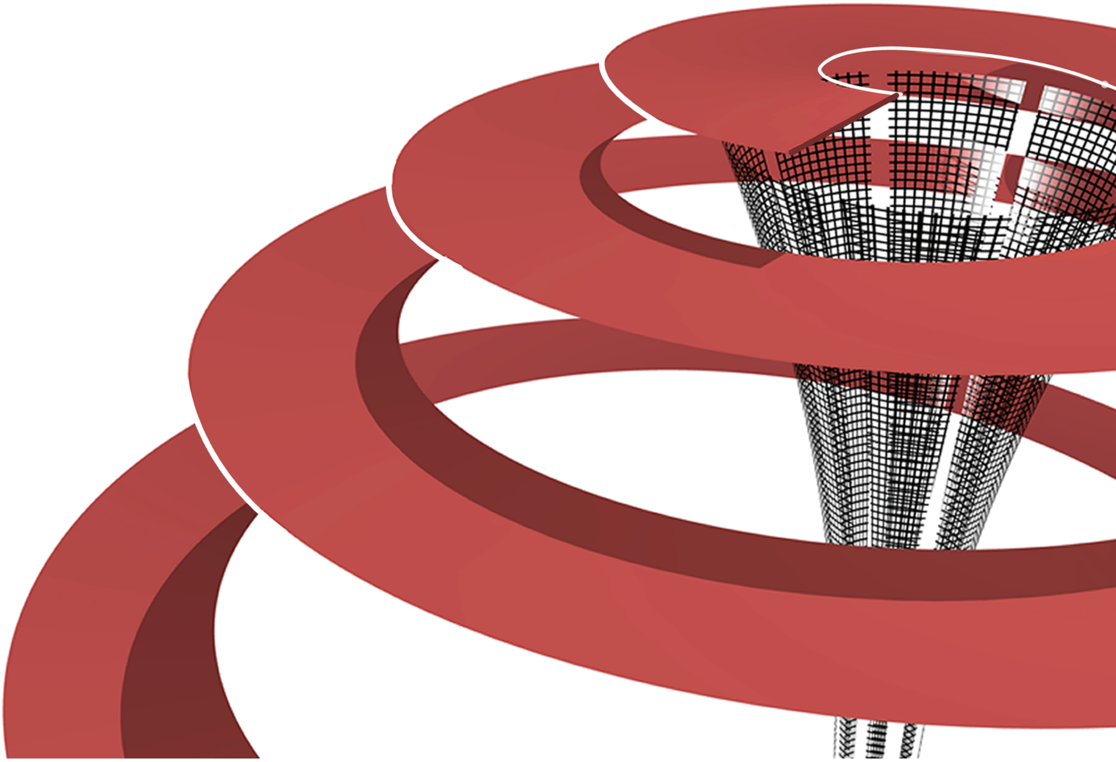


a cura di
Laura De Carlo, Leonardo Paris

Le linee curve
per l'architettura e il design

FORME DEL DISEGNO
FrancoAngeli

FORME DEL DISEGNO
Collana diretta da Elena Ippoliti, Michela Rossi, Edoardo Dotto

La collana FORME DEL DISEGNO si propone come occasione per la condivisione di riflessioni sul disegno quale linguaggio antropologicamente naturale, al tempo stesso culturale e universale, e che indica contemporaneamente la concezione e l'esecuzione dei suoi oggetti.
In particolare raccoglie opere e saggi sul disegno e sulla rappresentazione nell'ambito dell'architettura, dell'ingegneria e del design in un'ottica sia di approfondimento sia di divulgazione scientifica.
La collana si articola in tre sezioni: PUNTO, che raccoglie contributi più prettamente teorici su tematiche puntuali, LINEA, che ospita contributi tesi alla sistematizzazione delle conoscenze intorno ad argomenti specifici, SUPERFICIE, che presenta pratiche ed attività sperimentali su casi studio o argomenti peculiari.

Progetto grafico
Andrea Casale

 ISBN 9788891794000

a cura di
Laura De Carlo, Leonardo Paris

Le linee curve

per l'architettura e il design

FORME DEL DISEGNO
Sezione
PUNTO

FrancoAngeli

Università Sapienza di Roma, dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura

In copertina: immagine di Leonardo Paris

Indice

Parte seconda

Presentazione
di Andrea Giordano

Questo volume si configura come un apparato critico/esegetico di una tematica che mi è particolarmente cara, la Geometria. Pienamente d'accordo con quanto asseriscono Laura De Carlo e Leonardo Paris nell'introduzione, questa disciplina, infatti, va intesa come centrale sia nello sviluppo progettuale dal punto di vista creativo che nella possibilità di rendere concreta una forma attraverso la sua effettiva costruzione. Concordo, inoltre, con loro nel ribadire l'importanza della Geometria solida come settore di ricerca, direi "ri-emergente", in grado di connettere e combinare geometria, architettura e design. Tutto questo è ampiamente e profondamente spiegato, provato ed illustrato dagli autori, anche grazie ad un eccezionale apparato grafico-documentale, in grado di comunicare sia il tema delle curve nella loro prospettiva storica (parte prima) che – attraverso alcuni casi studio esemplificativi – di affrontare l'utilizzo delle linee curve in diversi ambiti di applicazione (parte seconda). Lo scopo – effettivamente raggiunto – è quindi quello di ampliare il ventaglio degli strumenti critici da porre a disposizione del lettore: proponendo quindi molteplici punti di vista. Gli autori forniscono gli strumenti per raggiungere una completa consapevolezza nell'ambito dello studio delle linee curve attraverso le azioni del vedere, del pensare e del giudicare criticamente, un'architettura o un qualsiasi oggetto di design.
L'utilizzo dei suddetti tre verbi – vedere, pensare e giudicare criticamente – mi

consente di evidenziare che le linee e le superfici di un oggetto, anche nel caso dell'architettura, necessitano dello spazio per rendersi evidenti, spazio che viene sperimentato come il dato che precede gli oggetti in esso contenuti, un ambito nel quale ogni "cosa" prende il suo posto. D'altronde, proprio l'architettura può essere considerata come una disposizione di costruzioni entro uno spazio determinato, omogeneo e continuo. In termini fisici, così, lo spazio è definito dall'estensione delle superfici dei corpi, confinanti gli uni con gli altri. Il ruolo delle linee e delle superfici, quindi, risulta essere fondamentale, proprio perché agevola la percezione dello spazio che, sotto il profilo psicologico, avviene grazie all'inviluppo di esse nell'atto di costituire le superfici delle "cose". Quantunque lo spazio, una volta stabilito, venga sperimentato come un dato sempre presente ed autosufficiente, la sua esperienza sensoriale nasce solo attraverso l'interrelazione degli oggetti. La percezione dello spazio si verifica, così, soltanto in presenza di cose percepibili: ed esse, non solo nel caso dell'architettura o degli oggetti di design, saranno costituite da linee e superfici, reali o virtuali.
Sotto il profilo psicologico, inoltre, la nozione di spazio inteso come contenitore, che esiste cioè anche in assenza di oggetti, deve sempre far fede su di un sistema di riferimento, che potrà essere, nel caso dello spazio in cui viviamo, la semplice superficie calpestabile, nel caso dello spazio geometrico – "rappresentante" astratto della realtà –, i piani coordinati o il quadro, a secondo del metodo di rappresentazione.
Se rimaniamo ancora nel campo dell'esperienza dello spazio, bisogna fare riferimento ad un interessante "meccanismo" percettivo tra osservatore e realtà osservata, evidenziato da Arnheim[1] *ne'* La dinamica della forma architettonica. *Il critico tedesco ipotizza che agli astronauti venga cancellato dalla mente il ricordo di tutti i corpi pesanti: in questa maniera, nell'osservare la Terra una volta ritornati, costoro istituiranno una connessione lineare che costituirà l'asse di un mondo unidimensionale. Il rapporto percettivo con l'oggetto sarà così "lineare". Anzi, come osserva Arnheim: «[...] la connessione stabilita dall'osservatore fra sé e la sua meta viene sperimentata come una retta. In linea di principio essa potrebbe assumere qualsiasi configurazione scelta fra un numero infinito di curve, circoli o linee spezzate dei tipi più irrazionali. La scelta economica della connessione più breve costituisce un'elementare applicazione del principio di semplicità della psicologia della Gestalt: ogni pattern creato, adottato o selezionato dal sistema nervoso sarà quello più semplice consentito dalle condizioni date»*[2]*. Dopo di che, facendo un ulteriore passo in avanti, si ipotizza una condizione per così dire superficiale, quando Arnheim prende in considerazione, assieme al sistema astronauta-Terra, il Sole, come terzo punto di riferimento: per*

il principio della semplicità, tale situazione creerà nella mente degli astronauti una struttura triangolare, essendo il triangolo la struttura più semplice compatibile con i tre punti. Si passerebbe, così, da un mondo unidimensionale, lineare, ad uno che esiste su una superficie, bidimensionale. Ed in questo sistema la terza dimensione non esiste, né interessa in che maniera quel piano triangolare sia orientato nello spazio. Arnheim infatti avverte il lettore: «Dal momento che abbiamo a che fare con l'esperienza psicologica dello spazio, molto dipende dal modo in cui l'osservatore concepisce, e quindi struttura, la situazione. Se per esempio altri oggetti si inserissero nella gamma dei tre già presenti e agissero in accordo con essi, ciò influirebbe sulla risultante costellazione. In questo caso, tutto dipenderebbe dalla forza relativa delle parti contendenti»[3]. Perciò la piattezza della situazione triangolare risulterebbe compromessa solo se il quarto oggetto fosse forte, determinando una disposizione tridimensionale, e il piano triangolare potrebbe essere sostituito da un poliedro, nel nostro caso con quattro spigoli e quattro facce.

Se, quindi, la conquista percettiva dello spazio avviene gradualmente, passando da una fase unidimensionale a quelle più complesse, bi- e tridimensionali, ci si rende conto che, prendendo in considerazione l'architettura – o qualsiasi altro lavoro umano che abbia a che fare con lo spazio –, il più semplice atto architettonico comporta un'operazione tridimensionale, dal momento che detto atto esiste grazie a un mattone (o qualsiasi altro materiale da costruzione) che è un oggetto a tre dimensioni, a sua volta costituito da linee e facce/superfici; tuttavia, anche dopo aver raggiunto la fase di percezione tridimensionale, ciò che un osservatore coglie, come configurative di quello spazio, saranno, nuovamente, linee e superfici, che conformano quell'architettura o l'ambiente circostante, con il loro sempre più vertiginoso intrico dinamico[4].

1 Arnheim 1977.
2 *Ivi*, p. 21.
3 *Ivi*, p. 23.
4 Cfr. Giordano 1999, p. 21.

Introduzione

di Laura De Carlo, Leonardo Paris

Considerando la geometria al centro sia del processo creativo della progettazione che della concretizzazione della forma nella costruzione vera e propria, lo studio della geometria solida delinea un settore di ricerca attualmente emergente al confine tra geometria applicata e architettura, specie in un momento in cui l'analisi e la produzione si manifestano attraverso forme sempre più complesse. La geometria costruttiva contemporanea trova nella *architectural geometry* un grande potenziale che dimostra come le conoscenze geometriche possano essere alla base di un uso creativo del digitale.
La geometria descrittiva, nei suoi più recenti sviluppi, consente il controllo delle forme tridimensionali in uno spazio virtuale all'interno del quale le operazioni di costruzione e rappresentazione, anche dinamica, della forma si avvicinano al processo progettuale in architettura come nel design.
Gli attuali strumenti informatici, assai più potenti di quelli tradizionali, costituiscono da una parte il mezzo per semplificare e realizzare procedure semplici di problemi classici che, per la loro complessità, era prima impensabile affrontare in forma sintetica; dall'altra innesca un processo generativo della forma che va bel oltre il repertorio classico. Ciò grazie anche ai potenti strumenti parametrici per la generazione ed il controllo di forme complesse, sistemi dinamici modificabili in tempo reale che permettono di creare legami concettuali ed effettivi tra i diversi livelli di approfondimento progettuale.

Gli studi che formano questa pubblicazione vogliono indagare, da ottiche diverse, il ruolo delle linee, in particolare le linee curve, intese come matrici formali di ogni processo creativo volto alla costruzione della forma in diversi campi di applicazione.
D'altronde le linee sono le figure geometriche che più frequentemente si incontrano nella teoria e nella pratica e lo studio delle teorie ad esse associate risultano indispensabili dal momento che la soluzione di un problema relativo alla costruzione della forma si riduce sempre al tracciamento di una o più linee e alla ricerca degli elementi ad esse comuni.
Lo studio delle proprietà e della delineazione di queste figure geometriche risulta fondamentale in tutto lo sviluppo storico della geometria a partire dall'antichità, basti pensare alla teoria delle coniche di Apollonio di Perga. Nonostante il notevole livello di conoscenza sulla geometria raggiunto nel mondo antico, soprattutto nel periodo ellenistico, anche in questo campo del sapere seguirà un lungo periodo di letargo cosicché è solo nel Seicento che si può parlare di una vera e propria teoria delle linee e delle superfici curve. Partendo dalla rivisitazione dell'eredità greca la scuola francese ed europea sviluppa le nuove teorie della geometria analitica e dell'analisi moderna in un arco temporale limitato che a ragione è stato chiamato il «Rinascimento matematico». Il contributo dell'analisi alla teoria delle curve porterà a descriverle secondo i principi cartesiani e sarà solo nella prima metà del Settecento che tali principi saranno estesi allo spazio per rappresentare quelle curve che nel sistema cartesiano a tre dimensioni saranno riferite a due piani di proiezione di un diedro solido e saranno perciò dette curve a doppia curvatura.
La corrispondenza tra le operazioni della geometria descrittiva e quelle dell'analisi informa lo studio di questi enti geometrici in ambito matematico, in un'altalenante ricerca tra geometria sintetica e geometria analitica che porterà Gino Loria a scrivere agli inizi del Novecento: «Pretendere che tutte le costruzioni di geometria descrittiva si riducano al tracciamento di rette e circonferenze e alla ricerca dei punti o delle tangenti a esso comuni, sarebbe certamente troppo; ma lo scopo a cui si deve tendere è questo che, senza introdurre ipotesi troppo restrittive alla esposizione dei dati, nelle costruzioni non entrino, all'infuori delle linee date (immaginate già completamente tracciate ovvero costruibili per punti e per tangenti) altre linee all'infuori di quelle il cui uso fu concesso ai geometri da Euclide il grande legislatore della scienza dell'estensione. Ora da quanto esponiamo emerge che tale intento si può spesso conseguire apportando lievi ritocchi alle costruzioni classiche».
Un primo ambito di interesse riguarda quindi i metodi di analisi delle curve, pia-

ne e gobbe, articolato in funzione delle loro proprietà analitiche, differenziali e geometriche e alla traduzione in forma sintetica di tali proprietà, nonché alla esposizione di alcune famiglie di curve. Un secondo ambito di approfondimento storico è stato quello dell'applicazione delle linee in alcuni specifici ambiti di costruzione di forme per l'architettura e per l'ingegneria. Si sono infine indagati gli aspetti più innovativi di costruzione della forma nel campo dell'architettura e anche in particolar modo nel campo del design in relazione alle specificità e alle potenzialità offerte dai più moderni sistemi tecnico-costruttivi.
Si è voluto inoltre indagare sulle possibili ripercussioni della conoscenza degli aspetti geometrci di questi elementi in ambito pratico nei campi dell'architettura e del design, accomunati da una stessa formazione culturale ma che si distinguono soprattutto nel ruolo che può assumere una specifica configurazione formale nella sua traduzione in un elemento architettonico e in un oggetto di design dove minori sono i vincoli tecnologici e funzionali.
La modellazione informatica, intesa come un vero e proprio laboratorio virtuale, permette di sperimentare e verificare le possibili e pressoché infinite configurazioni formali in grado di costituire la matrice progettuale della forma architettonica e dell'oggetto di design.
La costruzione di modelli digitali di rappresentazione permette di rivisitare le teorie classiche nella loro evoluzione storica esplicitando, attraverso idonee visualizzazioni, moltissime proprietà geometriche spesso relegate nell'alveo dell'analisi matematica e delle sue espressioni astratte.

Il volume è strutturato in due parti: la prima raccoglie quattro saggi teorici che affrontano il tema delle curve nella loro prospettiva storica. La seconda propone, in alcune esemplificazioni, l'uso delle linee curve in diversi ambiti di applicazione.
Nella prima parte si è voluto delineare un quadro teorico sulle origini delle teorie matematiche alla base della conoscenza delle proprietà di questi enti geometrici e sulla loro ricaduta nella progettazione della forma, sia in chiave storica che analizzando i più recenti strumenti digitali oggi a disposizione.
Si è voluto considerare un lungo arco temporale che va dal mondo classico alla rivoluzione cartesiana che irrompe nella matematica all'inizio del Seicento, ancora largamente dominata dal paradigma della matematica classica, fino all'invenzione del calcolo differenziale alla fine del secolo per poi esplorare le nuove vie della geometria sintetica tra Settecento e Ottocento e per verificare infine come questo lungo processo abbia avuto una ricaduta sui più recenti metodi di modellazione digitale.

Le linee curve per l'architettura e il design

La seconda parte del volume raccoglie alcuni saggi dai quali emerge l'ampio spettro di possibili applicazioni sull'uso della linea curva nel processo progettuale: dall'architettura, al design, dalla nautica, al mondo della moda, dalle teorie geometriche degli ingranaggi, alle *freeform* dell'architettura contemporanea. Saggi che testimoniano l'importanza della conoscenza delle proprietà delle curve per la genesi e il controllo della forma.

Le linee curve nell'evoluzione del pensiero geometrico nel periodo classico

di Leonardo Paris

Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea,
che dicesi circonferenza;
alla quale quante linee rette pervengono tirate da un punto,
che è dentro la figura, sono fra loro uguali.
Euclide

La definizione di circonferenza ripresa da una delle numerose edizioni degli elementi di Euclide[1] è significativa per due aspetti. La circonferenza è strettamente connessa al cerchio secondo una logica di algebra geometrica tipica del periodo ellenistico, distinta dall'algebra aritmetica delle civiltà precedenti[2]. La circonferenza è intesa come "luogo di punti" equidistanti da un punto. Anche questo concetto, che sarà esteso sempre nel periodo ellenistico alle coniche, rappresenta un importante indizio sulla evoluzione del pensiero geometrico antico.
Una evoluzione che purtroppo solo in piccola parte è documentata da fonti dirette ed in larga parte testimoniata dai numerosi studi successivi, spesso derivati direttamente dai testi classici andati persi.

1 *Geometria Piana ossia I primi sei libri degli elementi di Euclide*, tradotti in italiano dall'Abate Fazzini, Napoli 1828.
2 Non a caso nelle civiltà pre-ellinistiche gli studi sulle linee curve sono pressoché inesistenti.

Anche se Euclide è considerato unanimemente il padre della geometria occorre evidenziare che, con particolare riferimento al tema della linea curva, altri studiosi prima di lui si sono cimentati in alcune interessanti applicazioni e che, anzi, Euclide è tra quelli che l’ha meno approfondito.
Gli indizi riconducibili direttamente alle civiltà più antiche, come quella egiziana e mesopotamica, sono decisamente scarsi e non lasciano intravedere il raggiungimento di un pensiero geometrico maturo. Volendo quindi dare un inizio a questo breve racconto, si potrebbe senz’altro partire da quella che Carl B. Boyer[3] chiama «l’età eroica della Matematica», dal V secolo a.C. in poi in un’area geografica molto vasta intorno al Mediterraneo. A questo periodo risale la suddivisione dei saperi matematici nel famoso quadrivio (l’aritmetica, la geometria, la musica e l’astronomia), ai quali si aggiungeranno le arti del trivio (la grammatica, la retorica e la dialettica). Questo aspetto è significativo perché testimonia come la maturazione del pensiero matematico sia strettamente connessa all’interdisciplinarietà dei saperi da cui scaturisce l’esigenza di astrazione teorica di fenomeni tangibili.
Scrive Lucio Russo sul ruolo del pensiero scientifico greco in relazione allo sviluppo ed alla affermazione della cosiddetta scienza moderna: «Una migliore comprensione della scienza classica e dei suoi rapporti con la scienza moderna può far luce, in particolare, sulla struttura interna della scienza, i suoi rapporti con la tecnologia e gli altri aspetti della civiltà, l’origine e il possibile superamento dell’attuale frattura tra cultura umanistica e cultura scientifica»[4].
Testimonianze di studi risalenti al V secolo a.C. sulle proporzioni tra lunghezze di segmenti retti e/o circolari e tra aree fanno, per esempio, riferimento alla costruzione di alcune interessanti figure geometriche racchiuse da archi di circonferenza. Le lunule

3 Boyer 1976.
4 Russo 1996, p. 17.

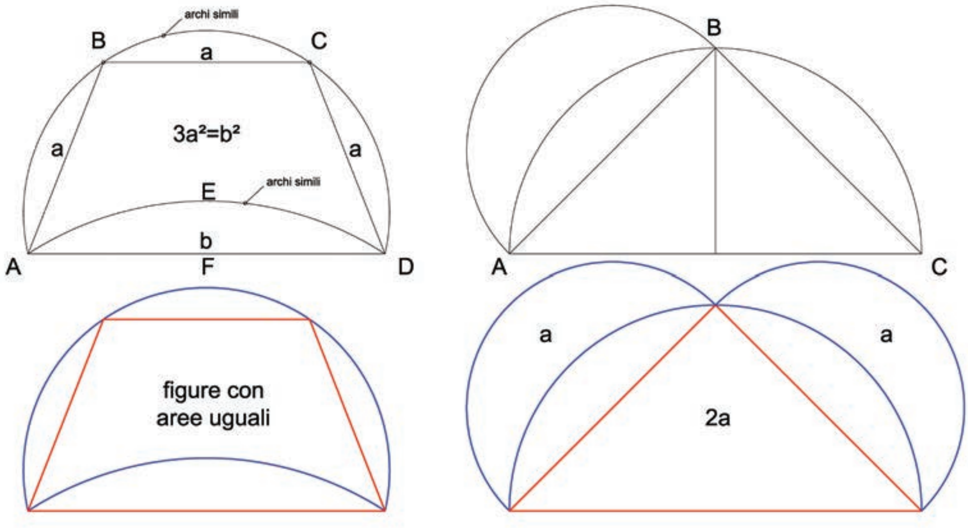


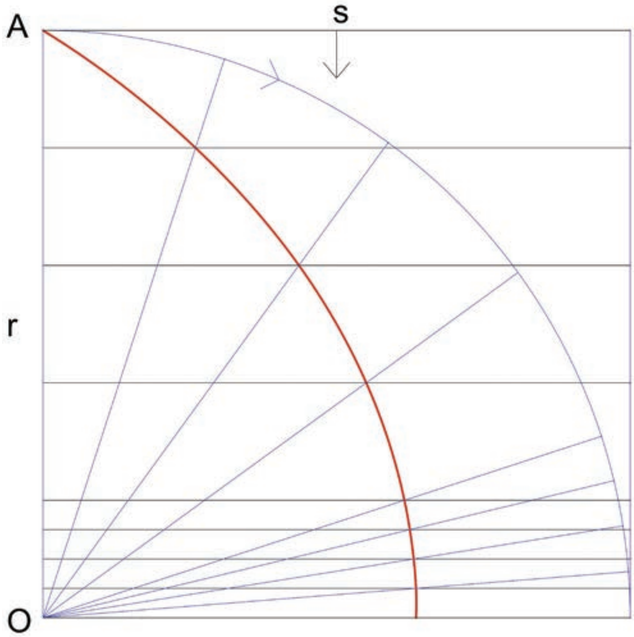
Fig. 1/ Alcune delle lunule descritte da Ippocrate.

di Ippocrate di Chio (430 a.C.) per esempio, riprese subito dopo da Eudemo (attivo verso la fine del 320 a.C.) (fig. 1), sono state pensate con l'obiettivo di risolvere due dei tre grandi problemi dell'antichità, oltre a quello della duplicazione del cubo, cioè la quadratura del cerchio e la trisezione dell'angolo. Da questi primi studi deriva quella che potremmo definire la prima curva derivata dalla circonferenza, la trisettrice di Ippia[5]. La curva è generata dal movimento simultaneo di due lati perpendicolari di un quadrato. Il primo lato trasla verso il lato opposto, il secondo invece ruota (fig. 2). Questa curva ha consentito prima di tutto di risolvere il problema della trisezione di un angolo e successivamente è stata utilizzata anche per cercare di risolvere la quadratura del cerchio, probabilmente ad opera di studiosi successivi come Dinostrato. Per questo motivo la curva è anche nota come quadratrice.

L'evoluzione del pensiero geometrico al tempo di Platone e Aristotele (IV secolo a.C.) è riconducibile a due specifiche linee di ricerca. La prima, derivata dalla scoperta delle grandezze incommensurabi-

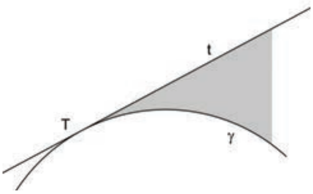
5 Ippia di Elide era un noto sofista attivo ad Atene nella seconda metà del V secolo a.C., di cui si hanno informazioni dirette dallo stesso Platone.

Fig. 2/ Trisettrice di Ippia.



li, si basa sul confronto tra configurazioni curvilinee e rettilinee. Esponente di spicco di questa scuola di pensiero è Eudosso di Cnido (morto verso il 355 a.C) al quale si deve l'intuizione del cosiddetto "assioma di continuità" da cui deriverà il metodo di esaustione, cioè il precursore greco del calcolo integrale.
Questa intuizione geometrica intende tra l'altro risolvere le implicazioni geometriche connesse all'analisi del cosiddetto angolo di contingenza, cioè di quella parte di piano compresa tra una circonferenza e la tangente in un punto (fig. 3). Poiché la definizione di angolo si riferisce a due rette, l'angolo di contingenza non lo si può considerare come un vero e proprio angolo, ma la parte di piano delimitata da una semiretta e da un arco di circonferenza. Nella sua estensione rispetto ad un punto della circonferenza che si avvicina al punto di tangenza l'ampiezza di un angolo di contingenza va considerata nulla. Sempre ad Eudosso si deve l'altra linea di sviluppo della geometria curvilinea, quella collegata all'astro-

Fig. 3/ Angolo di contingenza.



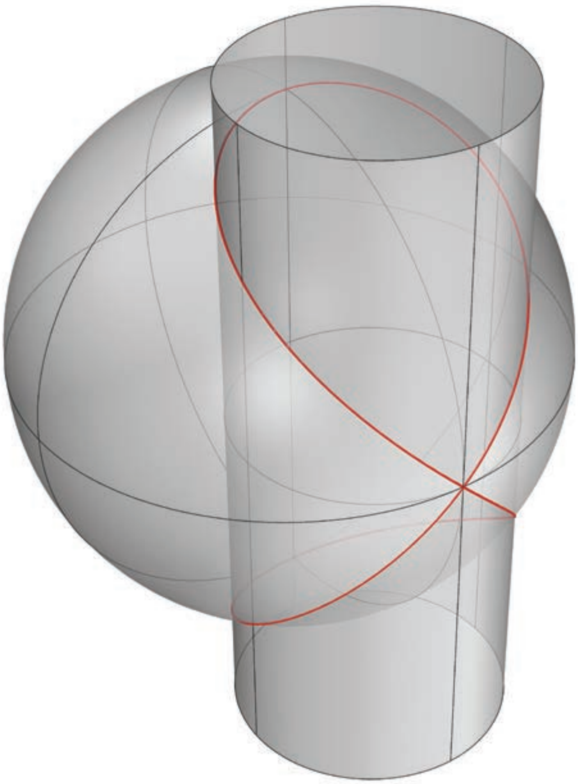


Fig. 4/ Lemniscata sferica. Linea definita dall'intersezione di una sfera con un cilindro tangente interno alla sfera stessa.

nomia. In questi studi viene descritta, per esempio, una particolare linea curva, la ippopeda o ferro di cavallo che solo in seguito verrà denominata lemniscata sferica, ottenuta per intersezione di una sfera con un cilindro tangente e interno alla sfera stessa (fig. 4). Lo schema astronomico di Eudosso deriva dalla combinazione di movimenti circolari del moto dei pianeti. L'importanza di questo studio prelude ad uno degli aspetti fondamentali sulla genesi delle linee curve nel momento in cui queste vengono individuate come intersezione di superfici geometriche. Già nel periodo pre-euclideo quindi si possono individuare due ben distinte modalità di analisi sulle linee curve, quello dato dalla combinazione di movimenti uniformi di un punto e quello derivato da intersezioni di superfici. L'altro aspetto rilevante è

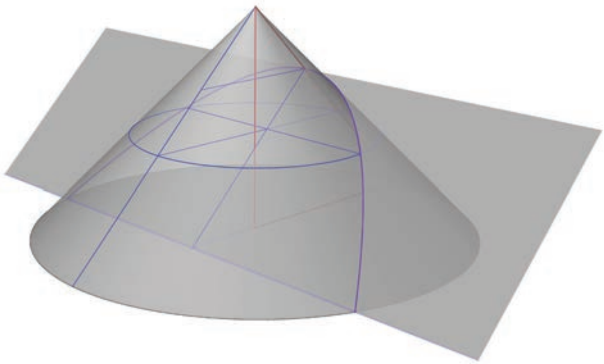


Fig. 5/ Cono di Menecmo con l'angolo al vertice di 90°.

l'evoluzione del pensiero algebrico di una matematica di stampo prevalentemente aritmetico, ereditato dalle culture precedenti, nell'algebra geometrica attraverso cui alcuni concetti potevano essere compresi più facilmente. Un esempio significativo sotto questo punto di vista è il noto dibattito, al tempo stesso scientifico e filosofico, sulle grandezze incommensurabili e sul concetto di infinito. Gli studi sulle coniche ne rappresentano sicuramente l'apice.

Il matematico greco al quale è indissolubilmente legato il concetto di conica è Apollonio di Perga (262-190 a.C.) al quale si deve un trattato interamente dedicato a questo tema. In realtà le tre curve piane, note come ellisse, parabola e iperbole, erano già note ai tempi di Apollonio per merito di un allievo di Eudosso (a sua volta allievo diretto di Platone), Menecmo.

Certamente le coniche di Menecmo se confrontate con lo studio di Apollonio rappresentano solo un primo parziale approccio. Questo testimonia la significativa evoluzione del pensiero geometrico avvenuta nel giro di un secolo. In Menecmo il cono è inteso come rotazione di un triangolo retto intorno alla sua altezza. Questo comporta che la superficie, e quindi conseguentemente anche la curva ottenuta per intersezione piana, non è infinita. Menecmo parla di un particolare tipo di cono, circolare retto (non obliquo) con una sola falda, motivo per cui

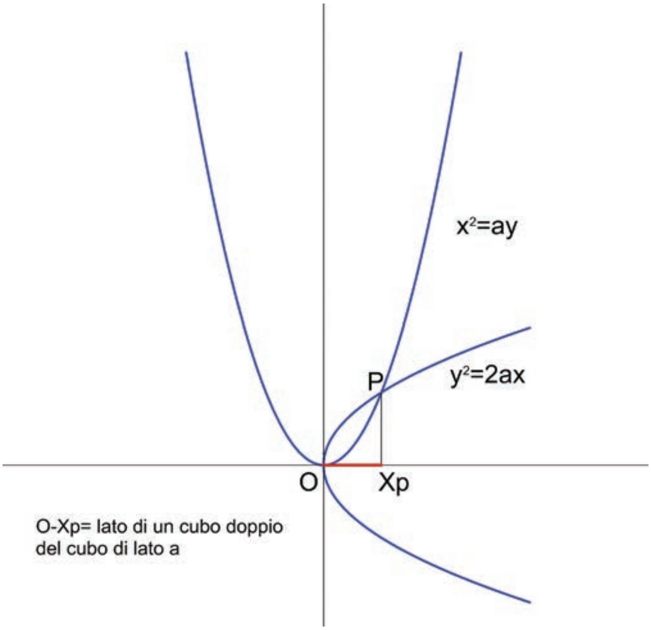


Fig. 6/ Combinazione di due parabole applicata alla duplicazione del cubo in Menecmo.

anche l'iperbole viene descritta come curva con un unico ramo. I suoi studi inoltre si riferiscono a condizioni geometriche particolari in cui, per esempio, il piano sezione è ortogonale ad uno dei lati del triangolo che genera il cono stesso (fig. 5).
Anche se non si hanno notizie certe è possibile ipotizzare, da commenti successivi, che Menecmo si sia imbattuto nelle coniche alla ricerca della soluzione di uno dei famosi problemi dell'antichità, quello della duplicazione del cubo. La combinazione infatti di due parabole ottenute per sezione attraverso il *latus rectum* consente di determinare il valore del lato del cubo di volume doppio rispetto ad un altro (fig. 6).
Che la parabola potesse essere considerata come la conica principale e le altre due come casi particolari lo si potrebbe dedurre anche analizzandone l'etimologia. Il termine parabola in greco aveva, tra gli altri, anche il significato di confrontare, porre accanto. Questa curva pertanto poteva presumibilmente essere utilizzata come applicazione nella risoluzione di un problema specifico. Rispetto al caso corretto

(quello della parabola), il caso per difetto atteneva all'ellisse (il cui termine ancora oggi viene utilizzato per descrivere una diminuzione, una mancanza), il caso per eccesso all'iperbole (nel suo significato di esagerazione).

Abbiamo introdotto il tema delle coniche parlando di Apollonio, esponente di spicco insieme ad Euclide ed Archimede (287 a.C.) dell'età aurea della matematica greca. I contributi di Apollonio sono successivi a quelli di Euclide ed Archimede. Abbandonando per un momento l'ordine cronologico della narrazione continuiamo il discorso sulle coniche iniziato con Menecmo.

Ad Apollonio è riconosciuta una enorme produzione scientifica anche se sono soltanto due i trattati tramandati in forma quasi completa, *Sezione di un rapporto* e *Le coniche*.

Quest'ultimo è senza dubbio il suo capolavoro composto da otto libri, di cui i primi quattro originari. Degli altri ne sono noti tre grazie a trascrizioni successive. Quello che colpisce è la completa generalizzazione del problema di sezione di un cono, retto od obliquo[6], infinitamente esteso[7].

Più volte nel suo trattato Apollonio rimarca la differenza dei suoi studi rispetto a quello dei suoi predecessori e contemporanei, anche rispetto all'opera di Euclide. Molte delle proprietà enunciate da Apollonio sono ancora oggi pienamente valide e su alcuni concetti è tale l'astrazione teorica che soltanto secoli dopo ne verrà compresa l'utilità nei campi, per esempio, della cinematica, della cartografia e soprattutto dell'astronomia. Interessante è l'individuazione di particolari rette denominate diametri coniugati e delle loro proprietà in relazione all'individuazione delle tangenti in un punto delle coniche. Se nell'accezione moderna i diametri coniugati sono in qualche modo connessi al concetto di retta perpendicolare ad una conica è interessante rileva-

6 Apollonio fu il primo matematico a mostrare che le proprietà delle curve non cambiano se intersecate in coni obliqui o in coni retti.
7 Apollonio definisce un cono circolare come rotazione di una retta prolungantesi all'infinito, passante sempre per un punto fisso, lungo la circonferenza di un cerchio (che non contenga il punto fisso), in modo che passi successivamente attraverso ogni punto di quella circonferenza, generando così un cono doppio.

re come Apollonio le sfrutti invece per determinare i segmenti massimi e minimi che si possono tracciare rispetto ad una conica.
Vi sono evidentemente alcune mancanze come per esempio la parte relativa alle proprietà focali delle coniche mentre risulta essere particolarmente interessante l'associazione dei punti delle coniche a rette di riferimento (per esempio come detto i diametri coniugati obliqui) secondo una logica di relazione analitica che sembra anticipare di 1800 anni la geometria analitica di Descartes.
Nonostante l'alto livello scientifico della *Coniche* di Apollonio, apice delle conoscenze geometriche del II secolo a.C., occorre sottolineare come a quel tempo non c'era ancora piena consapevolezza di una teoria geometrica delle linee curve. Boyer sostiene che «gli antichi trascurarono quasi completamente il ruolo che curve di vario genere svolgono nel mondo che ci circonda. Sebbene fossero fra i popoli più dotati di senso artistico di tutti i tempi, le uniche curve che essi trovarono in cielo e sulla terra erano combinazione di cerchi e di rette. Essi non sfruttarono neppure efficacemente i due mezzi di definizione delle curve che avevano riconosciuto. L'approccio cinematico e l'uso di sezione piane di superfici sono suscettibili di vaste generalizzazioni; ciononostante agli antichi erano note appena una dozzina di curve. Persino la cicloide, generata da un punto di un cerchio che rotola lungo una retta, sembra essere sfuggita alla loro attenzione»[8].
Abbiamo iniziato questo capitolo parlando di Euclide perché è unanimemente riconosciuto come il padre della geometria. Il suo trattato, gli *Elementi,* composto verso il 300 a.C. rappresenta indubbiamente uno spartiacque anche se, come abbiamo visto, ai suoi tempi il pensiero geometrico su alcuni specifici temi era già pienamente maturo. La fortuna degli Elementi è dovuta sicuramente alla novità

8 Boyer 1976, p. 224.

nell'impostazione di un trattato scientifico secondo definizioni e postulati ma anche alla diffusione delle sue numerose riedizioni, alcune delle quali anche con significative rielaborazioni, che gli hanno consentito di accrescere progressivamente la sua fama fino ai giorni nostri. Negli *Elementi* non si parla però di linee curve se non, come detto all'inizio, della circonferenza. Euclide ha studiato le coniche scrivendone un trattato di cui però non si ha più traccia e che, a detta dello stesso Apollonio, conteneva molte limitazioni. Di fatto se anche Euclide avesse avuto coscienza di una teoria delle linee curve conosciute a quel tempo l'opera quasi coeva di Apollonio da una parte e di Archimede dall'altra ne hanno definitivamente fatto perdere le tracce.

Se parlando di coniche lo studioso di riferimento è indubbiamente Apollonio, parlando di spirali il principale riferimento è, altrettanto indubbiamente, Archimede.

«Ebbe Archimede tanto alti pensieri, sì profondo intelletto, e sì ricco tesoro di contemplazioni geometriche, che non volle lasciare scrittura alcuna di questa arte, da cui acquistò gloria e nome non d'umana conoscenza, ma più tosto di divina sapienza: anzi avendo tenuta per vile e per meccanica ogni cognizione che porta utile per metterla in uso, impiegò l'ingegno e lo studio in quelle sole, nelle quali la beltà e l'eccellenza non fusse mista con la necessità»[9].

In questo bellissimo elogio Plutarco descrive il personaggio Archimede passato alla storia non solo per i suoi temibili marchingegni militari ma anche per l'amore e la profonda conoscenza della geometria.

«Onde non è da discredere a quanto fu detto di lui, che sempre rapito da certa particolare e seco abitante sirena, obliava il bere e 'l mangiare, e abbandonava ogni coltura del suo corpo, e spesso trainato a forza da' suoi servidori al bagno per lavarsi ed ungersi, disegnava nella cenere del focolare le figure di geometria, e col dito tirava le linee sopra 'l corpo

9 Da *Le vite parallele* di Plutarco volgarizzate da Marcello Adriani, tratte da un codice autografo inedito della Corsiniana, vol. 2. Firenze: Le Monnier, 1859. Il testo è inserito nella parte dedicata alla vita di Marcello §XVII.

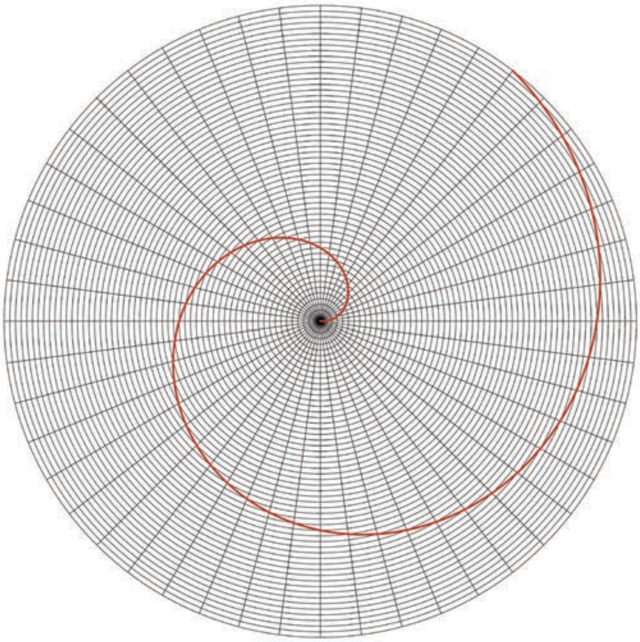


Fig. 7/ Spirale di Archimede.

suo mentre l'ungevano, tanto era trasportato fuor di sé da gran diletto che sentiva, e rapito veramente dall'amor delle Muse»[10].

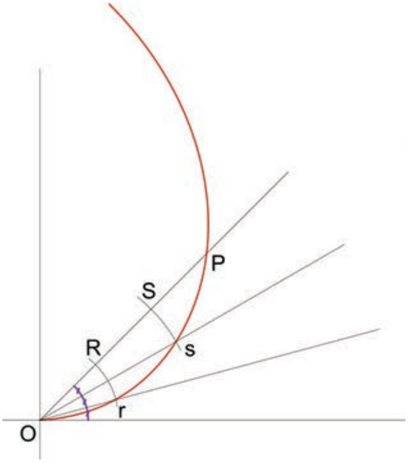
Nel 1906 uno studioso danese, J.L. Heiberg, trovò a Costantinopoli una vecchia pergamena che celava niente meno alcuni testi originali di epoca ellenistica. Vennero così scoperti alcuni scritti di Archimede tra i quali l'unica copia esistente de *Il metodo* e un altro trattato, *Sulle spirali*.

La spirale di Archimede com'è noto è una curva piana che descrive la traiettoria di un punto che si sposta uniformemente lungo una semiretta mentre questa ruota uniformemente attorno al suo estremo (fig. 7).

Lo studio di questa curva è molto probabilmente collegato allo studio dei tre famosi problemi classici della geometria, tra i quali la trisezione dell'angolo e la quadratura del cerchio[11].

La trisezione dell'angolo è ben evidente nella costruzione grafica della spirale in cui il vertice dell'angolo

10 Cfr. nota 9.
11 Si tratta ovviamente di una costruzione non esatta in quanto la quadratura del cerchio dipende dalla caratteristica trascendentale di π quindi non costruibile con riga e squadra.



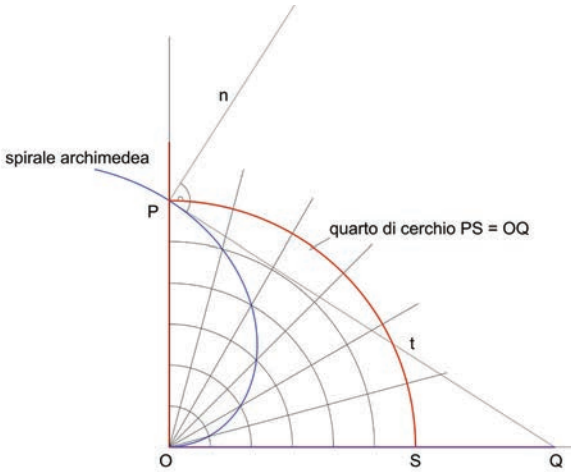


Fig. 8/ Trisezione dell'angolo tramite l'uso della spirale.

Fig. 9/ Costruzione grafica di base per la quadratura del cerchio di Archimede.

coincide con il punto iniziale *O*; una delle due rette che definiscono l'angolo coincide con la posizione iniziale della semiretta che ruota intorno ad *O* (fig. 8). Scelta a piacere una retta che forma un angolo in *O* con la retta iniziale questa seziona la spirale in un segmento che suddiviso in *n* parti consente di determinare, tramite circonferenze di centro *O*, altrettanti punti di suddivisione della spirale che consentono a loro volta di suddividere l'angolo in *n* parti uguali.
Un altro concetto geometrico desumibile dagli studi di Archimede sulla spirale riguarda la determinazione della retta tangente alla curva, primo caso applicato ad una curva diversa dalla circonferenza.
L'aspetto forse più interessante di questo tema è che, seguendone il ragionamento, Archimede relazioni la retta tangente alla risultante dei due moti componenti la curva, determinata mediante il parallelogramma della velocità. Una anticipazione del calcolo differenziale applicato alla cinematica.
Sempre Archimede utilizza le proprietà geometriche della sua curva per cercare di risolvere la quadratura del cerchio. Nella costruzione grafica di fig. 9 si può facilmente verificare come sia possibile determinare la lunghezza di un arco *PS* uguale al segmento rettilineo *OQ*, in cui *PQ* è una tangente alla spirale in *P*

e *OQ* (definita sottotangente polare) è ortogonale a *OP* in *O*. La stessa costruzione grafica applicata partendo dal punto P ortogonale alla semiretta di partenza della spirale consente di determinare la lunghezza di un quarto della circonferenza di raggio *OP* e di conseguenza determinare la quadratura del cerchio.
Archimede ed Apollonio rappresentano il culmine degli studi geometrici in epoca ellenistica. Il periodo successivo sarà caratterizzato da una maggiore attenzione verso altre branche della matematica come per esempio la trigonometria ma in generale la tendenza sarà verso un lento declino del pensiero scientifico. È veramente difficile comprendere oggi le ragioni e le cause di quella che Lucio Russo ha definito una vera e propria rivoluzione dimenticata.
Come è noto dobbiamo ai Bizantini ed agli Arabi la conservazione e la successiva diffusione di quei testi che ci consentono oggi di apprezzare il livello speculativo raggiunto dai Greci.
Molte delle nozioni che sono alla base della moderna teoria delle linee fanno riferimento ad un periodo, il XVII secolo, che proprio per il suo radicamento scientifico nella cultura della tradizione greca è stato da alcuni definito «Rinascimento matematico». Di questo importante periodo storico si parlerà nel prossimo capitolo.
A conclusione di questo breve excursus sulle origini del pensiero geometrico con particolare riferimento allo studio delle linee curve è doveroso citare forse l'ultimo grande matematico greco autore di una mirabile *Collezione matematica*, Pappo di Alessandria vissuto tra la fine del III secolo ed i primi anni del IV. Nel libro III della *Collezione* Pappo distingue i problemi geometrici in piani, solidi e lineari. I primi si risolvono tramite cerchi e rette, i secondi con l'uso di coniche, gli ultimi necessitano di altri tipi di curve.
Nel richiamare tutte le nozioni già note ai tempi dell'età dell'oro Pappo raggiunge notevoli livelli di

generalizzazione di problemi geometrici nel Libro VII in cui descrive linee come luogo geometrico di punti in relazione ad una serie di linee rette, tre o quattro citando Apollonio, ma anche di più, fino a sei. «Nel caso di sei rette giacenti in un piano egli riconosceva che una curva è determinata dalla condizione che il prodotto delle distanze da tre delle rette abbia un rapporto fisso con il prodotto delle distanze dalle altre tre»[12].
Dopo Pappo non sono noti altri contributi significativi sulla geometria. Bisognerà attendere ben otto secoli prima che un lento processo di riscoperta scientifica, avviato nel XII secolo grazie al dilagare delle traduzioni dall'arabo, consentisse il risveglio delle civiltà sfociato poco dopo nel Rinascimento.

Le linee curve in architettura
Nella storia della scienza c'è sempre stato un rapporto stretto tra teoria ed applicazioni pratiche. Anche nel nostro ambito di studio, quello della geometria e più in dettaglio quello sulle linee curve, sono numerosi i campi di applicazione: il rilevamento e la topografia, la geografia e la cartografia, la meccanica, l'idrostatica, la pneumatica e l'astronomia.
L'architettura è spesso trascurata anche se, a ben vedere, si possono riconoscere alcune interessanti applicazioni soprattutto in epoca romana.
Solo a titolo esemplificativo, senza la pretesa di voler fare una trattazione esaustiva in merito ma solo come spunto iniziale per possibili approfondimenti, si possono citare alcuni casi interessanti: il rapporto tra ovale ed ellisse, la spirale nella voluta ionica, la curvatura dell'entasis delle colonne, la conformazione di archi e relativi sistemi voltati, la spirale cilindrica.
I primi due casi hanno un aspetto interessante che li accomuna e cioè la relazione tra due tipologie di curve concettualmente ben distinte ma che, in alcuni casi, possono assumere configurazioni apparentemente simili. Da una parte abbiamo delle curve

12 Boyer 1976, p. 267. Sarà Renè Descartes (1596-1650) nella sua *Gèometriè* a riprendere e sviluppare il cosiddetto Problema di Pappo: «Tutti i problemi della geometria si possono facilmente ridurre a tali termini, che in seguito per costruirli basta conoscere la lunghezza di alcune rette».

continue definite come luogo dei punti quali l'ellisse e la spirale, dall'altra una curva composta da settori di circonferenza, cioè una policentrica, la cui apparente continuità viene garantita dall'unicità della tangente nel passaggio da un arco a quello successivo.
Da un lato abbiamo delle curve che potremmo definire nobili perché oltre ad avere delle specifiche proprietà – molte delle quali già note ai greci ed altre scoperte successivamente con lo sviluppo delle altre geometrie (analitica e differenziale) – esistono in natura, seguono cioè delle leggi che prescindono dalla componente speculativa dell'uomo.
Nella realizzazione di alcuni artefatti l'architetto sente l'esigenza di copiare queste linee ma si rende anche conto che in alcuni casi, per motivi diversi, è più utile non "ricalcare" quelle linee nobili ma sovrascriverne altre, più "facili" da tracciare, più "semplici" da gestire nella pratica costruttiva.
Nel 1999 uscì un numero doppio della rivista *Disegnare Idee Immagini*[13] interamente dedicato al Colosseo. Al di là degli aspetti scientifici riguardanti gli studi e le ricerche derivate da una approfondita attività di rilievo strumentale, un tema ricorrente nei diversi contributi è stato quello della *querelle* sulla vera forma planimetrica del Colosseo.
Nonostante un approfondito rilievo geometrico è significativo il fatto che nello stesso numero della rivista trovino spazio le tue opposte tesi. Da un lato i sostenitori della forma ovale dall'altro quelli dell'ellisse (fig. 10).
Le dimensioni del Colosseo, il suo stato di conservazione e la mancanza di fonti documentali esplicite sul tema del tracciamento planimetrico di un anfiteatro hanno lasciato un'aurea di indeterminatezza. Mario Docci scrive «...le misurazioni fin qui effettuate ci consentono di sostenere che, allo stato attuale delle conoscenze, la forma del Colosseo che trova i maggiori riscontri è quella ovoidale»[14].

13 AA.VV. 1999. Si tratta di un numero doppio della rivista dell'allora Dipartimento di Rappresentazione e Rilievo, oggi Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'architettura della Sapienza Università di Roma.
14 Docci 1999, p. 30.

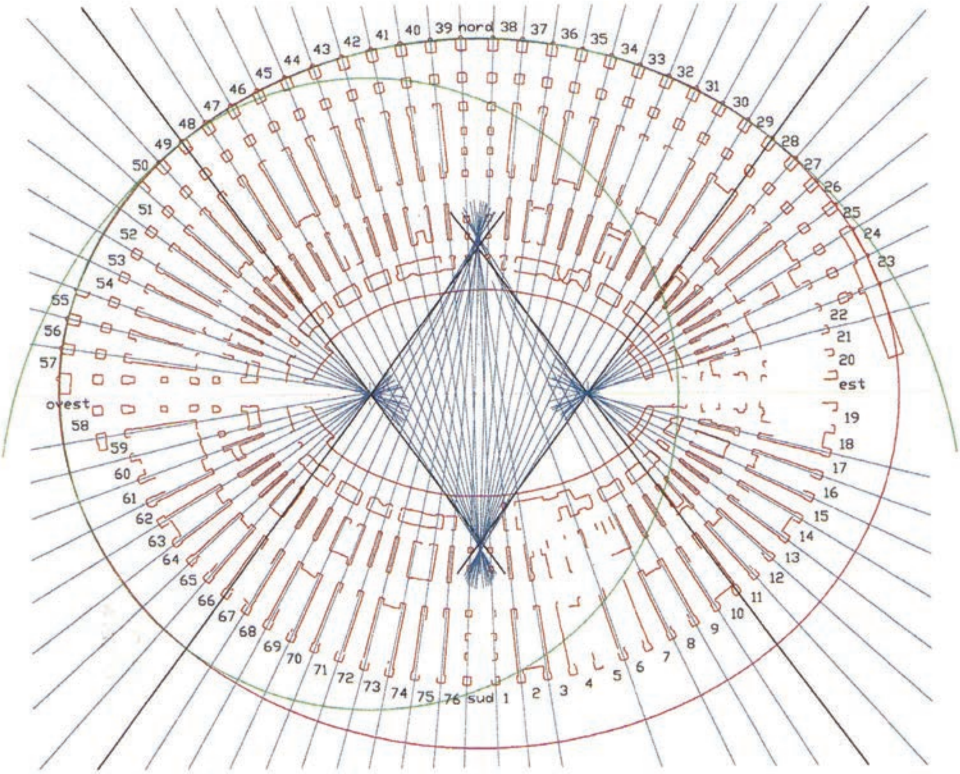


Fig. 10/ Studio geometrico sulla forma del Colosseo. Sovrapposizione di ellisse e policentrica. Da AA.VV. 1999, p. 81.

Di tutt'altra idea Roberto de Rubertis: «L'ellisse è l'elegante perfezione dello scorcio proiettivo del cerchio, non un suo surrogato; è la forma esatta a cui tende la circonferenza se omogeneamente deformata; è addirittura il caso generale di una conica chiusa, di cui il cerchio è solo un caso particolare. L'ellisse è dunque un concetto puro e universale che doveva essere presente in un monumento di così alto significato con tutta la pienezza della sua precisione geometrica. Altri anfiteatri hanno andamento meno rigoroso, per incuria, per ignoranza o superficialità dei loro maestri costruttori: il Colosseo doveva essere perfetto»[15].

Sebbene orientato per l'ovale, Riccardo Migliari lancia un'ipotesi suggestiva: «Si potrebbe allora avanzare un'ipotesi alternativa, che mi sembra non priva

15 De Rubertis 1999, p. 99.

del suo fascino. L'ellisse e l'ovale potrebbero essere entrambi incorporati nella pietra del Colosseo: l'ovale come matrice progettuale, l'ellisse come raffinata soluzione esecutiva. Se così fosse ci troveremmo di fronte a una testimonianza forte della mentalità romana: l'ovale guida il progetto consentendo una rapida definizione di tutti i parametri funzionali e il calcolo delle quantità; l'ellisse guida il solo profilo esterno, per compiacere un gusto raffinato e una sensibilità estetica che, come osserva Martines, noi abbiamo perduto. Ma questa è l'unica concessione che mi sento di fare all'ipotesi dell'ellisse»[16].

Anche nel caso di applicazioni pratiche basate sulla spirale esiste in epoca romana questa ambiguità di fondo tra linea curva e sua apparenza. Studiando il disegno degli ordini architettonici ebbi modo di approfondire la forma del capitello ionico[17]. Sebbene lo studio si riferisse a soluzioni della trattatistica rinascimentale (fig. 11) il riferimento a Vitruvio, e quindi all'ordine di epoca romana, era sempre presente.

La voluta ionica, com'è noto, si ispira alla spirale archimedea ma è, di fatto, una policentrica, cioè una linea curva composta da una serie di archi che si appoggiano progressivamente a diversi centri, due nell'Alberti, fino anche a dodici in Palladio (fig. 12). Nel caso della voluta ionica di epoca romana, o meglio di epoca vitruviana, la questione ha assunto le forme di un vero e proprio giallo. «La mancanza di precise indicazioni vitruviane sulla quantità e posizione dei centri per il tracciamento ha svincolato i trattatisti rinascimentali dal rapporto con il maestro impegnando ciascuno di loro nella definizione di una regola»[18].

Molti studiosi rinascimentali hanno ritenuto di individuare la regola vitruviana andandola a ricercare tra le rovine di Roma. La più studiata e ritenuta, erroneamente, coeva di Vitruvio è quella applicata nel secondo ordine architettonico del Teatro di Marcello. Nel terzo libro delle *Antiquità* Sebastiano Serlio pre-

16 Migliari 1999, p. 48.
17 Cfr. Paris 2008.
18 Paris 2008, p.89.

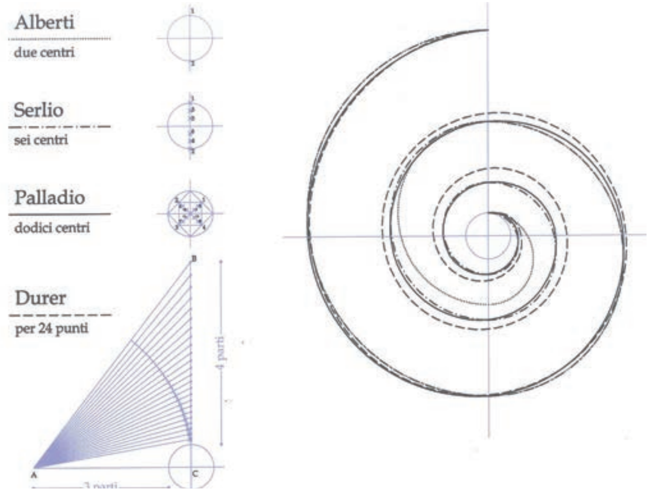


Fig. 11/ Disegno del capitello ionico. Tratto da Paris 2008, pag. 91 (modello di Leonardo Paris).

Fig. 12/ Voluta ionica e relazione con i suoi centri. Tratto da Paris 2008, pag. 88 (disegno di Leonardo Paris).

senta, come primo dei tre esempi di teatri romani, la pianta e l'alzato del Teatro di Marcello. Il commento di Serlio rivela quali riflessioni poteva suscitare l'esame del teatro antico e la ricostruzione della sua originaria forma architettonica. Misurare gli elementi compositivi superstiti ed analizzarne la disposizione doveva essere la dimostrazione della congruenza del monumento con i dettami compositivi di Vitruvio[19] che, nel suo trattato aniconico, descrive bene la procedura per individuare il centro della voluta in relazione al proporzionamento complessivo del capitello. Sulla costruzione della spirale è meno preciso. «Partendo dalla base inferiore dell'abaco, si descriva una spirale che vada restringendosi ad ogni quadrante di una misura uguale alla metà del diametro dell'occhio, fino a tornare nel quadrante di partenza sotto l'abaco». Non descrive la costruzione ed il posizionamento dei centri della policentrica rispetto al centro della voluta. Questa mancanza, come detto, ha dato adito ad un accesissimo dibattito tra cultori rinascimentali a partire dall'Alberti e che vede coinvolti Salviati, Barbaro, Durer, Palladio, Serlio, Philandrier, solo per citarne i principali.

Un recente studio[20] ripropone la spinosa questione

19 Losito 1993. Cfr. anche Denise Andrey e Mirko Galli, Metodi geometrici del '500 per tracciare la voluta ionica, *Nezus Network Journal*, 2, 2004, vol. 6, https://www.nexusjournal.com/volume-6/number-2-october-2004.html.
20 Cfr. Inglese 2017.

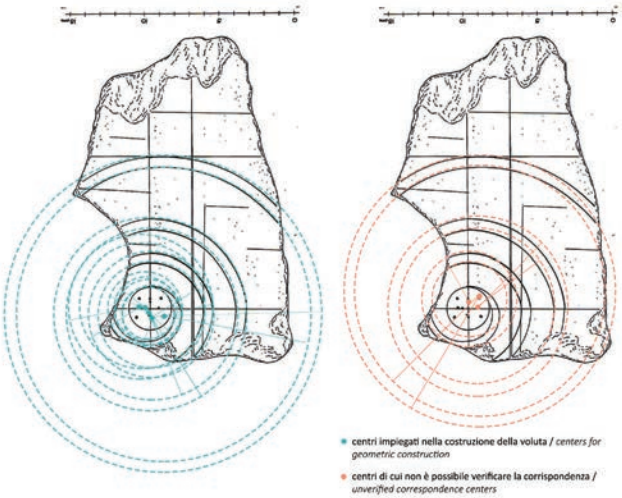


Fig. 13/ Lastra di marmo di Thysdrus, in Tunisia, risalente al II sec. d.C. Tratto da Inglese 2017, pag. 44 (elaborazione di Carlo Inglese).

già sollevata dagli studiosi rinascimentali alla ricerca di indizi (nel nostro caso fori che potessero essere assunti come i centri della spirale) da cui far risalire l'esatto grado di conoscenza dei romani sulla costruzione approssimata di questa linea.
Un esempio molto interessante è quello della lastra di marmo proveniente dalla città di fondazione romana Thysdrus, in Tunisia, risalente al II sec. d.C. (fig. 13). Sulla parte di lastra pervenuta fino a noi è incisa in scala al vero una voluta ionica. Un altro esempio, meno significativo per lo stato di conservazione, è quello di un resto di capitello ionico del Teatro Marittimo a Villa Adriana in cui, anche qui, sono visibili delle incisioni.
Purtroppo l'enigma che ha appassionato gli studiosi del rinascimento non trova qui una soluzione ben definita ma solo delle ipotesi. Così «..è lecito pensare che nella realizzazione dei capitelli ionici e delle relative volute si facesse ricorso a regole predefinite, a proporzionamenti dati, a costruzioni geometriche ricorrenti ma che, citando Serlio, alla teoria dovesse accompagnarsi l'esperienza dello scalpellino chiamato a risolvere problemi di natura geometrico-proporzionali su manufatti di dura pietra»[21].

21 Inglese 2017, p. 49.

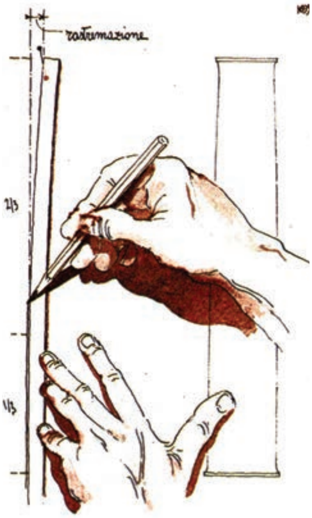


Fig. 14/ Disegno dell'éntasis. Tratto da *Disegnare Idee Immagini* 2, 1991, p. 56 (disegno di Riccardo Migliari)

Altrettanto sconosciuta è la natura geometrica dell'èntasis delle colonne negli ordini architettonici. La curvatura delle colonne è presente in moltissimi esempi di architettura antica ed il suo principale scopo era quello di compensare l'aberrazione percettiva. «La rastremazione delle colonne mediante l'aggiustamento del diametro in altezza si rende necessaria perché lo spettatore guarda dal basso verso l'alto. Infatti l'occhio ricerca il bello e se noi non intervenissimo a soddisfare le sue esigenze, alterando proporzionalmente le misure in modo da rimediare ad ogni difetto ottico, gli spettatori avrebbero una vista deformata e sgraziata. Alla fine del libro darò anche la formula del rigonfiamento delle colonne nella parte mediana, illustrandola con figure; insegnerò anche come si debba operare per conferirgli un aspetto armonioso e gradevole»[22].

Purtroppo anche in questo caso Vitruvio, demandando la costruzione grafica alle tavole del libro, non ci aiuta a capire a quale tipo di linea curva faccia riferimento.

Seguendo le indicazioni di Riccardo Migliari, che a sua volta si rifà ad una bellissima descrizione di Palladio, si può disegnare l'èntasis, sia in scala che al vero, appoggiandosi alla curvatura di un listello in legno al quale viene imposta all'estremità superiore una flessione, fermo restando il punto di attacco con la parte rettilinea della colonna, generalmente pari ad 1/3 dell'altezza complessiva (fig. 14).

In questo modo la colonna appare «alquanto gonfia nel mezzo, e si rastrema molto garbatamente»[23].

Oggi questo tipo di linea potrebbe essere calcolato secondo il metodo della linea elastica applicato ad una mensola con un'equazione matematica decisamente incomprensibile ai non addetti ai lavori. Rimane la consapevolezza, probabilmente condivisa già dai greci e dai romani, di come alcune curve ottenute, diremmo oggi, per via analogica, come per

22 Vitruvio 27 a.C., p. 64.
23 Palladio 1570, p. 15.

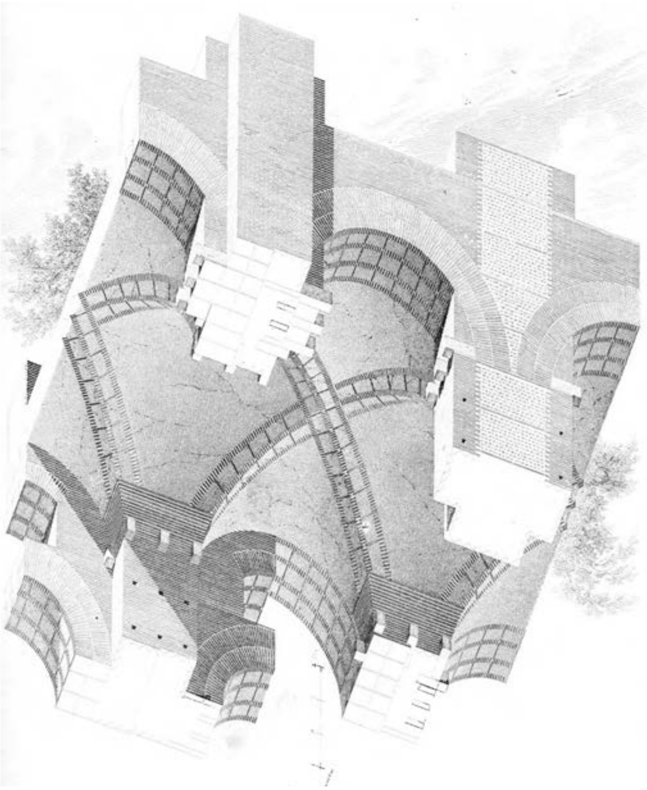


Fig. 15/ Volta a crociera con nervature sul Palatino. A. Choissy. Tratto da Adam 1988, p. 209.

esempio la catenaria, mantengono inalterato il loro fascino e la loro funzione estetica.
Un altro ambito costruttivo in cui la linea curva assume un ruolo rilevante è quello dei sistemi voltati. In una volta a crociera classica le due linee di intersezione delle due superfici cilindriche sono delle ellissi. Qui non c’è alcuna possibilità di interpretazione. È una regola geometrica che i greci conoscevano bene, avendo studiato le coniche, e che anche i romani hanno applicato nello sviluppo delle loro tecniche costruttive (fig. 15).
Un aspetto interessante deriva dall’applicazione stereotomica nei sistemi voltati, quando cioè la superficie intradossata a vista non è il semplice negativo di centinature in legno a supporto di strutture in mattoni o in concrezioni, spesso poi intonacate, ma

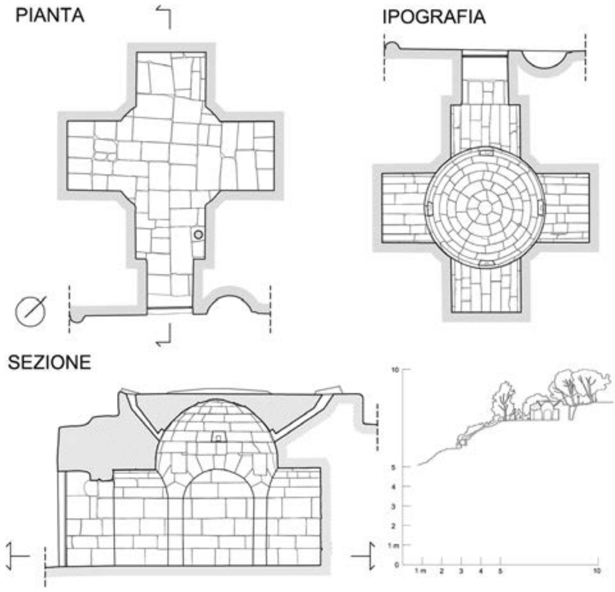
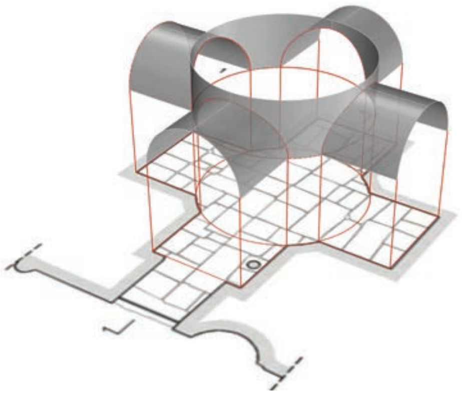


Fig. 16/ Tomba di Ummidia Quadratilla nel sito archelogico di Cassino (elaborato di rilievo di Robeto Di Maccio).

deriva da un taglio vivo di blocchi di pietra, in parte sgrossati in cantiere e poi rifiniti in opera.
Da questo punto di vista non sono moltissimi gli esempi di architettura greco-romana nei quali è possibile ammirare la precisione e raffinatezza delle intersezioni e degli incroci.
Il mausoleo di Teodorico di Ravenna (530 d.C.) presenta una bellissima volta a crociera stereotomica. Altri esempi precedenti si trovano in aree geografiche fuori dalla nostra penisola[24].
Poco noto e anche poco studiato è un vero e proprio capolavoro stereotomico che si trova nell'area archeologica di Cassino. L'interno della Tomba di Ummidia Quadratilla (fig. 16) ha una forma a croce greca con quattro volte a botte che si raccordano ad una cupola emisferica tramite una superficie cilindrica disegnando una bellissima sequenza di quattro quartiche, cioè curve non piane, segmentate da una texture di linee orizzontali a spessore variabile. Colpisce la raffinatezza dello spigolo vivo di questi enormi blocchi in pietra che molto probabilmente

24 Un esempio si trova nel Teatro di Filippopoli in Siria, databile intorno al 250 d.C. Cfr. Adam 1988.



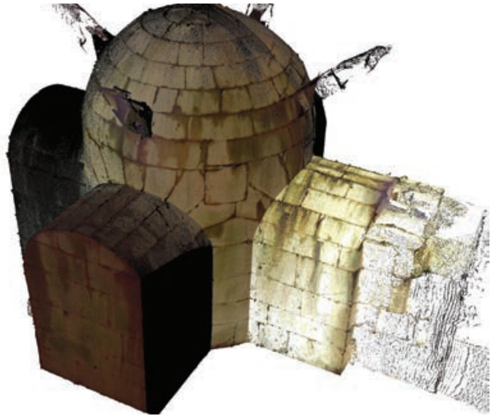


Fig. 17/ Tomba di Ummidia Quadratilla nel sito archeologico di Cassino. Modello geometrico del sistema volta e nuvola di punti dell'aula interna (elaborazione di Leonardo Paris).

sono stati prima sbozzati in basso, posti in opera tramite carrucole e poi rifinite in opera (fig. 17).
Per concludere questa breve digressione sulle linee curve nell'architettura del mondo antico, in particolare in epoca romana, un esempio (anzi due) particolarmente significativo in cui la linea non ha solo un ruolo geometrico ma anche una forte connotazione simbolica lo troviamo nel cuore della romanità. Guardando le colonne coclidi di Traiano (fig. 18) e di Marco Aurelio (fig. 19) si rimane affascinati non solo dalla dimensione ma anche dall'eleganza della fascia spiraliforme che avvolge il fusto della colonna in tutta la sua interezza.
L'andamento spiraliforme è marcato da una *corda* in rilievo che separa nettamente la fascia, che alcuni studiosi immaginano come una specie di fregio che si svolge a partire dal capitello dorico, nella quale sono scolpite le scene in bassorilievo che raccontano le gloriose gesta dei due imperatori.
All'interno delle due colonne si trova una scala a chiocciola che consente di raggiungere la terrazza sommitale che ospitava le statue degli imperatori. Entrambe queste colonne sono di tipo *centenario* cioè alte, escludendo i basamenti e le terrazze, 100 piedi cioè 29,78 metri.

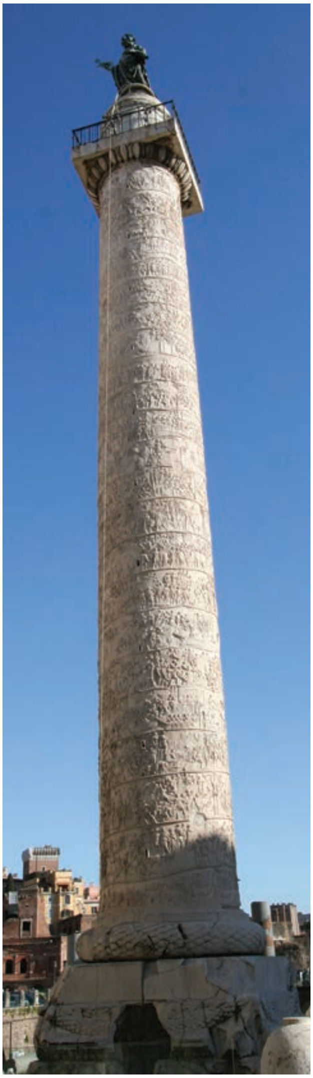


Fig. 18/ Colonna di Traiano.

Parlando della prima colonna, in ordine di costruzione, cioè la colonna Traiana (113 d.C), Gianciacomo Martines scrive: «La Colonna Traiana non è solo il gioco di un geniale progettista, nutrito della scienza greco alessandrina, ma di più è l'omaggio filosofico e morale ad un sovrano: un monumento di geometria, un congegno meccanico a scala di colosso bloccato nel tempo»[25]. Riguardo il riferimento al congegno meccanico Martines fa corrispondere il modello della struttura della Colonna alla vite di Archimede che, com'è noto, si basa sullo studio delle spirali.

Il nesso tra colonna coclide e spirale è quindi strettissimo e assume qui una doppia valenza: motore nascosto, non visibile, funzionale nello sviluppo della scala elicoidale interna; linea visibile della narrazione retorica in omaggio alla gesta dell'imperatore in cui il racconto, inserito in una geometria che sembra non avere inizio né fine, diventa solo uno degli infiniti racconti possibili sulla magnificenza della civiltà romana.

Le due parti, interna ed esterna, non sono collegate geometricamente. La scala, dovendo rispettare delle regole geometriche rigorose per rispondere prima di tutto ad una esigenza funzionale, si sviluppa all'interno di 18 blocchi di marmo tutti uguali con 14 gradini per ogni giro. La fascia esterna ha un andamento più irregolare e si avvolge 23 volte per uno sviluppo in lunghezza di circa 200 metri.

Non sono molti gli studiosi che entrano in dettaglio sulla reale conformazione di questo nastro spiraliforme. Bianchi Bandinelli annota[26] che l'altezza del fregio cresce con l'altezza, da 89 a 125 cm, in maniera da correggere la deformazione prospettica verso l'alto.

La colonna coclide di Marco Aurelio (192-196 d.C) presenta molte analogie con quella di Traiano. Dal punto di vista geometrico si rileva che i rocchi sono leggermente rastremati verso l'alto e che il fregio spiraliforme, che si avvolge per 21 giri, ha un'altezza costante di circa un metro.

25 Martines 1983, p. 65.
26 Bianchi Bandinelli 2005.

Se si prende per buona la tesi di Bandinelli, cioè di un'altezza crescente del fregio, la colonna di Traiano avrebbe un andamento geometrico a dir poco sorprendente. La linea non sarebbe un'elica classica, contraddistinta da un movimento omogeneo del punto nelle due direzioni, ma avrebbe una pendenza variabile con un movimento accelerato in altezza[27]. Non disponendo di un rilievo accurato si è proceduto con una verifica fotogrammetrica speditiva[28]. Anche solo visivamente si osserva che il passo dell'elica è alquanto irregolare e non omogeneo. L'analisi della sinusoide data dalla proiezione della linea curva su un piano verticale corrispondente ad uno dei lati della colanna (fig. 20), quello sud-ovest allineato con la base, restituisce misure del passo (cioè la distanza tra i punti d'intersezione della linea curva con una generatrice verticale) che variano da 95 cm a 134 cm, ma non secondo la legge di progressione geometrica ipotizzata da Bandinelli. Escludendo le prime due misure, che dipendono dal punto di attacco e di arrivo della linea curva – e che quindi non sono significative – le altre sono tra loro variabili ma abbastanza simili, ad eccezione delle ultime due di dimensioni maggiori, rispettivamente 124 e 134 cm. Si può pertanto escludere la suggestiva ipotesi di una linea curva progettata secondo una legge di compensazione percettiva della deformazione prospettica; legge che i greci, come è noto, conoscevano dimostrando di saperla applicare in maniera molto raffinata.

Non è facile concludere questo capitolo. Si potrebbe continuare con molti altri esempi di architetture del periodo antico nei quali è significativo l'uso della linea curva, come per esempio nelle cattedrali gotiche o in tutte quelle realizzazioni stereotomiche costruite molto tempo prima della teorizzazione geometrica.
Come detto all'inizio, lo scopo di queste brevi note

Fig. 19/ Colonna di Marco Aurelio.

27 La linea in questo caso non sarebbe più una lossodromia del cilindro né tantomeno una geodetica.
28 N. 24 immagini con Canon 350D, processate con Agisoft Photoscan. Dal modello 3D si è ricavata un'ortofoto scalata secondo l'altezza complessiva della colonna, 100 piedi cioè 29,ww78 m.

Fig. 19/ Colonna di Traiano. Rilievo.

non è quello di farne una trattazione esaustiva – che potrebbe essere argomento di futuri sviluppi della ricerca – ma di evidenziare lo stretto legame tra evoluzione del pensiero geometrico ed evoluzione del pensiero artistico in cui l'architettura gioca un ruolo determinante. Si potrebbe pertanto concludere lasciando la parola al sommo Platone: «Sono ben d'accordo, disse, poiché la geometria è conoscenza di ciò che sempre è. Essa è dunque, o egregio amico, argano che tira l'anima verso l'alto lo sguardo [...] Dunque si dovrà raccomandare a coloro che vivranno nella nostra bella Repubblica di non trascurare in alcun modo la geometria»[29].

29 Platone, *Repubblica*.

Bibliografia

Prima parte

AA.VV., 1999. Il Colosseo Studi e Ricerche. *Disegnare Idee Immagini*, 18/19.
Adam Jean-Pierre, 1988. *L'arte di costruire presso i Romani*. Milano: Longanesi & C.
Arnheim Rudolph, 1977. *La dinamica della forma architettonica.* Milano: Feltrinelli.
Baglioni Leonardo, 2007. Il contributo del modellatore informatico nello studio di lossodromie, eliche e spirali. In De Carlo Laura (a cura di). *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione*. Roma: Gangemi, pp. 93-102.
Bianchi Luigi, 1894. *Lezioni di geometria differenziale*. Pisa: Enrico Spoerri.
Bianchi Bandinelli Ranuccio, 2005. *Roma: l'arte al centro del potere (dalle origini al II secolo d.C.)*. Milano: RCS Corriere della Sera, vol. 1.
Boyer Carl B., 1976. *Storia della matematica*. Milano: Mondadori, 1976. Traduzione di Carugo Adriano. Ed. orig. *A History of mathematics*.
Burali Forti Cesare, 1912. *Corso di geometria analitico-proiettiva per gli allievi della R. Accademia Militare*. Torino: G. B. Petrini di Giovanni Gallizio.
Ciarloni Roberto, 2008. La logica delle forme. In Carlevaris Laura, De Carlo Laura, Migliari Riccardo (a cura di). *Attualità della geometria descrittiva*. Roma: Gangemi, pp. 267-282.
Ciarloni Roberto, 2009. Teorie e tecniche della rappresentazione matematica. In Migliari Riccardo. *Geometria descrittiva*. *Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, pp. 5-59, vol. 2.
Cresci Luciano, 1998. *Le curve celebri.* Padova: Franco Muzio.
Cresci Luciano, 2005. *Le curve matematiche. Tra curiosità e divertimento.* Milano: Hoepli.
D'Ocagne Maurice, 1896. *Cours de géométrie descriptive et de géométrie infinitésimale.* Paris: Gauthier-Villars.

De Carlo Laura, 2009. Le linee curve. In Migliari Riccardo. *Geometria descrittiva. Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, pp.97-129, vol. 2.

De Rubertis Roberto, 1999. Un enigma avvincente: il tracciato planimetrico ellittico del Colosseo. *Disegnare Idee Immagini*, 18/19, pp. 99-106.

Docci Mario, 1999. La forma del Colosseo: dieci anni di ricerche. Il dialogo con i gromatici romani. *Disegnare Idee Immagini*, 18/19, pp. 23-32.

Dupin Charles, 1829. *Geometria e meccanica delle arti, dei mestieri, delle belle arti*. Firenze: Stamperia di Guglielmo Piatti.

Eulero Leonard, 1767. Recherches sur la courbure des surfaces. *Memoires de l'academie des sciences de Berlin,* 16, pp. 119-143.

Fallavollita Federico, Salvatore Marta, 2012a. Geometria e costruzione. La teoria delle linee di curvatura nella stereotomia della pietra. *Disegnarecon*, n. 9, pp. 125-134, vol. 5.

Fallavollita Federico, Salvatore Marta, 2012b. The ruled surfaces in stone architecture. In Gambardella Carmine (a cura di). *Le vie dei mercanti - Less More.* Napoli: La scuola di Pitagora, pp. 261-269.

Fiedler Wilhelm, 1873. *Trattato di geometria descrittiva.* Firenze: Le Monnier.

Freguglia Paolo, 1999. *La geometria fra tradizione e innovazione.* Torino: Bollati Boringhieri.

Frère Gabriel Marie (Edmond Brunhes), 1893. *Élément de Géométrie Descriptive*. Tours: Alfred Mame et fils; Paris: Charles Poussielgue. Riproduzione anastatica. F.G.-M. 1996. *Géométrie descriptive, tome I, Éléments.* Mayenne: Jacques Gabay.

Frère Gabriel Marie (Edmond Brunhes), 1920. *Exercices de Géométrie Descriptive.* Tours: Alfred Mame et fils; Paris: J. De Gigord. Riproduzione anastatica. F.G.-M. 1996. *Géométrie descriptive, tome II, Exercices.* Mayenne: Jacques Gabay.

Gay Fabrizio, 2016. Verso una morfologia degli artefatti: da Monge a Petitot, la geometria descrittiva dopo la geometria descrittiva. In Di Luggo Antonella (a cura di). *Territori e frontiere della rappresentazione.* Roma: Gangemi, pp. 59-66.

Giordano Andrea, 1999. *Cupole volte e altre superfici.* Torino: Utet.

Giusti Enrico, 2007. *Piccola storia del calcolo infnitesimale dall'antichità al Novecento.* Pisa: Istituti editoriali e poligraci internazionali.

Hachette Jean Nicolas Pierre, 1813. *Correspondance sul l'École Royale Polythecnique, Vol. II, n. 4, 1812.* Paris: Chez J. Klostermann, Libraire de l'Ecole Impériale Polytechnique.

Hilbert David, Cohn-Vossen Stefan, 1932. *Geometria intuitiva.* Torino: Bollati Boringhieri.

Inglese Carlo, 2017. Dalla pratica alla trattazione teorica: le incisioni delle volute ioniche. *Disegnare Idee Immagini*, 55, pp. 42-51.

Kline Morris, 1991. *Storia del pensiero matematico, Vol. I, Dall'antichità al Settecento.* Torino: Einaudi. Traduzione di Conte Alberto (a cura di). Ed. orig. *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times.* Oxford: University press, 1972.

Lambert Johannes Heinrich, 1760. *Photometria, sive mensura et gradibus luminis, coloribus et umbrae.* Augustae vindelicorum: Sumptibus viduae Eberhardi Klett, Typis Christophori Petri Detleffsen.

Leroy Charles François Antoine, 1838. *Trattato di geometria descrittiva. Prima versione dal francese con note di Salvatore D'Ayala e Paolo Tucci*. Napoli: Reale tipografia della guerra.

Leroy Charles François Antoine, 1862. *Traité de stéréotomie.* Paris: Mallet-Bachelier.

Loria Gino, 1912. *Poliedri, curve e superficie.* Milano: Hoepli.

Loria Gino, 1914. *Le scienze esatte nell'antica Grecia, Libro I -[II]*. Milano: U. Hoepli.
Loria Gino, 1925a. *Curve sghembe speciali algebriche e trascendenti. Curve algebriche.* Bologna: Zanichelli, vol. 1.
Loria Gino, 1925b. *Curve sghembe speciali algebriche e trascendenti. Curve sferiche - curve definite da una reazione tra flessione e torsione - curve particolari situate sopra superficie assegnate.* Bologna: Zanichelli, vol. 2.
Loria Gino, 1930a. *Curve piane, speciali, algebriche e trascendenti. Curve algebriche*. Milano: Hoepli, vol. 1.
Loria Gino, 1930b. *Curve piane, speciali, algebriche e trascendenti. Curve trascendenti - Curve dedotte da altre.* Milano: Hoepli, vol. 2.
Loria Gino, 1931. *Il passato e il presente delle principali teorie geometriche.* Padova: Cedam.
Loria Gino, 1935. *Metodi matematici.* Milano: Hoepli.
Losito Maria, 1993. La ricostruzione della voluta ionica vitruviana nei trattati del rinascimento. *Mélanges de l'école française de Rome*, 105-1, pp. 133-175.
Martines Gianciacomo, 1983. La struttura della Colonna Traiana: un'esercitazione di meccanica alessandrina. *Prospettiva*, 32, pp. 60-71.
Migliari Riccardo, 1999. Principi teorici e prime acquisizioni nel rilievo del Colosseo. *Disegnare Idee Immagini*, 18/19, pp. 33-50.
Migliari Riccardo, 2009a. *Geometria Descrittiva. Metodi e costruzioni.* Novara: CittàStudi, vol. 1.
Migliari Riccardo, 2009b. *Geometria Descrittiva. Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, vol. 2.
Monge Gaspard, 1796. Analyse appliquée à la géométrie. *Journal de l'École polytechnique, chaier II.*
Monge Gaspard, 1798. *Géométrie descriptive.* Paris: Baudouin.
Palladio Andrea, 1570. *I quattro libri dell'architettura.* Venezia, appresso Dominico de' Franceschi. Ristampa. Milano: Hoepli, 1945.
Paris Leonardo, 2008. Conseguenze informatiche nella rappresentazione. Disegno e modello del capitello ionico. *Disegnare Idee Immagini*, 36, pp. 82-92.
Paris Leonardo, 2012. Teoria geometrica degli ingranaggi. In Casale Andrea (a cura di). *Geometria descrittiva e rappresentazione digitale. Memoria e innovazione.* Roma: Kappa, pp. 63-84, vol. 2.
Peano Giuseppe, 1887. *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale.* Torino: Bocca.
Pintore Angela, Salvatore Marta, 2007. Shape from points. Morfogenesi e modellazione matematica. In De Carlo Laura (a cura di). *Informatica e fondamenti scientifici della rappresentazione.* Roma: Gangemi, pp. 161-174.
Rogers David F., 2000. *An Introduction to NURBS: With Historical Perspective.* Burlington: Morgan Kaufmann - Elsevier.
Russo Lucio, 1996. *La rivoluzione dimentica.* Milano: Feltrinelli.
Sala Nicoletta, Sala Massimo, 2013. *Geometrie del design. Forme e materiali per il progetto.* Milano: FrancoAngeli.
Salvatore Marta, 2009a. Intersezioni piane tra superfici quadriche. In Migliari Riccardo. *Geometria descrittiva. Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, pp. 280-295, vol. 2.
Salvatore Marta, 2009b. La stereotomia. In Migliari Riccardo. *Geometria descrittiva. Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, pp. 485-561, vol.2.

Salvatore Marta, 2011. Modelli litici di scale elicoidali. In Gambardella Carmine (a cura di). *Le vie dei Mercanti, S.A.V.E. Heritage*. Napoli: La scuola di Pitagora, pp. 1-12.
Salvatore Marta, 2012. *La stereotomia scientifica in Amedée François Frézier. Prodromi della geometria descrittiva nella scienza del taglio delle pietre.* Firenze: University Press.
Sereni Carlo, 1826. *Trattato di geometria descrittiva.* Roma: Stamperia di Filippo e Nicola De Romanis.
Sereni Carlo, 1845. *Geometria descrittiva.* Roma: Tipografia Salviucci.
Townsend Alastair, 2014. On the Spline: A Brief History of the Computational Curve. *International Journal of Interior Architecture + Spatial Design: Applied Geometries*, pp. 48-59, vol. 3.
Valenti Graziano Mario, 2008. *De.form.are – De.form.ing.* Roma: Rdesignpress.
Villa Mario, 1960. Sulla definizione della torsione di una curva sghemba. *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, Serie 3, 1, pp. 47-54, vol. 15.
Vitruvio Pollione Marco, *De Architectur*a, 27 a.C. Interpretazione di Florian Giovanni. *Dell'architettura*. Pisa: Giardini.

Seconda parte

Angelini Beatrice, 1999. Metodologia per lo studio del rilievo e della rappresentazione delle superfici rototraslate. La coclide di Bramante al Belvedere Vaticano. In AA.VV. *Geometria e Architettura, Strumenti del Dottorato di Ricerca in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente.* Roma: Gangemi, pp. 63-85, vol. 1.
Argan Giulio Carlo (a cura di), 1952. *Borromini.* Milano: Mondadori.
Arruga Lorenzo, Cella Franca (a cura di), 2006. *Pier Luigi Pizzi Inventore di teatro.* Torino: Umberto Allemandi & C.
Barde F.A., 1834. *Traité Encyclopédique de l'Art du Tailleur.* Paris: Hippolyte Tilliard, 1834.
Bellini Federico, 2004. *Le cupole di Borromini.* Milano: Electa.
Bézier Pierre Etienne, 1971. Example of an Existing System in the Motor Industry: The Unisurf System. *Proceedings of the Royal Society of London*. 1545, vol. 321, pp. 207-218.
Blunt Anthony, 1983. *Vita e opere di Borromini.* Roma: Laterza.
Bösel Richard, Frommel Christoph Luitpold (a cura di), 2000. *Borromini e l'universo barocco.* Milano: Electa.
Boullay Benoit, 1671. *Le Tailleur Sincère, contenant ce qu'il faut observer pour bien tracer, couper & assembler toutes les principales pieces qui se font dans la profession de Taulleur.* Paris: Antoine de Rafflé.
Brandi Cesare, 1974. *Struttura e architettura.* Torino: Einaudi, 1974. Ed. orig. Torino: Einaudi.
Brevi Fausto, 2004. *Il design delle superfici. I modelli digitali per il disegno industriale.* Milano: PoliDesign.
Bruschi Arnaldo, 1978. *Borromini, manierismo spaziale oltre il barocco.* Bari: Dedalo libri.
Cambridge Nicolas Adam, 2013. Homo (wo)mensura: unpicking the flat pattern-cutting regimes of sartorial culture. *International Journal of Fashion Design. Technology and Education*, 2, pp. 121-129, vol. 6.

Canciani Marco, 2016. Drawing, Geometry and Construction: The Dome of San Carlino Alle Quattro Fontane (1634-1675) by Francesco Borromini. In Amoruso Giuseppe (a cura di). *Visual Computing and Emerging Geometrical Design Tools.* Hershey PA: IGI Global, pp. 608-641, vol. 2.

Caraceni Domenico, 1933. *Orientamenti nuovi nella tecnica e nell'arte del sarto.* Roma: D. Squarci e Figli.

Carlevaris Laura, De Carlo Laura, Migliari Riccardo (a cura di), 2012. *Attualità della Geometria descrittiva.* Roma: Gangemi.

Carlucci Simona, Soresi Giovanni, Ursini Ursic Giorgio (a cura di), 1984. *Josef Svoboda*. Milano: Studio i.

Casson Lionel, 2004. *Navi e marinai dell'antichità.* Milano: Mursia Editore.

Ceccarelli Marco, Cigola Michela, 2009. Descriptive Geometry and the Theory of Mechanisms in XIX century Italian Engineering: similarities and interrelationships. *Disegnare Idee Immagini,* 39, pp. 12-25.

Ceccato Cristiano, Lars Hesselgren, Mark Pauly, Helmutt Pottmann, Johannes Wallner, 2010. *Advances in Architectural Geometry 2010.* Wien: Springer-Verlag.

Cho Youngsook, Park Hyejun, Takatera Masayuki, Kamijo Masayoshi, Hosoya Satoshi, Shimizu Yoshio, 2003. Pattern Remaking System of Dress Shirt Using 3D Shape Measurement. *Journal of the Asian Design International Conference*, 1, pp. 1-8.

Ciammaichella Massimiliano, 2007. *La pelle dell'architettura contemporanea.* Roma: Aracne.

Ciammaichella Massimiliano, 2011. *Disegno digitale per la moda. Dal figurino all'avatar.* Roma: Aracne.

Ciammaichella Massimiliano, 2013. Processi di sviluppo delle superfici. Architettura e moda a confronto. In Casale Andrea (a cura di). *Geometria Descrittiva e Rappresentazione Digitale. Memoria e innovazione.* Roma: Kappa, pp. 187-195, vol. 2.

Ciarloni Roberto, 2009. Le teorie e le tecniche della rappresentazione matematica. In Migliari Riccardo. *Geometria Descrittiva. Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, pp. 5-59, vol.2.

Cigola Michela, Ceccarelli Marco, 2016. Machine Designs and Drawings in Renaissance Editions of de Architectura by Marcus Vitruvius Pollio. In Sorge Francesco, Genghi Giuseppe (a cura di). *Essays on the History of Mechanical Engineering. History of Mechanism and Machine Science.* Cham: Springer, pp. 1-5, vol. 31.

Codazza Giovanni, 1854. *Teoria geometrica degli ingranaggi.* Milano: Giuseppe Bernardoni.

Codeluppi Vanni, 2003. *Che cos'è la moda.* Roma: Carocci.

Connors Joseph (a cura di), 1998. *Francesco Borromini. Opus architectonicum.* Milano: Il Polifilo.

Curtis William J., 2016. *L'architettura moderna dal 1900.* London: Phaidon.

D'amato Gabriella, 2001. *L'arte di arredare. La storia di un millennio attraverso gusti, ambienti, atmosfere.* Milano: Mondadori.

De Alcega Juan, 1580. *Libro de Geometría, Pratica, Y Traça, el cual trata de lo tocante al officio de sastre, para saber pedir el paño, seda, o otra tela que sera menester para mucho genero de vestidos, ansi de hombres, como de mujeres, y para saber como se an de cortar los tales vestidos, con otros secretos; y curiosidades tocantes a este arte.…* Madrid: Guillermo Drouy.

De Boor Carl R., 1978. *A practical guide to splines.* New York: Springer-Verlag.

De Carlo Laura, Baglioni Leonardo, 2009. Le linee curve. In Migliari Riccardo. *Geometria descrittiva.* Novara: CittàStudi, pp.97-143, vol. 2.
De Casteljau Paul, 1959. *Courbes à pôles.* INPI.
De Fusco Renato, 2003. *Storia del design.* Bari: Laterza.
De Gersault Francoise Alexandre Pierre, 1769. *Art du Tailleur, contenant Le Tailleur d'habits d'hommes; les Culottes de Peau; le Tailleur de Corps de Femmes & Enfants: la Couturiere; & la Marchande de Modes.* Paris: M. de Gersault.
De La Rocha Burguen Francisco, 1618. *Geometria, y traça perteneciente al oficio de sastres. Donde se contiene el modo y orden de cortar todo genero de vestidos Españoles, y algunos Franceses, y Turcos.…* Valencia: Pedro Patricio Mey.
De Luca Mauro, Sorella Pietra Fratello Ferro, 2017. *Un percorso nella cultura tecnologica del progetto.* Firenze: AltraLinea.
De Vizè Donneau, 1982. *Mercure Galant.1672-1674.* Genève-Paris: Slatkine.
Debo Kaat (a cura di), 2003. *Patronen/Patterns, MoMu Mode Museum, catalogo della mostra, 24 aprile-10 agosto 2003.* Ghent: Ludion.
Deleuze Gilles, 2004. *La piega, Leibniz e il Barocco.* Milano: Einaudi.
Ferrara Marinella, 2004. *Materiali e innovazioni nel design: meccanismi di innovazione.* Roma: Gangemi.
Focillon Henri, 1987. *Vita delle forme.* Torino: Einaudi. Traduzione di Bettini Sergio.
Frampton Kennet, 2008. *Storia dell'architettura moderna.* Bologna: Zanichelli.
Gaiani Marco (a cura di), 2006. *La rappresentazione riconfigurata. Un viaggio lungo il processo di produzione del progetto di disegno industriale*. Milano: PoliDesign.
Gaiani Marco, Guidi Gabriele, Micoli Laura, Musio Sale Massimo, Russo Michele, 2006. Reverse modeling per la nautica: rilievo dello scafo di un gommone con sistemi di scansione 3D a basso costo. *Disegnare Idee Immagini*, 31, 82-93.
Gill Alison, 1998. Fashion: The Making of Unfinished, Decomposing and Re-Assembled Clothes. *Fashion Theory*, 1, pp. 25-50, vol. 2.
Guidi Gabriele, Micoli Laura Loredana, Russo Michele, 2005. Boat's hull modeling with low cost triangulation scanners. *Proceedings of the Videometrics VIII, part of the IS&T/SPIE Symposium Electronic Imaging,* pp. 28-39, Vol. 5665.
Guidi Gabriele, Russo Michele, Beraldin Jean-Angelo, 2010. *Acquisizione e modellazione poligonale.* Milano: McGraw Hill.
Hempel Eberhard, 1924. *Francesco Borromini.* Wien: A. Schroll & Co., 1924. Edizione italiana. Milano: Società editrice d'arte illustrata.
Hodge Brooke, 2007. *Skin + Bones. Parallel Practices in Fashion and Architecture.* London: Thames & Hudson.
Laplaiche Virginie, 2002. *Geneviève Sevin-Doering: costumes.* Paris: Ecole du Louvre.
Leroy Charles Francoise Antoine, 1872. *Traité de géométrie descriptive; suivi de la méthode des plans cotes et de la théorie des engrenages cylindriques et coniques: avec une collection d'epures composee de 69 planches.* Parigi: Bachelier.
Liming Roy A., 1944. *Practical Analytic Geometry with Applications to Aircraft.* USA: The Macmillan Company.
Lindqvist Rickard, 2013. On The Logic of Pattern Cutting. Foundational Cuts and Approximations of the Body. *Artistic Research*, 3.

Liu Yong-Jin, Zhang Dong-Liang, Yuen Matthew, 2010. A survey on CAD methods in 3D garment design. *Computer in Industry*, 61, pp. 576-593.

Loria Gino, 1921. *Storia della Geometria Descrittiva dalle origini sino ai giorni nostri.* Milano: Hoepli.

Lupano Mario, Vaccari Alessandra (a cura di), 2009. *Una giornata moderna. Moda e stili nell'Italia fascista.* Bologna: Damiani.

Marzari Mario (a cura di), 1998. *Navi di legno. Evoluzioni tecnica e sviluppo della cantieristica nel Mediterraneo dal XVI secolo ad oggi.* Trieste: LINT.

Masini Lara Vinca, 2009. *Liberty. Art Nouveau.* Milano: Giunti.

Massobrio Giovanna, Portoghesi Paolo, 1976. *La seggiola di Vienna: storia dei mobili in legno curvato*. Torino: Martano.

Massobrio Giovanna, Portoghesi Paolo, 1992. *Casa Thonet. Storia dei mobili in legno curvato.* Bari: Laterza.

Mello Bruno, 1987. *Trattato di scenotecnica.* Novara: Gorlich.

Migliari Riccardo, 2009a. *Geometria Descrittiva. Metodi e costruzioni.* Novara: CittàStudi, vol. 1.

Migliari Riccardo, 2009b. *Geometria Descrittiva. Tecniche ed applicazioni.* Novara: CittàStudi, vol. 2.

Miyake Issey, Kitamura Midori, 2012. *Pleats Please.* Koln: Taschen.

Morini Enrica, 2006. *Storia della moda. XVIII-XX secolo.* Milano: Skira.

Musio Sale Massimo (a cura di), 2009. *Yacht Design: dal concept alla rappresentazione.* Milano: Tecniche Nuove.

Nakamichi Tomoko, 2012. *Pattern Magic, 3 voll*. London: Laurence King.

Oestergard Derek E., 1987. *Bentwood and metal furniture: 1850-1946.* Washington: University of Washinghton Press.

Olivier Théodore, 1844. *Théorie géométrique des engrenages.* Paris: Bachelier.

Paris Ivan, 2006. *Oggetti cuciti. L'abbigliamento pronto in Italia dal primo dopoguerra agli anni Settanta.* Milano: FrancoAngeli.

Paris Leonardo, 2012a. Geometrie coniugate. *Disegnarecon*, 9, pp. 235-244, vol. 5.

Paris Leonardo, 2012b. Teoria geometrica degli ingranaggi. In Casale Andrea (a cura di). *Geometria descrittiva e rappresentazione digitale. Memoria e innovazione.* Roma: Kappa, pp. 63-84, vol. 2.

Paris Leonardo, 2015. Shape and Geometry in the Integrated Digital Survey. In Brusaporci Steafano (a cura di). *Handbook of Research on Emerging Digital Tools for Architectural Surveying, Modeling, and Representation.* London: ICI Global, pp. 214-238.

Paris Leonardo, 2016. La scala elicoidale a Caprarola di Jacopo Barozzi da Vignola. Innovazione formale tra teoria e prassi. In Bini Marco, Berocci Stefano (a cura di). *Le ragioni del Disegno.* Roma: Gangemi, pp. 523-530.

Paris Leonardo, Ricci Maurizio, 2014. Osservazioni su un disegno prospettico attribuito a Ottaviano Mascarino. *Disegnare Idee Immagini*, 48, pp. 22-33.

Paris Leonardo, Ricci Maurizio, Roca De Amicis Augusto, 2016. *Con più difficoltà. La scala ovale di Ottaviano Mascarino nel palazzo del Quirinale.* Roma: Campisano editore.

Paris Leonardo, Valenti Graziano Mario, 2015. La scala elicoidale del Borromini a Palazzo Barberini: rilievo scan laser modellazione parametrica. *Disegnarecon*, 15, pp. 11.1-11.11., vol. 8.

Piegl Les., Tiller Wayne, 1995. *The NURBS Book.* Switzerland AG: Springer-Verlag.
Portoghesi Paolo, 1964. Thonet e la produzione di serie. *La botte e il violino*, 1.
Portoghesi Paolo, 1984. *Francesco Borromini.* Milano: Electa.
Portoghesi Paolo, 2014. La biblioteca di Francesco Borromini. In Cazzato Vincenzo, Roberto Sebastiano, Bevilacqua Mario (a cura di). *La Festa delle Arti*. Roma: Gangemi, pp. 358-365.
Portoghesi Paolo, 2015. Concordia Discors: L'architettura barocca a Roma. In Fagiolo Marcello (a cura di). *Roma Barocca. I protagonisti, gli spazi urbani, i grandi temi.* Roma: De Luca Editori d'Arte, pp. 25-59.
Pottmann Helmut, Asperl Andreas, Hofer Michael, Kilian Axel, 2007. *Architectural Geometry*. Exton: Bentley Institute Press.
Pottmann Helmut, Schiftner Alexander, Bo Pengbo, Schmiedhofer Heinz, Wang Wenping, Baldassini Niccolo, Wallner Johannes, 2008a. Freeform surfaces from single curved panels. *ACM Transictions on Graphics - Proceedings of ACM SIGGRAPH*, 3, article n. 76, vol. 27.
Pottmann Helmut, Schiftner Alexander, Wallner Johannes, 2008b. Geometry of Architectural Freeform Structures. *ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, 209, pp. 15-28.
Prokopios Kantas, 2015. *Teoria geometrica degli ingranaggi. Tesi di dottorato XXVIII ciclo in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo*. Roma.
Quilici Vieri, 1991. *Il Costruttivismo.* Bari: Laterza.
Raspe Martin, 2000. Borromini e la cultura antiquaria. In Bösel Richard, Frommel Christoph Luitpold (a cura di). *Borromini e l'universo barocco.* Milano: Electa, pp.83-93, vol. 1.
Remondino Fabio, El-Hakim S.F., 2006. Image-Based 3D Modeling: A review. *The Photogrammetric Record Journal*, 115, pp. 269-291, vol. 21.
Ricci Maurizio (a cura di), 2016. *Mascariniana. Studi e ricerche sulla vita e le opere di Ottaviano Mascarino.* Roma: Campisano.
Rogers David F., 2000. *An Introduction to NURBS: With Historical Perspective.* Burlington: Morgan Kaufmann - Elsevier.
Sala Nicoletta, Sala Massimo, 2013. *Geometrie del design. Forme e materiali per il progetto.* Milano: FrancoAngeli.
Sato Shingo, 2016. *Transformational Reconstruction, 3 voll.* Saint Helena: Antiquity Press.
Schumacher Patrik, 2013. Parametric Semiology: the design of information-rich environments. In Eiroa Pablo Lorenzo, Sprecher Aaron (a cura di). *Architecture In Formation. On the nature of information in digital architecture.* Abingdon: Routledge, pp. 53-59.
Sederberg Thomas W., 2012. *Computer aided geometric design.* Provo: BYU.
Sederberg Thomas W., Zheng Jianmin, Bakenov Almaz, Nasri Ahmad, 2003. T-splines and T-NURCCS. *ACM Transactions on Graphics*, 22 (3), pp. 477-484.
Sedlmayr Hans, 1996. *L'architettura di Borromini.* Milano: Electa.
Sembach Klaus Jorgen, 2016. *Art Nouveau.* Koln: Taschen.
Serafini Giuliano, 2003. *Le arti decorative alle origini del moderno.* Milano: Giunti.
Settimi Bruno, 1970. *Enciclopedia. La Moda maschile per il sarto, il modellista industriale ed il tecnico della confezione in serie, XX ed.* Milano: La Moda Maschile.
Spadafora Giovanna, 2015. Nelle pieghe del dettaglio. Riflessioni sulla forma nell'opera di Francesco Borromini. *L'architettura delle città - The Journal of the Scientific Society Ludovico Quaroni,* 7, pp. 11-24, vol. 4.
Spadafora Giovanna, 2016. Geometry and drama in Borromini's architectural details. Moldings

in Palazzo Falconieri. In Amoruso Giuseppe (a cura di). *Visual Computing and Emerging Geometrical Design Tools.* Hershey PA: IGI Global, pp. 666-693, vol. 2.

Spanabel Emery Joy, 2015. *A History of the paper pattern industry. The home dressmaking fashion revolution.* London-New York: Bloomsbury.

Strada Nanni, 2013. *Lezioni. Moda-Design e Cultura del Progetto.* Milano: Lupetti.

Svoboda Josef, 1997. *I segreti dello Spazio Teatrale.* Milano: Ubulibri.

Tessari Domenico, 1902. *La costruzione degli ingranaggi: ad uso delle scuole degli ingegneri e dei meccanici.* Torino: Fratelli Bocca.

Townsend Alastair, 2014. On the Spline: A Brief History of the Computational Curve. *International Journal of Interior Architecture + Spatial Design: Applied Geometries*, pp. 48-59, vol. 3.

Ursini Ursic Giorgio (a cura di), 2001. *Ezio Frigerio.* S.l.!.

Valenti Graziano Mario, 2008. *De.form.are – De.form.ing.* Roma: Rdesignpress.

Villani Marcello, 2008. *La più nobil parte. L'architettura delle cupole a Roma 1580-1670.* Roma: Gangemi.

Volino Pascal, Magnenat-Thalmann Nadia, 2000. *Virtual Clothing. Theory and Practice.* Berlin: Springer.

Watkin David, 2010. *Storia dell'architettura occidentale.* Bologna: Zanichelli.

Zammerini Massimo, 2012. *Cambio di scena. La scenografia teatrale tra realismo e astrazione.* Roma: Kappa.

Zammerini Massimo, 2017a. Architettura e scenografia nella Roma del Settecento. In Alfonsetti Beatrice (a cura di). *Settecento romano. Reti del classicismo arcadico.* Roma: Viella, pp. 221-232.

Zammerini Massimo, 2017b. Luce e cromatura. L'introduzione dell'acciaio cromato nell'architettura e nel design del Modernismo. In Veronica Marchiafava, Francesca Valan (a cura di). *Colore e Colorimetria. Contributi Multidisciplinari, vol. XIII A.* Milano: Associazione Italiana Colore, pp. 158-166.

Zanchettin Vitale, 1997. Il tiburio di Sant'Andrea alle Fratte: propositi e condizionamenti nel testo borrominiano. *Annali di Architettura*, 9, pp. 112-135.

Zanchettin Vitale, 2000. Il disegno Albertina, AZ.Rom 106 per Sant'Andrea delle Fratte: modello antico e problemi contingenti nella progettazione del tiburio. In Frommel Christoph Luitpold, Sladek Elisabeth (a cura di). *Francesco Borromini, Atti del convegno internazionale, 13-15 gennaio 2000.* Milano: Electa, pp. 166-170.

Gli autori

Massimiliano Ciammaichella
Architetto, professore associato in Disegno, è stato direttore del corso di laurea magistrale in Scienze e Tecniche del Teatro presso l'Università Iuav di Venezia (2016/2018), dove tiene i corsi di *Disegno, animazione e scena digitale* e *Laboratorio di Disegno e modellistica*.

Laura De Carlo
Architetto, già professore ordinario di Disegno della Sapienza Università di Roma. Ha rivolto i suoi prevalenti interessi ai fondamenti scientifici e alla storia della rappresentazione nonché alle nuove strumentazioni per l'analisi e la comunicazione della forma in architettura.

Matteo Flavio Mancini
Architetto, PhD in Scienze della Rappresentazione e del Rilievo presso la Sapienza Università di Roma, si occupa di geometria descrittiva e modellazione digitale. Dal 2015 svolge attività didattica e di ricerca presso il Dipartimento di Architettura dell'Università degli Studi Roma Tre.

Leonardo Paris
Architetto, professore associato in Disegno della Sapienza di Roma, insegna *Geometria Descrittiva* e *Rilievo* ad Ingegneria e ad Architettura. La sua attività di ricerca è incentrata sullo studio della forma e della geometria nell'architettura, nell'ingegneria e nel design. Si occupa da anni di rilievo digitale e modellazione.

Maria Laura Rossi
Ingegnere edile-architetto, PhD in Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura, docente a contratto della Sapienza Università di Roma, sede di Rieti, facoltà di Ingegneria. Svolge attività di ricerca nell'ambito del rilievo digitale integrato e della modellazione digitale parametrica HBIM.

Michele Russo
Architetto, PhD, ricercatore senior in Disegno presso il Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura della Sapienza Università di Roma, da quindici anni si occupa di rilievo e modellazione tridimensionale nell'ambito dei Beni Culturali e del Design.

Marta Salvatore
Architetto, PhD, ricercatore presso il Dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura della Sapienza Università di Roma. Indirizza la propria attività di ricerca alla geometria descrittiva, al suo sviluppo storico e alle sue più recenti applicazioni attraverso i metodi digitali della rappresentazione.

Giovanna Spadafora
Architetto, professore associato in Disegno della Facoltà di Architettura dell'Università Roma Tre, dove insegna *Fondamenti e Applicazioni di Geometria Descrittiva e Rilievo*. Si occupa da molti anni di rilevamento e di rappresentazione architettonica e archeologica.

Massimo Zammerini
Architetto, professore associato in Composizione Architettonica alla Sapienza Università di Roma, insegna *Laboratorio di Progettazione III* e *Scenografia*. Dirige il Master in *Scenografia Teatrale e Televisiva*, svolge attività di sperimentazione progettuale nel campo dell'architettura e dell'interior design.

Forme del disegno
diretta da E. Ippoliti, M. Rossi, E. Dotto

Ultimi volumi pubblicati:

ANDREA CASALE, *Forme della percezione*. Dal pensiero all'immagine (disponibile anche in e-book).

Il volume raccoglie studi che indagano sul ruolo delle linee quale matrice formale dell'architettura e del design. Considerando la geometria al centro sia del processo creativo della progettazione che della concretizzazione della forma nella costruzione vera e propria, lo studio della geometria solida delinea un settore di ricerca attualmente emergente al confine tra geometria applicata e architettura, specie in un momento in cui l'analisi e la produzione si manifestano attraverso forme sempre più complesse. La geometria costruttiva contemporanea trova nella *architectural geometry* un grande potenziale che dimostra come le conoscenze geometriche possano essere alla base di un uso creativo del digitale.
Le linee curve sono le figure geometriche che più frequentemente si incontrano nella teoria e nella pratica e lo studio delle teorie ad esse associate risulta indispensabile dal momento che la soluzione di ogni problema di costruzione della forma ha come momento iniziatico il tracciamento di una o più linee e la ricerca degli elementi ad esse comuni.
Lo studio delle proprietà e della delineazione di queste figure geometriche risulta fondamentale in tutto lo sviluppo storico della geometria a partire dall'antichità fino alle più recenti elaborazioni digitali come la costruzione di modelli tridimensionali virtuali di rappresentazione che permettono di rivisitare le teorie classiche nella loro evoluzione storica esplicitando, attraverso idonee visualizzazioni, moltissime proprietà geometriche molto spesso relegate nell'alveo dell'analisi matematica e delle sue espressioni più astratte.
Nella prima parte del volume si è voluto delineare un quadro generale sulle origini delle teorie matematiche alla base della conoscenza delle proprietà di questi enti geometrici e sulla loro ricaduta nella progettazione della forma, sia in chiave storica che analizzando i più recenti strumenti digitali oggi a disposizione. La seconda parte raccoglie alcuni saggi attraverso i quali emerge l'ampio spettro di possibili applicazioni sull'uso della linea curva nel processo progettuale: dall'architettura al design; dalla nautica al mondo della moda; dalle teorie geometriche degli ingranaggi alle freeform dell'architettura contemporanea.

Laura De Carlo, già professore ordinario di Disegno della Sapienza Università di Roma, dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura, insegna Geometria descrittiva ad Architettura ed è autore di numerose pubblicazioni e articoli su riviste specializzate incentrate sui fondamenti scientifici e sulla storia della rappresentazione nonché sulle nuove strumentazioni per l'analisi e la comunicazione della forma in architettura.

Leonardo Paris, professore di Disegno della Sapienza Università di Roma, dipartimento di Storia, Disegno e Restauro dell'Architettura, insegna ad Architettura e Ingegneria Civile e Industriale ed è autore di numerosi saggi pubblicati in volumi e riviste di settore. Si occupa di geometria descrittiva e modellazione 3D. È responsabile scientifico di numerosi rilievi eseguiti con innovative tecniche di acquisizione digitale.

FrancoAngeli
La passione per le conoscenze