

# Rilievo e rappresentazione dell'architettura rupestre

*Laura Carnevali  
Marco Carpiceci  
Andrea Angelini*

## **Alle origini del metodo**

*Laura Carnevali*

*Andrea Angelini*

Gli attuali software di gestione dei dati territoriali, con pochi passaggi e con l'utilizzo di specifici algoritmi, sono in grado di restituire in maniera affidabile la rappresentazione di porzioni di territorio; gli stessi applicativi GIS, partendo dalle banche dati messe a disposizione dalle Regioni, permettono di ricostruire l'andamento geomorfologico di interi territori comunali con delle buone approssimazioni.

Prima di iniziare la trattazione sul tema "curve di livello" e loro applicazione all'architettura rupestre, risulta necessario fare un salto indietro nel tempo e ricordare le origini del metodo; soltanto attraverso la ricostruzione storica è possibile comprendere, in chiave attuale, le potenzialità di questo metodo di rappresentazione.

In questo paragrafo sarà presentata una sintesi dell'opera dei principali studiosi che hanno fortemente contribuito allo sviluppo del metodo, così come oggi ci appare<sup>1</sup>.

La rappresentazione territoriale per curve di livello è riferita al me-

---

<sup>1</sup> Carlevaris 2012, pp. 201-228. Parte della ricostruzione è basata sullo studio condotto da L. Carlevaris, che ha il pregio di descrivere in maniera dettagliata la storia di questo metodo

todo delle proiezioni quotate ed è parte integrante della Geometria descrittiva;<sup>2</sup> pur essendo un metodo completo, in grado di risolvere autonomamente problemi di geometria proiettiva, le proiezioni quotate trovano la massima espressione nella rappresentazione del territorio. L'ambito nel quale si sviluppa tale metodo è quello delle discipline cartografiche, che hanno avuto storicamente un'importanza strategica soprattutto ai fini della navigazione e dei commerci (la rappresentazione della forma della terra). La storia del metodo è abbastanza recente se si considera che i primi studi risalgono alla fine del Seicento e si concludono con la definizione del metodo - in maniera scientifica - a metà dell'Ottocento.

La Cartografia alla fine del Seicento si avvaleva principalmente di due metodi di rappresentazione: il lumeggiamento e i mucchi di talpa.<sup>3</sup> Il lumeggiamento era una tecnica di illuminazione che serviva a riprodurre delle ombre per definire meglio la morfologia del territorio. I mucchi di talpa sono le rappresentazioni delle asperità montuose, riportate su pianta, come se fossero ribaltate sul piano; nonostante indichino la presenza di rilievi, tale rappresentazione non ha alcun valore metrico né per quanto riguarda l'estensione, né per quello che riguarda le quote.

Le cartografie dell'epoca dimostrano che i metodi utilizzati erano coerenti con le limitate competenze tecniche sul piano del rilevamento territoriale, poiché le strumentazioni non erano sufficienti a soddisfare le richieste di una corretta rappresentazione. Soltanto a partire dal Settecento, a fronte di nuove scoperte tecnologiche, nascerà anche l'esigenza di innovare i metodi della rappresentazione.

Il metodo delle proiezioni quotate si identifica principalmente nella rappresentazione delle curve di livello, ovvero *linee ottenute dall'intersezione di una superficie con una serie di piani orizzontali, che sono opportunamente distanziati e che servono a descrivere una superficie topografica*<sup>4</sup>. Questo metodo però non venne utilizzato per la prima volta in campo cartografico, ma fu applicato dal matematico e astronomo Edmond Halley nel 1701 per rappresentare il campo magnetico terrestre<sup>5</sup>; le curve disegnate avevano infatti tutte la stessa declinazione magnetica e rappresentavano la distribuzione del fenomeno (fig. 3.1).

2 Migliari 2009

3 Carlevaris 2012, p. 202

4 Migliari 2009, p 145. Le curve di livello sono anche definite linee di livello, linee di contorno, isoipse o isocline

5 Murray 2012; tale lavoro è molto interessante considerando che presenta un metodo plausibile mediante cui Halley potrebbe aver costruito la sua mappa, metodo che lui non svelò mai

Il primo vero utilizzo delle curve di livello in ambito territoriale sarà fatto da Nicolàs Cruquius nel 1729, per lo studio dell'alveo del fiume Merwede, in Olanda<sup>6</sup>; in tale circostanza fu necessario rappresentare non soltanto le terre emerse ma anche quelle sommerse. In quest'ottica per la prima volta vennero rappresentate le isobate, ovvero le curve di livello del fondale, e introdotti i primi concetti di equidistanza (fig. 3.2)<sup>7</sup>. Rispetto al risultato finale si può solo immaginare il numero di misurazioni che furono necessarie per avere una risoluzione e definizione di quella porzione di territorio.

Bisognerà aspettare il 1737, anno nel quale Philippe Buache impiegherà il sistema delle curve di livello per descrivere i fondali marini del Canale della Manica (stampata nel 1752). Pur non essendo il risultato di misurazioni eseguite direttamente da Buache, l'innovazione di questo lavoro fu quella di introdurre il concetto di doppia proiezione alle proiezioni quotate<sup>8</sup>.

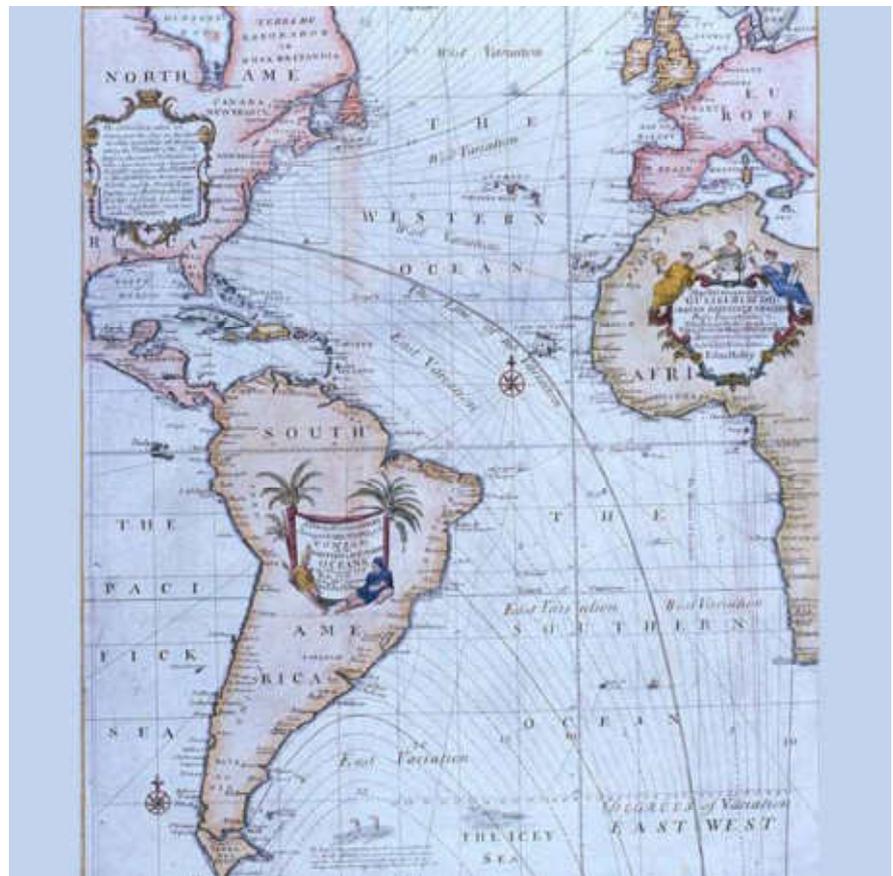
Nel 1748 la fondazione della Scuola del Genio Militare di Mézières, da parte di Luigi XV, sotto il comando di Nicolas de Chastillon, diede

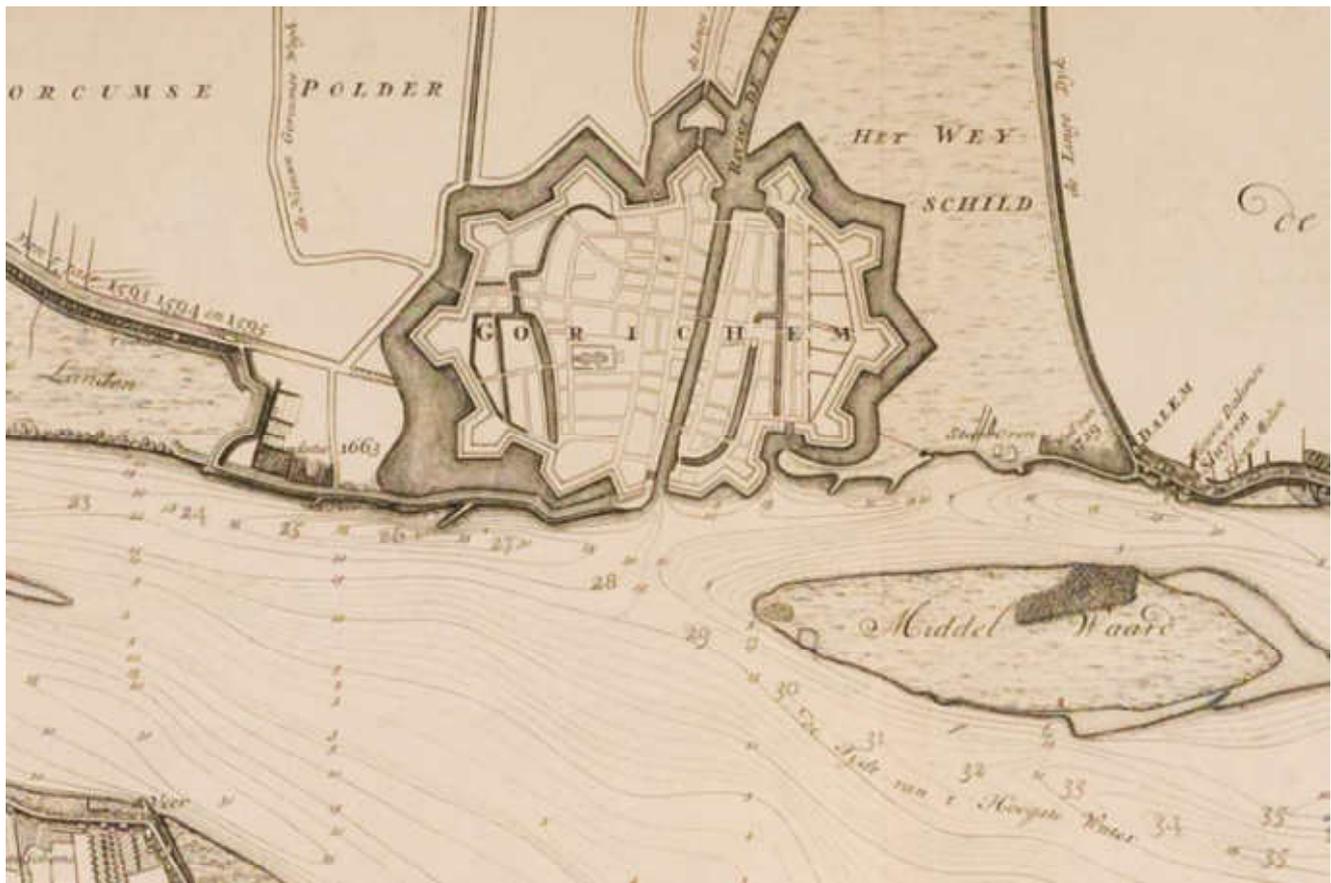
6 Carlevaris 2012, p. 205

7 La differenza di quota costante e prestabilita tra punti successivi è definita anche equidistanza; per approfondimenti *cf.* Migliari 2009, pp. 112-114

8 Carlevaris 2012, p. 207

3.1 Edmond Halley, Carta della variazione del magnetismo terrestre, 1701 (Wikimedia)





un nuovo impulso al metodo delle proiezioni quotate. Attraverso lo studio della morfologia del territorio Chastillon teorizzò la determinazione di due piani per la difesa della fortificazione atti ad evitare possibili attacchi nemici (*plan du site* e il *plan du défilement*)<sup>9</sup>.

La ricerca di questi piani iniziò da un problema di difesa che era trattato nei manuali sulle fortificazioni e che trovò nelle proiezioni quotate terreno fertile per poter essere ulteriormente sviluppato. Nell'ambito della Scuola di Mézières vennero inoltre introdotti concetti come scala di pendenza, linee di crinale e di fondovalle e sezione orizzontale del terreno con un riferimento preciso alle curve di livello<sup>10</sup>.

Merito di Chastillon è stato quello di individuare i punti 'notevoli' di un terreno mediante le loro proiezioni ortogonali su un piano orizz-

3.2 Nicolàs Cruquius, frammento del primo rilievo con isobate del fiume Merwede, Olanda, 1730 (Wikimedia)

<sup>9</sup> Per un approfondimento sul problema delle fortificazioni *cf.* CARLEVARIS 2014, pp. 631-652. Il piano di tiro è un piano passante per i punti più alti dell'area circostante la fortezza, mentre il piano di *défilement* è al di sopra del piano di tiro e fa da guida per la progettazione della fortificazione

<sup>10</sup> Tale intuizione fu di un altro ufficiale della Scuola, Louis Marie Antoine Milet de Mureau

zontale, con l'indicazione delle relative quote<sup>11</sup>. Unico limite fu quello di legare il metodo sviluppato solamente ad una tematica e di non renderlo universale, svincolandolo dal problema delle fortificazioni.

Un passo ulteriore nella storia del metodo è senz'altro quello di Marcellin Du Carla-Bonifas il cui lavoro venne pubblicato nel 1782, opera che introdusse rigore scientifico su tale argomento<sup>12</sup>. L'approccio si basava sullo studio delle curve di livello partendo dall'analisi della linea di costa descritta dal mare e dalle variazioni altimetriche di quest'ultima, volte a creare una rappresentazione continua e omogenea del territorio. Si rafforzano così concetti quali piani-sezione ed equidistanza.

Due sono i meriti di Du Carla: quello di aver definito la quota zero come media dei livelli del mare all'altezza delle foci dei fiumi, ma soprattutto l'aver generalizzato il problema del metodo delle proiezioni quotate, pur partendo dalla questione delle fortificazioni.

Il vero impulso innovatore si avrà nell'Ottocento, secolo nel quale si andò definendo una rinnovata cultura scientifica nei vari ambiti disciplinari. Con l'introduzione dei sistemi universali di misurazione (1799), si riportò il metodo delle proiezioni quotate ad un approccio più coerente con le problematiche dell'epoca. Infatti si andò sempre più definendo una rappresentazione scientifica e oggettiva, e la complessità delle forme in ambito geografico determinò un ulteriore sviluppo nella definizione del metodo.

Sotto Napoleone Bonaparte, di grande importanza è stato il lavoro di rilevamento e restituzione grafica del Ponente del Golfo di La Spezia da parte della brigata topografica francese al comando di Pierre-Antoine Clerc, iniziato nel 1809 ed ultimato nel 1811<sup>13</sup>. Tale campagna è ricordata per aver restituito la prima grande carta a curve di livello della storia della cartografia. la rappresentazione completa dell'intero promontorio, a diverse scale di riduzione, è composta da 18 fogli e da più di 267 disegni tra prospettive, piante e vedute. Lo studio si avvarrà non soltanto dell'uso delle curve di livello come metodo di caratterizzazione territoriale, per il posizionamento di importanti infrastrutture militari, ma anche della costruzione di un plastico, partendo dalle curve stesse.

Le curve di livello saranno utilizzate come strumento analitico per costruire il plastico del promontorio ed avere una situazione omogenea e complessiva di tutta l'area.

---

11 Loria 1921, p. 125; Migliari 2009, p. 149

12 Du Carla Bonifas 1782

13 Rossi 2008

La campagna di rilevamento ligure può essere considerata a tutti gli effetti un intervento programmatico e costante del metodo delle proiezioni quotate in ambito cartografico e definisce per la prima volta l'utilizzo dei modelli plastici per lo studio e l'analisi del territorio.

L'ultimo studio degno di nota è quello di François Noizet del 1823 che ha avuto il merito di spiegare in dettaglio il metodo delle proiezioni quotate, preferendo la singola proiezione alla doppia proiezione, suggerita pochi anni prima<sup>14</sup>. Il lavoro di Noizet è importante soprattutto per quello che riguarda il processo di "interpolazione"; è il primo studioso che descrive come generare le curve di livello intermedie attraverso un'operazione geometrica; tale operazione attualizzata con metodi digitali porta a costituire delle superfici rigate<sup>15</sup>. Questa è di fatto la prima volta che si introduce il concetto di superficie per descrivere la continuità del territorio, sfruttando degli espedienti matematici basati su un concetto primitivo di "interpolazione".

A circa metà dell'Ottocento il metodo delle proiezioni quotate è ben definito e autonomo per risolvere questioni relative alla Geometria descrittiva; non ci saranno ulteriori sviluppi nella disciplina da un punto di vista teorico fino ai giorni nostri, dove l'evoluzione dell'informatica ha semplificato questo tipo di rappresentazione ma ha anche aggiunto ulteriori problematiche legate alla gestione dei dati.

## **Metodi di acquisizione per le proiezioni quotate**

*Andrea Angelini*

Per poter restituire un numero sufficientemente elevato di curve di livello, a metà del settecento era probabilmente necessario acquisire moltissime informazioni sul campo, con tempi di restituzione evidentemente elevati. Se consideriamo i rilievi del Golfo di La Spezia, effettuati nell'arco di tre anni, ci si rende conto della fatica e del rigore scientifico necessari per ottenere dei risultati affidabili. Le strumentazioni disponibili non avevano la capacità di misurare grandi distanze al contrario di quelle di oggi; inoltre, prima del 1799, erano in uso sistemi di misurazione nazionali molto complessi, alcuni dei quali legati alla proporzione con il corpo umano<sup>16</sup>. Potremmo anche aggiungere che le misurazioni erano effettuate principalmente in sistemi di riferimento "locali" e non erano "georeferenziate".

I sistemi di acquisizione di dati territoriali permettono oggi di otte-

14 Noizet Toullet 1823

15 Carlevaris 2012, p. 223

16 Docci-Maestri 2012, pp. 15-33; l'introduzione del sistema metrico decimale è del 1799 anche se in Francia divenne obbligatorio soltanto nel 1801; sospeso da Napoleone nel 1812, fu adottato definitivamente nel 1840. L'uso per la maggior parte degli Stati Europei avverrà solamente nel 1875

nere moltissime informazioni in poco tempo, e in un sistema di riferimento globale; le operazioni mensorie sul campo sono molto più rapide e semplificate rispetto al passato, tuttavia la parte più complessa è quella relativa al trattamento dei dati, che avviene attraverso differenti software e algoritmi per la restituzione dei risultati. Gli strumenti attualmente più idonei per la rappresentazione quotata sono i sistemi GPS, le tecniche di fotomodellazione aerea e le acquisizioni da laser scanner.

I sistemi GPS/GNSS (*Global Positioning System/Global Navigation Satellite Systems*), si riferiscono a diverse costellazioni di satelliti (GPS/GLONASS/COMPASS/GALILEO) che permettono ai dispositivi dotati di ricevitore di ottenere informazioni sulle coordinate terrestri in specifici sistemi di riferimento<sup>17</sup>. Sviluppatisi verso la fine degli anni Ottanta del secolo scorso, questa strumentazione topografica è alla base delle acquisizioni eseguite a livello nazionale per la determinazione della topografia e della rete geodetica. Se consideriamo che almeno fino a metà del secolo scorso (e anche oltre) era ancora in uso la tavoletta pretoriana per l'aggiornamento della topografia nazionale<sup>18</sup>, ci si può rendere conto dell'importanza che il GPS ha assunto in questi ultimi anni.

Basato sul principio della triangolazione delle informazioni emesse dai satelliti per la determinazione delle coordinate di punti sulla superficie terrestre ( $x, y, z$ ), i ricevitori GPS sono in grado di avere delle accuratezze elevate; tuttavia per poter avere misurazioni prossime al centimetro, è necessario che lo strumento lavori sul territorio in modalità differenziale (sia in tempo reale che in post-processing).<sup>19</sup> Le recenti evoluzioni tecnologiche permettono di acquisire punti 3d in maniera molto veloce e programmata. Tale strumentazione viene spesso utilizzata in ambito ingegneristico per la costruzione di infrastrutture e in ambito archeologico per ricostruire la geomorfologia del contesto territoriale, integrando i dati GPS con quelli della stazione totale (fig. 3.3)<sup>20</sup>.

Per secoli l'uomo ha tentato di rappresentare la forma della terra che però, non essendo una superficie sviluppabile, ha creato non pochi problemi di distorsione a livello cartografico. I primi studi risalgono già ai tempi dell'Antico Egitto e sono proseguiti nel corso dei secoli spinti dalle scoperte delle nuove terre ma soprattutto dai commerci

---

17 Secchia 2005

18 Pericoli 1987

19 Gabrielli 2001, pp. 329-354

20 Angelini *et al.* 2007, pp. 141-158

delle spezie<sup>21</sup>.

La cartografia è quindi l'insieme delle conoscenze e tecniche scientifiche finalizzate alla rappresentazione grafica e simbolica di porzioni di superficie terrestre su supporti piani o sferici<sup>22</sup>.

In funzione delle distorsioni si scelgono quelle carte che hanno un valore di deformazione accettabile nella rappresentazione; le più conosciute sono generalmente quelle conformi o isogone, ovvero quelle in cui il modulo di deformazione angolare è zero<sup>23</sup>. Queste sono le rappresentazioni utilizzate principalmente per la navigazione marina. Per poter passare dalla forma sferica della terra ad una rappresentazione in piano si utilizzano diversi sistemi di proiezione che sono regolati da equazioni matematiche: le proiezioni prospettiche orizzontali e le proiezioni di sviluppo.

Ad esempio nel 1659 Gerard de Cremer (Gerard Mercator) trasformò la proiezione cilindrica diretta (Lambert) in conforme, adattandola

---

21 Le Couteur-Bureson 2019, pp. 25-38. Per quanto riguarda l'Egitto antico basti ricordare l'esperienza di Eratostene per il calcolo della circonferenza terrestre

22 Cetraro 2015, p. 24

23 Oltre alle conformi esistono anche le equivalenti, le equidistanti e quelle afilattiche; per dettagli *cfr.* Cetraro 2015

3.3 GPS topografico utilizzato in modalità differenziale per ottenere accuratissime prossime al centimetro su vaste porzioni di territorio



alle esigenze della navigazione.<sup>24</sup> La proiezione conforme di Gauss (Transverse Mercator) è derivata da una proiezione cilindrica inversa ed è utilizzata per la rappresentazione della cartografia italiana, oltre ad essere alla base del sistema cartografico UTM, con la divisione in fusi e fasce<sup>25</sup>.

Una volta stabilito il sistema di proiezione è importante anche scegliere il sistema di coordinate di riferimento, meglio noto come *Datum*. I matematici hanno dovuto determinare delle superfici che approssimano il più possibile il geoide - noti come ellissoidi - che rappresentano la base dei sistemi di riferimento utilizzati a livello nazionale e universale. Il ben noto WGS84 (*World Geodetic System of 1984*), sistema di riferimento mondiale adottato dal Dipartimento della Difesa Americana, è utilizzato dai sistemi GPS per la localizzazione dei punti sul terreno e rappresenta la superficie che meglio approssima il geoide<sup>26</sup>. Per le operazioni geodetiche e cartografiche sul territorio italiano nel 1940 si decise di utilizzare il *Datum* Gauss-Boaga - in onore del professore Giovanni Boaga, matematico e geodeta italiano - il cui punto di emanazione è Monte Mario mentre l'azimut è in direzione del Monte Soratte.

Il problema venne dunque risolto utilizzando superfici matematiche che, opportunamente proiettate, permettono di ottenere dei quadranti dove si assume che la normale alla superficie sia sempre costante e ortogonale al piano, permettendo così di effettuare dei rilevamenti in pianta di vario genere.

L'altro sistema utilizzato per la rappresentazione territoriale è quello della fotogrammetria digitale da SAPR (Sistema Aeromobile a Pilo-taggio Remoto). La fotogrammetria è una disciplina e una tecnica in grado di descrivere la realtà che ci circonda e permette di ottenere informazioni tridimensionali sulla base del riconoscimento di punti omologhi su due o più immagini, generando un risultato composto da nuvole di punti 3d<sup>27</sup>. La fotogrammetria ha sempre rappresentato un'importante tecnica di rilevamento, principalmente usata in architettura, che ha adattato i suoi principi alle diverse applicazioni e agli sviluppi tecnologici<sup>28</sup>.

Le potenzialità della tecnica fotografica, prima e successivamente di

---

24 Cetraro 2015, pp. 27-28

25 La superficie terrestre è divisa in 60 fusi e 20 fasce. L'intersezione dei fusi e delle fasce determina le zone univoche di riferimento

26 Surace 2005, pp. 129-221

27 Per un approfondimento relativo la tecnica fotogrammetrica e la sua storia *cf.* Carpiceci 2012; Paris 2014

28 Angelini 2018, pp. 29-36

quella fotogrammetrica - intese come supporto ai processi di foto interpretazione archeologica - furono intuite già da Giacomo Boni per fotografare dall'alto l'area del Foro Romano; si pensi anche allo sviluppo dell'aereo-fotogrammetria durante la seconda Guerra Mondiale per il controllo del territorio "nemico"<sup>29</sup>.

Oggi di fatto, grazie all'uso dei SAPR, è possibile coniugare i principi della fotogrammetria digitale con le tecnologie di riprese aeree a bassa quota (*close-range*) (fig. 3.4).

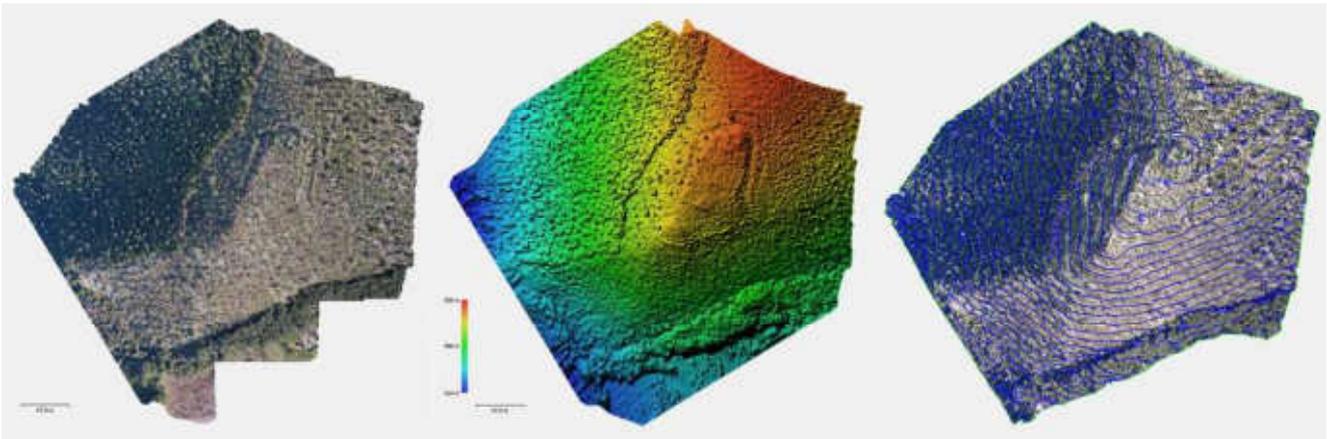
Esistono dei reali vantaggi in termine di acquisizione dei dati territoriali che ad oggi non sembra avere eguali. In circa 30 minuti di attività è possibile sorvolare aree molto estese ed ottenere informazioni 3d molto dettagliate, spesso con una risoluzione a terra di pochi centimetri; ricostruire la geomorfologia (superfici) sulla base di queste informazioni è molto più semplice e affidabile rispetto ai sistemi GPS e a quelli di rilevamento manuale, nonostante il management dei dati possa risultare più complesso. La fase di acquisizione infatti porta via un tempo relativamente breve, ma l'elaborazione dei dati richiede competenze topografiche e di informatica associata a specifici algoritmi, che condizionano il risultato finale<sup>30</sup>.

29 Fortini-Romoli 2010, pp. 23-32

30 Per la sequenza operativa riferita all'uso dei SAPR a livello territoriale *cf.*

3.4 L'ausilio dei SAPR permette di effettuare dei voli a bassa quota funzionali alla riscoperta di luoghi nascosti dalla vegetazione (Castello del Fatucchio al Valico del Tancia)





3.5 Esempio di elaborazione dei dati fotogrammetrici finalizzati alla generazione di un DEM e relative curve di livello; dal modello digitale del terreno è possibile evidenziare i limiti di un antico centro (Angelini-Portarena 2019, p.125)

Da una parte esistono nuvole di punti (non strutturate) di porzioni di territorio, molto dense e senza buchi di informazione, dall'altra però i sistemi fotogrammetrici non riescono ancora a superare il limite della vegetazione e ad isolare le informazioni del terreno da quelle delle strutture. Una delle più comuni operazioni di elaborazione associata alla generazione delle superfici (mesh) è quella dei modelli digitali del terreno (*Digital Elevation Model*), ovvero il modello di elevazione di una superficie, che rappresenta delle interpolazioni riferibili alla quota dell'area indagata. Le diverse profondità dei punti sono descritte da diversi colori per una più facile interpretazione del dato.

Mentre però con i GPS l'operatore sceglie i punti direttamente sul campo ed è in grado di costruire un DTM (*Digital Terrain Model*) esclusivamente del terreno, le acquisizioni dall'alto permettono di ricostruire solamente il DSM (*Digital Surface Model*), che tiene conto anche della vegetazione e delle strutture. Esistono quindi delle procedure semplificate nella gestione dei dati, ma anche dei problemi in fase di costruzione del modello numerico per la determinazione delle curve di livello (fig. 3.5)<sup>31</sup>.

L'ultimo sistema di più recente applicazione è quello dei laser scanner<sup>32</sup>. Come è noto lo strumento è in grado di acquisire informazioni 3d dei punti in un raggio d'azione variabile tra il metro e i 300 metri, a seconda della tipologia e del modello, sfruttando le caratteristiche intrinseche del laser, anche se il principio di rilevamento polare che sottende il processo di acquisizione non si coniuga bene con quelle che sono le caratteristiche del terreno. Il risultato però è molto affidabile ed anche in questo caso si presenta sotto forma di nuvola di punti (strutturata; fig. 3.6).

Angelini-Portarena 2019, pp. 111-129

31 Sezionare il modello numerico DSM avrebbe come risultato curve di livello che non descrivono correttamente il territorio

32 Per informazioni di carattere generale cfr. Sgrenzaroli-Vassena 2007, Vosselman-Maas 2010



Anche se indubbiamente tra i vari sistemi quello del laser scanner architettonico è quello meno adatto per il metodo delle proiezioni quotate, tuttavia alcuni tentativi sono stati fatti proprio per utilizzare in maniera non convenzionale lo strumento e acquisire informazioni del terreno in condizioni geomorfologiche complesse (fig. 3.7)<sup>33</sup>.

Lo strumento che è ormai associato anche ai SAPR (droni), è comunemente chiamato LIDAR; riesce a superare gli ostacoli relativi alla vegetazione e ad ottenere informazioni territoriali anche dove quest'ultima è abbastanza densa. La risoluzione e l'accuratezza del dato è inferiore però ai laser scanner comuni.

Sia nei processi di fotomodellazione che in quelli a scansione laser la fase di elaborazione (*processing*) è determinante per quanto riguarda i risultati finali. In entrambi i casi la nuvola di punti, che rappresenta il primo risultato, è caratterizzata da diverse informazioni. Il passo successivo solitamente è quello di trasformare il dato grezzo in un oggetto costituito da superfici che ne caratterizzano l'uniformità e ne descrivono, per mezzo di una scelta critica, gli aspetti formali architettonici o territoriali<sup>34</sup>.

Dal modello numerico a superficie (mesh) è possibile successivamente applicare delle immagini realistiche, per poter ridisegnare, con il corretto metodo, le caratteristiche architettoniche in funzione degli obiettivi.

Questa procedura, molto più articolata rispetto al passato, è l'unica che permette di portare a compimento un progetto per l'analisi territoriale ed archeologica di un determinato sito. Sarà proprio tale approccio, applicato all'architettura rupestre, a restituire un metodo più corretto per la rappresentazione.

### **Le curve di livello oggi: elaborazione e rappresentazione digitale**

*Andrea Angelini*

Obiettivo dei metodi della rappresentazione è anche quello di poter descrivere con continuità oggetti del mondo reale. Fin tanto che ci troviamo di fronte a forme semplici relative lo spazio euclideo, il sistema delle proiezioni ortogonali ci permette di descrivere le forme con continuità e accuratezza. Tuttavia il problema diventa di difficile soluzione quando tentiamo di rappresentare con continuità superfici complesse come quelle topografiche o la morfologia del territorio. Vari studiosi nel corso degli ultimi due secoli hanno tentato di defini-

3.6 (pagina precedente) Attività di rilevamento laser scanner all'interno del complesso rupestre dell'Open Air Museum di Goreme, Cappadocia (2015). PRIN 2010-11 "Arte e habitat rupestre in Cappadocia e nell'Italia centromeridionale. Roccia, architettura scavata, pittura (P.I. prof.ssa Maria Andoloro)

33 Gabrielli *et al.*, pp. 201-218

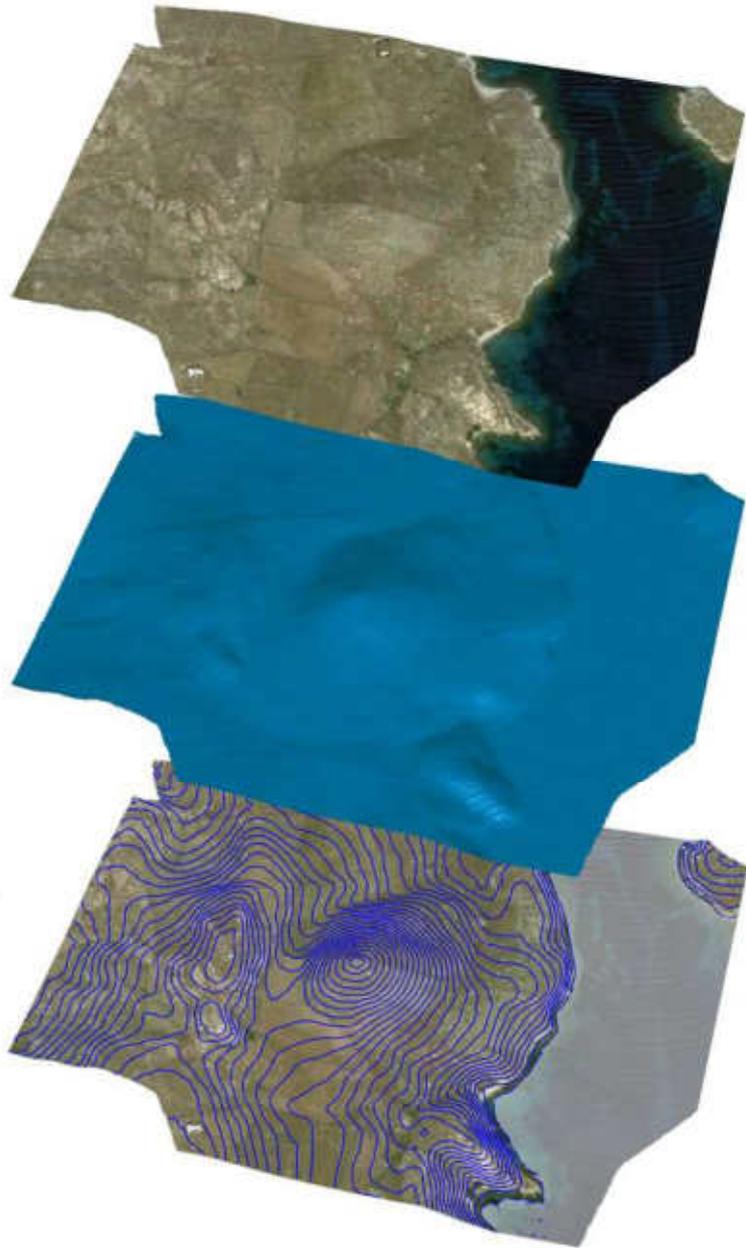
34 Per dettagli sulle procedure di trasformazione del dato *cf.* Remondino-Campana 2014; Angelini 2018, pp. 21-68; Angelini-Portarena 2019, pp. 111-129



3.7 Roma, Santa Prassede, oratorio di San Zenone (2018), Laser scanner montato direttamente su un'asta pneumatica in grado di elevarlo ad una quota di circa 6 m; rovesciando lo strumento con apposita modifica è possibile effettuare riprese dei piani pavimentali o del territorio circostante

re delle regole e di trovare dei sistemi di rappresentazione territoriale che potessero soddisfare la condizione di continuità trovando nel sistema delle curve di livello la soluzione più adeguata. Nonostante il metodo della rappresentazione sia tuttora valido e utilizzato per la descrizione delle cartografie ufficiali (si pensi a quelle dell'Istituto Geografico Militare italiano), l'avanzamento tecnologico ha permesso di affinare il metodo sia nella costruzione digitale delle curve che nella restituzione delle superfici comprese tra le curve, in un'ottica di interpolazione che già Noizet aveva intuito a metà dell'Ottocento (fig. 3.8).

3.8 Modello numerico di una porzione di territorio ottenuta da processi di fotomodellazione. Il modello è stato trasformato in superficie (mesh) e, una volta georeferenziato, sezionato con curve di livello ogni 10 m



I sistemi informatici di oggi permettono di partire da un numero discreto di dati nello spazio per poter costruire dei formati griglia regolari, dai quali estrarre diverse informazioni, tra cui proprio le curve di livello: il procedimento è noto come *gridding*. La griglia è il risultato di un determinato algoritmo utilizzato nel processo attraverso l'interpolazione dei dati di origine. La risoluzione scelta o passo di campionamento ne determina la definizione finale; all'aumentare della risoluzione solitamente aumentano anche i tempi di elaborazione. I metodi di interpolazione vengono utilizzati proprio per ricostruire le zone o le aree dove non si hanno sufficienti informazio-

ni e dove è necessario definire una superficie per rappresentare la continuità territoriale. Tra i vari algoritmi utilizzati se ne ricordano alcuni che riteniamo essere tra i più importanti al fine del metodo: la triangolazione TIN, il sistema IDW, il metodo kriging.

Il TIN è il *Triangular Irregular Network*, ovvero una maglia irregolare di triangoli che collega i punti campionati sul territorio<sup>35</sup>. Questa maglia viene costruita nella maggior parte dei casi per mezzo di un criterio, noto come criterio di Delaunay, che permette, nel piano, di unire i punti in maniera tale che le circonferenze passanti per tre vertici di un triangolo non contengano un quarto vertice al proprio interno<sup>36</sup>. Questo criterio permette di avere dei triangoli stretti e lunghi e di riprodurre in maniera abbastanza affidabile il territorio (fig. 3.9).

Una volta ottenuta la maglia triangolare è possibile estrarre le curve di livello in funzione delle quote scelte. Ovviamente in questi casi una risoluzione elevata dei triangoli permette di avere delle curve meglio definite (fig. 3.10).

L'IDW (*Inverse Weighted Distance*), meglio conosciuto come il metodo della Distanza Inversa Ponderata, è un algoritmo che permette di ricostruire la superficie (o i punti sconosciuti) sulla base della media ponderata dei punti circostanti (esistenti) i punti che devono essere ricostruiti. Tanto più i punti sono vicini a quello da ricostruire maggiore sarà il loro condizionamento nella ricostruzione della parte mancante, a differenza di quelli più lontani che influiranno molto di meno.

L'algoritmo lavora correttamente solo nel caso in cui i dati siano ben distribuiti altrimenti l'interpolazione non è soddisfatta. Queste due tecniche di interpolazione sono comunemente utilizzate dai software

35 Il TIN nasce in ambito geografico e prende il nome di *meshing* per quello che riguarda le architetture; a tal proposito cfr. Remondino-El-Hakim 2006, p. 279

36 MIGLIARI 2009, vol. II, p. 406

3.9 Triangolazione TIN effettuata sulla base di dati territoriali di un comune del Lazio. L'elaborazione è stata eseguita sfruttando le potenzialità dei sistemi GIS (QGIS)

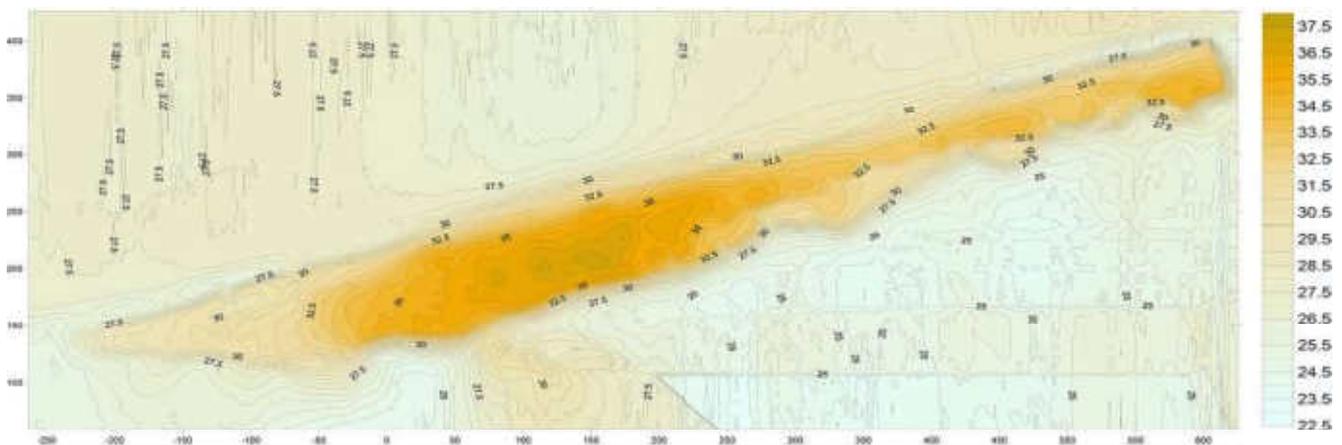


GIS (QGIS) per le analisi geomorfologiche del territorio e ben descrivono i diversi fenomeni associati, anche se a scale di restituzione abbastanza elevate. Avendo una buona base iniziale di punti, con una risoluzione adeguata agli obiettivi territoriali, è possibile generare non soltanto curve di livello ma anche mappe tematiche relative alla pendenza, all'esposizione, all'ombreggiatura, all'assolazione, all'indice di asperità e al rilievo.

L'ultimo algoritmo è il *kriging* che venne ideato da Danie Krige come metodo predittivo dei filoni minerari nel sottosuolo. Nonostante il suo "particolare" utilizzo, è un buono strumento per ricostruire la continuità delle superfici partendo da una serie di punti sparsi nello spazio.

Questa breve descrizione serve principalmente a mostrare come il problema della rappresentazione delle curve di livello si sia modificato; mentre in passato la questione era principalmente relativa alla costruzione delle curve, ora il problema è quello di definire con interpolazioni le superfici continue da cui estrarre le curve e diverse informazioni. Il problema ovviamente non può essere relegato al semplice calcolo del computer, ma deve essere sempre controllato e scelto da chi gestisce i dati; l'interpretazione dei risultati rimane comunque la parte principale dello studio. Dall'analisi delle mappe tematiche è possibile ad esempio verificare la qualità dei dati ed eventualmente identificare possibili anomalie sul territorio per ricerche archeologiche. Ovviamente la scelta della risoluzione e dell'acquisizione dei dati è condizionata fortemente da quelli che sono gli obiettivi dello studio, così come la scelta dell'algoritmo di interpolazione del dato. E' doveroso ricordare che gli obiettivi finali sono sempre quelli che devono guidare le differenti scelte, sia da un punto di vista operativo sul campo che su quelle di elaborazione dei dati.

3.10 Esempio di elaborazione delle curve di livello partendo da dati sparsi sul territorio; dal processo gridding è possibile estrarre le informazioni sulla superficie e successivamente le curve di livello



## **Le Equidistant Multiple Sections (EMS)**

*Marco Carpiceci*

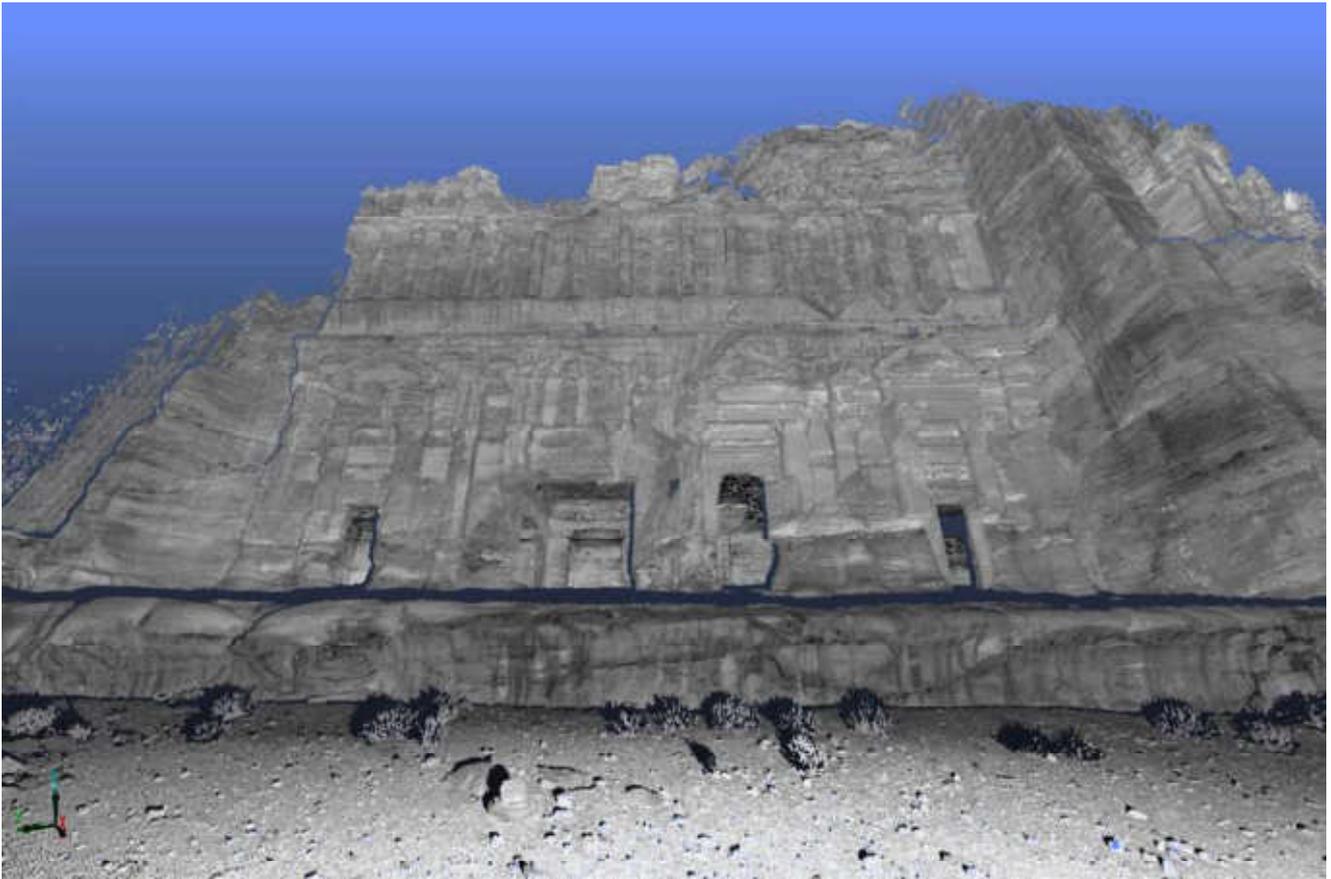
L'obiettivo della nostra ricerca, in atto da circa 10 anni, riguarda la sistematizzazione dell'uso delle curve di livello rispetto alle problematiche di rappresentazione dell'architettura rupestre, sulla base di esperienze dirette ma anche di esperienze internazionali del passato recente, che possono essere considerate dei veri e propri progetti pilota. Il riferimento è in particolare all'uso delle tecniche fotogrammetriche per il salvataggio dei templi della Nubia. In quell'occasione, a fronte di acquisizioni fotogrammetriche, innovative per l'epoca (1960), le curve di livello furono lo strumento per la rappresentazione delle statue del Grande Tempio di Abu Simbel. Questo fu l'unico sistema riconosciuto idoneo per lo smontaggio in blocchi del tempio, che fu poi ricostruito nell'attuale posizione.<sup>37</sup>

Come è noto il laser scanner è sicuramente molto più utile per ambienti chiusi e per prospetti esterni, anche se le problematiche legate alle zone d'ombra spesso determinano notevoli tempi di elaborazione. Tuttavia fin tanto che ci troviamo nell'ambito di architetture caratterizzate da geometrie ben definite, il problema della rappresentazione è abbastanza semplice da risolvere: le proiezioni sono determinate da tagli di sezione che descrivono il monumento oggetto di studio e su queste è possibile evidenziare le principali caratteristiche formali.

Nel caso dell'architettura rupestre le soluzioni tradizionali non sono sufficienti ed è necessario sviluppare dei metodi di rappresentazione alternativi che evidenzino le caratteristiche formali di queste architetture. Per poter disegnare piante, sezioni e prospetti, per facilità d'uso e per comodità, si producono spesso delle ortofoto ad alta risoluzione e si disegna direttamente in ambiente cad. A parte l'imprecisione del metodo adottato, in parte compensata dalla scala di riduzione del disegno, per architetture tradizionali l'operazione è abbastanza semplice, anche se una delle difficoltà è quella di mantenere la perfetta giacitura del piano di proiezione rispetto all'ortofoto generata; in tal caso infatti si aggiungerebbero ulteriori errori dovuti a questa differenza di posizione.

Per l'architettura rupestre il problema è molto più complesso. Non è infatti possibile scegliere arbitrariamente le linee che determinano il contorno di una semicolonna se questa non è ben definita e scolpita, ma solamente appena accennata sulla superficie (fig. 3.11). Le tecniche di disegno "tradizionale" non sono più sufficienti per soddisfare gli obiettivi del lavoro e risulta necessario affidarsi a metodi che, seppur già codificati, sono terreno fertile per ulteriori sviluppi.

<sup>37</sup> Cundari 2012, pp. 227-244



3.11 Ripresa laser scanner della Tomba Palazzo a Petra, Giordania. La conformazione delle rocce unita alla modellazione del tempio non permette di definire con esattezza i contorni dei differenti ordini architettonici (elaborazione di R. Gabrielli)

Inoltre l'incongruenza di tutto il processo è quella di acquisire milioni di informazioni, di elevata qualità, che successivamente devono essere filtrate, ridotte e addirittura caratterizzate manualmente con tutti gli errori del caso<sup>38</sup>. Risulta quindi necessario trovare delle soluzioni non soltanto da un punto di vista grafico ma anche da quello metodologico, che siano di supporto nelle restituzione finale dei risultati.

Fu proprio per questo motivo che si è pensato di avvalersi di un sistema chiaro come quello delle curve di livello, sfruttando la tecnologia digitale e di *management* che oggi le caratterizza, per ottenere importanti informazioni sotto diversi punti di vista.

Il sistema delle curve di livello è stato quindi definito con una terminologia anglosassone più vicina alla realtà internazionale: *Equidistant Multiple Sections* (EMS), ovvero sezioni multiple equidistanti che, anziché essere utilizzate sul piano orizzontale (uso territoriale), sono associate anche ai piani verticali<sup>39</sup>.

---

<sup>38</sup> Nel 2008 venne fatto un convegno in merito proprio a questa problematica; per dettagli *cfr.* De Felice *et al.* 2008

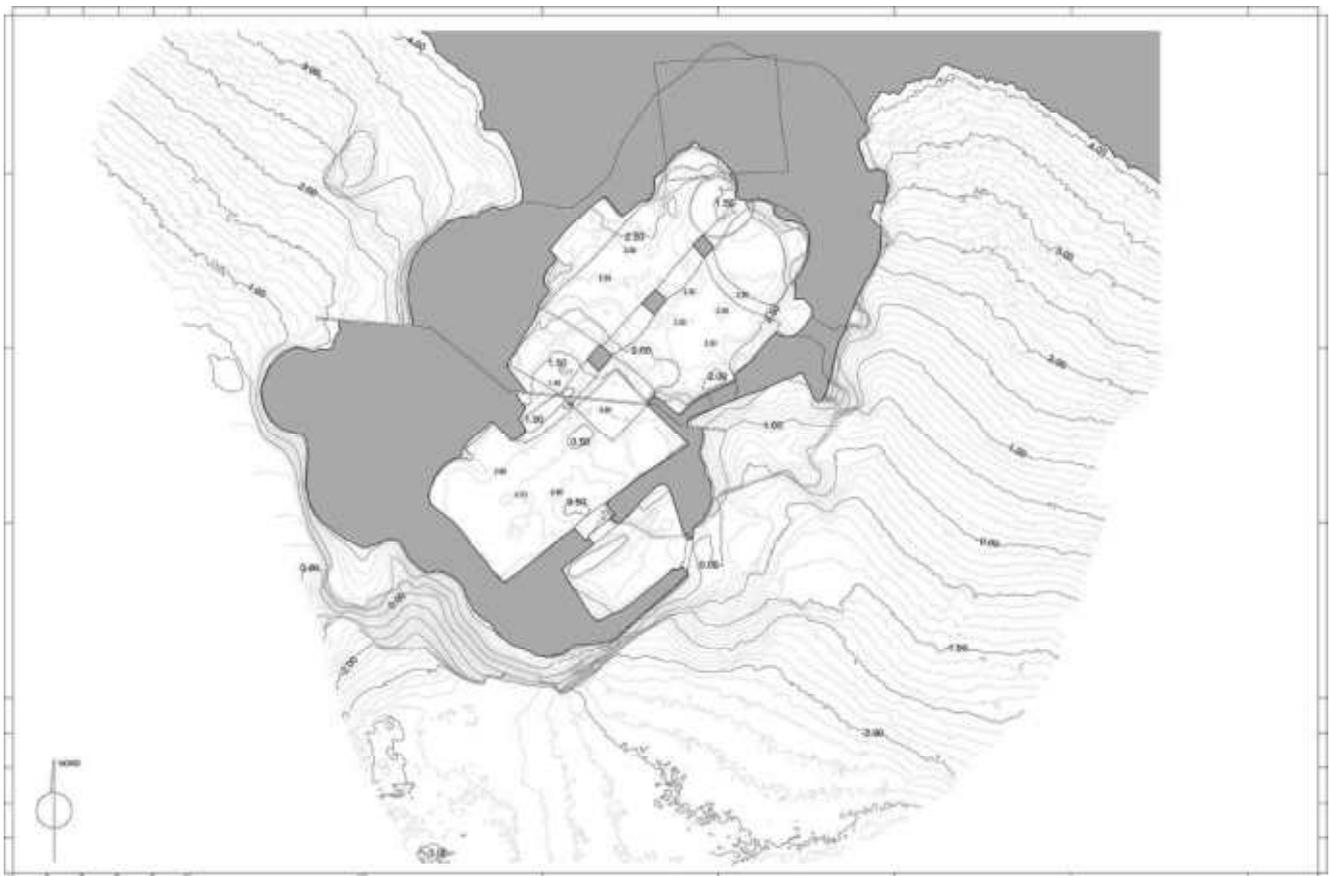
<sup>39</sup> Per approfondimenti sull'argomento e sui vari casi di studio analizzati nel corso di questi anni *cfr.* Carpiceci 2013, pp. 53-64; Carpiceci *et al.* 2014, pp. 603-610; Carpiceci *et al.* 2018, pp. 209-215

L'operazione nella gestione software è alquanto semplice e può essere ottenuta direttamente sulla nuvola di punti, o su una superficie mesh. Di solito è più opportuno definire tali curve su delle superfici che, pur rappresentando delle interpolazioni, sono il risultato di una precisa scelta da parte dell'operatore e fanno riferimento a un approccio critico all'architettura. Peraltro l'applicazione del metodo è facile da un punto di vista matematico ma non si esaurisce nella costruzione delle sezioni. Di grande importanza è infatti la fase interpretativa successiva che necessita di ulteriore tempo e di un confronto con il modello 3d per disegnare correttamente i contorni apparenti che hanno, ad esempio, giaciture diverse rispetto al piano di sezione principale (fig. 3.12). Oltre alla rappresentazione grafica di queste "curve", possono essere fatte alcune osservazioni di carattere generale che hanno delle ricadute nell'ambito dello studio dell'architettura rupestre.

La prima riguarda ad esempio la possibilità di interpretare correttamente la rappresentazione. Le curve di livello mettono in evidenza il contenuto della rappresentazione e non sono solamente delle semplici caratterizzazioni.

Ne sono un esempio le diverse esperienze condotte nell'ambito del-

3.12 Sistema delle curve di livello applicato alla pianta e alla rappresentazione dell'architettura rupestre: Chiesa dei Quaranta Martiri, Sahinefendi, Cappadocia (elaborazione di M. Carpiceci). PRIN 2010-11 "Arte e habitat rupestre in Cappadocia e nell'Italia centromeridionale. Roccia, architettura scavata, pittura (P.I. Prof.ssa Maria Andaloro)



la ricerca PRIN 2010-11 in Cappadocia, all'interno dell'Open Air Museum di Göreme<sup>40</sup>. Le chiese rupestri, opportunamente rilevate, sono state trasformate in modelli numerici a superficie con diversa definizione, in funzione delle caratteristiche morfologiche e, successivamente, sono state sezionate rispetto alle esigenze di rappresentazione.

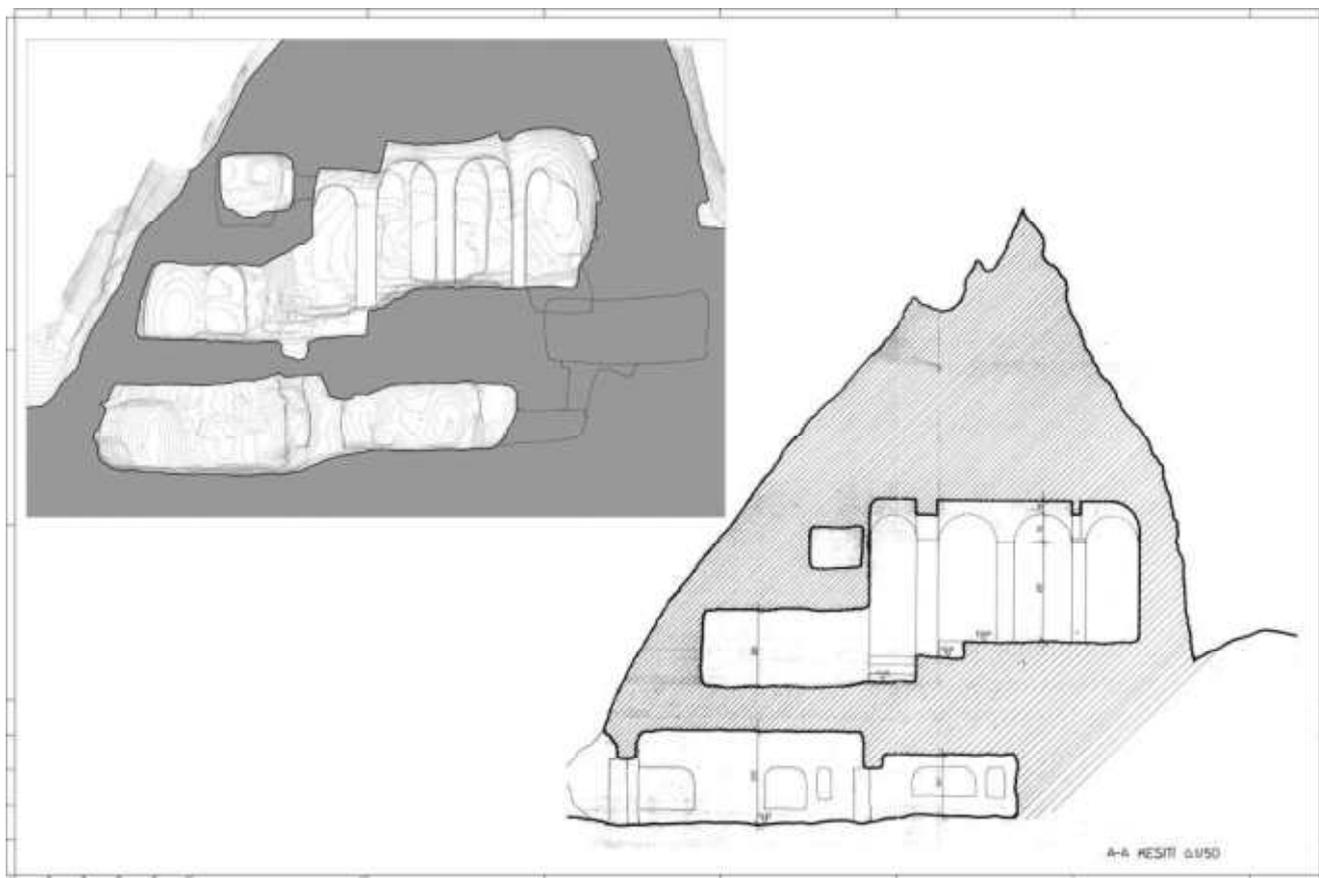
Le sezioni verticali sono state impostate con una equidistanza predefinita (5 o 10 cm). Il risultato evidente è l'emergere del *modus operandi* di chi ha scolpito queste architetture; ad esempio l'intradosso della volta mostra un andamento convesso finalizzato probabilmente a una sorta di rafforzamento statico della struttura. Tale elemento era invece rettilineo nei disegni della soprintendenza, effettuati con i sistemi tradizionali di rilevamento architettonico (fig. 3.13)<sup>41</sup>.

Le sezioni verticali forniscono inoltre una maggiore caratterizzazione delle superfici in prospettiva, zone dove è evidente la difficoltà di rappresentare la forma dei piani verticali. Questa caratterizzazione conferisce al disegno un elemento di profondità misurabile in fun-

3.13 La rappresentazione con linee di sezione verticali a distanze predefinite ha messo in evidenza le differenti caratteristiche formali di questa architettura rupestre rispetto alla rappresentazione tradizionale: Chiesa dei Quaranta Martiri, Sahinefendi, Cappadocia (elaborazione di M. Carpiceci). PRIN 2010-11 "Arte e habitat rupestre in Cappadocia e nell'Italia centromeridionale. Roccia, architettura scavata, pittura (P.I. Prof.ssa Maria Andaloro)

40 Carpiceci 2013b, pp. 221-229

41 Carpiceci-Inglesse 2014, pp. 87-94



zione del numero delle curve e della loro equidistanza, alla stregua di quello che già avviene per le cartografie.

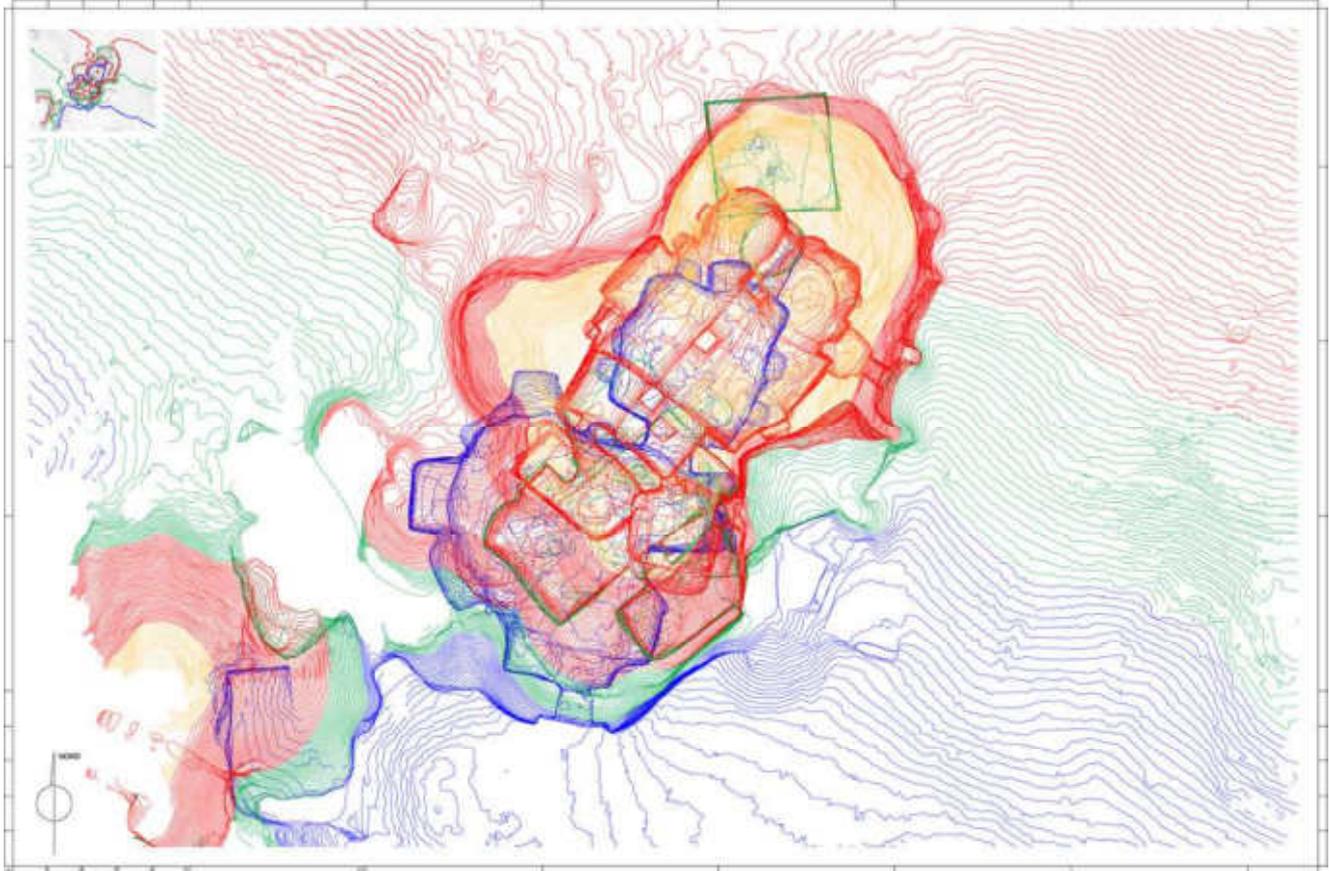
L'applicazione di questo metodo riesce a descrivere in maniera abbastanza chiara i contorni apparenti e gli spigoli, anche se per questi ultimi esistono alcune incertezze legate alla possibilità di poterle intercettare sul modello numerico con il taglio delle sezioni.

Per quanto riguarda i sistemi delle coperture (scolpite) l'approfondimento è più complesso. Fin tanto che la giacitura del piano di sezione è parallela alle generatrici delle coperture il problema non sussiste, ma quando quest'ultime hanno giaciture diverse rispetto al piano è necessario comunque un intervento manuale nella rappresentazione. Ad esempio una volta a crociera è molto più difficile da rappresentare rispetto ad una volta a botte. Dallo studio delle curve è possibile anche analizzare le generatrici delle coperture e conseguentemente il grado di antropizzazione di una struttura<sup>42</sup>.

Nel caso di un monumento complesso, e distribuito su diversi livelli, è possibile usare colori diversi rispetto a quote predefinite, similmente a quelle suggerite da Milet de Mureau a metà del Settecento

3.14 Sistema delle curve di livello applicato alla pianta e alla rappresentazione dell'architettura rupestre: Chiesa dei Quaranta Martiri, Sahinefendi, Cappadocia, Elaborazione in falsi colori del sistema delle sezioni multiple. Associando i colori a gruppi di quote è possibile interpretare in maniera più corretta i diversi livelli che spesso caratterizzano queste architetture scavate nella roccia (elaborazione di M. Carpićeci). PRIN 2010-11 "Arte e habitat rupestre in Cappadocia e nell'Italia centromeridionale. Rocca, architettura scavata, pittura (P.I. Prof. ssa Maria Andaloro)

42 Angelini 2018, pp. 58-64





3.15 Fondi, San Magno, abside – proiezione cilindrica, 2000 (elaborazione di M. Carpiceci)

(fig. 3.14)<sup>43</sup>. Evidenziare i diversi livelli con le quote permette anche di impostare differenti studi sulle fasi e sul contesto archeologico ed architettonico.

Come si è detto il metodo è autonomo e non necessita di interventi di tipo teorico, tuttavia l'approccio del digitale e la gestione di molti più dati ci induce ad aprire un dibattito su come migliorare e utilizzare tale metodo, in ambito rupestre infatti ha permesso di definire dei protocolli di restituzione finora solamente accennati e mai messi a sistema. Le architetture rupestri sono molteplici e l'applicazione sistematica delle curve di livello potrebbe aprire nuove strade per lo studio e l'analisi archeologica.

### **La rappresentazione delle superfici dipinte (Painted surface Undistorted Projections - PUP)**

*Marco Carpiceci*

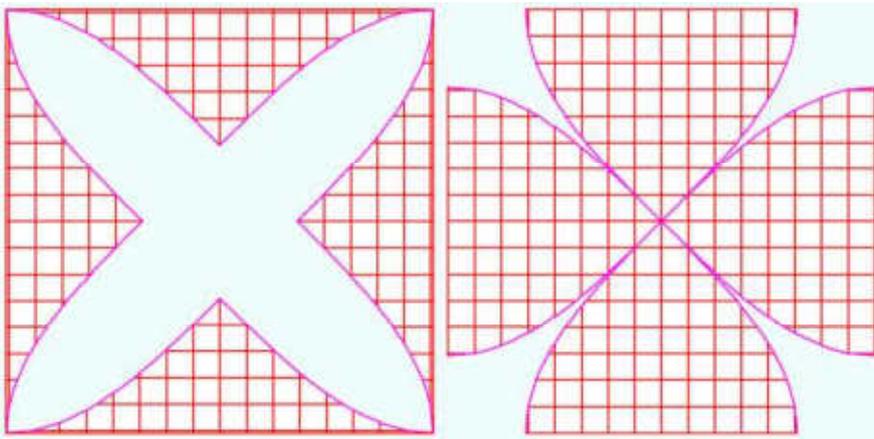
La rappresentazione corretta delle superfici dipinte presuppone la soluzione di due fondamentali parametri: il primo è quello cromatico e il secondo è la forma.

La correttezza cromatica dipende soprattutto dal controllo del colore, della corrispondenza tra originale e riproduzione. Una buona e uniforme illuminazione e un *color-checker* possono risolvere, il più delle volte, ogni situazione.

Per quanto riguarda la forma abbiamo diversi ordini di problemi. Se le superfici sono piane una fotografia frontale, anche se non perfettamente complanare all'originale permette, mediante la misura spaziale di opportuni punti di controllo, il raddrizzamento proiettivo, e quindi la sua rappresentazione "in vera forma", *isomorfa*.

Al di là delle forme piane c'è sempre la necessità di una riproduzione che mostri un aspetto simile all'originale in maniera da permetterne la 'misura' e la comparazione.

<sup>43</sup> Carlevaris 2012, p. 212



3.16 Sviluppo della volta a crociera (sinistra) e della volta a padiglione (elaborazione di M. Carpiceci)

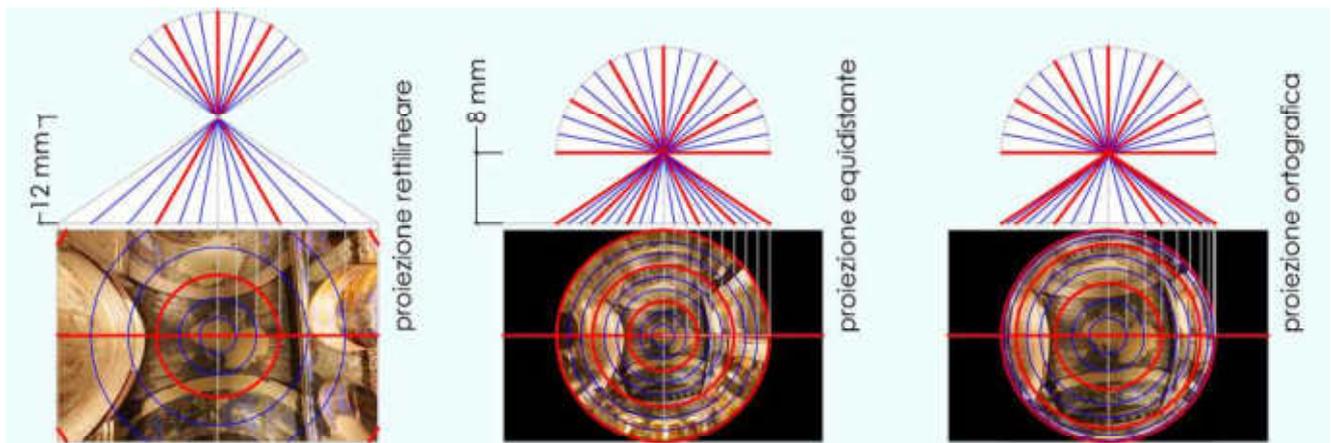
Anche in presenza di opere di forma non perfettamente geometrica, nella quasi totalità dei casi è possibile ‘leggere’ la volontà progettuale di ‘simulare’ forme specifiche come cilindri o sfere o i meno frequenti coni ed ellissoidi.

La rappresentazione isomorfa può essere approssimata mediante apposite forme di proiezione, attraverso le quali raggiungere il grado di rappresentazione più vicino alla vera forma, ma anche all’aspetto derivante dalla percezione diretta<sup>44</sup>. Queste operazioni di proiezione e trasformazione sono state definite *Painted surfaces Undistorted Projections* (PUP), ovvero proiezioni non-distorte (isomorfiche) delle superfici dipinte.

Le forme cilindriche sono più facilmente sviluppabili perché composte da generatrici parallele. Se la superficie è assimilabile ad un cilindro, il suo sviluppo è ottenibile con semplicità, e anche in presenza di scostamenti geometrici visibili, si riesce ad ottenere la conformità della rappresentazione (fig. 3.15). Nicchie, volte a botte, a padiglione o a crociera possono essere sviluppate anche se, nelle ultime due, si perde la continuità dovuta alla necessaria apertura delle superfici, essendo composte da due distinti cilindri (fig. 3.16). Maggiori problemi si hanno con il cono, anche se dal punto di vista strettamente geometrico la soluzione è certa.

Problemi più complessi sono quelli delle superfici sferiche. Queste, per loro natura, non possono essere sviluppate e quindi bisogna attivare forme di rappresentazione che si basino sulla ‘proiezione’. Partendo dal problema generale dobbiamo ipotizzare necessariamente due forme di rappresentazione: una prima che comprende l’interezza della superficie o del ciclo pittorico; una seconda che ana-

<sup>44</sup>Per quello che riguarda le approssimazioni delle superfici in vera forma cfr. Kolmanič-Guid 2002, pp. 35-46; Carpiceci 2011, pp. 523-528



3.17 Un grandangolare 'estremo' a proiezione rettilineare a confronto con le due tipologie di fisheye (elaborazione di M. Carpiceci)

lizza esclusivamente un singolo elemento o riquadro. Se nella visione generale non è necessariamente obbligatoria la conformità (la vera forma) della rappresentazione con il soggetto, nella rappresentazione locale ci si può avvicinare, con buona approssimazione, alla precisa corrispondenza formale.

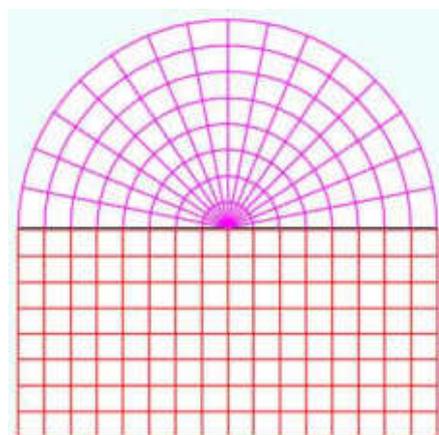
Diversi quindi potranno essere i concetti di trasformazione proiettiva e/o analitica da adottare nei vari casi.

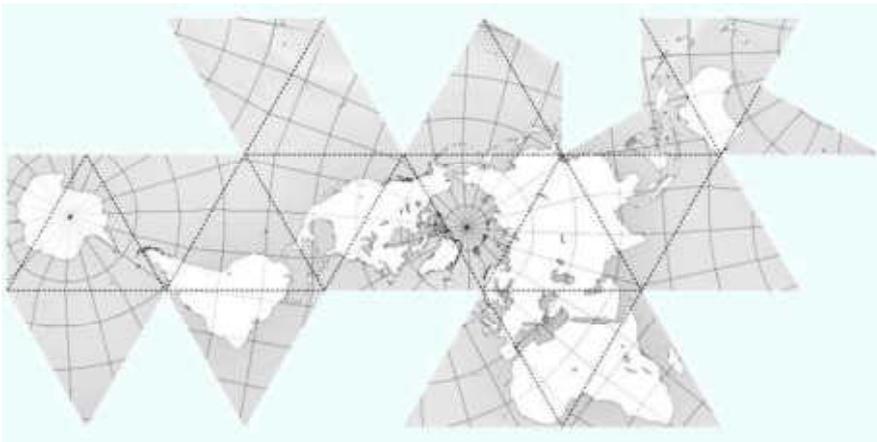
Suggerimenti proiettivi possono venire da tre campi applicativi tra di loro connessi: la cartografia terrestre, la fotografia panoramica sferica e le lenti fisheye.

Le lenti fisheye hanno la caratteristica di proiettare in piano un campo visuale semisferico. La proiezione può essere di due tipi: *equidistante* o *ortografica*. Nella *proiezione equidistante*, alla variazione angolare del punto sulla calotta sferica rispetto all'asse ottico, corrisponde una proporzionale variazione di distanza radiale dal centro dell'immagine. Nella *proiezione ortografica*, alla variazione angolare del punto (rispetto all'asse ottico), corrisponde una variazione di distanza radiale proporzionale al seno dell'angolo (fig. 3.17).

3.18 Sviluppo dell'abside con superfici cilindrica e catino sferico. (elaborazione di M. Carpiceci)

La prima proiezione (equidistante), oltre ad essere quella più utilizzata, risulta avere meno deformazioni soprattutto se non ci si allon-





3.19 *Planisfero Dymaxion*, Richard Buckminster Fuller 1954, sviluppo della terra su icosaedro

tana troppo dalla regione centrale. Nel caso di un abside, questa proiezione, applicata al catino, permette la rappresentazione congiunta con la superficie cilindrica sviluppata (fig. 3.18)<sup>45</sup>. Quando però la superficie dipinta non si approssima con sufficienza alla geometria semplice bisogna ricorrere ad altre forme di sviluppo. Infatti se vi è una direzione 'visiva' di generatrici parallele, si può dividere la direttrice in tratti mediamente approssimabili ad una superficie cilindrica e operare lo sviluppo cilindrico per settori, ricomponendo successivamente le immagini. In altre parole, bisognerà eseguire una serie di proiezioni ortogonali dei settori isolati, successivamente deformati nella direzione ortogonale alle generatrici, in maniera da ottenere le singole superfici sviluppate.

Le fotografie panoramiche sferiche utilizzano infatti le stesse tipologie di proiezioni geografiche, ma soprattutto quella *equirettangolare*, in cui ad ogni valore angolare di longitudine e latitudine corrisponde un proporzionale valore di coordinate cartesiane. Ne deriva una immagine rettangolare in cui l'equatore è la linea orizzontale mediana e i poli si deformano nei lati superiore e inferiore. In questo caso però l'apparente deformazione viene del tutto annullata dal software di visualizzazione che riproietta sullo schermo una porzione di sfera, vista dal proprio centro, conferendo la sensazione di trovarsi proprio al centro del luogo ripreso<sup>46</sup>.

In un certo senso questo desiderio di scomporre la sfera in tante piccole viste ortogonali è stato il motivo per il quale alcuni matematici-cartografi hanno proposto la proiezione della sfera su di un poligono successivamente aperto e rappresentato in forma piana. Il più interessante esperimento è stato quello di Richard Buckminster Fuller che nel 1946 ebbe la geniale intuizione di applicare il principio dello sviluppo dei poligoni platonici alla cartografia, e nel 1954 perfezionò il sistema proiettivo nel *Planisfero Dymaxion*, ovvero la

<sup>45</sup>Carpiceci 2012, pp. 93-146

<sup>46</sup>Carpiceci 2012, pp. 253-278

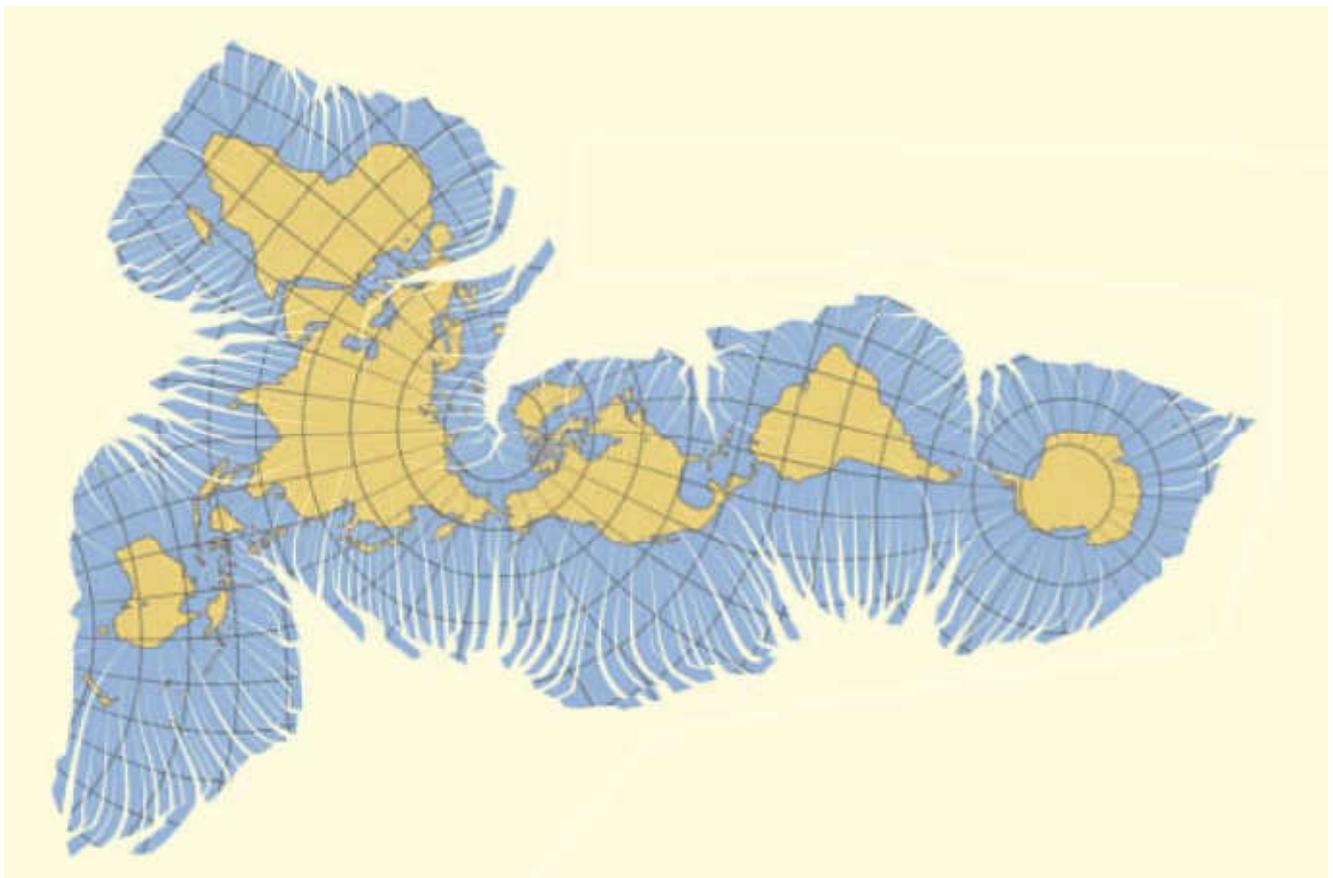
rappresentazione geografica della terra tramite lo sviluppo dell'icosaedro (fig. 3.19)<sup>47</sup>.

I problemi principali che questo tipo di sviluppo delle superfici producono nella rappresentazione sono due. Il primo è relativo alla cerniera di apertura tra due facce; questo comporta che una linea retta sulla superficie che attraversa lo spigolo (la cerniera) diventa una spezzata. Il secondo problema nasce dal fatto che lo spianamento determina inevitabili separazioni degli spigoli aperti, e quindi una scelta forzata di cosa mantenere unito e cosa separare, e non sempre ciò è compatibile con la migliore rappresentazione del soggetto.

Compatibilmente con il soggetto, può essere valutata – anche come semplice speculazione intellettuale – la possibilità di utilizzazione dei poliedri semiregolari. Tra questi se ne possono individuare almeno tre: l'icosaedro troncato composto da esagoni e pentagoni, con 32 facce, ottenuto dall'intersezione del dodecaedro con il suo duale, l'icosaedro; il cubo simo, composto da quadrati e triangoli e con ben 38 facce, 6 quadrati e 32 triangoli; e il rombicubottaedro, anch'esso composto da quadrati e triangoli e con 26 facce, 18 quadrati e 8 triangoli.

3.20 Myriahedral projection con l'allineamento geografico delle mesh mediante 5500 poligoni. Scelta dell'allineamento dei continenti

<sup>47</sup>Buckminster Fuller 1960



Altro possibile sviluppo applicativo può essere ottenuto dal trasferimento, nel campo del rilievo e della rappresentazione architettonica, delle teorie sviluppate in campo cartografico da Jarke J. Van Wijk con le sue *Myriahedral Projections* (fig. 3.20)<sup>48</sup>.

Il metodo consiste nella proiezione del globo terrestre su un poliedro con un numero molto elevato di facce, ottenendo una tassellazione per 'innumerevoli' triangoli. Successivamente, questo poliedro viene sviluppato. Le mappe risultanti hanno un gran numero di aperture, di interruzioni. Scegliendo di mantenere unite determinate facce, queste si sviluppano aumentando la deformazione in funzione della loro grandezza rispetto alla dimensione del poliedro e all'intensità della tassellazione.

Questa forma di elaborazione ben si presta infatti al nostro scopo. Anche in presenza di intradossi particolarmente complessi come potrebbero essere le grotte dipinte, è possibile tracciare lungo il modello tridimensionale linee di confine di scene come di personaggi, e poi ottenere uno sviluppo 'controllato' avendo scelto a priori ciò che deve essere separato e ciò che deve essere mantenuto unito. In questo modello di software l'operatore dovrebbe avere a disposizione una superficie mesh e poi su quella poter definire linee di separazione e superfici di aggregazione.

Rimane però evidente che la sola ricerca della rappresentazione isomorfa nelle superfici non sviluppabili genera sviluppi distanti dalla realtà percepita, perdendo così l'uniformità dell'aspetto generale. Unico superstite rimane solo l'aspetto locale del singolo brano di superficie, che comunque poco si discosta (per limitate superfici rispetto alla curvatura generale) dalla semplice proiezione ortogonale.

---

<sup>48</sup>Van Wijk 2008, pp. 32-42

## Bibliografia

Angelini A., Colosi F., Gabrielli R., Fentress E., Filippone C., *Tecniche speditive per la ricostruzione tridimensionale dell'area archeologica di Villamagna*, Archeologia e Calcolatori, 18, All'insegna del Giglio, Firenze 2007, pp. 141-158.

Angelini A., *Tecniche di rilevamento e metodi di rappresentazione per l'Architettura Rupestre. Il Monastero benedettino di Subiaco*, BAR International Series, vol. S2889, Oxford 2018.

Angelini A., Portarena D., *Tecnologie e archeologia: nuove prospettive per il rilevamento e l'analisi dei monumenti antichi*, in F. Giletti (a cura di), *Città scomparse della Sabina*, Edizioni Espera, Montecompatri 2019, pp. 111-129.

Carlevaris L., *La rappresentazione quotata tra storia e prospettive*, in L. Carlevaris, L. De Carlo, R. Migliari (a cura di), *Attualità della Geometria descrittiva. Seminario nazionale sul rinnovamento della Geometria descrittiva*, Gangemi, Roma 2012, pp. 201-228.

Carlevaris L., *Nicolas-François-Antoine de Chastillon: The Défilement of Fortifications at the Roots of Descriptive Geometry*, Nexus Netw J, 2014, 16, pp. 631-652.

Carpiceci M., *Survey problems and representation of architectural painted*, in atti del convegno "3D-ARCH'2011, 3D Virtual Reconstruction and Visualization of Complex Architectures", Trento (Italy) 2-5 March 2011, XXXVIII-5-W16-523-2011, 2011, pp. 523-528.

Carpiceci M., *Fotografia digitale e architettura. Storia, strumenti ed elaborazioni con le odierne attrezzature fotografiche e informatiche*, Aracne, Roma 2012.

Carpiceci M., *Siamo solo agli inizi del rilevamento digitale: alcune considerazioni sullo sviluppo delle attuali tecnologie*, Questio. Studi e ricerche per il disegno e la documentazione dei beni Culturali, 27, 2013, pp. 53-64.

Carpiceci M., *Cappadocia Laboratorio-Rilievo (2007-2015). Cappadocia Survey-Laboratory (2007-2015)*, in Proceedings of the UID Congress. Patrimoni e Siti Unesco. Memoria, Misura e Armonia, Roma 2013, pp. 221-229.

Carpiceci M., Inglese C., Colonnese F., Cresciani G., Angelini A., *Dalla roccia alla città. Il rilievo del villaggio rupestre di Sahinefendi. From the rock to the city. The survey of the rupestrian village of Sahinefendi*, in Proceedings of the UID Congress Italian Survey &

International Experience, Parma 2014, pp. 603-610.

Carpiceci M., Inglese C., *Laser Scanning and Automated Photogrammetry for the knowledge and the representation of the architecture cave in Cappadocia: Sahinefendi and the Open Air Museum in Göreme*, in CAA 2014. 21<sup>st</sup> Century Archaeology concepts, methods and tools, Oxford 2014, pp 87-94.

Carpiceci M., Carnevali L., Angelini A., *A new protocol for texture mapping process and 2d representation of rupestrian architecture*, in ISPRS TCII Symposium "Towards Photogrammetry 2020". International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, vol. XLII, 2018, pp. 209-215.

Cetraro F., *GIS per la cartografia e l'analisi territoriale. Come scegliere il GIS più adatto alle tue esigenze. Quaderni per la progettazione*, EPC, Roma 2015.

Cundari C., *Il rilievo architettonico. Ragioni. Fondamenti. Applicazioni*, Kappa, Roma 2012.

Docci M., Maestri D., *Manuale di rilevamento architettonico e urbano*, Editori Laterza, Bari 2012.

De Felice G., Sibilano M.G., Volpe G. (a cura di), *L'informatica e il metodo della stratigrafia. Atti del Workshop (Foggia 6-7 Giugno 2008)*, Edipuglia 2008.

Du Carla-Bonifas M., *Expression des nivellements, ou Méthode nouvelle pour marquer rigoureusement sur les cartes terrestres set marines le hauteurs et le configurations des terrains*, L. Cellot, Parigi 1782.

Fondelli, Mario, 1992. *Trattato di fotogrammetria urbana e architettonica*, Laterza, Roma-Bari.

Fortini P., Romoli V., *La collaborazione tra il Genio Militare e Giacomo Boni per la nascita della fotografia aerea archeologica*, in G. Ceraudo (a cura di), *Archeologia Aerea 4'10-5'11. 100 anni di Archeologia Aerea in Italia*, Foggia 2010.

Fuller, R. Buckminster; Marks, Robert, . *The Dymaxion World of Buckminster Fuller*, Reinhold Publishing Corp., New York 1960.

Gabrielli R., *Introduzione all'uso del GPS in archeologia*, in S. Campana, M. Forte (a cura di), *Remote Sensing in Archaeology. XI Ciclo di Lezioni sulla Ricerca applicata in archeologia*, All'Insegna del Giglio, Firenze 2001, pp. 329-354.

- Gabrielli R., Portarena D., Franceschinis M., *Tecniche di documentazione dei tappeti musivi del sito archeologico di Umm Al-Rasas – Kastron Mefaa (Giordania)*, *Archeologia e Calcolatori*, 28, 2017, pp. 201-218.
- Le Couteur P., Burreson J., *I bottoni di Napoleone. Come 17 molecole hanno cambiato la Storia*, TEA, Milano 2019.
- Loria G., *Storia della Geometria Descrittiva dalle origini sino ai giorni nostri*, Hoepli, Milano 1921.
- Meusnier de la Place J-B., *Mémoire sur la Détermination du Plan de Site*, Ms. Archives de l'Inspection du Génie, art. 21, section 1, 1777.
- Migliari R., *Geometria descrittiva. Metodi e costruzioni*, vol. I, Novara 2009.
- Migliari R., *Geometria descrittiva. Tecniche e Applicazioni*, vol. II, Novara 2009.
- Murray Lori L., *The Construction of Edmond Halley's 1701 Map of Magnetic Declination*, 2012. Electronic Thesis and Dissertation Repository. 654. <https://ir.lib.uwo.ca/etd/654>.
- Noizet Toullet F-J., *Mémoire sur la Géométrie appliquée au dessin de la fortification*, in *Memorial dell'officier du Génie*, 6, 1823.
- Paris L., *Dal problema inverso della prospettiva al raddrizzamento fotografico*, Aracne, Roma 2014.
- Pericoli A., *La tavoletta pretoriana, questa sconosciuta dimenticata*, *Bollettino della Società italiana di topografia e fotogrammetria*, n. 3-4 (1987), pp. 137-144.
- Remondino F., El-Hakim S. F., *Image Based 3d Modelling: a review*, *The Photogrammetric Record* 21, 115, 2006, pp. 269-291.
- Remondino F., Campana S. (a cura di), *3D Recording and Modelling in Archaeology and Cultural Heritage – Theory and best practices*, BAR International Series, vol. S2598, Oxford 2014.
- Rossi L. (a cura di), *Napoleone e il golfo della Spezia. Topografi francesi in Liguria tra il 1809 e il 1811*, Silvana Editoriale, La Spezia 2008.
- Secchia M. (a cura di), *GPS. Guida all'uso del GPS per il rilevamento del territorio e l'aggiornamento cartografico*, Repubblica di San Marino 2005.
- Sgrenzaroli M., Vassena G.P.M., *Tecniche di rilevamento tridimen-*

*sionale tramite laser scanner: Volume 1 – Introduzione generale*, Brescia 2007.

Solaini, Luigi; Astori, Bruno, *Fotogrammetria*, Clup, Milano 1981.

Surace L., *Introduzione all'uso dei sistemi di riferimento e delle coordinate in geodesia, topografia e cartografia*, in M. Secchia, *GPS. Guida all'uso del GPS per il rilevamento del territorio e l'aggiornamento cartografico*, Repubblica di San Marino 2005, pp. 129-221.

Van Wijk, Jarke J., *Unfolding the Earth: Myriahedral Projections*, *The Cartographic Journal*, 45, 1, 2008 pp. 32-42.

Vosselman G., Maas H.G., *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*, Caithness 2010.