

Andrea Imperia

Cassel teorico
dell'equilibrio economico generale:
innovatore o divulgatore?



Edizioni Nuova Cultura

* Una versione di questo lavoro venne supervisionata da Pierangelo Garegnani cui va la mia gratitudine per gli insegnamenti ricevuti. La responsabilità di eventuali errori è naturalmente solo mia.

Copyright © 2022 Edizioni Nuova Cultura - Roma
ISBN: 9788833655352
Copertina: Marco Pigliapoco
Revisione a cura dell'Autore



Questo libro è stampato su carta FSC amica delle foreste. Il logo FSC identifica prodotti che contengono carta proveniente da foreste gestite secondo i rigorosi standard ambientali, economici e sociali definiti dal Forest Stewardship Council

È vietata la riproduzione non autorizzata, anche parziale, realizzata con qualsiasi mezzo, compresa la fotocopia, anche ad uso interno o didattico.

Indice

Introduzione	5
Note	8
 Capitolo I - La “teoria pura dello scambio” di Cassel	
§ I.1 Impostazione del capitolo	11
§ I.2 Il ruolo del principio dell'utilità marginale decrescente nell'analisi di Walras; i beni indipendenti.....	12
§ I.3 L'analisi dei beni complementari e sostituibili	13
§ I.4 La critica di Cassel alla nozione di utilità marginale	15
§ I.5 La spiegazione dell'andamento decrescente delle funzioni di domanda fornita da Cassel : il “principio di scarsità”	16
§ I.6 Il “principio di scarsità” equivale ad ipotizzare sulla base dell'evidenza empirica l'andamento decrescente delle funzioni di domanda.....	18
§ I.7 Breve riepilogo dell'argomentazione di Cassel.....	20
§ I.8 L'analisi di Cassel basata sul “principio di scarsità” non può essere considerata un progresso rispetto a quella degli autori marginalisti	21
§ I.9 La nozione di domanda utilizzata da Cassel ai fini della stabilità dell'equilibrio	22
§ I. 10 Il sistema di equazioni con cui Cassel formalizza la sua “teoria pura dello scambio”....	26
Note	28
 Capitolo II - La teoria dello scambio e della produzione in assenza di beni capitali	
§ II.1 Le ipotesi di Cassel: date disponibilità dei fattori originari; coefficienti tecnici fissi.....	35
§ II.2 Il sistema di equazioni di produzione e scambio.....	37
§ II.3 Il “principio di scarsità”	39
§ II.4 I principi “supplementari”	40
§ II.5 Il “principio di sostituzione”	44
Note	46
 Capitolo III - Confronto fra la teoria del capitale di Walras e la teoria del capitale di Cassel	
§ III.1 Il sistema di produzione e scambio di Walras; le differenze con l'analogo sistema di Cassel	49
§ III.2 Le equazioni della “capitalizzazione”	52
§ III.3 L'inesistenza, in generale, di soluzioni economicamente significative: il caso dei risparmi lordi nulli.....	55

§ III.4	Il caso dei risparmi lordi positivi.....	56
§ III.5	Le due possibili vie di uscita: la rinuncia alla determinazione di un saggio di rendimento netto uniforme; l'introduzione di un fattore "capitale"	59
§ III.6	Il sistema di produzione e scambio di Cassel; modificazione della simbologia	60
§ III.7	L'unica equazione della teoria del capitale di Cassel.....	63
§ III.8	Le quantità fisiche dei beni capitali considerate come incognite; l'introduzione del fattore "capitale"	65
§ III.9	Il "capital-disposal" di Cassel	68
Note	73
Opere di Cassel		77
Bibliografia		78

Introduzione

Già prima del conflitto mondiale Gustav Cassel era internazionalmente considerato un esperto in materia di politica fiscale, sistema bancario, bilancio pubblico. La sua fama si accrebbe considerevolmente subito dopo la guerra in seguito alla partecipazione al dibattito sulle riparazioni tedesche. Venne considerato tra i massimi esperti di questioni monetarie tanto da essere su questi temi consigliere per la Lega delle Nazioni. L'apogeo della sua notorietà si ebbe esattamente in tale periodo. Nell'autorevole opinione di Schumpeter, Cassel fu:

"(...) the most influential international leader of our science in the 1920's - for such he was, whatever his critics (including myself) may say." (1)

E' noto che l'analisi di equilibrio generale stentò inizialmente ad affermarsi. Significativo, in tal senso, è il modo in cui Léon Walras concluse la prefazione all'edizione definitiva degli *Éléments d'Économie Politique Pure*, pubblicata nel 1900, ventisei anni dopo la prima edizione (1874-77):

"Le XXme siècle, qui n'est pas loin, sentira le besoin, même en France, de remettre les sciences sociales aux mains d'hommes d'une culture générale, habitués à manier à la fois l'induction et la déduction, le raisonnement et l'expérience. Alors l'économie mathématique prendra son rang à côté de l'astronomie et de la mécanique mathématiques; et, ce jour-là aussi, justice nous sera rendue." (2)

Cassel contribuì notevolmente alla diffusione di tale approccio. La sua opera più importante, *Theoretische Sozialökonomie*, scritta in tedesco e pubblicata in cinque edizioni fra il 1918 e il 1932 (3), venne rapidamente tradotta in inglese (1923 e 1932) (4), in francese (1929) e successivamente in svedese, la

sua lingua madre, spagnolo e giapponese. Ebbe una vasta diffusione sia in Europa che negli Stati Uniti e fu senza dubbio un testo di riferimento per gli studiosi dell'epoca (5). Nell'opinione di Blaug :

“The simplicity of argument and great accessibility of Cassel's book ensured its success. It was (...) probably the most widely-read textbook on economics in the interwar years”. (6)

L'analisi di equilibrio economico generale di Cassel fu la base dei primi studi sull'esistenza e l'unicità della soluzione per le equazioni di produzione e scambio, iniziati nella prima metà degli anni trenta da Neisser (7), Zeuthen (8), Von Stackelberg (9), Schlesinger (10) e culminati con le dimostrazioni di Abraham Wald (11).

In considerazione della vasta diffusione che ha avuto l'opera di Cassel, quindi della probabile influenza sulla successiva generazione di economisti, soprattutto del mondo anglosassone (12), è sembrato opportuno analizzare il modo in cui questi ha affrontato l'analisi di equilibrio generale e i problemi legati al capitale, cercando di mettere in luce le principali differenze fra il suo contributo e quello di Walras.

L'opera più importante di Cassel, come si è detto, è intitolata *Theoretische Sozialökonomie* (13). E' divisa in cinque libri :

- I. *Allgemeiner Überblick über die Volkswirtschaft (General Survey of Economics)*
- II. *Die Preisbildung der Produktionsfaktoren (The Pricing of the Factors of Production)*
- III. *Das Geld (Money)*
- IV. *Theorie der Konjunkturbewegungen (The Theory of Trade Cycles)*
- V. *Der internationale Handel (International Trade)*

Nel corso dei primi due, gli unici che qui prenderemo in considerazione, Cassel presenta un sistema di equazioni per la determinazione simultanea delle quantità prodotte e del sistema dei prezzi. La sua analisi, analogamente a quella di Walras (14), è caratterizzata da tre fasi:

1) inizialmente viene esposta la "teoria pura dello scambio", in cui vengono determinati i prezzi dei beni di consumo supponendo note le quantità dei beni disponibili nel periodo considerato. Come vedremo più avanti, Cassel fa uso di un'ipotesi assente nell'analisi di Walras (e Wicksell): suppone che siano noti i redditi monetari individuali.

2) nella seconda fase Cassel introduce la produzione dei beni di consumo, mantenendo in un primo momento l'ipotesi di redditi monetari dati. Supponendo note le disponibilità complessive dei fattori (originari) e la tecnologia, rappresentata da coefficienti fissi, vengono determinati i prezzi e le quantità prodotte dei beni di consumo e i prezzi dei servizi dei fattori. Successivamente Cassel elimina l'ipotesi di redditi monetari dati, per cui la distribuzione non è più una circostanza nota cui i prezzi dei servizi dei fattori devono uniformarsi, ma viene determinata simultaneamente ad essi;

3) la rappresentazione del sistema economico non sarebbe naturalmente completa se non si tenesse conto della specificità dei beni capitali rispetto agli altri fattori della produzione. Tali beni sono dei prodotti che si logorano nel corso dei processi in cui vengono impiegati e che devono perciò essere reintegrati. Nella terza fase della sua analisi Cassel cerca di tener conto di questa circostanza e della conseguente necessità di determinare, in condizioni di libera concorrenza, un rapporto uniforme fra i prezzi netti dei servizi dei beni capitali e i prezzi dei beni capitali stessi.

Come si dirà in seguito, è possibile che Cassel si sia reso conto delle difficoltà legate alla trattazione dei beni capitali come complesso di grandezze fisiche, fornita da Walras. Vedremo infatti che introduce un particolare fattore, il "capital-disposal", concepito in termini di valore. La ragione di questa introduzione sembra essere quella di permettere alle quantità fisiche dei beni capitali di assumere i valori compatibili con la determinazione di un saggio di rendimento netto uniforme.

NOTE

(1) Schumpeter J.A. [1986], p.1154, nota 2.

(2) Walras L. [1952], pag. XX.

(3) Il manoscritto è del luglio del 1914. La pubblicazione venne ritardata a causa della guerra.

(4) E' opportuno sottolineare che gli *Éléments d'Économie Politique Pure* di Walras non vennero tradotti in inglese fino al 1954 (*Elements of Pure Economics*, trad. Jaffé W., G.Allen and Unwin LTD, London)

(5) "Io non sostengo, in quanto credo non si possa sostenere, che il libro di Cassel rappresenti un perfezionamento analitico del contributo di Walras e di Pareto. In realtà, il libro nel quale è stata pubblicata *The Theory of Social Economy*, è stato utilizzato nello stesso modo in cui sono stati utilizzati da docenti e studenti i *Principi* di Marshall." Weintraub E.R. [1983] in Sabattini G. (a cura di) [1996], p.40.

(6) Blaug M. [1986] p. 42.

(7) Neisser H. [1932]

(8) Zeuthen F. [1933]

(9) Von Stackelberg H. [1933]

(10) Schlesinger K. [1933-34]

(11) Wald A. [1933-34]. Wald A. [1934-35]. Wald A. [1936]

(12) Un interessante esempio di questa influenza, sia pure in negativo, si può notare in Hicks. In *Value and Capital*, dopo aver affermato che una teoria “statica” non è in grado di trattare adeguatamente i problemi del capitale, cita in una nota, come esempio di quel tipo di analisi, il “capital-disposal” di Cassel: “It is true that if one follows the usual course of economists in the past (at least of the vast majority of nineteenth-century economists) and gives one’s static theory some slight dynamic flavouring, it can be made to look much more directly applicable to the real world.(...) But it will still be quite incompetent to deal properly with capital, or interest, or trade fluctuations, or even money - problems where the dating of economic quantities is of the first importance.” A questo punto Hicks inserisce la nota cui si accennava sopra: “Of course, people used to be able to content themselves with the static apparatus, only because they were imperfectly aware of its limitations. Thus they would often introduce into their static theory a “factor of production” capital and its “price” interest, supposing that capital could be treated like the static factors. (Cf. J.B. Clark’s “free capital” and Cassel’s “capital disposal”.) That some error was involved in this procedure would not have been denied; but the absence of a general dynamic theory, in which all quantities were properly dated, made it easy to underestimate how great the error was.”. Hicks J.R. [1965] pp. 115-116.

(13) Per questo studio è stata utilizzata la traduzione inglese della quinta edizione tedesca, Cassel [1967]. Laddove si renderà necessario, e con esplicito avviso, si potrà

fare riferimento alla traduzione francese della quarta edizione tedesca, Cassel [1929a], e alla traduzione inglese della seconda edizione tedesca, Cassel [1923].

(14) Sorprendentemente Walras non viene mai citato. Nell'autobiografia Cassel fornisce la seguente spiegazione: "When [after 1899] I continued developing economic theory on the foundation I had chosen, I found it unnecessary to occupy myself with Walras and actually never had time to open his works". L'autobiografia è scritta in svedese, Cassel [1940-41]. Il passaggio citato è tratto da Brems H. [1989] p. 169. Il fatto che Cassel non citi mai Walras viene giudicato, quasi unanimemente, in modo severo. Wicksell, ad esempio, nel recensire la prima edizione di *Theoretische Sozialökonomie*, scrive: "Professor Cassel's indebtedness to him is obviously very great, but instead of showing the gratitude he ought to have expressed, he does not mention Walras' name once in the whole book." Wicksell K. [1961b] p. 225. Di tono diverso è il giudizio di Gunnar Myrdal, allievo di Cassel: "(...) I am entirely convinced that Cassel did not intentionally withhold recognition from anyone. (...) The hypothesis that Cassel tried to steal Walras's or anybody else's laurels is implausible if only for the simple reason that no one reduces the value of his own contribution by pointing to his predecessors.(...) But in addition to all this, and above all, the suspicion of such extreme personal pettiness must seem psychologically absurd to anyone who knew Cassel. The explanation of his inadequate recognition of his forerunners is instead, I think, to be found on an entirely different level. As I have said, Cassel all his life conscientiously studied empirical economic writings, but he probably ceased at a fairly early stage to read economic theory systematically, especially earlier theoretical work. He also rapidly forgot what he read if it did not immediately find some application. What remained in his fertile mind were certain ideas that lent themselves to the development of a general conception of the economy. After a while Cassel, who had none of the erudition and literary interests of an antiquarian, actually came to regard these ideas as his own. (...) I think there was very little opportunism, and certainly none on the conscious level, in this psychological process." Myrdal G. [1963] p.8.

Capitolo I

La “teoria pura dello scambio” di Cassel

§ I.1 La principale differenza che l’analisi di Cassel presenta in questa fase rispetto a quella di Walras, è data dal tentativo di evitare il ricorso al principio dell’utilità marginale decrescente. Fin dall’introduzione di *The Theory of Social Economy* avverte su questo punto il lettore:

“From the first beginnings of my study of this science I have felt that it ought be possible to do away with the whole of the old theory of value as an independent chapter of economics and build up a science from the beginning on the theory of prices, and that we would be able to rid ourselves in this manner of a lot of unnecessary discussions, mostly of rather scholastic nature, which had burdened earlier treatises on economics” (1)

L’esposizione si svilupperà in questo modo: illustreremo brevemente il ruolo che il principio dell’utilità marginale decrescente svolge nell’analisi di Walras. Più in particolare, faremo riferimento per semplicità alla sezione II degli *Éléments d’Économie Politique Pure*, in cui Walras suppone l’esistenza di due beni di consumo. Poiché, come vedremo, considera solo il caso di beni indipendenti, integreremo la sua analisi con quella di Wicksell per i beni complementari e sostituibili; avremo in tal modo un quadro più esauriente delle possibilità e dei limiti del principio dell’utilità marginale decrescente come fondamento dell’elasticità negativa delle funzioni di domanda dei beni di consumo. Vedremo subito dopo la critica di Cassel alla nozione di utilità marginale, relativa alla misurabilità delle soddisfazioni tratte dal consumo dei beni. Ci occuperemo, infine, dell’aspetto positivo della sua analisi;

mostreremo cioè il modo in cui Cassel ritiene di poter colmare la lacuna aperta dall'abbandono del principio dell'utilità marginale decrescente. Saremo così in grado di valutare se la sua analisi possa essere considerata un passo in avanti rispetto a quella degli autori più propriamente marginalisti.

§ I.2 Nella sezione II degli *Éléments d'Économie Politique Pure*, intitolata *Théorie de l'échange de deux marchandises entre elles*, Walras suppone che esistano due beni, (A) e (B), e, inizialmente, che ciascun individuo possieda prima dello scambio una data quantità di uno solo di essi (2). Suppone, inoltre, che siano note per ciascun individuo e per ciascun bene le funzioni dell'utilità marginale, che esprimono l'incremento di utilità totale (*utilité effective*) connesso ad un incremento infinitesimo della quantità posseduta del bene considerato. Tali funzioni sono per ipotesi monotone decrescenti (3) e non dipendono dalla quantità posseduta dell'altro bene (4). Walras ipotizza, inoltre, che gli individui intendano conseguire attraverso lo scambio il massimo livello di utilità totale (5). Supponendo che l'intero scambio abbia luogo ad un prezzo dato e costante, dimostra che la quantità che un individuo deve domandare affinché l'utilità totale sia massima, è quella per cui il rapporto fra le utilità marginali dei beni risulta pari al dato rapporto di scambio. Se l'individuo possiede inizialmente il bene (B), la quantità di (A) che

deve domandare è quella per cui risulta: $\frac{Um(A)}{Um(B)} = p_a$, dove p_a è il dato livello del prezzo di (A) in termini di (B); esprime, cioè, la data quantità del bene (B) che deve essere ceduta per ottenere un'unità di (A) (6).

Vediamo ora come nelle ipotesi fatte si possa dedurre l'andamento decrescente della funzione di domanda del bene (A),

avvertendo che faremo riferimento, per semplicità, alla dimostrazione fornita da Wicksell (7).

Fissiamo arbitrariamente un diverso livello del prezzo, inferiore al precedente, $p_a'' < p_a'$, e dimostriamo che l'individuo avrà convenienza a domandare una maggiore quantità del bene (A). Procediamo per assurdo. Supponiamo che al nuovo livello del prezzo l'individuo riduca la quantità domandata. Si avrebbe allora un aumento dell'utilità marginale di (A). Poiché è diminuita sia la domanda di (A) che il prezzo di (A) in termini di (B), risulterà diminuito anche il loro prodotto che esprime il numero di unità di (B) cedute dall'individuo al nuovo prezzo. Conseguentemente la quantità di (B) che l'individuo possiede dopo lo scambio aumenta e l'utilità marginale di (B)

diminuisce. In sintesi, al diminuire di p_a il rapporto $\frac{Um(A)}{Um(B)}$ aumenta; ciò dimostra che alla diminuzione di p_a non può seguire una diminuzione della quantità domandata del bene (A). In modo del tutto analogo si dimostra che al nuovo prezzo, p_a'' , la domanda di (A) non può rimanere costante (8).

Ripetendo il procedimento per ogni possibile livello del prezzo di (A) in termini di (B) si perviene a una relazione monotona decrescente fra la quantità domandata del bene (A) e il suo prezzo.

§ I.3 In questo paragrafo, facendo riferimento all'analisi di Wicksell, prenderemo in considerazione i casi dei beni complementari e sostituibili (9) (10). Per i primi, come vedremo fra poco, risulterà confermato l'andamento decrescente della funzione di domanda già dimostrato per i beni indipendenti; vedremo subito dopo come nell'ipotesi di beni sostituibili non sia possibile pervenire a risultati definiti.

Supponiamo che i beni (A) e (B) siano complementari e che al prezzo p_a'

un individuo domandi la quantità di (A) tale che risulti $\frac{Um(A)}{Um(B)} = p_a'$.

Consideriamo ora un più basso livello del prezzo, $p_a'' < p_a'$, e supponiamo che l'individuo riduca la quantità domandata del bene (A); conseguentemente aumenterà la quantità di (B) posseduta dopo lo scambio. Vediamo ora cosa accade alle utilità marginali dei due beni. L'utilità marginale di (A) aumenta sia per l'effetto diretto, legato alla riduzione della quantità domandata del bene (A), sia per l'effetto di complementarità, dovuto all'aumento della quantità posseduta di (B). Analogamente, l'utilità marginale di (B) diminuisce sia per l'effetto diretto (la quantità posseduta di (B) è aumentata), che per quello di complementarità, legato alla riduzione della domanda di (A). Ciò è incompatibile con la condizione di massima soddisfazione nel consumo. In modo del tutto analogo si dimostra che al diminuire del prezzo la quantità domandata di (A) non può rimanere costante (11).

Poiché al diminuire di p_a , la domanda di (A) non può né diminuire né rimanere costante, si può concludere che nel caso di beni complementari la quantità domandata di un bene è funzione decrescente del prezzo.

Veniamo ora al caso dei beni sostituibili. Supponiamo che al diminuire di p_a l'individuo riduca la quantità domandata del bene (A). Come abbiamo detto più volte, aumenterà la quantità posseduta di (B). L'utilità marginale di (A) aumenta per l'effetto diretto e diminuisce per l'effetto di sostituibilità. L'utilità marginale del bene (B), al contrario, diminuisce per l'effetto diretto e aumenta per quello di sostituibilità. Nulla esclude, allora, che la condizione di massima soddisfazione nel consumo possa risultare verificata nel caso in cui l'individuo, al diminuire di p_a , decida di ridurre la quantità domandata di

(A). Si dimostra in modo analogo che la domanda di (A) può rimanere costante al diminuire di P_a (12).

§ I.4 La principale critica che Cassel muove alla teoria marginalista del valore riguarda la possibilità di misurare le soddisfazioni soggettive tratte dal consumo dei beni. L'utilità marginale, a suo avviso, viene impropriamente considerata una grandezza suscettibile di misurazione aritmetica :

(...) "this « subjective theory of value » was held to be a great advance in economic science. But the complete absence of arithmetical basis in this theory, though it was so often expressed in arithmetical forms and mathematical formulae, prevented it from having that internal solidity which is necessary in a scientific theory, and showed at the same time where the essential fault of the theory lay. It was the rejection of the standard of valuation actually used in economic life, the exclusion of money from the whole study of the economics of exchange." (13)

Nella vita reale, afferma Cassel, le valutazioni individuali sono espresse in forma monetaria, in termini, cioè, della quantità di moneta (intesa come unità di misura) che un individuo è disposto a cedere in cambio di una certa quantità di un bene. L'analisi economica, per avere fondamento scientifico, deve uniformarsi su questo punto alla realtà ed elaborare una teoria che spieghi i rapporti di scambio fra le merci introducendo un'unità di misura per le valutazioni individuali. Non appena ciò sia fatto, sostiene Cassel, al concetto di valore si sostituisce quello di prezzo che presenta il vantaggio di essere una grandezza dotata di una dimensione definita:

“Human valuations are by their very nature relative, and man has always found it necessary in practice to reduce them to a common denominator - that is, expressed them in money. In practical economic life the intensity of desire (...) enters into consideration only in so far as it affects money valuations. This fact ought to define the limits of the science of economics ; it can consider subjective economic factors only as they are manifested in pricing. Consequently, it follows that a special theory of value is, to say the least, quite unnecessary in economics. Every attempt to frame such a theory without using a common measure to express estimates of value must encounter great difficulties. But as soon as such a common measure is introduced, money in its essence is postulated. Values are then replaced by prices, valuation by pricing, and we have a theory of prices instead of a theory of value. From this we must conclude that the whole of the so-called theory of value ought to be discarded in economics. The theoretical exposition of the exchange economy must, from the start, take money into consideration, and thus be essentially a theory of pricing.” (14)

§ I.5 L'idea che il principio dell'utilità marginale decrescente faccia uso di una grandezza non misurabile spinge Cassel ad eliminarlo dall'analisi. Abbiamo tuttavia visto in precedenza che quel principio consentiva di dedurre, almeno per i beni indipendenti e complementari, l'andamento decrescente delle funzioni individuali di domanda dei beni di consumo. Poiché, come vedremo in seguito, Cassel spiega la distribuzione in termini di domanda e offerta dei fattori produttivi, si trova nella necessità di fornire una spiegazione alternativa. All'esame del tentativo di Cassel è dedicato il resto di questo paragrafo.

La teoria economica, a suo avviso, prende in considerazione solo i beni scarsi (15). La condizione di scarsità di un bene viene definita da Cassel in questo modo:

“The scarcity of a commodity is conditioned by two circumstances : there must be some limit to the quantity in which the commodity is available, and the quantity of the commodity which could be used for satisfying human wants must exceed the quantity which is available. Economic scarcity is thus an entirely relative conception, relative solely to the wants of mankind.” (16)

In ogni collettività, quale che sia la forma in cui essa è organizzata, si presenta la necessità di ridurre le quantità domandate di questi beni, che altrimenti eccederebbero, per definizione, le rispettive disponibilità. Come vedremo fra un attimo, tale necessità viene definita da Cassel “principio di scarsità” (Principle of Scarcity). In *Fundamental Thoughts in Economics*,(17) scrive:

“Economy means procuring for human needs under the condition that there is a certain scarcity in the means for satisfying these needs. Thus in every economy needs have to be restricted, demands have to be cut short, so far that they can be satisfied by aid of the available means. This is the Principle of Scarcity.” (18)

Ciascuna collettività affronta il problema in maniera diversa, in relazione alle proprie caratteristiche istituzionali. In un’economia collettivistica esiste un’autorità centrale che decide quali bisogni debbano essere soddisfatti. In un’economia di mercato il compito di ridurre la domanda dei beni scarsi viene assolto dai prezzi:

“In a self supporting isolated family the task is accomplished simply by the will of the leader who regulates the whole consumption of the household. It is conceivable that the same could be done in a society organised on communistic principles. In the exchange economy there is no central authority regulating demand. The characteristic of the exchange economy is the freedom of choice of consumption enjoyed by every individual within the limits of his total purchasing power. (...) But as even in the

exchange economy it is impossible to satisfy all demands, it is necessary that the exchange economy should possess a means for suitably restricting the demands. This means is price. When a price is put on a certain article, only such demand as is prepared to pay the price will be satisfied, and all other demands are cut off. Thus demand is restricted to correspond to the supply. This is the Principle of Scarcity in the form it takes in the exchange economy.” (19)

Cassel, quindi, utilizza l’espressione “principio di scarsità” con due significati. Il primo è la necessità, comune ad ogni organizzazione sociale, di ridurre le quantità domandate dei beni qualificabili come scarsi fino al limite delle rispettive disponibilità. Il secondo è invece specifico di un’economia di mercato e sembra essere questo: l’aumento del prezzo al di sopra di zero costringe gli individui ad eliminare i bisogni ritenuti meno urgenti tra tutti quelli cui avrebbero destinato il bene se avessero potuto procurarselo gratuitamente. Maggiore è la scarsità e maggiore è la riduzione dei bisogni che risulta necessaria. Quindi, quanto più è grande la scarsità di un bene, tanto più elevato dovrà essere il suo prezzo :

“ As the restriction of consumption must be all the more vigorous, the greater the scarcity of goods in relation to the demands of consumers, and as, therefore, prices are largely determined by this scarcity, we see that the indicated purpose of pricing is an expression of the principle of scarcity (...) *Thus, in the exchange economy, the principle of scarcity signifies the necessity, by the pressure of prices, to adjust consumption to a relatively scarce supply of goods.*” (corsivo nel testo) (20)

§ I.6 Se quel che abbiamo detto interpreta correttamente ciò che Cassel intende per “principio di scarsità”, sembra possibile affermare che come spiegazione dell’andamento decrescente delle funzioni di domanda esso è tutt’altro che soddisfacente. Per rendersene conto possiamo ragionare in

questo modo. Abbiamo visto in precedenza che affinché un bene sia scarso, secondo Cassel, occorrono due condizioni: 1) deve esistere un limite alla sua disponibilità; 2) la quantità che potrebbe essere utilizzata per soddisfare i bisogni deve eccedere tale limite. Quindi, per poter definire scarso un bene dobbiamo già conoscere un punto della sua funzione di domanda, cioè la quantità che verrebbe domandata ad un prezzo nullo (ed ipotizzare che essa ecceda la disponibilità del bene stesso). Analogamente, per poter affermare che data la disponibilità di un bene la sua scarsità si riduce all'aumentare del prezzo dobbiamo già sapere che la quantità domandata diminuisce all'aumentare del prezzo. In conclusione il "principio di scarsità" di Cassel non fornisce una spiegazione dell'andamento decrescente delle funzioni di domanda dei beni. Piuttosto esse equivale semplicemente ad ipotizzare tale andamento, che dunque resta indimostrato.

Cassel sembra dedurre il "principio di scarsità" dall'osservazione empirica. Come abbiamo detto, l'idea di fondo è che all'aumentare del prezzo gli individui, che desiderano impiegare in modo ottimale i mezzi monetari di cui dispongono, eliminano i bisogni meno urgenti, riducendo conseguentemente la quantità domandata:

"As the money resources of individuals are limited, the fixing of prices compels them to restrict their consumption in various directions, so that the sums of money they can spend will give as uniform a satisfaction of their wants as possible. If the prices are fixed high enough, therefore, the demands of consumers can be so far restricted in every direction that they can be met out of the available supplies of the various goods intended for consumption." (21)

Nel suo primo lavoro, *The Nature and Necessity of Interest*,(22) Cassel aveva citato un passo del *Traité d'Économie Politique* di J.B.Say, aggiungendo un

breve commento che avvalorata la tesi di una spiegazione empirica dell'elasticità negativa delle funzioni di domanda dei beni:

“Say has common sense enough not to trouble himself, in an economic investigation, with the physiological or psychological causes of human wants : « Nous ne considérons encore ces besoins que comme des *quantités données*, sans en rechercher les causes. » – « Chaque individu, ou chaque famille ... sont obligés de faire une sorte de classement de leurs besoins pour satisfaire ceux auxquels ils attachent plus d'importance, préférablement à ceux auxquels ils en attachent moins. ... Nous ne considérons encore ce classement que comme une chose de fait et d'observation.» ... «De là naît pour chaque produit une certaine quantité recherchée et demandée en chaque lieu, quantité qui est modifiée par le prix auquel il peut être fourni ; car plus il revient cher au producteur en raison des frais de production dont il est le résultat, et plus, dans la classification qu'en font les consommateurs, il est reculé, et se voit préférer tous les produits capables de procurer une satisfaction plus grande pour le même prix.» – When the price rises, « non seulement le nombre de consommateurs diminue, mais chaque consommateur réduit sa consommation. Il est tel consommateur de café qui, lorsque cette denrée hausse de prix, peut n'être pas forcé de renoncer entièrement aux douceurs de ce breuvage. Il réduira seulement sa provision accoutumée. ...» – « Telles sont les causes générales qui bornent la quantité de chaque chose qui peut être demandée. Et comme cette quantité varie suivant le prix auquel elle peut être offerte, on voit que l'on ne doit jamais parler de quantité demandée sans exprimer ou supposer convenue cette restriction : au prix où l'on peut se la procurer. » -- It is difficult to see what the modern theory of final or marginal utility, and particularly that of the Austrian school, has added, of real value for the theory of prices, to this clear statement of the demand as a *function* of the price; (...)” (corsivo nel testo) (23)

§ I.7 Riepiloghiamo brevemente l'argomentazione di Cassel. A causa dell'impossibilità di misurare le soddisfazioni soggettive tratte dal consumo

dei beni, il principio dell'utilità marginale decrescente non ha fondamento scientifico e deve perciò essere eliminato dall'analisi. L'elasticità negativa delle funzioni di domanda può essere dedotta dal "principio di scarsità", vale a dire dalla relazione decrescente fra la scarsità di un bene e il suo prezzo. Tale principio trae a sua volta validità dall'evidenza empirica, la quale mostrerebbe che all'aumentare del prezzo gli individui razionali trovano conveniente eliminare i bisogni meno urgenti e ridurre perciò la quantità domandata.

Il "principio di scarsità", come si è detto, equivale ad affermare che le funzioni di domanda sono negativamente inclinate. Poiché esso, inoltre, trae fondamento dall'osservazione della realtà, possiamo concludere che l'argomentazione di Cassel equivale ad ipotizzare, sulla base di una presunta evidenza empirica, l'elasticità negativa delle funzioni di domanda.

§ I.8 Come abbiamo visto, Cassel sostituisce l'analisi basata sull'utilità marginale decrescente con l'ipotesi secondo cui le funzioni di domanda sono negativamente inclinate. Lo scopo di questo paragrafo sarà quello di valutare se tale "sostituzione" possa essere considerata un progresso.

Il principio dell'utilità marginale decrescente ha un fondamento immediato nell'esperienza. E' difficile negare, infatti, che l'intensità di un bisogno decresca all'aumentare della quantità consumata di un bene, nonostante non appaia possibile fornire la misura di tale diminuzione. Quel principio consente di chiarire che non è lecito supporre, sulla base dell'evidenza empirica, l'andamento decrescente delle funzioni di domanda: nel caso di beni sostituibili, come abbiamo visto, sono possibili tratti costanti o crescenti. Dunque, mentre l'utilità marginale decrescente è un postulato che si può ritenere sempre valido sulla base dell'esperienza, lo stesso non si può dire per l'ipotesi secondo cui le funzioni di domanda sono negativamente inclinate.

Da questo punto di vista il principio dell'utilità marginale decrescente si rivela dunque una base più solida per la spiegazione dell'andamento delle funzioni di domanda di quanto non sia l'ipotesi che Cassel intende sostituirvi.

Non c'è dubbio, poi, che l'analisi basata sul principio dell'utilità marginale decrescente incontri la difficoltà indicata da Cassel, relativa alla misurabilità delle soddisfazioni tratte dal consumo dei beni. Va però sottolineato che Cassel trascura completamente il tentativo compiuto da Pareto di evitare tale difficoltà, per mezzo delle curve di indifferenza. Il *Manuale di Economia Politica* venne pubblicato in italiano nel 1906 e in francese nel 1909. Come dimostra il passo di *The Nature and Necessity of Interest* che abbiamo citato in precedenza, Cassel era certamente in grado a quella data di leggere il francese. Eppure in *The Theory of Social Economy* non c'è alcun riferimento all'analisi di Pareto.

§ 1.9 In questo paragrafo cercheremo di chiarire quale sia la nozione di domanda dei beni di consumo che Cassel utilizza al fine di garantire la stabilità di un mercato.

Cassel riconosce in un primo momento che la quantità domandata di un bene dipende dall'intero sistema dei prezzi :

"The individual demand for a commodity is in general dependent upon the prices of all commodities, or, at least, of all those commodities which have any significance for that particular individual." (24)

Subito dopo, tuttavia, prosegue l'analisi prendendo in considerazione l'elasticità della domanda di un bene rispetto al proprio prezzo, nell'ipotesi che i prezzi di tutti gli altri beni rimangano costanti :

“Naturally the price of the commodity is itself the most important factor determining the demand for it ; and it is of theoretical as well as of practical interest to find what influence a small alteration in that price has on demand, assuming that all other prices remain unchanged” (25)

Sembra essere questa la nozione di domanda che ritiene sufficiente ai fini della stabilità :

“ A knowledge of the elasticity of the demand for different commodities gives us some idea of the tendencies towards a change in demand resulting from a change in commodity prices. These tendencies are, on the whole, in the nature of a reaction against the change in prices, a rise in price causing a diminution in demand, and *vice versa*. This reaction against price changes is clearly a necessary condition of stability of prices once price equilibrium has been achieved.” (corsivo nel testo) (26)

Il concetto viene espresso più chiaramente in *Fundamental Thoughts in Economics* :

“A person’s demand for a commodity, however, is not only a function of the price of that commodity, but also of the prices of all other commodities which come into consideration in his household. (...) The individual, however, is generally not in the position to form a judgement as to the way in which he would use his means in any given price situation. Practically he is confined to clearing up for himself how much he would buy of a certain commodity at varying prices of that commodity under the assumption that all other prices remained constant. For only under this assumption has the unit a distinct meaning for him. Only in fairly stable conditions, when people by long experience get accustomed to what they can buy for the unit of money, are they able to decide with any certainty how they would alter their demand under the assumption of small variations in one single price. But this also suffices for such a

characterisation of this demand as is required for the theory of prices. For the best way to study the factors determining prices is to start from the assumption of an equilibrium and to imagine that a small variation takes place in some particular price. The condition of stability of our equilibrium is that this variation calls forth a reaction in the form of an alteration of the demand in the opposite direction, causing the price to go back again to its original level." (27)

Tuttavia Cassel non specifica il motivo per cui la relazione decrescente fra la quantità domandata di un bene e il suo prezzo, dati gli altri, dovrebbe essere sufficiente a garantire la stabilità di un mercato. Nel prosieguo di questo paragrafo cercheremo di fornire una spiegazione.

Una volta che si sia riconosciuta la dipendenza delle quantità domandate dall'intero sistema dei prezzi, la nozione di domanda che deve essere considerata al fine di assicurare la stabilità, dipende dall'ipotesi che si intende adottare tra le due seguenti :

- 1) si suppone che al variare del prezzo di un bene gli effetti sugli altri prezzi si manifestino prima che la concorrenza possa aver riportato in equilibrio il mercato in cui è avvenuta la variazione;
- 2) si suppone che al variare del prezzo di un bene la concorrenza riporti rapidamente in equilibrio quel mercato, prima, cioè, che gli effetti della variazione possano ripercuotersi sui prezzi degli altri beni.

Nell'ipotesi 1) la nozione di domanda necessaria ad assicurare la stabilità è la relazione monotona decrescente fra la quantità domandata del bene e il proprio prezzo, nell'ipotesi che al suo variare i prezzi di tutti gli altri beni si adeguino al livello compatibile con il nuovo equilibrio. Per chiarire questo punto possiamo ragionare nel modo seguente. Consideriamo n beni di consumo disponibili nelle date quantità S_1, S_2, \dots, S_n . Siano D_1, D_2, \dots, D_n le

rispettive funzioni di domanda. Le condizioni di equilibrio fra le quantità domandate e offerte formano il seguente sistema :

$$\begin{aligned}
 D_1(p_2, p_3, \dots, p_n) &= S_1 \\
 D_2(p_2, p_3, \dots, p_n) &= S_2 \\
 D_3(p_2, p_3, \dots, p_n) &= S_3 \\
 \dots\dots\dots & \\
 D_n(p_2, p_3, \dots, p_n) &= S_n
 \end{aligned}
 \tag{I.c}$$

dove si è scelto come numerario il bene 1.

Se eliminiamo un'equazione, ad esempio la seconda, il sistema acquista un grado di libertà, che possiamo utilizzare per illustrare la nozione di domanda di cui ci stiamo occupando. Fissiamo arbitrariamente il prezzo del bene (2), ponendo ad esempio $p_2 = p_2'$ e risolviamo il sistema formato dalle rimanenti n-1 equazioni. Troveremo il vettore dei prezzi, p_3', \dots, p_n' , in corrispondenza del quale i mercati 1,3,...,n risulteranno in equilibrio. Sostituendo tali prezzi nell'equazione eliminata si ottiene la quantità domandata del bene (2) , che chiamiamo d_2' . Poniamo ora $p_2 = p_2'' < p_2'$ e ripetiamo il procedimento appena illustrato. Otterremo un nuovo vettore p_3'', \dots, p_n'' in corrispondenza del quale i mercati 1,3,...,n saranno ancora in equilibrio. Supporre in questo contesto che la relazione fra la quantità domandata del bene (2) e il suo prezzo sia monotona decrescente, significa supporre che qualunque sia il livello p_2' inizialmente prescelto e comunque piccola sia la riduzione ipotizzata, risulterà $d_2'' > d_2'$. E questo, come si è detto, mentre gli altri prezzi si saranno adeguati per mantenere in equilibrio i mercati 1,3,...,n.

Dall'ipotesi 2) segue immediatamente che la stabilità di un mercato viene assicurata per mezzo della relazione monotona decrescente fra la quantità domandata del bene e il suo prezzo, supponendo costanti tutti gli altri.

Come abbiamo già detto, è questa la nozione di domanda che Cassel ritiene sufficiente per la stabilità. Tuttavia, sembra di poter escludere che il motivo per cui considera tale nozione sia quello da noi indicato. Né in *The Theory of Social Economy*, né in *Fundamental Thoughts in Economics*, infatti, esiste alcun riferimento all'ipotesi 2). L'unica spiegazione che sembra allora possibile è che Cassel stia implicitamente facendo quest'altra ipotesi : una variazione di modesta entità del prezzo di un bene ha effetti trascurabili sugli altri mercati ; quindi, supporre costanti i prezzi degli altri beni può essere considerata una buona approssimazione. In effetti nel passo citato in precedenza Cassel si riferisce espressamente a piccole variazioni del prezzo. Riportiamo per comodità la frase di quel brano che ci interessa qui:

"For the best way to study the factors determining prices is to start from the assumption of an equilibrium and to imagine that a *small variation* takes place in some particular price." (corsivo nostro).

§ I.10 Vediamo ora il sistema di equazioni con cui Cassel formalizza la sua teoria pura dello scambio :

$$\begin{aligned}
 D_1 &= F_1(p_1, p_2, \dots, p_n) \\
 D_2 &= F_2(p_1, p_2, \dots, p_n) \\
 &\dots\dots\dots \\
 D_n &= F_n(p_1, p_2, \dots, p_n)
 \end{aligned}
 \tag{I.1}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= S_1 \\
D_2 &= S_2 \\
&\dots\dots\dots \\
D_n &= S_n
\end{aligned}
\tag{I.2}$$

dove :

D_1, D_2, \dots, D_n sono le quantità domandate degli n beni di consumo

p_1, p_2, \dots, p_n sono i prezzi dei beni

S_1, S_2, \dots, S_n sono le date disponibilità dei beni.

Il sistema (I.1)-(I.2) è formato da $2n$ equazioni di cui una non indipendente. Per dimostrarlo possiamo ragionare in questo modo. Il valore delle date disponibilità degli n beni è necessariamente pari al valore delle quantità complessivamente domandate, includendo fra queste le quantità consumate direttamente. Quindi se per $n-1$ beni il valore della data disponibilità è pari al valore della quantità domandata, lo stesso sarà necessariamente vero anche per il bene n -simo.

Il sistema (I.1)-(I.2), quindi, è formato da $2n-1$ equazioni indipendenti. Poiché in esso compaiono $2n$ incognite, $D_1, \dots, D_n; p_1, \dots, p_n$, risulta sottodeterminato. Una possibile soluzione, adottata da autori come Walras e Wicksell, consiste nel fissare arbitrariamente il prezzo di un bene. Cassel procede in modo diverso. Come vedremo fra un attimo, attraverso l'ipotesi di redditi monetari dati, introduce implicitamente una condizione aggiuntiva: in questa fase dell'analisi il reddito di un individuo è dato dal valore dei beni che possiede prima dello scambio; la somma dei redditi individuali è perciò pari al valore delle date disponibilità complessive degli n beni. In simboli:

$$Y = S_1 p_1 + \dots + S_n p_n \tag{I.d}$$

dove Y è un valore noto. (28)

Con l'ipotesi di redditi monetari dati, quindi, Cassel fissa arbitrariamente il valore delle quantità complessive degli n beni. E' questa una condizione aggiuntiva che consente di ripristinare l'eguaglianza fra il numero di equazioni indipendenti e il numero di incognite. In tale ipotesi i prezzi sono espressi in termini del valore Y arbitrariamente fissato.

NOTE

(1) Cassel G. [1967] p. vii.

(2) Walras L. [1952], pag. 54 ; l'ipotesi secondo cui ciascun individuo possiede prima dello scambio un solo dei due beni viene rimossa nel par. 92, pag.93.

(3) " Mais toutes ces unités sucesives ont, pour le porteur (1), une utilité d'intensité décroissante depuis la première qui répond au besoin le plus urgent jusqu'à la dernière après la consommation de laquelle se produit la satiété ;" Walras L. [1952], pag. 75.

(4) "Analytiquement, les utilités effectives étant données en fonction des quantités consommées par les équations $u = \phi_{a,1}(q)$, $u = \phi_{b,1}(q)$ les raretés le seraient par les dérivées : $\phi'_{a,1}(q)$, $\phi'_{b,1}(q)$. Ou bien, les raretés étant données en fonction des quantités consommées par les équations $r = \varphi_{a,1}(q)$, $r = \varphi_{b,1}(q)$ (...). Walras L. [1952], p.76. La notazione adottata da Walras presenta un'ambiguità. L'uso dello stesso simbolo, « q », nell'argomento delle funzioni di utilità marginale (rareté) dei due beni per l'individuo (1), potrebbe far pensare a una notazione vettoriale, nel qual caso, ovviamente, i beni non sarebbero indipendenti. In realtà sembra di poter dire che con il simbolo « q » Walras voglia indicare, nella funzione $r = \varphi_{a,1}(q)$, una quantità del

bene (A), diciamo « q_a », e , nella funzione $r = \varphi_{b..1}(q)$, una quantità del bene (B), « q_b ». Questa nostra interpretazione si basa sulle seguenti considerazioni, il cui significato si chiarirà nel prosieguo del paragrafo. Nella sez.II Walras afferma, inizialmente senza dimostrarlo, che la quantità domandata di un bene è funzione decrescente del prezzo: “Lorsque le prix augmente, la demande ne peut pas augmenter, elle ne peut que diminuer. Et lorsque le prix diminue, la demande ne peut pas diminuer, elle ne peut qu’augmenter.” (Sez.II pag.53). Successivamente, sempre nella Sez. II, dopo aver riconosciuto di aver solo affermato, ma non dimostrato, che le funzioni di domanda hanno andamento decrescente, rinvia per la dimostrazione all’appendice I degli *Éléments*, dove, continua Walras, considererà il caso generale in cui esista un numero qualsiasi di merci e in cui ciascun individuo possieda inizialmente più di un bene : “Cette discussion des courbes de demande et d’offre serait utilement complétée par la démonstration, déduite de la décroissance des courbes d’utilité, de ce double fait, dont le premier a été posé comme une sorte de postulat (48),[cioè, par.48] et le second déduit du premier (49) : que la courbe de demande est toujours décroissante et que la courbe d’offre est successivement croissante et décroissante, de zéro à zéro (à l’infini), avec le prix. On trouvera ces deux démonstrations effectuées d’une façon générale, c’est-à-dire dans le cas de l’échange d’un nombre quelconque de marchandises entre elles et de porteurs de plusieurs marchandises, à l’appendice I : *Théorie géométrique de la détermination des prix, § I. De l’échange de plusieurs marchandises entre elles.*” Walras L.[1952], pag.92, nota 1. Nella dimostrazione a cui Walras rinvia il lettore, troviamo : “Si y est positif, c’est-à-dire si l’échangeur est demandeur de (B), une augmentation de P_b ne peut que faire diminuer y . En effet, si cet échangeur demandait, à un prix supérieur, une quantité égale, il redevrait une différence qu’il ne pourrait payer qu’en diminuant ses quantités de (A), (C), (D) ... Mais alors il augmenterait ses raretés de ces marchandises ; et, en conséquence, la condition de satisfaction maxima subsisterait d’autant moins. Donc la demande y est trop forte pour un prix supérieur à P_b . Et, par conséquent, *la courbe de demande est décroissante.*” (corsivo nel testo) Walras L. [1952],

Appendice I, par.3, pag.469. In conclusione, poiché Walras non mostra dubbi circa l'andamento decrescente delle funzioni di domanda si può escludere, per le ragioni che vedremo, che consideri il caso dei beni sostituibili. Inoltre, poiché nella dimostrazione dell'andamento decrescente delle funzioni di domanda mostra chiaramente di ritenere che l'utilità marginale di un bene dipenda solo dalla quantità posseduta di quel bene, è da escludersi che consideri il caso dei beni complementari. Il fatto che Walras si occupi solo dei beni indipendenti viene notato da Pareto: "La fonction ϕ_a est l'ophélimité élémentaire de A. M^r Walras suppose qu'elle ne dépende que de x_a ; et, de même, que ϕ_b ne dépende que de x_b , etc." (grassetto nel testo). Pareto V. [1896], Tome premier, p.10, nota (25)¹. È opportuno notare che quando Pareto intende riferirsi ad Auguste Walras, padre di Léon, senza indicarne per esteso il nome, (cosa che avviene solo due volte in tutto il libro), usa l'espressione "le père de M^r Walras", [nota (18)¹, pag.7], oppure "M^r Walras père", [par.82, pag.34].

(5) "En supposant qu'il opère l'échange de manière à satisfaire la plus grande somme totale de besoins possible (...)" Walras L. [1952], pag. 77.

(6) Walras fornisce due dimostrazioni. Trascuriamo per brevità la prima, condotta in termini grafici, ed esponiamo la seconda. Siano $\Phi_{a,1}(q)$ e $\Phi_{b,1}(q)$ le funzioni di utilità totale dei beni (A) e (B) per l'individuo (1). Le derivate prime di tali funzioni sono le funzioni di utilità marginale dei due beni, per le quali valgono le ipotesi indicate nel testo. Supponiamo che l'individuo (1) possieda prima dello scambio la quantità q_b del bene (B). Dato arbitrariamente il prezzo di (A) in termini di (B), p_a , questi dovrà domandare la quantità di (A) tale che l'utilità totale dopo lo scambio risulti massima. Analiticamente si tratta di massimizzare la seguente funzione:

$$\Phi_{a,1}(d'_a) + \Phi_{b,1}(q_b - o'_b) \quad (I.a)$$

dove d'_a e o'_b indicano le quantità di (A) e di (B) che l'individuo domanda ed offre, rispettivamente. Poiché è $o'_b = d'_a p'_a$ la (I.a) può essere scritta in questo modo :

$$\Phi_{a,1}(d'_a) + \Phi_{b,1}(q_b - d'_a p'_a) \quad (I.b)$$

La condizione del primo ordine è :

$$\Phi'_{a,1}(d'_a) - p'_a \Phi'_{b,1}(q_b - d'_a p'_a) = 0 ; \text{ da cui : } p'_a = \frac{\Phi'_{a,1}(d'_a)}{\Phi'_{b,1}(q_b - d'_a p'_a)}$$

dove il membro di destra è il rapporto fra le utilità marginali delle quantità di (A) e (B) possedute dall'individuo dopo lo scambio.

La condizione del secondo ordine è :

$$\Phi''_{a,1}(d'_a) - p'_a \Phi''_{b,1}(q_b - d'_a p'_a)(-p'_a) = \Phi''_{a,1}(d'_a) + p_a'^2 \Phi''_{b,1}(q_b - d'_a p'_a)$$

Poiché le funzioni $\Phi'_{a,1}$ e $\Phi'_{b,1}$ sono monotone decrescenti, le loro derivate prime ,

$$\Phi''_{a,1} \text{ e } \Phi''_{b,1}, \text{ sono negative, per cui risulta : } \Phi''_{a,1}(d'_a) + p_a'^2 \Phi''_{b,1}(q_b - d'_a p'_a) < 0$$

quindi la (I.b) è dotata di un massimo in corrispondenza della coppia (p'_a, d'_a) . Si veda : Walras L. [1952], pp.83-84.

(7) Wicksell K. [1961a], vol I, p.42 ; Walras fornisce una dimostrazione analoga, ma per il caso generale in cui esista un numero qualsiasi di merci e in cui ciascun individuo possieda inizialmente più di un bene. Walras L.[1952], Appendice I, p.469. Si veda sopra, nota (2), pp.10-11.

(8) Supponiamo che al nuovo livello $p_a'' < p_a'$ la quantità domandata di (A) da parte dell'individuo resti invariata. Poiché p_a è diminuito e la domanda di (A) è rimasta costante, la quantità di (B) che l'individuo deve cedere in cambio di (A) diminuisce. Conseguentemente aumenta la quantità di (B) di cui l'individuo dispone al termine dello scambio, il che provoca la diminuzione dell'utilità marginale di (B). Dunque al diminuire di p_a il rapporto $Um(A)/Um(B)$ aumenta. Ciò dimostra che al diminuire di p_a la quantità domandata di (A) non può rimanere costante.

(9) Wicksell K. [1961 a], vol. I, p.42.

(10) Due beni si dicono complementari se, data la quantità posseduta dell'uno, la sua utilità marginale aumenta all'aumentare della quantità posseduta dell'altro. (es. caffè e zucchero); si dicono sostituibili se data la quantità posseduta dell'uno la sua utilità marginale diminuisce all'aumentare della quantità posseduta dell'altro. (es. the e caffè).

(11) Supponiamo che al diminuire del prezzo l'individuo lasci invariata la quantità domandata di (A); conseguentemente aumenta la quantità di (B) posseduta dopo lo scambio. L'utilità marginale di (A) aumenta per l'effetto di complementarità, mentre l'utilità marginale di (B) diminuisce per l'effetto diretto. Tali variazioni sono incompatibili con la condizione di massima soddisfazione nel consumo.

(12) Supponiamo che al diminuire di P_A l'individuo non modifichi la domanda di (A). Aumenterà la quantità posseduta di (B). L'utilità marginale di (A) diminuisce per l'effetto di sostituibilità, mentre l'utilità marginale di (B) diminuisce per l'effetto diretto. Nulla esclude che in seguito a tali variazioni la condizione di massima soddisfazione nel consumo risulti verificata.

(13) Cassel G. [1967] pp. 48-49.

(14) Cassel G. [1967], p. 49.

(15) "Only goods which are scarce are considered by economic science as economic goods." Cassel G. [1967] p.14.

(16) Cassel G. [1967] p.15.

(17) Cassel G. [1929a].

(18) Cassel G. [1929a], pag. 76.

(19) Cassel G. [1929a], pp.76-77.

(20) Cassel G. [1967], p.74.

(21) Cassel G. [1967], pp. 73-74.

(22) Cassel G. [1957].

(23) Cassel G. [1957], p.26, nota 1.

(24) Cassel G. [1967], p.76

(25) Cassel G. [1967], p.77

(26) Cassel G. [1967], pp.79-80.

(27) Cassel G. [1929 a], pp.59-61.

(28) E' opportuno sottolineare che l'equazione (I.d) non compare nel testo di Cassel. Questi si limita ad affermare : "(...) the system of equations is indeterminate, in that it determines the prices in question only up to a multiplicative factor ; or, as it is popularly expressed, determines only the relative and not the absolute prices. In order to obtain the absolute prices, a new condition must be introduced ; for example, the price of a commodity or of a group of commodities must be given. This condition was fulfilled so long as the total expenditure of the consumer, reckoned in money terms, was taken for granted. In the general pricing problem, a multiplicative

factor of all prices remains undetermined. The determination of this factor, and, consequently, the final solution of the pricing problem, belongs to the theory of money." Cassel G. [1967], p.155.

Capitolo II

La Teoria dello scambio e della produzione in assenza di beni capitali

§ II.1 Il passo successivo di Cassel consiste nell'introdurre la produzione dei beni di consumo. In primo luogo suppone note le disponibilità di r fattori:

"Here, where we are particularly concerned with the mechanism of pricing, we must assume the quantities of the factors of production as given. To provide a concrete foundation for our inquiry, we may take as types of the factors of production, labour, the raw materials provided by nature, and the services of durable goods already in existence. The answer to the question as to how far these factors of production may be regarded as primary, or are themselves reproducible, must be reserved for the next Book, as must also the complete and final analysis of the factors of production. (...) Here we must be content merely to assume a series of factors of production to be primary factors, and available in given quantities. Let r be the number of these factors of production, and $R_1, R_2 \dots R_r$ the quantities of them which are available in a given period." (1)

Come abbiamo appena visto, Cassel include tra i fattori, oltre al lavoro e alla terra, anche le materie prime e i beni capitali fissi. Né quelle né questi, tuttavia, sono considerati per il momento come dei prodotti. Non si logorano nel corso dei processi in cui vengono impiegati, quindi non devono essere reintegrati. Il loro prezzo non dipende dal costo di produzione, per cui non emerge la necessità di un saggio di rendimento netto uniforme. Va da sé che includere tra i fattori le materie prime e i beni capitali fissi trascurandone la natura di prodotti equivale a non considerarli affatto. Possiamo perciò supporre che in

questa fase la produzione si svolga con l'impiego di tipi diversi di lavoro e terra.

Cassel, inoltre, suppone che vengano prodotti n beni di consumo e che sia nota la tecnologia, rappresentata da coefficienti fissi :

“With the help of these factors of production, commodities of n different kinds are produced. To produce the unit quantity of commodity 1, quantities $a_{11} \dots a_{1r}$ of the factors of production may be necessary ; for the unit quantity of commodity 2, quantities $a_{21} \dots a_{2r}$ of the same factors of production may be necessary, and so on; finally, for the unit quantity of commodity n , the quantity $a_{n1} \dots a_{nr}$. These quantities may be called “technical coefficients.” They represent the technical conditions of production. As we have assumed these conditions to be fixed, the technical coefficients are to be regarded as given magnitudes in the problem.” (2)

In condizioni di equilibrio i prezzi dei beni di consumo devono essere pari ai rispettivi costi di produzione. Conseguentemente Cassel introduce n nuove equazioni:

$$\begin{aligned}
 p_1 &= a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \dots + a_{1r}q_r \\
 p_2 &= a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \dots + a_{2r}q_r \\
 &\dots\dots\dots \\
 p_n &= a_{n1}q_1 + a_{n2}q_2 + \dots + a_{nr}q_r
 \end{aligned}
 \tag{II.1}$$

dove:

p_1, p_2, \dots, p_n sono i prezzi degli n beni di consumo;

q_1, q_2, \dots, q_r sono i prezzi dei servizi degli r fattori originari e a_{ij} ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, r;$) è la data quantità del fattore j necessaria alla produzione di un'unità del bene di consumo i .

Le quantità dei fattori domandate per la produzione dei beni, inoltre, devono eguagliare le rispettive disponibilità. Per cui Cassel introduce le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= a_{11}S_1 + a_{21}S_2 + \dots + a_{n1}S_n \\
 R_2 &= a_{12}S_1 + a_{22}S_2 + \dots + a_{n2}S_n \\
 &\dots\dots\dots \\
 R_r &= a_{1r}S_1 + a_{2r}S_2 + \dots + a_{nr}S_n
 \end{aligned}
 \tag{II.2}$$

dove :

R_1, R_2, \dots, R_r sono le date disponibilità degli r fattori ;

S_1, S_2, \dots, S_n sono le quantità prodotte dei beni di consumo.

§ II.2 Consideriamo ora l'intero sistema di produzione e scambio, comprensivo cioè delle equazioni introdotte nel capitolo precedente (3):

$$\begin{aligned}
 D_1 &= F_1(p_1, p_2, \dots, p_n) \\
 D_2 &= F_2(p_1, p_2, \dots, p_n) \\
 &\dots\dots\dots \\
 D_n &= F_n(p_1, p_2, \dots, p_n)
 \end{aligned}
 \tag{I.1}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= S_1 \\
D_2 &= S_2 \\
&\dots\dots\dots \\
D_n &= S_n
\end{aligned}
\tag{I.2}$$

$$\begin{aligned}
p_1 &= a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \dots + a_{1r}q_r \\
p_2 &= a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \dots + a_{2r}q_r \\
&\dots\dots\dots \\
p_n &= a_{n1}q_1 + a_{n2}q_2 + \dots + a_{nr}q_r
\end{aligned}
\tag{II.1}$$

$$\begin{aligned}
R_1 &= a_{11}S_1 + a_{21}S_2 + \dots + a_{n1}S_n \\
R_2 &= a_{12}S_1 + a_{22}S_2 + \dots + a_{n2}S_n \\
&\dots\dots\dots \\
R_r &= a_{1r}S_1 + a_{2r}S_2 + \dots + a_{nr}S_n
\end{aligned}
\tag{II.2}$$

Riportiamo per comodità il significato dei simboli:

D_1, D_2, \dots, D_n sono le quantità domandate degli n beni di consumo

p_1, p_2, \dots, p_n sono i prezzi dei beni ;

S_1, S_2, \dots, S_n sono le quantità prodotte dei beni ;

a_{ij} ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, r$) sono gli $n \times r$ coefficienti tecnici (dati);

q_1, q_2, \dots, q_r sono i prezzi dei servizi degli r fattori.

R_1, R_2, \dots, R_r sono le date disponibilità dei fattori.

Il sistema (I.1)-(I.2)-(II.1)-(II.2) è formato da $3n+r$ equazioni, di cui una non indipendente (4); in esso compaiono $3n+r$ incognite: le quantità domandate e le quantità prodotte dei beni di consumo ($2n$), i prezzi dei beni di consumo (n), i prezzi dei servizi dei fattori (r). Il sistema risulterebbe perciò indeterminato. A questo punto bisogna ricordare l'ipotesi di redditi monetari dati. Il reddito di un individuo è pari al valore dei fattori in suo possesso. Quindi il valore delle

disponibilità complessive dei fattori, pari alla somma dei redditi individuali, è un dato. In simboli:

$$R_1q_1 + R_2q_2 + \dots + R_rq_r = Y$$

dove Y è un valore noto.

L'ipotesi di redditi individuali dati introduce perciò una condizione aggiuntiva che garantisce l'uguaglianza fra il numero di equazioni indipendenti ($3n+r$) e il numero di incognite ($3n+r$) (5).

§ II.3 Anche in questo nuovo contesto, afferma Cassel, la determinazione dei prezzi è guidata dal "principio di scarsità". I fattori che vengono considerati sono solo quelli qualificabili come scarsi; si tratta di quei fattori, cioè, le cui quantità domandate eccederebbero le rispettive disponibilità qualora venissero offerti gratuitamente:

"No price need be placed upon factors of production which are present in abundance, it being unnecessary to restrict the demand for them." (6)

Per i fattori scarsi emerge la necessità di un prezzo positivo che faccia aumentare il prezzo dei beni che essi contribuiscono a produrre. La conseguente diminuzione delle quantità domandate dei beni di consumo provoca la diminuzione delle quantità domandate dei fattori e quindi della loro scarsità. Il prezzo di un fattore dovrà essere tanto più elevato, rispetto a quello di un altro, quanto maggiore sia la sua scarsità relativa:

“But for all other factors of production prices must be calculated according to their relative scarcity, so that the effective demand for any one of them, i.e. that demand which is prepared to pay the price, becomes sufficiently small to enable it to be covered by the available quantity of the particular factor of production. Thus economic operation requires that the factors of production, too, shall be priced in accordance with the principle of scarcity.” (7)

§ II.4 Come abbiamo visto Cassel introduce la produzione dei beni di consumo supponendo che esista, per ciascuno dei beni, un solo metodo produttivo. Tuttavia, nel momento in cui espone il sistema di equazioni di produzione e scambio si è già occupato del caso di tecniche alternative, all'interno di un paragrafo intitolato *Supplementary Principles of Pricing* (8). Come vedremo fra un attimo l'idea di Cassel è che esistano dei casi in cui il “principio di scarsità”, da solo, non è sufficiente a determinare il sistema dei prezzi; deve perciò essere integrato, per così dire, da altri principi. Il paragrafo cui si accennava sopra si apre con questa affermazione :

“In actual practice the pricing process is characterised by a series of complications which we have so far disregarded. We began with the assumption that the cost of production of a commodity is in every case known once the prices of factors of production are given. In practice, however, matters are different in various respects. There are, in fact, very frequent cases in which the cost of production is indefinite in one respect or another. In such cases the pricing problem, too, is obviously open to a certain extent, and can only be completely settled when certain new conditions for price-fixing are introduced. This means that the principle of scarcity is not by itself sufficient for determining prices, and must be supplemented by certain other principles which represent new conditions of pricing and which remove any indefiniteness in the problem.” (9)

Cassel individua quattro principi “supplementari”, relativi, come vedremo, ad altrettanti casi di indeterminatezza del costo di produzione dei beni di consumo :

- a) the differential principle ;
- b) the principle of pricing under conditions of decreasing average cost
- c) the principle of substitution ;
- d) the principle of the pricing of joint products.

Ci occuperemo dapprima dei principi a),b),d), in quest’ordine ;
ci soffermeremo poi su quello indicato al punto c), relativo al caso che ci interessa più da vicino, di metodi alternativi di produzione. Vediamo il primo principio. Cassel afferma :

“(…) the same commodity may be produced in different undertakings under more or less favourable conditions of production. Then, for the satisfaction of demand, those enterprises should naturally be chosen which have the best conditions of production. It is, however, possible that the demand can only be satisfied if production is carried on by a number of undertakings with varying conditions of production. In that event the same commodity will in fact be produced by different independent enterprises at varying costs of production, while at the same time, being a uniform commodity, it must bear a uniform price. At what price shall the commodity then be sold ? The general economic principle clearly requires that the commodity shall receive a price corresponding with the highest of the various costs of production; otherwise the enterprise with the highest cost of production would be using factors of production to satisfy a demand which was not paying the full price for those factors, and this, according to the method of classifying wants adopted in the exchange economy, clearly means that a less important want is being satisfied in preference to a more

important one. If the price of the commodity were not sufficient to cover the cost of production of the particular undertaking, that undertaking would best be cut out or closed down (...) (10)

Il problema che si pone Cassel sembra essere questo : se per produrre le quantità d'equilibrio, corrispondenti cioè al pieno impiego dei fattori, è necessario il concorso di imprese con gradi di efficienza differenziati, il prezzo deve essere pari al costo di produzione dell'impresa meno efficiente. E' tuttavia opportuno sottolineare che considerando un periodo di tempo sufficientemente lungo le imprese che producono a costi più elevati saranno uscite dal mercato. Le imprese più efficienti, infatti, avranno adeguato la capacità produttiva in modo da soddisfare la domanda di coloro che sono disposti a pagare un prezzo pari al costo di produzione, calcolato in base alla tecnica più conveniente. Il problema sollevato da Cassel è perciò irrilevante in un contesto di lungo periodo, che è quello normalmente considerato nell'analisi di equilibrio generale.

Il secondo principio riguarda la produzione in regime di rendimenti di scala crescenti. In tal caso, sostiene Cassel, il prezzo di un bene non può essere pari al costo dell'ultima unità prodotta, poiché altrimenti le imprese subirebbero delle perdite. Dovrà essere uguale al costo medio di produzione :

“(...) where a larger output means cheaper production - where, that is to say, the average cost of the commodity decreases as the scale of production increases - the price of the commodity must, under conditions of equilibrium, correspond to the average cost of production;” (11)

E' opportuno osservare che l'ipotesi di rendimenti continuamente crescenti è incompatibile con quella di concorrenza perfetta. La tendenza a massimizzare

il profitto spinge l'impresa ad aumentare le sue dimensioni, fino a diventare monopolista. Occorre perciò operare una scelta: o si mantiene l'ipotesi di concorrenza perfetta, ma allora il caso presentato da Cassel non può verificarsi, oppure si suppone che i rendimenti di scala siano continuamente crescenti. Si dovrà allora abbandonare l'ipotesi di concorrenza perfetta ed elaborare una teoria del monopolio.

Un terzo caso di indeterminatezza del costo di produzione si ha quando due o più beni vengono ottenuti da uno stesso processo, in proporzioni fisse. Sarebbe inutile, sostiene Cassel, cercare di ripartire il costo di produzione complessivo fra le singole merci. Quel che occorre è un principio che consenta di stabilire il prezzo di vendita di ciascuna di esse:

"(...) the total cost of the joint products is fixed, but how much of that cost is to be allotted to one or other of the products remains undetermined. Here again, then, we come to a point where prices are indeterminate, and a supplementary principle of pricing is required in order to eliminate this indeterminateness. How much one or other of a number of such joint products "really costs" cannot easily be said, and any attempt to answer this question is a pure waste of time. All that we can do is to find a principle in accordance with which we can fix the prices of such products." (12)

Il metodo proposto da Cassel consiste nell'imporre come condizione aggiuntiva che le quantità domandate delle due merci stiano nella stessa proporzione in cui questi compaiono nel prodotto congiunto. In tal modo i prezzi sono tali da garantire l'eguaglianza fra le quantità domandate e offerte di tutti i prodotti:

"[this principle] is best expressed by saying that there is attached to the prices of joint products the condition that they shall all be completely disposed of, i.e. that the

demand for these products shall be proportional to their relative quantities. In this way, the level of the prices of the joint products, and hence, too, the absolute volume of production, is fixed according to general rules in connection with the general pricing process.” (13)

§ II.5 Un ulteriore caso di indeterminatezza del costo di produzione di una merce, sostiene Cassel, si ha quando sono disponibili più metodi produttivi. In tali circostanze il metodo che deve essere utilizzato è quello che minimizza il costo di produzione. Questo è ciò che chiama “the principle of substitution”:

“The principle of substitution demands that where one method of production can be substituted for another without any alteration in output, than that method shall be adopted which is the cheapest at the given prices of the factors of production.” (14)

E' interessante sottolineare il fatto che Cassel critica, dopo quello dell'utilità marginale decrescente, anche l'altro principio fondamentale della teoria marginalista :

“Just as some theorists have tried to base the theory of prices, or “value”, on the concept of marginal utility (...), so too it has been stated that marginal productivity is the determinant of price. The fundamental error is in both cases the same. Marginal productivity is not a given factor in the pricing problem, for the relative quantities of the various factors of production to be employed according to the principle of substitution can only be determined when prices are taken into account. Marginal productivity and price are, in fact, two completely similar unknowns in the pricing problem, and it is consequently impossible to present the one as the determining factor of the other.” (15)

Nonostante quel che afferma in questo passo, la posizione di Cassel sui principî dell'utilità e della produttività marginale decrescente appare differenziata. Se è vero, infatti, che ha sostenuto che l'utilità marginale di un bene è un'incognita determinabile solo simultaneamente al prezzo (16), è vero anche che la principale critica mossa a quella nozione riguarda piuttosto la sua misurabilità.

In secondo luogo, la critica che rivolge al principio della produttività marginale decrescente è tutt'altro che fondata. Supponiamo un'economia in cui si produca un solo bene di consumo, il grano, con lavoro e capitale-grano in proporzioni variabili in modo continuo. Supponiamo, inoltre, che i lavoratori siano anche imprenditori. Non c'è dubbio che per la singola impresa la proporzione fra i fattori che dà il massimo salario risulta nota una volta che si supponga noto il saggio di remunerazione del capitale-grano. Tale analisi consente però di concludere che per l'economia nel suo complesso il saggio del profitto sarà quello corrispondente all'intersezione fra il tratto decrescente della funzione della produttività marginale del capitale-grano, (riferita ovviamente all'intera economia), e la quantità esistente di quel fattore. In questo senso si può dire che la produttività marginale del capitale-grano è una determinante del saggio del profitto, non un'incognita che può essere ottenuta solo simultaneamente ad esso, come afferma Cassel.

NOTE

(1) Cassel G. [1967], pp.141-142.

(2) Cassel G. [1967], p.142.

(3) Cassel G. [1967], pp.139-144. I simboli sono gli stessi utilizzati dall'autore. Le equazioni (I.1)-(I.2)-(II.1)-(II.2) sono, rispettivamente, le equazioni (4)-(5)-(3)-(7) del testo di Cassel.

(4) Moltiplicando le equazioni (II.1) per D_1, D_2, \dots, D_n e sommando membro a membro si ottiene :

$$\begin{aligned}
 D_1 p_1 + D_2 p_2 + \dots + D_n p_n &= a_{11} D_1 q_1 + \dots + a_{1r} D_1 q_r + \\
 &+ a_{21} D_2 q_1 + \dots + a_{2r} D_2 q_r + \\
 &\dots\dots\dots \\
 &+ a_{n1} D_n q_1 + \dots + a_{nr} D_n q_r
 \end{aligned}
 \tag{II.a}$$

Moltiplicando le equazioni (II.2) per q_1, q_2, \dots, q_r e sommando membro a membro si ha :

$$\begin{aligned}
 R_1 q_1 + \dots + R_r q_r &= a_{11} S_1 q_1 + \dots + a_{n1} S_n q_1 + \\
 &+ a_{12} S_1 q_2 + \dots + a_{n1} S_n q_2 + \\
 &\dots\dots\dots \\
 &+ a_{1r} S_1 q_r + \dots + a_{nr} S_n q_r
 \end{aligned}
 \tag{II.b}$$

Per le equazioni (I.2) i membri di destra delle (II.a) e (II.b) sono uguali, per cui possiamo scrivere :

$$D_1 p_1 + \dots + D_n p_n = R_1 q_1 + \dots + R_r q_r$$

Da cui è possibile ottenere una qualsiasi delle equazioni dei gruppi (I.1) e (II.2).

Risolvendo ad esempio rispetto a $D_1 p_1$ si ha :

$$D_1 p_1 = R_1 q_1 + \dots + R_r q_r - (D_2 p_2 + \dots + D_n p_n) = a_{11} D_1 q_1 + \dots + a_{1r} D_1 q_r$$

Da cui segue immediatamente la prima delle equazioni (I.1).

(5) Nonostante fosse un matematico Cassel non fornisce una dimostrazione rigorosa dell'esistenza di soluzioni per il sistema (I.1)-(I.2)-(II.1)-(II.2). Il suo ragionamento è il seguente : Sostituendo le (I.2) nelle (I.1) si ottiene :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= F_1(p_1, \dots, p_n) \\
 \dots\dots\dots & \\
 S_n &= F_n(p_1, \dots, p_n)
 \end{aligned}
 \tag{II.a'}$$

Sostituendo le (II.1) nelle (II.a') le quantità d'equilibrio vengono espresse in funzione dei prezzi dei servizi dei fattori. Possiamo perciò scrivere :

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \varphi_{11}(q_1, \dots, q_r) \\
 \dots\dots\dots & \\
 S_n &= \varphi_{n1}(q_1, \dots, q_r)
 \end{aligned}
 \tag{II.b'}$$

Sostituendo le (II.b') nelle (II.2) si ottiene :

$$\begin{aligned}
 R_1 &= a_{11}\varphi_1(q_1, \dots, q_r) + \dots + a_{n1}\varphi_n(q_1, \dots, q_r) \\
 \dots\dots\dots & \\
 R_r &= a_{1r}\varphi_1(q_1, \dots, q_r) + \dots + a_{nr}\varphi_n(q_1, \dots, q_r)
 \end{aligned}
 \tag{II.2'}$$

Nelle r equazioni (II.2') compaiono r incognite : q_1, \dots, q_r ; dunque, sostiene Cassel, sono in grado, in generale, di determinare i prezzi dei servizi dei fattori. Noti questi, i prezzi dei beni di consumo possono essere ottenuti dalle equazioni (II.1) ; sostituendo tali prezzi nelle (I.1) vengono determinate le quantità d'equilibrio.

(6) Cassel G. [1967], p.90.

(7) Cassel G. [1967], pp.90-91.

(8) Cassel G. [1967], pp.99-115.

(9) Cassel G. [1967], pp. 99-100.

(10) Cassel G. [1967], p.100.

(11) Cassel G. [1967], p.104.

(12) Cassel G. [1967], p.112.

(13) Cassel G. [1967], p.113.

(14) Cassel G. [1967], p.108.

(15) Cassel G. [1967], p.110.

(16) "On the contrary, the price determines the extent to which wants shall be satisfied, and, accordingly, which is the "final" or "marginal" want. (...) We must therefore reject absolutely any attempt to represent the theory of marginal utility as a solution of the problem of prices (...) " Cassel G. [1967] p.83.

Capitolo III

Confronto fra la teoria del capitale di Walras e la teoria del capitale di Cassel (1)

§ III.1 Consideriamo il sistema di equazioni di produzione e scambio che Walras introduce nelle sezioni degli *Éléments* (2) precedenti alla quinta :

$$\begin{aligned} D_a &= F_a(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ D_b &= F_b(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ &\dots \end{aligned} \tag{III.1}$$

$$\begin{aligned} 1 &= a_t p_t + \dots + a_p p_p + \dots + a_k p_k + \dots \\ p_b &= b_t p_t + \dots + b_p p_p + \dots + b_k p_k + \dots \\ &\dots \end{aligned} \tag{III.2}$$

$$\begin{aligned} O_t &= a_t D_a + b_t D_b + \dots \\ &\dots \\ O_p &= a_p D_a + b_p D_b + \dots \\ &\dots \\ O_k &= a_k D_a + b_k D_b + \dots \\ &\dots \end{aligned} \tag{III.3}$$

$$\begin{aligned} O_t &= F_t(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ &\dots \\ O_p &= F_p(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ &\dots \\ O_k &= F_k(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ &\dots \end{aligned} \tag{III.4}$$

Il significato dei simboli è il seguente :

D_a, D_b, \dots sono le quantità degli m beni di consumo (A), (B),... prodotte e domandate annualmente nell'intera economia.

P_b, P_c, \dots sono i prezzi degli $m-1$ beni di consumo (B), (C), ... espressi in termini della merce (A).

$P_l, \dots, P_p, \dots, P_k, \dots$ sono gli n prezzi dei servizi annuali dei diversi tipi di terra, lavoro e beni capitali, rispettivamente.

$O_l, O_l', \dots, O_p, O_p', \dots, O_k, O_k', \dots$ sono le quantità offerte a scopo produttivo dei servizi dei diversi tipi di terra, lavoro e beni capitali.

$a_l, \dots, a_p, \dots, a_k, \dots; b_l, \dots, b_p, \dots, b_k, \dots; \dots$ sono gli $m \ n$ coefficienti di produzione dei beni di consumo (A), (B),...

Le equazioni (III.1) -(III.4) esprimono :

(III.1) le quantità prodotte e domandate degli m beni di consumo in funzione del sistema dei prezzi, ottenibili dalle equazioni dell'equilibrio dei consumatori ;

(III.2) l'uguaglianza fra i prezzi dei beni di consumo e i rispettivi costi di produzione, con il bene (A) preso come numerario ;

(III.3) l'uguaglianza fra le quantità dei servizi offerte e domandate per uso produttivo ;

(III.4) le quantità dei servizi offerte per uso produttivo in funzione del sistema dei prezzi, ottenibili come le (III.1) dalle condizioni d'equilibrio dei consumatori.

Si tratta di un sistema di $2m+2n$ equazioni, di cui una non indipendente, in cui compaiono $2m+2n-1$ incognite: gli $m+n-1$ prezzi e le $m+n$ quantità offerte e domandate dei beni di consumo e dei servizi produttivi.

Prima di esporre la teoria del capitale di Walras, che ci servirà da base per il confronto, ci fermiamo brevemente a sottolineare le differenze fra il sistema di produzione e scambio (III.1)-(III.4) e l'analogo sistema di Cassel.

a) Le equazioni (III.1) sono ottenute dalle condizioni di massima soddisfazione nel consumo e dai vincoli di bilancio individuali. Cassel, come abbiamo visto, rifiuta la nozione di utilità marginale. Le sue funzioni di domanda si fondano su quello che definisce il "principio di scarsità" e sull'ipotesi di redditi monetari dati.

b) Diversamente da Cassel, Walras suppone note le dotazioni individuali dei fattori; i redditi sono delle incognite che vengono determinate simultaneamente al sistema dei prezzi. Per questa ragione tra le variabili indipendenti delle funzioni di domanda dei beni di consumo compaiono i prezzi dei servizi dei fattori, assenti nelle corrispondenti funzioni di Cassel.

c) Sempre dall'ipotesi di redditi monetari dati segue un'ulteriore differenza. Nel sistema di Walras il prezzo di un bene di consumo viene posto pari ad uno. Nel sistema di Cassel, come abbiamo visto, i prezzi sono espressi in termini del valore arbitrariamente assegnato alle disponibilità complessive dei fattori.

d) Walras, infine, suppone note le disponibilità complessive dei fattori, ma considera incognite le quantità offerte ad uso produttivo. In altri termini, la ripartizione delle dotazioni individuali fra uso diretto e offerta a fini produttivi, viene determinata dal sistema dei prezzi. Cassel, invece, fa coincidere le dotazioni complessive con le quantità offerte.

§ III.2 Per semplicità supporremo d'ora in poi che le quantità offerte dei fattori coincidano con le rispettive disponibilità, ed esporremo in quest'ipotesi la teoria del capitale di Walras. Conseguentemente, quando parleremo del sistema di produzione e scambio intenderemo riferirci alle equazioni (III.1)-(III.2)-(III.3), in cui le quantità fisiche $O_t, \dots, O_p, \dots, O_k, \dots$ dovranno essere considerate delle grandezze note. Tale sistema è formato da $2m+n-1$ equazioni indipendenti. In esso compaiono $2m+n-1$ incognite :

$m-1$ prezzi dei beni di consumo: P_b, P_c, \dots

m quantità d'equilibrio dei beni: D_a, D_b, \dots

n prezzi dei servizi dei fattori: $P_t, \dots, P_p, \dots, P_k, \dots$

Veniamo ora alla teoria del capitale. Il primo passo di Walras consiste nel definire il saggio di rendimento netto di un generico bene capitale, K , come rapporto fra il prezzo netto del suo servizio e il prezzo del bene capitale stesso. In simboli :

$$i = \frac{p_k - (\mu_k + v_k)P_k}{P_k} \quad (III.5)$$

dove i è il saggio dell'interesse, P_k è il prezzo lordo del servizio del bene capitale, P_k è il prezzo del bene capitale e la somma $(\mu_k + \nu_k)$ rappresenta la (data) frazione di P_k che deve essere accantonata per ammortamento ed assicurazione. In equilibrio i prezzi dei beni capitali e quelli dei loro servizi dovranno essere tali da garantire l'uniformità dei saggi di rendimento netto. Poiché Walras suppone l'esistenza di l beni capitali segue che l equazioni del tipo (III.5) devono essere aggiunte al sistema (III.1)-(III.3). Queste vengono scritte nella forma :

$$\begin{aligned}
 P_k &= \frac{P_k}{i + \mu_k + \nu_k} \\
 P_{k'} &= \frac{P_{k'}}{i + \mu_{k'} + \nu_{k'}} \\
 &\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{III.5'}$$

In equilibrio i prezzi dei beni capitali devono eguagliare i rispettivi costi di produzione, per cui Walras introduce le corrispondenti condizioni:

$$\begin{aligned}
 P_k &= k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + \dots \\
 P_{k'} &= k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + \dots \\
 &\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{III.6}$$

Il valore dei beni capitali complessivamente prodotti (inclusi i reintegri) deve eguagliare i risparmi lordi, cioè la differenza fra la somma dei redditi individuali calcolati ai prezzi lordi dei servizi dei beni capitali e la spesa annuale in beni di consumo. Attraverso l'introduzione di una merce fittizia (E), consistente di reddito perpetuo futuro e il cui prezzo è il reciproco del saggio d'interesse, Walras riesce ad ottenere dalle condizioni dell'equilibrio dei consumatori i risparmi lordi complessivi in funzione del sistema dei

prezzi. Indicando con $D_k, D_{k'}, \dots$ le quantità complessivamente prodotte nel periodo dei diversi beni capitali, abbiamo perciò l'ulteriore equazione :

$$F_e(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots, i) = D_k P_k + D_{k'} P_{k'} + \dots \quad (\text{III.7})$$

L'introduzione del saggio d'interesse e delle quantità prodotte dei beni capitali richiede alcune modificazioni del sistema di produzione e scambio (III.1) - (III.3) : poiché il saggio d'interesse influisce sulle decisioni di consumo, esso deve essere incluso fra le variabili indipendenti delle equazioni (III.1). Tuttavia, poiché per le (III.5') e le (III.6) il saggio d'interesse è funzione dei prezzi dei servizi dei fattori possiamo semplicemente scrivere :

$$\begin{aligned} D_a &= F'_a(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ D_b &= F'_b(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots) \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{III.1'})$$

Nelle equazioni (III.1), inoltre, devono essere inserite le quantità dei servizi domandate per la produzione dei beni capitali. Esse diventano, pertanto :

$$\begin{aligned} O_t &= a_t D_a + b_t D_b + \dots + k_t D_k + k'_t D_{k'} + \dots \\ &\dots \\ O_p &= a_p D_a + b_p D_b + \dots + k_p D_k + k'_p D_{k'} + \dots \\ &\dots \\ O_k &= a_k D_a + b_k D_b + \dots + k_k D_k + k'_k D_{k'} + \dots \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{III.3'})$$

Sostituendo le equazioni (III.6) nelle (III.5') e nella (III.7) si ha :

$$\frac{p_k}{i + \mu_k + v_k} = k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + \dots$$

$$\frac{p_{k'}}{i + \mu_{k'} + v_{k'}} = k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + \dots \quad (\text{III.5''})$$

.....

$$F_e(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots; i) = D_k(k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + \dots) +$$

$$+ D_{k'}(k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + \dots) + \dots \quad (\text{III.7'})$$

Con le $(l+1)$ equazioni (III.5'') e (III.7') è stato introdotto

un pari numero di incognite: le quantità prodotte degli l beni capitali, $D_k, D_{k'}, \dots$, e il saggio dell'interesse i . Nonostante ciò, come vedremo fra poco, il sistema formato dalle equazioni (III.1') (III.2) (III.3') (III.5'') (III.7') non ammette in generale soluzioni economicamente significative. Nel prosieguo, per brevità, potremo riferirci alle equazioni (III.1') (III.2) (III.3') (III.5'') (III.7') come al sistema "completo".

§ III.3 Supponiamo per il momento che i risparmi lordi siano nulli.

$D_k, D_{k'}, \dots$ rappresentano, come abbiamo visto, le quantità complessivamente prodotte nell'anno dei diversi beni capitali. Poiché si tratta di flussi d'investimento lordo tali quantità devono essere necessariamente non negative. Nelle circostanze che stiamo ipotizzando (e per prezzi positivi dei beni capitali), l'equazione (III.7') potrà perciò essere soddisfatta solo per $D_k = D_{k'} = \dots = 0$. Da ciò segue che nei membri di destra delle equazioni (III.3') si annulleranno le quantità dei servizi domandate per la produzione dei beni capitali. Il sistema di equazioni (III.1')-(III.2)-(III.3) sarà in grado di determinare tutte le incognite che vi compaiono, ed in particolare i prezzi dei servizi produttivi $p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots$. Le $(l+1)$ equazioni (III.5'') - (III.7')

contengono l'unica incognita i ; conseguentemente, il sistema "completo" risulta sovradeterminato.

Sotto il profilo economico ciò può essere spiegato in questo modo. Date le disponibilità dei fattori, le condizioni tecniche e i gusti, vengono determinati i prezzi di tutti i servizi, quindi sia i prezzi netti dei servizi dei beni capitali (3) che i rispettivi costi di produzione. I rapporti dei primi con i secondi sono perciò ottenuti senza far ricorso alle condizioni di uniformità (III.5''). Solo per un caso tali condizioni risulteranno verificate.

§ III.4 Abbiamo visto nel precedente paragrafo che nel caso di risparmi lordi nulli il sistema "completo" risulta sovradeterminato. Esaminiamo ora il caso generale. Ipotizziamo cioè risparmi lordi positivi e quindi valori positivi per le grandezze fisiche $D_k, D_{k'}, \dots$. La possibilità che in tale ipotesi il sistema "completo" risulti determinato, è legata all'effetto che le variazioni delle proporzioni fra le quantità correntemente prodotte dei diversi beni capitali esercitano sui prezzi dei servizi. Se i fattori sono impiegati nella produzione dei beni capitali nelle stesse proporzioni, tale effetto risulterà nullo. Concentriamo quindi l'attenzione sull'ipotesi opposta. Consideriamo un sistema (III.A) formato dalle equazioni (III.1')-(III.2)-(III.3), dalla (III.7') e da una delle equazioni (III.5''), ad esempio la prima. In simboli :

$$D_a = F'_a(p_b, p_c, \dots, p_l, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots)$$

$$D_b = F'_b(p_b, p_c, \dots, p_l, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots)$$

.....

$$1 = a_l p_l + \dots + a_p p_p + \dots + a_k p_k + \dots$$

$$p_b = b_l p_l + \dots + b_p p_p + \dots + b_k p_k + \dots$$

.....

$$O_t = a_t D_a + b_t D_b + \dots$$

.....

$$O_p = a_p D_a + b_p D_b + \dots$$

.....

$$O_k = a_k D_a + b_k D_b + \dots$$

.....

$$F_e(p_b, p_c, \dots, p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots; i) = D_k (k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + \dots) + \\ + D_{k'} (k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + \dots) + \dots$$

$$\frac{p_k}{i + \mu_k + \nu_k} = k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + \dots \quad (\text{III. A})$$

Si tratta di $(2m+n+1)$ equazioni indipendenti, in cui compaiono $(2m+n+l)$ incognite:

$$D_a, D_b, \dots; p_b, p_c, \dots; p_t, \dots, p_p, \dots, p_k, \dots; i; D_k, D_{k'}, \dots;$$

Supponiamo note $(l-1)$ proporzioni fra le quantità prodotte dei diversi beni capitali. In simboli :

$$R' = \frac{D_{k'}}{D_k}, R'' = \frac{D_{k''}}{D_k}, \dots \quad (\text{III.8})$$

Il sistema (III.A) è ora in grado di determinare tutte le incognite che vi compaiono. Se inseriamo i prezzi dei servizi così ottenuti nelle $(l-1)$ equazioni (III.5'') escluse da (III.A), otterremo $(l-1)$ saggi di rendimento netto i', i'', \dots relativi ai beni capitali K', K'', \dots diversi in generale l'uno dall'altro. Si tratta di verificare se modificando le proporzioni fra le quantità prodotte dei beni capitali nel senso indicato dalla concorrenza (4), sarà in generale possibile

pervenire all'eguaglianza fra gli l saggi di rendimento netto. In caso contrario si dovrà concludere che anche nell'ipotesi di risparmi lordi positivi il sistema completo proposto da Walras non ammette in generale soluzioni economicamente significative.

Aumentiamo ad esempio la quantità prodotta del bene capitale K' , quindi il rapporto R' , mantenendo invariati R'' , R''' ,... e risolviamo di nuovo il sistema (III.A) (5). I prezzi dei servizi impiegati in proporzione relativamente maggiore nella produzione di K' risulteranno aumentati rispetto ai prezzi degli altri servizi. Da ciò segue che il costo di produzione di K' risulterà aumentato relativamente al costo di produzione di K . Tale effetto tende perciò a ridurre lo scarto iniziale fra i saggi di rendimento netto i' ed i . Dobbiamo tuttavia considerare anche l'effetto sui prezzi dei servizi dei beni capitali, cioè sui loro rendimenti annuali. A tale riguardo distinguiamo due casi, a seconda che nelle produzioni di K e K' risulti :

$$\frac{k'_{k'}}{k'_k} > \frac{k_{k'}}{k_k} ; \quad \text{b) } \frac{k'_{k'}}{k'_{k'}} > \frac{k_{k'}}{k_{k'}}$$

Nel primo caso l'aumento di $D_{k'}/D_k$ determinerà l'aumento del prezzo del servizio di K' rispetto a quello di K , contrastando l'effetto sui costi di produzione di cui si è detto prima. Nulla assicura evidentemente che l'effetto sui costi prevalga sull'altro. Nel secondo caso, invece, anche l'effetto sui prezzi dei servizi di K' e K tenderà a ridurre gli scarti iniziali fra i saggi di rendimento netto. Tuttavia neanche in tale ipotesi, più favorevole della precedente, si può essere certi che i saggi i' ed i possano essere eguagliati. Lo scarto iniziale, infatti, può essere di ampiezza qualsiasi, in relazione alle date disponibilità dei beni capitali. La capacità di "correzione" del sistema è invece

limitata : l'aumento della quantità prodotta di K' rispetto a quella di K dovrà arrestarsi al livello al quale l'intero ammontare dei risparmi lordi risulti assorbito dal valore della produzione di K' stesso. Oltre tale livello la soluzione non avrebbe significato economico, poiché implicherebbe un valore negativo per un flusso di investimento lordo.

§ III.5 Dal punto di vista economico la sovradeterminazione del sistema "completo" di Walras è dovuta al fatto di assumere fra i dati le quantità fisiche dei beni capitali. Nota la tecnologia, i gusti e le disponibilità degli altri fattori, la possibilità di determinare un saggio di rendimento netto uniforme dipende dalle proporzioni fra le quantità fisiche dei beni capitali esistenti. Non c'è alcuna ragione di ritenere, in generale, che tali proporzioni siano quelle compatibili con le condizioni di uniformità del saggio d'interesse.

Due sono le possibili vie d'uscita. La prima consiste nel rinunciare alla determinazione di un saggio di rendimento netto uniforme, sostituendo nelle (III.5'') i segni di uguaglianza con i segni \leq . Per i beni capitali meno remunerativi il prezzo di domanda, calcolato al più elevato saggio d'interesse, risulterà inferiore al prezzo di offerta. Ciò significa che il prezzo al quale gli imprenditori trovano conveniente acquistare quei beni capitali è inferiore al costo di produzione. Conseguentemente essi non verranno prodotti. Si ammette perciò la possibilità che lo stock fisico dei beni capitali si modifichi per effetto della concorrenza, qualora, come sarà in generale, le quantità relative dei beni capitali non siano quelle compatibili con un saggio dell'interesse uniforme.

Pur non essendo possibile affrontare l'argomento, è opportuno sottolineare che ciò implica un drastico cambiamento della nozione di equilibrio. La rapida modificazione di alcuni dei dati su cui opera la teoria, (le quantità fisiche dei

beni capitali), non permette di considerare le grandezze che essa determina come dei valori centrali, attorno ai quali gravitano le grandezze osservabili.

La seconda possibilità è quella di considerare incognite le quantità fisiche dei beni capitali esistenti in equilibrio, in modo che queste possano assumere i valori compatibili con le condizioni di uniformità del saggio di rendimento netto. Per poter restare nell'ambito della teoria marginalista, in cui fra i dati compaiono le date disponibilità dei fattori, diventa necessario introdurre un fattore "capitale", concepito in termini di valore, in grado di assumere la forma dei diversi beni capitali richiesta in equilibrio. E' alla data "quantità" di questo fattore, cioè al valore dello stock dei beni capitali esistente in equilibrio, che la teoria farà riferimento per determinare la distribuzione e con essa le altre variabili del sistema.

§ III.6 Prima di esporre la teoria del capitale di Cassel riportiamo il suo sistema di produzione e scambio. Se eliminiamo l'ipotesi di redditi monetari dati e assumiamo come numerario il bene di consumo (1), possiamo scrivere :

$$\begin{aligned}
 D_1 &= F_1(p_2, p_3, \dots, p_n; q_1, q_2, \dots, q_r) \\
 D_2 &= F_2(p_2, p_3, \dots, p_n; q_1, q_2, \dots, q_r) \\
 &\dots\dots\dots \\
 D_n &= F_n(p_2, p_3, \dots, p_n; q_1, q_2, \dots, q_r)
 \end{aligned}
 \tag{I.1'}$$

$$\begin{aligned}
 D_1 &= S_1 \\
 D_2 &= S_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 D_n &= S_n
 \end{aligned}
 \tag{I.2}$$

$$\begin{aligned}
 1 &= a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \dots + a_{1r}q_r \\
 p_2 &= a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \dots + a_{2r}q_r \\
 &\dots\dots\dots \\
 p_n &= a_{n1}q_1 + a_{n2}q_2 + \dots + a_{nr}q_r
 \end{aligned}
 \tag{II.1'}$$

$$\begin{aligned}
R_1 &= a_{11}S_1 + a_{21}S_2 + \dots + a_{n1}S_n \\
R_2 &= a_{12}S_1 + a_{22}S_2 + \dots + a_{n2}S_n \\
&\dots\dots\dots \\
R_r &= a_{1r}S_1 + a_{2r}S_2 + \dots + a_{nr}S_n
\end{aligned}
\tag{II.2}$$

dove :

D_1, D_2, \dots, D_n sono le quantità domandate degli n beni di consumo ;

p_2, p_3, \dots, p_n sono i prezzi dei beni 2, 3, ..., n espressi in termini del bene 1;

S_1, S_2, \dots, S_n sono le quantità prodotte dei beni ;

a_{ij} ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, r$) sono gli $n \times r$ coefficienti tecnici (dati);

q_1, q_2, \dots, q_r sono i prezzi dei servizi degli r fattori.

R_1, R_2, \dots, R_r sono le date disponibilità dei fattori.

A differenza di Walras, Cassel non espone in forma matematica la teoria del capitale. Più esattamente, come si vedrà più avanti, troviamo scritta una sola equazione; le ulteriori modificazioni che intende apportare al sistema di produzione e scambio nel momento in cui introduce la produzione dei beni capitali, vengono descritte verbalmente. Cassel non specifica neppure quali e quanti degli r fattori presenti in quel sistema debbano ora essere considerati come dei prodotti. Tutto ciò che possiamo dire con certezza è che considera, almeno inizialmente, dei beni capitali fissi :

“In connection with the position of interest in pricing, we must again distinguish between the two chief reasons for the use of capital-disposal, namely, that both the use of durable goods and production in the narrower

sense take time. So we must first consider the position of interest in determining the price of durable goods and their services." (6)

Noi supporremo che essi siano in numero l . I restanti $r-1$ fattori saranno i diversi tipi di lavoro e terra. Per comodità sostituiamo le equazioni (I.2) nelle (II.2) e modifichiamo la simbologia utilizzata da Cassel:

$$\begin{aligned} D_a &= F_a(p_b, \dots, p_n; q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots) \\ D_b &= F_b(p_b, \dots, p_n; q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots) \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{I.1''}$$

$$\begin{aligned} 1 &= a_t q_t + \dots + a_p q_p + \dots + a_k q_k + \dots \\ p_b &= b_t q_t + \dots + b_p q_p + \dots + b_k q_k + \dots \\ \dots\dots\dots \end{aligned} \tag{II.1''}$$

$$\begin{aligned} R_t &= a_t D_a + b_t D_b + \dots \\ \dots\dots \\ R_p &= a_p D_a + b_p D_b + \dots \\ \dots\dots \\ R_k &= a_k D_a + b_k D_b + \dots \\ \dots\dots \end{aligned} \tag{II.2'}$$

Il significato dei simboli è ora il seguente :

D_a, D_b, \dots sono le quantità domandate degli n beni di consumo ;

p_b, p_c, \dots sono i prezzi dei beni espressi in termini del bene (A);

$a_t, \dots, a_p, \dots, a_k; b_t, \dots, b_p, \dots, b_k; \dots$ sono le date quantità dei diversi tipi di terra (t), lavoro (p), e dei beni capitali fissi necessarie alla produzione di un'unità dei beni di consumo (A), (B),...

$q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots$ sono i prezzi dei servizi dei diversi tipi di terra, lavoro e dei beni capitali fissi.

$R_1, \dots, R_p, \dots, R_k, \dots$ sono le date disponibilità dei fattori.

§ III.7 All'inizio del precedente paragrafo avevamo detto che nell'espone la teoria del capitale Cassel scrive una sola equazione. E' la seguente (7):

$$r = p c \quad (\text{III.9})$$

dove :

r è il prezzo del servizio di un bene durevole, intendendo con tale espressione sia i beni capitali fissi, sia i diversi tipi di terra ;

p è il saggio d'interesse ;

c è il prezzo del bene durevole considerato.

Quando le (III.9) sono riferite a beni non prodotti, (i diversi tipi di terra), determinano i loro prezzi, c . Ciascuno di essi viene ottenuto capitalizzando il prezzo del rispettivo servizio, r , al saggio dell'interesse p . Nelle parole di Cassel :

"We may then ask which of these quantities is independent, and which depends upon the others. The answer to this must be different according as the durable good is reproducible or not. If the good is not reproducible, the cost of production cannot be a factor determining price. Besides, as the demand by consumers for a durable good is essentially a demand for the use of the good and not for the good itself, no direct price is fixed for it. On the contrary, the price of the use of it is determined on the one hand by scarcity, and on the other by the demand. The price must be high enough to equate the demand with the available supply. Once the price of its use is determined in this way, the price of the good itself is settled by capitalising the rent on the basis of the current rate of interest. As there is no separate factor determining this capital value, it cannot influence the rate of interest." (8)

Nel caso in cui i beni durevoli siano dei prodotti, c ed r indicheranno, rispettivamente, il costo di produzione e il prezzo netto del servizio:

“If the durable good does not last for ever, the rent must include a proportion for the depreciation of the capital. (...) Strictly speaking, the proportion for depreciation does not belong to the rent, if we take this to mean net rent, (...), but is a payment for part of the good itself. This net rent, which may be defined as the price of the use of a good which lasts for ever, will be implied when we speak of the term “rent” in what follows. Thus capital value and rent are linked up with each other and with the rate of interest by the equation we have given.” (9)

In base a quanto afferma Cassel nel passo appena citato possiamo scrivere:

$$r_k = q_k - \mu_k c_k \quad (\text{III.10})$$

dove:

q_k è il prezzo lordo del servizio di un generico bene capitale K ;

μ_k è la (data) frazione del prezzo del bene capitale relativa all’ammortamento.

Utilizzando il simbolo i (anziché P) per indicare il saggio d’interesse e sostituendo l’equazione (III.10) nella (III.9), con un semoiplice passaggio algebrico si ha:

$$c_k = \frac{q_k - \mu_k c_k}{i} \Rightarrow c_k = \frac{q_k}{i + \mu_k}$$

Dal modo in cui Cassel ha definito in precedenza i coefficienti tecnici segue che il costo di produzione di un generico bene capitale, c_k , può essere scritto in questo modo :

$$c_k = k_t q_t + \dots + k_p q_p + \dots + k_k q_k$$

per cui in ultima analisi:

$$\frac{q_k}{i + \mu_k} = k_t q_t + \dots + k_p q_p + \dots + k_k q_k \quad (\text{III.9}')$$

Poiché abbiamo ipotizzato l'esistenza di l beni capitali, avremo l equazioni del tipo (III.9'). Con esse viene introdotta una sola nuova incognita, il saggio dell'interesse i . Il sistema formato dalle equazioni (I.1'')-(II.1'')-(II.2')-(III.9') è chiaramente sovradeterminato.

§ III.8 Mostriamo ora che assumendo fra i dati la "quantità" di "capitale" (espressa in valore) esistente in equilibrio, e considerando incognite le quantità fisiche dei beni capitali fissi $(K), (K'), \dots$ tale sovradeterminazione viene eliminata. Avvertiamo che si tratta di una nostra elaborazione. Ci occuperemo subito dopo di verificare se sia questa la strada seguita da Cassel. Sia dunque :

$$R_c = R_k c_k + R_{k'} c_{k'} + \dots \quad (\text{III.11})$$

dove :

$R_k, R_{k'}, \dots$ sono le quantità fisiche dei beni capitali $(K), (K'), \dots$ esistenti in equilibrio ;

$c_k, c_{k'}, \dots$ sono i prezzi dei beni capitali $(K), (K'), \dots$ espressi in termini del bene di consumo (A) ;

R_c è una grandezza nota.

Sostituendo nella (III.11) le equazioni dei costi di produzione dei beni capitali, si ha :

$$R_c = R_k (k_t q_t + \dots + k_p q_p + \dots + k_k q_k + \dots) + R_{k'} (k'_t q_t + \dots + k'_p q_p + \dots + k'_k q_k + \dots) + \dots \quad (\text{III.11}')$$

Riportiamo il sistema formato dalle equazioni (I.1'')-(II.1'')-(II.2')-(III.9')-(III.11') :

$$\begin{aligned} D_a &= F_a(p_b, \dots, p_n; q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots) \\ D_b &= F_b(p_b, \dots, p_n; q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots) \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{I.1}'')$$

$$\begin{aligned} 1 &= a_t p_t + \dots + a_p p_p + \dots + a_k p_k + \dots \\ p_b &= b_t p_t + \dots + b_p p_p + \dots + b_k p_k + \dots \\ &\dots \end{aligned} \quad (\text{II.1}'')$$

$$R_t = a_t D_a + b_t D_b + \dots$$

.....

$$R_p = a_p D_a + b_p D_b + \dots \quad (\text{II.2'})$$

.....

$$R_k = a_k D_a + b_k D_b + \dots$$

.....

$$\frac{q_k}{i + \mu_k} = k_t q_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k q_k$$

$$\frac{q_{k'}}{i + \mu_{k'}} = k'_t q_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k q_k \quad (\text{III.9'})$$

.....

$$R_c = R_k (k_t q_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k q_k + \dots) + \\ + R_{k'} (k'_t q_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k q_k + \dots) + \quad (\text{III.11'})$$

.....

Si tratta di $2n + r + l + 1$ equazioni, di cui una non indipendente ; in esse sono presenti $2n + r + l$ incognite :

n quantità domandate e offerte dei beni di consumo, D_a, D_b, \dots

$n - 1$ prezzi dei beni di consumo espressi in termini del bene (A), p_b, p_c, \dots

r prezzi dei servizi dei fattori, $q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots$

l quantità fisiche dei beni capitali, $R_k, R_{k'}, \dots$

il saggio dell'interesse, i .

Come si è detto a proposito di Walras, l'elemento decisivo per la determinazione di un saggio d'interesse uniforme è rappresentato dalle quantità relative dei beni capitali. Walras assume fra i dati tali quantità, per cui una volta che siano note le condizioni tecniche, i gusti e le disponibilità dei fattori originari, (lavoro e terra), i prezzi dei servizi vengono determinati

indipendentemente dalle condizioni che stabiliscono l'uguaglianza fra i prezzi di domanda e i prezzi di offerta dei beni capitali. Tali condizioni potranno perciò essere verificate solo nel caso fortuito in cui le quantità relative dei beni capitali siano quelle d'equilibrio. Assumendo le quantità fisiche dei beni capitali come delle incognite e introducendo fra i dati il valore dello stock dei beni capitali esistente in equilibrio, questa difficoltà viene evitata. Le quantità fisiche dei beni capitali sono ora libere di assumere i valori compatibili con le condizioni di uniformità del saggio di rendimento netto.

§ III.9 Torniamo ora a Cassel. Nel momento in cui scrive le equazioni (III.9) ha già considerato un particolare fattore, espresso in valore, che definisce "capital-disposal". La sua introduzione sembra essere messa in relazione con la necessità di determinare un saggio d'interesse uniforme. Considerando i beni capitali fisicamente specificati, afferma Cassel, possiamo determinare i prezzi dei servizi e i prezzi dei beni capitali, ma nulla può essere detto sul loro rapporto, cioè sul saggio dell'interesse:

"Let us now pass to the conditions which determine the demand for capital-disposal. It was impossible to obtain a deeper understanding of this as long as the significance of concrete capital was kept in the foreground, and the use which this has for directly satisfying wants as well as in production - that is, the direct applicability and productivity of real capital - was given as an explanation of the phenomenon of interest. Such a consideration, which suits only durable goods or fixed real capital, could only explain why the services of a durable good, as well as the good itself, must have a price. This, it is true, is certainly important in the theory of interest, but it tells us nothing about the core of the problem, for it gives no information on the question of how the relation between the price of the services of a durable good and that of the

good itself is regulated. This question, as we shall see in what follows (...), can only be completely explained if we regard capital-disposal as an independent factor of production, and the pricing of durable goods as well as of their services as one side of a universal economic pricing process.” (10)

Il brano appena visto è stato tratto dalla seconda edizione inglese (1932), traduzione della quinta edizione tedesca (definitiva). Lo stesso passo è presente sia nella traduzione francese (1929) della quarta edizione tedesca (11), sia nella prima edizione inglese (1923), traduzione della seconda edizione tedesca (12); andando ancora indietro nella produzione scientifica di Cassel, troviamo che la stessa idea è presente anche in *The Nature and Necessity of Interest* del 1903. Per non appesantire l'esposizione omettiamo il brano (13).

Nel giugno del 1925 Cassel pubblica *Fundamental Thoughts in Economics*. Tale lavoro è la trascrizione del materiale utilizzato per un ciclo di lezioni tenuto su invito dell'Università di Londra, presumibilmente dopo la pubblicazione della prima edizione inglese di *Theoretische Sozialökonomie* avvenuta, come si è detto, nel 1923. Secondo quanto affermato dallo stesso Cassel, si tratta di un riassunto della produzione scientifica precedente (14). In *Fundamental Thoughts in Economics* c'è un brano in cui Cassel espone in modo estremamente chiaro la strada che intende seguire per la determinazione del saggio d'interesse; consiste nell'inserire fra i dati la “quantità” di un particolare “fattore”, concepito in termini di valore. Tale fattore viene definito “capital-disposal”:

“(…) it is first of all necessary to clear up the question of what is the elementary factor of production for which interest is paid. Capital, in the sense of produced material goods, is no elementary factor of production, as these goods are themselves produced. It may be said that interest is the price paid for the use of this capital. But

then the question arises, how the price of the capital itself is determined, and clearly, the problem of interest coincides exactly with the question of how the proportion between the price of the use and the price of the capital itself is determined. In order to answer this question we must follow the way indicated by actual economic practise. We know that people pay interest as a compensation for the right of using a certain sum of money for a certain time, and the scientific analysis has simply to build directly on this fact. The use of £ 100 for a year is an elementary factor of production, and the price paid for the cooperation of this factor is interest. (...) The theory of interest has then first to explain why the use of an abstract capital for a certain time is a necessary factor of production. This explanation is simple enough if we only direct our attention to the analysis of actual economic life. Production in a technical sense takes time, and the wearing out of durable goods takes generally much more time. Therefore time must elapse between the sacrifice of factors of production and the compensation paid for this sacrifice. In the meantime it is necessary to have a corresponding amount of money at disposal. *The continual social economy must constantly possess a certain amount of abstract capital corresponding to the total value of all the material goods within the process of production. The continual disposition over this abstract capital is therefore a necessary factor of production.* (...) In the general process of price-fixing this factor obtains a price on the same grounds as other elementary factors of production." (15) (corsivo nostro).

In *The Theory of Social Economy*, Cassel introduce la "quantità" di "capital-disposal" nel modo seguente :

"As the price of a primary factor of production, interest is determined, like all other prices, as part of the great pricing process. In every period there is a limited amount of capital-disposal available, and in the same period there is a demand for it - due, in the last analysis, to the demand for finished goods - which can only be checked sufficiently by putting a definite price on that capital-disposal. In the system of equations by which the general pricing process is expressed arithmetically, one of our

R is the quantity of capital-disposal available in the period in question, and one of our q is the price of it. This price is therefore determined like all the other q . (The fact that the price of a unit of capital-disposal is an abstract figure causes no difficulty here, for this price is multiplied by a certain amount of capital, and the product is a sum of money which can be added to other money costs.)(16)

Mostriamo che la nostra equazione (III.11) può essere scritta nel modo che Cassel ha appena indicato. Riportiamo per comodità quell'equazione :

$$R_c = R_k c_k + R_{k'} c_{k'} + \dots$$

Sostituendo in essa le equazioni che esprimono l'uguaglianza fra le quantità offerte e domandate dei beni capitali, si ha :

$$R_c = (a_k D_a + b_k D_b + \dots) c_k + (a_{k'} D_a + b_{k'} D_b + \dots) c_{k'} + \dots \Rightarrow$$

$$R_c = (a_k c_k + a_{k'} c_{k'} + \dots) D_a + (b_k c_k + b_{k'} c_{k'} + \dots) D_b + \dots$$

ponendo :

$$a_k c_k + a_{k'} c_{k'} + \dots = a_c$$

$$b_k c_k + b_{k'} c_{k'} + \dots = b_c$$

.....

si ha :

$$R_c = a_c D_a + b_c D_b + \dots \quad (\text{III.11''})$$

Abbiamo perciò espresso la "quantità" di "capital-disposal" nella forma indicata da Cassel. Se supponiamo che tutti i beni capitali abbiano la stessa durata $n = 1/\mu$ possiamo scrivere le equazioni (III.9') nel modo seguente:

$$q_k = c_k(i + \mu)$$

$$q_{k'} = c_{k'}(i + \mu)$$

.....

per cui le (II.1'') diventano :

$$1 = a_t q_t + \dots + a_p q_p + \dots + (a_k c_k + a_{k'} c_{k'} + \dots)(i + \mu)$$

$$p_b = b_t q_t + \dots + b_p q_p + \dots + (b_k c_k + b_{k'} c_{k'} + \dots)(i + \mu).$$

.....

e quindi :

$$1 = a_t q_t + \dots + a_p q_p + \dots + a_c (i + \mu)$$

$$p_b = b_t q_t + \dots + b_p q_p + \dots + b_c (i + \mu). \quad (II.1''')$$

.....

dove :

$$a_k c_k + a_{k'} c_{k'} + \dots = a_c$$

$$b_k c_k + b_{k'} c_{k'} + \dots = b_c$$

.....

sono le "quantità" del fattore "capital-disposal" necessarie alla produzione di un'unità dei beni (A), (B),...

Con queste modificazioni il sistema (I.1'')-(II.1'')-(II.2')-(III.9')-(III.11'') può essere scritto nel modo seguente, che corrisponde a quanto indicato da Cassel nel passo citato a pag.106:

$$\begin{aligned}
D_a &= F_a(p_b, \dots, p_n; q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots) \\
D_b &= F_b(p_b, \dots, p_n; q_t, \dots, q_p, \dots, q_k, \dots) \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}
\tag{I.1''}$$

$$\begin{aligned}
1 &= a_t q_t + \dots + a_p q_p + \dots + a_c (i + \mu) \\
p_b &= b_t q_t + \dots + b_p q_p + \dots + b_c (i + \mu). \\
&\dots\dots
\end{aligned}
\tag{II.1'''}$$

$$\begin{aligned}
R_t &= a_t D_a + b_t D_b + \dots \\
&\dots\dots \\
R_p &= a_p D_a + b_p D_b + \dots \\
&\dots\dots \\
R_k &= a_k D_a + b_k D_b + \dots \\
&\dots\dots
\end{aligned}
\tag{II.2'}$$

$$\begin{aligned}
\frac{q_k}{i + \mu} &= c_k = k_t q_t + \dots + k_p q_p + \dots + k_k q_k \\
\frac{q_{k'}}{i + \mu} &= c_{k'} = k'_t q_t + \dots + k'_p q_p + \dots + k'_k q_k \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned}
\tag{III.9'}$$

$$R_c = a_c D_a + b_c D_b + \dots \tag{III.11''}$$

NOTE

(1) L'esposizione e la critica della teoria del capitale di Walras contenute in questo e nei paragrafi successivi non sono contributi originali. Seguono Garegnani P. [1962] - Garegnani P. [2008].

(2) Walras L. [1952], pp.211-212. Le equazioni (III.1)-(III.2)-III.3)- III.4) sono, rispettivamente, le (2)(4)(3)(1) del testo di Walras.

(3) Come si ricorderà le frazioni $\mu_k, \mu_{k'}, \dots; \nu_k, \nu_{k'}, \dots$ sono grandezze date.

(4) Si tratterà perciò di modificare le proporzioni (III.8) in favore dei beni capitali il cui saggio di rendimento netto risulti più elevato. La ragione di tale scelta risiede nella necessità di verificare l'esistenza di un equilibrio stabile, che il sistema tenderebbe a raggiungere sotto la spinta delle forze del mercato a partire da una qualunque diversa posizione. L'esistenza di una soluzione che richiedesse per il suo raggiungimento movimenti nella direzione opposta a quella indicata dalla concorrenza, sarebbe evidentemente irrilevante per l'analisi delle tendenze del sistema economico.

(5) Stiamo supponendo che i' sia il massimo saggio di rendimento netto iniziale. Si verificherà se aumentando la quantità prodotta di K' rispetto a K (dove K è uno qualsiasi degli altri beni capitali), sia possibile in generale eguagliare i rispettivi saggi di rendimento netto, i' ed i . In caso contrario risulterà dimostrata l'inesistenza di soluzioni economicamente significative per il sistema "completo" anche nel caso di risparmi lordi nulli. A tale scopo è sufficiente, infatti, che uno solo degli scarti iniziali fra i saggi di rendimento netto non possa essere eliminato variando le proporzioni fra le quantità correntemente prodotte dei rispettivi beni capitali.

(6) Cassel G. [1967], p.212.

(7) Cassel G. [1967], p.213.

(8) Cassel G. [1967], p.213.

(9) Cassel G. [1967], p.213.

(10) Cassel G. [1967], p.192.

(11) "Passons maintenant aux circonstances qui déterminent la demande de capital. On s'interdisait toute compréhension de ce côté du problème de l'intérêt, tant qu'on ne mettait pas au premier plan l'importance du capital concret et qu'on justifiait le paiement de l'intérêt par l'avantage, que ce capital procurait, aussi bien pour la satisfaction immédiate des besoins que pour la production, c'est-à-dire, par la disponibilité immédiate et la productivité du capital réel. Car, cette manière de voir qui ne convenait, à vrai dire, qu'aux biens durables, c'est-à-dire, au capital réel fixe, permettait uniquement de mettre en évidence la nécessité d'un prix tant pour les services rendus par les biens durables que pour ces biens eux-mêmes. Cette vérité n'est certainement pas dépourvue d'importance pour la théorie de l'intérêt : mais elle ne nous dit rien sur le fond du problème, car elle ne nous dit pas comment se règle le rapport entre le prix des services des biens durables et celui de ces biens eux-mêmes. Cette question, nous le verrons de plus près (...), ne peut s'éclairer complètement qu'en considérant la disponibilité de capital comme un facteur de production indépendant, et la formation du prix des biens durables et de leurs services comme un côté du mécanisme homogène de la formation des prix dans l'économie d'échange." Cassel G. [1929 b], vol I, pp.272-273.

(12) "Now let us consider the circumstances which determine the demand for capital-disposal. Real insight into this aspect of the problem of interest was impossible as long as the importance of concrete capital was kept in the foreground, and the use which this has in the immediate satisfaction of wants and in production, and consequently the direct applicability and productivity of real capital, was given as an explanation of the payment of interest. An argument of this sort, which, moreover, only holds for durable goods or fixed real capital, could only show that the services of a durable good must have a price just as the article itself must. This truth is not without importance in connection with the theory of interest, but it tells us nothing about the heart of the problem, as it gives no information on the question how the proportion between the price of the services of the durable good and the price of the

article itself is regulated. As we shall see presently (...), this question can only be fully answered when one conceives the disposal of capital as an independent factor of production, and the pricing both of the durable goods and their services as one aspect of a single pricing process of the exchange economy." Cassel G. [1923], pp.185-186.

(13) Cassel G. [1957], p. 45-46.

(14) "One often feels that when a scientist has written a long series of papers and books which may have been published in different languages and different countries, it would be a very useful thing to have a short summary of his works, giving prominence to the fundamental thoughts which form their common basis or unite them into a coherent whole. From my own part, I have long been aware that it was my duty thus to expound the leading ideas in my economic works. The present book is an endeavour to fulfil this obligation. My immediate inducement to write it was an invitation from the University of London to give a series of lectures on Advanced Economics, and I here print these lectures as they were written for the purpose." Cassel G. [1929a], pp. v-vi.

(15) Cassel G. [1929a], pp.67-69.

(16) Cassel G. [1967], p.210.

Opere di Cassel

- 1899 "Grundriss einer elementaren Preislehre" *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaften* 55.3, 395-458
- 1900 *Das Recht auf den vollen Arbeitsertrag*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht
- 1900 "Grundsätze für die Bildung der Personentarife auf den Eisenbahnen" *Archiv für Eisenbahnwesen*; trad."The principles of railway rates for passengers" *International Economic Papers*, 6, (1956), 126-47
- 1901 "Die Produktionskostentheorie Ricardos und die ersten Aufgaben der theoretischen Volkswirtschaftslehre" *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 57, 68-100
- 1902 "Der Ausgangspunkt der theoretischen Ökonomie", *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 58, 668-698
- 1902 *Sozialpolitik*, H.Geber, Stockholm
- 1903 *The Nature and Necessity of Interest*, London; rist. Kelley & Millman Inc. New York 1957
- 1903 "Det sociala värdets problem (The Problem of Social Value), *Ekonomisk Tidskrift* 5, 258-280
- 1904 "Om kriser och dåliga tider" *Ekonomisk Tidskrift* 6, 21-35 e 51-81
- 1904 "Om förändringar i den allmänna prisnivån" *Ekonomisk Tidskrift*, 6, 311-331
- 1917 *Dyrtid och sedelöverflöd*, P.A. Norstedt & Söner, Stockholm
- 1918 *Theoretische Sozialökonomie*, C.F.Winter, Leipzig
- 1921 *The World's Monetary Problems. Two memoranda presented to the International Financial Conference of the League of Nations in Brussels in 1920*

- and to the Financial Committee of the League of Nations in September 1921,*
Constable & Co., London
- 1922 *Penningväsendet efter 1914*, P.A. Norstedt, Stockholm ; trad. *Money and Foreign Exchange after 1914*, Constable & Co., London, 1922
- 1925 *Fundamental Thoughts in Economics*, T.F. Unwin, London ; rist.1929
- 1927 *Memorandum till den Internationella ekonomiska Konferensen i Genève 1927*,
P.A. Norstedt, Stockholm
- 1928 *Socialism eller framätskridande*, P.A. Norstedt & Söners, Stockholm
- 1935 *On Quantitative Thinking in Economics*, Clarendon Press, Oxford
- 1936 *The Downfall of the Gold Standard*, Clarendon Press, Oxford
- 1937 "Keynes' General Theory" *International Labour Review*, 36, 437-445
- 1940-41 *I förnuftets tjänst, en ekonomisk självbiografi* 2 vol., (In the Service of Reason), Natur och Kultur, Stockholm
- 1942 *Vår bildnings fåfänglighet*, Bonniers, Stockholm
- 1944 *Den odelbara människan*, Natur och Kultur, Stockholm

Bibliografia

- Baumol W.J. e Goldfeld S.M. (a cura di) [1968] *Precursors in Mathematical Economics : An Anthology*, The London School of Economics, London
- Blaug M.[1983]*Who's Who in Economics: a Biographical Dictionary 1700-1981*,
Wheatsheaf Books
- Blaug M.[1986] *Great Economists before Keynes*, Wheatsheaf Books LTD,
Brighton
- Brems H. [1989] "Gustav Cassel revisited ", *History of Political Economy*, vol.21
n. 2, pp. 166-178

- Cassel [1923] *The Theory of Social Economy*, traduz.di J.McCabe, T.Fisher
Unwin, Ltd, London, traduzione della seconda edizione tedesca di
Theoretische Sozialökonomie
- Cassel G. [1929a] *Fundamental Thoughts in Economics*, Ernest Benn Ltd,
London, 1925, rist. 1929
- Cassel [1929b] *Traité d'Économie Politique*, traduz.di H.Laufénburger e G.De
Persan, M.Giard Libraire-Editeur, Paris, traduzione della quarta edizione
tedesca di *Theoretische Sozialökonomie*
- Cassel [1940-41] *I förnuftets tjänst I-II*, (In the Service of Reason), Natur och
Kulter, Stockholm
- Cassel G. [1957] *The Nature and Necessity of Interest*, 1903, rist. Kelley &
Millman Inc. New York 1957
- Cassel [1967] *The Theory of Social Economy*, traduz.di S.L. Barron, E.Benn, rist.
A..M. Kelley Publishers, New York 1967, traduzione della quinta edizione
tedesca di *Theoretische Sozialökonomie*
- Garegnani P.[1960] *Il capitale nelle teorie della distribuzione*, Giuffré, Milano,
1960 ; rist. 1972
- Garegnani P.[1962] *On Walras's Theory of Capital*, dattiloscritto non pubblicato.
- Garegnani P.[2008] *On Walras's Theory of Capital (provisional draft 1962)*, *Journal
of the History of Economic Thought*, vol.30, n 3.
- Gustafsson B.[1987] "Cassel, Gustav", *The New Palgrave of Economics*, edited by
Eatwell J.,Milgate M., Newman P., The Macmillan Press Limited
- Harcourt G.C. [1972] *Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital*,
Cambridge University Press, Cambridge
- Hicks J.R. [1946] *Value and Capital*, 2.nd edition, Oxford University Press,
London ; rist.1965
- Knight F.H.[1922] "Cassel's Theoretische Sozialökonomie", *Quarterly Journal of
Economics*, vol.XXXVI, 1922, pp.145-153

- von Koch F. [1919] "Theoretische Sozialökonomie", *The Economic Journal*, vol. XXIX, pp.333-37.
- Landgren K.G. [1968] "Cassel, Karl Gustav", *International Encyclopedia of the Social Sciences*, vol. 2, ed. D.L. Sills, Macmillan Free Press
- Lindahl E. [1958] "Wicksell Life and Work", in *Knut Wicksell Selected Paper on Economic Theory*, G.Allen & Unwin Ltd, London
- Myrdal G. [1963] "Gustav Cassel in Memoriam (1866-1945)", *Ekonomisk Revy*, 1945, vol 2, pp. 3-13 ; traduz. di Ohlin G. *Institute of Economics and Statistics*, Oxford, vol.25 n. 1, 1963, pp.1-10
- Neisser H. [1932] "Lohnhöhe und Beschäftigungsgrad im Marktgleichgewicht", *Weltwirtschaftliches Archiv*, vol.36, pp. 415-455 ; trad. "Salari e occupazione nell'equilibrio di mercato", in Sabattini G. (a cura di) [1996] pp.104-153
- Pareto V. [1896] *Cours d'Économie Politique*, F.Rouge Éditeur, Lausanne
- Sabattini G. (a cura di) [1996] *Abraham Wald e il «programma di ricerca» sull'equilibrio*, FrancoAngeli, Milano
- Schlesinger K. [1933-34] "Über die Produktionsgleichungen der ökonomische Wertlehre", *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol. 6, p.10-11 ; traduz. : "On the Production Equations of the Economic Value Theory " in Baumol W.J. e Goldfeld S.M. (a cura di) [1968], pp. 278-280
- Schumpeter J.A. [1986] *History of Economic Analysis*, Oxford University Press, New York, 1954; rist. 1986
- Von Stackelbeg H. [1933] "Zwei kritische Bemerkungen zur Preistheorie Gustav Cassels", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, vol. 4, pp.456-472 ; traduz. : "Due annotazioni critiche sulla teoria dei prezzi di Gustav Cassel", in Sabattini G. (a cura di) [1996] pp.154-176
- Steedman J. [1972] "Jevons's Theory of Capital and Interest", *The Manchester School*, vol. 40, pp. 31-52

- Wald A. [1933-34] "Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen", *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol. 6, pp.12-20 ; traduz. "On the Unique Non-Negative Solvability of the New Production Equations (Part 1)" in Baumol W.J. e Goldfeld S.M.(a cura di) [1968] pp.281-288
- Wald A. [1934-35] "Über die Produktionsgleichungen der ökonomische Wertlehre", *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, vol.7, pp.1-6 ; traduz. "On the Production Equations of Economic Value Theory (Part 2)", in Baumol W.J. e Goldfeld S.M. (a cura di) [1968] pp.289-293
- Wald A. [1936] "Über einige Gleichungssysteme der mathematischen Ökonomie", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, vol.7, pp. 637-670 ; traduz. "On some systems of equations of mathematical economics", *Econometrica*, 1951, vol. 19, pp.368-403
- Walras L. [1952], *Éléments d'Économie Politique Pure*, 4.ème edition, Librairie Générale de Droit et de Jurispudence R.Pichon et R.Durand-Auzias, Paris
- Weintraub E.R. [1983] "Sulla esistenza di un equilibrio competitivo : 1930-1954" in Sabattini G. (a cura di) [1996] pp. 33-103, traduz. di "On the Existence of a Competitive Equilibrium : 1930-1954", *Journal of Economic Literature*, vol. XXI, n.1, 1983, pag. 1-39.
- Wicksell [1961a] *Lectures on Political Economy*, Routledge & Kegan P. Ltd, London, 1934 ; rist.1961
- Wicksell K. [1961 b] "Professor Cassel's System of Economics " in Wicksell K. [1961a], vol I, Appendix I, pp.219-257
- Zeuthen F. [1933] "Das Prinzip der Knappheit, technische Kombination und ökonomische Qualität", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, vol.4, pp.1-24 ; traduz. : "Principio di scarsità, combinazione tecnica e qualità economica " in Sabattini G. (a cura di) [1996] pp.177-207.

Finito di stampare nel mese di ottobre 2022
presso la tipografia The Factory Srl
per conto di "Nuova Cultura"
p.le Aldo Moro n. 5, 00185 Roma
www.nuovacultura.it
per ordini: ordini@nuovacultura.it

[Int_9788833655352_17x24bn_MP03]