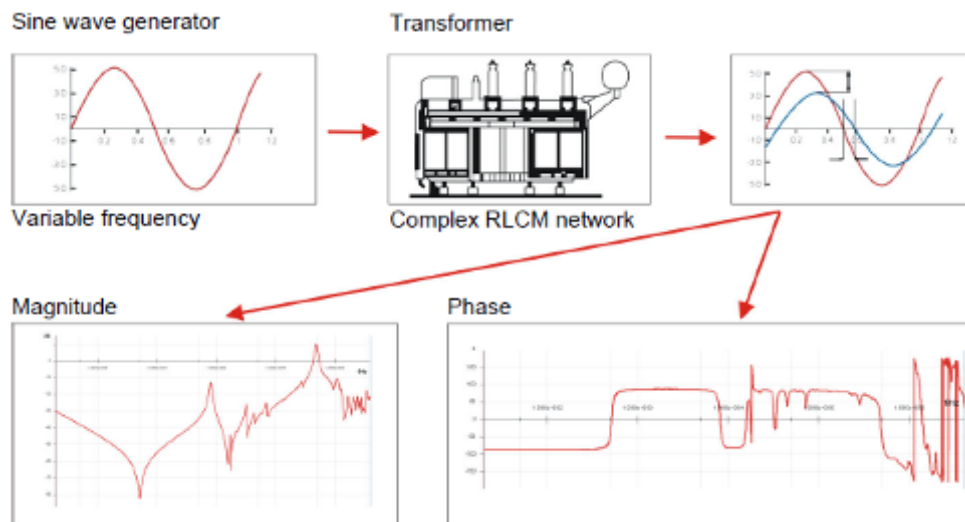


Figura 9.16: Processo di analisi della risposta in frequenza

Con questo strumento è possibile misurare l'ampiezza e la fase, l'impedenza e le risposte in frequenza dell'ammettenza degli avvolgimenti del trasformatore. I risultati della misurazione sono disponibili sul computer per ulteriori elaborazioni e documentazioni. Il pannello frontale del FRANEO 800 è illustrato nella Figura 9.17, mentre il pannello posteriore è mostrato nella Figura 9.18. Lo schema di funzionamento è rappresentato nella Figura 9.19.

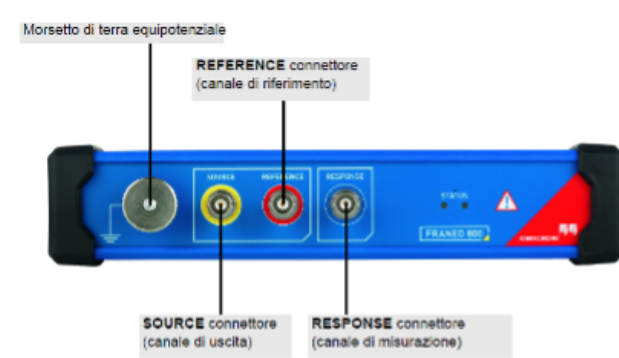


Figura 9.17: Pannello frontale del FRANEO 800

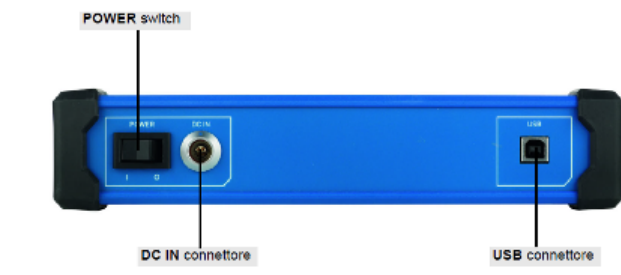


Figura 9.18: Pannello posteriore del FRANEO 800

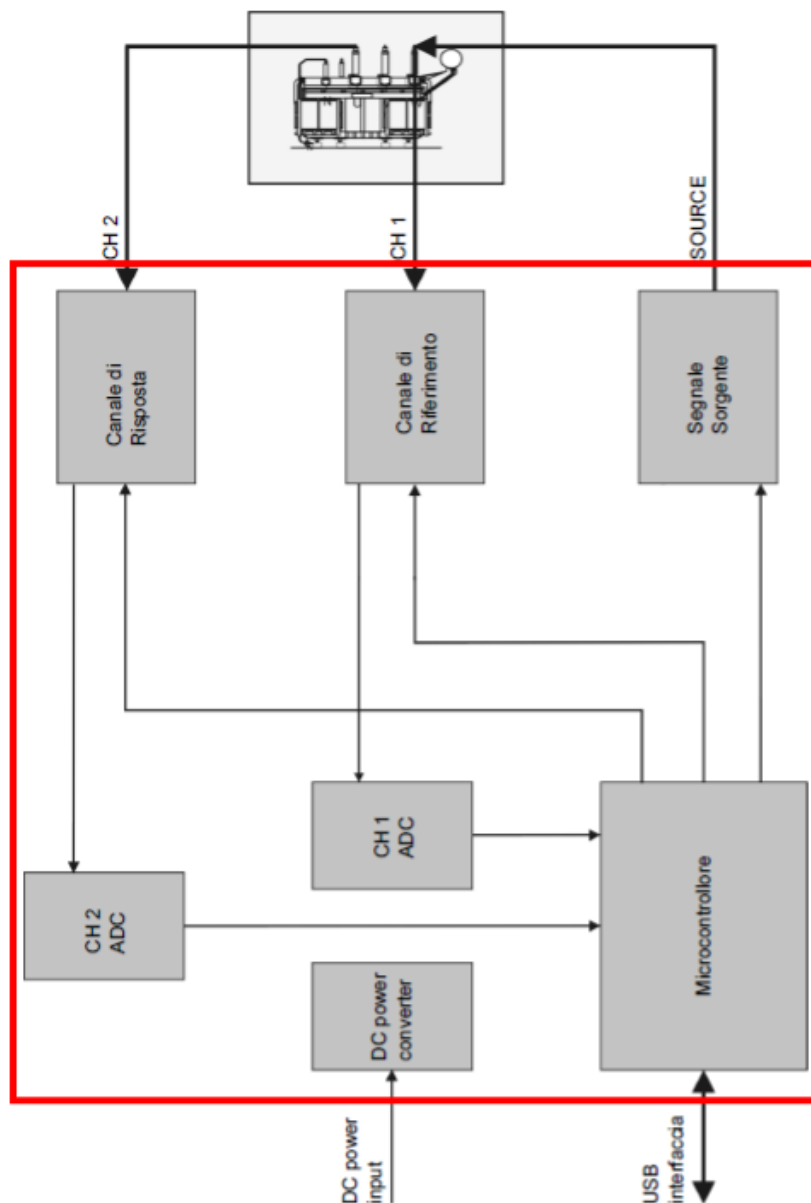


Figura 9.19: Schema di funzionamento del FRANEO 800

9.4.4 Modellazione dell'ATR da 250MVA

L'obiettivo delle misurazioni consiste principalmente nell'acquisire vettori di tensione che consentano il calcolo degli elementi Y della matrice:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \dots & Y_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} \quad (9.2)$$

Tale espressione è valida per un autotrasformatore con n terminali.

Per effettuare una misurazione della risposta in frequenza, si applica un segnale a bassa tensione a uno dei terminali dell'autotrasformatore rispetto alla terra. La tensione misurata su questo terminale di ingresso viene utilizzata come segnale di riferimento, mentre un secondo segnale di tensione, segnale di risposta, viene misurato su un secondo terminale rispetto alla terra dell'autotrasformatore. L'ampiezza della risposta in frequenza ($H(f)$) è il rapporto scalare tra il segnale di risposta e il segnale di riferimento ed è espressa in funzione della frequenza come riportato in (9.1) dove:

- $H(f)$ rappresenta l'ampiezza della risposta in frequenza ad una data frequenza f ,
- $V_{\text{out}}(f)$ è l'ampiezza del segnale di risposta alla frequenza f ,
- $V_{\text{in}}(f)$ è l'ampiezza del segnale di riferimento alla frequenza f .

La fase della risposta in frequenza è la differenza di fase tra V_{in} e V_{out} . Poiché (9.1) varia in un ampio intervallo, è espressa in decibel (dB). La misurazione della risposta in tensione viene eseguita utilizzando un resistore da 50 Ohm. Per costruire la matrice di ammettenza, sono stati misurati sia i termini propri che i termini mutui della matrice di trasferimento H . Se n è il numero di terminali accessibili della macchina:

- Per misurare le auto ammettenze $Y_{(i,i)}(f)$, è stata applicata una tensione al terminale j (con $j = 1, \dots, n$) dell'autotrasformatore mentre tutti i terminali rimanenti erano in cortocircuito, ed è stata misurata la tensione sullo stesso terminale (Figura 9.20). Nell'esempio della configurazione illustrata in Figura 9.20, l'auto-ammettenza Y_{AA} viene calcolata utilizzando la tensione di ingresso V_{in} , che corrisponde alla tensione presente al terminale A (V_{An}), mentre la tensione di uscita V_{out} è determinata dalle tensioni presenti ai terminali di terra ($V_{Bn}, V_{Cn}, V_{an}, V_{bn}, V_{cn}$);

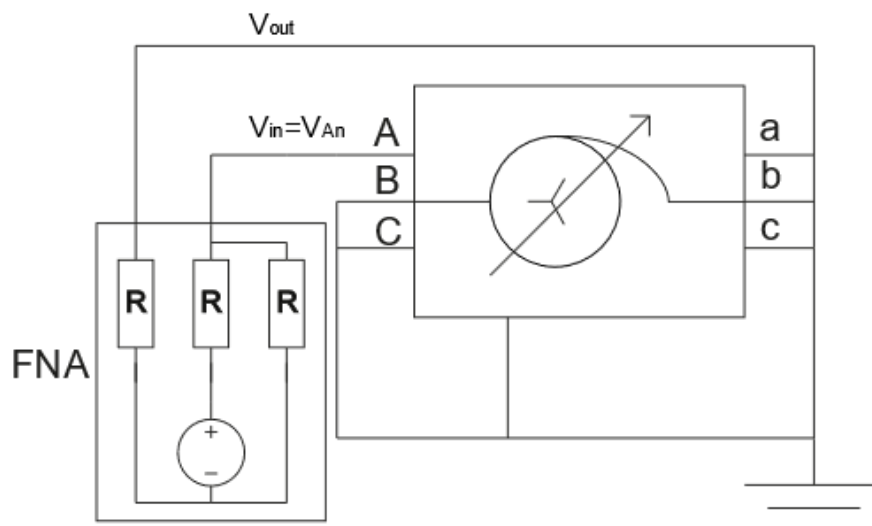


Figura 9.20: Impostazione delle misure per il calcolo dei termini propri.

- Per misurare le mutue ammettenze $Y_{(i,j)}(f)$, è stata applicata una tensione al terminale j (con $j = 1, \dots, n$) dell'autotrasformatore mentre tutti i terminali rimanenti erano in cortocircuito, e la tensione al terminale i (con $i = 1, \dots, n$) è stato misurato alternativamente (Figura 9.21). Nell'esempio della configurazione illustrata in Figura 9.21, l'ammettenza mutua Y_{AB} può essere calcolata impostando la tensione di ingresso V_{in} uguale alla tensione al terminale B (V_{Bn}), mentre la tensione di uscita V_{out} è uguale alla tensione al terminale A (V_{An}).

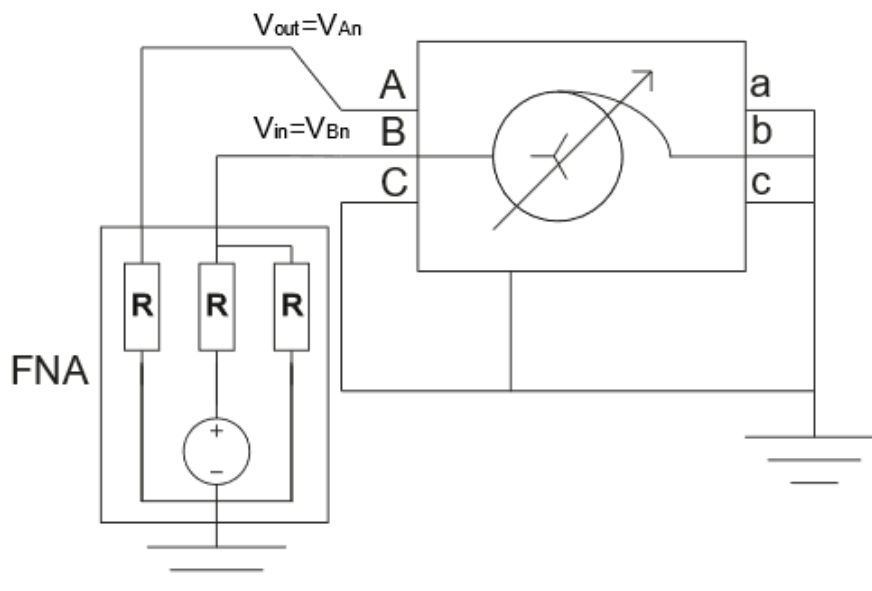


Figura 9.21: Impostazione delle misure per il calcolo dei termini mutui.

L'accuratezza delle misurazioni nella gamma delle basse frequenze, dove gli autovalori sono piccoli, può essere migliorata implementando misurazioni sulla matrice a circuito aperto

[114] o modificando direttamente il circuito di misurazione della SFRA [115].

Per perseguire quest'ultimo approccio, come riportato in [115], quando si calcolano i termini propri, lo strumento non è connesso a terra. In questo modo, la corrente in ingresso al terminale i sarà uguale alla corrente misurata al terminale di uscita, che è uguale a V_{out}/R . La tensione al terminale esaminato è pari alla differenza tra le tensioni misurate, quindi:

$$Y_{(i,i)}(f) = \frac{I_i(f)}{V_{\text{in}}(f) - V_{\text{out}}(f)} = \frac{V_{\text{out}}(f)}{R(V_{\text{in}}(f) - V_{\text{out}}(f))} \quad (9.3)$$

Per il calcolo dei termini mutui, invece, lo strumento è collegato a terra. Considerando il circuito di Figura 9.21, dove tutti i terminali non in esame sono collegati a terra, si può dedurre la seguente espressione:

$$I_i = Y_{ij}(s)V_j(s) + Y_{ii}(s)V_i(s) \quad (9.4)$$

Sostituendo la (9.3) nella (9.4), si ottiene:

$$Y_{(i,j)}(f) = \frac{V_i(f)}{V_j(f)} \left(Y_{(i,i)}(f) + \frac{1}{R} \right) \quad (9.5)$$

L'autotrasformatore ha 6 terminali accessibili, quindi le 36 funzioni di trasferimento risultanti consentono la composizione di una matrice di ammettenza 6×6 calcolata nell'intervallo di frequenza compreso tra 20 Hz e 2 MHz. La scansione in frequenza ha utilizzato una combinazione di 1000 campioni logicamente spaziatissimi.

La simmetria della matrice di ammettenza terminale è stata inoltre forzata in ciascun punto di frequenza prima di qualsiasi ulteriore elaborazione, al fine di rispettare la reciprocità.

Come già accennato nel Paragrafo 5.4.2 per rendere più agevole la gestione delle informazioni ottenute in fase di campionamento, è possibile suddividere la matrice delle ammettenze (con correzione a vuoto) in 4 sottomatrici:

$$\begin{bmatrix} I_{\text{AAT}} \\ I_{\text{AT}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\text{AAT}} & Y_{\text{AAT/AT}} \\ Y_{\text{AT/AAT}} & Y_{\text{AT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{\text{AAT}} \\ V_{\text{AT}} \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

dove: Y_{AAT} è la sottomatrice contenente le ammettenze lato AAT, Y_{AT} è la sottomatrice contenente le ammettenze lato AT, $Y_{\text{AAT/AT}}$ e $Y_{\text{AT/AAT}}$ rappresentano le sottomatrici contenenti le ammettenze mutue rispettivamente tra il lato AAT/AT e il lato AT/AAT. Queste ultime, per rispettare la reciprocità, saranno fondamentalmente simili. Le equazioni (9.3),(9.4),(9.5)

sono state implementate in MATLAB, il codice sorgente è stato riportato nell'Appendice A. I vettori delle auto ammettenze, calcolati utilizzando l'equazione (9.3), sono mostrati nelle immagini seguenti.

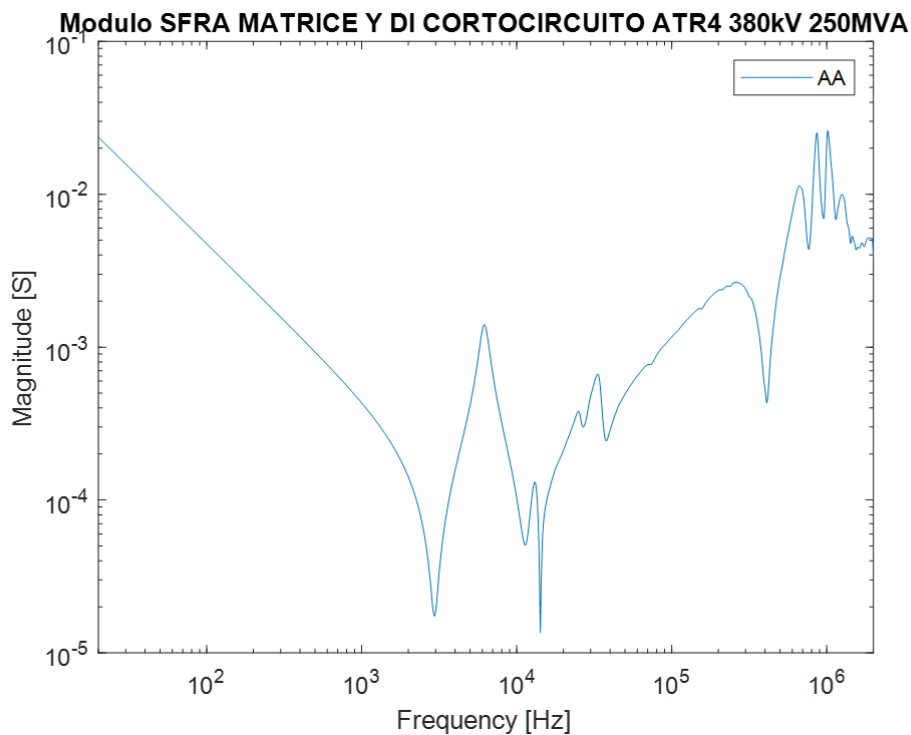


Figura 9.22: Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase A lato AAT della matrice

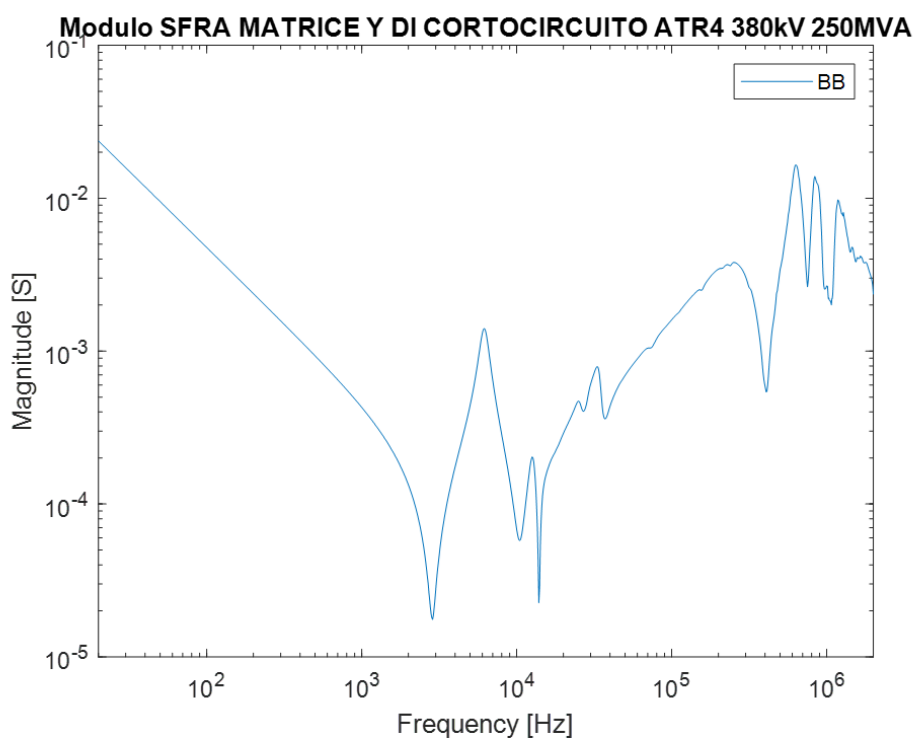


Figura 9.23: Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase B lato AAT della matrice

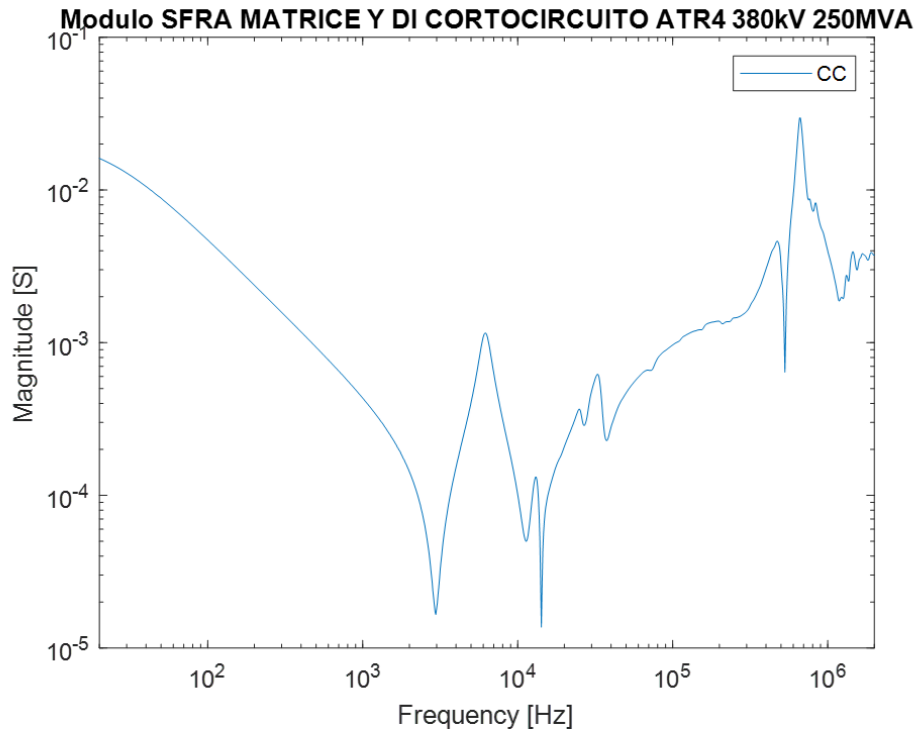


Figura 9.24: Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase C lato AAT della matrice

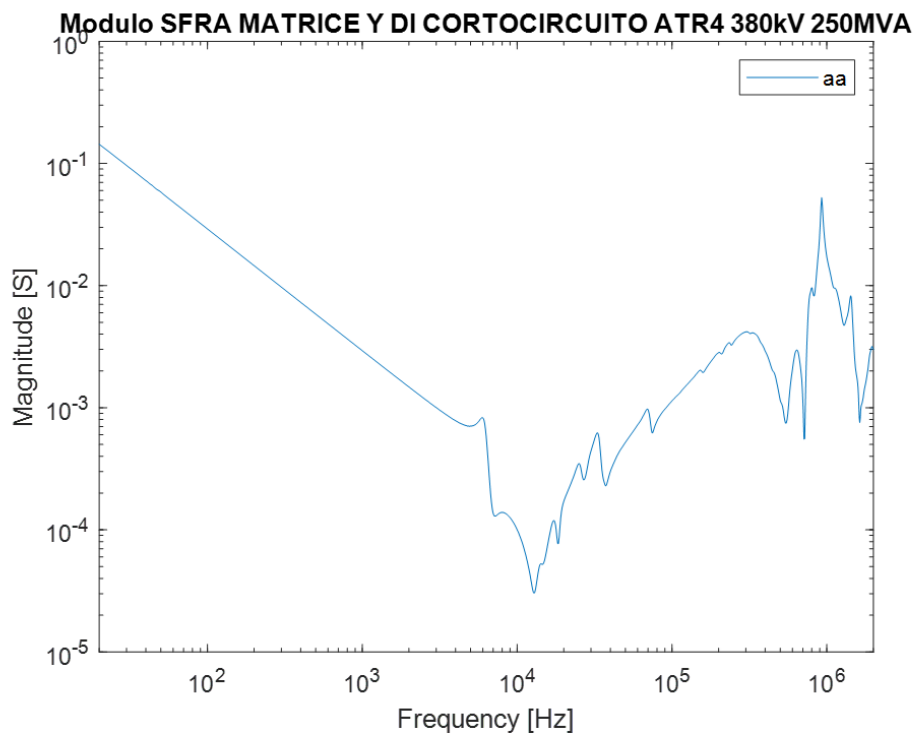


Figura 9.25: Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase a lato AT della matrice

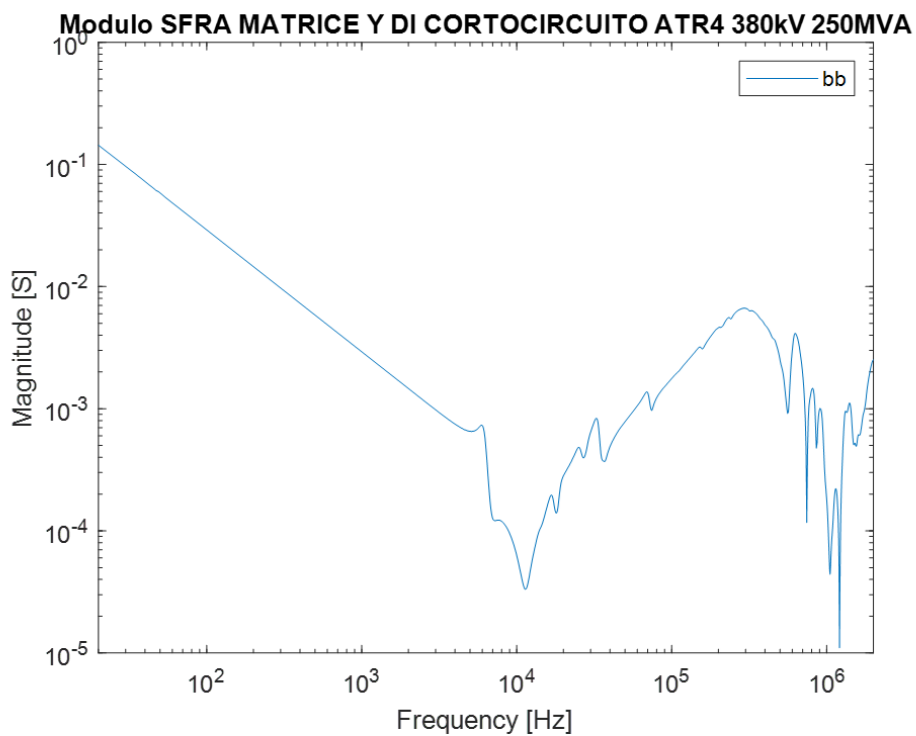


Figura 9.26: Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase b lato AT della matrice

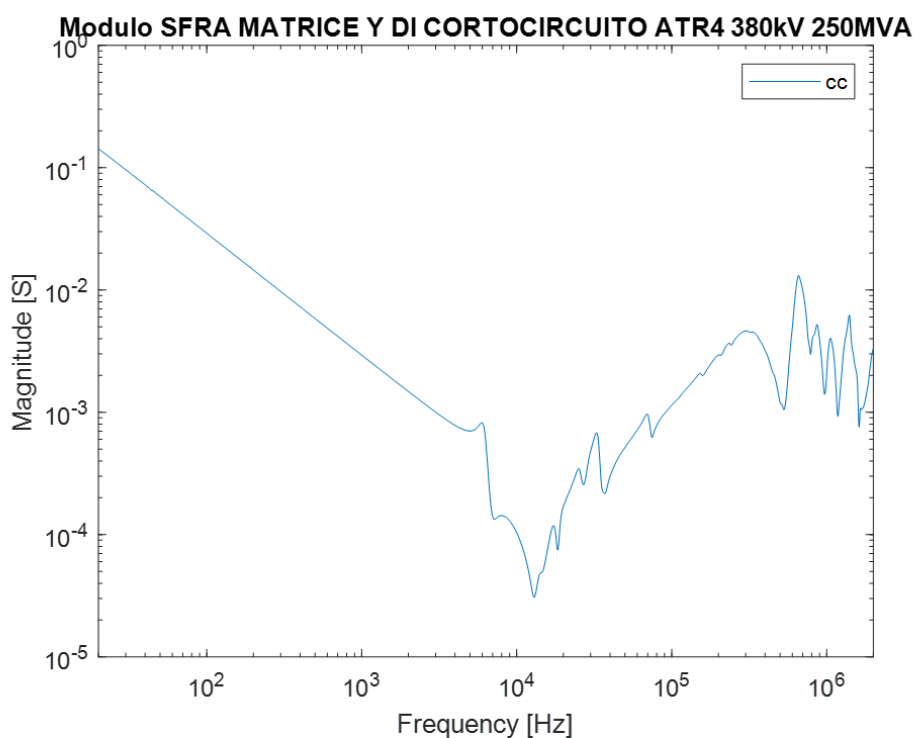


Figura 9.27: Modulo del vettore dell'auto ammettenze della fase c lato AT della matrice

Mentre i vettori delle ammettenze mutue, calcolati utilizzando l'equazione (9.4), sono mostrati nelle immagini seguenti.

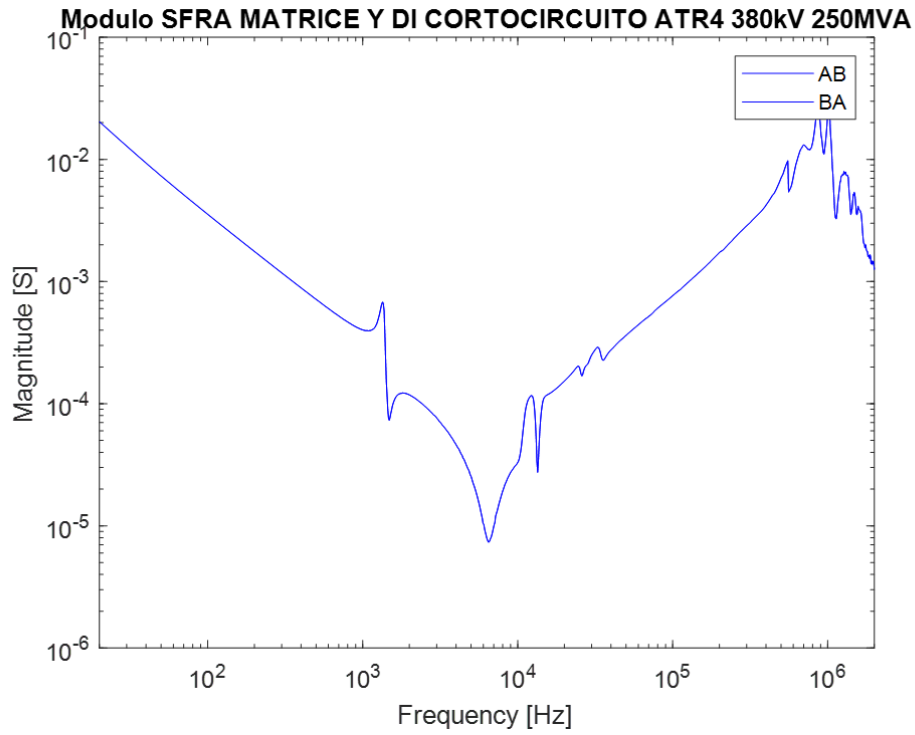


Figura 9.28: Modulo del vettore della mutua ammettenze AB e BA della sottomatrice lato AAT

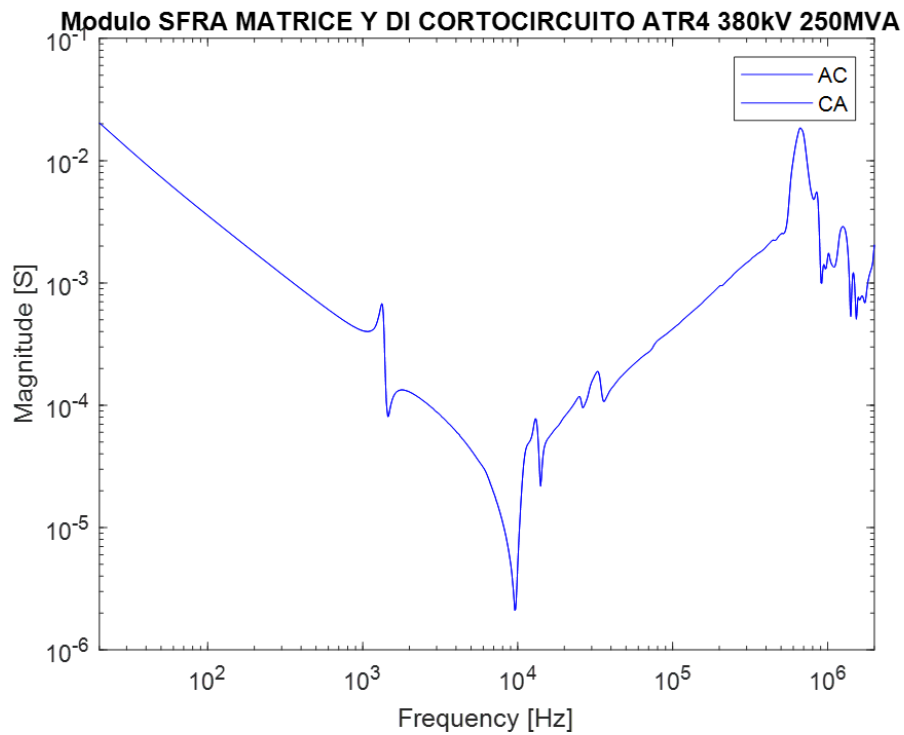


Figura 9.29: Modulo del vettore della mutua ammettenze AC e CA della sottomatrice lato AAT

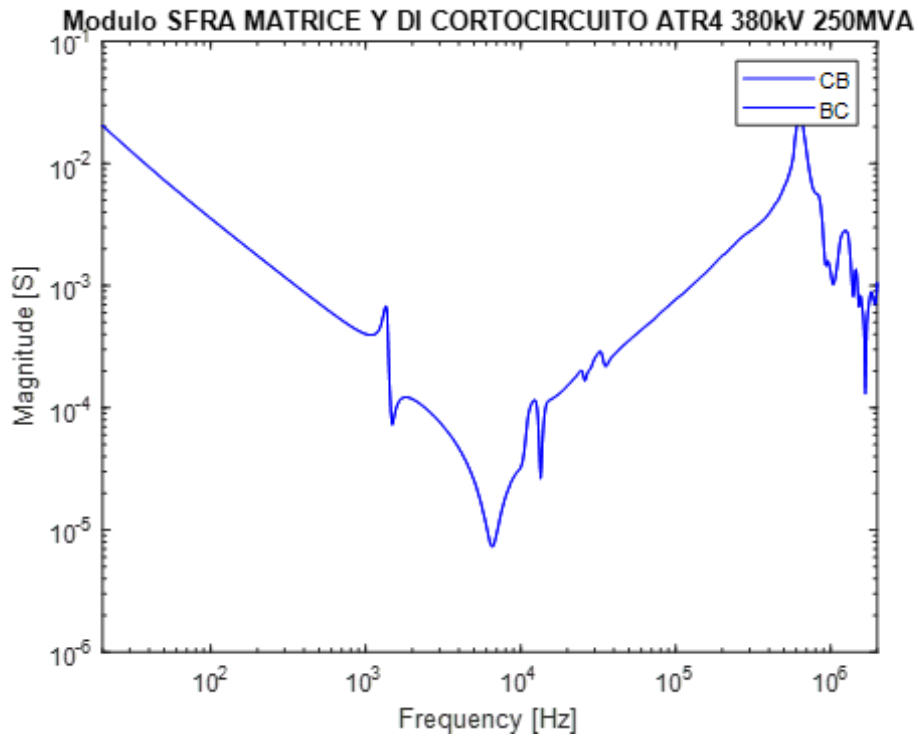


Figura 9.30: Modulo del vettore della mutua ammettenze CB e BC della sottomatrice lato AAT

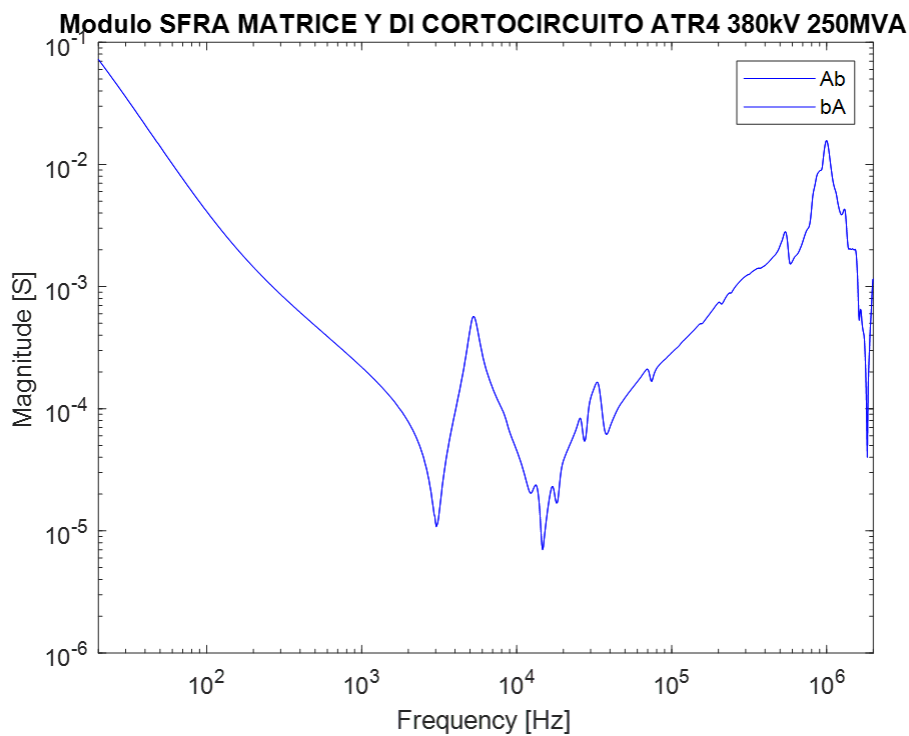


Figura 9.31: Modulo del vettore della mutua ammettenze Ab e bA della sottomatrice mutua AAT/AT

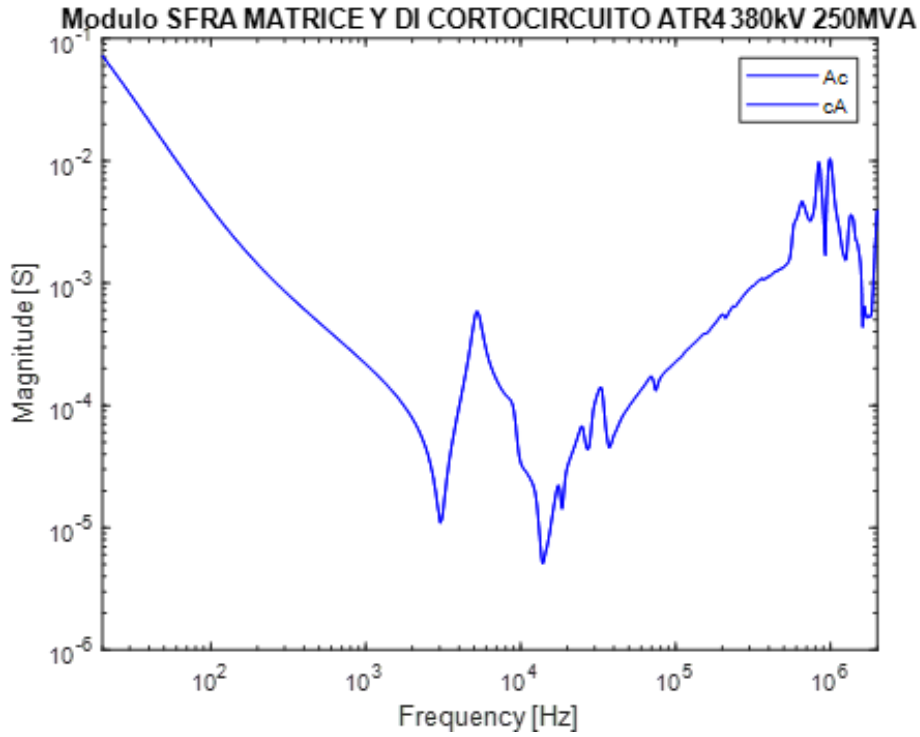


Figura 9.32: Modulo del vettore della mutua ammettenze A_c e cA della sottomatrice mutua AAT/AT

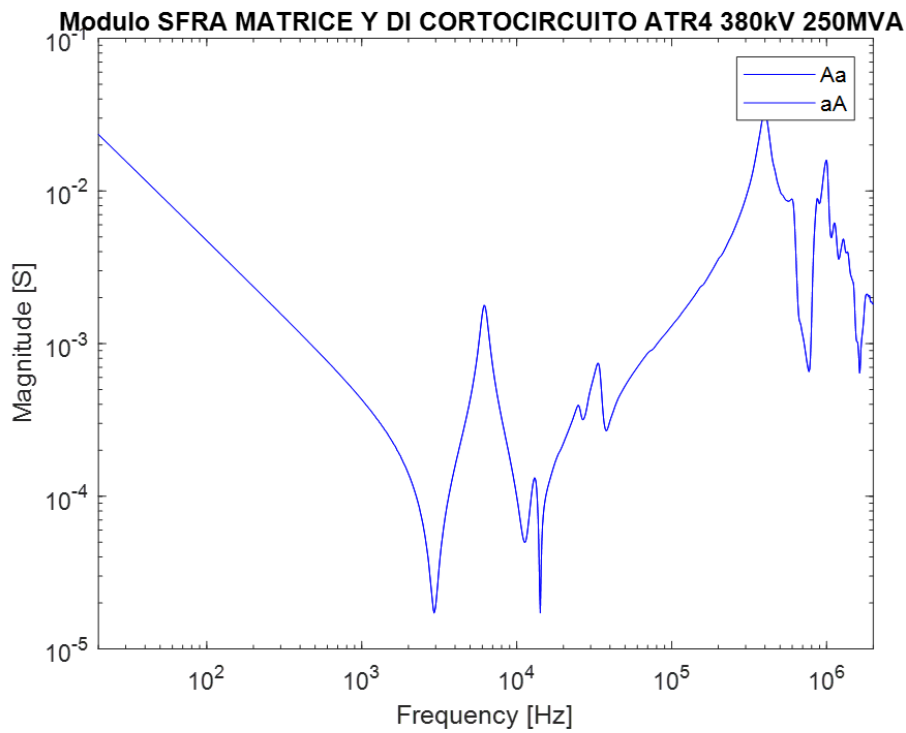


Figura 9.33: Modulo del vettore della mutua ammettenze A_a e aA della sottomatrice mutua AAT/AT

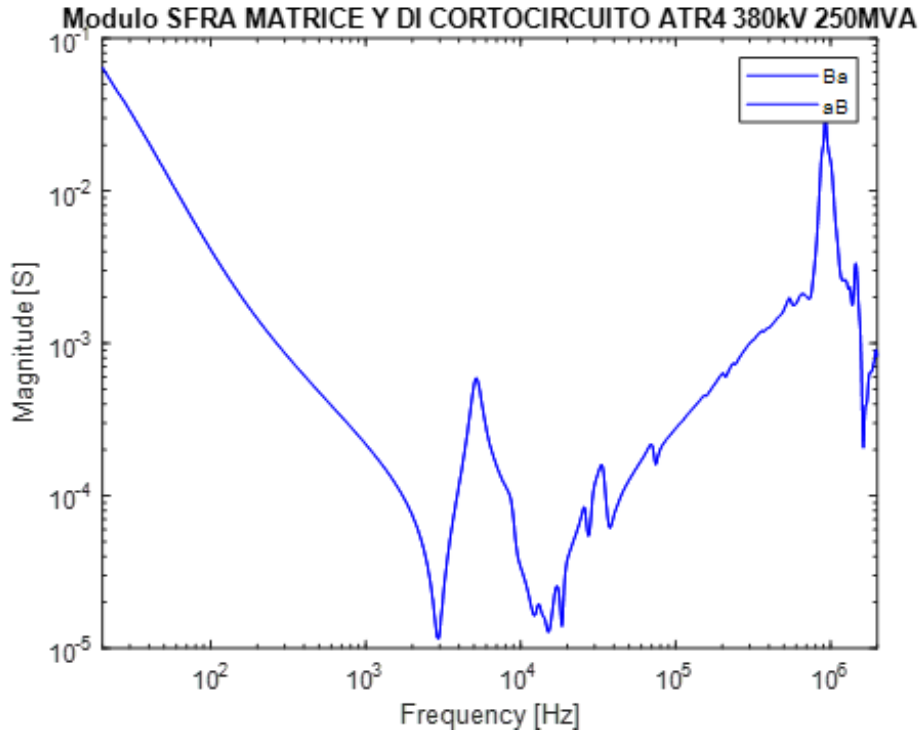


Figura 9.34: Modulo del vettore della mutua ammettenze Ba e aB della sottomatrice mutua AAT/AT

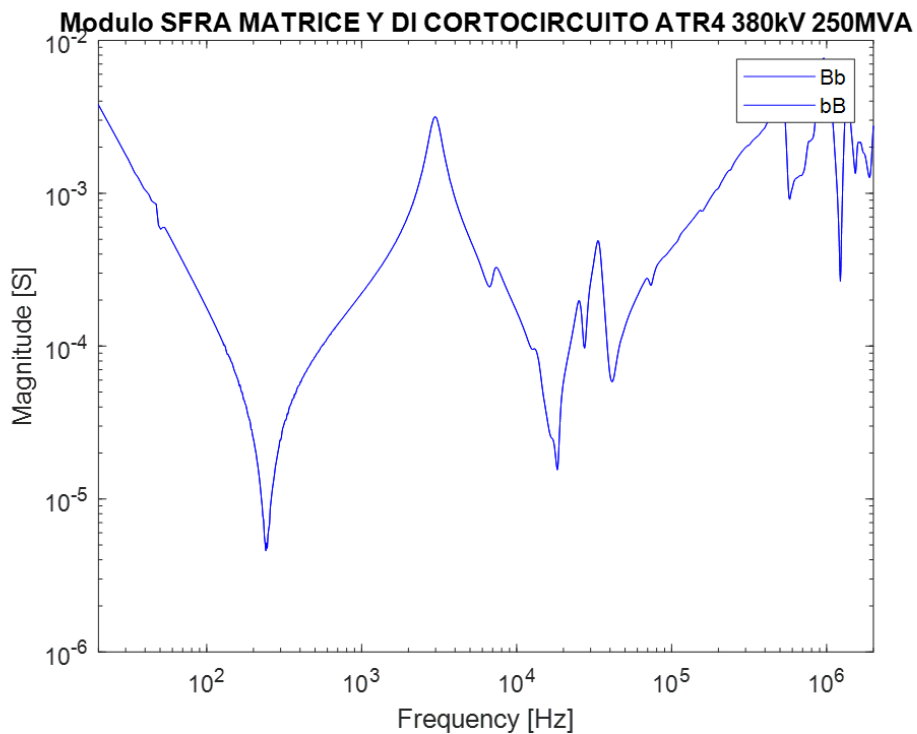


Figura 9.35: Modulo del vettore della mutua ammettenze Bb e bB della sottomatrice mutua AAT/AT

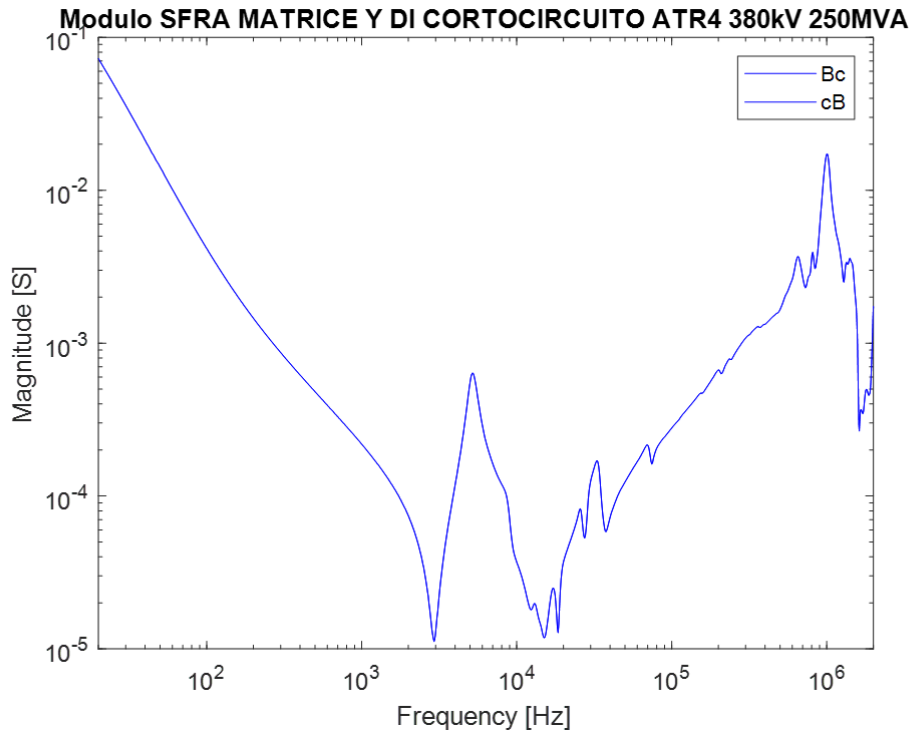


Figura 9.36: Modulo del vettore della mutua ammettenze B_c e c_B della sottomatrice mutua AAT/AT

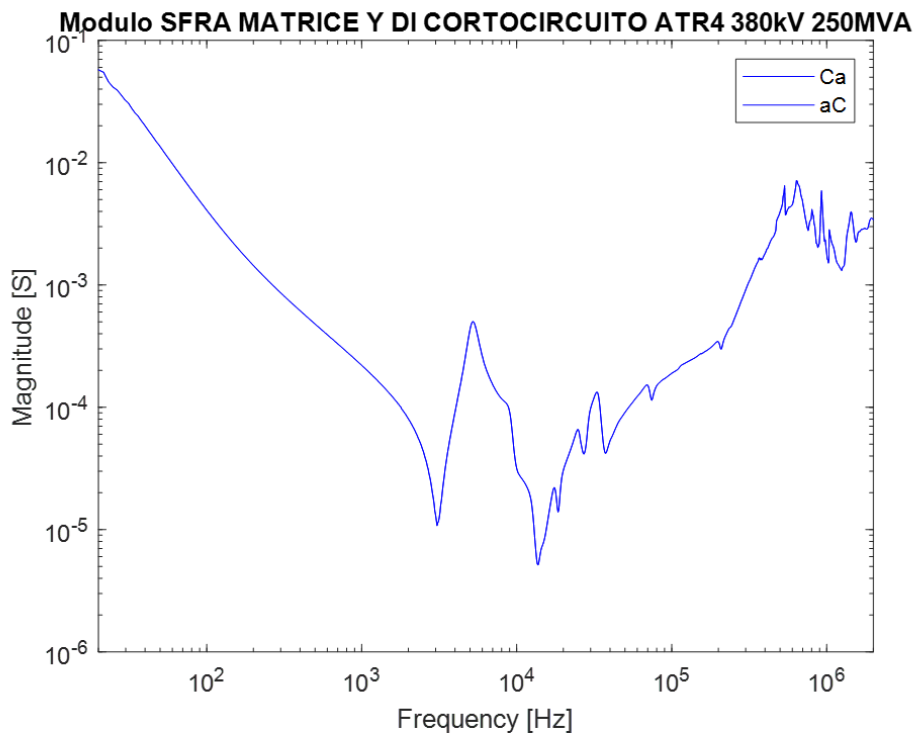


Figura 9.37: Modulo del vettore della mutua ammettenze C_a e a_C della sottomatrice mutua AAT/AT

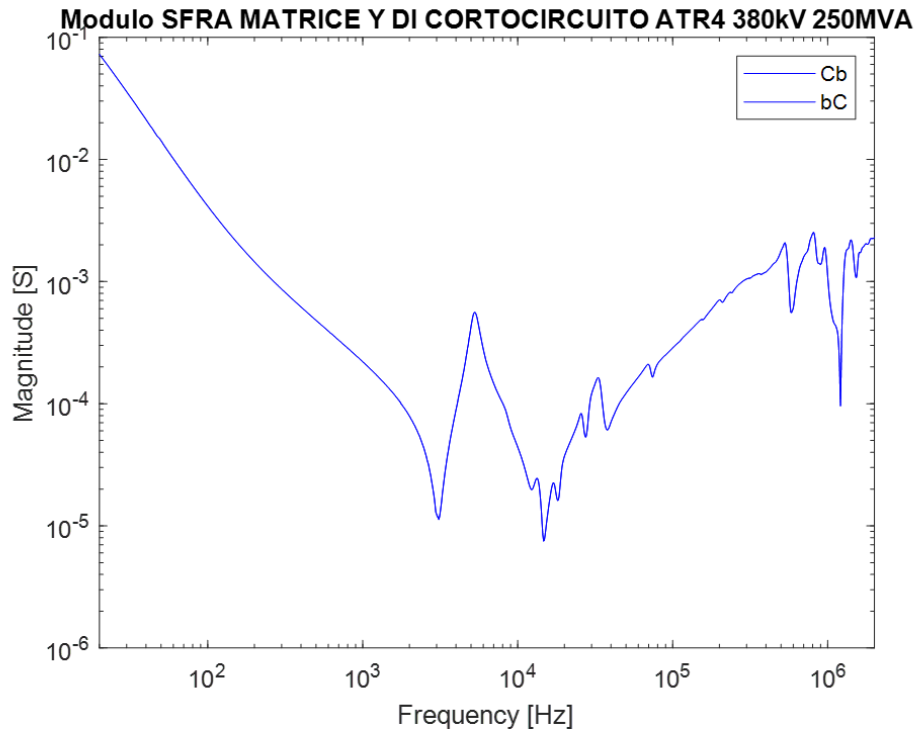


Figura 9.38: Modulo del vettore della mutua ammettenze C_b e b_C della sottomatrice mutua AAT/AT

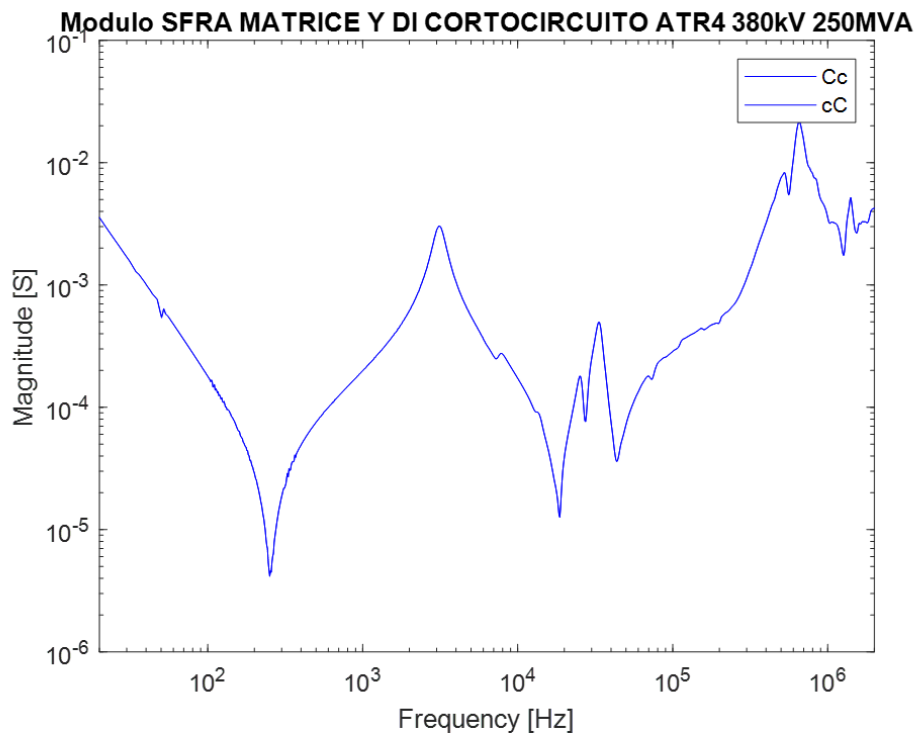


Figura 9.39: Modulo del vettore della mutua ammettenze C_c e c_C della sottomatrice mutua AAT/AT

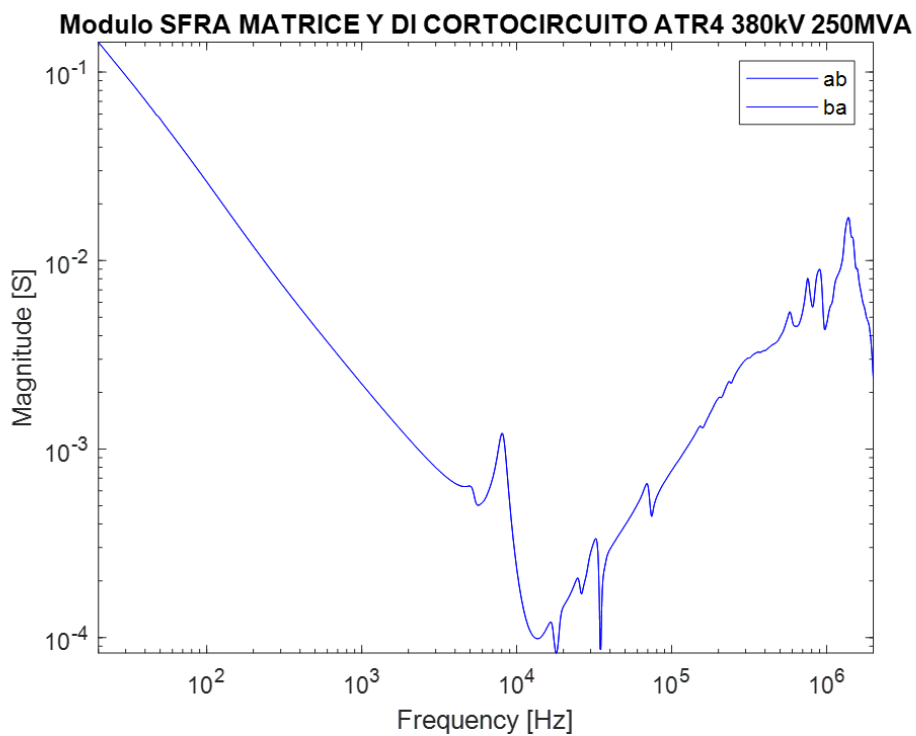


Figura 9.40: Modulo del vettore della mutua ammettenze ab e ba della sottomatrice lato AT

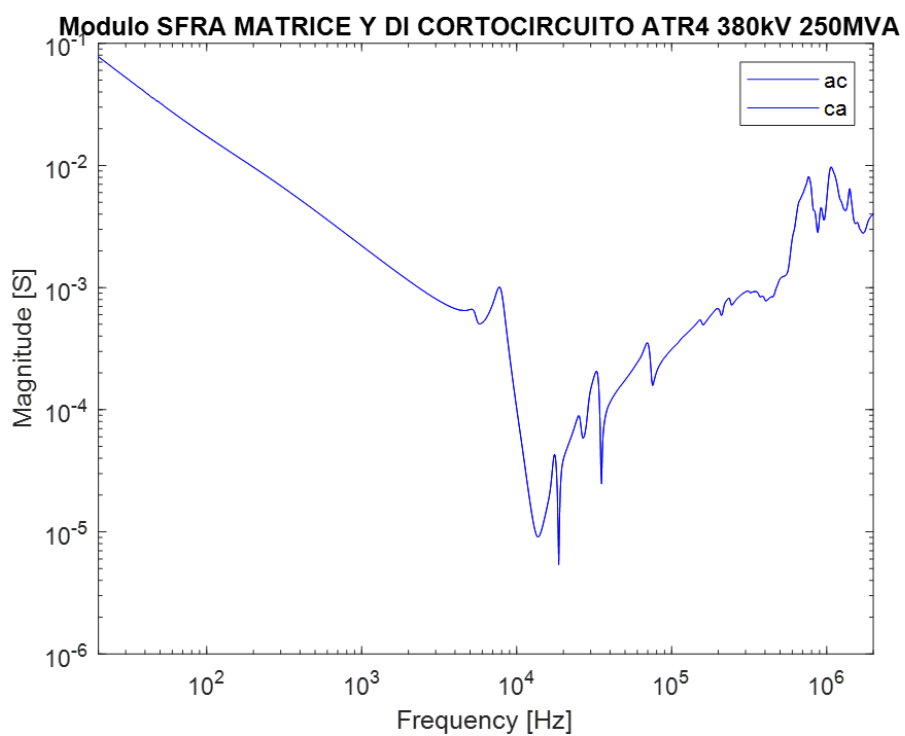


Figura 9.41: Modulo del vettore della mutua ammettenze ac e ca della sottomatrice lato AAT

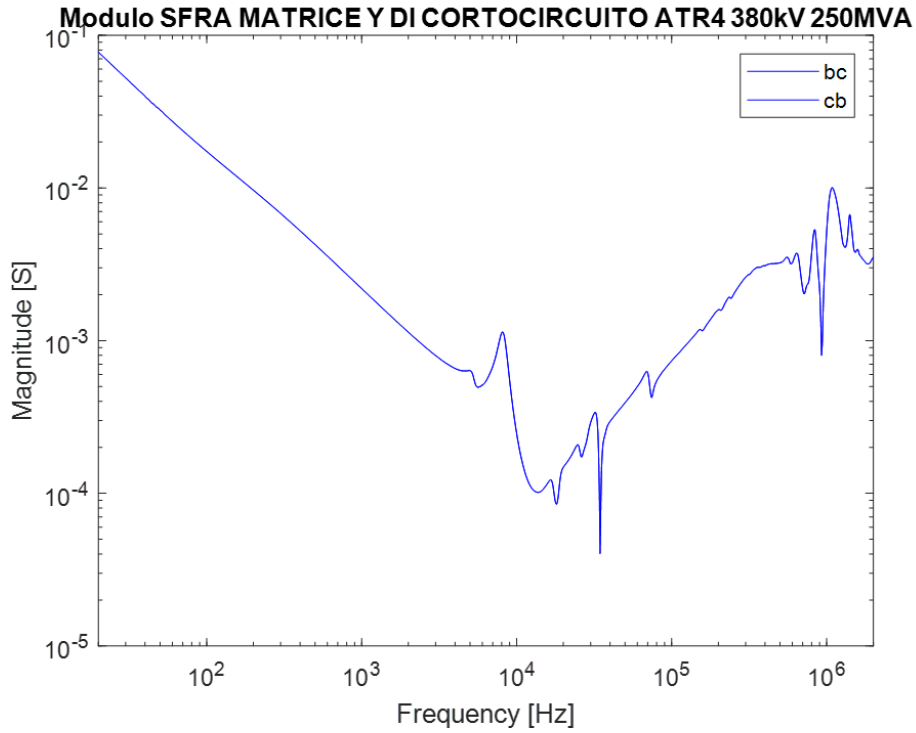


Figura 9.42: Modulo del vettore della mutua ammettenze bc e cb della sottomatrice lato AAT

In Figura 9.43 e Figura 9.44 vengono rappresentati sinteticamente i vettori di fase propri e mutui della matrice delle ammettenze.

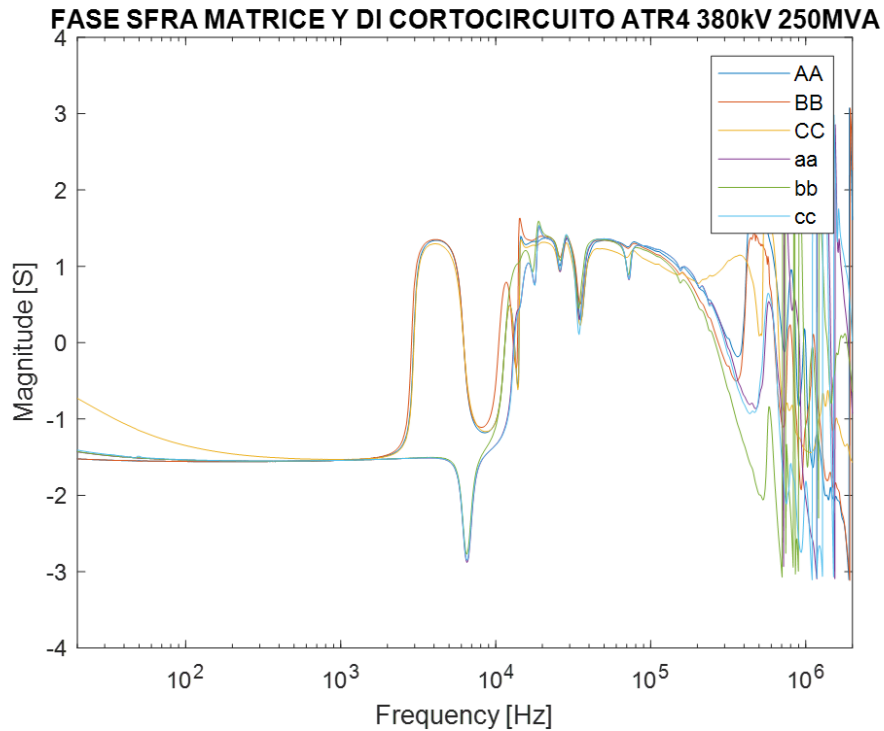


Figura 9.43: Fase delle auto ammettenze della matrice

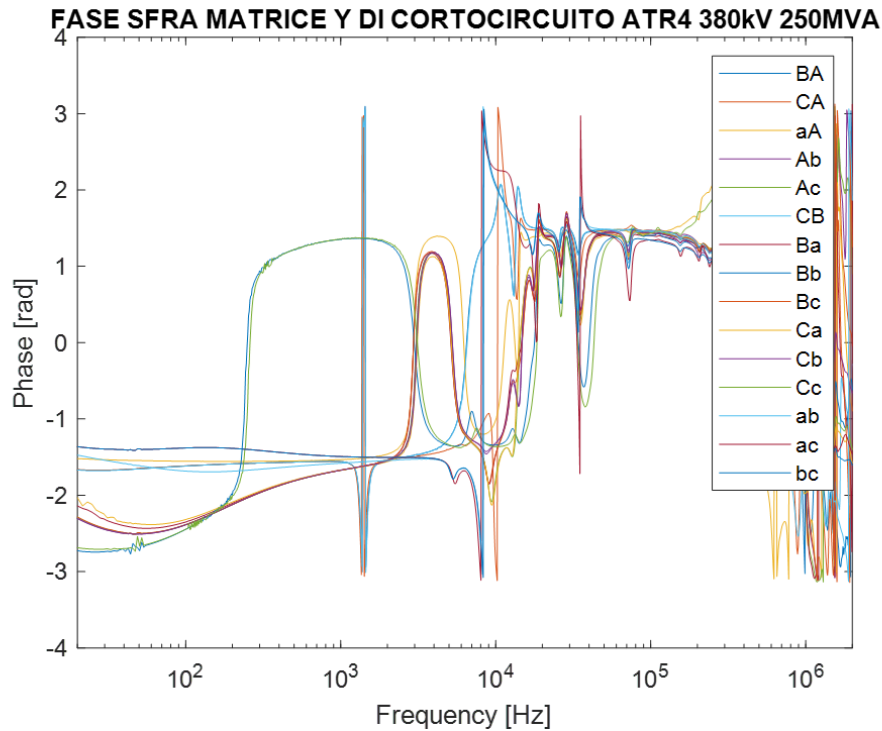


Figura 9.44: Fase delle mutue ammettenze della matrice

Successivamente, un modello razionale è calcolato per adattare i dati campionati della matrice delle ammettenze. In questo processo, vengono selezionate 80 coppie di poli-residui che sono distanziate logaritmicamente, con il calcolo basato sulla ponderazione inversa del modulo. Successivamente, vengono eseguite 15 iterazioni del metodo Vector Fitting per il rilassamento, come descritto nel Paragrafo 6.9. Il numero di poli da utilizzare è stato determinato attraverso vari tentativi al fine di minimizzare la discrepanza tra la funzione approssimata e la funzione misurata alle frequenze campionate, il tutto entro un numero limitato di iterazioni. La ponderazione inversa delle grandezze viene impiegata per ottenere un controllo relativo dell'errore.

Anche in questo caso, per consentire un controllo più accurato dei risultati ottenuti, la matrice viene divisa nelle 4 sottomatrici Y_{AAT} , $Y_{AAT/AT}$, $Y_{AT/AAT}$ e Y_{AT} . In Figura 9.45, Figura 9.46, e Figura 9.47 sono riportate le approssimazioni razionali del modulo dei vettori.

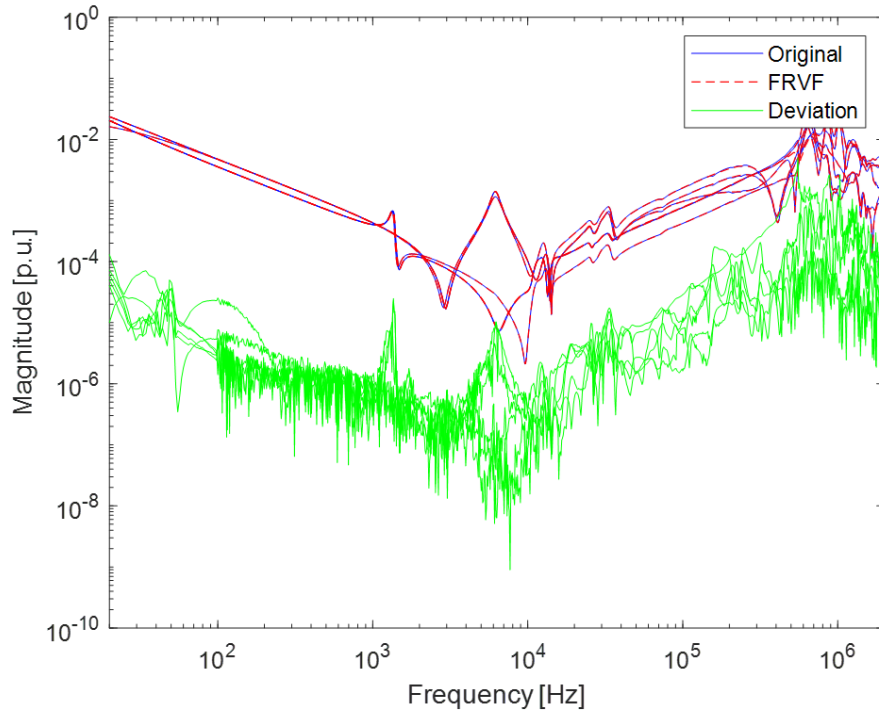


Figura 9.45: Approssimazione dei vettori della sottomatrice lato *AAT*

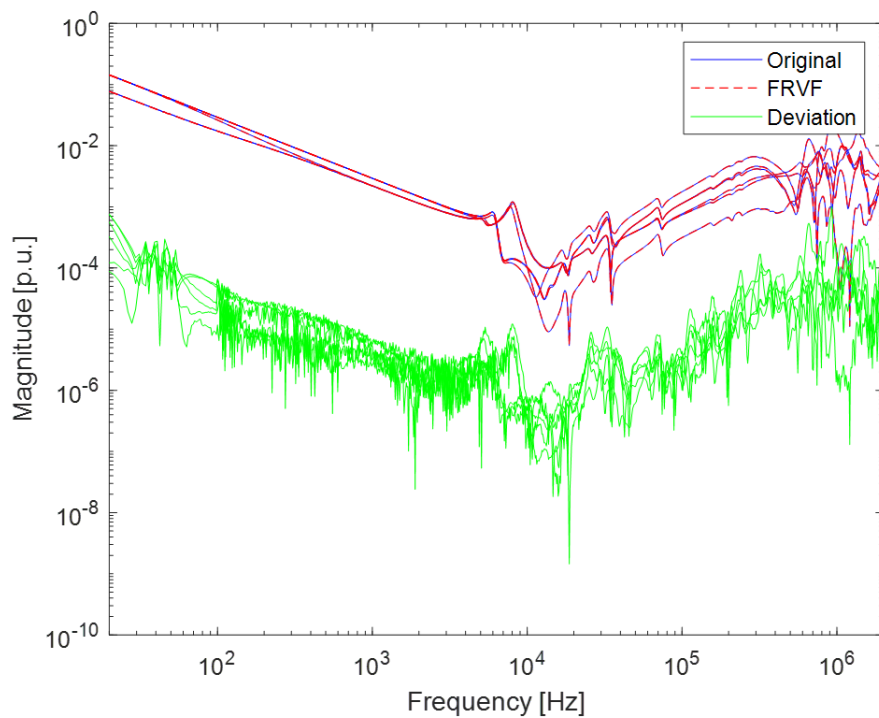


Figura 9.46: Approssimazione dei vettori della sottomatrice lato *AT*

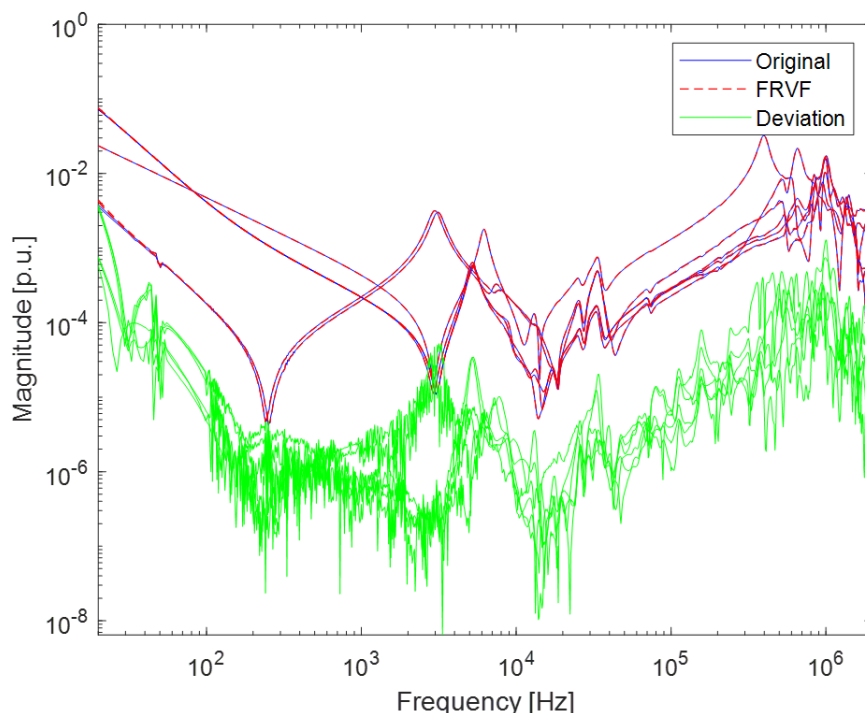


Figura 9.47: Approssimazione dei vettori delle sottomatrici mutue tra AAT e AT

9.5 Simulazioni stabili in frequenza e instabili nel tempo

La prima simulazione condotta ha avuto un ruolo di cruciale importanza, poiché aveva come obiettivo primario la verifica della coerenza delle funzioni di trasferimento di ciascun terminale dell'Autotrasformatore (ATR) rispetto a quelle ottenute attraverso le risposte in frequenza campionate. A tale scopo, è stato replicato il circuito rappresentato nella Figura 9.20 all'interno del software ATP. Successivamente, sono state confrontate le risposte relative al terminale A, come chiaramente illustrato nella Figura 9.20. È importante sottolineare che questa simulazione in frequenza ha dimostrato di produrre una risposta estremamente fedele all'originale, confermando quindi la validità e l'accuratezza del modello proposto.

Questa fase di simulazione ha svolto un ruolo fondamentale nel consolidare la fiducia nella corretta rappresentazione del comportamento dell'ATR nel contesto delle risposte in frequenza, fornendo una base solida per le fasi successive dell'analisi e delle valutazioni.

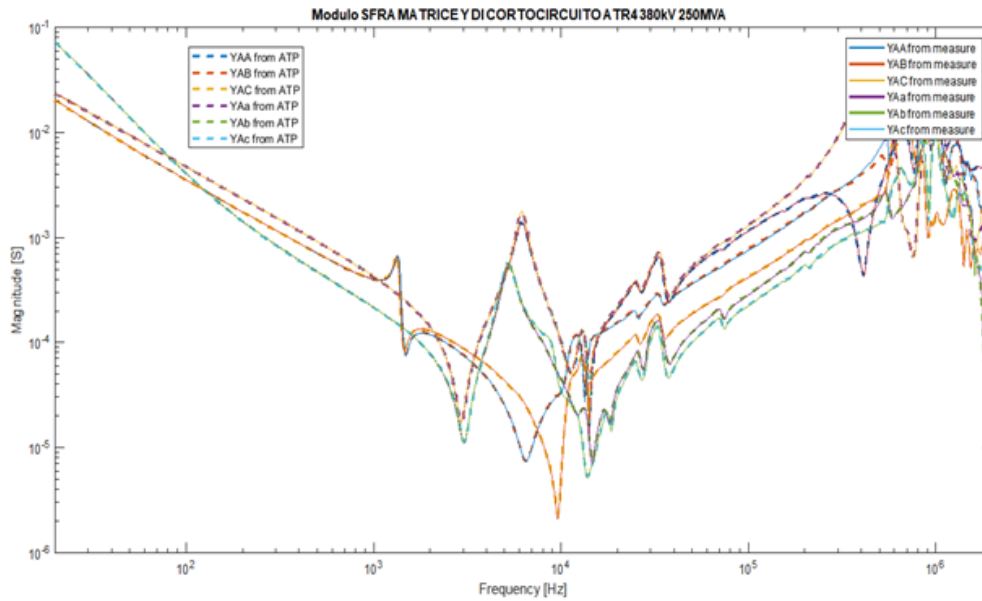


Figura 9.48: Confronti degli elementi propri della matrice delle ammettenze Y calcolati tramite ATP e quelli misurati

La seconda simulazione effettuata ha assunto un ruolo altrettanto importante, in quanto mirava a convalidare il modello nel dominio temporale. All'interno del software ATP, è stato implementato un circuito conforme all'illustrazione della Figura 9.49, con lo scopo specifico di valutare la dinamica della tensione tra i terminali della macchina.

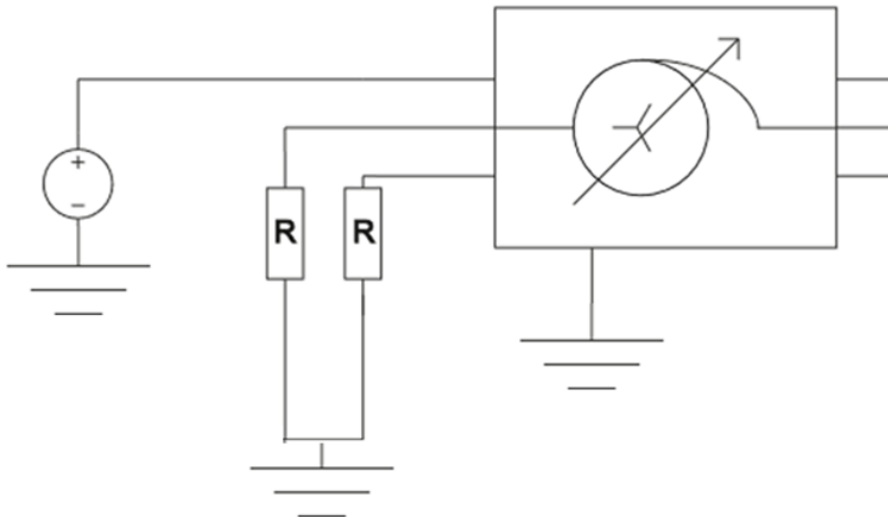


Figura 9.49: Circuito per il calcolo della tensione trasferita tra i terminali

Mediante l'introduzione di una corrente nella fase A, come chiaramente evidenziato nella Figura 9.50, è stato possibile constatare che il modello sviluppato non possedeva caratteristiche quali stabilità e passività. Di conseguenza, le tensioni ai vari terminali hanno

manifestato una divergenza a partire da alcuni millisecondi dall'inizio della simulazione, come esplicitamente illustrato nella Figura 9.51. Questo stadio di simulazione ha svolto un ruolo essenziale nel confermare l'adeguatezza del modello rispetto alle dinamiche temporali, identificando con chiarezza la sua non-passività e consentendo una migliore comprensione delle interazioni dell'autotrasformatore. Le informazioni ottenute hanno fornito una base solida per ulteriori analisi e perfezionamenti del modello.

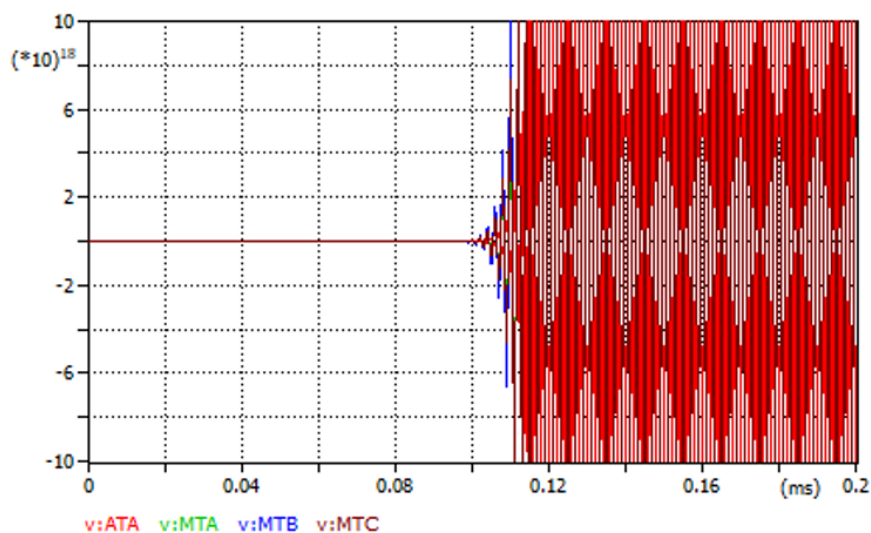


Figura 9.50: Andamento delle tensioni ai terminali di macchina a causa dell'instabilità del modello

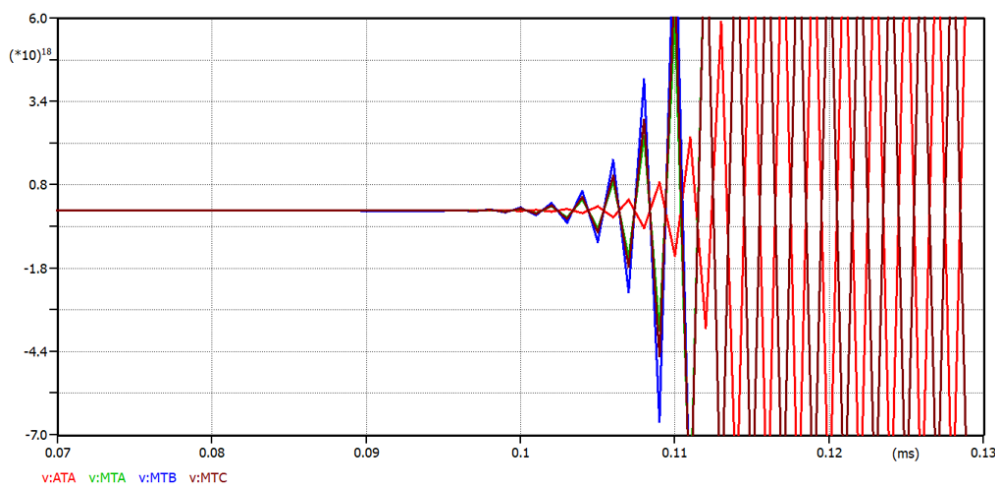


Figura 9.51: Dettaglio dell'andamento delle tensioni ai terminali di macchina a causa dell'instabilità del modello

Al fine di affrontare questa problematica, si è proceduto ad un ulteriore processo di modellazione della macchina. In particolare, è stata messa in atto una strategia volta a garantire la passività durante la fase di estrazione dei parametri. È essenziale sottolineare che la passività riveste un ruolo determinante, poiché influisce principalmente sulla stabilità

intrinseca del modello e, di conseguenza, sugli stessi parametri che esercitano un impatto significativo sulle simulazioni nel dominio del tempo. Questo approccio ha comportato una serie di sforzi mirati a migliorare la coerenza e l'efficacia del modello, ponendo l'accento sulla stabilità delle simulazioni nel contesto delle dinamiche temporali. Le misure volte a garantire la passività hanno contribuito ad ottimizzare ulteriormente la rappresentazione del comportamento dell'Autotrasformatore e ad aumentare la precisione delle simulazioni nel dominio del tempo.

9.6 La passività del modello

Come sottolineato nel paragrafo precedente, nel modello risultante sono state rilevate delle violazioni di passività. Come illustrato nella Figura 9.52, è stato evidenziato che nel modello simulato nel tempo sono presenti autovalori negativi. Questi autovalori, sebbene generalmente caratterizzati da residui di valore inferiore rispetto a quelli degli altri poli, possono dar luogo a instabilità a lungo termine, influenzando negativamente le prestazioni del modello.

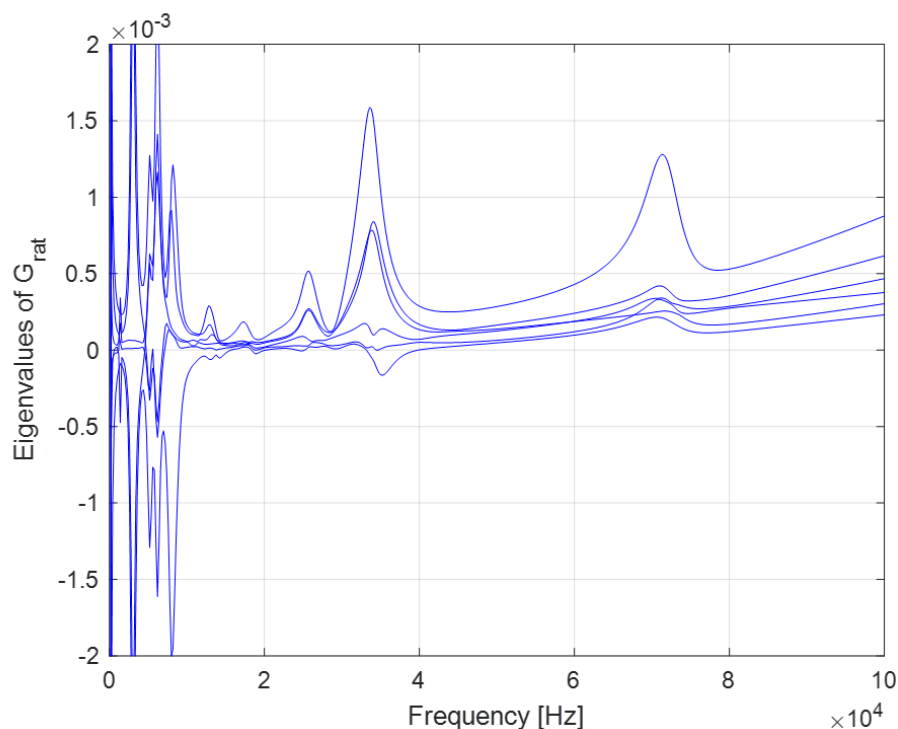


Figura 9.52: Rappresentazione degli autovalori del modello

Per risolvere queste violazioni di passività, è stato adottato un approccio iterativo basato sulla perturbazione spettrale con il controllo della passività, imponendo quindi il soddisfacimento di questa condizione fondamentale. Questo processo ha richiesto un impegno

prolungato di molte settimane, durante le quali sono state eseguite numerose regolazioni al fine di individuare i valori adeguati per le iterazioni sia interne che esterne, al fine di ottenere un modello stabile che non influenzasse negativamente le risposte del modello originale. La procedura finale ha coinvolto 20 iterazioni esterne, ciascuna con 3 iterazioni interne. È importante notare che il tempo di calcolo associato a questa procedura si è attestato sui trenta minuti su un computer dotato di elevate prestazioni. Questo sforzo computazionale ha consentito di giungere a un modello ottimizzato, libero da violazioni di passività e in grado di preservare l'integrità delle risposte rispetto al modello originale.

La Figura 9.53 mostra l'effetto della fase di imposizione della passività sugli autovalori del modello. Si osserva che le fasi di applicazione della passività rimuovono completamente la presenza di autovalori negativi.

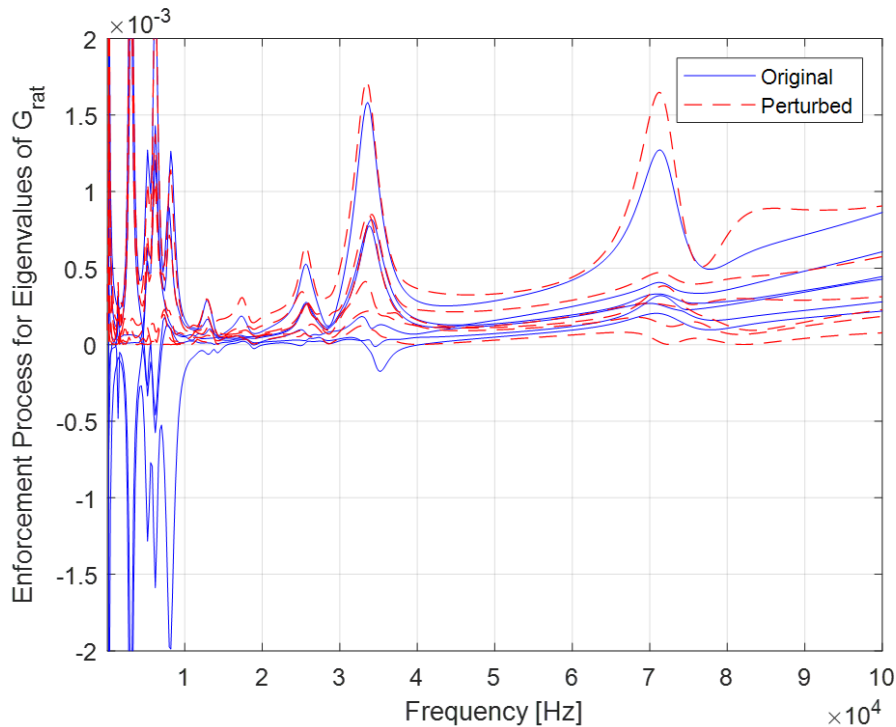


Figura 9.53: Autovalori del modello dopo aver applicato la passività.

L'imposizione di passività utilizza la perturbazione dei residui basata sui campioni con ponderazione inversa del modulo. Si osserva che il modello dimostra una notevole capacità di replicare fedelmente i dati originali. Come ultimo passo, il modello viene ritrasformato nel dominio fisico sottoponendo ciascuna matrice dei residui alla trasformazione inversa.

9.7 Sintesi del processo di modellizzazione

In Figura 9.54 è riportato schematicamente il processo di modellizzazione utilizzato.

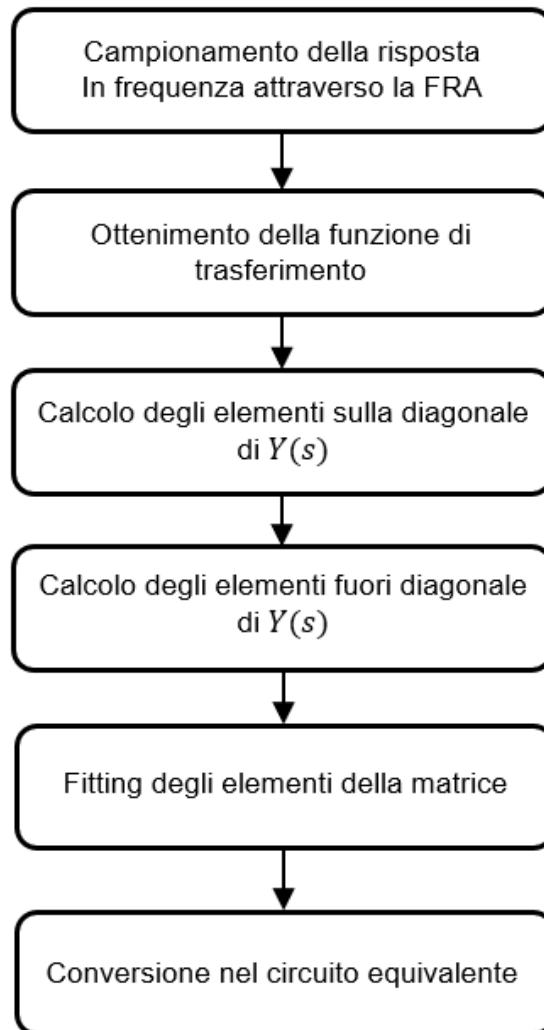


Figura 9.54: Procedura per derivare il modello dell'Autotrasformatore

Il risultato dell'approssimazione $Y_{\text{fit},ij}$ di ciascuna funzione di trasferimento Y_{ij} è un modello razionale sotto forma di coppie poli-residui [6], che presenta simmetria:

$$Y_{ij}(s) \approx Y_{\text{fit},ij}(s) = \sum_{n=1}^N \frac{c_{n,ij}}{s - a_{n,ij}} + d_{ij} + s * e_{ij} \quad (9.7)$$

Nell'equazione (9.7), $a_{n,ij}$ rappresenta i poli, che possono essere coppie coniugate reali o complesse. $c_{n,ij}$ rappresenta i residui, che possono anche essere coppie coniugate reali o complesse. d_{ij} è un valore reale costante. s è uguale a $j2\pi f$, dove f è la frequenza. N è il numero di poli utilizzati per l'approssimazione di ciascun elemento della matrice.

Il modello in (9.7) può essere convertito direttamente nella forma state-space (9.8) come riportato nel paragrafo 6.8.5:

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}B + D + sE \quad (9.8)$$

Per utilizzare il modello passivo in un programma per l'analisi dei transitori elettromagnetici (come EMTP o ATP), si possono seguire due approcci:

1. Il modello è rappresentato da una combinazione di elementi concentrati, tra cui resistenza, induttanza e capacità. I poli reali sono rappresentati dai rami RL, mentre i poli complessi coniugati sono rappresentati dai rami RLC equivalenti utilizzando la metodologia riportata nel paragrafo 8.3.
2. Le matrici $[A]$, $[B]$, $[C]$, $[D]$, ed $[E]$ ottenute dall'equazione (9.8) vengono utilizzate direttamente per costruire un blocco State-Space nel circuito di simulazione.

Nei paragrafi seguenti, è stato adottato il primo approccio, il quale non richiede l'uso di un programma di interfaccia grafica come Simulink o EMTP-RV. Con questo metodo, è stata ottenuta una risposta nel tempo della rete che può essere confrontata con quella della macchina reale.

9.8 Simulazioni nel dominio del tempo

Nella pratica comune, è essenziale condurre una verifica finale del modello nel dominio del tempo. A tale scopo, il modello è stato sottoposto a una serie di fasi di validazione:

1. Verifica del funzionamento in condizioni di assenza di carico.
2. Verifica del funzionamento in condizioni di presenza di carico.
3. Confronto delle prestazioni durante il verificarsi di una sovratensione di commutazione, utilizzando un modello CIGRE [116].

9.8.1 Simulazioni nei casi di assenza o presenza di carico

La prima simulazione prevede l'applicazione di una tensione a gradino a uno dei terminali, mentre gli altri terminali sono collegati a terra o lasciati a vuoto, come rappresentato nel

circuito mostrato in Figura 9.55. Nella configurazione in analisi, la tensione a gradino è stata specificamente applicata al terminale A situato sul lato AAT dell'autotrasformatore mentre i terminali B e C sono stati messi in cortocircuito con la terra. Le misurazioni effettuate hanno riguardato le tensioni ai terminali AT lasciati aperti e sono mostrate in Figura 9.56.

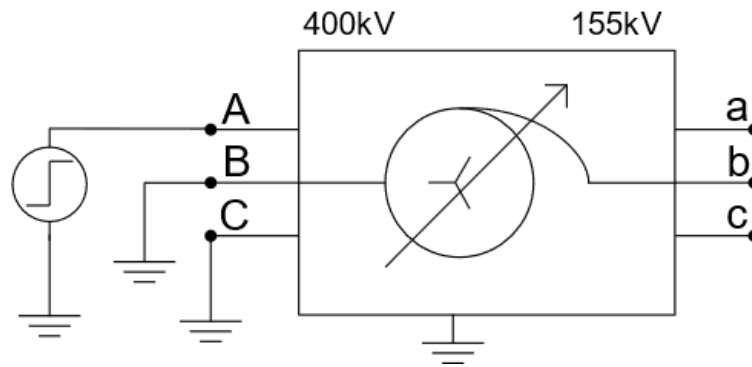


Figura 9.55: Gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore.

La tensione applicata è stata considerata come un valore noto nelle simulazioni. La Figura 9.56 presenta sia la tensione applicata che la risposta della tensione misurata sui terminali A-C (terminali lato AT). La tensione applicata è successivamente utilizzata in una simulazione nel dominio del tempo, realizzata come sorgente di tensione ideale e applicata al modello con le stesse condizioni terminali delle misurazioni.

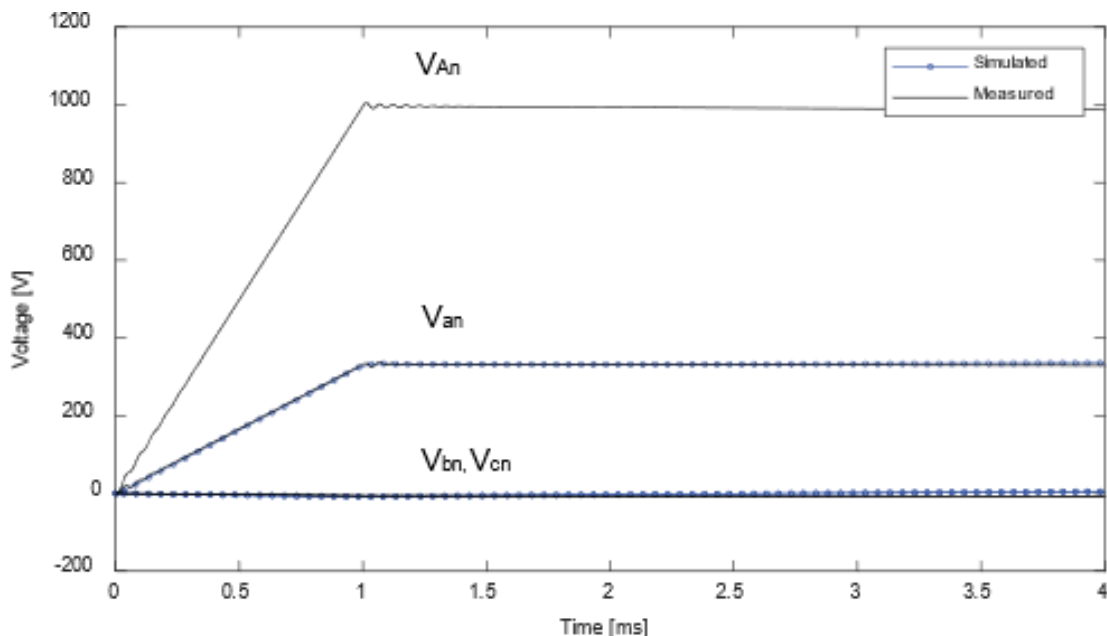


Figura 9.56: Andamento delle tensioni con gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore.

Si ritiene che il risultato della simulazione corrisponda molto fedelmente alla misurazione, sebbene le oscillazioni nei terminali A sul lato AT non siano significative. Questo potrebbe

essere dovuto all'accuratezza delle misurazioni della matrice di ammettenza, che mostra oscillazioni dei dati superiori a 500 kHz, e all'applicazione della passività nel modello, che forza determinati valori vettoriali in punti specifici.

Nella seconda simulazione, come illustrato in Figura 9.57, una tensione a gradino è applicata al terminale A, mentre i terminali secondari sono collegati ad un carico resistivo. Come mostrato in Figura 9.58, non ci sono oscillazioni nella risposta della fase A, e il modello riproduce le risposte di tensione misurate con un elevato grado di precisione.

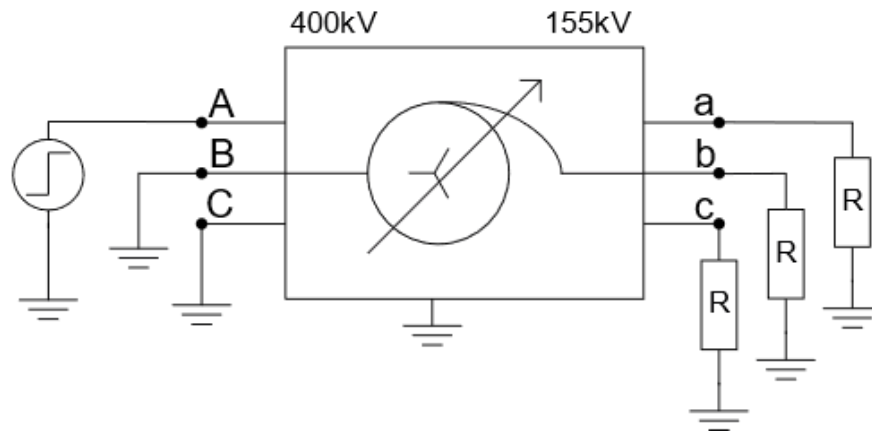


Figura 9.57: Gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore con secondario a terra attraverso resistori.

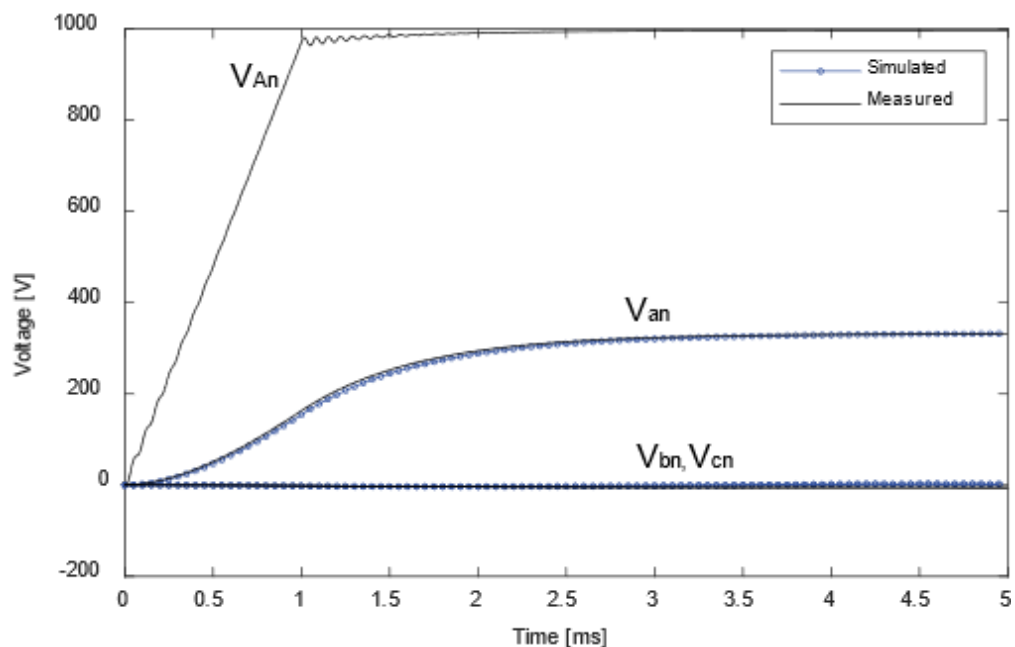


Figura 9.58: Risultati del gradino di tensione applicato sulla fase A lato AAT dell'Autotrasformatore con secondario a terra attraverso resistori.

La risposta all'impulso simulata mostra un comportamento affidabile, avvicinandosi ai valori attesi. L'ampiezza della simulazione è leggermente inferiore, intorno al 2%. Ciò è

attribuibile agli autovalori molto piccoli della sottomatrice relativa ai terminali secondari, paragonabili ai valori di resistenza verso terra. Questo porta a una variazione nella rappresentazione delle ammettenze in questo specifico punto operativo. Avendo validato il modello sia nel dominio della frequenza che nel dominio del tempo, possiamo incorporarlo in qualsiasi rete elettrica per condurre simulazioni transitorie.

9.8.2 Simulazione di un evento di commutazione in una rete a 380 kV

Nel contesto dell'operatività degli autotrasformatori, essi sono soggetti a interruzioni e sovratensioni. Al fine di valutare la risposta della rete a tali eventi, è di grande interesse condurre simulazioni avanzate dei transitori elettromagnetici attraverso software di tipo EMTP/ATP. L'obiettivo è verificare l'impatto delle sovratensioni sui componenti circostanti. Per tali simulazioni, è possibile utilizzare il modello a banda larga dell'autotrasformatore qui presentato. In questo scenario, il confronto tra i risultati del modello non è stato limitato a una semplice comparazione diretta. Al contrario, sfruttando un modello ATP rappresentativo di una sezione della rete elettrica italiana, con l'autotrasformatore modellato secondo le linee guida CIGRE [116], è stata effettuata una comparazione tra la risposta ottenuta dal modello "black box" e il modello CIGRE in caso di eventi di commutazione.

Consideriamo un modello di una parte del sistema di trasmissione italiano a 400 kV, in particolare le linee geograficamente situate tra il Lazio e la Toscana, come mostrato nella Figura 9.59. I segmenti di linea rappresentano linee aeree e nodi ("bus") con carichi connessi. Tutte le linee sono trifase con accoppiamento reciproco tra le fasi. Le linee, che si estendono per circa 108 km, sono modellate utilizzando un modello JMarti [86] che tiene conto delle variazioni dei parametri in funzione della frequenza. Il nostro obiettivo è valutare l'andamento delle tensioni durante il verificarsi di una sovratensione di manovra (evento di commutazione). Il modello di sistema originale include un insieme di generatori sincroni che operano a 50 Hz. Durante i transitori rapidi, i controlli dei generatori non sono in grado di regolare le tensioni ai terminali. Pertanto, nelle simulazioni transitorie, è pratica comune rappresentare i generatori come sorgenti di tensione ideale. I terminali a bassa tensione sono considerati aperti. La Figura 9.60 mostra i risultati della simulazione della tensione transitoria durante l'operazione di commutazione nel tempo, utilizzando sia il modello "black box" proposto che il modello ATP disponibile. In questo caso, le risposte dei modelli sono

perfettamente sovrapponibili, indicando un buon accordo tra il modello "black box" e il modello CIGRE.

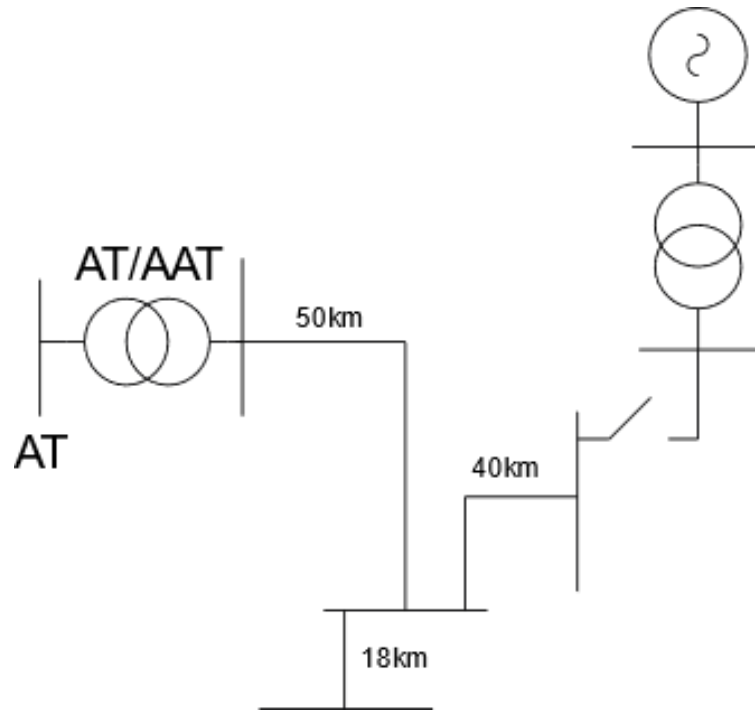


Figura 9.59: Schema semplificato monofase equivalente della rete 380 kV.

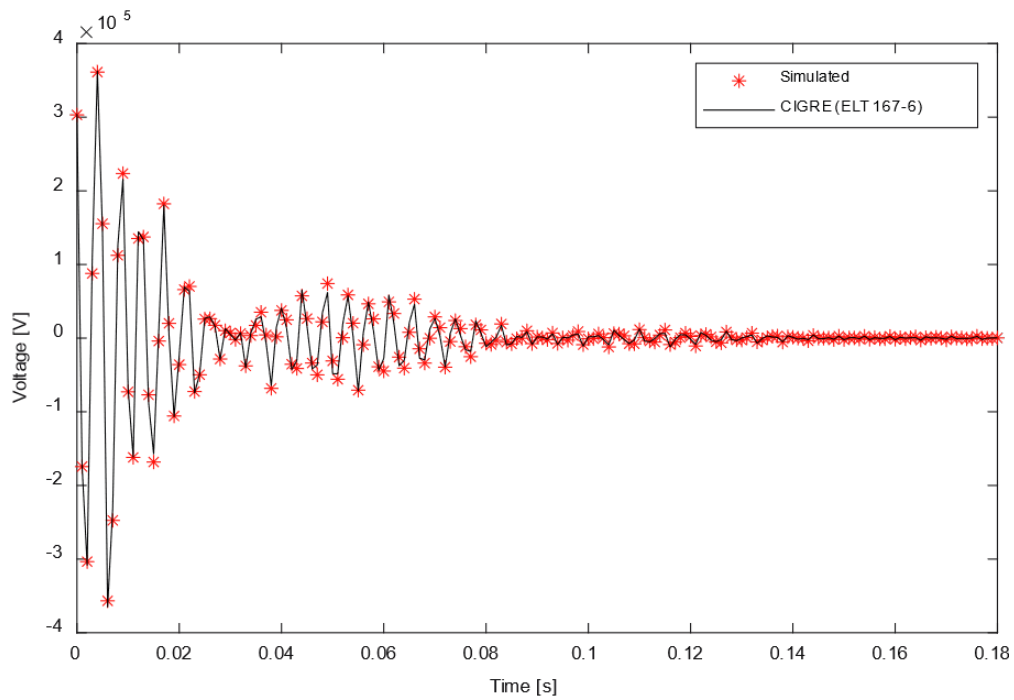


Figura 9.60: Confronto di una risposta di tensione transitoria durante un'operazione di commutazione utilizzando il modello "black box" proposto e il modello ATP disponibile.

9.8.3 Simulazione di un evento di commutazione in una rete a 380 kV in presenza di un generatore sincrono

Utilizzando lo stesso circuito presentato in Figura 9.59, è stata introdotta una linea di circa 9 km che collega un generatore da 345 kV. In questo contesto, è stata condotta una simulazione per valutare la comparsa di sovratensioni di commutazione, come illustrato in Figura 9.61. I risultati della simulazione delle tensioni transitorie sono presentati nella Figura 9.62. Questi risultati mostrano che le tensioni transitorie calcolate utilizzando il modello "black box" proposto e il modello CIGRE sono molto vicine tra loro. Anche in presenza del generatore a 345 kV, che influisce sul comportamento transitorio con oscillazioni della tensione di fase, l'accordo tra i due modelli è evidente.

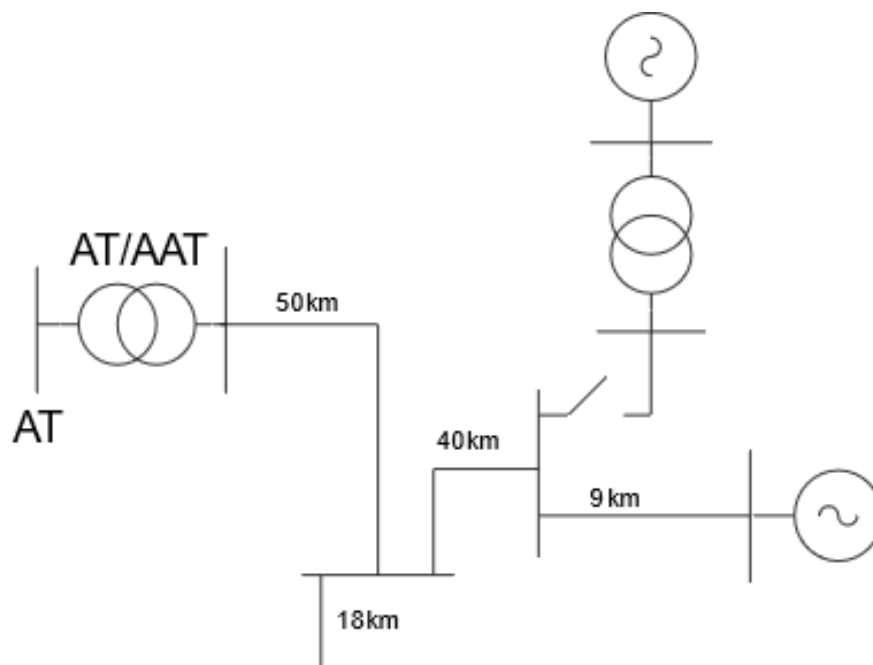


Figura 9.61: Schema semplificato monofase equivalente della rete 380 kV con generatore da 345 kV.

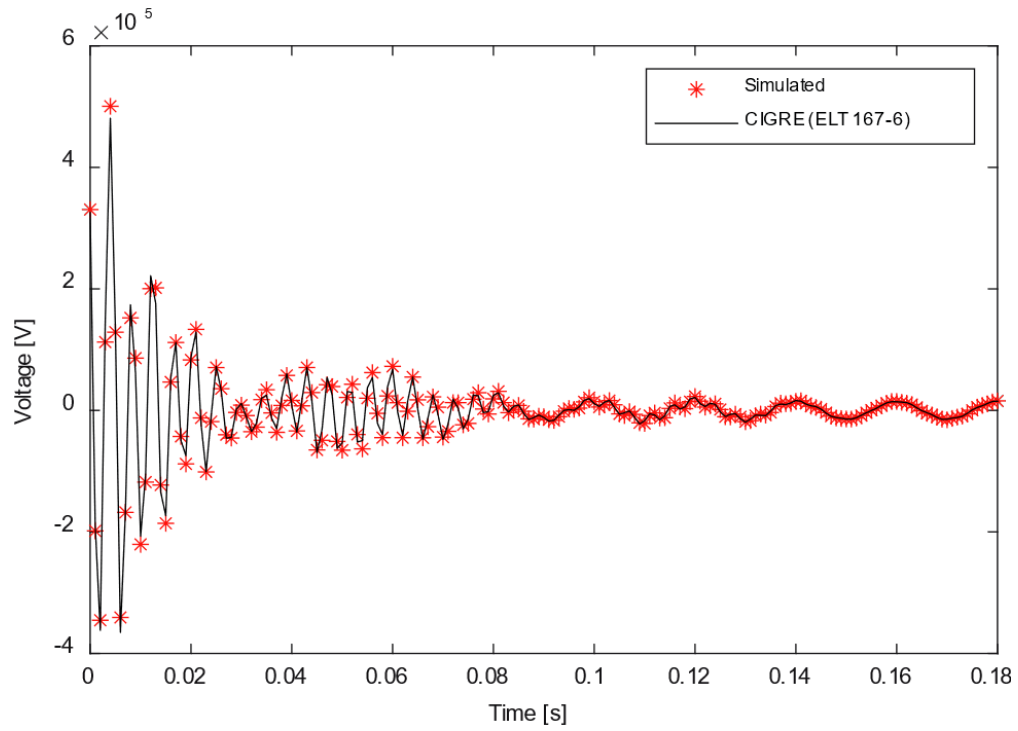


Figura 9.62: Confronto di una risposta di tensione transitoria durante un'operazione di commutazione in presenza di un generatore a 345 kV, utilizzando il modello "black box" proposto e il modello ATP disponibile.

Capitolo 10

Conclusioni

Durante il corso di questa ricerca, è stata condotta una profonda esplorazione del mondo degli autotrasformatori, focalizzandosi in particolare sul loro comportamento in presenza di transitori elettromagnetici. L'obiettivo centrale era quello di concepire un modello black box che, senza necessità di conoscere i dettagli fisici o geometrici di un autotrasformatore trifase 400/155 kV da 250 MVA, potesse replicare accuratamente il suo comportamento transitorio. Questo modello si basa sulle risposte in frequenza misurate direttamente da una macchina in esercizio, offrendo una prospettiva che supera le limitazioni dei modelli tradizionali. La necessità di un modello preciso e affidabile nasce dalla consapevolezza del ruolo cruciale degli autotrasformatori nel mantenere stabile e sicuro il flusso di energia elettrica nell'intero sistema elettrico. Eventuali guasti o malfunzionamenti possono portare a gravi conseguenze come interruzioni dell'alimentazione e notevoli perdite economiche. La metodologia seguita, i risultati raggiunti e le sfide affrontate sono stati analizzati in dettaglio nei capitoli precedenti. In questa conclusione, ci concentriamo sulle implicazioni, le limitazioni e suggeriamo possibili direzioni per futuri studi nel campo della modellazione degli autotrasformatori e dei transitori elettromagnetici.

Il percorso di ricerca ha evidenziato l'importanza della Frequency Response Analysis (FRA) come strumento fondamentale per acquisire le informazioni necessarie alla creazione del modello. Questa tecnica, nella sua variante SFRA, ha permesso di analizzare l'autotrasformatore in un ampio spettro di frequenze, fornendo dati preziosi per la comprensione del suo comportamento in diverse condizioni operative. Mentre il modello black box si è rivelato un potente strumento di analisi, ha anche sollevato nuove domande e sfide. Una delle principali sfide è stata garantire che il modello fosse sia accurato che efficiente. L'accuratezza

è stata assicurata attraverso una rigorosa validazione, confrontando i risultati del modello con dati sperimentali e con altri modelli consolidati nel campo. L'efficienza, d'altra parte, è stata ottenuta ottimizzando l'algoritmo e riducendo la complessità computazionale senza compromettere la precisione.

Un altro aspetto cruciale è stata la considerazione delle implicazioni pratiche del modello. Oltre alla sua applicabilità teorica, il modello black box ha mostrato grande potenziale per applicazioni reali. La capacità di rilevare variazioni nella risposta in frequenza può servire come un precoce indicatore di possibili guasti o degradi, offrendo così un vantaggio significativo nella manutenzione predittiva. Tuttavia, come ogni ricerca, anche questo studio ha avuto le sue limitazioni. Una delle principali limitazioni è stata la dipendenza dai dati sperimentali per la validazione. La FRA difatti è una tecnica potente, ma ha anche le sue difficoltà, in particolare in termini di isolare le variabili e garantire la ripetibilità delle misurazioni. Inoltre, la natura "black box" del modello, pur essendo una forza in termini di flessibilità e generalizzazione, ha dei limiti intrinseci sul grado di trasparenza e comprensione profonda del sistema. Il modello può replicare accuratamente il comportamento dell'autotrasformatore in diverse condizioni, ma non fornisce una visione dettagliata dei processi interni che guidano tale comportamento. Questa è una considerazione importante, specialmente quando si tratta di applicazioni critiche dove la comprensione dei meccanismi interni può essere cruciale.

La flessibilità del modello nell'adattarsi a diversi tipi di autotrasformatori e scenari operativi è un aspetto significativo da considerare. Nonostante il modello sia stato inizialmente sviluppato per un autotrasformatore trifase specifico, la sua metodologia potrebbe essere modificata e adattata per essere utilizzata con altri tipi di autotrasformatori. Questa capacità potenziale apre la strada a un'ampia gamma di applicazioni e possibili direzioni future di ricerca. Un esempio concreto potrebbe essere l'estensione del modello agli autotrasformatori da 400 MVA o ai nuovi autotrasformatori da 600 MVA attualmente in fase di installazione e che entreranno in esercizio entro il 2026. Questo adattamento richiederebbe un'analisi delle caratteristiche di queste macchine, così come una possibile raccolta di dati sperimentali per migliorare la precisione del modello. Una volta adattato con successo, il modello potrebbe essere utilizzato per monitorare, controllare o ottimizzare l'operatività di questi autotrasformatori, offrendo potenzialmente notevoli vantaggi in termini di efficienza energetica e sicurezza operativa.

Guardando al futuro, è evidente che il campo degli autotrasformatori e dei relativi modelli

sia destinato a continuare la sua evoluzione. Questa evoluzione sarà guidata dall'introduzione di nuove tecnologie, dall'innovazione nei metodi di analisi e dalla superamento del limite attuale di campionamento degli strumenti, il quale impedisce una misurazione accurata dello spettro in frequenza oltre i 2 MHz. Questi progressi tecnologici consentiranno lo sviluppo di modelli più avanzati, precisi e stabili. Il lavoro svolto in questa tesi rappresenta un passo significativo in questa direzione, ma è solo l'inizio di un viaggio di scoperta e innovazione. La sostenibilità e l'efficienza energetica sono diventate preoccupazioni centrali nell'industria elettrica moderna. In questo contesto, l'efficienza del modello black box non si limita solo alla sua precisione, ma anche alla sua capacità di contribuire a creare sistemi energetici più sostenibili e resilienti. La ricerca futura potrebbe esplorare ulteriormente come il modello possa essere integrato in reti intelligenti e sistemi di gestione dell'energia per ottimizzare l'uso delle risorse. L'importanza di un modello accurato e affidabile per gli autotrasformatori va oltre la mera analisi tecnica. In un'era in cui l'affidabilità delle reti elettriche è di vitale importanza per la società, avere strumenti che possono prevedere e diagnosticare problemi in anticipo può avere un impatto significativo sulla qualità della vita e sulla sicurezza delle persone. Questo aspetto ha reso ancora più evidente la responsabilità degli ingegneri e dei ricercatori nel contribuire a costruire un futuro più sicuro e sostenibile. In termini di direzioni future, ci sono molteplici aree che meritano ulteriore esplorazione. Una di queste riguarda l'integrazione del modello con tecnologie emergenti come l'intelligenza artificiale e il machine learning. Queste tecnologie potrebbero offrire nuovi modi per affinare e migliorare il modello, rendendolo ancora più preciso e adattabile a diverse situazioni. Un altro ambito di interesse potrebbe essere l'espansione del modello per includere interazioni con altre componenti della rete elettrica, come generatori, linee di trasmissione e carichi. Questo approccio olistico, solamente accennato nella fase conclusiva di verifica del modello, potrebbe fornire una visione più completa delle dinamiche della rete e delle potenziali aree di miglioramento.

La collaborazione tra accademia e industria è stata un pilastro fondamentale di questa ricerca. L'opportunità di costruire il modello partendo da uno scenario reale, grazie alle partnership con TERNA, ha non solo validato il lavoro svolto ma ha anche evidenziato aree di potenziale innovazione. Questa sinergia ha dimostrato come la ricerca accademica possa avere un impatto diretto e tangibile sul mondo reale, guidando l'evoluzione tecnologica e rispondendo alle esigenze concrete del mercato.

Guardando avanti, è chiaro che il panorama energetico globale sta subendo trasformazioni radicali. L'urgenza di affrontare i cambiamenti climatici, insieme alle crescenti aspettative

degli utenti per reti elettriche più efficienti e sostenibili, pone nuove sfide e opportunità. In questo contesto, il modello sviluppato in questa tesi non è solo un contributo tecnico, ma anche un passo verso un futuro energetico più resiliente e sostenibile.

L'adozione crescente delle energie rinnovabili e la decentralizzazione delle reti elettriche rappresentano ulteriori sfide e opportunità. Mentre le fonti di energia tradizionali come il carbone e il gas naturale stanno lentamente cedendo il passo a soluzioni più verdi, la necessità di modelli affidabili e precisi come quello sviluppato in questa tesi diventa ancora più pressante. La variabilità intrinseca delle fonti rinnovabili, come il vento e il sole, richiede strumenti capaci di prevedere e gestire efficacemente i transitori elettromagnetici in reti sempre più complesse.

Un altro aspetto rilevante è l'interazione con le tecnologie di storage energetico. Con l'avvento delle batterie di nuova generazione e delle soluzioni di accumulo, l'evoluzione delle reti elettriche sta diventando sempre più fluida e dinamica. Integrare il modello con queste nuove componenti potrebbe offrire una visione ancora più completa delle dinamiche di rete e contribuire a ottimizzare l'allocazione e l'uso delle risorse.

La digitalizzazione e la connettività sono altri fattori che stanno rivoluzionando il settore energetico. L'Internet delle Cose (IoT) e le soluzioni basate su cloud offrono nuove possibilità per monitorare, analizzare e gestire le reti elettriche in tempo reale. In questo scenario, il modello potrebbe essere integrato in piattaforme digitali per fornire analisi predittive e soluzioni di ottimizzazione basate sui dati.

In conclusione, mentre questa ricerca ha portato a significativi progressi nella comprensione e nella modellazione degli autotrasformatori, è chiaro che il viaggio è appena iniziato. Le sfide e le opportunità che emergono nell'orizzonte energetico richiedono un impegno continuo, innovazione e una visione per costruire un futuro energetico sostenibile e resiliente per tutti. L'evoluzione tecnologica nel settore energetico non è solo una questione di progresso scientifico, ma anche di responsabilità sociale. La crescente consapevolezza delle questioni ambientali e la necessità di ridurre l'impronta di carbonio hanno reso imperativo l'adozione di soluzioni energetiche più pulite e sostenibili. In questo contesto, la ricerca e l'innovazione giocano un ruolo cruciale nel guidare la transizione verso un futuro a basse emissioni di carbonio. In sintesi, la strada verso un futuro energetico sostenibile è complessa e sfaccettata. Richiede una combinazione di competenza tecnica, visione strategica e impegno etico. Questa ricerca rappresenta un passo in quella direzione, ma il vero lavoro inizia ora, con l'applicazione e l'adattamento delle scoperte in contesti reali, per un impatto duraturo

e significativo. L'adattabilità e la flessibilità sono diventate parole chiave nell'era moderna dell'ingegneria. Con l'evoluzione rapida delle tecnologie e l'emergere di nuove sfide, i modelli e le soluzioni di ieri potrebbero non essere adeguati alle esigenze di domani. Questa tesi ha dimostrato che, attraverso un approccio innovativo e basato sui dati, è possibile sviluppare strumenti che non solo rispondono alle attuali esigenze del settore, ma sono anche pronti ad adattarsi ai cambiamenti futuri.

Analizzando il percorso intrapreso durante questa ricerca, emerge chiaramente l'importanza della continua ricerca di eccellenza e innovazione. L'ingegneria elettrica, come molti altri campi della scienza e della tecnologia, è in continua evoluzione, e ciò che è considerato all'avanguardia oggi potrebbe diventare obsoleto domani. Questa realtà sottolinea l'importanza dell'apprendimento continuo, della curiosità e dell'apertura a nuove idee e approcci. Un aspetto fondamentale che questa tesi ha cercato di enfatizzare è l'interconnessione tra teoria e pratica. Mentre la teoria fornisce le fondamenta e la guida, è solo attraverso l'applicazione pratica che le idee possono essere veramente testate, validate e migliorate. Questo ciclo di teoria, applicazione, riflessione e revisione è essenziale per garantire che la ricerca rimanga rilevante e applicabile al mondo reale. Guardando al futuro, è essenziale che la comunità scientifica e ingegneristica rimanga unita e collaborativa. Le sfide globali, come i cambiamenti climatici, la sicurezza energetica e la sostenibilità, richiedono soluzioni globali. Solo attraverso la collaborazione, la condivisione delle conoscenze e la combinazione di diverse competenze e esperienze, si possono trovare soluzioni efficaci e durature.

In conclusione, questa tesi rappresenta non solo un contributo al campo dell'ingegneria elettrica, ma anche un invito alla riflessione, all'innovazione e alla collaborazione. Mentre si chiude un capitolo, si apre un nuovo orizzonte di possibilità e scoperte. Con passione, dedizione e un impegno verso l'eccellenza, il futuro dell'energia elettrica è luminoso e promettente.

Bibliografia

- [1] Adam J Collin, Anup J Nambiar, David Bould, Ben Whitby, MA Moonem, Benjamin Schenkman, Stanley Atcitty, Paulo Chainho, and Aristides E Kiprakis. Electrical components for marine renewable energy arrays: a techno-economic review. *Energies*, 10(12):1973, 2017.
- [2] IEC Power Transformers—Part. 4: Guide to the lightning impulse and switching impulse testing power transformers and reactors. *Standard IEC*, pages 60076–4, 2002.
- [3] SF Mauser and TE McDermott. Electromagnetic transients program (emtp): Application guide. Technical report, Westinghouse Electric Corp., Pittsburgh, PA (USA). Power System Engineering, 1986.
- [4] Enrique Esteban Mombello, Guillermo Guidi Venerdini, and Guillermo Andrés Díaz Flórez. Optimized high-frequency white-box transformer model for implementation in atp-emtp. *Electric Power Systems Research*, 213:108709, 2022.
- [5] A Morched, L Marti, and J Ottevangers. A high frequency transformer model for the emtp. *IEEE Transactions on power delivery*, 8(3):1615–1626, 1993.
- [6] Bjorn Gustavsen and Adam Semlyen. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. *IEEE Transactions on power delivery*, 14(3):1052–1061, 1999.
- [7] T-H Chen, M-S Chen, Toshio Inoue, Paul Kotas, and Elie A Chebli. Three-phase co-generator and transformer models for distribution system analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 6(4):1671–1681, 1991.
- [8] William H Kersting. Distribution feeder voltage regulation control. In *2009 IEEE rural electric power conference*, pages C1–C1. IEEE, 2009.

-
- [9] Ilya Roytelman and Vijay Ganesan. Modeling of local controllers in distribution network applications. *IEEE transactions on power delivery*, 15(4):1232–1237, 2000.
- [10] MR Wohlers. Lumped and distributed passive networks, < bookseriestitle> lumped and distributed passive networks</bookseriestitle>, 1969.
- [11] I BDO. Anderson and s.. vongpanitlerd. network analysis and synthesis: A modern svsiensz theoiv approach, 1973.
- [12] JA Martinez, B Gustavsen, and D Durbak. Parameter determination for modeling system transients-part i: Overhead lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(3):2038–2044, 2005.
- [13] JA Martinez, R Walling, BA Mork, J Martin-Arnedo, and D Durbak. Parameter determination for modeling system transients-part iii: Transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(3):2051–2062, 2005.
- [14] RJ Musil, E Schopper, and H Foschum. Behavior of transformer insulation under short-time overvoltage. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 96(2):614–618, 1977.
- [15] ET Norris. The lightning strength of power transformers. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part II: Power Engineering*, 95(46):389–401, 1948.
- [16] A Miki, T Hosoya, and K Okuyama. A calculation method for impulse voltage distribution and transferred voltage in transformer windings. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pages 930–939, 1978.
- [17] RV DeVore, R Caldecott, PD McWane, and SA Sebo. Radio frequency spectral characteristics of an hvdc converter station. *Electric power systems research*, 9(3):201–212, 1985.
- [18] Arnold Sommerfeld. Static strains in high tension circuits and the protection of apparatus. *AIEE Trans.*, 19:213–276, 1902.
- [19] J. M. Weed. Abnormal voltages in transformers. *AIEE Trans.*, 34:2197–2236, 1915.
- [20] L. F. Blume and A. Boyajian. Abnormal voltages within transformers. *AIEE Trans.*, 38:577–620, 1919.
-

- [21] E. B. Rosa. Calculation of the self-inductance of single-layer coils. *Bulletin of the Bureau of Standards*, 2(2):161–187, 1906.
- [22] E. C. Cherry. The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formation of transformer equivalent circuits. *Proc. Phys. Soc.*, 62:101–111, 1949.
- [23] PA Abetti. Bibliography on the surge performance of transformers and rotating machines. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 77(3):1150–1168, 1958.
- [24] PA Abetti. Survey and classification of published data on the surge performance of transformers and rotating machines. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 77(3):1403–1413, 1958.
- [25] PA Abetti. Bibliography on the surge performance of transformers and rotating machines—first supplement. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 81(3):213–219, 1962.
- [26] PA Abetti. Bibliography on the surge performance of transformers and rotating machines—second supplement. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 83(8):855–858, 1964.
- [27] CM Arturi. Transient simulation and analysis of a three-phase five-limb step-up transformer following an out-of-phase synchronization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 6(1):196–207, 1991.
- [28] Zhang Zhongyuan, Lu Fangcheng, and Liang Guishu. A high-frequency circuit model of a potential transformer for the very fast transient simulation in gis. *IEEE transactions on power delivery*, 23(4):1995–1999, 2008.
- [29] A Boyajian. Theory of three-circuit transformers. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 43:508–529, 1924.
- [30] JH McWhirter, CD Fahrnkopf, and JH Steele. Determination of impulse stresses within transformer windings by computers [includes discussion]. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 75(3):1267–1274, 1956.

- [31] Xuzhu Dong, Deheng Zhu, Changchang Wang, Kexiong Tan, and Yilu Liu. Simulation of transformer pd pulse propagation and monitoring for a 500 kv substation. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 6(6):803–813, 1999.
- [32] Asghar Akbari, Peter Werle, Hossein Borsi, and Ernst Gockenbach. Transfer function-based partial discharge localization in power transformers: A feasibility study. *IEEE Electrical Insulation Magazine*, 18(5):22–32, 2002.
- [33] V Woivre, JP Arthaud, A Ahmad, and N Burais. Transient overvoltage study and model for shell-type power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(1):212–222, 1993.
- [34] RC Degeneff, WJ McNutt, W Neugebauer, J Panek, ME McCallum, and CC Honey. Transformer response to system switching voltages. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pages 1457–1470, 1982.
- [35] Roger C Dugan, Ronald Gabrick, Jeffrey C Wright, and Kevin W Patten. Validated techniques for modeling shell-form ehv transformers. *IEEE Power Engineering Review*, 9(4):66–67, 1989.
- [36] Francisco De Leon and Adam Semlyen. Complete transformer model for electromagnetic transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 9(1):231–239, 1994.
- [37] J Murray Weed. Abnormal voltages in transformers. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 34(2):2197–2236, 1915.
- [38] PI Fergestad and T Henriksen. Inductances for the calculation of transient oscillations in transformers. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, pages 510–517, 1974.
- [39] L Rabins. Transformer reactance calculations with digital computers. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I: Communication and Electronics*, 75(3):261–267, 1956.
- [40] DJ Wilcox, WG Hurley, and M Conlon. Calculation of self and mutual impedances between sections of transformer windings. *IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution)*, 136(5):308–314, 1989.

- [41] RB Shipley, Dorothy Coleman, and CF Watts. Transformer circuits for digital studies. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 81(3):1028–1030, 1962.
- [42] V Brandwajn, HW Donnel, and II Dommel. Matrix representation of three-phase n-winding transformers for steady-state and transient studies. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, pages 1369–1378, 1982.
- [43] Juan A Martinez and Bruce A Mork. Transformer modeling for low-and mid-frequency transients-a review. *IEEE Transactions on Power delivery*, 20(2):1625–1632, 2005.
- [44] Swee Peng Ang, Jie Li, Zhongdong Wang, and Paul Jarman. Fra low frequency characteristic study using duality transformer core modeling. In *2008 International Conference on Condition Monitoring and Diagnosis*, pages 889–893. IEEE, 2008.
- [45] Jorge Pleite, Carlos Gonzalez, Juan Vazquez, and Antonio Lazaro. Power transformer core fault diagnosis using frequency response analysis. In *MELECON 2006-2006 IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference*, pages 1126–1129. IEEE, 2006.
- [46] N Al-Khayat and L Haydock. Analytical and new transmission line equivalent circuit modelling methods for swept frequency of power transformers. *1994 Second International Conference on Computation in Electromagnetics*, 1994.
- [47] Marjan Popov, Lou Van der Sluis, Gerardus C Paap, and Hans De Herdt. Computation of very fast transient overvoltages in transformer windings. *IEEE Transactions on power delivery*, 18(4):1268–1274, 2003.
- [48] Gong Lian, Yao Ruoping, and Chen Pizhang. An equivalent magnetization surface current approach of calculation 3-dimensional leakage fields of a transformer. *IEEE transactions on power delivery*, 2(3):817–822, 1987.
- [49] Q Su, RE James, and D Sutanto. A z-transform model of transformers for the study of electromagnetic transients in power systems. *IEEE transactions on power systems*, 5(1):27–33, 1990.
- [50] Juan A Martinez and Bjorn Gustavsen. Parameter estimation from frequency response measurements. In *2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pages 1–7. IEEE, 2009.

- [51] DJ Wilcox, WG Hurley, TP McHale, and M Conlon. Application of modified modal theory in the modelling of practical transformers. *IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution)*, 139(6):513–520, 1992.
- [52] A Oguz Soysal. A method for wide frequency range modeling of power transformers and rotating machines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(4):1802–1810, 1993.
- [53] A Oguz Soysal and Adam Semlyen. Practical transfer function estimation and its application to wide frequency range representation of transformers. *IEEE transactions on power delivery*, 8(3):1627–1637, 1993.
- [54] Bjørn Gustavsen. Wide band modeling of power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19(1):414–422, 2004.
- [55] B Gustavsen and A Semlyen. Application of vector fitting to state equation representation of transformers for simulation of electromagnetic transients. *IEEE transactions on power delivery*, 13(3):834–842, 1998.
- [56] Francisco De Leon and Adam Semlyen. Efficient calculation of elementary parameters of transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 7(1):376–383, 1992.
- [57] Francisco De Leon and Adam Semlyen. Reduced order model for transformer transients. *IEEE Transactions on Power delivery*, 7(1):361–369, 1992.
- [58] GB Gharehpetian, HOSSEIN Mohseni, and K Moller. Hybrid modelling of inhomogeneous transformer winding for very fast transient overvoltage studies. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 13(1):157–163, 1998.
- [59] GM Stein. A study of the initial surge distribution in concentric transformer windings. *IEEE Transactions on power Apparatus and systems*, 83(9):877–893, 1964.
- [60] A Pedersen. On the response of interleaved transformer windings to surge voltages. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 82(66):349–356, 1963.
- [61] MVK Chari, J D’Angelo, MA Palmo, and DK Sharma. Application of three-dimensional electromagnetic analysis methods to electrical machinery and devices. *IEEE transactions on energy conversion*, pages 145–150, 1986.

- [62] Nilanga Abeywickrama, Yuriy V Serdyuk, and Stanislaw M Gubanski. High-frequency modeling of power transformers for use in frequency response analysis (fra). *IEEE transactions on power delivery*, 23(4):2042–2049, 2008.
- [63] H Kurita, T Hasegawa, Y Shibuya, T Gohnai, H Ohsuga, and Y Honda. Dielectric loss of high voltage/high frequency transformers used in switching power supply for space. In *PESC'88 Record., 19th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 1120–1126. IEEE, 1988.
- [64] Francisco De Leon and Adam Semlyen. Detailed modeling of eddy current effects for transformer transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 9(2):1143–1150, 1994.
- [65] Enrique E Mombello. Modeling of a coil system considering frequency-dependent inductances and losses i. analysis of the impedance matrix characteristics: I. analysis of the impedance matrix characteristics. *Electrical Engineering*, 84:3–10, 2002.
- [66] Enrique E Mombello. Modeling of a coil system considering frequency-dependent inductances and losses ii. equivalent circuit synthesis: Ii. equivalent circuit synthesis. *Electrical Engineering*, 84:11–19, 2002.
- [67] Francisco De Leon and Adam Semlyen. Time domain modeling of eddy current effects for transformer transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(1):271–280, 1993.
- [68] TR IEC. 60071-4. *Insulation co-ordination Part, 4*, 2004.
- [69] Bjørn Gustavsen and HM Jeewantha De Silva. Inclusion of rational models in an electromagnetic transients program: Y-parameters, z-parameters, s-parameters, transfer functions. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 28(2):1164–1174, 2013.
- [70] K Ragavan and LJIToPD Satish. An efficient method to compute transfer function of a transformer from its equivalent circuit. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2):780–788, 2005.
- [71] Power Transformers-Part. 18: Measurement of frequency response; iec 60076-18. *International Electrotechnical Commission: Geneva, Switzerland*, 2012.
- [72] EC Levy. Complex-curve fitting. *IRE transactions on automatic control*, pages 37–43, 1959.

- [73] Zuochang Ye, Yang Li, Mingzhi Gao, and Zhiping Yu. A novel framework for passive macro-modeling. In *Proceedings of the 48th Design Automation Conference*, pages 546–551, 2011.
- [74] Stefano Grivet-Talocia. Passivity enforcement via perturbation of hamiltonian matrices. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 51(9):1755–1769, 2004.
- [75] Adam Semlyen and Bjørn Gustavsen. A half-size singularity test matrix for fast and reliable passivity assessment of rational models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 24(1):345–351, 2008.
- [76] Hermann W Dommel. *EMTP theory book*. Microtran Power System Analysis Corporation, 1990.
- [77] AS Morched, JH Ottevangers, and L Marti. Multi-port frequency dependent network equivalents for the emtp. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(3):1402–1412, 1993.
- [78] EP Dick and CC Erven. Transformer diagnostic testing by frequency response analysis. *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems*, pages 2144–2153, 1978.
- [79] E Rahimpour, J Christian, K Feser, and H Mohseni. Transfer function method to diagnose axial displacement and radial deformation of transformer winding. *IEEE Power Engineering Review*, 22(8):70–70, 2002.
- [80] Cok Sanathanan and Judith Koerner. Transfer function synthesis as a ratio of two complex polynomials. *IEEE transactions on automatic control*, 8(1):56–58, 1963.
- [81] A Oguz Soysal and Stephen A Sebo. Wide frequency range performance of electric machines. In *Proceedings of the 19th Annual North American Power Symposium*, pages 68–78, 1987.
- [82] CIGRE WG33. Guide ines for representation of network elements when calculating transients. *CIGRE Technical Brochure*, 1990.
- [83] A Gole, JA Martinez-Velasco, and A Keri. Modeling and analysis of power system transients using digital programs. *IEEE Special Publication TP-133-0, IEEE Catalog*, 1999.

- [84] Ezio Santini and Francesco Trentini. Macchine elettriche. In *MACCHINE ELETTRICHE*, volume 1, pages 1–553. Web Home srl, 2017.
- [85] Adam Semlyen and A Dabuleanu. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 94(2):561–571, 1975.
- [86] José R Marti. Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. *IEEE Transactions on power apparatus and systems*, pages 147–157, 1982.
- [87] Bjem Gustavsen and Adam Semlyen. Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 13(2): 605–614, 1998.
- [88] B Gustavsen. The vector fitting web site. Online: <https://www.sintef.no/projectweb/vectorfitting>, 1998.
- [89] D Deschrijver and T Dhaene. Rational modeling of spectral data using orthonormal vector fitting. In *Proceedings. 9th IEEE Workshop on Signal Propagation on Interconnects, 2005.*, pages 111–114. IEEE, 2005.
- [90] Dirk Deschrijver, Bart Haegeman, and Tom Dhaene. Orthonormal vector fitting: A robust macromodeling tool for rational approximation of frequency domain responses. *IEEE Transactions on advanced packaging*, 30(2):216–225, 2007.
- [91] Bjørn Gustavsen. Improving the pole relocating properties of vector fitting. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 21(3):1587–1592, 2006.
- [92] Dirk Deschrijver, Bjrn Gustavsen, and Tom Dhaene. Advancements in iterative methods for rational approximation in the frequency domain. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 22(3):1633–1642, 2007.
- [93] Bjørn Gustavsen and Christoph Heitz. Modal vector fitting: A tool for generating rational models of high accuracy with arbitrary terminal conditions. *IEEE Transactions on advanced packaging*, 31(4):664–672, 2008.

- [94] Bjørn Gustavsen and Christoph Heitz. Fast realization of the modal vector fitting method for rational modeling with accurate representation of small eigenvalues. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 24(3):1396–1405, 2009.
- [95] Piero Triverio, Stefano Grivet-Talocia, Michel S Nakhla, Flavio G Canavero, and Ramachandra Achar. Stability, causality, and passivity in electrical interconnect models. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 30(4):795–808, 2007.
- [96] Stefano Grivet-Talocia. On driving non-passive macromodels to instability. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 37(8):863–886, 2009.
- [97] Brian DO Anderson and Sumeth Vongpanitlerd. *Network analysis and synthesis: a modern systems theory approach*. Courier Corporation, 2013.
- [98] Bjorn Gustavsen and Adam Semlyen. Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions. *IEEE transactions on power systems*, 16(1):97–104, 2001.
- [99] Bjørn Gustavsen. Fast passivity enforcement for pole-residue models by perturbation of residue matrix eigenvalues. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(4):2278–2285, 2008.
- [100] Bjørn Gustavsen. Passivity enforcement of rational models via modal perturbation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2):768–775, 2008.
- [101] D Saraswat, R Achar, and M Nakhla. Enforcing passivity for rational function based macromodels of tabulated data. In *Electrical Performance of Electrical Packaging (IEEE Cat. No. 03TH8710)*, pages 295–298. IEEE, 2003.
- [102] Carlos P Coelho, Joel Phillips, and Luis Miguel Silveira. A convex programming approach for generating guaranteed passive approximations to tabulated frequency-data. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 23(2):293–301, 2004.
- [103] Adam Lamecki and Michal Mrozowski. Equivalent spice circuits with guaranteed passivity from nonpassive models. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 55(3):526–532, 2007.

- [104] Dharmendra Saraswat, Ramachandra Achar, and Michel S Nakhla. A fast algorithm and practical considerations for passive macromodeling of measured/simulated data. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 27(1):57–70, 2004.
- [105] Bjørn Gustavsen. Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 17(4):1093–1098, 2002.
- [106] LM Wedepohl, HV Nguyen, and GD Irwin. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton-raphson method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(3):1538–1546, 1996.
- [107] Bjorn Gustavsen. Computer code for passivity enforcement of rational macromodels by residue perturbation. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 30(2):209–215, 2007.
- [108] Liyi Dai. *Singular control systems*. Springer, 1989.
- [109] Bruno Jurišić. *Methods for calculations of high frequency transmitted over voltages through a power transformer*. PhD thesis, University of Zagreb. Faculty of Electrical Engineering and Computing . . . , 2016.
- [110] JWG CIGRE. A2/c4. 39: Electrical transient interaction between transformers and the power system. *Part I-Expertise,” CIGRE Tech. Brochure A*, 577, 2013.
- [111] Bjørn Gustavsen. Frequency-dependent modeling of power transformers with ungrounded windings. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19(3):1328–1334, 2004.
- [112] Robert Del Vecchio, Robert M Del Vecchio, Bertrand Poulin, Pierre T Feghali, Dilipkumar M Shah, and Rajendra Ahuja. *Transformer design principles*. CRC press, 2017.
- [113] Mohammad Hamed Samimi and Stefan Tenbohlen. Fra interpretation using numerical indices: State-of-the-art. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 89:115–125, 2017.
- [114] Bjørn Gustavsen. A hybrid measurement approach for wideband characterization and modeling of power transformers. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 25(3):1932–1939, 2010.

- [115] Bjørn Gustavsen. Removing insertion impedance effects from transformer admittance measurements. *IEEE transactions on power delivery*, 27(2):1027–1029, 2012.
- [116] CIGRE Working Group et al. Guide for assessing the network harmonic impedance. *CIGRE WG 36. 05 internal working document WG CC02 93202*, 29, 10, 1993.

Appendice A

Algoritmo di calcolo Matrice Y ATR 250MVA

Algorithm 2 Costruzione della matrice di ammettenza modificata Y_{cc}

- 1: Aprire e leggere il file `Auto.txt` contenente i termini propri della matrice H_{cc}
 - 2: Salvare i termini propri in vettori separati per frequenza, modulo e fase
 - 3: Aprire e leggere il file `Mutue.txt` contenente i termini mutui di H_{cc}
 - 4: Salvare i termini mutui in vettori separati
 - 5: Convertire il modulo da dB a guadagno e poi in forma complessa per i termini propri
 - 6: Convertire il modulo da dB a guadagno e poi in forma complessa per i termini mutui
 - 7: Calcolare i termini propri di Y_{cc} come $Y_{ii} = \frac{1}{(\frac{1}{H_{ii}} - 1)R}$
 - 8: Calcolare i termini mutui di Y_{cc} come $Y_{ij} = H_{ji}Y_{ii}$
 - 9: Plottare il modulo di Y_{cc} in funzione della frequenza
 - 10: Plottare la fase di Y_{cc} in funzione della frequenza
-

Lo script precedente può essere facilmente implementato in MATLAB.

A.1 Inizializzazione delle variabili proprie

```
close all
clear all
clc
dp=0; %totale degli elementi della matrice
p=6; %numero degli elementi propri della matrice
j=1; %variabile di inizializzazione
h=0; %numero colonna al cambio vettore campionato
```

A.2 Apertura e salvataggio dei campioni propri per l'analisi

```

%Apertura file campioni della Matrice H con i termini propri
fidH_Hcc_ii=fopen('Auto.txt','r');

for k=1:kMaxP % kMaxP=totale campioni propri
    %Lettura primo valore del file (Nome Elemento)
    name=fscanf(fidH_Hcc_ii,'%s',1);
    namenew=name;
    %Lettura secondo valore del file (Frequenza)
    freq=fscanf(fidH_Hcc_ii,'%f',1);
    %Lettura terzo valore del file (Modulo in DB)
    magnitude=fscanf(fidH_Hcc_ii,'%f',1);
    %Lettura quarto valore del file (Fase)
    phase=fscanf(fidH_Hcc_ii,'%f',1);
    if (k==1)
        dp(j)=dp(j)+1; %conteggio del numero di elementi
        h=h+1;
        %Nome elementi propri della matrice in un vettore
        Aut(j)=string(name);
        %Primo elemento del vettore delle frequenze
        freq_Hcc_ii(j,h)=freq;
        %Primo elemento del vettore del modulo
        magnitudeH_Hcc_ii(j,h)=magnitude;
        %Primo elemento del vettore della fase
        phaseH_Hcc_ii(j,h)=phase;
    elseif (strcmp(namenew,nameold)==1)
        %verifico cambio vettore dell'elemento della matrice
        dp(j)=dp(j)+1;
        h=h+1;
        %Restanti elementi delle frequenze

```

```
freq_Hcc_ii(j,h)=freq;
%Restanti elementi del modulo
magnitudeH_Hcc_ii(j,h)=magnitude;
%Restanti elementi della fase
phaseH_Hcc_ii(j,h)=phase;
else
j=j+1;
h=1;
dp(j)=1;
%Nomi elementi propri della matrice in un vettore
Aut(j)=string(name);
%Primo elemento restante in frequenza
freq_Hcc_ii(j,h)=freq;
%Primo elemento restante del modulo
magnitudeH_Hcc_ii(j,h)=magnitude;
%Primo elemento restante della fase
phaseH_Hcc_ii(j,h)=phase;
end

nameold=namenew;

end
```

A.3 Inizializzazione delle variabili mutue

```
dm=0; %totale degli elementi della matrice
m=15; %numero degli elementi mutui della matrice
j=1; %variabile di inizializzazione
h=0; %numero colonna al cambio vettore campionato
```


A.4 Apertura e salvataggio dei campioni mutui per l'analisi

```

% Apertura file campioni della Matrice H con i termini mutui
fidH_Hcc_ij=fopen('Mutue.txt','r');

for k=1:kMaxM % kMaxM=totale campioni propri
    %Lettura primo valore del file (Nome Elemento)
    name=fscanf(fidH_Hcc_ij,'%s',1);
    namenew=name;
    %Lettura secondo valore del file (Frequenza)
    freq=fscanf(fidH_Hcc_ij,'%f',1);
    %Lettura terzo valore del file (Modulo in DB)
    magnitude=fscanf(fidH_Hcc_ij,'%f',1);
    %Lettura quarto valore del file (Fase)
    phase=fscanf(fidH_Hcc_ij,'%f',1);
    if (k==1)
        dm(j)=dm(j)+1; %conteggio del numero di elementi
        h=h+1;
        %Nome elementi mutui della matrice in un vettore
        M(j)=string(name);
        %Primo elemento del vettore delle frequenze
        freq_Hcc_ij(j,h)=freq;
        %Primo elemento del vettore del modulo
        magnitudeH_Hcc_ij(j,h)=magnitude;
        %Primo elemento del vettore della fase
        phaseH_Hcc_ij(j,h)=phase;
    elseif (strcmp(namenew,nameold)==1)
        %verifico cambio vettore dell'elemento della matrice
        dm(j)=dm(j)+1;
        h=h+1;
        %Restanti elementi delle frequenze

```

```

    freq_Hcc_ij(j,h)=freq;
    %Restanti elementi del modulo
    magnitudeH_Hcc_ij(j,h)=magnitude;
    %Restanti elementi della fase
    phaseH_Hcc_ij(j,h)=phase;
else
    j=j+1;
    h=1;
    dm(j)=1;
    %Nomi elementi mutui della matrice in un vettore
    M(j)=string(name);
    %Primo elemento restante in frequenza
    freq_Hcc_ij(j,h)=freq;
    %Primo elemento restante del modulo
    magnitudeH_Hcc_ij(j,h)=magnitude;
    %Primo elemento restante della fase
    phaseH_Hcc_ij(j,h)=phase;
end

nameold=namenew;

end

```

A.5 Conversione dei termini propri

```

%% Conversione da DB-guadagno-numero complesso termini propri
for k=1:6
    for j=1:dp(k)
        magnitudeHcc_ii_g(k,j)=10^(magnitudeH_Hcc_ii(k,j)/20);
        %salvataggio dato scalare come parte reale
        Hcc_ii_m=
        =real(magnitudeHcc_ii_g(k,j)*exp(i*phaseH_Hcc_ii(k,j)*pi/180));
    end
end

```

```

    %salvataggio dato scalare come parte immaginaria
    Hcc_ii_f=
    =imag(magnitudeHcc_ii_g(k,j)*exp(i*phaseH_Hcc_ii(k,j)*pi/180));
    %salvataggio in numero complesso
    Hcc_ii(k,j)=Hcc_ii_m+i*Hcc_ii_f;
end
end

```

A.6 Conversione dei termini mutui

```

%% Conversione da DB-guadagno-numero complesso termini mutui
for k=1:15
    for j=1:dm(k)
        magnitudeHcc_ij_g(k,j)=10^(magnitudeH_Hcc_ij(k,j)/20);
        %salvataggio dato scalare come parte reale
        Hcc_ij_m=
        =real(magnitudeHcc_ij_g(k,j)*exp(i*phaseH_Hcc_ij(k,j)*pi/180));
        %salvataggio dato scalare come parte immaginaria
        Hcc_ij_f=
        =imag(magnitudeHcc_ij_g(k,j)*exp(i*phaseH_Hcc_ij(k,j)*pi/180));
        %salvataggio in numero complesso
        Hcc_ij(k,j)=Hcc_ij_m+i*Hcc_ij_f;
    end
end
end

```

A.7 Conversione degli elementi propri di Hcc in elementi propri di Ycc

```

R=50; %Valore della resistenza di misura dello strumento

```

```

for k=1:6

```

```
for j=1:dp(k)
    Ycc_ii(k,j)=1/(((1/Hcc_ii(k,j))-1)*R);
    magnitude_Ycc_ii(k,j)=abs(Ycc_ii(k,j));
    phase_Ycc_ii(k,j)=angle(Ycc_ii(k,j));
end
end
```

A.8 Grafico del modulo della risposta in frequenza in Ycc (vettori auto)

```
figure(1)
for k=1:6
    %Plot k-esimo vettore
    loglog(freq_Hcc_ii(k,1:dp(k)),magnitude_Ycc_ii(k,1:dp(k)));
    hold on
end

xlim([20 2000000]);
xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Magnitude [S]');
title('Modulo SFRA MATRICE Y DI CORTOCIRCUITO ATR4 380kV 250MVA');
legend(Aut);
```

A.9 Calcolo dei prodotti $Y_{ii} + 1/R$ per i termini mutui

```
for k=1:6
    for i=1:dp(k)
        p(k,i)=(Ycc_ii(k,i)+1/R);
    end
end
end
```

A.10 Calcolo dei termini mutui Y_{cc_ij}

```

for j=1:1000
    Ycc_ij(1,j)=Hcc_ij(1,j)*p(1,j); %YAB=HBA*AA
    Ycc_ij(2,j)=Hcc_ij(2,j)*p(1,j); %YAC=HCA*AA
    Ycc_ij(3,j)=Hcc_ij(3,j)*p(1,j); %YAa=HaA*AA
    Ycc_ij(4,j)=Hcc_ij(4,j)*p(5,j); %YbA=HAb*bb=YAb
    Ycc_ij(5,j)=Hcc_ij(5,j)*p(6,j); %YcA=HAc*cc=YAc
    Ycc_ij(6,j)=Hcc_ij(6,j)*p(2,j); %YBC=HCB*BB
    Ycc_ij(7,j)=Hcc_ij(7,j)*p(4,j); %YaB=HBa*aa=YBa
    Ycc_ij(8,j)=Hcc_ij(8,j)*p(5,j); %YbB=HBb*bb
    Ycc_ij(9,j)=Hcc_ij(9,j)*p(6,j); %YcB=HBc*cc=YBc
    Ycc_ij(10,j)=Hcc_ij(10,j)*p(4,j); %YaC=HCa*aa=YCa
    Ycc_ij(11,j)=Hcc_ij(11,j)*p(5,j); %YbC=HCb*bb=YCb
    Ycc_ij(12,j)=Hcc_ij(12,j)*p(6,j); %YcC=HCc*cc=YCc
    Ycc_ij(13,j)=Hcc_ij(13,j)*p(5,j); %Yba=Hab*bb=Yab
    Ycc_ij(14,j)=Hcc_ij(14,j)*p(6,j); %Yca=Hac*cc=Yac
    Ycc_ij(15,j)=Hcc_ij(15,j)*p(6,j); %Ycb=Hbc*cc=Ybc
end

```

A.11 Conversione degli elementi mutui di H_{cc} in elementi mutui di Y_{cc}

```

for i=1:15
    for j=1:1000
        magnitude_Ycc_ij(i,j)=abs(Ycc_ij(i,j));
        phase_Ycc_ij(i,j)=angle(Ycc_ij(i,j));
    end
end
end

```

A.12 Grafico modulo della risposta in frequenza in Ycc (vettori mutui)

```
figure(2)
for k=1:15
    %Plot k-esimo vettore
    loglog(freq_Hcc_ij(k,1:dm(k)),magnitude_Ycc_ij(k,1:dm(k)));
    hold on
end

xlim([20 2000000]);
xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Magnitude [S]');
title('Modulo SFRA MATRICE Y DI CORTOCIRCUITO ATR4 380kV 250MVA');
legend(M);
```

A.13 Grafico fase della risposta in frequenza in Ycc (vettori propri)

```
figure(3)

for k=1:6
    %Plot k-esimo vettore
    semilogx(freq_Hcc_ii(k,1:1000),phase_Ycc_ii(k,1:1000));
    hold on
end

xlim([20 2000000]);
xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Phase [rad]');
title('Fase SFRA MATRICE Y DI CORTOCIRCUITO ATR4 380kV 250MVA');
legend(M);
```

A.14 Grafico fase della risposta in frequenza in Ycc (vettori mutui)

```
figure(4)

for k=1:15
    %Plot k-esimo vettore
    semilogx(freq_Hcc_ij(k,1:1000),phase_Ycc_ij(k,1:1000));
    hold on
end

xlim([20 2000000]);
xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Phase [rad]');
title('Fase SFRA MATRICE Y DI CORTOCIRCUITO ATR4 380kV 250MVA');
legend(M);
```

Appendice B

Algoritmo di calcolo completo

Algorithm 3 Algorithm for the construction of a Black-Box Model of Autotransformers

- 1: Open and read the file containing the proper and the mutual terms of the matrix H_{cc}
 - 2: Save the proper and the mutual terms in separate vectors for frequency, magnitude, and phase
 - 3: Convert the terms to complex form
 - 4: Calculate the proper terms of Y_{cc} as $Y_{ii} = \frac{1}{(\frac{1}{H_{ii}} - 1)R}$
 - 5: Calculate the mutual terms of Y_{cc} as $Y_{ij} = H_{ji}Y_{ii}$
 - 6: **Input:** Frequency data of k samples (s, Y) , n initial poles (q)
 - 7: **for** $v = 1, 2, \dots, v_{\max}$ **do**
 - 8: Build and solve the Vector Fitting system
 - 9: **end for**
 - 10: Return the model $Y_{fit}(s)$ as a rational model in the form of pole-residue pairs
 - 11: Convert the model in a combination of lumped elements
 - 12: Validation of the model
-

Ringraziamenti

Con grande soddisfazione e un'ampia gamma di sentimenti, arrivo alla fine di questo appassionante viaggio che ha avuto inizio quasi dieci anni fa. Attraverso alti e bassi, trionfi e sfide, questa lunga avventura accademica ha plasmato la mia crescita personale e professionale in modi che mai avrei potuto immaginare. Ogni passo di questo percorso ha contribuito a definire la mia identità e a forgiare il mio approccio alla conoscenza. A distanza di quasi un decennio, guardo indietro con gratitudine per l'aiuto ricevuto e con curiosità per il futuro che mi aspetta.

Innanzitutto, desidero ringraziare la mia fantastica famiglia: siete stati un'incredibile fonte di amore, comprensione e supporto infinito. Grazie per essere stati al mio fianco durante i momenti difficili, per aver condiviso con entusiasmo le gioie dei successi e per essere stati la mia roccia in ogni fase del percorso accademico.

Non posso tralasciare di esprimere la mia riconoscenza al mio adorato nonno: grazie per tutte le domeniche mattina all'insegna dei dolci unti e fritti che mi hai portato mentre ero immerso nei libri. Hai reso il mio percorso di studio più leggero (probabilmente solo in senso letterale), e senza dubbio, sei stato uno degli ingredienti segreti che hanno contribuito al mio successo. Grazie per aver reso così indimenticabili quei momenti di studio.

Desidero esprimere la mia profonda gratitudine a tutte le persone che hanno contribuito a questa tesi di dottorato, un percorso lungo e stimolante che non avrei potuto affrontare senza il sostegno e l'affetto di coloro che mi sono stati vicini. In particolare a Maurizio, Vincenzo e Raffaele che mi hanno dedicato del tempo prezioso nella fase embrionale del progetto, senza di loro tutto questo non ci sarebbe potuto essere.

Desidero esprimere la mia profonda gratitudine nei confronti dei miei stimati docenti, il professor Federico Caricchi e il professor Salvatore Celozzi. La loro fiducia in questo progetto è stata un motore ispiratore costante, consentendomi di esplorare argomenti avvincenti e stimolanti fin dai tempi del mio corso di laurea e continuando lungo l'iter del dottorato. Sono stati fondamentali nel plasmare il mio percorso accademico, introducendomi con passione al vasto mondo della ricerca universitaria e offrendomi opportunità di apprendimento e crescita che hanno arricchito in modo significativo il mio bagaglio di conoscenze. La loro guida competente e il supporto instancabile hanno reso possibile il raggiungimento di traguardi

accademici significativi, e sono grato per la loro continua ispirazione e dedizione.

Un ringraziamento speciale va ai miei amici, senza eccezioni (cito solo Marco per alimentare il suo Ego), che hanno reso questa straordinaria avventura di dottorato ancora più memorabile. Grazie alle risate condivise, alle vivaci discussioni e al supporto incondizionato, ogni sfida è stata affrontata con leggerezza, trasformando questo percorso in un viaggio ricco di significato e arricchito dai legami speciali che ho avuto la fortuna di costruire. La vostra presenza ha reso ogni tappa di questo cammino non solo più facile, ma anche incredibilmente divertente e gratificante. Grazie di cuore per essere stati veri compagni di viaggio straordinari!

Un ricordo particolare va al mio professore Ezio Santini, che non ha potuto vedere questo traguardo. La sua guida, saggezza e passione per la ricerca hanno lasciato un'impronta indelebile nel mio percorso accademico. Dedico questa tesi alla sua memoria, in riconoscimento del suo prezioso contributo alla mia formazione.

Infine, desidero rivolgere un sentito ringraziamento a tutti coloro che, con gesti grandi o piccoli, hanno condiviso con me il prezioso cammino di questa esperienza universitaria. A Valentina e ai miei colleghi di Terna, che hanno accompagnato il mio percorso di tre anni con la loro saggezza, amicizia e contagioso entusiasmo, va il mio più profondo apprezzamento. La condivisione di conoscenze e momenti speciali con voi ha reso questo tratto di strada ancor più significativo e memorabile. Grazie di cuore per aver arricchito la mia esperienza universitaria con la vostra preziosa presenza.

Francesco Trentini, Roma, Gennaio 2024
